

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-52

粒状加熱器の熱特性

林 二 識

1963年10月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 報 告

- | | | | |
|-------|---|-----------|--|
| TR-20 | Blasius 型微分方程式の両側無限遠境界値問題の数値解法
A Numerical Method for Solving Blasius' Type Differential Equation | 1962年1月 | 樋口一雄, 戸川隼人 |
| TR-21 | 遷音速における二次元操縦面の研究 (I)
An Investigation of Two-dimensional Control Surface at Transonic Speed (I) | 1962年1月 | 神谷信彦 |
| TR-22 | 変断面梁の曲げ自由振動について
On the Free Lateral Vibration of a Beam with Variable Cross Section | 1962年2月 | 川井忠彦, 戸川隼人
林 洋一 |
| TR-23 | いくつかの型の偏微分方程式の境界値問題のモンテカルロ法による解法とその実験
Monte Carlo Solutions of the Boundary Value Problems for Some Types of Partial Differential Equations | 1962年2月 | 樋口一雄, 高橋利之
鳥海良三 |
| TR-24 | 航空技術研究所のターボ・ジェットエンジン要素試験設備
Test Facilities of Turbo-jet Engine Components at N. A. L. | 1962年2月 | 航空技術研究所原動機部 |
| TR-25 | 航空技術研究所 2m×2m 遷音速風洞の計画と構造
Desing and Construction of the National Aeronautical Laboratory 2m×2m Transonic Wind Tunnel | 1962年3月 | 航空技術研究所 |
| TR-26 | 吹出式超音速風洞のノズルの予備実験
Preliminary Tests of Supersonic Nozzles for the Supersonic Blowdown Wind Tunnel | 1962年3月 | 河崎俊夫, 岡部祐二郎
尾形吉和, 安藤 尚 |
| TR-27 | 非定常遷音速流の近似解析
An Approximate Analysis for Unsteady Transonic Flow | 1962年7月 | 細川 巖, 三好 甫 |
| TR-9T | Studies on the Small Disturbance Theory of Transonic Flow (I)
—Nonlinear Correction Theory— | July 1962 | Iwao Hosokawa |
| TR-28 | 疲労亀裂について
On Fatigue Cracks | 1962年8月 | 竹中幸彦 |
| TR-29 | 1m×1m 吹出式超音速風洞の計画と構造
On the Design and Construction of the 1m×1m Supersonic Blow-down Wind Tunnel | 1962年10月 | 空気力学第二部 |
| TR-30 | 平板翼の振動について
On the Natural Vibration of Plate-Like Wings | 1962年10月 | 川井忠彦, 埴 武敏
戸川隼人, 高橋利之
越出慎一 |
| TR-31 | 熱応力を受ける薄翼の安定とその微小振り振動について
On the Instability and Small Natural Torsional Vibration of a Thin Wing under a Thermal Stress | 1962年11月 | 川井忠彦, 林 洋一
戸川隼人 |
| TR-32 | 補強板の圧縮強度に関する一解析
A Method of Analysis on the Compressive Strength of Stiffened Plates | 1962年11月 | 川井忠彦, 江川幸一 |
| TR-33 | 主翼繰返し荷重試験装置
Reported Load Testing Rigs for Full Scale Aircraft Wing Structures | 1962年12月 | 竹内和之, 飯田宗四郎
小野幸一 |
| TR-34 | 高速軸流圧縮機の研究 (I)
—翼型と翼列の検討—
An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (I)
—The Selection of Compressor Cascade— | 1963年1月 | 松木正勝, 大山耕一
宮地敏雄 |
| TR-35 | 高速軸流圧縮機の研究 (II)
—単段試験装置の設計と全体性能—
An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (II)
—Design and Over-all Performance of a Single Stage Axial Flow Compressor— | 1963年1月 | 松木正勝, 宮地敏雄
大山耕一, 吉田 晃
西脇英夫, 岩部柱相 |
| TR-36 | 衝撃波風洞による表面熱伝達の実験
Studies of Surface Heat Transfer Using a Hypersonic Shock Tunnel | 1963年1月 | 和田 勇, 松崎利一 |

粒状加熱器の熱特性*

林 二 謙**

Thermal Characteristics of a Pebble-Bed Heater

By Nisiki HAYASI

The heat transfer between pebbles contained in a circular tube and the fluid moving through it were considered. Neglecting the effect of the heat capacity of wall, several analyses were made for the cases: (1) the initial temperature of pebbles is equal to that of fluid and is uniform, (2) the thermal capacity per unit volume of fluid is far less than that of pebbles and the initial temperature of pebbles is a linear function of $e^{-c\xi}$, where c is a constant and ξ is a non-dimensional axial distance. Numerical calculations were done for two pebble-bed heaters by means of an electronic digital computer.

1. は し が き

極超音速風洞においては、加速領域における断熱膨張のために、測定部の空気温度が著しく低下する。このために、あらかじめ淀み温度を上げておかなければならないが、それには大体3通りの方法が用いられる。すなわち

- (1) 金属製の電熱式または蓄熱式熱交換器を用いる方法、
- (2) 非金属製の蓄熱式熱交換器を用いる方法、
- (3) 電弧を用いる方法

である。さて、第3の方法は熔融電極による気流の汚損が避けられず、第1の方法は最高使用温度が低く、このため、現在計画中の低温風洞には第2の方法を用いることとした。この場合にはアルミナ等の球を円筒状容器に充填し、高温気体で予熱したものに空気をあてて、空気を加熱することとなる。この空気加熱器の温度特性については、従来予熱時の解析は若干なされている¹⁾が、肝心の空気加熱時の放熱特性についてはまだ精しい解析が見られない。この論文は、かような空気加熱器の熱特性を詳しく解析しようとするものである。

* 昭和38年9月25日受付

** シンシナチ大学工学部航空宇宙教室(空気力学第一部)

2. 記 号

A	無次元定数	
B	無次元定数	
c	無次元定数	
C	単位体積当りの熱交換器粒体の熱容量	kcal/m ³ °C
c_p	流体の定圧比熱	kcal/kg °C
$f = (t_0 - t_s) / (T_h - t_s)$		
$G = \rho V$	流量	kg/m ² sec
h	流体と粒体の間の熱伝達係数	kcal/sec m ² °C
I_0	0 次の第 1 種変形 Bessel 函数	
$K = (T_i - t_s) / (T_h - t_s)$	無次元定数	
l	加熱器の長さ	m
$\mathcal{L}()$	() の Laplace 変換	
p	Laplace 変換の変数	
s	単位体積当りの粒体熱伝達表面積	m ² /m ³ = m ⁻¹
S	熱交換器断面積	m ²
s_0	単位体積当りの熱交換器熱損失表面積	m ² /m ³ = m ⁻¹
T	流体温度	°C
T_h	加熱流体の入口温度	°C
T_i	吸熱流体の入口温度	°C
t	粒体温度	°C
t_0	始めの粒体温度	°C
t_s	周辺温度	°C
U_0	周辺熱伝達係数	kcal/sec m ² °C
V	流速	m/sec
x	熱交換器の軸に沿い流れの向きの距離	m
$\alpha = s_0 U_0 / sh$	無次元熱伝達比	
$\beta = \alpha + 1$		
$\gamma = \alpha / \beta$		
$\gamma_1 = (\alpha - c) / (\beta - c)$		
$\delta = (t - t_s) / (T_h - t_s)$		

$$\bar{\delta} = \mathcal{L}(\delta)$$

$$\eta = sh\tau / C \quad \text{無次元時間}$$

$$\theta = (T - t_s) / (T_h - t_s)$$

$$\bar{\theta} = \mathcal{L}(\theta)$$

$$\xi = shx / Gc_p \quad \text{無次元距離}$$

$$\xi_1 = shl / Gc_p \quad \text{加熱器の無次元長さ}$$

$$\rho \quad \text{流体の密度} \quad \text{kg/m}^3$$

$$\tau \quad \text{時間} \quad \text{sec}$$

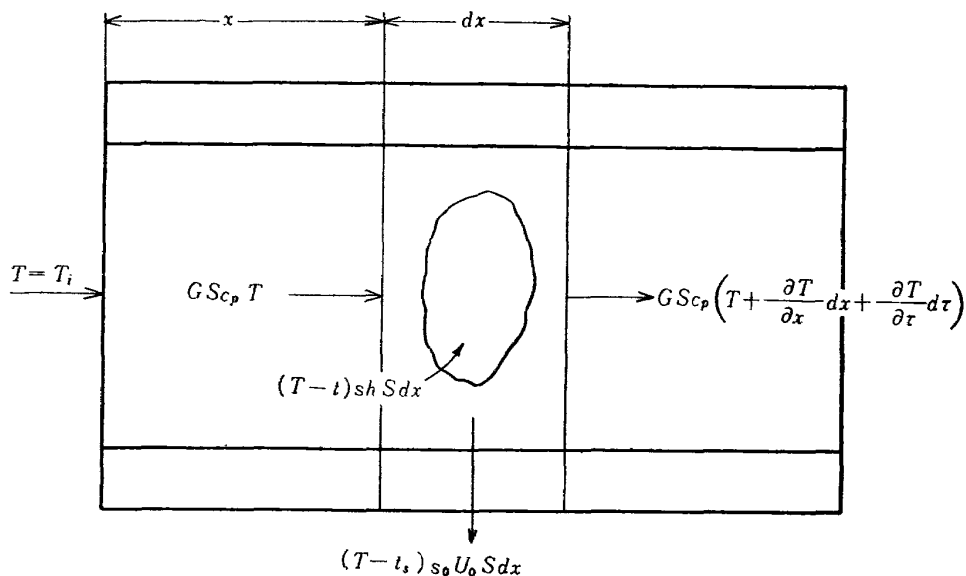
$$\phi = c_p \rho / C \quad \text{無次元熱容量比}$$

$$\Psi = e^{-\xi - \eta} I_0(2\sqrt{\xi\eta})$$

3. 基礎の式

次の仮定を行なって、一定断面積の円管内に粒体を一様に充填した場合を取り扱う。

- (1) 温度は時間と流向距離のみによる。
- (2) 流体および粒体の熱伝導は無視できる。
- (3) 流速は一様かつ一定である。
- (4) 端効果は無視できる。
- (5) 熱伝達係数 h および U_0 は一定である。
- (6) 輻射による熱伝達は無視できる。
- (7) 物性定数は温度によらない。



第 1 図

この時流体から失われた熱量は粒体および周辺に与えられる故 (第 1 図参照)

$$-GS_c_p \left(\frac{\partial T}{\partial x} dx + \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau \right) = \{ (T-t)sh + (T-t_s)s_0U_0 \} S dx. \quad (1)$$

また粒体の温度上昇と粒体に伝わった熱量の関係は

$$C \frac{\partial t}{\partial \tau} S dx = (T-t)sh S dx \quad (2)$$

で与えられる¹⁾。

無次元変数

$$\xi = \frac{shx}{Gc_p}, \quad \eta = \frac{sh\tau}{C}, \quad \theta = \frac{T-t_s}{T_h-t_s}, \quad \delta = \frac{t-t_s}{T_h-t_s},$$

および無次元定数

$$\psi = \frac{\rho c_p}{C}, \quad \alpha = \frac{s_0 U_0}{sh}, \quad \beta = \alpha + 1$$

を用い, また

$$d\tau = \frac{dx}{V} = \frac{\rho dx}{G}$$

の関係を使えば, (1) は

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \psi \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \delta - \beta \theta, \quad (3)$$

また, (2) は

$$\frac{\partial \delta}{\partial \eta} = \theta - \delta \quad (4)$$

となる。

4. 一様温度からの加熱および放熱特性

最初の粒体および空気の温度が一様で, かつ互に等しい場合 ($t_0 = T_0$) をこの節で取り扱う。この場合

$$A = \frac{t_0 - t_s}{T_h - t_s} = \frac{T_0 - t_s}{T_h - t_s}$$

とすると, 初期条件は

$$\delta(\xi, 0) = A, \quad \theta(\xi, 0) = A \quad (5)$$

で与えられる。また

$$K = \frac{T_i - t_s}{T_h - t_s}$$

とすると、境界条件は

$$\theta(0, \eta) = K \quad (6)$$

で与えられ、粒体加熱時は $K=1$ 、また粒体放熱時は $T_i=t_s$ 故 $K=0$ である。

(3) 式は Laplace 変換により、(5) 式を用いて、

$$\frac{d\bar{\theta}}{d\xi} + \psi(p\bar{\theta} - A) = \bar{\delta} - \beta\bar{\theta} \quad (7)$$

となる。ただし $\bar{\theta} = \mathcal{L}(\theta)$ 、 $\bar{\delta} = \mathcal{L}(\delta)$ である。また (4) は (5) を使って

$$\bar{\delta} = \frac{\bar{\theta}}{p+1} + \frac{A}{p+1} \quad (8)$$

となり、(6) は

$$\bar{\theta}(0) = \frac{K}{p} \quad (9)$$

となる。(8) を (7) に入れれば

$$\frac{d\bar{\theta}}{d\xi} + \left(\beta + \psi p - \frac{1}{p+1} \right) \bar{\theta} = \frac{A}{p+1} + \psi A. \quad (10)$$

(9) を満す (10) の解は

$$\begin{aligned} \bar{\theta} = & \frac{K}{p} \exp \left\{ - \left(\beta + \psi p - \frac{1}{p+1} \right) \xi \right\} \\ & + \frac{A(1 + \psi + \psi p)}{\psi p^2 + (\beta + \psi)p + \alpha} \left[1 - \exp \left\{ - \left(\beta + \psi p - \frac{1}{p+1} \right) \xi \right\} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

となり、(8) より

$$\begin{aligned} \bar{\delta} = & A \frac{\psi p + \beta + \psi}{\psi p^2 + (\beta + \psi)p + \alpha} \\ & + \left\{ \frac{K}{p(p+1)} + \frac{A}{p+1} - A \frac{\psi p + \beta + \psi}{\psi p^2 + (\beta + \psi)p + \alpha} \right\} \exp \left\{ - \left(\beta + \psi p - \frac{1}{p+1} \right) \xi \right\} \end{aligned}$$

となる。本節では $\psi > 0$ の場合を考える。($\psi = 0$ は次節で扱う。)

$$D^2 = 1 + \frac{4-2\beta}{\psi} + \frac{\beta^2}{\psi^2} = \frac{4}{\psi} + \left(1 - \frac{\beta}{\psi} \right)^2 > 0$$

故

$$m = \frac{1}{2} \left(-1 - \frac{\beta}{\psi} + D \right), \quad n = -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\beta}{\psi} + D \right), \quad q = \frac{(\beta/\psi) + 1}{D}$$

とすれば、

$$\frac{\psi p + \beta + \psi}{\psi p^2 + (\beta + \psi)p + \alpha} = \frac{(\beta/\psi) + 1 + p}{(p-m)(p-n)} = \frac{1}{2} \frac{1+q}{p-m} + \frac{1}{2} \frac{1-q}{p-n}.$$

故に

$$\bar{\delta} = \frac{A}{2} \left(\frac{1+q}{p-m} + \frac{1-q}{p-n} \right) + \left\{ \frac{K}{p(p+1)} + \frac{A}{p+1} - \frac{A}{2} \frac{1+q}{p-m} - \frac{A}{2} \frac{1-q}{p-n} \right\} e^{-\beta\xi} \exp \left\{ \left(\frac{1}{p+1} - \phi p \right) \xi \right\}.$$

表 1 Laplace 変換表

番 号	$F(p) \equiv \mathcal{L}[f(\eta)]$	$f(\eta)$	註
1	$\frac{1}{p+m}$	$e^{-m\eta}$	文献 2 p. 229
2	$\frac{1}{p-m} \exp \left\{ \left(\frac{1}{1+p} - \phi p \right) \xi \right\}$	$\begin{cases} 0 & (0 < \eta < \phi\xi) \\ (1+m)e^{m(\eta-\phi\xi)} \int_0^{\eta-\phi\xi} e^{-(1+m)\eta} I_0(2\sqrt{\xi\eta}) d\eta \\ + e^{\phi\xi-\eta} I_0[2\sqrt{\xi(\eta-\phi\xi)}] & (\phi\xi < \eta) \end{cases}$	付 録
3	$\frac{1}{p(p+1)} \exp \left\{ \left(\frac{1}{1+p} - \phi p \right) \xi \right\}$	$\begin{cases} 0 & (0 < \eta < \phi\xi) \\ \int_0^{\eta-\phi\xi} e^{-\eta} I_0(2\sqrt{\xi\eta}) d\eta & (\phi\xi < \eta) \end{cases}$	付 録

表 1 の Laplace 変換表より, $\Psi = e^{-\xi-\eta} I_0(2\sqrt{\xi\eta})$ として

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \frac{A}{2} \{ (1+q)e^{m\eta} + (1-q)e^{n\eta} \}, & (0 < \eta < \phi\xi) \\ \delta &= \frac{A}{2} \{ (1+q)e^{m\eta} + (1-q)e^{n\eta} \} + Ke^{-\alpha\xi} \int_0^{\eta-\phi\xi} \Psi d\eta \\ &\quad - \frac{A}{2} (1+q)(1+m) e^{-(\alpha+m\phi)\xi+m\eta} \int_0^{\eta-\phi\xi} e^{-m\eta} \Psi d\eta \\ &\quad - \frac{A}{2} (1-q)(1+n) e^{-(\alpha+n\phi)\xi+n\eta} \int_0^{\eta-\phi\xi} e^{-n\eta} \Psi d\eta. & (\phi\xi < \eta) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

同様にして

$$Q = \left(\frac{2-\beta}{\phi} + 1 \right) / D$$

とすれば,

$$\bar{\theta} = \frac{A}{2} \left(\frac{1+Q}{p-m} + \frac{1-Q}{p-n} \right) + \left(\frac{K}{p} - \frac{A}{2} \frac{1+Q}{p-m} - \frac{A}{2} \frac{1-Q}{p-n} \right) e^{-\beta\xi} \exp \left\{ \left(\frac{1}{p+1} - \phi p \right) \xi \right\}$$

故

$$\left. \begin{aligned}
 \theta &= \frac{A}{2} \{ (1+Q) e^{m\eta} + (1-Q) e^{n\eta} \}, & (0 < \eta < \psi\xi) \\
 \theta &= \frac{A}{2} \{ (1+Q) e^{m\eta} + (1-Q) e^{n\eta} \} \\
 &+ (K-A) e^{-(\beta-\phi)\xi-\eta} I_0[2\sqrt{\xi(\eta-\psi\xi)}] + K e^{-\alpha\xi} \int_0^{\eta-\psi\xi} \Psi d\eta \\
 &- \frac{A}{2} (1+Q) (1+m) e^{-(\alpha+m\phi)\xi+m\eta} \int_0^{\eta-\psi\xi} e^{-m\eta} \Psi d\eta \\
 &- \frac{A}{2} (1-Q) (1+n) e^{-(\alpha+n\phi)\xi+n\eta} \int_0^{\eta-\psi\xi} e^{-n\eta} \Psi d\eta. & (\psi\xi < \eta)
 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$\psi \ll 1$ の時は

$$m = -\gamma + \frac{\gamma}{\beta^2} \psi + O(\psi^2), \quad n = -\frac{\beta}{\psi} - \frac{1}{\beta} + O(\psi), \quad q = 1 + \frac{2\gamma}{\beta} \psi + O(\psi^2)$$

故、 $\psi=0$ の時の δ を δ_0 として

$$\left. \begin{aligned}
 \delta &= \delta_0 \left\{ 1 + \frac{\gamma}{\beta} \left(1 + \frac{n}{\beta} \right) \psi \right\}, & (0 < \eta < \psi\xi) \\
 \delta &= \delta_0 + \left[A \frac{\gamma}{\beta} e^{-r\eta} \left\{ 1 + \frac{n}{\beta} - e^{-\alpha\xi} \left(\frac{2}{\beta} + \xi + \frac{n}{\beta^2} \right) \int_0^\eta e^{r\eta} \Psi d\eta \right. \right. \\
 &\left. \left. + e^{-\alpha\xi} \frac{1}{\beta^2} \int_0^\eta e^{r\eta} \Psi \eta d\eta \right\} + \xi \Psi e^{-\alpha\xi} \left(\frac{A}{\beta} - K \right) \right] \psi, & (\psi\xi < \eta)
 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

ただし

$$\begin{aligned}
 \delta_0 &= A e^{-r\eta}, & (0 < \eta < \psi\xi) \\
 \delta_0 &= A e^{-r\eta} + K e^{-\alpha\xi} \int_0^\eta \Psi d\eta - \frac{A}{\beta} e^{-\alpha\xi - r\eta} \int_0^\eta e^{r\eta} \Psi d\eta & (\psi\xi < \eta)
 \end{aligned}$$

は既知の解¹⁾である。

最初十分冷えた粒体 ($A=0$) を加熱する場合 ($K=1$) には、(14) の第2式は

$$\delta = \delta_0 - \psi\xi \Psi e^{-\alpha\xi} = e^{-\alpha\xi} \left(\int_0^\eta \Psi d\eta - \psi\xi \Psi \right) \quad (\psi\xi < \eta) \quad (15)$$

となる。

5. 一般の場合の加熱および放熱特性

本節では最初の粒体および空気の温度が一般の場合を扱うが、この代りに $\psi=0$ の仮定を導入する。

$$f(\xi) = \frac{t_0 - t_s}{T_h - T_s}$$

とすれば、初期条件は

$$\delta(\xi, 0) = f(\xi)$$

で与えられる。また境界条件は前節と同じく

$$\theta(0, \eta) = K$$

で与えられる。(10) で $\psi=0$, $A=f$ として

$$\frac{d\bar{\theta}}{d\xi} + \left(\beta - \frac{1}{p+1}\right)\bar{\theta} = \frac{f}{p+1}.$$

この式の (9) を満たす解は

$$\bar{\theta} = \left[\frac{K}{p} + \frac{1}{p+1} \int_0^\xi f \exp\left\{\left(\beta - \frac{1}{p+1}\right)\xi\right\} d\xi \right] \exp\left\{-\left(\beta - \frac{1}{p+1}\right)\xi\right\}$$

となり、(8) で $A=f$ とした式より

$$\begin{aligned} \bar{\delta} &= \frac{f}{p+1} + \frac{K}{p(p+1)} \exp\left\{-\left(\beta - \frac{1}{p+1}\right)\xi\right\} \\ &+ \frac{1}{(p+1)^2} \left[\exp\left\{-\left(\beta - \frac{1}{p+1}\right)\xi\right\} \right] \int_0^\xi f \exp\left\{\left(\beta - \frac{1}{p+1}\right)\xi\right\} d\xi \end{aligned}$$

となる。

以下では

$$f = A - B e^{-c\xi} \tag{16}$$

の場合を取り扱う。

$$\begin{aligned} \int_0^\xi f \exp\left\{\left(\beta - \frac{1}{p+1}\right)\xi\right\} d\xi &= \frac{A(p+1)}{\beta p + \alpha} \left[\exp\left\{\left(\beta - \frac{1}{p+1}\right)\xi\right\} - 1 \right] \\ &- \frac{B(p+1)}{(\beta - c)p + \alpha - c} \left[\exp\left\{\left(\beta - c - \frac{1}{p+1}\right)\xi\right\} - 1 \right] \end{aligned}$$

故、 $\gamma = \alpha/\beta$, $\gamma_1 = (\alpha - c)/(\beta - c)$ を用いれば、

$$\begin{aligned} \bar{\delta} &= \frac{A}{p+\gamma} - \frac{B e^{-c\xi}}{p+\gamma_1} + \frac{K e^{-\beta\xi}}{p(p+1)} \exp\left(\frac{\xi}{p+1}\right) \\ &- \frac{A(1-\gamma) e^{-\beta\xi}}{(p+\gamma)(p+1)} \exp\left(\frac{\xi}{p+1}\right) + \frac{B(1-\gamma_1) e^{-\beta\xi}}{(p+\gamma_1)(p+1)} \exp\left(\frac{\xi}{p+1}\right), \\ \bar{\theta} &= \frac{A}{\beta} \frac{1}{p+\gamma} - \frac{B e^{-c\xi}}{\beta - c} \frac{1}{p+\gamma_1} + K e^{-\beta\xi} \left\{ \frac{1}{p(p+1)} + \frac{1}{p+1} \right\} \exp\left(\frac{\xi}{p+1}\right) \\ &- \frac{A e^{-\beta\xi}}{\beta} \left\{ \frac{1-\gamma}{(p+\gamma)(p+1)} + \frac{1}{p+1} \right\} \exp\left(\frac{\xi}{p+1}\right) \\ &+ \frac{B e^{-\beta\xi}}{\beta - c} \left\{ \frac{1-\gamma_1}{(p+\gamma_1)(p+1)} + \frac{1}{p+1} \right\} \exp\left(\frac{\xi}{p+1}\right) \end{aligned}$$

となる。元へ戻せば、 $\Psi = e^{-\xi-\eta} I_0(2\sqrt{\xi\eta})$ を用いて

$$\begin{aligned} \delta = & A e^{-r\eta} - B e^{-c\xi-r_1\eta} + K e^{-\alpha\xi} \int_0^\eta \Psi d\eta - A(1-\gamma) e^{-\alpha\xi-r\eta} \int_0^\eta e^{r\eta} \Psi d\eta \\ & + B(1-\gamma_1) e^{-\alpha\xi-r_1\eta} \int_0^\eta e^{r_1\eta} \Psi d\eta, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \theta = & A(1-\gamma) e^{-r\eta} - B(1-\gamma_1) e^{-c\xi-r_1\eta} + \{K - A(1-\gamma) + B(1-\gamma_1)\} e^{-\alpha\xi} \Psi \\ & + K e^{-\alpha\xi} \int_0^\eta \Psi d\eta - A(1-\gamma)^2 e^{-\alpha\xi-r\eta} \int_0^\eta e^{r\eta} \Psi d\eta + B(1-\gamma_1)^2 e^{-\alpha\xi-r_1\eta} \int_0^\eta e^{r_1\eta} \Psi d\eta \end{aligned} \quad (18)$$

となる。

6. 一様温度から放熱する場合

充分長時間加熱して、壁からの熱損失がない場合には、 $t_0 = T_h$ 故 $f = A = 1, B = 0$ となる。冷却流の入口温度が周辺温度に等しければ $K = 0$ 故、(17) および (18) はそれぞれ

$$\delta = e^{-r\eta} - (1-\gamma) e^{-\alpha\xi-r\eta} \int_0^\eta e^{r\eta} \Psi d\eta, \quad (19)$$

$$\theta = (1-\gamma) \left\{ e^{-r\eta} - e^{-\alpha\xi} \Psi - (1-\gamma) e^{-\alpha\xi-r\eta} \int_0^\eta e^{r\eta} \Psi d\eta \right\} \quad (20)$$

となるが、この結果は既知の解¹⁾と一致する。

7. 一様温度から十分長時間吸熱した後放熱する場合

最初周辺温度に等しい一様温度にあった場合を考えれば、 $t_0 = t_s$ 故 $f = A = B = 0$ となる。 $K = 1$ 故

$$\delta = e^{-\alpha\xi} \int_0^\eta \Psi d\eta, \quad (21)$$

$$\theta = e^{-\alpha\xi} \left(\Psi + \int_0^\eta \Psi d\eta \right) \quad (22)$$

となるが、この結果も既知の解¹⁾と一致する。さて、

$$\int_0^\infty \Psi d\eta = e^{-\xi} \int_0^\infty e^{-\eta} I_0(2\sqrt{\xi\eta}) d\eta = 1,$$

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} e^{-\eta} I_0(2\sqrt{\xi\eta}) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} e^{-\tau^2/4\xi} I_0(\tau) = 0$$

故、十分長時間加熱した後では

$$\theta = \delta = e^{-\alpha\xi} \quad (23)$$

となる¹⁾。この状態から通風冷却する場合を考える。

[1] 加熱流と冷却流が同一方向の場合

この時には

$$f = \delta = e^{-\alpha\xi}$$

故、 $A=0$, $B=-1$, $c=\alpha$, $\gamma_1=0$ となる。故に

$$\delta = e^{-\alpha\xi} - (1-K)e^{-\alpha\xi} \int_0^\eta \Psi d\eta, \quad (24)$$

$$\theta = e^{-\alpha\xi} + (K-1)e^{-\alpha\xi} \left(\Psi + \int_0^\eta \Psi d\eta \right). \quad (25)$$

[2] 加熱流と冷却流が逆方向の場合

加熱器の長さ l より $\xi_1 = shl/Gc_p$ を作れば、

$$f = e^{-\alpha\xi_1} e^{\alpha\xi}$$

故 $A=0$, $B=-e^{-\alpha\xi_1}$, $c=-\alpha$, $\gamma_1=2\alpha/(2\alpha+1)$ となる。故に

$$\delta = e^{-\alpha\xi_1} e^{\alpha\xi - \gamma_1\eta} + Ke^{-\alpha\xi} \int_0^\eta \Psi d\eta - (1-\gamma_1)e^{-\alpha\xi_1} e^{-\alpha\xi - \gamma_1\eta} \int_0^\eta e^{\gamma_1\eta} \Psi d\eta, \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \theta &= (1-\gamma_1)e^{-\alpha\xi_1} e^{\alpha\xi - \gamma_1\eta} + \{K - (1-\gamma_1)e^{-\alpha\xi_1}\} e^{-\alpha\xi} \Psi \\ &+ Ke^{-\alpha\xi} \int_0^\eta \Psi d\eta - (1-\gamma_1)^2 e^{-\alpha\xi_1} e^{-\alpha\xi - \gamma_1\eta} \int_0^\eta e^{\gamma_1\eta} \Psi d\eta. \end{aligned} \quad (27)$$

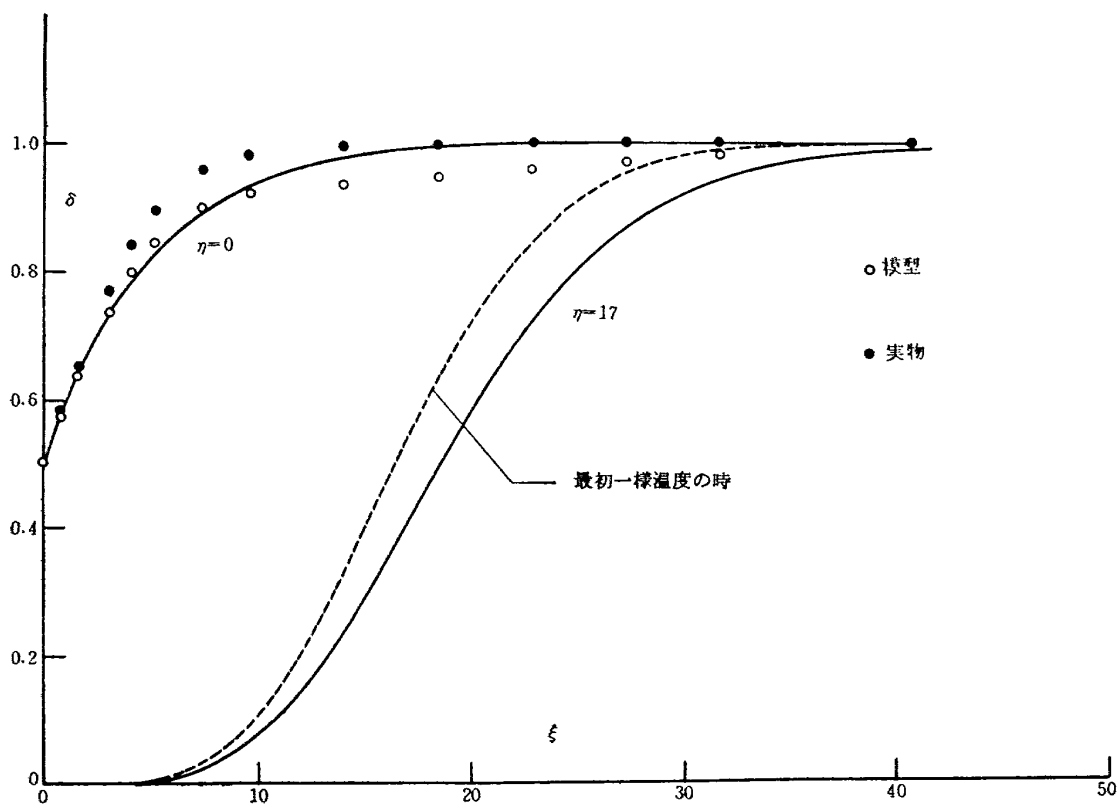
8. 計 算 例

具体的計算例として、現在建設中の極超音速風洞用加熱器およびこの予備実験用模型に対する計算を行なった。この場合の定数の値は表2のようになる。この値に対して、加熱最終端で $\delta=1/2$ まで加熱した場合の粒体温度分布を(15)式で計算した結果を、第2図に○印(模型)および●印(実物)で示した。かような温度分布の粒体に、加熱時と逆方向に冷却空気を流して放熱した場合の特性を調べた。すなわち、この温度分布を、

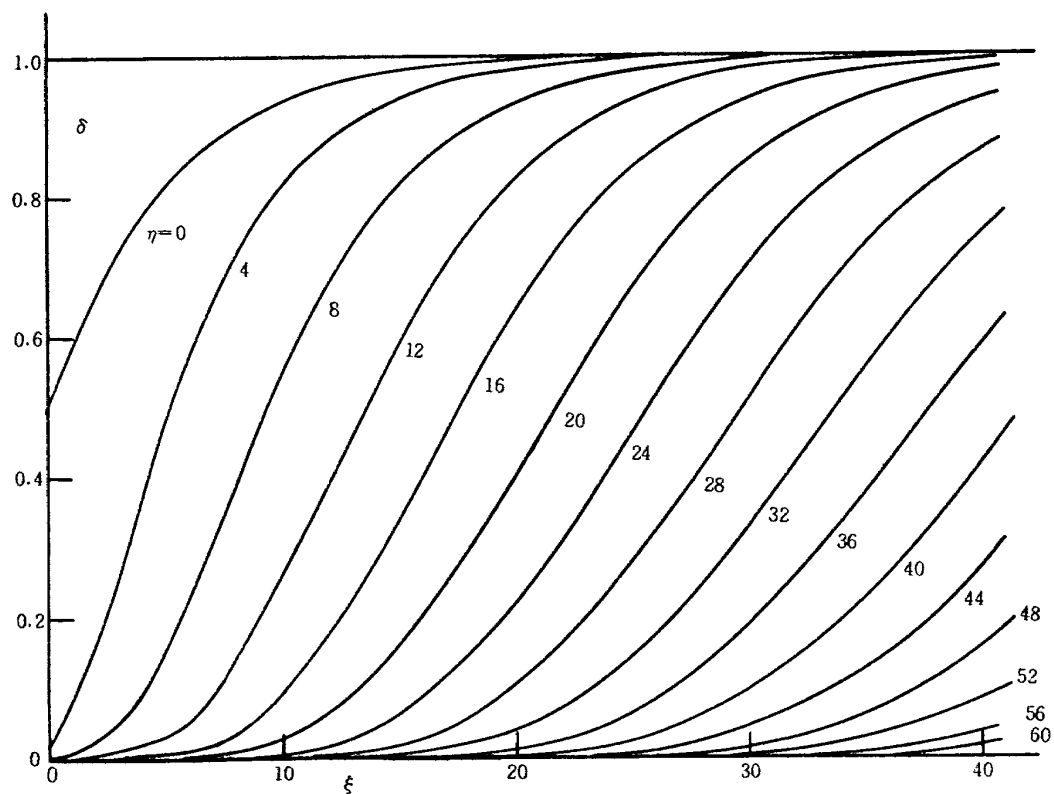
$$A=1.0001260, \quad B=0.50012594, \quad c=0.20489647$$

として(16)式で近似したが、これを同図に実線($\eta=0$)で示した。これを用いて、 $\gamma=K=0$ として(17)式で求めた結果が同図実線($\eta=17$)である*。なお、参考のため、最初一様な温度分布 $\delta=1$ として(19)式で求めた $\eta=17$ の結果を点線で示した。これによりかなり温度分布が異なることが示される。第3図は同じく粒体温度分布を $\eta=0(4)60$ に対して示したものであり、空気温度

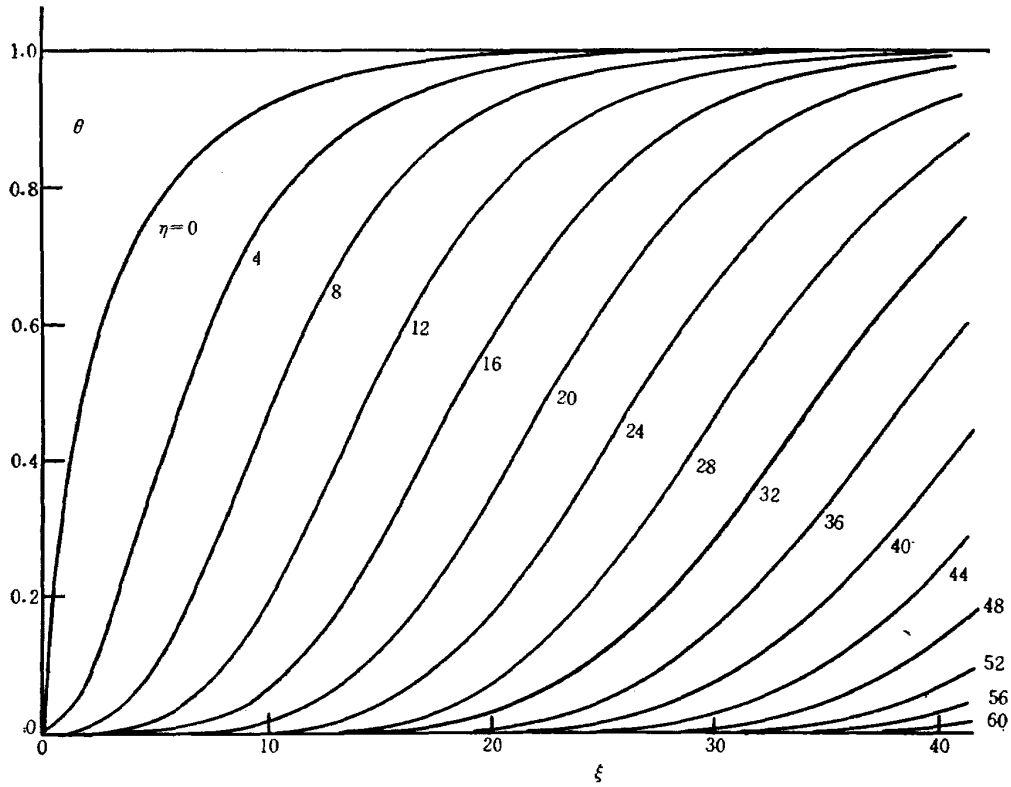
* 放熱時の α は表2で示されるように小さく、 $\gamma=0$ としても結果はほとんど変わらない。



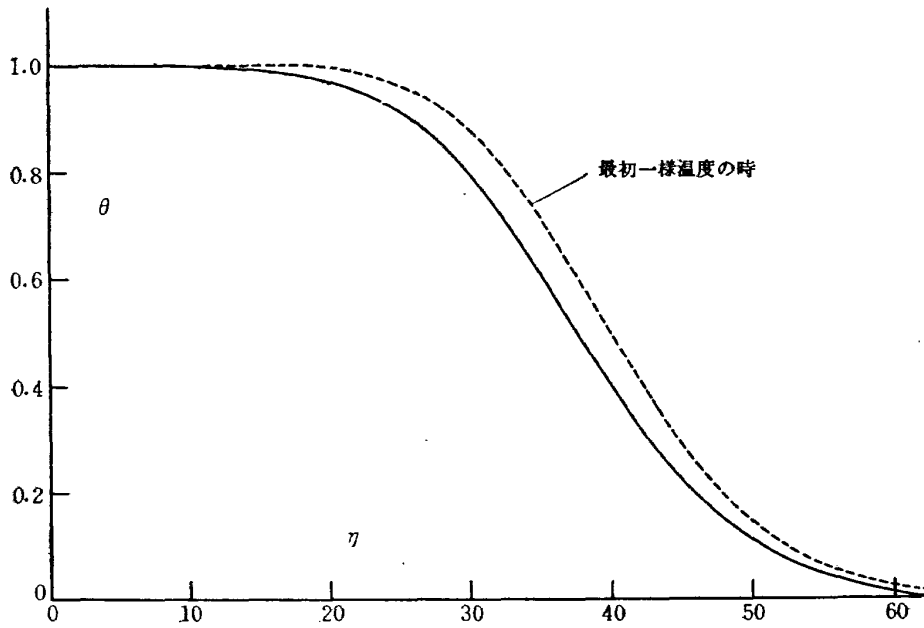
第 2 図 放熱特性 (粒体温度)



第 3 図 放熱特性 (粒体温度)



第 4 図 放熱特性 (気温)



第 5 図 流出温度

θ は第 4 図に示した。また、第 5 図には放熱最終端より流出する空気の温度を無次元時間 η に対して示したもので、実線が (18) 式によるものであり、点線は一様温度から放熱した場合を (20) 式で求めた結果である。

終りに、本研究に関し有益なるご注意を賜わった東京大学航空研究所今井功教授並びに新三菱重

工(株)神戸造船所研究部山口富夫博士にお礼を申し上げます。

表 2

	$\alpha \times 10^4$	$\xi/x \text{ (m}^{-1}\text{)}$	η/t	ϕ
加熱時	(模型) 5.88	92.1	141 (h ⁻¹)	0.003
	(実物) 1.02			
放熱時	(模型) 1.71	20.22	8.09 (min ⁻¹)	0
	(実物) 0.297			

(表2算定の根拠)

(1) s_0 熱交換器直径を D (m) とすれば、単位長さ当りの表面積は πD 、体積は $\pi D^2/4$ 故

$$s_0 = \frac{\pi D}{\frac{\pi}{4} D^2} = \frac{4}{D}.$$

(2) s 球の直径を d (m)、充填層の空隙率を e とすれば

$$s = \frac{6(1-e)}{d}.$$

e は最密充填の場合 $1 - (\pi/2\sqrt{6}) = 0.3587$ である。

(3) c_p 0.265 kcal/kg °C.

(4) C アルミナ球の見掛け比重を 3.3、比熱を 0.244 kcal/kg °C として

$$C = 3300 \times 0.6413 \times 0.244 = 516.4 \text{ (kcal/m}^3 \text{ °C)}.$$

(5) G, h 加熱時 $G = 2982 \text{ kcal/m}^2 \text{ h}$, $h = 180 \text{ kcal/m}^2 \text{ h °C}$,

放熱時 $G = 46768 \text{ kg/m}^2 \text{ h}$, $h = 620 \text{ kcal/m}^2 \text{ h °C}$.

(6) U_0, D, d

	$U_0 \text{ (kcal/m}^2 \text{ h °C)}$	$D \text{ (m)}$	$d \text{ (m)}$
模型	3.21	0.3	9.5×10^{-3}
実物	2.60	1.4	9.5×10^{-3}

文 献

1. Dabora, E. K.: Regenerative Heat Exchangers with Heat-Loss Consideration, 1958. ASME Paper No. 58-SA-29.
2. Staff of the Bateman Manuscript Project: *Tables of Integral Transforms*, Vol. 1, McGraw-Hill Co. New York, 1954.
3. Aluminum Co. of America: *Hydrated, Calcined, Tabular Aluminas & Calcium Aluminate Cement*, 1961. ALCOA Chemicals Product Data GA2A.

付 録

表1の Laplace 変換表の中の2番と3番の導出を行なう。基礎となる Laplace 変換表を文献2から抜き出したものが表3である。

(i) 2番の導出

$$\frac{1}{p-m} \exp\left\{\left(\frac{1}{p+1} - \psi p\right)\xi\right\} = \frac{1}{p-m} \left\{\exp\left(\frac{\xi}{p+1}\right) - 1\right\} e^{-\phi\xi p} + \frac{1}{p-m} e^{-\phi\xi p}. \quad (\text{A}\cdot 1)$$

さて、表3の1と4から

$$\exp\left(\frac{\xi}{p+1}\right) - 1 = \mathcal{L}\left[e^{-\eta}\left(\frac{\xi}{\eta}\right)^{1/2} I_1(2\sqrt{\xi\eta})\right]. \quad (\text{A}\cdot 2)$$

また表3の3から

$$\frac{1}{p-m} e^{-\phi\xi p} = \begin{cases} \mathcal{L}[0], & (0 < \eta < \phi\xi) \\ \mathcal{L}[e^{m(\eta-\phi\xi)}], & (\phi\xi < \eta) \end{cases} \quad (\text{A}\cdot 3)$$

この2式と表3の2から

$$\left\{\exp\left(\frac{\xi}{p+1}\right) - 1\right\} \frac{1}{p-m} e^{-\phi\xi p} = \mathcal{L}\left[\int_0^\eta e^{-z}\left(\frac{\xi}{z}\right)^{1/2} I_1(2\sqrt{\xi z}) \Delta(\eta-z) dz\right],$$

ただし

$$\Delta(\eta-z) = \begin{cases} 0, & (\eta - \phi\xi < z) \\ e^{m(\eta-z-\phi\xi)}, & (0 < z < \eta - \phi\xi) \end{cases}$$

故に

$$\frac{1}{p-m} \left\{\exp\left(\frac{\xi}{p+1}\right) - 1\right\} e^{-\phi\xi p} = \begin{cases} \mathcal{L}[0], & (0 < \eta < \phi\xi) \\ \mathcal{L}\left[e^{m(\eta-\phi\xi)} \int_0^{\eta-\phi\xi} e^{-(1+m)\eta}\left(\frac{\xi}{\eta}\right)^{1/2} I_1(2\sqrt{\xi\eta}) d\eta\right], & (\phi\xi < \eta) \end{cases}$$

(A・1) にこの式と (A・3) を入れて、

表3 Laplace 変換表

番 号	$F(p) \equiv \mathcal{L}[f(\eta)]$	$f(\eta)$	文献2の頁
1	$F(p-A)$	$e^{A\eta} f(\eta)$	p. 129
2	$F_1(p)F_2(p)$	$\int_0^\eta f_1(z)f_2(\eta-z)dz$	p. 131
3	$\frac{1}{p-m} e^{-Ap} \quad (A>0)$	$\begin{cases} 0 & (0 < \eta < A) \\ e^{m(\eta-A)} & (A < \eta) \end{cases}$	p. 242
4	$\exp\left(\frac{\xi}{p}\right) - 1$	$\left(\frac{\xi}{\eta}\right)^{1/2} I_1(2\sqrt{\xi\eta})$	p. 244
5	$\frac{1}{p} \exp\left(\frac{\xi}{p}\right)$	$I_0(2\sqrt{\xi\eta})$	p. 245

$$\begin{aligned} & \frac{1}{p-m} \exp \left\{ \left(\frac{1}{p+1} - \psi p \right) \xi \right\} \\ & = \begin{cases} \mathcal{L}[0], & (0 < \eta < \psi \xi) \\ \mathcal{L} \left[e^{m(\eta - \psi \xi)} \left\{ 1 + \int_0^{\eta - \psi \xi} e^{-(1+m)\eta} \left(\frac{\xi}{\eta} \right)^{1/2} I_1(2\sqrt{\xi \eta}) d\eta \right\} \right], & (\psi \xi < \eta) \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{A} \cdot 4)$$

さて

$$\begin{aligned} & \int_0^{\eta - \psi \xi} e^{-(1+m)\eta} \left(\frac{\xi}{\eta} \right)^{1/2} I_1(2\sqrt{\xi \eta}) d\eta = \int_0^{\eta - \psi \xi} e^{-(1+m)\eta} \frac{dI_0}{d\eta} d\eta \\ & = e^{(1+m)(\psi \xi - \eta)} I_0[2\sqrt{\xi(\eta - \psi \xi)}] - 1 + (1+m) \int_0^{\eta - \psi \xi} e^{-(1+m)\eta} I_0(2\sqrt{\xi \eta}) d\eta. \end{aligned}$$

故に表1の2番が導かれる。

(ii) 3番の導出

表3の1と5から

$$\frac{1}{p+1} \exp \left(\frac{\xi}{p+1} \right) = e^{-\eta} I_0(2\sqrt{\xi \eta}).$$

故に表3の2を使って

$$\begin{aligned} & \frac{1}{p(p+1)} \exp \left\{ \left(\frac{1}{p+1} - \psi p \right) \xi \right\} = \frac{1}{p+1} \exp \left(\frac{\xi}{p+1} \right) \frac{1}{p} e^{-\phi \xi p} \\ & = \mathcal{L} \left[\int_0^\eta e^{-z} I_0(2\sqrt{\xi z}) \Delta(\eta - z) dz \right], \end{aligned}$$

ただし

$$\Delta(\eta - z) = \begin{cases} 0, & (\eta - \psi \xi < z) \\ 1, & (0 < z < \eta - \psi \xi) \end{cases}$$

故に表1の3番が導かれる。

NAL TR-52

航空宇宙技術研究所
粒状加熱器の熱特性

1963 年 10 月

15 ページ

一定断面積の円管内に粒体を一様に充填したものに、異温流体を流した場合の過渡的熱特性を、温度は時間と流向距離のみにより、流速は一樣かつ一定とし、熱伝導および輻射による熱伝達ならびに端効果は無視でき、熱伝達係数は一定で、物性定数は温度によらないとして求めた。

粒体および流体の初期温度が一樣でかつ互に等しい場合の解析が詳しくなされた。また、流体の熱容量が粒体の熱容量に比べて無視できる場合には、粒体の初期温度分布が $A-Be^{-\xi}$ (A, B, c は定数, ξ は無次元流向距離) で表わされる場合の解も導かれた。

I. 林 二 識

II. NAL TR-52

III. 536.2
621.43

NAL TR-52

航空宇宙技術研究所
粒状加熱器の熱特性

1963 年 10 月

15 ページ

一定断面積の円管内に粒体を一様に充填したものに、異温流体を流した場合の過渡的熱特性を、温度は時間と流向距離のみにより、流速は一樣かつ一定とし、熱伝導および輻射による熱伝達ならびに端効果は無視でき、熱伝達係数は一定で、物性定数は温度によらないとして求めた。

粒体および流体の初期温度が一樣でかつ互に等しい場合の解析が詳しくなされた。また、流体の熱容量が粒体の熱容量に比べて無視できる場合には、粒体の初期温度分布が $A-Be^{-\xi}$ (A, B, c は定数, ξ は無次元流向距離) で表わされる場合の解も導かれた。

NAL TR-52

航空宇宙技術研究所
粒状加熱器の熱特性

1963 年 10 月

15 ページ

一定断面積の円管内に粒体を一様に充填したものに、異温流体を流した場合の過渡的熱特性を、温度は時間と流向距離のみにより、流速は一樣かつ一定とし、熱伝導および輻射による熱伝達ならびに端効果は無視でき、熱伝達係数は一定で、物性定数は温度によらないとして求めた。

粒体および流体の初期温度が一樣でかつ互に等しい場合の解析が詳しくなされた。また、流体の熱容量が粒体の熱容量に比べて無視できる場合には、粒体の初期温度分布が $A-Be^{-\xi}$ (A, B, c は定数, ξ は無次元流向距離) で表わされる場合の解も導かれた。

I. 林 二 識

II. NAL TR-52

III. 536.2
621.43

NAL TR-52

航空宇宙技術研究所
粒状加熱器の熱特性

1963 年 10 月

15 ページ

一定断面積の円管内に粒体を一様に充填したものに、異温流体を流した場合の過渡的熱特性を、温度は時間と流向距離のみにより、流速は一樣かつ一定とし、熱伝導および輻射による熱伝達ならびに端効果は無視でき、熱伝達係数は一定で、物性定数は温度によらないとして求めた。

粒体および流体の初期温度が一樣でかつ互に等しい場合の解析が詳しくなされた。また、流体の熱容量が粒体の熱容量に比べて無視できる場合には、粒体の初期温度分布が $A-Be^{-\xi}$ (A, B, c は定数, ξ は無次元流向距離) で表わされる場合の解も導かれた。

I. 林 二 識

II. NAL TR-52

III. 536.2
621.43

I. 林 二 識

II. NAL TR-52

III. 536.2
621.43

TR-37T	Studies of the Flow in a Low Pressure Hypersonic Shock Tunnel Using an Electron-Beam Densitometer	January 1963	Isamu Wada
TR-38	鑄鉄のような脆性材料からなる円板の回転強度 Sirength of Rotating Discs of Brittle Material like Cast Iron	1963年2月	佐藤和郎, 永井文雄
TR-39	高負荷燃焼器の研究(第1報) —その性能におよぼす各種因子の影響の定性的考察— A Study of High Intensity Combustor (I) —Its Qualitative Analysis—	1963年2月	大塚貞吉, 鈴木邦男
TR-40	胴体内圧繰返し荷重試験装置について Repeated Load Testing Facility for Full-Scale Aircraft Fuselage Structures	1963年2月	竹内和之, 川島矩郎 野原利雄
TR-41	幅射熱量計の較正 Calibration of Radiometer	1963年2月	竹中幸彦, 江川幸一 小川鉦一
TR-42	非定常境界層の相似解とその安定 A Similar Solution of Unsteady Laminar Boundary Layer and Its Stability Characteristics	1963年7月	小橋安次郎, 恩地 瑛
TR-43	超音速における操縦面の効きについて On the Effectiveness of Control Surfaces in Supersonic Flow	1963年2月	河崎俊夫
TR-44	高速翼列の実験について (流入角の大きい減速翼列の予備実験) Some Notes about the Effect of Tunnel Configuration and Testing Technique on Compressor Cascade Performance	1963年2月	近藤 博, 囊田光弘 坂口 一, 山崎紀雄
TR-45	固有値問題の $(\sum \lambda^k A_k) x=0$ の数値解法 A Numerical Method for the Eigenvalue Problem $(\sum \lambda^k A_k) x=0$	1963年4月	戸川隼人
TR-46	翼の固有振動数に関する一解析法 On the Vibration Analysis of Aircraft Wings	1963年6月	川井忠彦, 泉日出夫 戸川隼人, 林 洋一
TR-47	鑄鉄円板の回転破壊におけるコリオリの力の影響 Influence of Coriolis' Force on the Burst of Rotating Disc of Cast Iron	1963年7月	佐藤和郎, 永井文雄
TR-48	曲面に沿う境界層 Effects of Surface Curvature on Laminar Boundary-Layer Flow	1963年8月	林 二 識
TR-49	高速軸流圧縮機の研究(III) An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor	1963年9月	松木正勝, 宮地敏雄 大山耕一, 吉田 晃 西脇英夫, 岩部柱相
TR-50	境界収縮法による偏微分方程式の境界値問題の数値解法 Numerical Method for Boundary Value Problems of Partial Differential Equations by Boundary Contraction	1963年9月	樋口一雄, 能美 力
TR-51	人間の静的不安定系の制御能力 Human Control Ability of the Statically Unstable System	1963年9月	武 田 峻

航空宇宙技術研究所報告 52号

昭和 38 年 10 月 発行

発行所	航空宇宙技術研究所 東京都調布市深大寺町1,880 電話武蔵野(0422)(3)5171(代表)
印刷所	笠井出版印刷社 東京都港区芝南佐久間町1の53
