

UDC 533. 6. 013
629. 13. 014

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-62

超音速における翼端板効果

尾形吉和

1964年2月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 報 告

TR-29	1 m×1 m 吹出式超音速風洞の計画と構造 On the Design and Construction of the 1 m×1 m Supersonic Blow-down Wind Tunnel	1962年10月	空気力学第二部
TR-30	平板翼の振動について On the Natural Vibration of Plate-Like Wings	1962年11月	川井忠彦, 埴武敏之 戸川隼人, 高橋利之 越出慎一
TR-31	熱応力を受ける薄翼の安定とその 微小振り振動について On the Instability and Small Natural Torsional Vibration of a Thin Wing under a Thermal Stress	1962年11月	川井忠彦, 林洋一 戸川隼人
TR-32	補強板の圧縮強度に関する一解析 A Method of Analysis on the Compressive Strength of Stiffened Plates	1962年11月	川井忠彦, 江川幸一
TR-33	主翼繰返し荷重試験装置 Repeated Load Testing Rigs for Full Scale Aircraft Wing Structures	1962年12月	竹内和之, 飯田宗四郎 小野幸一
TR-34	高速軸流圧縮機の研究 (I) —翼型と翼列の検討— An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (I) —The Selection of Compressor Cascade—	1963年1月	松木正勝, 大山耕一 宮地敏雄
TR-35	高速軸流圧縮機の研究 (II) —単段試験装置の設計と全体性能— An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (II) —Design and Over-all Performance of a Single Stage Axial Flow Compressor—	1963年1月	松木正勝, 宮地敏雄 大山耕一, 吉田晃 西脇英夫, 岩部柱相
TR-36	衝撃波風洞による表面熱伝達の実験 Studies of Surface Heat Transfer Using a Hypersonic Shock Tunnel	1963年1月	和田 勇, 松崎利一
TR-37T	Studies of the Flow in a Low Pressure Hypersonic Shock Tunnel Using an Electron-Densitometer	January 1963	Isamu Wada
TR-38	鋳鉄のような脆性材料からなる円板の 回転強度 Strength of Rotating Discs of Brittle Material like Cast Iron	1963年2月	佐藤和郎, 永井文雄
TR-39	高負荷燃焼器の研究 (第1報) —その性能におよぼす各種因子の 影響の定性的考察— A Study of High Intensity Combustor (I) —Its Qualitative Analysis—	1963年2月	大塚貞吉, 鈴木邦男
TR-40	胴体内圧繰返し荷重試験装置について Repeated Load Testing Facility for Full- Scale Aircraft Fuselage Structures	1963年2月	竹内和之, 川島矩郎 野原利雄
TR-41	輻射熱量計の較正 Calibration of Radiometer	1963年2月	竹中幸彦, 江川幸一 小川敏一
TR-42	非定常境界層の相似解とその安定 A Similar Solution of Unsteady Laminar Boundary Layer and Its Stability Characteristics	1963年7月	小橋安次郎, 恩地 瑛
TR-43	超音速における操縦面の効きについて On the Effectiveness of Control Surfaces in Supersonic Flow	1963年2月	河崎俊夫
TR-44	高速翼列の実験について (流入角の大きい減速翼列の予備実験) Some Notes about the Effect of Tunnel Configuration and Testing Technique on Compressor Cascade Performance	1963年2月	近藤 博, 渡田光弘 坂口 一, 山崎紀雄
TR-45	固有問題 $(\sum \lambda^k A_k)x=0$ の数値解法 A Numerical Method for the Eigenvalue Problem $(\sum \lambda^k A_k)x=0$	1963年4月	戸川隼人
TR-46	翼の固有振動数に関する一解析法 On the Vibration Analysis of Aircraft Wings	1963年6月	川井忠彦, 泉日出夫 戸川隼人, 林 洋一
TR-47	鋳鉄円板の回転破壊におけるコリオリの 力の影響 Influence of Coriolis' Force on the Burst of Rotating Disc of Cast Iron	1963年8月	佐藤和郎, 永井文雄

超音速における翼端板効果*

尾形吉和**

The Effects of End-plates at Supersonic Speeds

By Yoshikazu OGATA

The lifting and side force characteristics of a wing with end-plates at supersonic speeds are analyzed by slender body theory. The analysis covers two types of end-plates. They are: (1) the symmetrical end-plates with respect to the plane of the wing, (2) the end-plates on one side of the wing.

In each case, a certain amount of lift increment almost proportional to the heights of the end-plates is obtained as shown in Fig. 4.

The side force efficiency defined as the ratio of the side forces to those acting on the end-plates alone is also presented. Such an efficiency factor, therefore, may be used to estimate the directional stability characteristics.

The effects of unsymmetry of end-plates produce only a minor effect on the longitudinal stability characteristics, the end-plates on one side of the wing are more effective especially for the directional stability characteristics.

1. ま え が き

翼端板の問題は、過去においては特に水平安定板上に取り付けられた垂直尾翼や、双尾翼形式の水平尾翼等における水平垂直尾翼相互間の端板効果の問題として注目された。これに対して Lyons と Bisgood¹⁾ は非圧縮性の範囲で、有用な設計図表を作成している。

最近の超音速飛しょう体にみられる前尾翼形状においては、機体重心位置と関連して主翼翼端に付した端板によって方向安定をうる事が可能であり、それと同時に翼端板の効果として揚力増加が期待されるものならば翼の揚抗比自体を損うことはないであろうという点から、超音速機では翼端板の利用範囲が広まったとも言える。その一例として、超音速輸送機の計画で、方向安定が不足する超音速域では翼端部分を 90° 折り曲げ、低速時には本来の翼面の一部として伸ばして使用する可変形状 (variable geometry) の採用によって方向安定を補う一案が報ぜられている²⁾。

本文では、翼面に対し上下対称な翼端板と、翼の上下面のいずれか片側のみにある非対称な翼端

* 昭和39年1月16日受付

** 空気力学第二部

板との特性の比較を主として、まず、翼端板が超音速翼の揚力および横力特性に及ぼす効果を考察する。そのために厚みに基づく抵抗の問題を除外し、翼および翼端板は平板であると仮定する。

線型理論によれば、翼および翼端板のすべての縁が超音速的である場合の縦の特性は簡明に説明できる。付録1の考察により後縁が直線である翼の揚力傾斜は二次元値 $4/\beta$ である。上下対称な翼端板の方向特性は、縁の状態に無関係に、両舷の翼端板でできる複翼問題として得られる。十分にマッハ数が大きければ両翼端板の干渉はなく、単独な翼端板に帰する。一般に翼平面型および翼端板形状と、飛行マッハ数に応じて、翼および翼端板の前縁が超音速的であったり、亜音速的であったり、その組み合わせが幾通りか考えられる。それらを概観するとき、翼端板の影響は翼端より生じるマッハ錐内に限られているから、この領域が翼面上に占める割合の大きくなる亜音速的前縁の方が、翼の受ける影響すなわち縦特性の及ぼされる影響は大きいものと思われる。また、方向特性に及ぼす両舷の翼端板間の干渉も大きくなる向きにある。そこで本文では、一つの見方として、亜音速前縁の終局状態とも見られる縦横比の非常に小さい細長い翼および翼端板について、細長い物体の理論を適用することを述べる。

2. 細長い物体の理論の適用

すでに Sack³⁾ は、翼——翼端板という一つの特殊な形状について細長い物体の理論を適用することによって、上下対称な翼端板の場合の揚力もしくは縦揺れ減衰モーメントが端板の高さと共に増加することを見出している。細長い物体の理論では写像関数が問題となるが、ここでは後述するように Schwarz-Christoffel の変換を用いて、片側のみにある上下非対称な翼端板をも含めて、縦の特性とともに方向特性を求める。

$(\bar{x}-\bar{y}-\bar{z})$ は \bar{x} 軸を一様流速度 U_0 の向きと一致させてとった座標系である。翼が微小な迎角 α

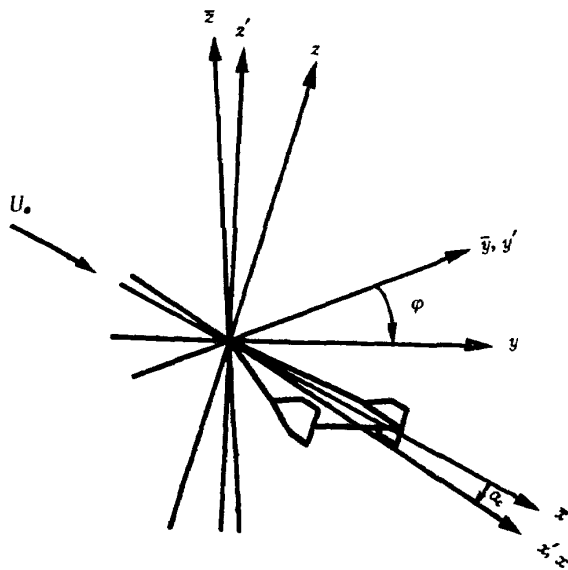


図1 座標系

表1 座標系の変換

	\bar{x}	\bar{y}	\bar{z}
x	$\cos \alpha_e$	0	$-\sin \alpha_e$
y	$-\sin \alpha_e \cdot \cos \varphi$	$\cos \varphi$	$-\cos \alpha_e \cdot \sin \varphi$
z	$\sin \alpha_e \cdot \cos \varphi$	$\sin \varphi$	$\cos \alpha_e \cdot \cos \varphi$

備考 $(x-y-z)$ は $(\bar{x}-\bar{y}-\bar{z})$ から、 \bar{y} 軸まわりに微小な α_e だけ回転して得られる $(x'-y'-z')$ を仲介にして、さらに x' 軸まわりに φ 回転させて得られる関係にある。 α, β は
 $\alpha = \sin \alpha_e \cdot \cos \varphi$
 $\beta = \sin \alpha_e \cdot \sin \varphi$
 と表わされる。

と、任意のバンク角 φ あるいは微小な横滑り角 β をもつ場合には、慣例にしたがって、図1に示すように x 軸を翼対称軸と一致させて翼面に固定した座標系 $(x-y-z)$ をとる方が便利である。

両座標系の変換を表1にあげる。このとき速度ポテンシャルは

$$\Phi_c = U_0x - U_0\beta y + U_0\alpha z + \phi(x; y, z)$$

と書くことができる。ここで擾乱速度ポテンシャル ϕ は、物体が細長いという条件のもとでは

$$\phi_{yy} + \phi_{zz} = 0 \tag{2.1}$$

を満足する。重ね合わせの理によって

$$\phi = \phi_a + \phi_s \tag{2.2}$$

ϕ の満足すべき境界条件を二分して、

$$\left. \begin{array}{l} \phi_a \text{ に対して} \\ \text{無限遠: } \phi_a = 0 \\ \text{翼面上: } \partial\phi_a/\partial z = -U_0\alpha \\ \text{端板上: } \partial\phi_a/\partial y = 0 \end{array} \right\} \tag{2.3}$$

$$\left. \begin{array}{l} \phi_s \text{ に対して} \\ \text{無限遠: } \phi_s = 0 \\ \text{翼面上: } \partial\phi_s/\partial z = 0 \\ \text{端板上: } \partial\phi_s/\partial y = U_0\beta \end{array} \right\} \tag{2.4}$$

と定める。このとき ϕ_a は主流速度 $U_0\alpha$ で迎角のみのある場合の、 ϕ_s は主流速度 $-U_0\beta$ で横滑りのみの場合の擾乱速度ポテンシャルを表わす。

3. 写像函数

x 軸は翼の対称軸であって、これに垂直な断面 $(y-z)$ 面を複素平面とし $X=y+iz$ で表わす。さらに半翼幅 s_0 で無次元化して $\xi(=X/s_0)=\eta+i\zeta$ とおく。 ξ 面の右半面を $\hat{\xi}$ 面の上半面に、左半面を $\hat{\xi}$ 面の下半面に等角写像する。

(i) 上下対称な翼端板

まず ξ 面の右半面について、多角形の内部を他の上半面に写像する関数として知られる Schwarz-Christoffel の変換⁴⁾を用いれば、両面間の対応を図2とすると、写像関数は次のように微分型で与えられる。

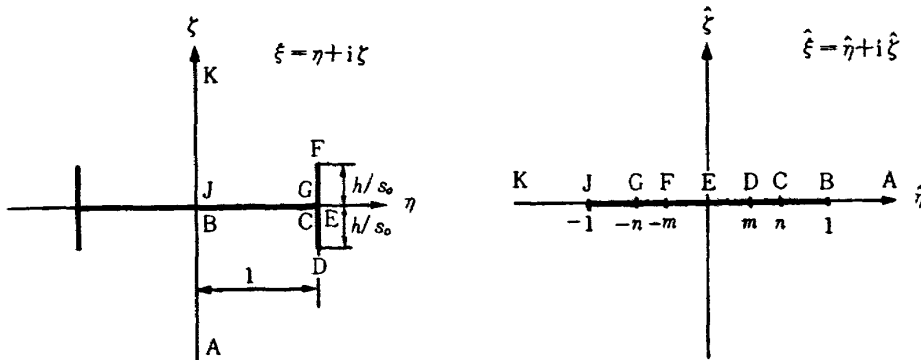


図2 上下対称な翼端板

$$\frac{d\xi}{d\hat{\xi}} = A \cdot \frac{m^2 - \hat{\xi}^2}{\sqrt{(1 - \hat{\xi}^2)(n^2 - \hat{\xi}^2)}} \quad 1 > n > m > 0 \quad (3.1)$$

ただし A, m, n は翼端板高さ h/s_0 によって定まる定数である。鏡像の原理によって、 ξ 面の左半面は $\hat{\xi}$ 面の下半面と対応するから、 ξ 面の翼および翼端板の外部は $\hat{\xi}$ 面実軸上の $1 \geq \hat{\eta} \geq -1$ の slit の外部に写像できる。

(3.1) を $\hat{\eta}$ 軸に沿って積分する。左右両舷について、

$0 < |\hat{\eta}| \leq n$ のとき

$$\begin{aligned} \xi &= A \int_0^{\hat{\eta}} \frac{m^2 - \hat{\eta}^2}{\sqrt{(1 - \hat{\eta}^2)(n^2 - \hat{\eta}^2)}} d\hat{\eta} + \xi(\hat{\eta}=0) \\ &= A(m^2 - 1) \int_0^{\hat{\eta}} \frac{d\hat{\eta}}{\sqrt{(1 - \hat{\eta}^2)(n^2 - \hat{\eta}^2)}} + A \int_0^{\hat{\eta}} \sqrt{\frac{1 - \hat{\eta}^2}{n^2 - \hat{\eta}^2}} d\hat{\eta} \pm 1 \end{aligned}$$

付録 (A.3) および (A.4) によって

$$\xi = A[E(\varphi, k) - (1 - m^2)F(\varphi, k)] \pm 1 \quad (3.2)$$

ただし $\varphi \equiv \sin^{-1}(\hat{\eta}/n)$, $k^2 \equiv n^2$. $\varphi < 0$ に対しては

$$F(\varphi, k) = -F(-\varphi, k), \quad E(\varphi, k) = -E(-\varphi, k)$$

が成り立つ。符号 \pm は、 $+$ は右舷、 $-$ は左舷を表わす。(以下同様に上に記した符号は右舷を、下に記した符号は左舷を表わすものとする)

$1 \geq |\hat{\eta}| > n$ のとき

$$\begin{aligned} \xi &= A \int_n^{\hat{\eta}} \frac{m^2 - \hat{\eta}^2}{e^{\mp i(\pi/2)} \sqrt{(1 - \hat{\eta}^2)(\hat{\eta}^2 - n^2)}} d\hat{\eta} + \xi_{(d\hat{\eta}=n)} \\ &= \pm (iA) \left[(m^2 - 1) \int_n^{\hat{\eta}} \frac{d\hat{\eta}}{\sqrt{(1 - \hat{\eta}^2)(\hat{\eta}^2 - n^2)}} + \int_n^{\hat{\eta}} \sqrt{\frac{1 - \hat{\eta}^2}{\hat{\eta}^2 - n^2}} d\hat{\eta} \right] \pm 1 \end{aligned}$$

付録 (A.5) および (A.6) によって

$$\xi = \pm (iA) \left[m^2 F(\varphi, k) - E(\varphi, k) + \frac{\sqrt{(\hat{\eta}^2 - n^2)(1 - \hat{\eta}^2)}}{\hat{\eta}} \right] \pm 1 \quad (3.3)$$

ただし $\varphi \equiv \sin^{-1}\left(\frac{1}{\hat{\eta}}\sqrt{\frac{\hat{\eta}^2 - n^2}{1 - n^2}}\right)$, $k^2 \equiv \sqrt{1 - n^2}$

次に定数 A, m, n を定めるため両面間の対応条件を考える。C 点の対応から、(3.2) において $\hat{\eta} = n$, $\xi = \pm 1$ とおけば、

$$m^2 = 1 - \frac{E\left(\frac{\pi}{2}, n\right)}{F\left(\frac{\pi}{2}, n\right)} \quad (3.4)$$

B 点の対応から、(3.3) において $\hat{\eta} = 1$, $\xi = 0$. よって

$$iA = \frac{1}{E\left(\frac{\pi}{2}, \sqrt{1-n^2}\right) - m^2 F\left(\frac{\pi}{2}, \sqrt{1-n^2}\right)} \quad (3.5)$$

D 点の対応から, (3.2) において $\hat{\eta} = m, \hat{\xi} = \pm 1 - i(h/s_0)$. よって,

$$\frac{h}{s_0} = (iA) \left[E\left(\sin^{-1} \frac{m}{n}, n\right) - (1-m^2) F\left(\sin^{-1} \frac{m}{n}, n\right) \right] \quad (3.6)$$

まず n を任意に与えることによって, (3.4) から m , (3.5) から (iA) , さらに (3.6) から h/s_0 と逆に端板高さ h/s_0 について $(iA), m, n$ が定まる。この場合 A 自身は虚数であって, $(iA), m, n$ の数値を付表 1 および付図 1 に示す。

(ii) 片側のみの翼端板

(i) と同様にして, 右翼について ξ 面と $\hat{\xi}$ 面の対応を図 3 とするとき, 写像函数は

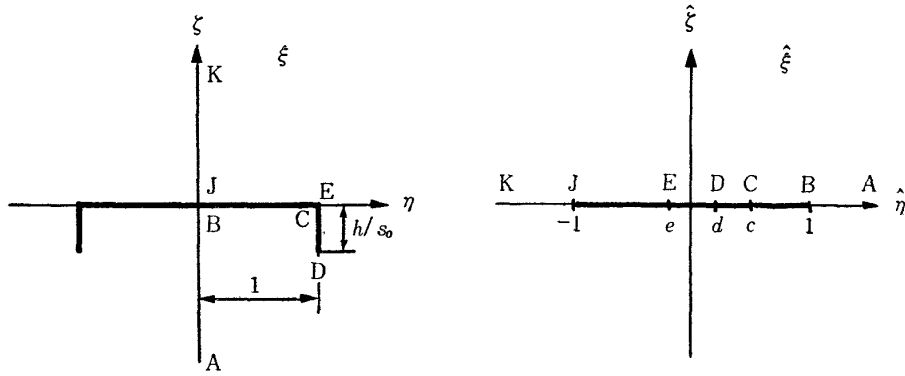


図 3 片側のみに取り付けられた翼端板

$$\frac{d\hat{\xi}}{d\hat{\eta}} = A \frac{(d-\hat{\xi}) \sqrt{e-\hat{\xi}}}{\sqrt{(1-\hat{\xi})(c-\hat{\xi})(-1-\hat{\xi})}} \quad 1 > c > d > e > -1 \quad (3.7)$$

$\hat{\eta}$ 軸に沿って積分する。左右両舷について,

$e \geq \hat{\eta} > -1$ のとき

$$\begin{aligned} \xi &= A \int_{-1}^{\hat{\eta}} \frac{(d-\hat{\eta}) \sqrt{e-\hat{\eta}}}{e^{+i(\pi/2)} \sqrt{(1-\hat{\eta})(c-\hat{\eta})(\hat{\eta}+1)}} d\hat{\eta} + \xi_{(\hat{\eta}=-1)} \\ &= \pm (iA) \left[(d-1) \int_{-1}^{\hat{\eta}} \frac{\sqrt{e-\hat{\eta}}}{\sqrt{(1-\hat{\eta})(c-\hat{\eta})(\hat{\eta}+1)}} d\hat{\eta} + \int_{-1}^{\hat{\eta}} \frac{\sqrt{(1-\hat{\eta})(e-\hat{\eta})}}{\sqrt{(c-\hat{\eta})(\hat{\eta}+1)}} d\hat{\eta} \right] + 0 \end{aligned}$$

付録 (A.7) および (A.8) によって

$$\begin{aligned} \xi &= \pm (iA) \left[-2d \sqrt{\frac{1-e}{1+c}} F(\varphi, k) + \sqrt{(1+c)(1-e)} E(\varphi, k) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{2(c-e-2d)}{\sqrt{(1+c)(1-e)}} \Pi(\varphi; \alpha^2, k) + \sqrt{\frac{(c-\hat{\eta})(e-\hat{\eta})(\hat{\eta}+1)}{1-\hat{\eta}}} \right] \quad (3.8) \end{aligned}$$

ただし $\varphi \equiv \sin^{-1} \sqrt{\frac{(1-e)(1+\hat{\eta})}{(1+e)(1-\hat{\eta})}}, k^2 \equiv \frac{(1-c)(1+e)}{(1+c)(1-e)}, \alpha^2 \equiv -\frac{1+e}{1-e}$

$c \geq \eta > e$ のとき

$$\begin{aligned}\xi &= \pm (iA) \int_e^{\eta} \frac{e^{\mp i(\alpha/2)} (d-\eta) \sqrt{\eta-e}}{\sqrt{(1-\eta)(c-\eta)(\eta+1)}} d\eta + \xi_{(\hat{\eta}=e)} \\ &= A \left[(d-1) \int_e^{\eta} \frac{\sqrt{\eta-e}}{\sqrt{(1-\eta)(c-\eta)(\eta+1)}} d\eta + \int_e^{\eta} \sqrt{\frac{(1-\eta)(\eta-e)}{(c-\eta)(1+\eta)}} d\eta \right] \pm 1\end{aligned}$$

付録 (A.9). および (A.10) によって

$$\begin{aligned}\xi &= A \left[-\frac{(1+e)(1-c+2d)}{\sqrt{(1+c)(1-e)}} F(\varphi, k) + \sqrt{(1+c)(1-e)} \cdot E(\varphi, k) - \right. \\ &\quad \left. -\frac{(1+e)(c-e-2d)}{\sqrt{(1+c)(1-e)}} \Pi(\varphi; \alpha^2, k) - \sqrt{\frac{(1-\eta)(c-\eta)(\eta-e)}{1+\eta}} \right] \pm 1\end{aligned}\quad (3.9)$$

ただし, $\varphi \equiv \sin^{-1} \sqrt{\frac{(1+c)(\eta-e)}{(c-e)(\eta+1)}}$, $\alpha^2 \equiv \frac{c-e}{1+c}$, $k^2 \equiv \frac{2(c-e)}{(1+c)(1-e)}$

$1 \geq \eta > c$ のとき

$$\begin{aligned}\xi &= A \int_c^{\eta} \frac{(d-\eta) \sqrt{\eta-e}}{e^{\mp i(\alpha/2)} \sqrt{(1-\eta)(\eta-c)(\eta+1)}} d\eta + \xi_{(\hat{\eta}=c)} \\ &= \pm (iA) \left[(d-1) \int_c^{\eta} \frac{\sqrt{\eta-e}}{\sqrt{(1-\eta)(\eta-c)(\eta+1)}} d\eta + \int_c^{\eta} \sqrt{\frac{(1-\eta)(\eta-e)}{(\eta-c)(\eta+1)}} d\eta \right] \pm 1\end{aligned}$$

付録 (A.11) および (A.12) によって

$$\begin{aligned}\xi &= \pm (iA) \left[(c-e) \sqrt{\frac{1-e}{1+c}} F(\varphi, k) - \sqrt{(1+c)(1-e)} E(\varphi, k) - \right. \\ &\quad \left. -\frac{(c-e)(c-e-2d)}{\sqrt{(1+c)(1-e)}} \Pi(\varphi; \alpha^2, k) + \sqrt{\frac{(1-\eta)(\eta-c)(\eta+1)}{\eta-e}} \right] \pm 1\end{aligned}\quad (3.10)$$

ただし, $\varphi \equiv \sin^{-1} \sqrt{\frac{(1-e)(\eta-c)}{(1-c)(\eta-e)}}$, $\alpha^2 \equiv \frac{1-c}{1-e}$, $k^2 \equiv \frac{(1-c)(1+e)}{(1+c)(1-e)}$

次に E, D, C, B 各点の対応を考える。

E 点は (3.8) において $\eta=e$, $\xi=\pm 1$. ゆえに

$$\begin{aligned}\frac{1}{iA} &= -2d \sqrt{\frac{1-e}{1+c}} F\left(\frac{\pi}{2}, k_1\right) + \sqrt{(1+c)(1-e)} E\left(\frac{\pi}{2}, k_1\right) - \\ &\quad -\frac{2(c-e-2d)}{\sqrt{(1+c)(1-e)}} \Pi\left(\frac{\pi}{2}; \alpha_1^2, k_1\right)\end{aligned}\quad (3.11)$$

D 点は (3.9) において $\eta=d$, $\xi=\pm 1-i(h/s_0)$. ゆえに

$$\begin{aligned}\frac{h}{s_0} &= (iA) \left[-\frac{(1+e)(1-c+2d)}{\sqrt{(1+c)(1-e)}} F(\varphi_1, k_2) + \sqrt{(1+c)(1-e)} E(\varphi_1, k_2) - \right. \\ &\quad \left. -\frac{(1+e)(c-e-2d)}{\sqrt{(1+c)(1-e)}} \Pi(\varphi_1; \alpha_2^2, k_2) - \sqrt{\frac{(1-d)(c-d)(d-e)}{1+d}} \right]\end{aligned}\quad (3.12)$$

C 点は (3.9) において $\eta=c$, $\xi=\pm 1$. ゆえに

$$0 = -(1+e)(1-c+2d)F\left(\frac{\pi}{2}, k_2\right) + (1+c)(1-e)E\left(\frac{\pi}{2}, k_2\right) - (1+e)(c-e-2d)\Pi\left(\frac{\pi}{2}; \alpha_2^2, k_2\right) \quad (3.13)$$

B 点は (3.10) において $\eta=1, \xi=0$. よって

$$-\frac{1}{iA} = (c-e)\sqrt{\frac{1-e}{1+c}}F\left(\frac{\pi}{2}, k_1\right) - \sqrt{(1+c)(1-e)}E\left(\frac{\pi}{2}, k_1\right) - \frac{(c-e)(c-e-2d)}{\sqrt{(1+c)(1-e)}}\Pi\left(\frac{\pi}{2}; \alpha_3^2, k_1\right) \quad (3.14)$$

ただし, $\varphi_1 \equiv \sin^{-1}\sqrt{\frac{(1+c)(d-e)}{(c-e)(1+d)}}$, $k_1^2 \equiv \frac{(1-c)(1+e)}{(1+c)(1-e)}$, $k_2^2 \equiv \frac{2(c-e)}{(1+c)(1-e)}$

$$\alpha_1^2 = -\frac{1+e}{1-e}, \quad \alpha_2^2 \equiv \frac{c-e}{1+c}, \quad \alpha_3^2 \equiv \frac{1-c}{1-e}$$

である。4 コの未知定数 $(iA), c, d, e$, に対し 4 コの式 (3.11)~(3.14) を得た。

そこで (3.11) および (3.14) から (iA) を消去して,

$$(c-e-2d)\left[(1-e)F\left(\frac{\pi}{2}, k_1\right) - 2\Pi\left(\frac{\pi}{2}; \alpha_1^2, k_1\right) - (c-e)\Pi\left(\frac{\pi}{2}; \alpha_3^2, k_1\right)\right] = 0 \quad (3.15)$$

ここで第 3 種完全楕円積分は付録 (A.1) および (A.2) で表わせば,

$$\left[(1-e)F\left(\frac{\pi}{2}, k_1\right) - 2\Pi\left(\frac{\pi}{2}; \alpha_1^2, k_1\right) - (c-e)\Pi\left(\frac{\pi}{2}; \alpha_3^2, k_1\right)\right] = -\frac{\pi}{2}\sqrt{(1+c)(1-e)} \neq 0$$

である。したがって (3.15) は

$$c-e-2d=0 \quad (3.16)$$

でなければならない。(3.16) によって (3.8) (3.9) (3.10) 等の第 3 種楕円積分の項は消える。

(3.16) を (3.13) に代入すれば

$$(1+c)E\left(\frac{\pi}{2}, k_2\right) - (1+e)F\left(\frac{\pi}{2}, k_2\right) = 0$$

これはさらに次のように変形できる。

$$\left. \begin{aligned} e &= 1 - \frac{2}{k_2^2} \left[1 - \frac{E\left(\frac{\pi}{2}, k_2\right)}{F\left(\frac{\pi}{2}, k_2\right)} \right] \\ k_2^2 &= \frac{2(c-e)}{(1+c)(1-e)} \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

そこで, 任意の k_2 に対し (3.17) によって e , および c , 次いで (3.16) によって d , (3.11) または (3.14) によって (iA) , (3.12) によって h/s_0 の手順で h/s_0 に対する $(iA), c, d, e$ が定まる。その結果は $1 > c > d > e > -1$ を満足していてそれらの数値を付表 2 および付図 2 に示す。

4. ポテンシャル

迎角場合のポテンシャルは、 ξ 面において流れが ζ 軸に対称であることおよび物体表面に沿って流れるという境界条件とから明らかなように、 ζ 軸上と翼および翼端板の表面とは $\Psi=0$ の線である。これを $\hat{\xi}$ 面にあてはめると、 $\hat{\xi}$ 面の実軸は $\Psi=0$ の線である。したがって $\hat{\xi}$ 面は複素ポテンシャル面 $W=\Phi+i\Psi$ へ、 B を定数として

$$W_a = B \cdot \hat{\xi} + \text{const} \quad (4.1)$$

と変換される。const は上下対称な翼端板では、流れが η 軸に対し反対称であるから、0 である。一般に 0 でない場合も、翼の上下面および翼端板の内外面について、ポテンシャル差を作らないから、揚力・横力を論ずる限り、これを無視しても本質的に変らない。 B は無限遠の条件から

$$-iU_0\alpha = \left(\frac{dW_a}{dX} \right)_{|X| \rightarrow \infty} = \frac{B}{s_0 A}$$

したがってポテンシャルは、

$$\begin{aligned} W_a &= -(iA)s_0U_0\alpha\hat{\xi}(\eta, \zeta) \\ \Phi_a &= R_e[W_a] = -(iA)s_0U_0\alpha\hat{\eta}(\eta, \zeta) \\ \phi_a &= -s_0U_0\alpha[(iA)\hat{\eta}(\eta, \zeta) + \zeta] \end{aligned} \quad (4.2)$$

横滑り場合では $\hat{\xi}$ 面における無限遠での速度 $-(iA)s_0U_0\beta$ に対する複素ポテンシャルは次式で与えられている。⁵⁾

$$W_s = i(iA)s_0U_0\beta\sqrt{\hat{\xi}^2 - 1} \quad (4.3)$$

特に翼面および翼端板上では

$$\begin{aligned} \Phi_s &= \mp(iA)s_0U_0\beta\sqrt{1 - \hat{\eta}^2}(\eta, \zeta) \\ \phi_s &= s_0U_0\beta[\mp(iA)\sqrt{1 - \hat{\eta}^2}(\eta, \zeta) + \eta] \end{aligned} \quad (4.4)$$

である。ただし符号 \mp は $-$ は $\hat{\xi}$ 面 slit の上面すなわち ξ 面の右翼を表わし、 $+$ は左翼を表わす。(4.2) および (4.4) の $\hat{\eta}(\eta, \zeta)$ は上下対称な翼端板では (3.2) (3.3) で、片側のみの翼端板では (3.8) (3.9) (3.10) で与えられている。

5. 揚力および横力

空気力は通常 $(\bar{x}-\bar{y}-\bar{z})$ 座標系で運動量定理を適用することにより合力の複素表示として

$$\frac{\bar{Y}}{q} + i\frac{\bar{Z}}{q} = -\frac{2}{U_0} s_{oi} \oint \phi d\bar{\xi} \quad (5.1)$$

で与えられる⁶⁾。右辺積分は交差流の面における物体表面周りの一周積分を表わし、左辺はその断面より上流にある物体部分に働く合力を、 q は動圧を表わす。 $(x-y-z)$ 系へ変換しかつ迎角が微

小なら物体断面形状は交差流の面においても、 x 軸に垂直な断面においてもその差を無視できるから、 $(x-y-z)$ 系での表示としてやはり

$$\frac{Y}{q} + i\frac{Z}{q} = -\frac{2}{U_0} s_{0i} \oint \phi d\xi \quad (5.2)$$

である。これに (4.4) および (4.2) を代入すれば、

$$\begin{aligned} \frac{Y}{q} + i\frac{Z}{q} &= -\frac{2}{U_0} s_{0i} \oint \phi_s d\xi - \frac{2}{U_0} s_{0i} \oint \phi_a d\xi \\ &= -2s_0^2 \beta(iA)i \oint (\mp) \sqrt{1-\hat{\eta}^2}(\eta, \zeta) d\xi + \\ &\quad + 2s_0^2 \alpha(iA)i \oint \hat{\eta}(\eta, \zeta) d\xi \end{aligned} \quad (5.3)$$

(i) 上下対称な翼端板

(5.3) 右辺の一周積分は、翼面に関する積分は (3.3) で、端板に関する積分は (3.2) で変数を置換する。

第1項 ϕ_s 側の積分:

$$\begin{aligned} &\oint (\mp) \sqrt{1-\hat{\eta}^2}(\eta, \zeta) d\xi \\ &= \int_1^n (-) \sqrt{1-\hat{\eta}^2} \left(\frac{d\xi}{d\hat{\xi}} \right)_{RW, l} d\hat{\eta} + \int_n^{-n} (-) \sqrt{1-\hat{\eta}^2} \left(\frac{d\xi}{d\hat{\xi}} \right)_{RE} d\hat{\eta} \\ &\quad + \int_{-n}^{-1} (-) \sqrt{1-\hat{\eta}^2} \left(\frac{d\xi}{d\hat{\xi}} \right)_{RW, u} d\hat{\eta} + \int_{-1}^{-n} (+) \sqrt{1-\hat{\eta}^2} \left(\frac{d\xi}{d\hat{\xi}} \right)_{LW, u} d\hat{\eta} \\ &\quad + \int_{-n}^n (+) \sqrt{1-\hat{\eta}^2} \left(\frac{d\xi}{d\hat{\xi}} \right)_{LE} d\hat{\eta} + \int_n^1 (+) \sqrt{1-\hat{\eta}^2} \left(\frac{d\xi}{d\hat{\xi}} \right)_{LW, l} d\hat{\eta} \end{aligned}$$

添字 RW, LW はそれぞれ右翼, 左翼を, RE, LE は右翼端板, 左翼端板を, および u, l は上面, 下面を表わすものとする。ここで

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{d\xi}{d\hat{\xi}} \right)_{RE, u \& l} &= \left(\frac{d\xi}{d\hat{\xi}} \right)_{LE, u \& l} = -i(iA) \frac{m^2 - \hat{\eta}^2}{\sqrt{(1-\hat{\eta}^2)(n^2 - \hat{\eta}^2)}} \\ \left(\frac{d\xi}{d\hat{\xi}} \right)_{RW, u \& l} &= - \left(\frac{d\xi}{d\hat{\xi}} \right)_{LW, u \& l} = (iA) \frac{m^2 - \hat{\eta}^2}{\sqrt{(1-\hat{\eta}^2)(\hat{\eta}^2 - n^2)}} \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

なる関係があるから翼面の積分は左右両翼で打消し合い端板上の積分のみが残る。

$$\begin{aligned} \oint (\mp) \sqrt{1-\hat{\eta}^2}(\eta, \zeta) d\xi &= -2i(iA) \int_{-n}^n \frac{m^2 - \hat{\eta}^2}{\sqrt{n^2 - \hat{\eta}^2}} d\hat{\eta} \\ &= -i(iA)\pi(2m^2 - n^2) \end{aligned} \quad (5.5)$$

第2項 ϕ_a 側の積分は、ポテンシャルは左右対称であり (5.4) を考慮して第1項と同様に行なえば、第1項とは逆に端板部分の積分は消え翼面上の積分が残る。

第2項 ϕ_a 側の積分:

$$\oint \hat{\eta}(\eta, \zeta) d\xi = -4(iA) \int_n^1 \frac{(m^2 - \hat{\eta}^2) \hat{\eta}}{\sqrt{(1 - \hat{\eta}^2)(\hat{\eta}^2 - n^2)}} d\hat{\eta} \\ = (iA)\pi(1 + n^2 - 2m^2) \quad (5.6)$$

(5.5) (5.6) および (5.3) から揚力は ϕ_a によって生じ,

$$Z/q = 2\pi s_0^2 (iA)^2 (1 + n^2 - 2m^2) \alpha \quad (5.7)$$

全揚力は翼端板高さが最大となる断面における値をとればよい。特に翼端板なしの場合は $n=m=0$, $(iA)=1$, $(Z/q)_{h=0} = 2\pi s_0^2 \alpha$ であるから, 全揚力増加の割合は,

$$\frac{\Delta C_L}{C_{L_{h=0}}} = \frac{Z_0 - Z_{h=0}}{Z_{h=0}} = (iA_0)^2 [1 + n_0^2 - 2m_0^2] - 1 \quad (5.8)$$

ただし添字 0 は翼端板高さが最大となる断面における値を示す。

横力は ϕ_s によって生じ

$$Y/q = -2\pi s_0^2 \beta (iA)^2 (2m^2 - n^2) \quad (5.9)$$

翼端板一枚当りの横力と翼端板が単独にある場合の横力 $2\pi h_0^2 \beta$ との比を考えて,

$$K_e = \frac{(iA_0)^2 (2m_0^2 - n_0^2)}{2(h_0/s_0)^2} \quad (5.10)$$

$h_0/s_0 \rightarrow 0$ すなわち $s_0 \rightarrow \infty$ で物理的に $K_e \rightarrow 1$.

(ii) 片側のみの翼端板

(5.3) の積分変数を (3.8) (3.9) あるいは (3.10) で置換えして, (i) に述べたと同様に行なえば,

$$\oint (\mp) \sqrt{1 - \hat{\eta}^2}(\eta, \zeta) d\xi = -i2(iA) \int_e^c \frac{(d - \hat{\eta}) \sqrt{\hat{\eta} - e}}{\sqrt{c - \hat{\eta}}} d\hat{\eta} \\ = i\frac{\pi}{4} (iA) (c - e) (c + 3e) \quad (5.11)$$

$$\oint \hat{\eta}(\eta, \zeta) d\xi = -2(iA) \left[\int_e^1 \frac{\hat{\eta}(d - \hat{\eta}) \sqrt{\hat{\eta} - e}}{\sqrt{(1 - \hat{\eta}^2)(\hat{\eta} - c)}} d\hat{\eta} + \int_{-1}^e \frac{\hat{\eta}(d - \hat{\eta}) \sqrt{e - \hat{\eta}}}{\sqrt{(1 - \hat{\eta}^2)(c - \hat{\eta})}} d\hat{\eta} \right]$$

この積分はかなり繁雑であるので結果をまとめた付録 (A.13) および (A.14) さらに (A.2) (A.1) によって演算を行ない整理すれば

$$\oint \hat{\eta}(\eta, \zeta) d\xi = \pi(iA) \left[(1 - e^2) + \frac{(c + e)^2}{4} \right] \quad (5.12)$$

となる。(5.11) (5.12) を (5.3) に代入して揚力および横力を得る。

$$\text{揚力: } \frac{Z}{q} = 2\pi s_0^2 (iA)^2 \left[(1 - e^2) + \frac{(c + e)^2}{4} \right] \alpha \quad (5.13)$$

$$\text{全揚力増加率: } \frac{\Delta C_L}{C_{L_{h=0}}} = (iA_0)^2 \left[(1 - e_0^2) + \frac{(c_0 + e_0)^2}{4} \right] - 1 \quad (5.14)$$

$$\text{横力: } \frac{Y}{q_\infty} = \frac{\pi}{2} s_0^2 (iA)^2 (c-e)(c+3e)\beta \tag{5.15}$$

全横力と、左右両舷の翼端板を合わせてできる対称な翼が単独に作用する場合の横力との比を考へることにすれば、

$$K_e = \frac{(iA_0)^2 (c_0 - e_0)(-c_0 - 3e_0)}{4(h_0/s_0)^2} \tag{5.16}$$

(5.8) および (5.14) で与えた $\Delta C_L/C_{L_{h=0}}$ を図 4 に示す。上下対称な場合も片側のみの場合も揚力増加の割合は翼端板高さにはほぼ比例して増加している。上下対称な場合はもちろん Sack³⁾ の

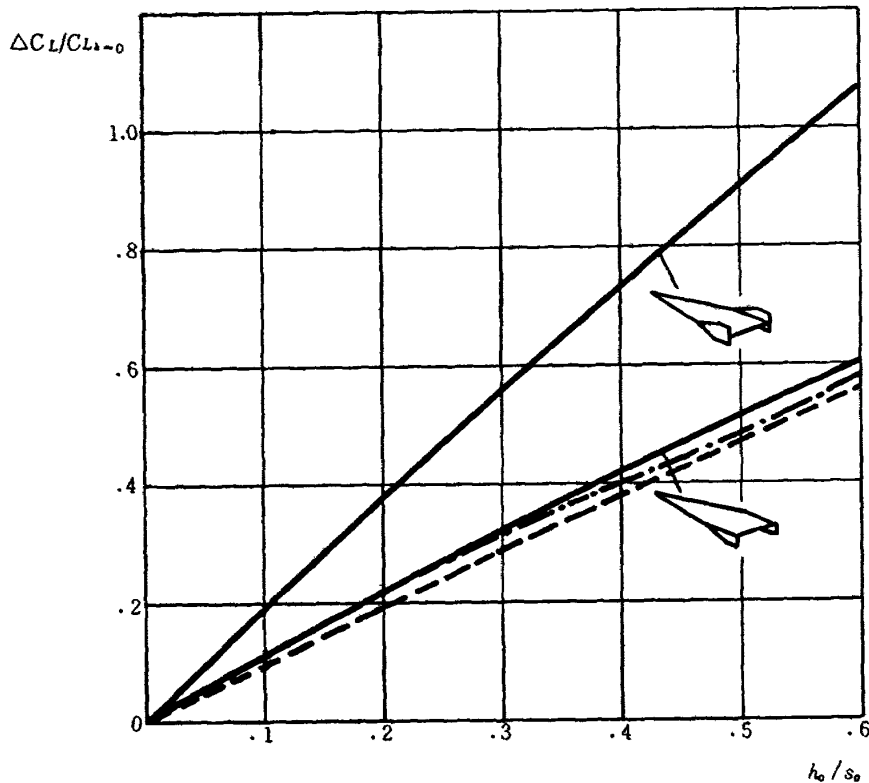


図 4 翼端板による揚力増加率

結果と同一である。同図の点線は、両場合を同一全高で比較するために、上下対称な翼端板の高さ $2h$ を改めて h として横軸をおきかえたものである。両者はほぼ等しいが、片側のみの場合の方が揚力増加はわずかに大きい。図 5 に示すように、一般に上下非対称に取り付けられた場合は、両者の範囲内の値をとるものと予想され、揚力に及ぼす非対称性の影響は二次的なもので、さほど大きくないものと思われる。

$C_L = C_{L_{h=0}}(1 + \Delta C_L/C_{L_{h=0}})$ であって、たとえば、細長い翼に対する $C_{L_{h=0}} = (\pi/2)R \cdot \alpha$ では揚力係数は縦横比 R に比例するから、翼端板をもつ翼の有効縦横比として、 $R_e = R(1 + \Delta C_L/C_{L_{h=0}})$ と表わせる。試みに

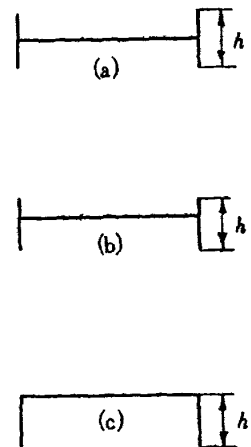


図 5 翼端板の比較

この関係を用いて、Lyons と Bisgood¹⁾ の結果を同図中に記入すれば、一点鎖線で示したように、ほとんど一致している。

図 6 に示した K_e からは、対称な翼端板の横力は翼端板が単独にあるものと考えた横力とほぼ等しい。端板高さがある程度増大しても、すなわち、両舷の翼端板が相対的にある程度接近して干渉

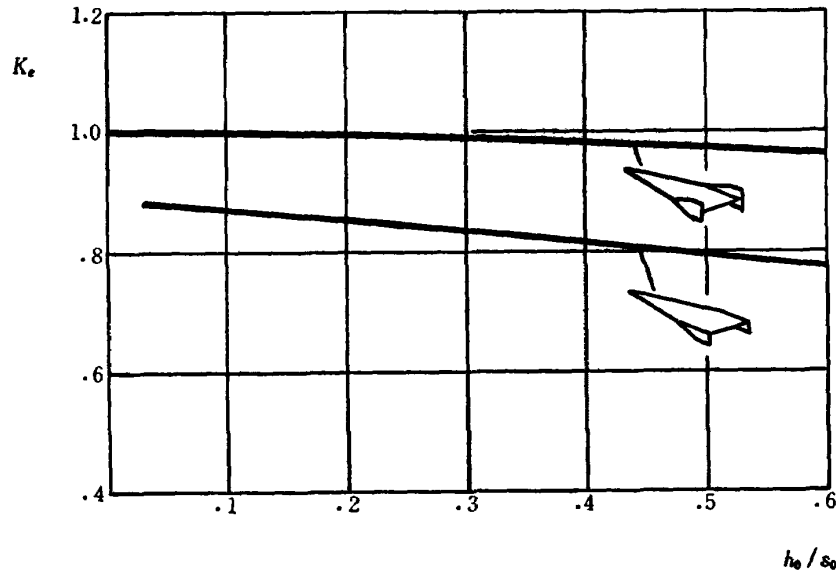


図 6 翼端板の横力効率

が強まっても、横力の損失はほとんどない。したがって、対称な翼端板ではすべてのマッハ数を通して、おのおのの翼端板が単独に作用するものとして方向特性が求められることを示している。

片側のみの翼端板では単独横力からの損失は 10~20% 程度である。しかしこれは単独横力のとり方によるもので、両者を比較するためには全翼端板面積を同一に行なう必要がある。このとき前者の単独横力は $2 \times 2\pi h_0^2$ であるのに対し、後者のそれは $2\pi(2h_0)^2$ であるから、横力に及ぼす非対称性の影響はかなり大きく、片側のみにある翼端板の方が効きが大きいと言える。

以上に述べた理論的取扱いは、厳密な意味では、翼端板高さが最大となる断面より上流部分に適用されるべきものである。 x 軸に垂直な断面の流れにおいて後流を含むような部分には適用されない。その理由は、 x 断面における翼幅方向循環分布は $\Gamma = \int_{L.E}^x (\phi_{u,x} - \phi_{l,x}) dx = \phi_u - \phi_l$ であるが、(4.2) および (3.3) (3.8) (3.10) で与えられる ϕ は、翼幅方向に一定な迎角に等しい吹きおろしを生じる楕円分布とは異なっている。したがって、最大翼幅より後流の翼面には揚力は作用しないという翼端板なしの細長い翼に関する説明はここでは成立しないからである。

6. 縦揺れおよび偏揺れ

翼端板によって揚力増加をみるから、図 7 に示すような形状では当然圧力中心は後退し縦の静安定を増す。方向安定については、上下対称な翼端板ではこれが単独にあると考えた場合と同程度

の、また片側だけの翼端板では、本文の定義では両舷の翼端板を合わせてできる対称な翼が、単独にある場合としての効きの 90~80% 程度の寄与が期待される。細長い物体の理論ではこのような傾向を知るだけで十分であるが、図 7 の形状について計算式を列記しておく。

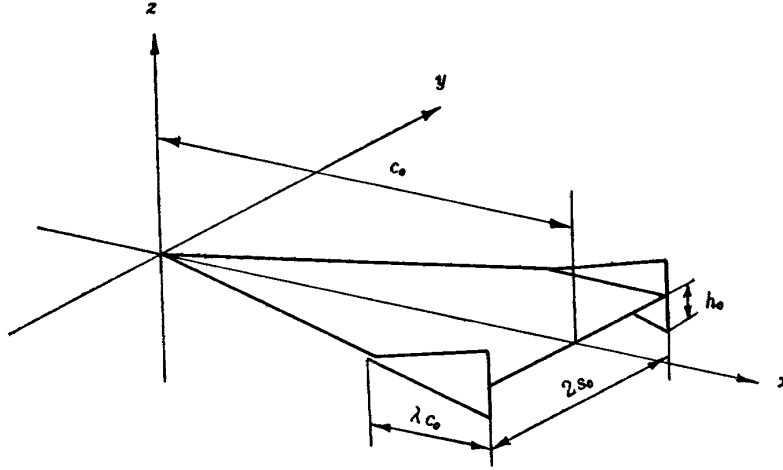


図 7 計算例に用いた形状

(i) 上下対称な翼端板

縦揺れモーメント： 翼頂点周り頭上げを正として、 $M_y = -\int_0^{c_0} x \cdot (dZ/dx) dx$ より

$$C_{m\alpha} = \frac{M_y/\alpha}{qSc_0} = -\frac{\pi}{2} R \left\{ [(iA_0)^2(1+n_0^2-2m_0^2)-1] + \frac{2}{3}(1-\lambda) - \frac{1}{(h_0/s_0)} \int_0^{h_0/s_0} [(iA)^2(1+n^2-2m^2)-1] d(h/s_0) \right\} \quad (6.1)$$

圧力中心： 頂点より後方へ、

$$C.P. = \frac{l_{c.p.}}{c_0} = 1 - \frac{\frac{1+2\lambda}{3} + \frac{1}{(h_0/s_0)} \int_0^{h_0/s_0} [(iA)^2(1+n^2-2m^2)-1] d(h/s_0)}{(iA_0)^2(1+n_0^2-2m_0^2)} \quad (6.2)$$

偏揺れモーメント： $M_z = \int_0^{c_0} x \cdot (dY/dx) dx$ より

$$C_{n\beta} = \frac{M_z/\beta}{qSc_0} = -\frac{\pi}{2} R \left\{ (iA_0)^2(2m_0^2-n_0^2) - \frac{\lambda}{(h_0/s_0)} \int_0^{h_0/s_0} (iA)^2(2m^2-n^2) d(h/s_0) \right\} \quad (6.3)$$

(ii) 片側だけの翼端板

$$C_{m\alpha} = -\frac{\pi}{2} R \left\{ (iA_0)^2 \left[(1-e_0^2) + \frac{(c_0+e_0)^2}{4} \right] - 1 + \frac{2}{3}(1-\lambda) - \frac{1}{(h_0/s_0)} \int_0^{h_0/s_0} \left[(iA)^2 \left[(1-e^2) + \frac{(c+e)^2}{4} \right] - 1 \right] d(h/s_0) \right\} \quad (6.4)$$

$$C.P. = 1 - \frac{\frac{1+2\lambda}{3} + \frac{1}{(h_0/s_0)} \int_0^{h_0/s_0} \left[(iA)^2 \left[(1-e^2) + \frac{(c+e)^2}{4} \right] - 1 \right] d(h/s_0)}{(iA_0)^2 \left[(1-e^2) + \frac{(c+e)^2}{4} \right]} \quad (6.5)$$

$$C_{n\beta} = -\frac{\pi}{2} R \left\{ (iA_0)^2 \frac{(c_0 - e_0)}{4} (-c_0 - 3e_0) - \frac{\lambda}{(h_0/s_0)} \int_0^{h_0/s_0} (iA)^2 \frac{(c-e)}{4} (-c-3e) d(h/s_0) \right\} \quad (6.6)$$

7. 結 び

主として翼端板をもつ翼の諸元が細長いという仮定のもとで、縦および方向の静特性を解析した。翼端板の形状は上下対称なものと、片側のみに取り付けられた非対称なものを含んでいる。

いずれの場合も、翼端板高さにほぼ比例したかなりの揚力増加が得られる。

横力は翼端板それ自体が単独にあるとしての効率の形で表示した。非対称なものでは、これですべての速度範囲を包括し得るとは限らないが、これらは方向特性の推算に役立てうる。

翼端板の形状は、同一面積では翼上下面のいずれか片側のみに取り付ける方が、特に方向特性を有利にするとはいえる。

翼端板を取り付けることによって翼自身の揚抗比を悪くしない。むしろ揚力に基づく抵抗 C_{DL} は、前縁推力を除外すれば、同一揚力に対し $C_{DL}/(C_{DL})_{h=0} = (1 + \Delta C_L / C_{Lh=0})^{-1}$ で減ずる向きにある。

実用上の見地からは、翼・胴結合体では胴体部分の影響が若干あるものと思われるが、これに対する考慮を払っていない。

最後にご助言いただきました河崎俊夫技官に感謝します。結果をご検討下さいました重見部長に併わせて感謝します。

参 考 文 献

- 1) Lyons, D. J., Bisgood, P. L.: An Analysis of the Lift Slope of Aerofoils of Small Aspect Ratio, including Fins, with Design Charts for Aerofoils and Control Surfaces. R & M No. 2308, 1950
- 2) 河崎俊夫: 超音速輸送機の現状と問題点, 航空技術研究所技術資料 N-1, 1962
- 3) Sacks, A. H.: Aerodynamic Forces, Moments, and Stability Derivatives for Slender Bodies of General Cross Section. NACA TN 3283, 1955
- 4) 例えば, 佐々木達治郎: 等角写像の応用, 昭 18, 富山房 pp. 123
- 5) 例えば, Glauert: The Elements of Airfoil and Airscrew theory. 1926 Cambridge Univ. Press pp. 66
- 6) Ward, G. N.: Supersonic Flow Past Slender Pointed Bodies, Quart. J. Mech. and Appl. Math., Vol. 2, part I. 1949
- 7) Byrd, P. F., Friedman, M. D.: Handbook of Elliptic Integrals for Engineers and Physicists. 1954 Springer-Verlag.

付 録 1 超音速的前後縁

翼および翼端板（一般に非対称であってよい）のすべての縁が超音速的である場合には，縦の特性は次のようにして簡単に求められる。すなわち，翼の上下面および翼端板の内外面で境される領域の流れは互いに無関係に独立して取り扱うことができるから，翼端板の内側の流れについては端板に対する翼の鏡像を考えることで流れの条件は満足される。翼端板が部分的に亜音速的縁をもったり，側縁を有する場合でもそれらから生じるマッハ線が翼面と交わらないほど十分に超音速的であれば，少なくとも翼面上の流れに関する限り同様である。

したがって線型理論によれば，翼面上における擾乱速度ポテンシャル

$$\phi = \mp \frac{1}{\pi} \iint_s \frac{\phi_z dx_1 dy_1}{\sqrt{(x-x_1)^2 - \beta^2(y-y_1)^2}}$$

の積分範囲は，図 8 (a) に示すように (x, y) 点の前方マッハ錐内にある翼とその鏡像との部分にわたる。図 8 (b) の翼端板がない場合の積分範囲と比較すれば，その影響として ϕ に余分の積

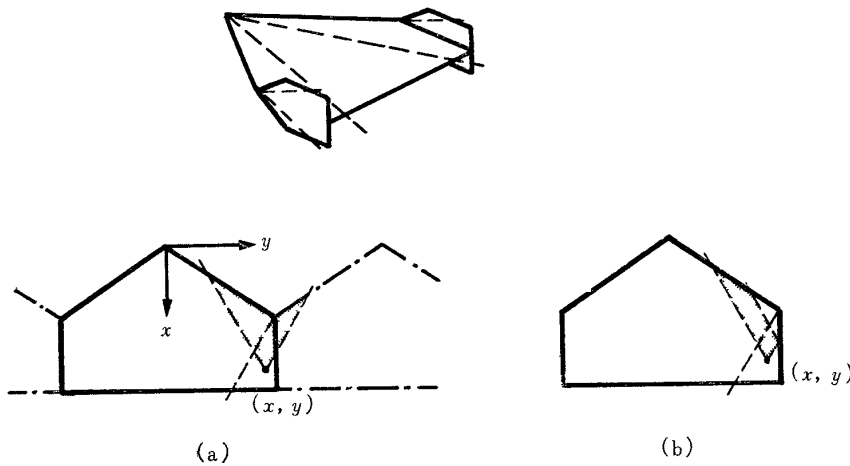


図 8 超音速的前後縁

分が加わることになる。この積分は，一定迎角 α をもつ場合については $\phi_z = -\alpha U_0$ ，一定縦揺れ角速度 q をもつ場合については $\phi_z = -qx$ とおいて，簡単に計算できる。後縁が直線であるような平板翼には，逆流定理を適用すれば，積分を行わずとも直ちに揚力係数勾配は二次元値 $4/\beta$ に等しくなっていることが理解される。

付 録 2 楕円積分の表示式⁷⁾

F , E および II はそれぞれ Legendre-Jacobi の標準形で表した第 1 種，第 2 種および第 3 種楕円積分で次の表示をとる。

$$\int_0^y \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}} = F(\varphi, k)$$

$$\int_0^y \sqrt{\frac{1-k^2t^2}{1-t^2}} dt = E(\varphi, k)$$

$$\int_0^y \frac{dt}{(1-\alpha^2t^2)\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}} = \Pi(\varphi; \alpha^2, k) \quad -\infty < \alpha^2 < \infty$$

$$\varphi = \sin^{-1} y$$

第3種完全楕円積分は Heuman のラムダ函数 A_0 によって次のように表示される。

$$0 < -\alpha^2 < \infty,$$

$$\Pi\left(\frac{\pi}{2}; \alpha^2, k\right) = \frac{k^2}{k^2 - \alpha^2} F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) - \frac{\pi}{2} \frac{\alpha^2 A_0(\psi, k)}{\sqrt{\alpha^2(1-\alpha^2)(\alpha^2 - b^2)}} \quad (\text{A.1})$$

$$\psi = \sin^{-1} \sqrt{\alpha^2/(\alpha^2 - k^2)}$$

$$k^2 < \alpha^2 < 1,$$

$$\Pi\left(\frac{\pi}{2}; \alpha^2, k\right) = F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) + \frac{\pi}{2} \frac{\alpha[1 - A_0(\theta, k)]}{\sqrt{(\alpha^2 - k^2)(1 - \alpha^2)}} \quad (\text{A.2})$$

$$\theta = \sin^{-1} \sqrt{(1 - \alpha^2)/(1 - k^2)}$$

本文中に必要な楕円積分の表示式を記しておく。

$$a > b \geq y > 0$$

$$\int_0^y \frac{dt}{\sqrt{(a^2 - t^2)(b^2 - t^2)}} = \frac{1}{a} F\left(\sin^{-1} \frac{y}{b}, \frac{b}{a}\right) \quad (\text{A.3})$$

$$\int_0^y \sqrt{\frac{a^2 - t^2}{b^2 - t^2}} dt = aE\left(\sin^{-1} \frac{y}{b}, \frac{b}{a}\right) \quad (\text{A.4})$$

$$a \geq y > b > 0$$

$$\int_b^y \frac{dt}{\sqrt{(a^2 - t^2)(t^2 - b^2)}} = \frac{1}{a} F(\varphi, k) \quad (\text{A.5})$$

$$\int_b^y \sqrt{\frac{a^2 - t^2}{t^2 - b^2}} dt = a[F(\varphi, k) - E(\varphi, k)] + \frac{\sqrt{(a^2 - y^2)(y^2 - b^2)}}{y} \quad (\text{A.6})$$

$$\varphi = \sin^{-1} \frac{a}{y} \sqrt{\frac{y^2 - b^2}{a^2 - b^2}}, \quad k^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

$$a > b > c \geq y > d$$

$$\int_d^y \sqrt{\frac{c-t}{(a-t)(b-t)(t-d)}} dt = -2\sqrt{\frac{a-c}{b-d}} F(\varphi, k) + \frac{2(a-d)}{\sqrt{(a-c)(b-d)}} \Pi(\varphi; \alpha^2, k) \quad (\text{A.7})$$

$$\int_d^y \sqrt{\frac{(a-t)(c-t)}{(b-t)(t-d)}} dt = \sqrt{(a-c)(b-d)} E(\varphi, k) - (a-d) \sqrt{\frac{a-c}{b-d}} F(\varphi, k) +$$

$$+ \frac{(a-d)(a-b+c-d)}{\sqrt{(a-c)(b-d)}} \Pi(\varphi; \alpha^2, k) + \sqrt{\frac{(b-y)(c-y)(y-d)}{(a-y)}} \quad (\text{A.8})$$

$$\varphi = \sin^{-1} \sqrt{\frac{(a-c)(y-d)}{(c-d)(a-y)}}, \quad \alpha^2 = -\frac{c-d}{a-c}, \quad k^2 = \frac{(a-b)(c-d)}{(a-c)(b-d)}$$

$$a > b \geq y > c > d$$

$$\int_c^y \sqrt{\frac{t-c}{(a-t)(b-t)(t-d)}} dt = \frac{2(c-d)}{\sqrt{(a-c)(b-d)}} [-F(\varphi, k) + \Pi(\varphi; \alpha^2, k)] \quad (\text{A.9})$$

$$\begin{aligned} \int_c^y \sqrt{\frac{(t-c)(a-t)}{(b-t)(t-d)}} dt &= \sqrt{(a-c)(b-d)} E(\varphi, k) - \frac{(c-d)(2a-b-d)}{\sqrt{(a-c)(b-d)}} \cdot F(\varphi, k) + \\ &+ \frac{(c-d)(a-b+c-d)}{\sqrt{(a-c)(b-d)}} \Pi(\varphi; \alpha^2, k) - \sqrt{\frac{(a-y)(b-y)(y-c)}{y-d}} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

$$\varphi = \sin^{-1} \sqrt{\frac{(b-d)(y-c)}{(b-c)(y-d)}}, \quad \alpha^2 = \frac{b-c}{b-d}, \quad k^2 = \frac{(b-c)(a-d)}{(a-c)(b-d)}$$

$$a \geq y > b > c > d$$

$$\int_b^y \sqrt{\frac{t-c}{(a-t)(t-b)(t-d)}} dt = \frac{2(b-c)}{\sqrt{(a-c)(b-d)}} \Pi(\varphi; \alpha^2, k) \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned} \int_b^y \sqrt{\frac{(a-t)(t-c)}{(t-b)(t-d)}} dt &= -\sqrt{(a-c)(b-d)} E(\varphi, k) + (b-c) \sqrt{\frac{a-c}{b-d}} F(\varphi, k) + \\ &+ \frac{(b-c)(a-b+c-d)}{\sqrt{(a-c)(b-d)}} \Pi(\varphi; \alpha^2, k) + \sqrt{\frac{(a-y)(y-b)(y-d)}{(y-c)}} \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

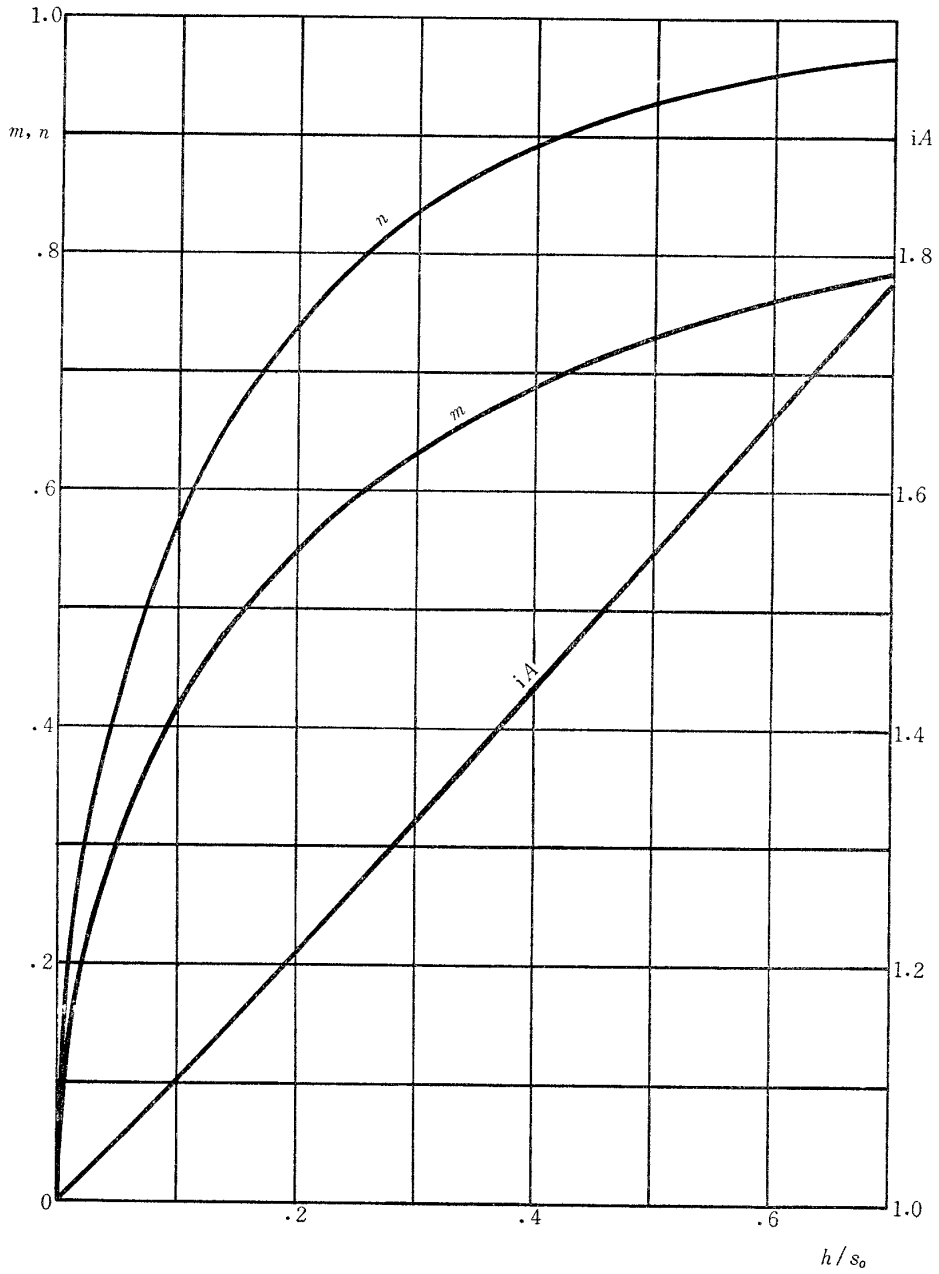
$$\varphi = \sin^{-1} \sqrt{\frac{(a-c)(y-b)}{(a-b)(y-c)}}, \quad \alpha^2 = \frac{a-b}{a-c}, \quad k^2 = \frac{(a-b)(c-d)}{(a-c)(b-d)}$$

$$\begin{aligned} \int_c^1 \frac{\eta(d-\eta)\sqrt{\eta-e}}{\sqrt{(1-\eta^2)(\eta-c)}} d\eta &= \frac{1}{4} \left\{ (c-e)(2+c+3e) \sqrt{\frac{1-e}{1+c}} F(\varphi, k) \right. \\ &- (c+e) \sqrt{(1+c)(1-e)} E(\varphi, k) - \frac{(c-e)[4(1-e^2)+(c+e)^2]}{\sqrt{(1+c)(1-e)}} \Pi(\varphi; \alpha^2, k) \\ &\left. + [2(\eta-e) + (c+e)] \sqrt{\frac{(1-\eta)(\eta-c)(1+\eta)}{\eta-e}} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

$$\varphi = \sin^{-1} \sqrt{\frac{(1-e)(\eta-c)}{(1-c)(\eta-e)}}, \quad \alpha^2 = \frac{1-c}{1-e}, \quad k^2 = \frac{(1-c)(1+e)}{(1+c)(1-e)}$$

$$\begin{aligned} \int_{-1}^e \frac{\eta(d-\eta)\sqrt{e-\eta}}{\sqrt{(1-\eta^2)(c-\eta)}} d\eta &= \frac{1}{4} \left\{ 2(2-c+e) \sqrt{\frac{1-e}{1+c}} F(\varphi, k) \right. \\ &+ (c+e) \sqrt{(1+c)(1-e)} E(\varphi, k) - \frac{2[4(1-e^2)+(c+e)^2]}{\sqrt{(1+c)(1-e)}} \Pi(\varphi; \alpha^2, k) \\ &\left. - [2(1-\eta) - (c+e)] \sqrt{\frac{(c-\eta)(e-\eta)(1+\eta)}{(1-\eta)}} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

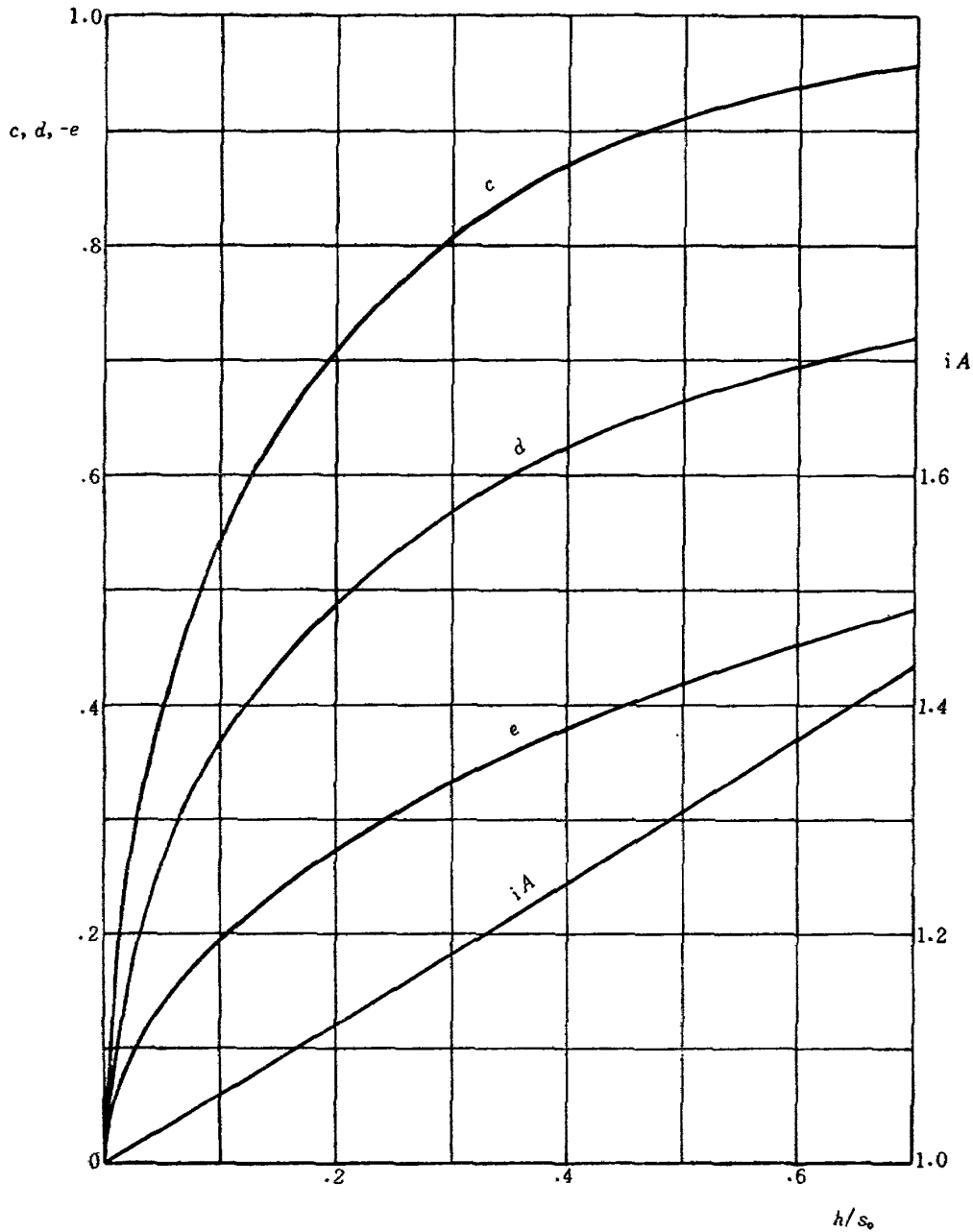
$$\varphi = \sin^{-1} \sqrt{\frac{(1-e)(1+\eta)}{(1+e)(1-\eta)}}, \quad \alpha^2 = -\frac{1+e}{1-e}, \quad k^2 = \frac{(1-c)(1+e)}{(1+c)(1-e)}$$



付図 1 写像関数の定数 (i)

付表 1 写像関数の定数 (i)

h/s_0	iA	m	n
0	1.0000	0	0
.0494	1.0498	.3025	.4226
.1333	1.1375	.4694	.6428
.1734	1.1803	.5211	.7071
.2213	1.2322	.5705	.7660
.2787	1.2953	.6176	.8192
.3483	1.3729	.6621	.8660
.4343	1.4698	.7042	.9063
.5397	1.5944	.7440	.9397
.6869	1.7622	.7818	.9659



付図 2 写像関数の定数 (ii)

付表 2 写像関数の定数 (ii)

h/s_0	iA	c	d	e
0	1.0000	0	0	0
.0115	1.0066	.1974	.1319	-.0664
.0749	1.0439	.4795	.3243	-.1691
.1707	1.1015	.6716	.4626	-.2536
.2589	1.1559	.7743	.5422	-.3100
.4018	1.2476	.8737	.6278	-.3820
.5489	1.3391	.9269	.6821	-.4372
.6936	1.4319	.9574	.7200	-.4827

<p>NAL TR-62 航空宇宙技術研究所 超音速における翼端板効果</p> <p>1964年2月 19ページ</p> <p>超音速における翼端板をもつ翼の縦および方向の静持性を細長い物体の理論によって解析した。翼端板は翼の上下面に対称に取り付けられたものと、片側のみに非対称に取り付けられたものを含む。両場合とも、翼端板高さにはほぼ比例したかなりの揚力増加をみる。横力は翼端板単独横力の効率で図示した。これらは方向特性の推算に利用される。特に上下対称な場合は、すべてのマッハ数を通して、翼端板は単独に作用するものと考えてよい。翼端板の非対称性の影響は、縦持性には二次的効果をもたらずに過ぎない。特に方向特性は、同一翼端板面積では片側のみに非対称に取り付けの方が効果が大きいといえる。</p>	<p>I. 尾形吉和 II. NAL TR-62 III. 533.6.013 629.13.014</p>	<p>NAL TR-62 航空宇宙技術研究所 超音速における翼端板効果</p> <p>1964年2月 19ページ</p> <p>超音速における翼端板をもつ翼の縦および方向の静持性を細長い物体の理論によって解析した。翼端板は翼の上下面に対称に取り付けられたものと、片側のみに非対称に取り付けられたものを含む。両場合とも、翼端板高さにはほぼ比例したかなりの揚力増加をみる。横力は翼端板単独横力の効率で図示した。これらは方向特性の推算に利用される。特に上下対称な場合は、すべてのマッハ数を通して、翼端板は単独に作用するものと考えてよい。翼端板の非対称性の影響は、縦持性には二次的効果をもたらずに過ぎない。特に方向特性は、同一翼端板面積では片側のみに非対称に取り付けの方が効果が大きいといえる。</p>	<p>I. 尾形吉和 II. NAL TR-62 III. 533.6.013 629.13.014</p>
<p>NAL TR-62 航空宇宙技術研究所 超音速における翼端板効果</p> <p>1964年2月 19ページ</p> <p>超音速における翼端板をもつ翼の縦および方向の静持性を細長い物体の理論によって解析した。翼端板は翼の上下面に対称に取り付けられたものと、片側のみに非対称に取り付けられたものを含む。両場合とも、翼端板高さにはほぼ比例したかなりの揚力増加をみる。横力は翼端板単独横力の効率で図示した。これらは方向特性の推算に利用される。特に上下対称な場合は、すべてのマッハ数を通して、翼端板は単独に作用するものと考えてよい。翼端板の非対称性の影響は、縦持性には二次的効果をもたらずに過ぎない。特に方向特性は、同一翼端板面積では片側のみに非対称に取り付けの方が効果が大きいといえる。</p>	<p>I. 尾形吉和 II. NAL TR-62 III. 533.6.013 629.13.014</p>	<p>NAL TR-62 航空宇宙技術研究所 超音速における翼端板効果</p> <p>1964年2月 19ページ</p> <p>超音速における翼端板をもつ翼の縦および方向の静持性を細長い物体の理論によって解析した。翼端板は翼の上下面に対称に取り付けられたものと、片側のみに非対称に取り付けられたものを含む。両場合とも、翼端板高さにはほぼ比例したかなりの揚力増加をみる。横力は翼端板単独横力の効率で図示した。これらは方向特性の推算に利用される。特に上下対称な場合は、すべてのマッハ数を通して、翼端板は単独に作用するものと考えてよい。翼端板の非対称性の影響は、縦持性には二次的効果をもたらずに過ぎない。特に方向特性は、同一翼端板面積では片側のみに非対称に取り付けの方が効果が大きいといえる。</p>	<p>I. 尾形吉和 II. NAL TR-62 III. 533.6.013 629.13.014</p>

TR-48	曲面に沿う境界層 Effects of Surface Curvature on Laminar Boundary-Layer Flow	1963年8月	林 二 識
TR-49	高速軸流圧縮機の研究(Ⅲ) An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (Ⅲ)	1963年9月	松木正勝、宮地敏雄 大山耕一、吉田晃 西脇英夫、岩部柱相
TR-50	境界収縮法による偏微分方程式の境界値問 題の数値解法 Numerical Method for Boundary Value Problems of Partial Differential Equa- tions by Boundary Contraction	1963年9月	樋口一雄、能美力
TR-51	人間の静的不安定系の制御能力 Human Control Ability of the Statically Unstable System	1963年9月	武田 峻
TR-52	粒状加熱器の熱特性 Thermal Characteristics of a Pabble-Bed Heater	1963年9月	林 二 識
TR-53	円管流の非定常熱伝達 第1報 一壁温が時間と流向距離のみによる場合— Thermal Characteristics of the Unsteady Flow through a Circular Pipe whose Temperature depends on Time and Flow- Directional Distance only	1963年10月	林 二 識
TR-54	偏微分方程式の混合境界値問題 の差分法による数値解法 Difference Method for the Mixed Boundary Value Problems	1963年10月	三好 甫
TR-55	ボスをもった車盤の回転強度 Rotating Strength of which has a Boss	1963年11月	佐藤和郎、永井文雄
TR-56	亜音速および遷音速における二次元非定 常空気の測定 (第I報) Measurements of the Unsteady Airloads for Two-Dimensional Flow at Subsonic and Transonic Speed Range (I)	1963年11月	中村泰治、田辺義一
TR-57T	Measurements of the Aerodynamic Derivatives of a Biconvex-Flat Airfoil in Supersonic Flow at Mach Number 2 to 3	January 1964	Takao Ishii Mitsunori Yanagisawa
TR-58	高度 500 フィートないし 10,000 フィート における上下突風の測定および解析 Measurements and Analyses of gust Velocities from 500 to 10,000 feet Altitude	1964年1月	竹内和之、小野幸一 山根皓三郎
TR-59	磁気テープデータ処理設備とその特性 The Magnetic Tape Reduction System and Its Performance	1964年1月	田畑浄治、中 正夫 山本芳樹、三浦雅男
TR-60	変厚平板翼の振動について On the Natural Vibration of Plate-Like Wings of Variable Thickness	1964年1月	槁 武敏、越出慎一 戸川隼人、川井忠彦
TR-61	後退角 45°, テーパー比 0.6 の薄い片持翼の遷 音速におけるフラッタ特性におよぼすマッ ハ数の影響の実験的研究 Some Effects of Mach Number on the Transonic Flutter Characteristics of Thin Cantileve Wings Having a Taper Ratio 0.6 and a Sweptback Angle of 45°	1964年2月	中井暎一、小原 瑛

航空宇宙技術研究所報告 62 号

昭和 39 年 2 月 発行

発 行 所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1,880
電話武蔵野(0422)(3)5171(代表)

印 刷 所 笠井出版印刷社
東京都港区芝南佐久間町1の53