

UDC 629-5/-8

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-51

人間の静的不安定系の制御能力

武 田 峻

1963年9月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 報 告

TR-19	高速翼車の回転強度 Strength of High-Speed Rotor	1961年12月 佐藤和郎, 永井文雄
TR-20	Blasius型微分方程式の両側無限遠 境界値問題の数値解法 A Numerical Method for Solving Blasius' Type Differential Equation	1962年1月 樋口一雄, 戸川隼人
TR-21	遷音速における二次元操縦面の研究(I) An Investigation of Two-dimensional Control Surface at Transonic Speed (I)	1962年1月 神谷信彦
TR-22	変断面梁の曲げ自由振動について On the Free Lateral Vibration of a Beam with Variable Cross Section	1962年2月 川井忠彦, 戸川隼人 林洋一
TR-23	いくつかの型の偏微分方程式の境界値問題の モンテカルロ法による解法とその実験 Monte Carlo Solutions of the Boundary Value Problems for Some Types of Partial Differential Equations	1962年2月 樋口一雄, 高橋利之 鳥海良三
TR-24	航空技術研究所のターボ・ジェットエンジン 要素試験設備 Test Facilities of Turbo-jet Engine Components at N.A.L.	1962年2月 航空技術研究所原動機部
TR-25	航空技術研究所 2m×2m 遷音速風胴の 計画と構造 Design and Construction of the National Aeronautical Laboratory 2m×2m Transonic Wind Tunnel	1962年3月 航 空 技 術 研 究 所
TR-26	吹出式超音速風胴のノズルの予備実験 Preliminary Tests of Supersonic Nozzles for the Supersonic Blowdown Wind Tunnel	1962年3月 河崎俊夫, 岡部祐二郎 尾形吉和, 安藤尚
TR-27	非定常遷音速流の近似解析 An Approximate Analysis for Unsteady Transonic Flow	1962年7月 細川巖, 三好甫
TR-9T	Studies on the Small Disturbance Theory of Transonic Flow (I) —Nonlinear Correction Theory—	July 1962 Iwao Hosokawa
TR-28	疲労亀裂について On Fatigue Cracks	1962年8月 竹中幸彦
TR-29	1m×1m 吹出式超音速風胴の計画と構造 On the Design and Construction of the 1m×1m Supersonic Blow-down Wind Tunnel	1962年10月 空気力学第二部
TR-30	平板翼の振動について On the Natural Vibration of Plate-Like Wings	1962年11月 川井忠彦, 堀武敏 戸川隼人, 高橋利之 越出慎一
TR-31	熱応力を受ける薄翼の安定とその 微小振り振動について On the Instability and Small Natural Torsional Vibration of a Thin Wing under a Thermal Stress	1962年11月 川井忠彦, 林洋一 戸川隼人
TR-32	補強板の圧縮強度に関する一解析 A Method of Analysis on the Compressive Strength of Stiffened Plates	1962年11月 川井忠彦, 江川幸一
TR-33	主翼繰返し荷重試験装置 Reported Load Testing Rigs for Full Scale Aircraft Wing Structures	1962年12月 竹内和之, 飯田完四郎 小野幸一
TR-34	高速軸流圧縮機の研究(I) —翼型と翼列の検討— An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (I) —The Selection of Compressor Cascade—	1963年1月 松木正勝, 大山耕一 宮地敏雄
TR-35	高速軸流圧縮機の研究(II) —単段試験装置の設計と全体性能— An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (II) —Design and Over-all Performance of a Single Stage Axial Flow Compressor—	1963年1月 松木正勝, 宮地敏雄 大山耕一, 吉田晃 西脇英夫, 岩部柱相

人間の静的不安定系の制御能力*

武 田 峻**

Human Control Ability of the Statically Unstable System

By Shun TAKEDA

Theoretical and experimental investigations are carried out on the human control ability of the statically unstable system.

1) A method of analysis of the statically unstable system under the control of a human operator is presented which provides a physical explanation of the problem and permits the prediction of the controllability limits of the system.

2) The best way of controlling the first-order statically unstable system is achieved when the operator intends to control it with proportional action. In this case, the operator's transfer function is expressed as

$$Y_P(s) = K_P \frac{es^{-\tau s}}{1 + T_N s},$$

and the controllability limits of the system are given in Table 1. and Fig. 4.

3) The operator can not keep coefficients of his transfer function constant due to the scattering of human characteristics. This fact has a great influence on the controllability limits of the system.

4) The results of experimental investigations using a simple simulator coincide with those of theoretical investigations. It is confirmed that the method of analysis and the controllability limits showed in this paper are acceptable.

1. まえがき

ヘリコプターあるいは VTOL 機は、安定操縦性に関して機体自体の安定度が負になる状態がある。したがって、かかる航空機を操縦する場合にパイロットに要求される能力は、通常の安定な性質をもつ飛行機の場合とは、本質的にことなったものであると考えられる。

この報告は、不安定な性質をもつ航空機の操縦に関する問題を検討する第一歩として行なったもので、人間が簡単な静的不安定系を制御する場合を例にとって理論解析および実験を行ない、人間による不安定系制御の問題の解析方法を検討し、併せて人間の不安定系制御の能力の限界を求ることを意図したものである。

* 昭和 38 年 9 月 18 日受付

** 飛行実験部

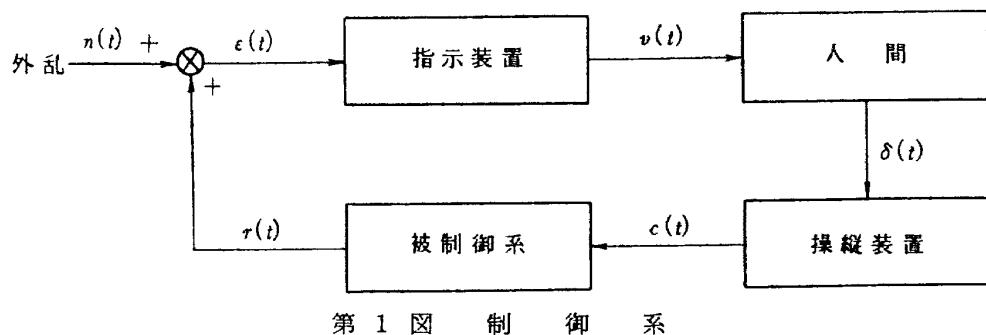
2. 理 論 解 析

2.1 被制御系および人間の特性

第1図に示す人間を含む制御系について解析をすすめる。

一般に人間による制御とはつぎのようなものと考えられる。人間はまず被制御系の応答を指示装置を介して検出感知し、ついで、人間の内部で判断を加え演算変形を行なって命令信号を定め、それに応じて操縦装置を操作することによって、操縦装置の出力を被制御系にフィードバックする。この場合の人間の制御特性（操縦特性）とは、前述した検出感知・判断・演算変形・命令決定・操作のすべてを含む制御に関する総合特性と考えられる。この制御特性は、主として被制御系の性質および制御の目的に依存するものであるが、また指示装置・操縦装置の特性・外乱の性質・環境条件等によっても左右されるものである。

第1図において被制御系が静的不安定系である場合について考える。人間が制御しない場合には、系は発散し被制御系の出力 $r(t)$ は時間とともに増大し無限大に近づく。したがって、人間がかかる系を制御する場合の主要目的は、系の発散を抑制することであると考えることができる。



第1図 制 御 系

実際に制御する場合には、指示装置・操縦装置・環境条件等によって人間の制御能力は変化するが、これらの影響は制御の本質とは無関係と考えられるので無視する。また、外乱の存在も前述した制御の主要目的に対しては二次的な影響しか及ぼさないと考えられるので無視する。

上に述べた考え方従えば、静的不安定系を制御してその発散を抑制するという問題に関して第2図が成立する。

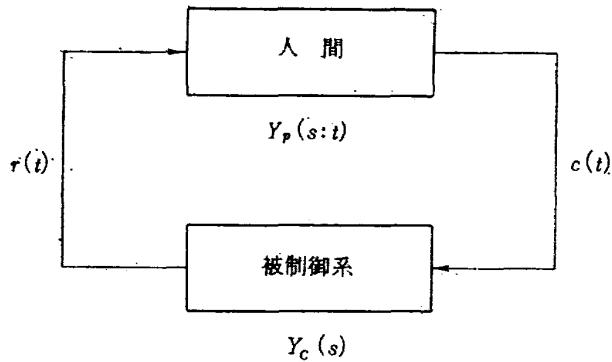
被制御系はその伝達関数 $Y_c(s)$ が (2-1) 式で示されるような線形特性をもつ一次の静的不安定系とする。

$$Y_c(s) = \frac{K_c}{1 - T_c \cdot s} \quad (2-1)$$

K_c : ゲイン

T_c : 発散の時定数, $T_c > 0$

したがって、系の発散の倍増時間 T_2 は、



第2図 静的不安定系制御の場合

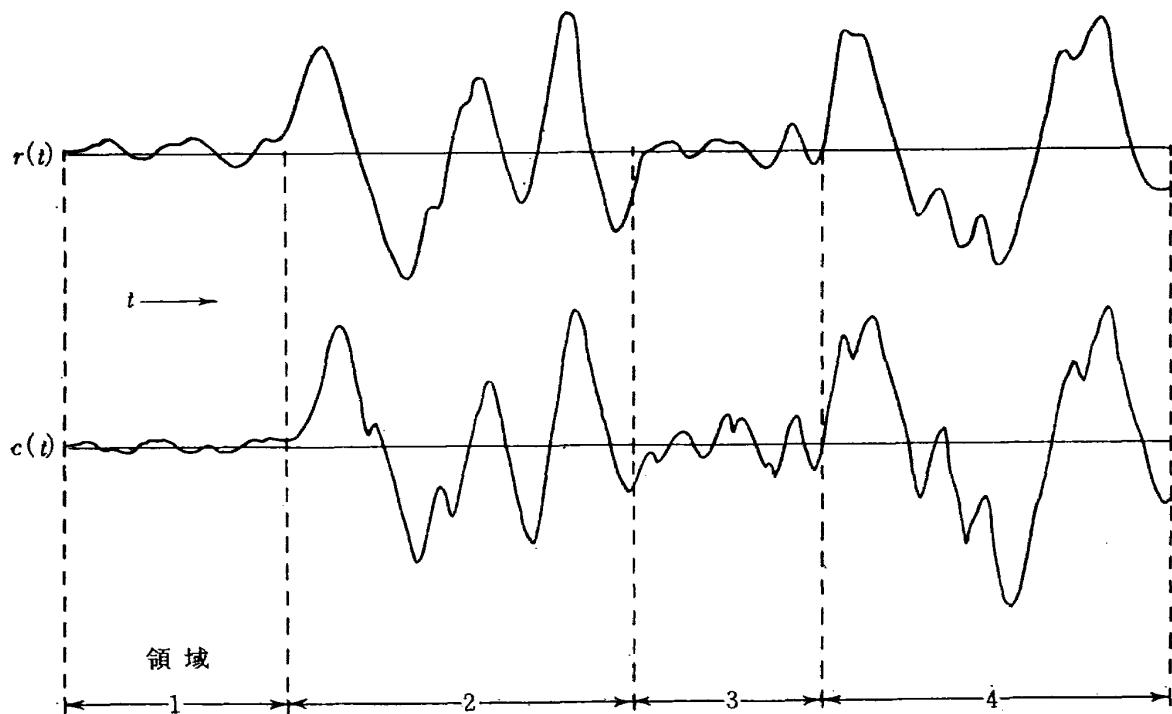
$$T_2 = T_C \cdot \ln 2 = 0.693 T_C \quad (2-2)$$

制御系の一要素としての人間の特性は、安定な特性をもつ被制御系が外乱を受ける場合について、あるいは目標値を追従する場合の制御に関して主として検討されてきた^{1),2),8)}。このような場合の人間の特性は、おおよそ(2-3)式で示される。

$$Y_P(s) = \left[K_P \cdot \frac{1 + T_L \cdot s}{1 + T_I \cdot s} \right] \left[\frac{e^{-\tau s}}{1 + T_N \cdot s} \right] \quad (2-3)$$

右辺第1項は人が意識的に調整可能なゲイン・リード項・ラグ項であり、第2項は人に固有の調整不可能な反応時間遅れおよび神経筋肉系のラグ項である。なお、そのほかに人の出力中の入力と線形関係にない出力成分としてレムナント(remnant)を考えるのが普通である。

不安定系制御の場合の人間の特性について考えてみる。まず第2図において被制御系の不安定の



第3図 不安定系制御の例

程度が大きく、系を制御するために人間の能力の極限が要求されるような場合について考える。この場合の系の応答 $v(t)$ および人間の出力 $c(t)$ の時間経過の一例を第3図に示す。第3図の領域1・3においては、系の応答 $v(t)$ の値は比較的小さく系が急速に発散状態となる恐れが少ないので、人間は余裕をもって制御を行なう。領域2・4においては、 $v(t)$ の変動が大きく系が発散する危険性が多分にあるので、かかる状態を制御するために、人間は注意力を集中してその制御能力の最大限を發揮することが要求される。したがって、第3図に示した不安定系制御の全領域について考えれば、この間における人間の制御特性は、時間とともに系の応答の程度に応じて変化する。それゆえ、人間の制御特性をあらわす伝達関数も時間とともに性質の移り変る非定常（non-stationary）な関数 $Y_P(s:t)$ という形で示される。しかしながら、この報告で取り扱う制御系の発散を抑制するための人間の制御能力を検討するという問題に関しては、領域2・4のような人間の能力の最大限を要求する臨界状態のみを考えればよく、さらに、かかる臨界状態のもとでは人間はおよそ一定の伝達関数形をとると考えてよいと思われる。この臨界状態における人間の伝達関数を $Y_{PL}(s)$ と表示する。

$Y_{PL}(s)$ は前述したようにおおよそ一定値をとると考えられるが、人間の特性の変動（注意力の変動、誤った判断、意図しない手足を動き等）によって平均値の近傍である程度変動することは避けられない。

$Y_{PL}(s)$ の構成要素としては、安定系制御の場合の(2-3)式から類推して、まず人間に固有の意識的に調整不可能な項 $e^{-\tau s}/(1+T_N \cdot s)$ が存在すると考えられる。また、人間の調整可能な項としては、ゲイン K_P 、微分項 s 、積分項 $1/s$ 等が考えられる。リード項 $(1+T_L \cdot s)$ 、ラグ項 $1/(1+T_I \cdot s)$ は、安定系制御の場合には、系の制御について訓練を重ねることによって、伝達関数の一要素として導入することが可能であるが、それらの導入によって制御能力の向上が期待できない不安定系制御の場合には、伝達関数の要素として存在する可能性は少ない*。以上の諸点を考慮して $Y_{PL}(s)$ としてつぎのものについて検討した。

$$Y_{PL}(s) = \left\{ \begin{array}{l} K_P \cdot \frac{e^{-\tau s}}{1+T_N \cdot s} \\ K_P \cdot s \frac{e^{-\tau s}}{1+T_N \cdot s} \\ K_P \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{e^{-\tau s}}{1+T_N \cdot s} \end{array} \right\} \quad (2-4)$$

2.2 解析方法・解析結果

この報告では、制御の目的は第2図に示した制御系の発散を抑制することであると規定したの

*) 本文末尾、付録. 2 参照

で、制御が可能か否かの判定はつきの方法によった。前節で述べた人間の制御能力の最大限を要求するような臨界状態においては、第2図の制御系の特性方程式は次式であらわされる。

$$G(s) = 1 - Y_C(s) \cdot Y_{PL}(s) = 0 \quad (2-5)$$

系の発散を抑制する条件（すなわち、系の安定条件）は、(2-5)式のすべての根が正の実数部を持たないことである。しかしながら、(2-5)式の根が正の実数部を持つか否かは、 $Y_{PL}(s)$ が $e^{-\tau s}$ という構成要素をもつので簡単には決められない。それゆえ、ナイキストの方法を拡張した手法を用いて検討した⁴⁾。解析方法の詳細は、本文末尾の付録. 1 に示した。

このようにして求めた被制御系の不安定度と、系を安定に制御するための人間の伝達関数の関係を第1表および第4図に示す。

理論解析により明らかになった諸点は、つきのとおりである。

- (1) 静的不安定系の制御が可能なのは、人間が比例操作を意図した場合のみである。微分操作あるいは積分操作によって制御することは不可能である。
- (2) 比例操作を用いても人間の制御しうる不安定系には限界がある。人間の反応時間遅れ τ および神経筋肉系のラグ項 T_N に関する、 $T_c < \tau + T_N$ のような特性をもつ不安定系の制御は不可能である。

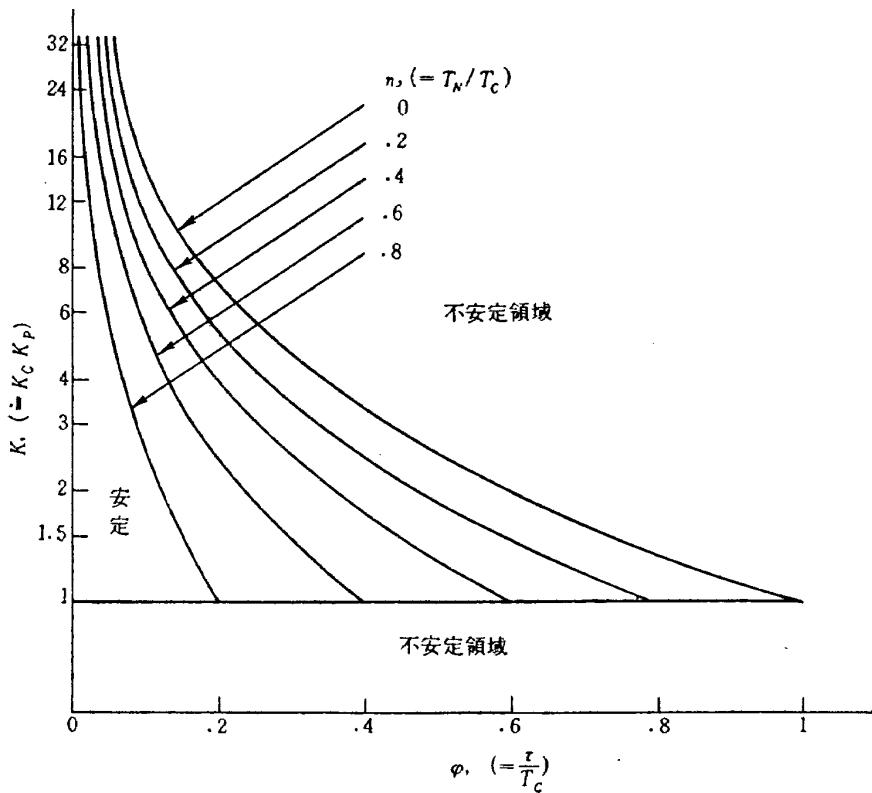
静的不安定系の倍増時間 T_2 について考えれば、制御可能な限界値は次式で与えられる。

$$T_2 > 0.693(\tau + T_N) \quad (2-6)$$

- (3) 被制御系の特性 (K_c, T_c) および人間の調整不可能な伝達関数要素 (τ, T_N) が与えられ

第1表 制御可能の条件

人間の伝達関数 $Y_{PL}(s)$	制御可能の条件
$K_P \frac{e^{-\tau s}}{1 + T_N s}$	$K > 1, \quad 1 > n, \quad \theta_1 > \theta_2,$ ただし, $\pi > \theta_1 = \cos^{-1} \left[\frac{1}{K} (1 + n \rho_1^2) \right] > 0,$ $\theta_2 = \varphi \rho_1$ $\rho_1 = \frac{1}{\sqrt{2} n} \left[-(1 + n^2) + \left\{ (1 + n^2)^2 - 4n^2(1 - K^2) \right\}^{1/2} \right]^{1/2}$ $K = K_c K_p, \quad \varphi = \frac{\tau}{T_c},$ $n = \frac{T_N}{T_c}$
$K_P s \frac{e^{-\tau s}}{1 + T_N s}$	つねに制御不可能
$K_P \frac{1}{s} \frac{e^{-\tau s}}{1 + T_N s}$	つねに制御不可能



第4図 制御可能限界 $\left(Y_{PL}(s) = K_P \frac{e^{-\tau s}}{1 + T_N s} \text{ の場合} \right)$

た場合には、系を安定に制御しうる人間のゲイン K_P には上下限が存在する。

下限は $K = K_P \cdot K_c = 1$ 、すなわち $K_P = 1/K_c$ で与えられ、人間のゲインがこの値以下では、系の安定化に必要とする出力を人間が出し得ないことを意味する。

上限は第1表あるいは第4図から得られる値で、 $\varphi (= \tau / T_c)$ および $n (= T_N / T_c)$ の関数であり、 φ および n が大となれば次第に低下する。上限の存在する理由は、つぎのように説明できる。人間のゲイン K_P が増せばそれに伴って制御振動数* も高くなり、したがって $e^{-\tau s} / (1 + T_N \cdot s)$ という項によって生じる位相遅れが増大し系が不安定になるためである。

(4) 第4図からも判るように、不安定系制御のためのゲイン K_P の最適値は $1/K_c$ で与えられる。しかしながら、人間はその特性を常に一定値に保つことは不可能であり K_P に関しても多少の変動は避けられないことを考慮すれば、 K_P の設定値を $1/K_c$ より幾分大きい値に選定することが望ましい。

(5) τ および T_N の値は人間に固有の調整不可能なものであるが、また、制御系の構成（被制御系・指示装置・操縦装置の特性、環境条件）によって左右される。さらに人間の注意力・疲労等の人間の制御特性（2.1節参照）に影響をもつ諸要素が時間とともに変化することを考えれば、 τ および T_N の値も幾分の変動を伴うものであると考えられる。第4図によって不安定系制御の能力

*) 本文末尾、付録. 3 参照。

を検討する場合にも、これらの点について十分考慮をはらう必要がある。

3. 実験

シミュレーターを使用して人間による静的不安定系制御の実験を行なった。

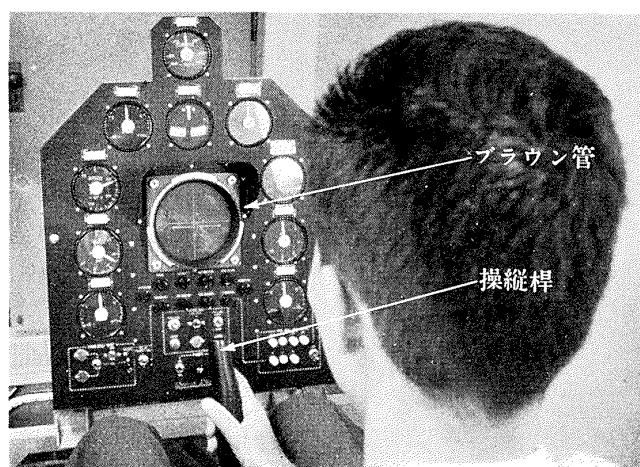
3.1 実験装置

実験は東京大学工学部航空学教室の「V/STOL 機研究用シミュレーター」を用いて行なった。装置の概要およびブロック図を第 5・6 図に示す。

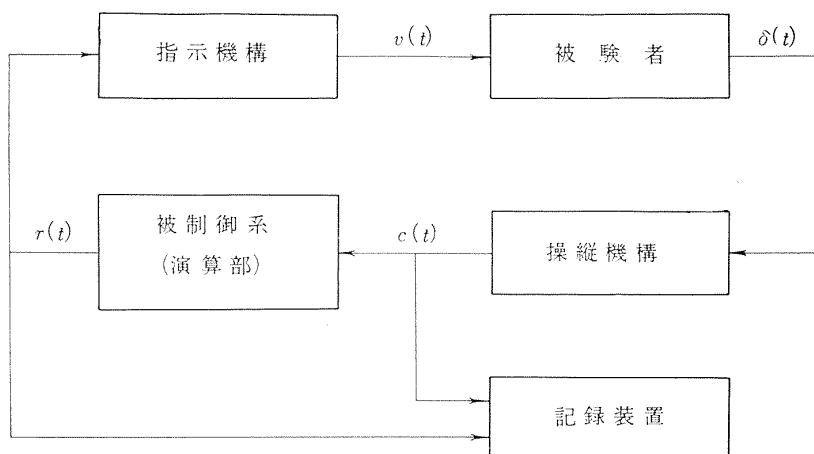
操縦機構：操縦桿形式のもので、桿を中心に保持するために弱いばねを持つ。実験には操縦桿の左右の動きを用いた。可動範囲は桿先端の変位について $\pm 250 \text{ mm}$ である。桿の動きは回転形可変抵抗器で電圧出力に変換される。そのゲイン K_s は次式で与えられる。

$$K_s = 0.35 \text{ V/mm}$$

演算部：NEAC-P-24 形電子管式低速度アナログ計算機を中心としたもので、被制御系の制御方程



第 5 図 シミュレーター（指示機構・操縦機構）



第 6 図 ブロック図

式を組み込むことにより、演算部の伝達関数 $Y_E(s)$ は次式で示される。

$$Y_E(s) = \frac{K_E}{1 - T_E \cdot s}$$

指示機構：操縦席前面パネルにあるブラウン管オシログラフを使用した。ブラウン管上に垂直輝線を画かせ、電圧入力（演算部電圧出力）に比例して輝線が左右に移動するようにした。可動範囲は $\pm 50 \text{ mm}$ である。そのゲイン K_D は次式で与えられる。

$$K_D = 1 \text{ mm/V}$$

操縦機構・演算部・指示機構を含めた被制御系全体としての伝達関数 $Y_C(s)$ は (3-1) 式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} Y_C(s) &= \frac{K_C}{1 - T_C \cdot s} \\ \text{ただし} \\ K_C &= K_S K_E K_D \\ T_C &= T_E \end{aligned} \right\} \quad (3-1)$$

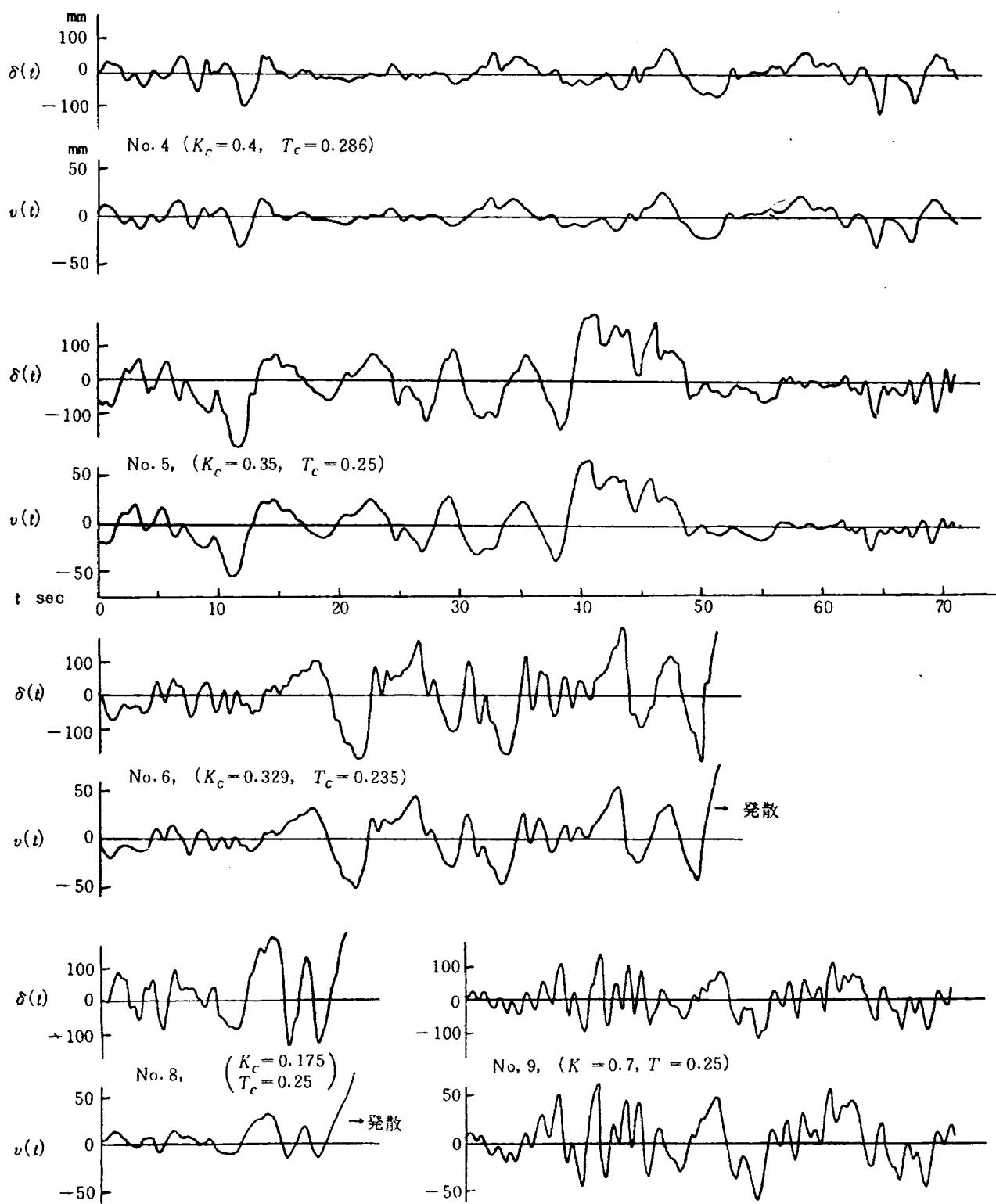
(3-1) 式において調整可能な演算部の特性 K_E および T_E を変えることにより、任意の特性をもつ静的不安定系を模擬することが可能である。

3.2 実験

実験はつねに同一人（著者）を操縦者に選んで行なった。まず T_C （すなわち T_E ）を変えて人間

第 2 表 実験結果一覧表

番号	K_C	T_C	記 事
1	1.4	1.0	容易に $ v(t) < 5 \text{ mm}$ に保持可能。
2	0.7	0.5	
3	0.467	0.333	$ v(t) < 10 \text{ mm}$ に保持可能。
4	0.4	0.286	制御に注意力の集中を要す。 $ v(t) < 30 \text{ mm}$ に保持可能。
5	0.35	0.25	長時間（1 分間以上）制御しうる限界。 つねに緊張状態の持続を要求される。
6	0.329	0.235	制御困難。短時間（20 秒以下）しか制御 できない。
7	0.088	0.25	制御不可能（ゲイン不足）。
8	0.175	0.25	
9	0.7	0.25	制御困難（ゲイン過大）。
10	1.4	0.25	制御不可能（ゲイン過大）。



第7図 実験記録

が制御し得る静的不安定系の限界を求め、つぎに K_c (すなわち K_E) を変えて制御のための最適ゲインを求めた。

実験結果を第2表に、実験記録の一部を第7図に示す。

実験から明らかにされ諸点はつぎのとおりである。

(1) 操縦者が長時間(1分間以上)連続して制御することができた静的不安定系の限界は次式で示される。

$$T_c > 0.25 \text{ sec} \quad (3-2)$$

不安定系の発散の倍増時間に換算すれば、つぎの式で示される。

$$T_2 > 0.173 \text{ sec} \quad (3-3)$$

(2) 最適ゲイン(もつとも制御しやすい被制御系のゲイン K_c の値)は、 T_c が 0.25 sec の場合には次式で与えられる。

$$K_c = 0.35 \quad (3-4)$$

ゲインが(3-4)式の値から離れるほど制御は困難となり、 $K_c < 0.175$ および $K_c > 1.4$ の場合には制御が不可能となり系は発散する。

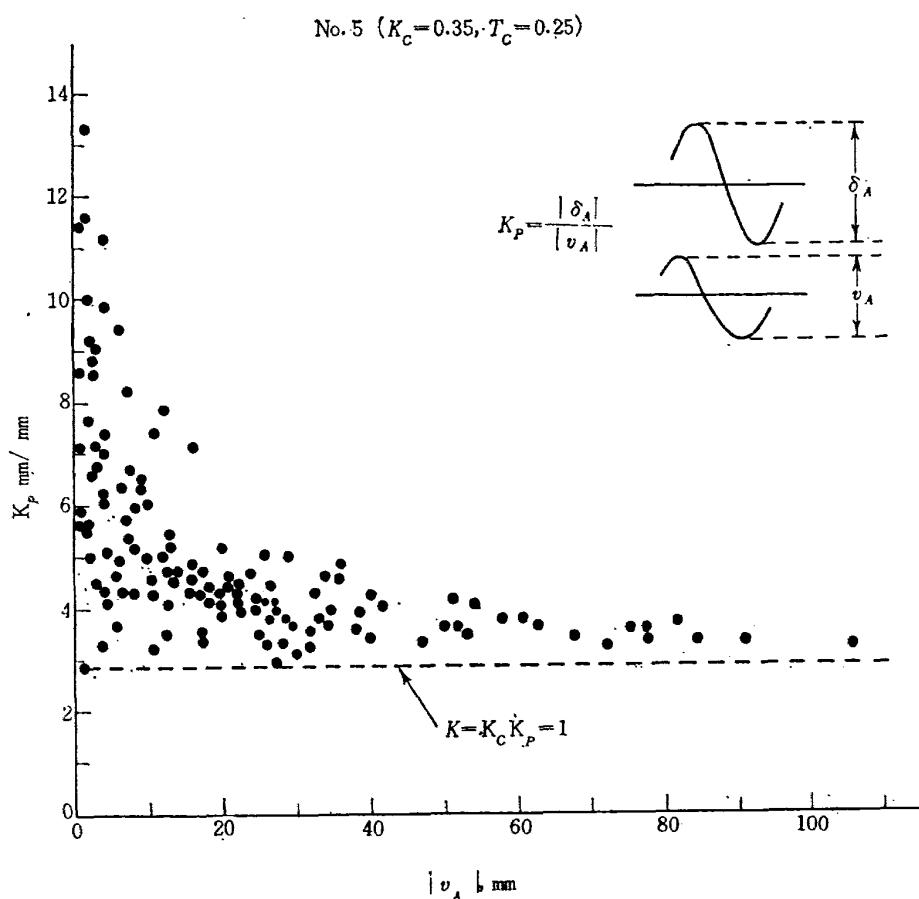
(3) 第7図の実験記録からも明らかなように、操縦者は比例操作を意図して制御を行なっている。被制御系不安度が小さい場合($T_c > 0.5$ の場合)を除けば、操縦者が比例操作を意図しない限り、制御はほとんど不可能であることも実験中に確認された。したがって、静的不安定系を制御する場合の人間の伝達関数は、不安定度の小さい場合を除いて次式で代表される。

$$Y_{PL}(s) = K_P \cdot \frac{e^{-\tau s}}{1 + T_N \cdot s} \quad (3-5)$$

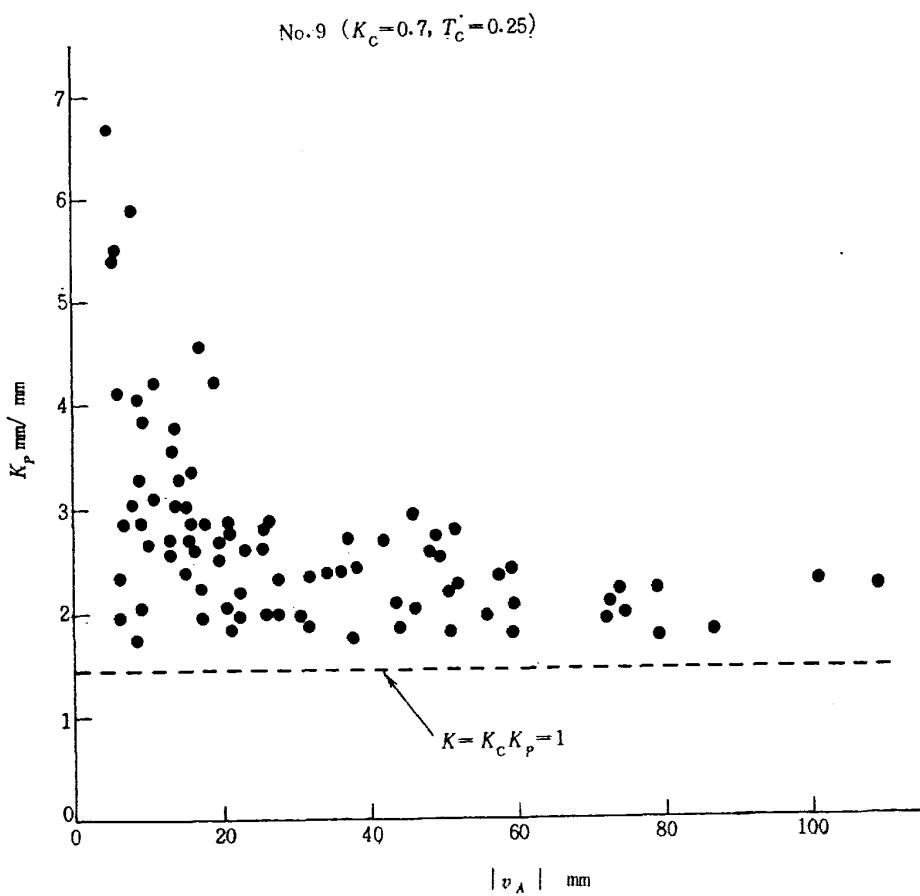
(4) 操縦者は(3-5)式に示した伝達関数形をとるが、人間の特性から考えても $K_P \cdot \tau \cdot T_N$ を一定値に保つことは不可能で、ある程度の変動は避けられない。実験中の操縦者のゲイン K_P の変動の測定結果を第8図に示す。ゲイン測定は同図に示したように、入出力の対応する波形の振幅比によって求めた。

入力 $v(t)$ の振幅の絶対値 $|v_A|$ の小さい場合には、操縦者は十分な精度でゲインを一定値に保つことができず、したがってゲインの分散の範囲が広くなる。入力振幅の大きい場合には、操縦者の精度は向上しゲイン分散の範囲も狭くなる。一例として、実験番号5($K_c = 0.35$, $T_c = 0.25$)について測定した操縦者ゲイン K_P の分散の範囲はつぎのようになった(かっこ内は閉回路一巡ゲイン K について換算した値)。

$$\left. \begin{array}{l} |v_A| > 60 \text{ mm の場合には,} \\ 3.7 > K_P > 3.2 \quad (1.30 > K > 1.12) \\ |v_A| > 40 \text{ mm の場合には,} \\ 4.2 > K_P > 3.2 \quad (1.47 > K > 1.12) \\ |v_A| > 20 \text{ mm の場合には,} \\ 5.0 > K_P > 2.9 \quad (1.75 > K > 1.02) \\ |v_A| > 10 \text{ mm の場合には,} \\ 7.9 > K_P > 2.9 \quad (2.77 > K > 1.02) \end{array} \right\} \quad (3-6)$$



第8図 (a) ゲイン測定図



第8図 (b) ゲイン測定図

一方、被制御系のゲイン K_c が K_P の分散におよぼす影響を調べる目的で、 $T_c=0.25 \text{ sec}$ の場合について行なった実験結果は、 $|v_A| > 60 \text{ mm}$ の範囲においては、

$$\left. \begin{array}{l} K_c=0.70 \text{ の場合には,} \\ 2.25 > K_P > 1.74 \quad (1.58 > K > 1.22) \\ K_c=0.35 \text{ の場合には,} \\ 3.7 > K_P > 3.2 \quad (1.30 > K > 1.12) \\ K_c=0.175 \text{ の場合には,} \\ \text{制御不可能} \end{array} \right\} \quad (3-7)$$

(3-7) 式および第 8 図 (a) (b) の比較から明らかなように、 K_c の値が最適ゲインである場合には操縦者ゲインの変動がもっとも小さい。それゆえ、最適ゲインは操縦者のゲイン変動を最小値に押さえうるような被制御系ゲインであるとも定義できよう。

以上は被制御系の不安定度が限界値の場合 ($T_c=0.25$) についての結果であるが、不安定度が小さい場合には、操縦者は比較的緊張度の低い状態で制御することが可能であり、したがってゲイン K_P の分散も大きな値を示す。一例として、 $K_c=0.40$, $T_c=0.286$ の場合には、 $4.3 > K_P > 2.8$ ($1.72 > K > 1.12$) であった。

(5) 反応時間遅れ τ および神経筋肉系のラグ T_N は今回の実験結果から直接求められないので、つぎに示すような間接的な方法で推定した。

まず、被制御系の応答 $v(t)$ と操縦 $\delta(t)$ のピークの時間的なずれ Δt を測定する。一般に Δt と τ および T_N の関係は、(3-8) 式で与えられる。

$$\Delta t = \tau + \frac{\tan^{-1}(2\pi f_c \cdot T_c)}{2\pi f_c} \quad (3-8)$$

f_c : 制御振動数

Δt の測定結果を第 3 表に示す。平均値および分散は、

$$\left. \begin{array}{l} m[\Delta t] = 0.168 \text{ sec} \\ \sigma[\Delta t] = 0.041 \text{ sec} \end{array} \right\} \quad (3-9)$$

第 3 表 Δt 測定 値

Δt sec	個 数	Δt sec	個 数	Δt sec	個 数
< 0.076	0	0.140~0.156	3	0.220~0.236	2
0.076~0.092	1	0.156~0.172	6	0.236~0.252	0
0.092~0.108	2	0.172~0.188	3	0.252~0.268	1
0.108~0.124	2	0.188~0.204	2	0.268 <	0
0.124~0.140	5	0.204~0.220	6		

不安定系制御の場合には、制御振動数を操縦者が自由に変えるのは困難であり、したがって (3-8)

式によって τ および T_N を求めるのは不可能である。また既存の文献にも適當な資料はない。しかしながら、 τ と T_N はおおよそ同程度の値であり、かつ、相互の間に相関がないとする仮定には、大きな誤りがないと考えられるので、第7図の記録から認められる制御振動数 $f_c \approx 0.4 \text{ c/s}$ を用いれば、(3-8) 式によってつぎの値が得られる。

$$\left. \begin{array}{l} m[\tau] \doteq m[T_N] \doteq 0.085 \text{ sec} \\ \sigma[\tau] \doteq \sigma[T_N] \doteq 0.029 \text{ sec} \end{array} \right\} \quad (3-10)$$

(3-10) 式で示される値は、従来の種々の実験で得られた値よりはるかに小さい値である。この理由は、今回の実験は、人間の制御能力の限界を求めるという厳しい要求のもとで行なわれたことおよび良好な環境条件のもとにおける比較的短時間の実験値であるという二つの原因によると思われる。

(6) 比例操作以外の制御方法が可能であるか否かを検討するために、操縦者は実験中に各種操作を行なった。

微分操作を主体として時折比例操作を混えることにより、被制御系の不安定度の小さい場合には制御が可能である。しかしながら、微分操作に伴う判断時間の増大と、ゲインの分散の増加が障害となって不安定度の大きい場合 ($T_c < 0.50 \text{ sec}$) には制御不可能となる。

積分操作あるいはそれに近い制御方法は困難で、いかなる場合にも系を制御することは不可能であった。積分操作を実行するためには、人間への入力の時間履歴をある程度記憶する必要があるが、かかる行為を精度良く短時間に行なうことが不可能であるためと考えられる。

人間の伝達関数形にリード項を導入することは付録. 2 に論じたように困難と考えられるが、実験においても不成功に終った。

(7) 本実験は良好な環境条件のもとで、もっとも制御しやすいような装置を用いて行なったものである。本実験の結果は、一般の問題にも適用できるものであるが、実地の問題を取り扱う場合には環境条件・装置・その他の付帯条件を考慮して再検討する必要がある。

4. 理論と実験の比較

理論解析およびシミュレーター実験のそれぞれの結論から明らかのように、両者は定性的にはおよそ一致した結果を与える。両者の結論を定量的にも比較検討するために、実験で求められた値を理論解析結果（第4図）に適用して制御可能の限界を求めてみる。

4.1 検討例

被制御系の特性が次式で与えられる場合について検討する。

$$K_c = 0.35, \quad T_c = 0.25 \text{ sec} \quad (4-1)$$

この場合に相当するシミュレーター実験から得られた人間の特性は次式で示される ((3-6)・(3-

10) 式参照)。

$$\left. \begin{array}{l} |v_A| > 60 \text{ mm の領域については,} \\ 1.30 > K > 1.12 \\ m[\tau] = m[T_N] = 0.085 \text{ sec} \\ \sigma[\tau] = \sigma[T_N] = 0.029 \text{ sec} \end{array} \right\} \quad (4-2)$$

(1) τ および T_N の分散を考慮しない場合には,

$$\varphi = \frac{\tau}{T_c} = 0.34, \quad n = \frac{T_N}{T_c} = 0.34$$

第4図にこの値をそう入すれば、系の発散を抑え安定に制御するためのゲイン変動の許容範囲として、つぎの値が得られる。

$$2.3 > K > 1$$

この値は (4-2) 式に示したゲイン変動の実測値より十分広い範囲を示し、系を安定に制御しうることを意味している。

(2) τ および T_N の分散を考慮に入れて検討する場合には、これらの値の変動範囲が問題となる。実用上の変動範囲として次式を仮定した場合について検討する。

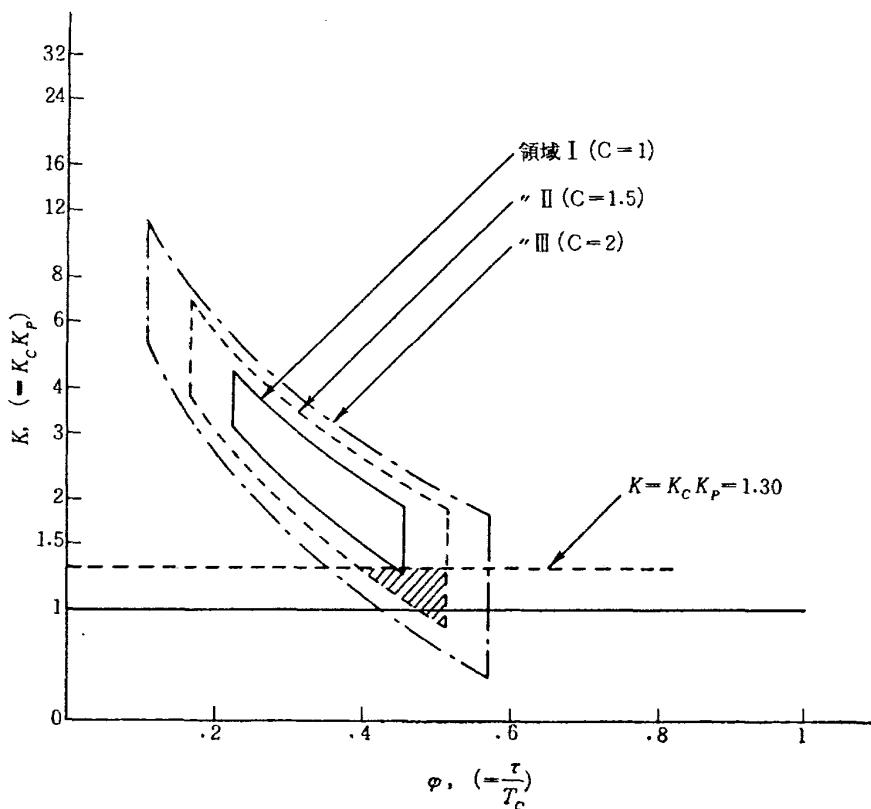
$$\left. \begin{array}{l} m[\tau] + C \cdot \sigma[\tau] > \tau > m[\tau] - C \cdot \sigma[\tau] \\ m[T_N] + C \cdot \sigma[T_N] > T_N > m[T_N] - C \cdot \sigma[T_N] \end{array} \right\} \quad (4-3)$$

(4-2) 式の値を入れれば、

$$\left. \begin{array}{l} C=1 \text{ の場合には,} \\ 0.456 > \varphi \left(= \frac{\tau}{T_c} \right) > 0.224 \\ 0.456 > n \left(= \frac{T_N}{T_c} \right) > 0.224 \\ \\ C=1.5 \text{ の場合には,} \\ 0.516 > \varphi > 0.166 \\ 0.516 > n > 0.166 \\ \\ C=2.0 \text{ の場合には,} \\ 0.572 > \varphi > 0.108 \\ 0.572 > n > 0.108 \end{array} \right\}$$

第9図に理論解析で求めた制御可能限界(第4図)にこの変動範囲を記入して示す。

$C=1$ の場合には、制御に関してもっとも厳しい条件を与える第9図領域Iの最下方の点Aにおいては、系を安定に制御するためのゲイン変動の許容範囲として、つぎの値が得られる。



第9図 制御限界図

$$1.25 > K > 1$$

この値は(4-2)式に示したゲイン変動の実測最大値($K=1.30$)より小さく、したがって、A点の近傍の状態においては系を安定に制御することが不可能であることを示す。しかしながら、A点の近傍で示されるような状態が生じる確率はきわめて小さく、 φ とnの変動範囲をあらわす第9図の領域Iの大部分(98%以上)においては、系を安定に制御するためのゲイン変動の許容範囲は(4-2)式に示したゲイン変動の実測範囲より広いので、この場合は全体として系を安定に制御することが可能であると考えられる。

$C=1.5$ の場合には φ とnの変動範囲は領域IIによって示される。この場合には、変動範囲の約13%にあたる斜線で囲まれた部分については、系を安定に制御するためのゲイン変動の許容範囲の上限が1.30以下となり、系の制御は不可能であり、全体として制御可能か否かを定めるのは困難である。

$C=2$ の場合には、 φ とnの変動範囲(領域III)の約20%にあたる部分において系の制御は不可能であり、全体としても制御不可能と考えられる。

4.2 比較

第2表に示したように、実験は被制御系の特性が(4-1)式で示される場合に操縦者が制御することのできる限界を示した。

前節に示したように、 τ および T_N の散らばりを小さく仮定した場合($C=1$ の場合)には系を

安定に制御でき、その散らばりを大きく仮定した場合 ($C=2$ の場合) には制御不可能という結果を示したこととは、理論と実験結果がおおよそ一致したことを意味し。解析方法の妥当性を確かめることができたといえる。

しかしながら、この結果は資料の不足、とくに $\tau \cdot T_N \cdot K_P$ の散らばり（確率密度分布）および相互の相関が不明であるために (4-3) 式その他の仮定を導入して行なわれたものであり、したがって不完全なものである。さらに検討をすすめるためには、人間の非線形・非定常特性を考慮に入れて $\tau \cdot T_N \cdot K_P$ の散らばりおよび相関について実験資料を集めが必要がある。

5. む　す　び

この報告は、人間が一次の静的不安定系を制御する場合を例にとって理論解析および実験を行ない、人間による不安定系制御の問題の解析方法を検討し、あわせて人間の静的不安定系制御の能力の限界を求めたものである。結論を要約すれば、

(1) 静的不安定系の発散を抑え安定に制御するという目的に対しては、人間は比例操作を意図して制御を行なうのが最善の方法である。この場合の人間の伝達関数は、人間に固有の調整不可能な項を考えに入れて次式であらわされる。

$$Y_P(s) = K_P \cdot \frac{e^{-\tau s}}{1 + T_N \cdot s}$$

(2) 人間が安定に制御し得る静的不安定系の限界を与える計算法（第1表・第4図）を導くことができた。

(3) 人間が比例操作を意図して制御を行なう場合にも、伝達関数の要素 $K_P \cdot \tau \cdot T_N$ を一定値に保つことは不可能である程度の変動は避けられず、このことが人間の不安定系制御の能力に大きな影響をもつことが判った。

(4) 被制御系として一次の静的不安定系、指示装置としてブラウン管、操縦装置として操縦桿を用いたシミュレーター実験においては、操縦者は発散の倍増時間 $T_2 > 0.173 \text{ sec}$ の範囲の不安定系の制御が可能であった。

(5) 理論解析とシミュレーター実験結果はおおよそ一致し、この報告に示した解析方法の妥当性を確かめることができた。

終りにのぞみ、シミュレーターの実験について種々ご配慮いただいた東京大学工学部航空学科鷲津教授はじめ関係の方々に感謝の意を表します。また、シミュレーター実験は、当部岡遠一技官の協力によって行なったことを付記する。

付 錄. 1 解析方法

(2-4) 式で示される人間の伝達関数 $Y_{PL}(s)$ は $e^{-\tau s}$ という項を含むので、特性方程式 (2-5) 式の根の性質を検討するためにナイキストの方法を拡張した手法にしたがって解析をすすめた。

$Y_{PL}(s)=K_P \cdot e^{-\tau s} / (1+T_N \cdot s)$ の場合を例にとって解析方法を示す。

まず、特性方程式をつぎのように書きかえる。

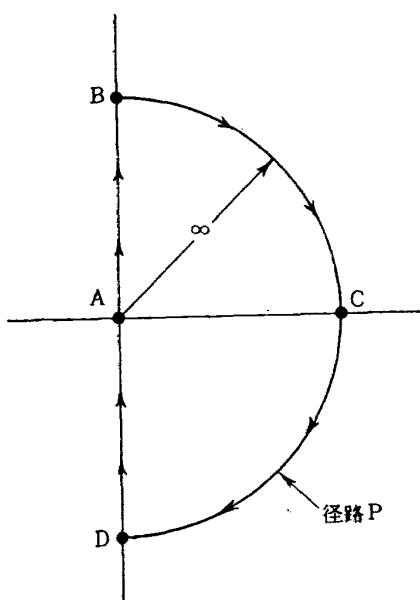
$$\left. \begin{aligned} G(s) &= g_1(s) \cdot g_2(s) \\ \text{ただし,} \\ g_1(s) &= \frac{K}{(1-T_C \cdot s)(1+T_N \cdot s)} \\ g_2(s) &= f_1(s) - f_2(s) \\ f_1(s) &= \frac{1}{K} (1-T_C \cdot s)(1+T_N \cdot s) \\ f_2(s) &= e^{-\tau s} \\ K &= K_C K_P \end{aligned} \right\} \quad (A-1)$$

特性方程式の根の性質を (2-5) 式について調べるかわりに、(A-1) 式の $g_1(s)$ および $g_2(s)$ について検討する。 $g_1(s)=0$ が根を持たないことは明らかである。 $g_2(s)=0$ の根の性質をナイキストの方法を拡張した手法によって検討する。

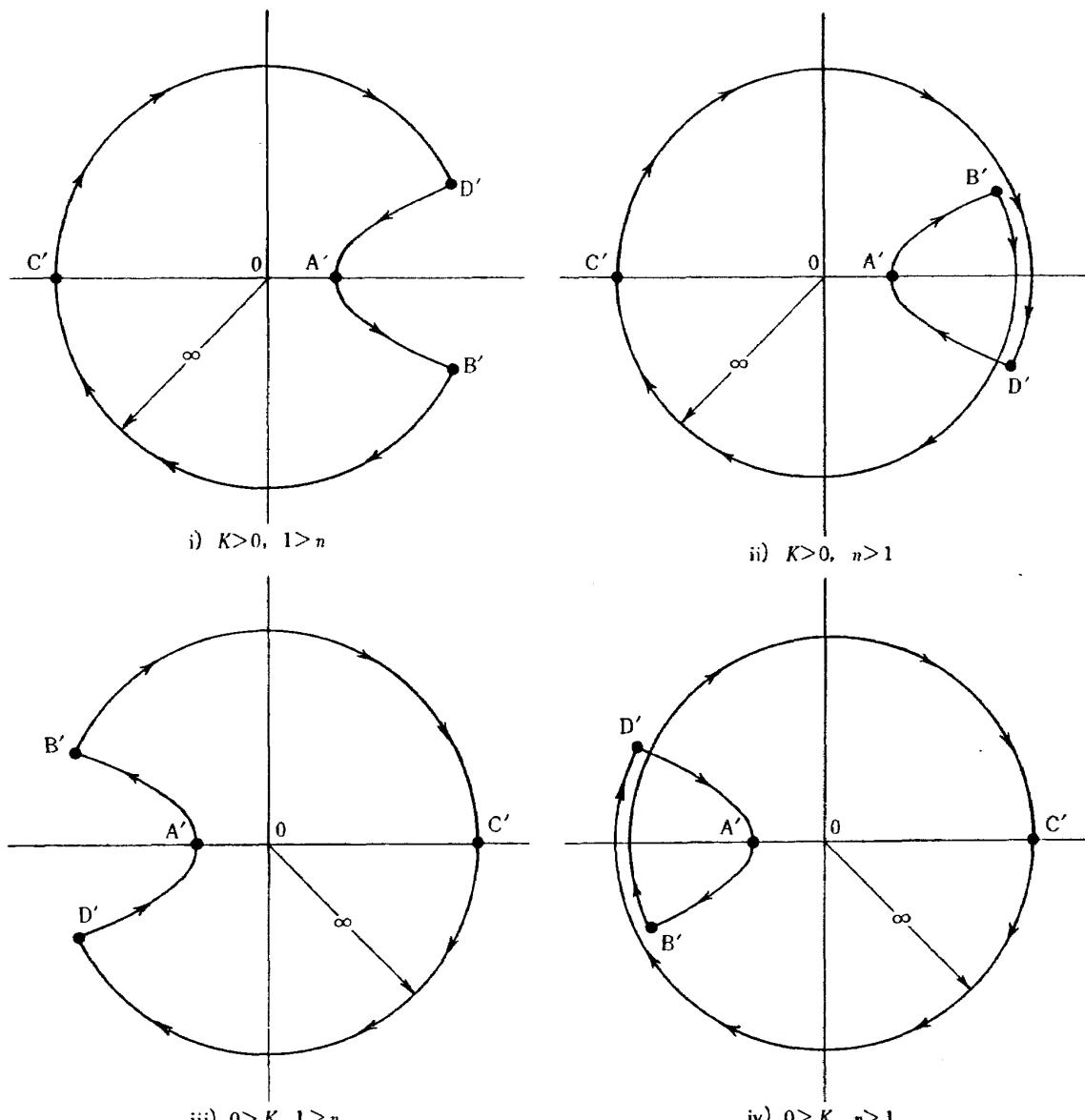
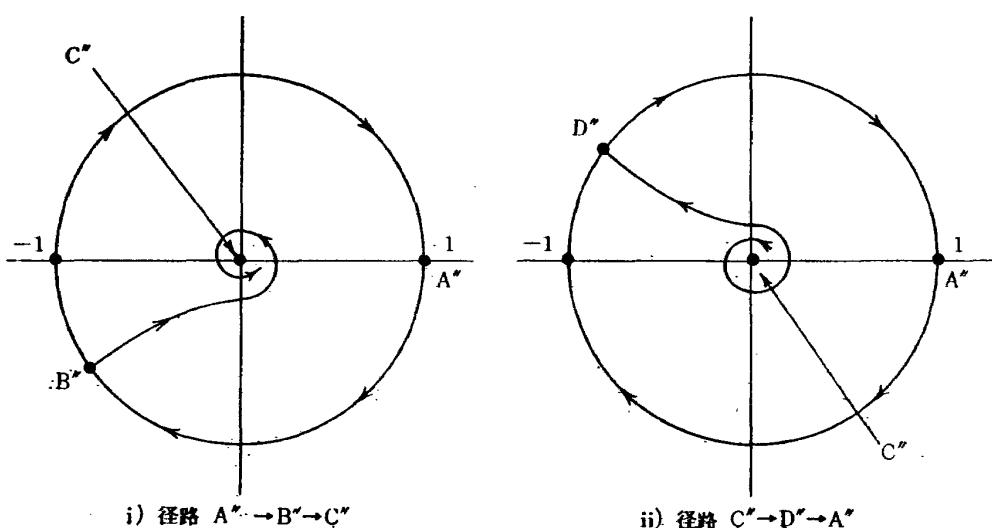
複素変数 s が A-1 図に示したように、複素平面の右半面をその内部に含むような径路 P に沿って時計方向に一周する場合を考える。このときに (A-1) 式の関数 $f_1(s)$ および $f_2(s)$ が複素平面上

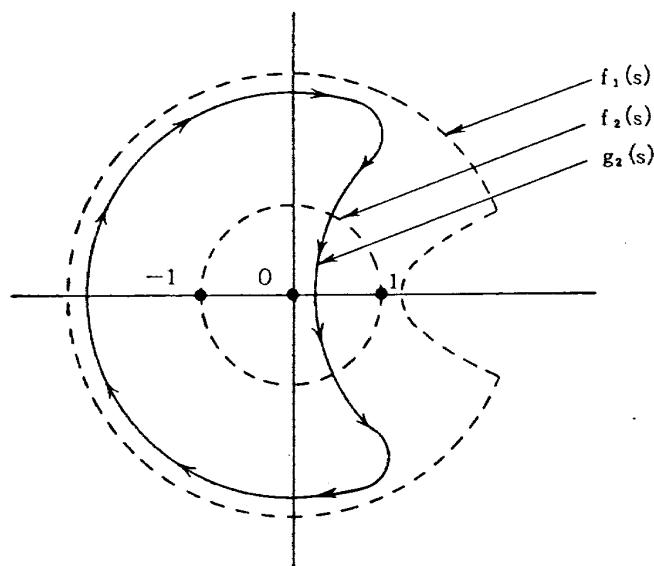
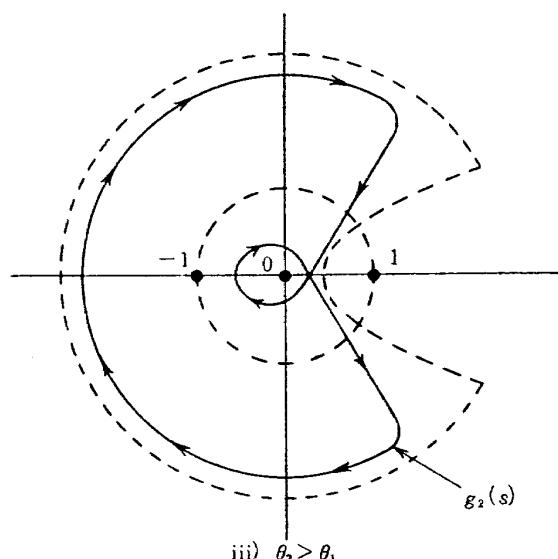
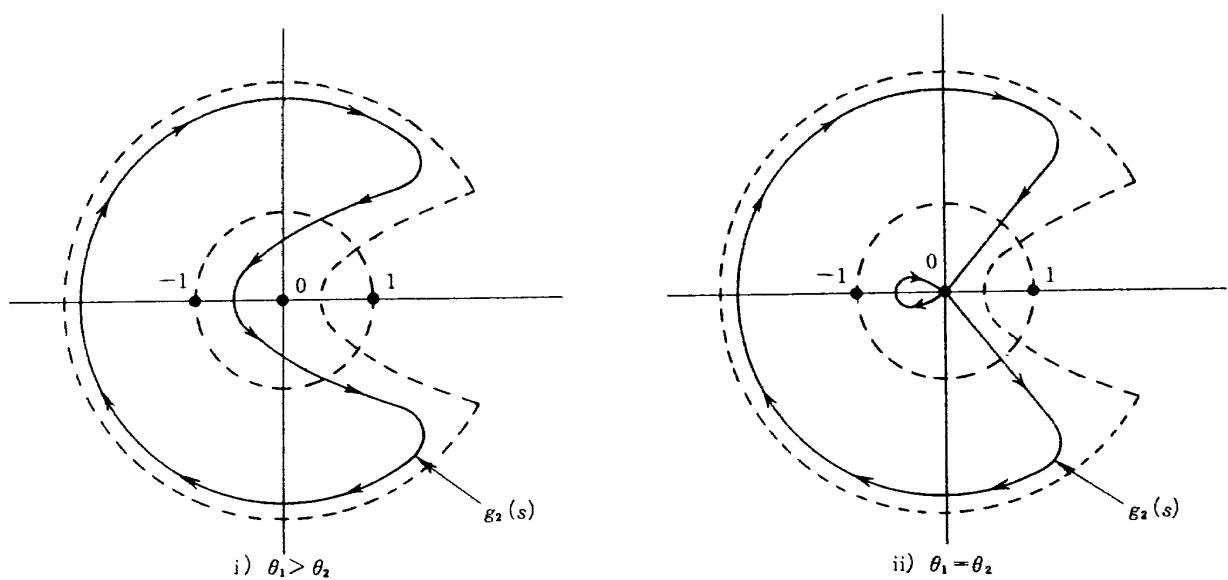
上に画く径路を A-2 図および A-3 図に示す。図中の $A' \sim D'$ 点および $A'' \sim D''$ 点は、それぞれ s の径路 P 上の $A \sim D$ 点における関数の値を示す。 $f_1(s)$ の径路は図示したように抛物線と半径 ∞ の円弧からなる。 $f_2(s)$ の径路は、 s が径路 P 上の $A \sim B$ 点間を移る間に半径 1 の単位円周上を $(1, 0)$ 点から時計方向に無限回回転して B'' 点にいたり、径路 P 上の $B \sim C$ 点間を移る間に反時計方向に無限回回転しながら原点 C'' 点に近づく。さらに径路 P 上の $C \sim D$ 点間を移る間に反時計方向に無限回回転しながら半径を増して単位円周上の D'' 点に近づき、径路 P 上の $D \sim A$ 点間を移る間に単位円周上を時計方向に無限回回転して $(1, 0)$ 点に戻る。

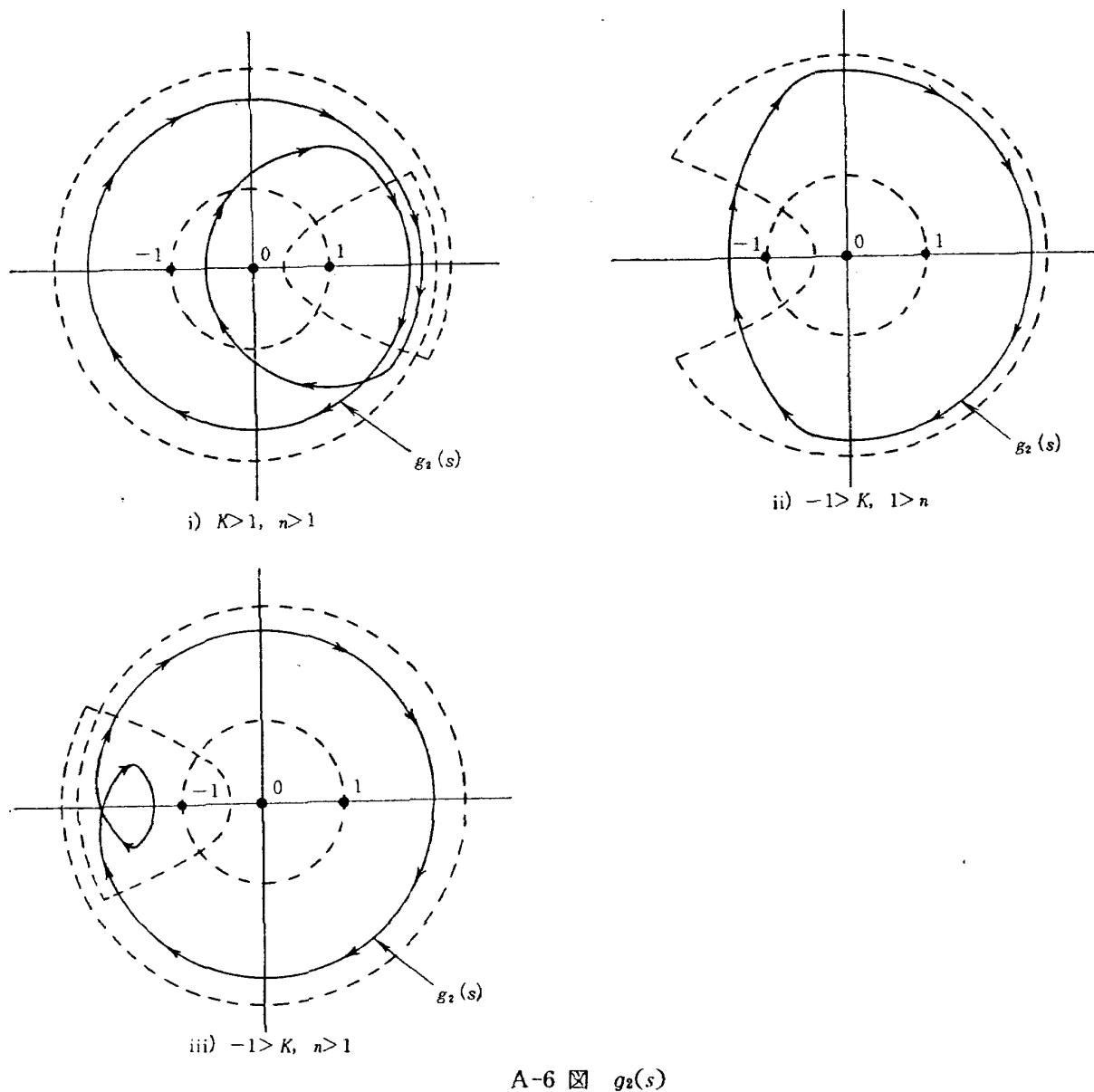
$g_2(s)$ の径路は、 $f_1(s)$ および $f_2(s)$ の径路を比較することによって容易に求められる。結果を A-4 図ないし A-6 図に



A-1 図 s 平面

A-2 図 $f_1(s)$ 平面A-3 図 $f_2(s)$ 平面

A-4 図 $g_2(s)$, ($1 > K > -1$ の場合)A-5 図 $g_2(s)$, ($K > 1, 1 > n$)



示す。

$1 > K > -1$ の場合 (A-4 図) においては, $f_2(s)$ の径路は $f_1(s)$ の径路内に完全に含まれ, したがって, $g_2(s)$ の径路は $f_1(s)$ の径路と同様に原点のまわりを時計方向に一回転する。

$K > 1, T_c > T_N$ の場合 (A-5 図) においては, $f_1(s)$ と $f_2(s)$ の径路は交わる。 $f_1(s)$ と原点に中心をもつ半径 $R=1$ の単位円周との交点における s の値 s_1 , および交点の極座標 $e^{i\theta_1}$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= \pm i \frac{1}{T_c} \rho_1 \\ \theta_1 &= \cos^{-1} \left[\frac{1}{K} (1 + n \cdot \rho_1^2) \right] \end{aligned} \right\} \quad (A-2)$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 &= \frac{1}{\sqrt{2} \cdot n} [- (1 + n^2) + \{(1 + n^2)^2 - 4n^2(1 - K^2)\}^{1/2}]^{1/2} \\ n &= \frac{T_N}{T_C} \end{aligned} \right\}$$

$s=s_1$ における $f_2(s)$ の値の極座標表示 $e^{i\theta_2}$ は次式であらわされる。

$$\left. \begin{aligned} \theta_2 &= \varphi \cdot \rho_1 \\ \text{ただし,} \\ \varphi &= \frac{\tau}{T_C} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-3})$$

$g_2(s)$ の径路は、 θ_1 と θ_2 の大小によって違った形をとる。A-5 図にそれぞれの場合について $g_2(s)$ の径路を示した。 $\theta_1 > \theta_2$ の場合には $g_2(s)$ の径路は内部に原点を含まない。 $\theta_2 > \theta_1$ の場合には $g_2(s)$ の径路は原点のまわりを時計方向に 2 回転する。さらに図示しなかったが、 $2n\pi + \theta_1 > \theta_2 > 2(n-1)\pi + \theta_1$ (ただし、 $n=1, 2, 3, \dots$) の場合には、 $g_2(s)$ の径路は原点のまわりを時計方向に $2n$ 回回転する。

$K > 1$, $T_N > T_C$ の場合、および $-1 > K$ の場合にも $f_1(s)$ と $f_2(s)$ の径路は交わるが、これらの場合について $g_2(s)$ の径路を A-6 図に示した。いずれの場合についても、 $g_2(s)$ の径路は原点のまわりを時計方向に少なくとも 1 回は回転する。

ナイキストの定理によれば、 $g_2(s)=0$ の根が正の実数部を持たない条件は、 s が A-1 図の径路 P に沿って 1 周する場合に $g_2(s)$ の径路が原点のまわりを時計方向に回転しないことである。この条件に適合するのは、A-5 図 i) の場合のみである。

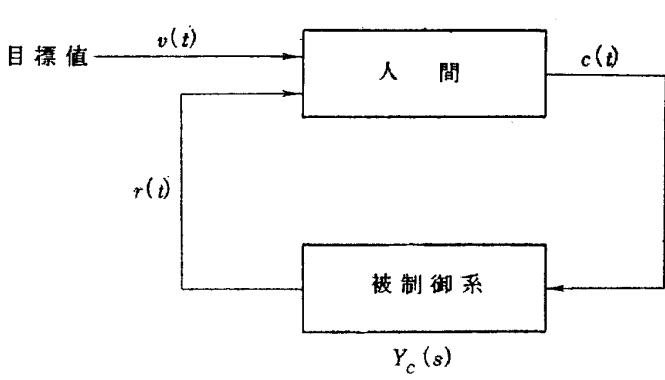
したがって、 $Y_{PL}(s) = K_P \cdot e^{-rs} / (1 + T_N \cdot s)$ の場合に系の発散を押さえ安定に制御できるための条件は、(A-2)・(A-3) 式および $\theta_1 > \theta_2$ の条件からつぎのように示される。

$$\left. \begin{aligned} K &> 1, \quad 1 > n, \quad \theta_1 > \theta_2 \\ \text{ただし} \\ \pi &> \theta_1 = \cos^{-1} \left[\frac{1}{K} (1 + n \cdot \rho_1^2) \right] > 0. \\ \theta_2 &= \varphi \cdot \rho_1, \\ \rho_1 &= \frac{1}{\sqrt{2} \cdot n} [- (1 + n^2) + \{(1 + n^2)^2 - 4n^2(1 - K^2)\}^{1/2}]^{1/2}, \\ K &= K_C \cdot K_P, \\ \varphi &= \frac{\tau}{T_C}, \\ n &= \frac{T_N}{T_C} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-4})$$

$Y_{PL}(s)$ が $K_P \cdot s \cdot e^{-\tau s} / s(1 + T_N \cdot s)$ の場合、および $K_P \cdot 1 / s \cdot e^{-\tau s} / (1 + T_N \cdot s)$ の場合についても同様な方法で検討した。いずれの場合においても、特性方程式は正の実数部を有する根を少なくとも 1 個を持ち、かかる伝達関数による制御が不可能であることが判った。

付 錄. 2 訓 練 の 効 果

人間による制御の問題における訓練とそれに伴う予測の効果について、B-1 図に示す簡単な制御系を例にとって検討する。被制御系および目標値の特性は (B-1) 式で示されるとする。



B-1 図 制 御 系

$$\left. \begin{aligned} Y_C(s) &= \frac{K_C}{1 + T_C s} \\ v(t) &= 1(t - t_0) \end{aligned} \right\} \quad (B-1)$$

ただし、 t_0 : 定数 (確率変数)

制御の目的は、目標値 $v(t)$ に被制御系の応答 $r(t)$ を一致させることとする。

(1) まず操縦者は適当な試行、たとえばステップ操作 $c_1(t) = 1(t)$ を繰返し試み、系

の応答 $r_1(t)$ を観察する。

$$r_1(t) = K_C \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{t}{T_C} \right) \right\} \cdot 1(t)$$

それによって被制御系の特性 (ゲイン K_C 、および過渡特性) に習熟する。

(2) はじめて目標値追従を行なう場合には、操縦者は試行から得た知識にしたがってステップ操作 $c_2(t)$ によって制御すると考えられる。この場合、人間に固有の反応時間遅れ・神経筋肉系のラグ項を無視すれば、

$$\left. \begin{aligned} c_2(t) &= K_P \cdot 1(t - t_0) \\ \varepsilon_2(t) &= v(t) - r_2(t) \\ &= \left[1 - K_C K_P \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{t - t_0}{T_C} \right) \right\} \right] \cdot 1(t - t_0) \end{aligned} \right\} \quad (B-2)$$

(3) 実験を繰返すにしたがって操縦者は次第に制御に上達し、(B-2) 式のゲイン K_P を最適値に近づけて行く。最適値に設定した場合には次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} c_3(t) &= -\frac{1}{K_C} \cdot 1(t - t_0) \\ \varepsilon_3(t) &= \exp \left(-\frac{t - t_0}{T_C} \right) \cdot 1(t - t_0) \end{aligned} \right\} \quad (B-3)$$

(4) さらに追従性を向上させるために、操縦者は応答 $r(t)$ の立ち上りの傾斜を大きくするよ

うに操作する。かかる操作の一例は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} c_4(t) &= -\frac{1}{K_c} \{ (1+\alpha) \cdot \mathbf{1}(t-t_0) - \alpha \cdot \mathbf{1}(t-t') \} \\ \epsilon_4(t) &= \alpha \{ -1(t-t_0) + 1(t-t') \} \\ &\quad + (1+\alpha) \cdot \exp\left(-\frac{t-t_0}{T_c}\right) \cdot \mathbf{1}(t-t_0) - \alpha \cdot \exp\left(-\frac{t-t'}{T_c}\right) \cdot \mathbf{1}(t-t') \end{aligned} \right\} \quad (B-4)$$

上記 (2)～(4) における操作 $c(t)$ および誤差 $\epsilon(t)$ を B-2 図に示す。訓練の効果としてつぎの二点が考えられる。

一つは (2) と (3) の違いであり、操縦者がそのゲイン K_P を適当に調整する能力を習得するという効果である。

二番目のものは (3) と (4) の比較から認めるもので、経験の積み重ねによって操縦者は目標値の変化、および被制御系の応答を予測し、制御の目的に適合するような特殊の操作を導入することである。

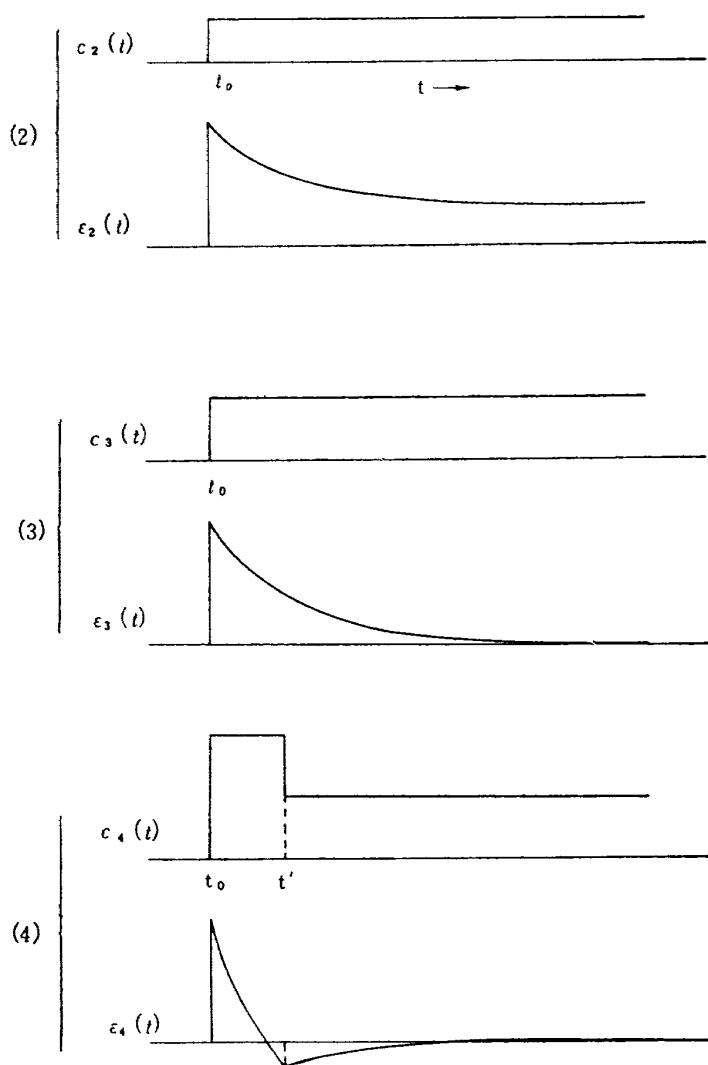
$c_3(t)$ と $c_4(t)$ を比較するために、それぞれのラプラス変換の比をとれば、

$$\left. \begin{aligned} Y'(s) &= \frac{C_4(s)}{C_3(s)} = (1+\alpha) - \alpha e^{-(t_0-t')s} \\ &\doteq 1 + \alpha(t'-t_0)s \end{aligned} \right\} \quad (B-5)$$

$Y'(s)$ は操縦者が (3) から (4) の段階に進むときに導入する伝達関数であり、(B-5) 式から明らかなようにリード項である。

上に述べた例で示したように、被制御系・目標値の特性が簡単な場合には訓練の効果（調整能力の向上、および予測による特殊な伝達関数形の導入）が期待できる。

つぎに静的不安定系を制御する場合について考える。制御の目的は系の発散を抑え安定に制御することであり、したがって被制御系の応答速度 $r(t)$ を 0 に保つように制御すればよい。 $r(t)$ は $c(t)$ および $r(t)$ の現在値にのみ依存するので、この目的に対して訓練・予測によってリード項のような特殊な伝達関数形を導入することは不適当である。それゆえ、この場合における訓練の効果



B-2 図 目標値追従特性

は、それによって伝達関数のゲイン K_P を最適値に一定に保つ能力を向上させるという点においてのみ認められる。

付 錄. 3 制 御 振 動 数

制御振動数は、人間が系を安定に制御している場合に系の応答に含まれる振動数であり、これは人間の操作に含まれる振動数とも一致する。

人間が伝達関数 $K_P e^{-rs}/(1+T_N s)$ によって制御している場合に、ゲイン K_P が制御可能の限界値であれば、制御振動数 ω_C は付録. 1 に示した s_1 とつぎの関係にあることは明らかである。

$$s_1 = i \omega_C$$

したがって、(A-2) 式により、

$$\omega_C = \frac{\rho_1}{T_G} \quad (\text{C-1})$$

K_P が制御可能の下限 ($K_P=1/K_C$) の場合には、 ω_C は 0 となり、 K_P が増すにつれて大きくなり、上限に達した場合に最大値となる。

実際に系を制御する場合には、人間の制御に関する非線形・非定常特性の影響によって、応答には種々の振動数成分が含まれる。しかしながら、応答の主要成分は (C-1) 式の ω_C ($=2\pi f_C$) によって代表される。

参 考 文 献

- (1) McRuer, D. T., Krendel, E. S.: The Human Operator as a Servo System Element, Jour. of the Franklin Inst., Vol. 5 & 6, 1959.
- (2) Epple, R. G. E.: The Human Pilot, BU AER Report AE-61-4 (3), 1954.
- (3) Ashkenas, I. L., McRuer, D. T.: A Theory of Handling Qualities Derived from Pilot-Vehicle System Considerations, IAS Paper No. 62-39, 1962.
- (4) Tien, H. S.: Engineering Cybernetics, pp. 94~100, McGraw Hill, N. Y., 1954.

1963年9月 24ページ

人間が一次の静的不安定系を制御する場合について、理論解析と実験を行なった。人間が比例操作を意図して制御するのが最善の方法であることを明らかにし、その場合に制御しうる不安定度の限界を求めた。さらに、人間の特性の時間的変動が制御能力におよぼす影響を明らかにした。

1963年9月 24ページ

人間が一次の静的不安定系を制御する場合について、理論解析と実験を行なった。人間が比例操作を意図して制御するのが最善の方法であることを明らかにし、その場合に制御しうる不安定度の限界を求めた。さらに、人間の特性の時間的変動が制御能力におよぼす影響を明らかにした。

1963年9月 24ページ

人間が一次の静的不安定系を制御する場合について、理論解析と実験を行なった。人間が比例操作を意図して制御するのが最善の方法であることを明らかにし、その場合に制御しうる不安定度の限界を求めた。さらに、人間の特性の時間的変動が制御能力におよぼす影響を明らかにした。

1963年9月 24ページ

人間が一次の静的不安定系を制御する場合について、理論解析と実験を行なった。人間が比例操作を意図して制御するのが最善の方法であることを明らかにし、その場合に制御しうる不安定度の限界を求めた。さらに、人間の特性の時間的変動が制御能力におよぼす影響を明らかにした。

TR-36	衝撃波風洞による表面熱伝達の実験 Studies of Surface Heat Transfer Using a Hypersonic Shock Tunnel	1963年1月 和田 勇, 松崎利一
TR-37	Studies of the Flow in a Low Pressure Hypersonic Shock Tunnel Using an Electron-Beam Densitometer	January 1963 Isamu Wada
TR-38	鋳鉄のような脆性材料からなる円板の 回転強度 Strength of Rotating Discs of Brittle Material like Cast Iron	1963年2月 佐藤和郎, 永井文雄
TR-39	高負荷燃焼器の研究(第1報) —その性能におよぼす各種因子の 影響の定性的考察— A Study of High Intensity Combustor (I) -Its Qualitative Analysis-	1963年2月 大塚貞吉, 鈴木邦男
TR-40	胴体内圧繰返し荷重試験装置について Repeated Load Testing Facility for Full- Scale Aircraft Fuselage Structures	1963年2月 竹内和之, 川島矩郎 野原利雄
TR-41	輻射熱量計の較正 Calibration of Radiometer	1963年2月 竹中幸彦, 江川幸一 小川鉱一
TR-42	非定常境界層の相似解とその安定 A Similar Solution of Unsteady Laminar Boundary Layer and Its Stability Characteristics	1963年7月 小橋安次郎・恩地瑛
TR-43	超音速における操縦面の効きについて On the Effectiveness of Control Surfaces in Supersonic Flow	1963年2月 河崎俊夫
TR-44	高速翼列の実験について (流入角の大きい減速翼列の予備実験) Some Notes about the Effect of Tunnel Configuration and Testing Technique on Compressor Cascade Performance	1963年2月 近藤博・蓑田光弘 坂口一・山崎紀雄
TR-45	固有値問題($\sum \lambda^k A_k$) $x=0$ の数値解法 A Numerical Method for the Eigenvalue Problem ($\sum \lambda^k A_k$) $x=0$	1963年4月 戸川隼人
TR-46	翼の固有振動数に関する一解析法 On the Vibration Analysis of Aircraft Wings	1963年6月 川井忠彦・泉日出夫 戸川隼人・林洋一
TR-47	鋳鉄円板の回転破壊におけるコリオリの 力の影響 Influence of Coriolis' Force on the Burst of Rotating Disc of Cast Iron	1963年8月 佐藤和郎・永井文雄
TR-48	曲面に沿う境界層 Effects of Surface Curvature on Laminar Boundary-Layer Flow	1963年8月 林二誠
TR-49	高速軸流圧縮機の研究(III) An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (III)	1963年9月 松木正勝・宮地敏雄 大山耕一・吉田晃 西脇英夫・岩部柱相
TR-50	境界収縮法による偏微分方程式の境界値問 題の数値解法 Numerical Method for Boundary Value Problems of Partial Differential Equa- tions by Boundary Contraction	1963年9月 樋口一雄・能美力

航空宇宙技術研究所報告51号

昭和38年9月発行

発行所 航空宇宙技術研究所

東京都調布市深大寺町1880

電話武藏野(0422)(3)5171(代表)

印刷所 笠井出版印刷社
東京都港区芝南佐久間町1の53