

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR - 53

円管流の非定常熱伝達

第1報 壁温が時間と流向距離のみによる場合

林 二 譲

1963年10月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

## 既 刊 報 告

TR-21	遷音速における二次元操縦面の研究（I） An Investigation of Two-dimensional Control Surface at Transonic Speed (I)	1962年1月 神谷信彦
TR-22	変断面梁の曲げ自由振動について On the Free Lateral Vibration of a Beam with Variable Cross Section	1962年2月 川井忠彦, 戸川隼人 林洋一
TR-23	いくつかの型の偏微分方程式の境界値問題の モンテカルロ法による解法とその実験 Monte Carlo Solutions of the Boundary Value Problems for Some Types of Partial Differential Equations	1962年2月 橋口一雄, 高橋利之 鳥海良三
TR-24	航空技術研究所のターボ・ジェットエンジン 要素試験設備 Test Facilities of Turbo-jet Engine Components at N.A.L.	1962年2月 航空技術研究所原動機部
TR-25	航空技術研究所 2m×2m 遷音速風胴の 計画と構造 Design and Construction of the National Aeronautical Laboratory 2m×2m Transonic Wind Tunnel	1962年3月 航空技術研究所
TR-26	吹出式超音速風胴のノズルの予備実験 Preliminary Tests of Supersonic Nozzles for the Supersonic Blowdown Wind Tunnel	1962年3月 河崎俊夫, 岡部祐二郎 尾形吉和, 安藤尚
TR-27	非定常遷音速流の近似解析 An Approximate Analysis for Unsteady Transonic Flow	1962年7月 細川巖, 三好甫
TR-9T	Studies on the Small Disturbance Theory of Transonic Flow (1) —Nonlinear Correction Theory—	July 1962 Iwao Hosokawa
TR-28	疲労亀裂について On Fatigue Cracks	1962年8月 竹中幸彦
TR-29	1m×1m 吹出式超音速風胴の計画と構造 On the Design and Construction of the 1m×1m Supersonic Blow-down Wind Tunnel	1962年10月 空気力学第二部
TR-30	平板翼の振動について On the Natural Vibration of Plate-Like Wings	1962年11月 川井忠彦, 塙武敏 戸川隼人, 高橋利之 越出慎一
TR-31	熱応力を受ける薄翼の安定とその 微小捩り振動について On the Instability and Small Natural Torsional Vibration of a Thin Wing under a Thermal Stress	1962年11月 川井忠彦, 林洋一 戸川隼人
TR-32	補強板の圧縮強度に関する一解析 A Method of Analysis on the Compressive Strength of Stiffened Plates	1962年11月 川井忠彦, 江川幸一
TR-33	主翼繰返し荷重試験装置 Reported Load Testing Rigs for Full Scale Aircraft Wing Structures	1962年12月 竹内和之, 飯田完四郎 小野幸一
TR-34	高速軸流圧縮機の研究（I） —翼型と翼列の検討— An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (I) —The Selection of Compressor Cascade—	1963年1月 松木正勝, 大山耕一 宮地敏雄
TR-35	高速軸流圧縮機の研究（II） —単段試験装置の設計と全体性能— An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (II) —Design and Over-all Performance of a Single Stage Axial Flow Compressor—	1963年1月 松木正勝, 宮地敏雄 大山耕一, 吉田晃 西脇英夫, 岩部柱相
TR-36	衝撃波風胴による表面熱伝達の実験 Studies of Surface Heat Transfer Using a Hypersonic Shock Tunnel	1963年1月 和田勇, 松崎利一
TR-37	Studies of the Flow in a Low Pressure Hypersonic Shock Tunnel Using an Electron-Beam Densitometer	January 1963 Isamu Wada

# 円管流の非定常熱伝達

第1報 壁温が時間と流向距離のみによる場合\*

林 二 譲\*\*

## Thermal Characteristics of the Unsteady Flow through a Circular Pipe whose Temperature depends on Time and Flow-Directional Distance only

By Nisiki HAYASI

An analysis of the heat transfer between a circular tube and the fluid moving through it was made for the case where the temperature of inlet fluid was constant. The temperature of the tube was assumed as independent on radial distance.

When the heat loss through the wall is small, final result reduces to a convenient form for the calculation using attached graphs.

### 1. はしがき

極超音速風洞においては、加速領域における断熱膨張のために、測定部の空気温度が著しく低下する。このために、空気は加熱器を通して予熱して置く必要があるが、集合筒およびノズルを経て測定部に至るまでに、どの程度の熱損失があるかを知らないと、加熱器の容量を定めることができない。この論文は、かような目的のためになされた理論的研究の結果を報告するものである。

取り扱いの便宜上、ここでは流れは一様断面の円管の中を縮まない程度の速さで流れるものとして、最初管内の流体と管壁は同じ温度に保たれており、時刻  $\tau=0$  以後急に最初の温度と違った一定温度の流れが生じたとして、以後の流体および管壁の温度変化を求めた。

かのような問題は熱交換器の特性を求める問題と関連しており、すでに Rizika<sup>1)</sup> および Judd<sup>2)</sup> によって取り扱われている。併し Rizika の取り扱いは不必要に煩雑であり、最後の結果も一部分誤まっており、また、管壁の温度変化は求めていない。また Judd の論文では、管外壁で熱損失のない場合のみが扱われており、途中の計算の詳細は示されておらず、最後の結果もいささか不明確な形で示されているに過ぎない。この問題を再びここで取り上げたのはこれらの理由によるものである。

以下の解析においては、次の仮定を行なう：

(1) 円管の内径および外径は一様である、

\* 昭和38年10月8日受付

\*\* シンシナチ大学工学部航空宇宙教室（空気力学第一部）

- (2) 热束と温度分布は時間と入口からの距離による,
- (3) 热伝導は流れの方向には無視できる,
- (4) 流速は一様かつ一定である,
- (5) 端効果は無視できる,
- (6) 管壁の内面および外面での热伝達率は一様かつ一定である。
- (7) 物性定数は温度によらない,
- (8) 流体および管壁内では熱の発生はない,
- (9) 輻射による熱伝達は無視できる。

第Ⅰ章では、管壁の熱容量を無視した場合を扱い、第Ⅱ章では、管壁の熱容量を考慮した場合を扱う。第Ⅰ章の結果は第Ⅱ章の結果に含まれることも示される。

## 2. 記号

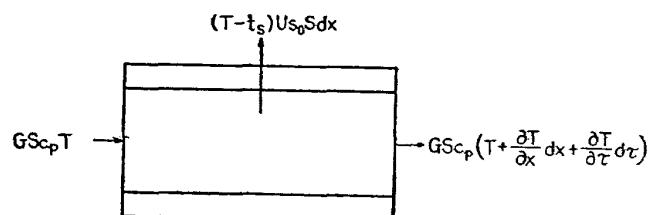
$a = d/r$	無次元定数	
$A$	無次元定数	
$c_p$	流体の定圧比熱	kcal/kg°C
$C$	管壁の単位体積当りの熱容量	kcal/m³°C
$d$	管壁の厚さ	m
$G = \rho V$	流量	kg/m²h
$I_0, I_1$	0 次および 1 次の第 1 種変形 Bessel 函数	
$k$	管壁の熱伝導率	kcal/mh°C
$k_f$	流体の熱伝導率	kcal/mh°C
$K_1 = k_f s_0 U_0 / G^2 c_p^2$	無次元定数	
$K_2 = (2a + a^2) k s_0 U_0 / G^2 c_p^2$	無次元定数	
$\mathcal{L}(\ )$	( ) の Laplace 変換	
$m = \frac{1}{2} \{ \beta + \psi^{-1} - \sqrt{(\beta + \psi^{-1})^2 - 4\alpha\psi^{-1}} \}$	無次元定数	
$n = \frac{1}{2} \{ \beta + \psi^{-1} + \sqrt{(\beta + \psi^{-1})^2 - 4\alpha\psi^{-1}} \}$	無次元定数	
$p$	Laplace 変換の変数	
$r$	管の内半径	m
$s_0$	単位体積当りの流体の熱伝達表面積	$m^2/m^3 = m^{-1}$
$s_1$	単位体積当りの外面熱伝達表面積	$m^2/m^3 = m^{-1}$

$S_1$	流路の断面積	$\text{m}^2$
$S_2$	管壁の断面積	$\text{m}^2$
$t$	管壁温度	$^\circ\text{C}$
$t_0$	始めの管壁温度	$^\circ\text{C}$
$t_s$	周囲温度	$^\circ\text{C}$
$T$	流体温度	$^\circ\text{C}$
$T_0$	始めの流体温度	$^\circ\text{C}$
$T_i$	流体の入口温度	$^\circ\text{C}$
$U$	熱通過率	$\text{kcal}/\text{m}^2\text{h}^\circ\text{C}$
$U_0$	壁内面の熱伝達率	$\text{kcal}/\text{m}^2\text{h}^\circ\text{C}$
$U_1$	壁外面の熱伝達率	$\text{kcal}/\text{m}^2\text{h}^\circ\text{C}$
$V$	流速	$\text{m}/\text{h}$
$x$	円管の軸に沿い流れの向きの距離	$\text{m}$
$\alpha = (1+\alpha)U_1/U_0$	無次元定数	
$\beta = \alpha + 1$	無次元定数	
$\delta = (t - t_s)/(T_i - t_s)$	無次元管壁温度	
$\bar{\delta} = \mathcal{L}(\delta)$		
$\eta = s_0 U_0 \tau / (2\alpha + \alpha^2) C$	無次元時間	
$\eta^* = s_0 U \tau / \rho c_p$	無次元時間	
$\theta = (T - t_s)/(T_i - t_s)$	無次元流体温度	
$\bar{\theta} = \mathcal{L}(\theta)$		
$\xi = s_0 U_0 x / G c_p$	無次元距離	
$\xi^* = s_0 U x / G c_p$	無次元距離	
$\rho$	流体の密度	$\text{kg}/\text{m}^3$
$\tau$	時間	$\text{h}$
$\psi = \rho c_p / (2\alpha + \alpha^2) C$	無次元定数	
$\varphi = e^{-\xi - \eta} I_0(2\sqrt{\xi\eta})$		
$\zeta = \eta - \psi\xi$		

## I. 管壁の熱容量を無視した場合

### 3. 管壁の熱容量を無視した場合の解

流体から失われた熱量は周囲に与えられる故（第1図参照），



第 1 図

$$-GS_c_p \left( \frac{\partial T}{\partial x} dx + \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau \right) = (T - t_s) s_0 US dx. \quad (1)$$

$\xi^* = s_0 U x / G c_p$ ,  $\eta^* = s_0 U \tau / \rho c_p$ ,  $\theta = (T - t_s) / (T_i - t_s)$  とし

$$d\tau = \frac{dx}{V} = \frac{\rho dx}{G}$$

の関係を使えば、(1) は

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi^*} + \frac{\partial \theta}{\partial \eta^*} = -\theta. \quad (2)$$

今

$$A = \frac{T_0 - t_s}{T_i - t_s}$$

とすれば、初期条件は

$$\theta(\xi^*, 0) = A, \quad (3)$$

また境界条件は

$$\theta(0, \eta^*) = 1 \quad (4)$$

で、最初  $T_0 = t_s$  であれば  $A = 0$  である。

(2) 式は Laplace 変換により、(3) を用いて

$$\frac{d\bar{\theta}}{d\xi^*} + (p+1)\bar{\theta} = A \quad (5)$$

となり、(4) は

$$\bar{\theta}(0) = \frac{1}{p} \quad (6)$$

となる。初期条件 (6) を満す (5) の解は

$$\theta = \frac{A}{p+1} + e^{-\xi^*} \left( \frac{1}{p} - \frac{A}{p+1} \right) e^{-p\xi^*}$$

となる。さて  $A > 0$  の時<sup>3)</sup>

$$\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{p-m} e^{-Ap} \right] = \begin{cases} 0 & (0 < \eta^* < A) \\ e^{m(\eta^*-A)} & (A < \eta^*) \end{cases} \quad (7)$$

故、

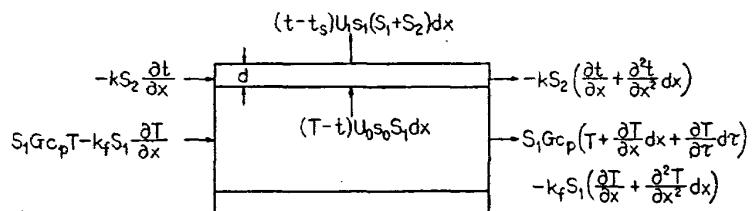
$$\left. \begin{array}{ll} \theta = A e^{-\eta^*} & (0 < \eta^* < \xi^*) \\ \theta = e^{-\xi^*} & (\xi^* < \eta^*) \end{array} \right\} \quad (8)$$

$0 < \eta^* < \xi^*$  は  $0 < \tau < \frac{x}{V}$  に、 $\xi^* < \eta^*$  は  $\frac{x}{V} < \tau$  に対応する。すなわち (8) の第1の解は異温流体が到着する前の壁からの損失により降下する温度を表わし、(8) の第2の解が異温流体の壁からの損失を蒙った後の温度を与える。

## II. 管壁の熱容量を考慮した場合

### 4. 基礎方程式

$d\tau = dx/V$  故、流体のエネルギーの式は（第2図参照）。



第 2 図

$$Gc_p \left( \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{V} \frac{\partial T}{\partial \tau} \right) = -(T-t)s_0U_0 + k_f \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (9)$$

となる。

円管の場合

$$s_0 = \frac{2\pi r}{\pi r^2} = \frac{2}{r}, \quad s_1 = \frac{2}{r+d}$$

故、 $d/r=a$  とすれば

$$\frac{s_0}{s_1} = \frac{r+d}{r} = 1+a$$

の関係がある。管壁のエネルギーの式は

$$C \frac{\partial t}{\partial \tau} S_2 = (T-t) s_0 U_0 S_1 - (t-t_s) s_1 U_1 (S_1 + S_2) + k \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} S_2,$$

あるいは

$$S_1 = \pi r^2, \quad S_2 = \pi \{(r+d)^2 - r^2\} = S_1 \{(1+a)^2 - 1\} = S_1 (2a + a^2)$$

の関係を用いて

$$C \frac{\partial t}{\partial \tau} (2a + a^2) = (T-t) s_0 U_0 - (t-t_s) \frac{s_0}{1+a} U_1 (1+a)^2 + k \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} (2a + a^2) \quad (10)$$

となる。

$$\frac{s_0 U_0 x}{G c_p} = \xi, \quad \frac{s_0 U_0 \tau}{(2a + a^2) C} = \eta, \quad \frac{\rho c_p}{(2a + a^2) C} = \psi, \quad \frac{T-t_s}{T_i-t_s} = \theta, \quad \frac{t-t_s}{T_i-t_s} = \delta$$

とすれば (9), (10) はそれぞれ

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \psi \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \delta - \theta + K_1 \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial \eta} = \theta - \beta \delta + K_2 \frac{\partial^2 \delta}{\partial \xi^2} \quad (12)$$

となる。ただし  $\beta = 1 + \alpha$ ,  $\alpha = (1+a)U_1/U_0$ ,  $K_1 = k_f s_0 U_0 / G^2 c_p^2$ ,  $K_2 = (2a + a^2) k s_0 U_0 / G^2 c_p^2$  である。

流れ方向の熱伝導を省略すれば  $K_1 = K_2 = 0$  故、(11) および (12) はそれぞれ

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \psi \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \delta - \theta, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial \eta} = \theta - \beta \delta \quad (14)$$

となる。 $t_0 = T_0$  とすれば、初期条件は

$$\theta(\xi, 0) = \delta(\xi, 0) = A \quad (15)$$

となり、また境界条件は (4) と同じく

$$\theta(0, \eta) = 1 \quad (16)$$

で与えられる。

(13), (14) は Laplace 変換により、(15) を使って、それぞれ

$$\frac{d\bar{\theta}}{d\xi} + \psi(p\bar{\theta} - A) = \bar{\delta} - \bar{\theta}, \quad (17)$$

$$\bar{\delta} = \frac{\bar{\theta}}{p+\beta} + \frac{A}{p+\beta} \quad (18)$$

となり、条件 (16) は

$$\bar{\theta}(0) = \frac{1}{p} \quad (19)$$

となる。(18) を (17) に入れれば

$$\frac{d\bar{\theta}}{d\xi} + \left(1 + \psi p - \frac{1}{p+\beta}\right)\bar{\theta} = \frac{A}{p+\beta} + \psi A \quad (20)$$

となる。初期条件 (19) を満す (20) の解は

$$\bar{\theta} = \frac{1}{p} e^{-\xi} \exp\left\{\left(\frac{1}{p+\beta} - \psi p\right)\xi\right\} + \frac{A(1+\psi\beta+\psi p)}{p+\alpha+\psi p(p+\beta)} \left[1 - e^{-\xi} \exp\left\{\left(\frac{1}{p+\beta} - \psi p\right)\xi\right\}\right] \quad (21)$$

で与えられる。

### 5. $\psi=0$ の場合の解

$$\begin{aligned} & \frac{1}{p-m} \exp\left\{\left(\frac{1}{p+\beta} - \psi p\right)\xi\right\} \\ &= \begin{cases} \mathcal{L}[0] & (0 < \eta < \psi\xi) \\ \mathcal{L}\left[e^{-\beta(\eta-\psi\xi)} I_0[2\sqrt{\xi(\eta-\psi\xi)}] + (\beta+m) e^{m(\eta-\psi\xi)} \int_0^{\eta-\psi\xi} e^{-(\beta+m)\eta} I_0(2\sqrt{\xi\eta}) d\eta\right] & (\psi\xi < \eta) \end{cases} \quad (22) \end{aligned}$$

故 (この導出は付録 1 で行なう), (7) を用いて

$$\begin{aligned} \theta &= A e^{-\alpha\eta} + e^{-\xi} \left\{ e^{-\beta\eta} I_0(2\sqrt{\xi\eta}) + \beta \int_0^\eta e^{-\beta\eta} I_0(2\sqrt{\xi\eta}) d\eta \right\} \\ &\quad - A e^{-\xi} \left\{ e^{-\beta\eta} I_0(2\sqrt{\xi\eta}) + e^{-\alpha\eta} \int_0^\eta e^{-\eta} I_0(2\sqrt{\xi\eta}) d\eta \right\} \\ &= A e^{-\alpha\eta} + (1-A) e^{-\alpha\eta} \Psi - A e^{-\alpha\eta} \int_0^\eta \Psi d\eta + \beta \int_0^\eta e^{-\alpha\eta} \Psi d\eta, \quad (23) \end{aligned}$$

ただし  $\Psi = e^{-\xi-\eta} I_0(2\sqrt{\xi\eta})$  である。(13) から

$$\delta = \theta + \frac{\partial\theta}{\partial\xi} = A e^{-\alpha\eta} \left(1 - \int_0^\eta \Psi d\eta\right) + \int_0^\eta e^{-\alpha\eta} \Psi d\eta \quad (24)$$

となる。

$\delta(\xi, 0) = A$  であるが,

$$\theta(\xi, 0) = A + (1-A) e^{-\xi}$$

となり,  $\psi=0$  の場合には (15) の初期条件をすべて満すことはできない。

最初の壁温が周囲温度に等しい場合 ( $A=0$ ) には, (23), (24) はそれぞれ

$$\theta = e^{-\alpha\eta} \Psi + \beta \int_0^\eta e^{-\alpha\eta} \Psi d\eta, \quad (25)$$

$$\delta = \int_0^\eta e^{-\alpha\eta} \Psi d\eta \quad (26)$$

となる。

## 6. $\psi > 0$ の場合の解

$$\left(\beta + \frac{1}{\psi}\right)^2 - \frac{4\alpha}{\psi} = \frac{4}{\psi} + \left(\frac{1}{\psi} - \beta\right)^2 > 0$$

故,

$$m = \frac{1}{2} \left\{ \beta + \frac{1}{\psi} - \sqrt{\left(\beta + \frac{1}{\psi}\right)^2 - \frac{4\alpha}{\psi}} \right\}, \quad n = \frac{1}{2} \left\{ \beta + \frac{1}{\psi} + \sqrt{\left(\beta + \frac{1}{\psi}\right)^2 - \frac{4\alpha}{\psi}} \right\}$$

とすれば,  $0 < m < \beta < n$  であり, また

$$\frac{\psi p + \psi \beta + 1}{\psi p^2 + (\psi \beta + 1)p + \alpha} = \frac{p + \beta + \frac{1}{\psi}}{(p+m)(p+n)} = \frac{n}{n-m} \frac{1}{p+m} - \frac{m}{n-m} \frac{1}{p+n}.$$

故に (21) は

$$\bar{\theta} = \frac{A}{n-m} \left( \frac{n}{p+m} - \frac{m}{p+n} \right) + \left( \frac{1}{p} - \frac{A}{n-m} \frac{n}{p+m} + \frac{A}{n-m} \frac{m}{p+n} \right) e^{-\xi} \exp \left\{ \left( \frac{1}{p+\beta} - \psi p \right) \xi \right\} \quad (27)$$

となる。(15), (22) より

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \frac{A}{n-m} (n e^{-m\eta} - m e^{-n\eta}), && (0 \leq \eta < \psi\xi) \\ \theta &= \frac{A}{n-m} (n e^{-m\eta} - m e^{-n\eta}) + (1-A) e^{-\xi - \beta(\eta - \psi\xi)} I_0 [2\sqrt{\xi(\eta - \psi\xi)}] \\ &\quad + \beta \int_0^{\eta - \psi\xi} e^{-\alpha\eta} \Psi d\eta - \frac{An}{n-m} (\beta - m) e^{-m(\eta - \psi\xi)} \int_0^{\eta - \psi\xi} e^{-(\alpha-m)\eta} \Psi d\eta \\ &\quad - \frac{Am}{n-m} (n - \beta) e^{-n(\eta - \psi\xi)} \int_0^{\eta - \psi\xi} e^{(n-\alpha)\eta} \Psi d\eta. && (\psi\xi < \eta) \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

となる。(13), (15) より, 部分積分および  $I_1'(x) = I_0(x) - x^{-1} I_1(x)$  の公式を用いて,

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \frac{A}{n-m} \{n(1-m\psi) e^{-m\eta} + m(n\psi-1) e^{-n\eta}\}, && (0 \leq \eta \leq \psi\xi) \\ \delta &= \frac{A}{n-m} \{n(1-m\psi) e^{-m\eta} + m(n\psi-1) e^{-n\eta}\} \\ &\quad + \int_0^{\eta - \psi\xi} e^{-\alpha\eta} \Psi d\eta - \frac{An}{n-m} e^{-m(\eta - \psi\xi)} \int_0^{\eta - \psi\xi} e^{-(\alpha-m)\eta} \Psi d\eta \\ &\quad + \frac{Am}{n-m} e^{-n(\eta - \psi\xi)} \int_0^{\eta - \psi\xi} e^{(n-\alpha)\eta} \Psi d\eta. && (\psi\xi \leq \eta) \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

$\psi > 0$  の場合には (15) の初期条件を二つ共満すことができる。これは  $\eta = \psi\xi$  で  $\theta$  に  $(1-A)e^{-\xi}$  の飛びがあるためである。

$0 < \eta < \psi\xi$  は  $0 < \tau < (x/V)$  に, また  $\psi\xi < \eta$  は  $(x/V) < \tau$  に対応する。すなわち (28) および

(29) の第 1 の解は異温流体が到着する前の、壁からの熱損失により降下する温度を表わし、(28) および (29) の第 2 の解が異温流体の到着した後の温度を与える。

## 7. 入口の壁温

(29) の第 2 の式で  $\xi=0$  とすれば、

$$(1-m\psi)(\beta-m)=1, \\ (n\psi-1)(n-\beta)=1$$

の関係を用いて、

$$\delta(0, \eta) = \frac{1}{\beta} + \left( A - \frac{1}{\beta} \right) e^{-\beta\eta} \quad (30)$$

を得る。この結果は (14) 式で  $\theta=1$ ,  $\delta=\delta(\eta)$  として  $\delta(0)=A$  の初期条件で解いたものに等しい。また壁の外面で損失のない場合 ( $\beta=1$ ), (30) は Judd の式と一致する。

## 8. 最初の温度が周囲温度に等しい場合

この場合には  $A=0$  故、 $\zeta=\eta-\psi\xi$  とすれば、(28), (29), (30) はそれぞれ

$$\begin{aligned} \theta &= 0, & (\zeta < 0) \\ \theta &= e^{-\xi-\beta\zeta} I_0(2\sqrt{\xi\zeta}) + \beta e^{-\xi} \int_0^\zeta e^{-\beta\eta} I_0(2\sqrt{\xi\eta}) d\eta & \left. \right\} \\ &= e^{-\alpha\xi} \Psi(\xi, \zeta) + \beta \int_0^\zeta e^{-\alpha\eta} \Psi(\xi, \eta) d\eta, & (\zeta > 0) \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \delta &= 0, & (\zeta \leq 0) \\ \delta &= e^{-\xi} \int_0^\zeta e^{-\beta\eta} I_0(2\sqrt{\xi\eta}) d\eta = \int_0^\zeta e^{-\alpha\eta} \Psi(\xi, \eta) d\eta, & (\zeta \geq 0) \end{aligned} \quad (32)$$

$$\delta(0, \eta) = \frac{1}{\beta} (1 - e^{-\beta\eta}) \quad (33)$$

となる。

$\alpha\eta \ll 1$  かつ  $\alpha \ll 1$  の時には、計算に便利な形を導くことができる。すなわちこの場合 (31) の第 2 式は

$$\theta \doteq (1 - \alpha\zeta) \Psi(\xi, \zeta) + (1 + \alpha) \int_0^\zeta (1 - \alpha\eta) \Psi(\xi, \eta) d\eta \doteq F_1(\xi, \zeta) - \alpha F_2(\xi, \zeta) \quad (31')$$

となる。ただし

$$F_1(\xi, \zeta) = \Psi(\xi, \zeta) + \int_0^\zeta \Psi(\xi, \eta) d\eta, \quad F_2(\xi, \zeta) = \zeta \Psi(\xi, \zeta) - \int_0^\zeta (1 - \eta) \Psi(\xi, \eta) d\eta$$

である。また (32) の第 2 式は

$$\partial \div \int_0^\zeta (1 - \alpha\eta) \Psi(\xi, \eta) d\eta = G_1(\xi, \zeta) - \alpha G_2(\xi, \zeta) \quad (32')$$

となる。ただし

$$G_1(\xi, \zeta) = \int_0^\zeta \Psi(\xi, \eta) d\eta, \quad G_2(\xi, \zeta) = \int_0^\zeta \eta \Psi(\xi, \eta) d\eta$$

である。明らかに

$$F_1 = \Psi + G_1, \quad F_2 = \zeta \Psi - G_1 + G_2$$

である。また

$$\begin{aligned} F_1(0, \zeta) &= e^{-\zeta} + \int_0^\zeta e^{-\eta} d\eta = 1, & F_2(0, \zeta) &= \zeta e^{-\zeta} - \int_0^\zeta (1-\eta) e^{-\eta} d\eta = 0, \\ G_1(0, \zeta) &= \int_0^\zeta e^{-\eta} d\eta = 1 - e^{-\zeta}, & G_2(0, \zeta) &= \int_0^\zeta \eta e^{-\eta} d\eta = 1 - (1+\zeta) e^{-\zeta} \end{aligned}$$

である。なお

$$F_1(\xi, 0) = e^{-\xi}, \quad F_2(\xi, 0) = G_1(\xi, 0) = G_2(\xi, 0) = 0$$

となるが、これらは  $\psi > 0$  の場合には極限値としての意味しか持たない。 $F_1, F_2, G_1$  および  $G_2$  を付図に示す。

## 9. 定常解との関係

定常解との関係を求めるために  $\gamma \rightarrow \infty$  の極限を考える。この場合には (28) および (29) の第 2 式を考えれば良いが、(28) の第 2 式の右辺の第 1 項は 0 になり、第 2 項も

$$I_\nu(z) \sim \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}} \left\{ 1 - \frac{4\nu^2 - 1}{1!(8z)} + \dots \right\}$$

の漸近展開から 0 になることがわかる。第 3 項は  $t = 2\sqrt{\xi}\eta$  の変数変換で

$$\frac{\beta}{2\xi} e^{-\xi} \int_0^\infty t e^{-b^2 t^2} I_0(t) dt,$$

$(b^2 = \beta/4\xi)$  となる。さて合流型超幾何函数  $F(\alpha, \gamma; z)$  を使えば

$$\int_0^\infty t^{\mu-1} e^{-b^2 t^2} I_\nu(t) dt = \frac{\Gamma\left(\frac{\mu+\nu}{2}\right)}{2^{\nu+1} b^{\mu+\nu} I(\nu+1)} F\left(\frac{\mu+\nu}{2}, \nu+1; \frac{1}{4b^2}\right) \quad (34)$$

故

$$\int_0^\infty t e^{-b^2 t^2} I_0(t) dt = \frac{1}{2b^2} F\left(1, 1; \frac{1}{4b^2}\right) = \frac{1}{2b^2} \exp\left(\frac{1}{4b^2}\right) \quad (35)$$

となる。故に第 3 項は  $e^{-(\alpha/\beta)\xi}$  となる。第 4 項と第 5 項はやはり 0 となるので

$$\theta(\xi, \infty) = e^{-(\alpha/\beta)\xi} \quad (36)$$

の結果を得る。

同様にして、(29) の第2式の右辺も第2項以外は0となり、上の結果から

$$\delta(\xi, \infty) = \frac{1}{\beta} e^{-(\alpha/\beta)\xi} \quad (37)$$

となる。

(13) 式および (14) 式で  $\partial/\partial\eta=0$  とした式の境界条件 (16) を充す解、すなわち定常解が、(36) および (37) に等しいことは明らかである。すなわち (28) および (29) は  $\eta \rightarrow \infty$  で定常解 (36) および (37) に近づく解である。

## 10. I の解と II の解の関係

次に I で取り扱った管壁の熱容量を省略した場合の解が、6 で求めた解に含まれることを示そう。

管壁の熱容量を省略し得る場合 ( $C \rightarrow 0$ ) には、流れ方向の熱伝導を省略すれば、管壁からの熱損失は

$$(T-t)s_0U_0 = (t-t_s)s_0U_1(1+a) = (T-t_s)s_0U$$

で与えられる。故に

$$\frac{(1+a)U_1}{U_0 + (1+a)U_1} = \frac{U}{U_0}$$

となり、

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{(1+a)U_1/U_0}{1+(1+a)(U_1/U_0)} = \frac{(1+a)U_1}{U_0 + (1+a)U_1} = \frac{U}{U_0} \quad (38)$$

を得る。また  $\psi \rightarrow \infty$  となり  $m \rightarrow 0$  および  $n \rightarrow \beta$  を得る。さて

$$\eta - \psi\xi = \frac{s_0U_0}{(2a+a^2)C} \left( \tau - \frac{x}{V} \right)$$

故、 $(x/V) < \tau$  の時  $\eta - \psi\xi \rightarrow +\infty$  となる。さらに

$$\begin{aligned} m\eta &= \frac{1}{2} \left\{ \beta\eta + \frac{\eta}{\psi} - \beta\eta \sqrt{1 + \frac{2}{\beta\psi} + \frac{1}{\beta^2\psi^2} - \frac{4\alpha}{\beta^2\psi}} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \beta\eta + \frac{\eta}{\psi} - \beta\eta \left( 1 + \frac{1}{\beta\psi} + \frac{1}{2\beta^2\psi^2} - \frac{2\alpha}{\beta^2\psi} - \dots \right) \right\} \xrightarrow{\text{11-1}} \frac{\alpha\eta}{\beta\psi}, \end{aligned}$$

$$m\psi \rightarrow \frac{\alpha}{\beta}$$

となり、(38) より

$$\xi^* = \frac{U}{U_0}\xi = \frac{\alpha}{\beta}\xi,$$

$$\eta^* = \frac{U}{U_0}\frac{\eta}{\psi} = \frac{\alpha\eta}{\beta\psi}.$$

故に,  $-m(\eta - \psi\xi) = \xi^* - \eta^*$  および前節の結果と (15) を使って, (28) は

$$\theta = A e^{-\eta^*}, \quad (0 \leq \eta^* < \xi^*)$$

$$\bar{\theta} = A e^{-\eta^*} + e^{-\xi^*} - A \beta e^{-\eta^* + \xi^*} \frac{1}{\beta} e^{-\xi^*} = e^{-\xi^*} \quad (\xi^* < \eta^*)$$

となるが, これは (8) の結果と完全に一致する。

同様にして, (29) は

$$\delta = \frac{A}{\beta} e^{-\eta^*}, \quad (0 < \eta^* < \xi^*)$$

$$\delta = \frac{1}{\beta} e^{-\xi^*} \quad (\xi^* < \eta^*)$$

となる。すなわち

$$\delta = \frac{\theta}{\beta}$$

を得る。

## 11. 計 算 例

現在建設中の極超音速風胴の集合筒の場合の定数を付録 2 に示した。この場合  $x=3\text{ m}$ ,  $\tau=\frac{1}{60}$   $\sim \frac{4}{60}\text{ h}$  とすると,  $\xi=0.03$ ,  $\eta=0.05\sim0.20$  であり,  $\psi\xi=0.0003\sim0.002 \ll \eta$  故,  $\zeta=\eta-\psi\xi \div \eta$  である。 $\alpha=0.06$  故, 付図から 表 1 のように  $\theta$  と  $\delta$  が求められる。なお管壁温度が最高となる  $\xi=0$  での  $G_1$ ,  $G_2$  および  $\delta$  も示した。

表 1. 極超音速風胴集合筒の場合の温度変化

$\eta$	$F_1$	$F_2$	$\theta$	$G_1$	$G_2$	$\delta$	$\xi=0$ での		
							$G_1$	$G_2$	$\delta$
0.05	0.972	0	0.972	0.047	0.001	0.047	0.049	0.001	0.049
0.10	0.973	0	0.973	0.092	0.005	0.092	0.095	0.005	0.095
0.15	0.975	0	0.975	0.135	0.010	0.134	0.139	0.010	0.139
0.20	0.976	0.001	0.976	0.176	0.017	0.175	0.181	0.018	0.180

これから,  $T_i=1200^\circ\text{C}$ ,  $t_s=0\sim40^\circ\text{C}$  とした場合の温度降下は  $35\sim36^\circ\text{C}$  であり, 管壁温度は  $216\sim249^\circ\text{C}$  以下であることが判る。

## 12. む す び

一様断面の円管の中を流れる縮まない流れによる非定常熱伝達を扱い, 管外壁の熱損失を考慮に入れた場合の気流および管壁の温度変化を求めた。最後の結果は  $\xi=0, 0.01, 0.03, 0.1, 0.3, 1$ ,

3, 10 に対して、管外壁での熱損失のない場合の解および熱損失のある場合の補正項の二つが、図で示されており、これから実際の問題の場合の温度変化は直ちに求められる。

計算例として、極超音速風洞の集合筒に適用した場合が示され、気流の温度降下は 40°C 程度で、4 分間通風の場合の気流の温度変動は 0.6% 程度であり、また管壁の温度は、周囲温度を 40°C とした場合でも、250°C 以下に留まることが示された。

最後に付録 2 の準備に当たられた井上建二技官に感謝の意を表する。

## 文 献

- 1) J.W. Rizika: Thermal Lags in Flowing Incompressible Fluid Systems containing Heat Capacitors, 1954. Trans. ASME 78 (1956) 1407-1413.
- 2) J. H. Judd: Transient Temperatures in Heat Exchangers for Supersonic Blowdown Tunnels, 1954. NACA TN 3078 (1954).
- 3) A. Erdélyi(ed.): Tables of Integral Transforms, vol. 1 (1954). McGraw-Hill Book Co., Inc. (New York).
- 4) W. H. McAdams: Heat Transmission, 3rd ed. (1954). McGraw-Hill Book Co., Inc. (New York).

## 付録 1. (22) 式の導出

$$\frac{1}{p-m} \exp \left\{ \left( \frac{1}{p+\beta} - \phi p \right) \xi \right\} = \frac{1}{p-m} \left\{ \exp \left( \frac{\xi}{p+\beta} \right) - 1 \right\} e^{-\phi \xi p} + \frac{1}{p-m} e^{-\phi \xi p}. \quad (\text{A.1})$$

表 2 の 2 と 3 から

$$\exp \left( \frac{\xi}{p+\beta} \right) - 1 = \mathcal{L} \left[ e^{-\beta \eta} \left( \frac{\xi}{\eta} \right)^{1/2} I_1(2\sqrt{\xi \eta}) \right] \quad (\text{A.2})$$

の式を得る。この式と (7) および表 2 の 4 より

$$\left\{ \exp \left( \frac{\xi}{p+\beta} \right) - 1 \right\} \frac{1}{p-m} e^{-\phi \xi p} = \mathcal{L} \left[ \int_0^\eta e^{-\beta z} \left( \frac{\xi}{z} \right)^{1/2} I_1(2\sqrt{\xi z}) \Delta(\eta-z) dz \right],$$

ただし

$$\Delta(\eta-z) = \begin{cases} 0 & (\eta - \phi \xi < z), \\ e^{m(\eta-z-\phi \xi)} & (0 < z < \eta - \phi \xi). \end{cases}$$

書き直せば

$$\begin{aligned} & \frac{1}{p-m} \left\{ \exp \left( \frac{\xi}{p+\beta} \right) - 1 \right\} e^{-\phi \xi p} \\ &= \begin{cases} \mathcal{L}[0], & (0 < \eta < \phi \xi), \\ \mathcal{L} \left[ e^{m(\eta-\phi \xi)} \int_0^{\eta-\phi \xi} e^{-(\beta+m)\eta} \left( \frac{\xi}{\eta} \right)^{1/2} I_1(2\sqrt{\xi \eta}) d\eta \right] & \\ = \mathcal{L} \left[ e^{-\beta(\eta-\phi \xi)} I_0[2\sqrt{\xi(\eta-\phi \xi)}] - e^{m(\eta-\phi \xi)} + (\beta+m) e^{m(\eta-\phi \xi)} \int_0^{\eta-\phi \xi} e^{-(\beta+m)\eta} I_0(2\sqrt{\xi \eta}) d\eta \right]. & (\phi \xi < \eta), \end{cases} \end{aligned}$$

故に (7) を使って

$$\begin{aligned} & \frac{1}{p-m} \exp \left\{ \left( \frac{1}{p+\beta} - \phi p \right) \xi \right\} \\ &= \begin{cases} \mathcal{L}[0], & (0 < \eta < \phi \xi) \\ \mathcal{L} \left[ e^{-\beta(\eta-\phi\xi)} I_0 [2\sqrt{\xi(\eta-\phi\xi)}] + (\beta+m) e^{m(\eta-\phi\xi)} \int_0^{\eta-\phi\xi} e^{-(\beta+m)\eta} I_0 (2\sqrt{\xi\eta}) d\eta \right]. & (\phi\xi < \eta) \end{cases} \end{aligned}$$

表 2. Laplace 変換表

番号	$F(p) = \mathcal{L}[f(\eta)]$	$f(\eta)$	文献	ページ
1	$\frac{1}{p+m}$	$e^{-m\eta}$	3	229
2	$e^{\xi/p} - 1$	$\left(\frac{\xi}{\eta}\right)^{1/2} I_1 (2\sqrt{\xi\eta})$	3	244
3	$F(p-A)$	$e^{A\eta} f(\eta)$	3	129
4	$F_1(p)F_2(p)$	$\int_0^\eta f_1(z) f_2(\eta-z) dz$	3	131

## 付録 2. 極超音速風洞集合筒の定数

### 1. 管の形状

$$r = 0.3250 \text{ m}, \quad d = 0.0410 \text{ m}.$$

これから

$$a = d/r = 0.1262.$$

### 2. 管の材質

- |                      |                                      |
|----------------------|--------------------------------------|
| 1) ニッケルクロム鋼 SUS 27   | $C = 922.8 \text{ kcal/m}^3\text{C}$ |
| 2) アルミナ煉瓦 CORUX-AW   | $C = 824.2 \text{ kcal/m}^3\text{C}$ |
| 3) アルミナ・キャスタブル PX-AW | $C = 494.0 \text{ kcal/m}^3\text{C}$ |

3. 管内の空気流に対しては表 3 の値が計算により求められる。(M は Mach 数, P は圧力, Re は Reynolds 数, Pr は Prandtl 数, Nu は Nusselt 数である)

表 3. 極超音速風洞集合筒内の空気の定数

$M$	$P$ (atm)	$G$ (kg/m <sup>2</sup> h)	$T$ (°C)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\mu$ (kg/mh)	$k_f$ (kcal/mh°C)	$c_{pf}$ (kcal/kg°C)	$Re$	$Pr$	$Nu$
5	$22.73$	$2.496 \times 10^5$	600	9.105	0.1384	$4.938 \times 10^{-2}$	0.2673	$1.172 \times 10^6$	0.7491	$1.466 \times 10^3$
			1200	5.407	0.1902	$7.407 \times 10^{-2}$	0.2934	$8.530 \times 10^5$	0.7534	$1.141 \times 10^3$
7	$96.72$	$2.333 \times 10^5$	600	37.88	0.1398	$4.938 \times 10^{-2}$	0.2696	$1.085 \times 10^6$	0.7633	$1.395 \times 10^3$
			1200	22.65	0.1902	$7.407 \times 10^{-2}$	0.2941	$7.973 \times 10^5$	0.7552	$1.078 \times 10^3$

4. 周囲の空気に対しては、次のとおりとなる。

I.  $T = 600^\circ\text{C}$  の場合

$$\frac{t+t_s}{2} = 280^\circ\text{C}$$

$$= 553.2^\circ\text{K}$$

II.  $T = 1200^\circ\text{C}$  の場合

$$\frac{t+t_s}{2} = 550^\circ\text{C}$$

$$= 823.2^\circ\text{K}$$

$\beta = \frac{1}{553.2}$	$\beta = \frac{1}{823.2}$
$Pr' = 0.69$	$Pr' = 0.70$
$\nu' = 0.1681 \text{ m}^2/\text{h}$	$\nu' = 0.3240 \text{ m}^2/\text{h}$
$t - t_s = 500^\circ\text{C}$	$t - t_s = 1040^\circ\text{C}$

5.  $U_0$  の計算

$$Re = \frac{2rG}{\mu}, \quad Pr = \frac{\mu c_{pf}}{k_f}$$

を用いれば、発達した乱流による円管内の熱伝達は

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4}$$

で与えられる（文献 4, p. 219）。これより

$$U_0 = \frac{k_f Nu}{2r}$$

が求められる。

6.  $U_1$  の計算

水平円管の自然対流に対しては、 $10^3 < Gr \times Pr' < 10^9$  のとき、次の実験式（文献 4, p. 177）を用いる。

$$\begin{aligned} U_1 &= 0.27 \left\{ \frac{t - t_s}{2(r+d)} \right\}^{0.25} \text{ Btu}/\text{ft}^2\text{h}^\circ\text{F} \\ &= 0.9289 \left( \frac{t - t_s}{r+d} \right)^{0.25}, \text{ kcal}/\text{m}^2\text{h}^\circ\text{C} \end{aligned}$$

ただし

$$Gr = g\beta\{2(r+d)\}^3(t - t_s)/\nu'^2,$$

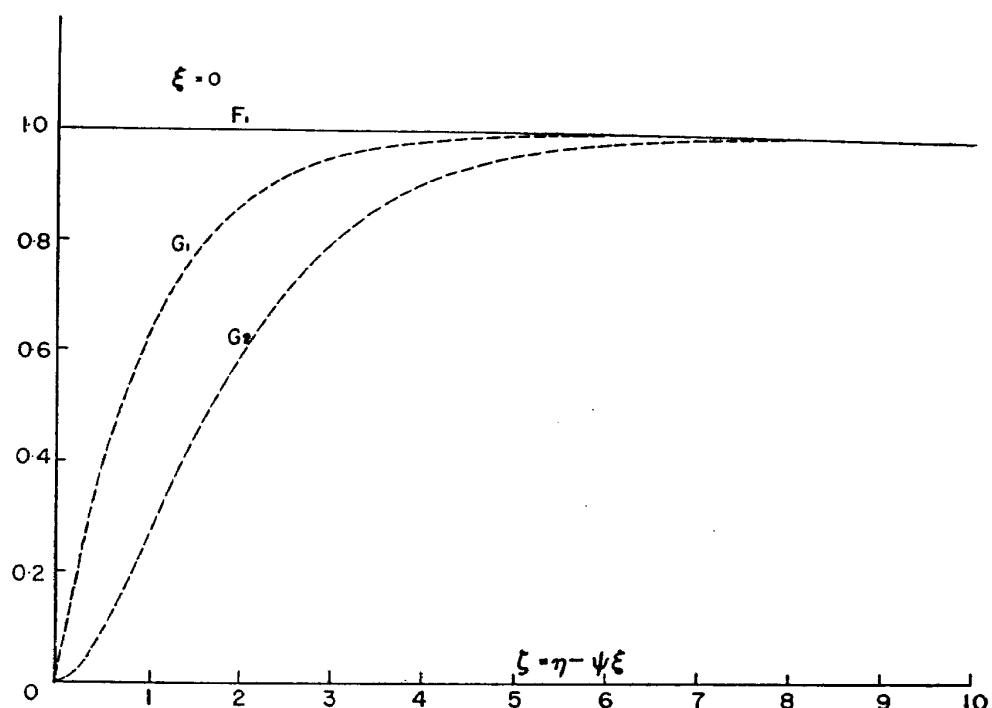
$g = 1.27 \times 10^8 \text{ m}/\text{h}^2$  である。

以上の結果をまとめれば表 4 のようになる。

表 4. 極超音速風胴集合筒の定数

$M$	$T$ ( $^\circ\text{C}$ )	$U_0$ ( $\text{kcal}/\text{m}^2\text{h}^\circ\text{C}$ )	$Gr$	$Gr \times Pr'$	$U_1$ ( $\text{kcal}/\text{m}^2\text{h}^\circ\text{C}$ )	$\alpha$	$\eta/\tau$ (1/h)	$\xi/x$ (1/m)	$\phi$
5	600	$1.114 \times 10^2$	$1.594 \times 10^7$	$1.100 \times 10^7$	5.650	$5.712 \times 10^{-2}$	1) 2.769 2) 3.100 3) 5.172	$1.028 \times 10^{-2}$	$9.829 \times 10^{-3}$
	1200	$1.300 \times 10^2$	$5.993 \times 10^7$	$4.195 \times 10^7$	6.780	$5.874 \times 10^{-2}$	1) 3.231 2) 3.617 3) 6.035		$1.100 \times 10^{-2}$
	600	$1.060 \times 10^2$	$1.594 \times 10^7$	$1.100 \times 10^7$	5.650	$6.003 \times 10^{-2}$	1) 2.634 2) 2.950 3) 4.921		$1.836 \times 10^{-2}$
	1200	$1.228 \times 10^2$	$5.993 \times 10^7$	$4.195 \times 10^7$	6.780	$6.218 \times 10^{-2}$	1) 3.052 2) 3.417 3) 5.700	$1.092 \times 10^{-2}$ $1.037 \times 10^{-2}$ $1.101 \times 10^{-2}$	$6.407 \times 10^{-3}$ $7.173 \times 10^{-3}$ $3.013 \times 10^{-2}$
	600								$4.124 \times 10^{-2}$
	1200								$4.618 \times 10^{-2}$

1) ニッケルクロム鋼 SUS 27, 2) アルミナ煉瓦 CORUX-AW, 3) アルミナ・キャスタブル PX-AW

付図 1.  $\xi = 0 : F_1 = 1, F_2 = 0, G_1 = 1 - e^{-\xi}, G_2 = 1 - (1 + \xi) e^{-\xi}.$ 

$\xi = 0.01$

$F_1$

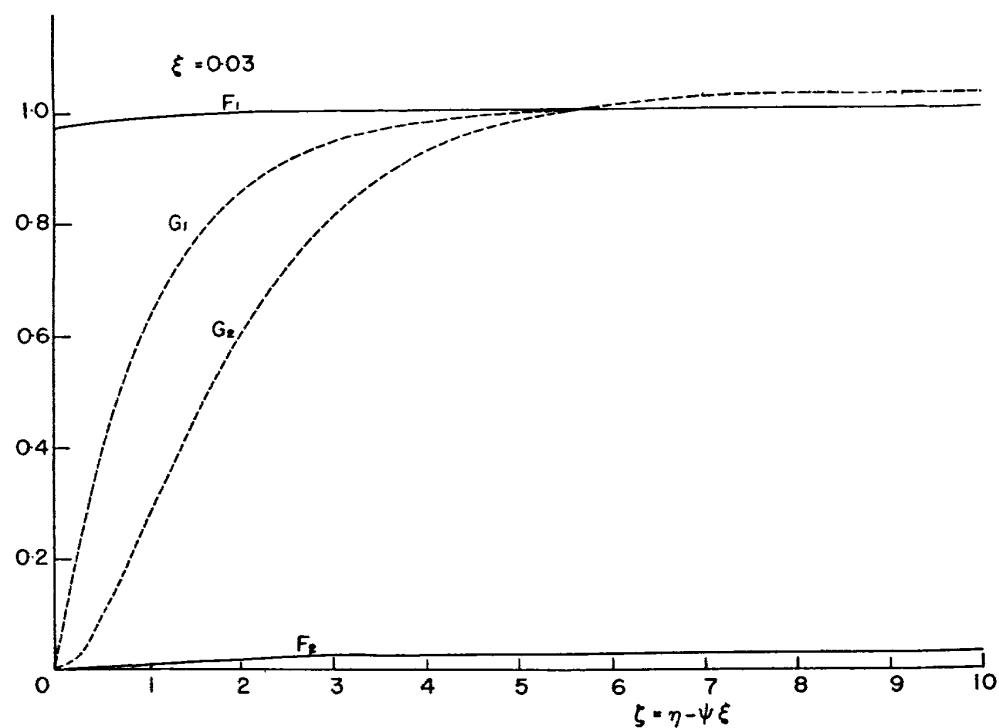
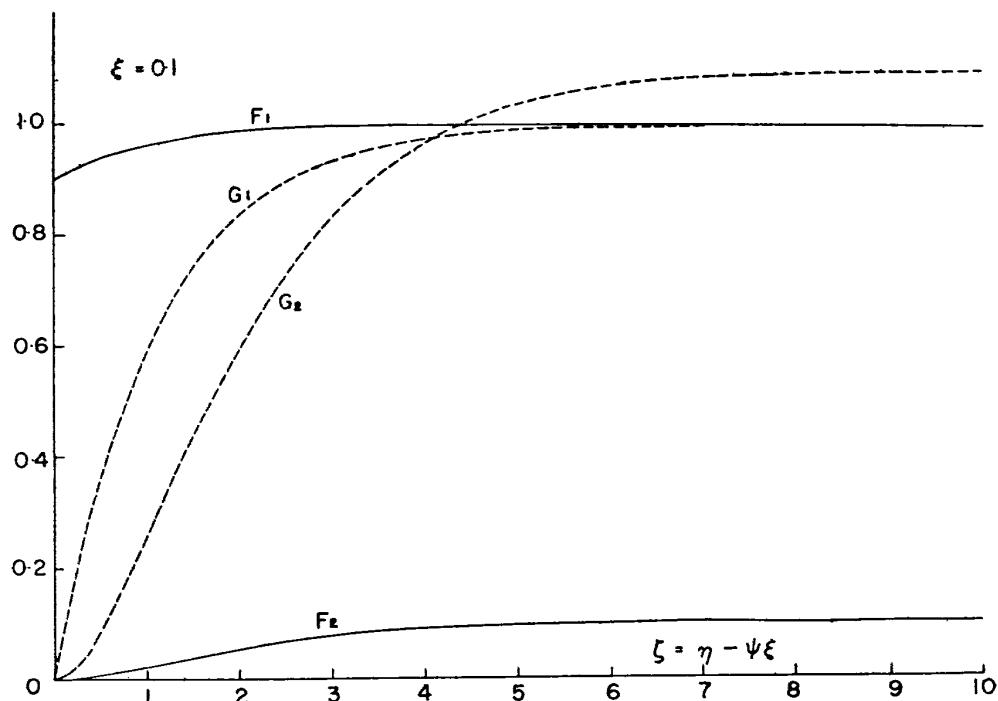
$G_1$

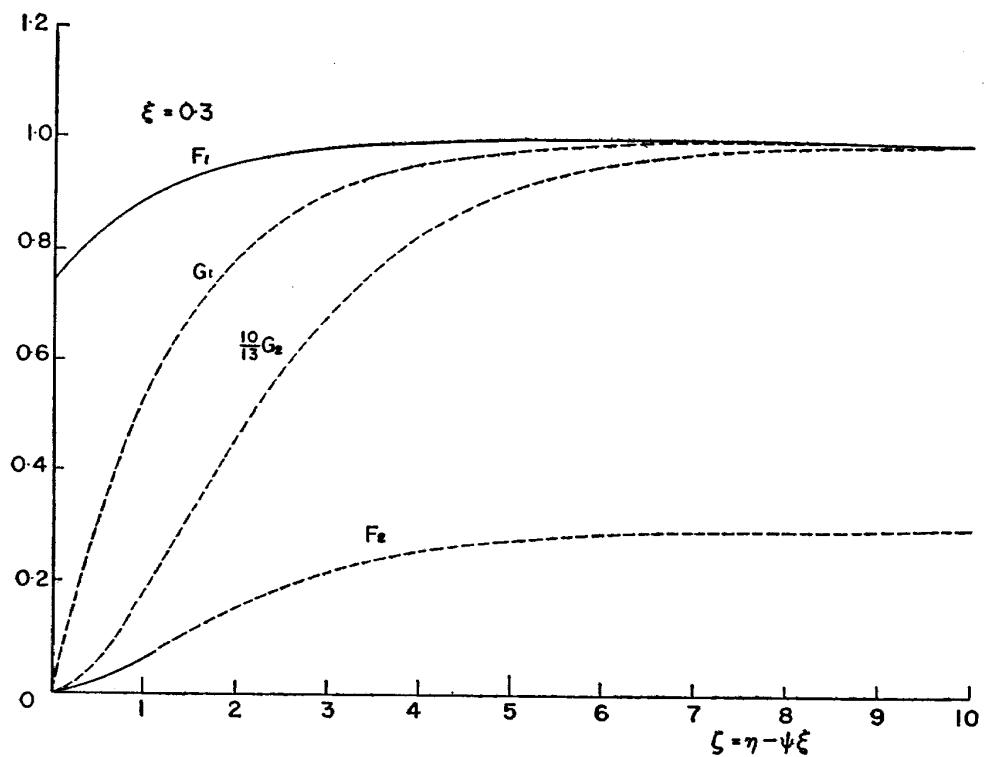
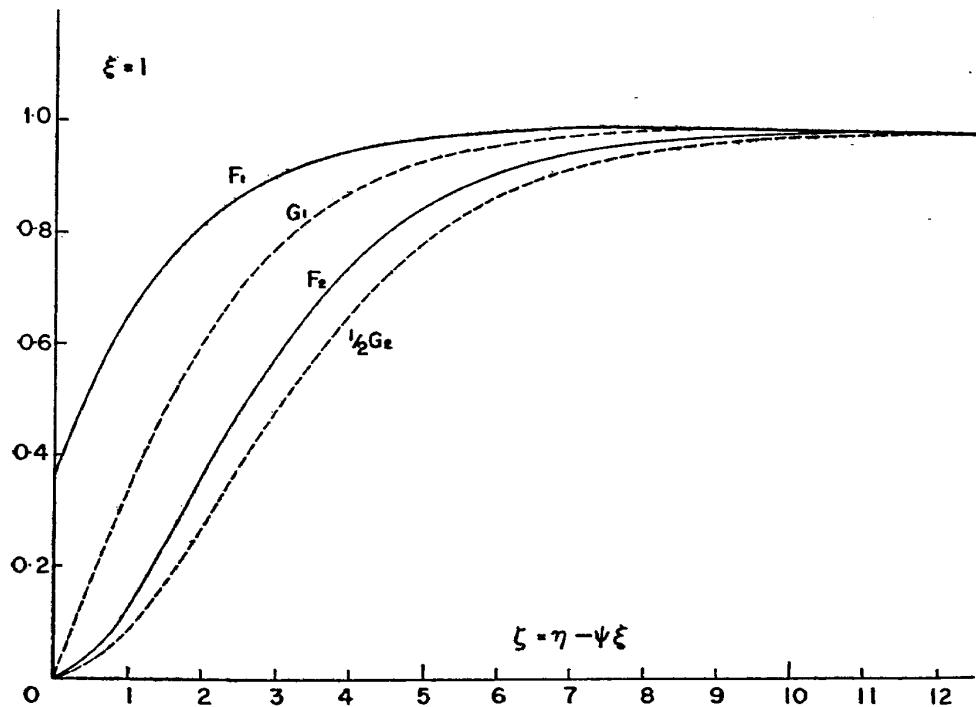
$G_2$

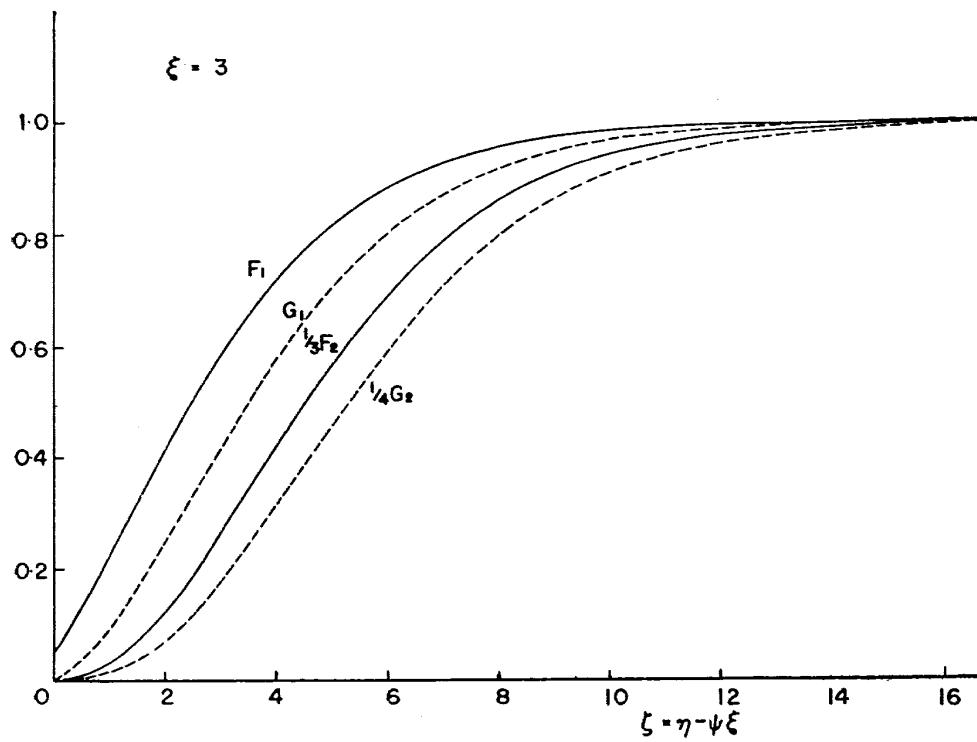
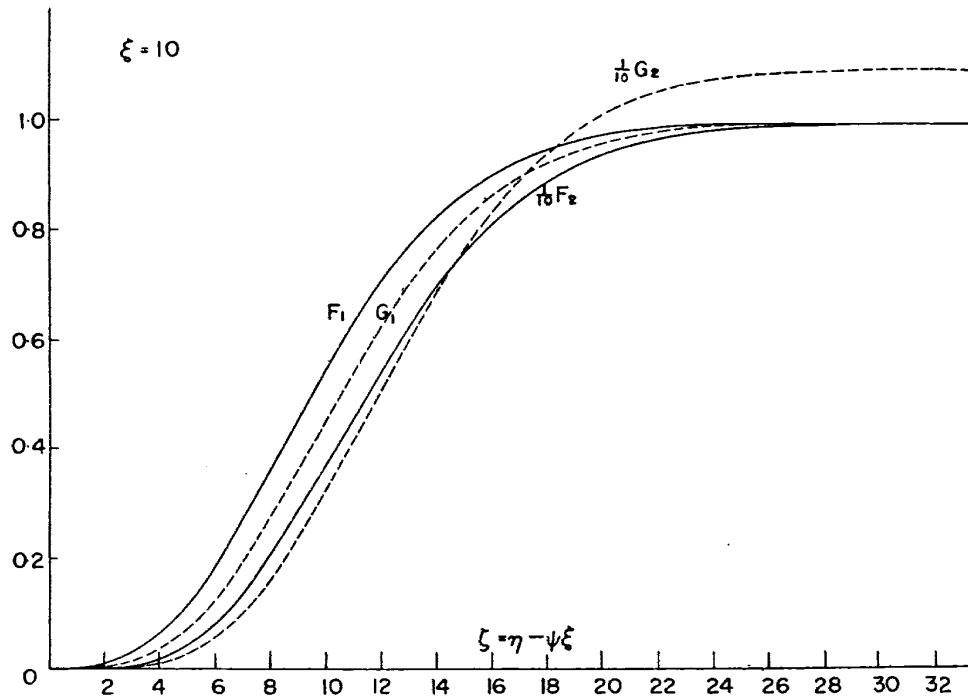
$\xi = \eta - \psi \xi$

付図 2.  $\xi = 0.01 : F_1(0.01, 0) = 0.99005.$ 

This document is provided by JAXA.

付図 3.  $\xi=0.03$ :  $F_1(0.03, 0)=0.97045$ .付図 4.  $\xi=0.1$ :  $F_1(0.1, 0)=0.90484$ .

付図 5.  $\xi=0.3 : F_1(0.3, 0)=0.74082.$ 付図 6.  $\xi=1 : F_1(1, 0)=0.36788.$

付図 7.  $\xi=3$ :  $F_1(3, 0)=0.049787$ .付図 8.  $\xi=10$ :  $F_1(10, 0)=0.000045$ .

1963年10月 19ページ

一様断面の円管の中を流れる縮まない流体を考え、最初流体と管壁(半径方向には温度一様とする)は同じ温度に保たれていて、ある瞬間から急に最初の温度と違った、一定の入口温度の流れが生じた場合を扱い、管外壁の熱損失を考慮して、以後の流体および管壁の温度変化を求めた。

特に、管外壁の熱損失が小さい場合には、計算に便利な形を導いた。すなわち、この場合には付図を用いることにより、流体および管壁の温度変化を直ちに求めることができる。

1963年10月 19ページ

一様断面の円管の中を流れる縮まない流体を考え、最初流体と管壁(半径方向には温度一様とする)は同じ温度に保たれていて、ある瞬間から急に最初の温度と違った、一定の入口温度の流れが生じた場合を扱い、管外壁の熱損失を考慮して、以後の流体および管壁の温度変化を求めた。

特に、管外壁の熱損失が小さい場合には、計算に便利な形を導いた。すなわち、この場合には付図を用いることにより、流体および管壁の温度変化を直ちに求めることができる。

1963年10月 19ページ

一様断面の円管の中を流れる縮まない流体を考え、最初流体と管壁(半径方向には温度一様とする)は同じ温度に保たれていて、ある瞬間から急に最初の温度と違った、一定の入口温度の流れが生じた場合を扱い、管外壁の熱損失を考慮して、以後の流体および管壁の温度変化を求めた。

特に、管外壁の熱損失が小さい場合には、計算に便利な形を導いた。すなわち、この場合には付図を用いることにより、流体および管壁の温度変化を直ちに求めることができます。

1963年10月 19ページ

一様断面の円管の中を流れる縮まない流体を考え、最初流体と管壁(半径方向には温度一様とする)は同じ温度に保たれていて、ある瞬間から急に最初の温度と違った、一定の入口温度の流れが生じた場合を扱い、管外壁の熱損失を考慮して、以後の流体および管壁の温度変化を求めた。

特に、管外壁の熱損失が小さい場合には、計算に便利な形を導いた。すなわち、この場合には付図を用いることにより、流体および管壁の温度変化を直ちに求めることができます。

TR-38	鋳鉄のような脆性材料からなる円板の 回転強度 Strength of Rotating Discs of Brittle Material like Cast Iron	1963年2月 佐藤和郎, 永井文雄
TR-39	高負荷燃焼器の研究(第1報) —その性能におよぼす各種因子の 影響の定性的考察— A Study of High Intensity Combustor (I) —Its Qualitative Analysis—	1963年2月 大塚貞吉, 鈴木邦男
TR-40	胴体内圧縮返し荷重試験装置について Repeated Load Testing Facility for Full- Scale Aircraft Fuselage Structures	1963年2月 竹内和之, 川島矩郎 野原利雄
TR-41	輻射熱量計の較正 Calibration of Radiometer	1963年2月 竹中幸彦, 江川幸一 小川鉄一
TR-42	非定常境界層の相似解とその安定 A Similar Solution of Unsteady Laminar Boundary Layer and Its Stability Characteristics	1963年7月 小橋安次郎, 忍地瑛
TR-43	超音速における操縦面の効きについて On the Effectiveness of Control Surfaces in Supersonic Flow	1963年2月 河崎俊夫
TR-44	高速翼列の実験について (流入角の大きい減速翼列の予備実験) Some Notes about the Effect of Tunnel Configuration and Testing Technique on Compressor Cascade Performance	1963年2月 近藤博, 義田光弘 坂口一, 山崎紀雄
TR-45	固有値問題 $(\sum \lambda^k A_k)x=0$ の数値解法 A Numerical Method for the Eigenvalue Problem $(\sum \lambda^k A_k)x=0$	1963年4月 戸川隼人
TR-46	翼の固有振動数に関する一解析法 On the Vibration Analysis of Aircraft Wings	1963年6月 川井忠彦, 泉日出夫 戸川隼人, 林洋一
TR-47	鋳鉄円板の回転破壊におけるコリオリの 力の影響 Influence of Coriolis' Force on the Burst of Rotating Disc of Cast Iron	1963年8月 佐藤和郎, 永井文雄
TR-48	曲面に沿う境界層 Effects of Surface Curvature on Laminar Boundary-Layer Flow	1963年8月 林二誠
TR-49	高速軸流圧縮機の研究(III) An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (III)	1963年9月 松木正勝, 宮地敏雄 大山耕一, 吉田晃 西脇英夫, 岩部柱相
TR-50	境界収縮法による偏微分方程式の境界値問 題の数値解法 Numerical Method for Boundary Value Problems of Partial Differential Equa- tions by Boundary Contraction	1963年9月 樋口一雄, 能美力
TR-51	人間の静的不安定系の制御能力 Human Control Ability of the Statically Unstable System	1963年9月 武田峻
TR-52	粒状加熱器の熱特性 Thermal Characteristics of a Pebble-Bed Heater	1963年9月 林二誠

## 航空宇宙技術研究所報告 53号

昭和38年10月 発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野(0422)3(5)5171(代表)

印刷所 笠井出版社  
東京都港区芝南佐久間町1の53