

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-89

垂直突風および航空機の突風応答に関する実験的研究

小野 幸一・山根 皓三郎

1965年6月

航空宇宙技術研究所

NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 報 告

- TR-65 非定常境界層の安定に関する実験
An Experimental Investigation of Stability Characteristics of Unsteady Laminar Boundary Layer 1964年7月 小橋安次郎, 恩地 瑛
- TR-66 変分法による平板翼の撓み, 振動解における自然境界条件の数値的吟味 (片持平板翼の場合)
Numerical Examination on the Fulfilment of Natural Boundary Conditions by the Approximate Solutions for Bending and Vibration of Thin Elastic Plates based on the Rayleigh-Ritz's Procedure (in Case of Cantilevered Wing Plates) 1964年6月 川井忠彦, 埴武敏
越出慎一, 戸川隼人
落合 薫
- TR-67 プラズマ発生装置の諸特性
Characteristics of a Vortex Stabilized Plasma Generator 1964年4月 井上建二, 野村茂昭
- TR-68 回転翼の線型理論 (I)
—揚力面理論—
Linearized Aerodynamic Theory of Rotor Blades (I)
—Lifting Surface Theory— 1964年6月 市川輝雄
- TR-69 高速軸流タービンの研究 (I)
—タービンノズル円環翼列の研究—
An Investigation of the High Speed Axial Flow Turbine (I)
—An Investigation of the Annular Turbine-nozzle Cascade— 1964年7月 鳥崎忠雄, 能瀬弘幸
森田光男
- TR-70 汎用飛行シミュレータ設備の計画, 構造および特性
Design, Construction and Characteristics of Flight Simulator at National Aerospace Laboratory 1965年1月 松浦陽恵, 樋口一雄
池谷光栄, 堀川勇壯
村上力, 百名盛之典
三好範子, 岡部正典
- TR-71 塑性の三方向せん断理論
塑性変形による異方性
塑性流動に及ぼす中間主応力の影響
応力状態と塑性変形の形
Three Shear Theory of Plasticity
Anisotropy Due to Plastic Deformation
Influence of Intermediate Principal Stress on Plastic Flow
Strain Ratio Relationship in Plastic Deformation 1964年7月 中西不二夫, 佐藤和郎
- TR-71T Three Shear Theory of Plasticity
Anisotropy Due to Plastic Deformation
Influence of Intermediate Principal Stress on Plastic Flow
Strain Ratio Relationship in Plastic Deformation
Internal Shearing Resistances in the Three Shear Theory of Plasticity September 1964 Fujio NAKANISHI
Yasuo SATO
- TR-72 補助翼バズに関する一実験
Some Experiments on Control-Surface Buzz 1965年1月 中村泰治, 田辺義一
- TR-72T Some Experiments on Control-Surface Buzz November 1964 Yasuharu NAKAMURA
Yoshikazu TANABE
- TR-73 軸対称液み点付近の溶融層の安定性
Stability of the Melted Layer near the Axisymmetric Stagnation Point 1964年11月 相原康彦
- TR-74 遷音速パネルフラッタの研究
The Experimental and Theoretical Studies of Transonic Panel Flutter 1964年11月 石井孝雄, 柳沢三憲
- TR-75 統計流体力学の初期値問題について
—Hopf 特性汎関数方程式の一般解—
On the Initial-value Problem in Statistical Hydromechanics
—A General Solution of the Hopf Characteristic Functional Equation— 1964年12月 細川 巖
- TR-76 高速軸流圧縮機の研究 (IV)
—NACA 65 系翼型を修正した近似二重円弧翼形の動翼相対入口マッハ数1.5までの回転翼列試験—
An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (IV)
—Rotor Performance at Relative Inlter Mach Numbers up to 1.5 of NACA 65-Series Compressor Blades Modified Approximately to Double Circular-Arc Blades— 1965年1月 大山耕一, 松木正勝
西脇英夫, 岩部柱相
片山泰治

垂直突風および航空機の突風応答に関する実験的研究*

小野幸一**・山根皓三郎**

An Experimental Investigation on Vertical Gusts and the Airplane Response

By Koichi ONO and Kosaburo YAMANE

Cross spectral method of analysis has been applied to flight test measurement of vertical gusts and the vertical acceleration response of a small twin-engine airplane. The response function obtained seemed to be independent of altitude and gust intensity in the frequency range up to 4 cps. Gust spectra were also obtained, which agreed very well with the theoretical expression.

In addition, the frequency distributions of gust velocities were examined in several ways. The frequency distributions of gust velocities obtained from the total time spent above each level of gust velocities and the number of times each level of gust velocities was crossed in one direction coincided well. While the effect of eliminating the small amplitudes on r.m.s. gust velocities was negligible, the elimination affected the frequencies of level crossing counting and peak counting. These frequencies reduced with increasing the amplitude of eliminated waves.

1. はじめに

航空機の疲労強度において、突風がその最も重要な因子の一つであることは周知のとおりであるが、突風によって航空機が受ける荷重を考える場合、突風そのものの性質に加えて機体の構造特性すなわち周波数応答特性を知ることが必要である。さらに突風速度を荷重に変換する場合、突風速度の分布形を知ることが必要であって、この分布形を求める方法としては

- (a) ある速度レベルを越える時間の総和
- (b) ある速度レベルを正（または負）のこう配でよぎる回数
- (c) ある速度レベル以上にあるピークの数

等が一般によく使われている。

今回の実験では実験用航空機を用いて上下突風およびその機体応答を計測し、突風そのものの性質を調べるとともに、突風に対する機体の応答特性をクロススペクトル解析から求めた。同時にひ

* 昭和40年6月15日受付

** 機体第一部

ん度計により突風速度の各種の分布形を求め比較検討した。

記号

- l : 迎え角計と機体重心位置との水平距離, m
 l' : 迎え角計と主翼空力中心との水平距離, m
 u_T : 航空機の飛行速度 (TAS), m/s
 α : 迎え角計の指示, rad
 $\dot{\theta}$: 機体の縦揺れ角速度, rad/s
 λ : 波長, m
 f : 周波数, c/s
 Ω : reduced frequency ($=2\pi/\lambda$), rad/m
 w_g : 上下方向突風速度, m/s
 a : 機体重心位置の上下方向加速度, m/s^2
 Δt : データのサンプリング間隔, s
 $M\Delta t$: データの長さ, s
 $Cw_gw_g(\tau)$: w_g の自己相関関数, $(m/s)^2$
 $Caa(\tau)$: a の自己相関関数, $(m/s^2)^2$
 $Caw_g(\tau)$: a と w_g の相互相関関数, $m/s \cdot m/s^2$
 $Pw_gw_g(f)$: w_g のパワースペクトル密度関数 $(m/s)^2/(c/s)$
 $Paa(f)$: a のパワースペクトル密度関数 $(m/s^2)^2/(c/s)$
 $\hat{A}(f)$: 系の周波数応答関数の推定値
 $|\hat{A}(f)|$: 振幅ゲインの推定値, $(m/s^2)/(m/s)$
 $\hat{\Phi}(f)$: 位相遅れの推定値, rad
 $\hat{i}^2(f)$: 関連度, coherency の推定値 (観測された出力 a の周波数 f なる成分のパワーのうち, 入力 w_g と線形関係にある部分の割合)
 $R(f)$: 相対誤差, relative error ($|A(f)|$, $\Phi(f)$ が同時にそれぞれ $|\hat{A}(f)|(1 \pm R(f))$, $\hat{\Phi}(f) \pm \sin^{-1}(R(f))$ の範囲にはいる確率が δ であるような誤差に対する評価)
 $\{a_n\}$: window
 k : 位相遅れを修正するための正の整数値
 N : ひん度
 σ : 標準偏差
 $p(x)$: x の確率密度関数
 Δw_g : ひん度測定の場合のレベルの設定幅, m/s

D : ひん度測定の場合の無効振幅設定幅, m/s

サフィックス

T : 経過時間率

c : 帯域通過ひん度

p : 極大値ひん度, 極小値ひん度

m : 零通過最大値ひん度

o : 零レベルを正 (または負) のこう配で通過するひん度

(S) : 無効振幅を設定しないことを示す。

(D) : 無効振幅を設定したことを示す。

2. 実 験

2.1 実験用航空機

実験に使用した航空機は、当研究所のビーチクラフト社製 B-65 “クインエア” で、その主要諸元を表 1 に示す。

表 1 実験機主要諸元

翼面積	25.74 m ²
翼面荷重 (総重量)	135.84 kg/m ²
全幅	13.98 m
全長	10.16 m
全高	4.32 m

表 2 館野上層風資料 (昭和 38 年 11 月 28 日)

時間 高度(m)	9 時		15 時	
	風向(度)	風速(m/s)	風向(度)	風速(m/s)
300	190	5	270	3
600	220	12	230	8
900	220	10	240	10
1,200	230	11	240	10
1,500	230	10	240	10
1,800	230	10	260	10
2,100	260	12	270	16
2,400	270	20	270	24
2,700	270	20	270	28
3,000	270	26	270	28
3,600	270	32	270	30
4,500	250	36	260	32
5,400	250	41	270	31
6,000	260	41	260	34

2.2 飛行航路, 飛行形態

飛行は昭和 38 年 11 月 28 日 11 時より 13 時にわたって行なった。航路は突風の多い山地を選び、赤城山と榛名山のほぼ中央を海面上 580, 1520 m, 多摩丘陵を 180, 300 m の各高度で南北に各 1 往復し計測を行なった。当日の上層風資料(気象庁発表)を表 2 に示す。

計測中の飛行は速度 266 km/h あるいは 274 km/h (IAS), エンジン回転数 2,750 rpm の水平定常飛行とし, 操舵はできうるかぎり行なわなかった。

2.3 測定機器および計算手順

測定は, 機首に突き出した棒の先端にポテンショ型迎面角計を取り付け(図 1), また機体のほぼ重心位置の床面上に角速度計と上下方向加速度計を設置して, 機体軸に対する上下方向風向角,

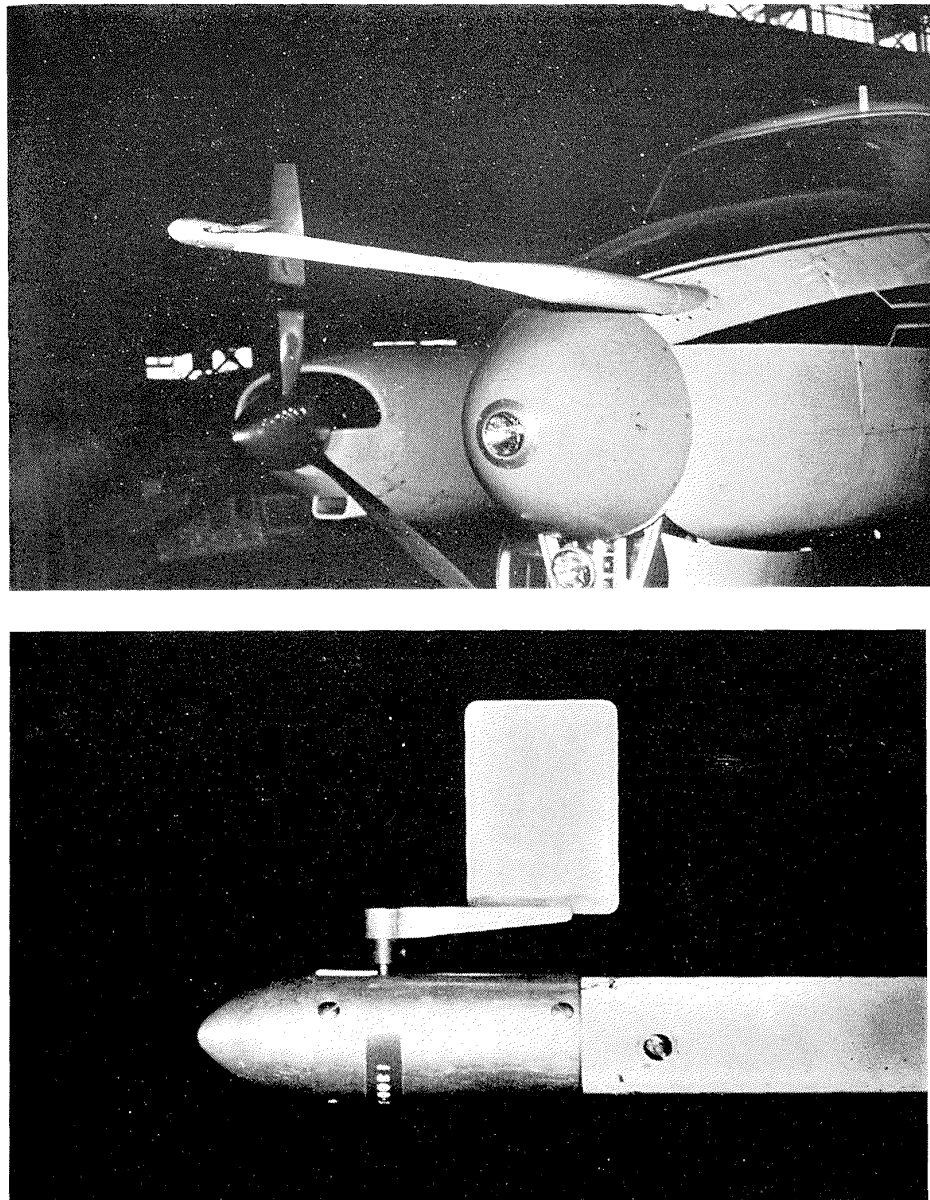


図 1 向え角計およびその取付位置

機体の縦揺れ角速度および上下方向加速度を測定した。エンジンの振動を除くため図2に示す特性を有する低域通過ろ波器を通して磁気記録再生機により磁気テープに記録した。

データは、まず迎え角計の指示量すなわち機軸に対する上下方向風向角から、アナログ計算機により次式

$$w_0(t) = u_T \left\{ \alpha(t) - \int \dot{\theta}(t) dt \right\} + l \dot{\theta}(t) - \int a(t) dt \quad (1)$$

($l = 4.46 \text{ m}$)

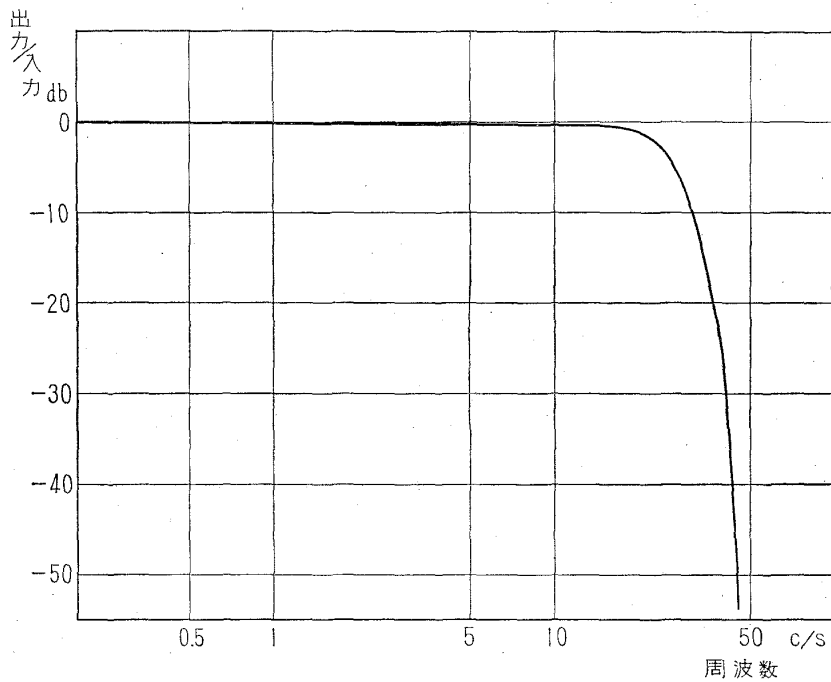


図2 低域通過ろ波器の特性

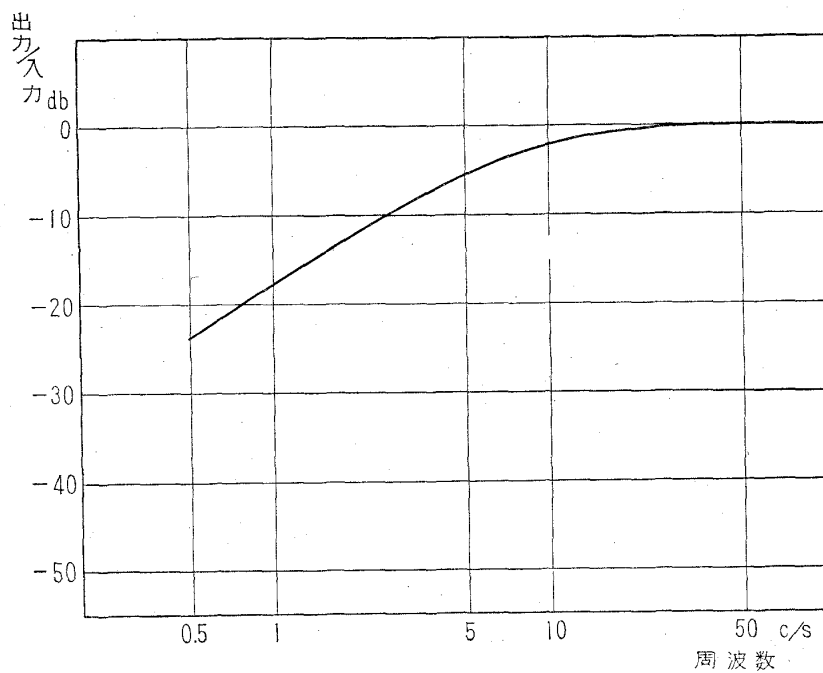


図3 高域通過ろ波器の特性

の計算を行なって機体の縦揺れおよび上下運動の影響を除き上下方向突風速度を求めて機体の上下方向加速度とともに再記録した。次にひん度計により上下方向突風速度の各種ひん度分布（付録B参照）を，レベルの設定幅 $\Delta w_g = 0.5 \text{ m/s}$ で求めた。なお，ひん度測定に用いたデータの長さは15秒で，クロススペクトル計算に用いたデータと同じものである。また上下方向突風速度と機体の上下方向加速度データをさらに図3に示す特性を有する高域通過ろ波器を通して A-D 変換し，デジタル電子計算機を用いてクロススペクトル計算（付録A参照）を行ない，上下方向突風に対する航空機の周波数応答特性を求めた。そのブロック図を図4に示す。

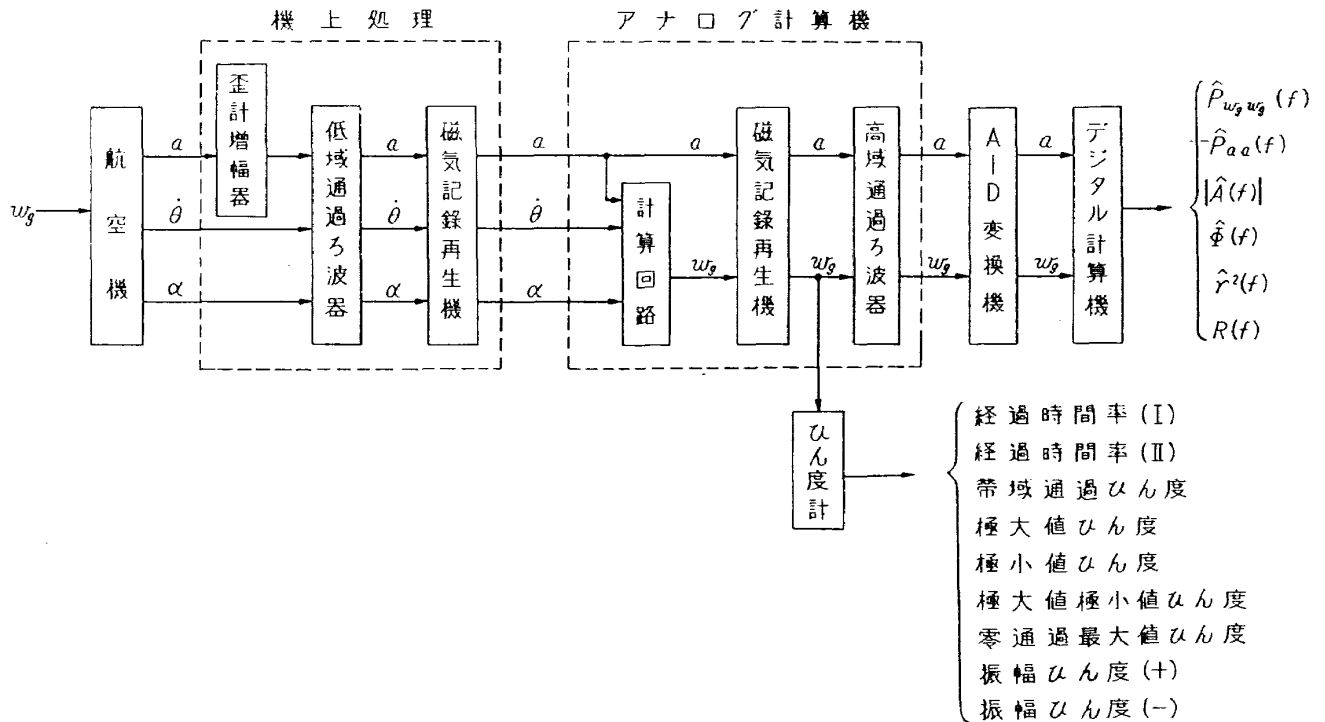


図4 データ処理ブロック図

クロススペクトル解析には，180, 300, 580, 1,520 m の各高度の飛行データより2ケースずつ選び，計8ケースについて解析を行なった。この計算において， $\Delta t = 1/100 \text{ s}$ ， $M\Delta t = 15 \text{ s}$ ， $h = 100$ ， $H = 0$ ， $\delta = 0.95$ とし window には W_2 を用いた。

3. 結 果

クロススペクトル計算結果の数例を図5に示す。横軸は周波数 (c/s) で，上下突風のパワースペクトルについては参考のため次式

$$\Omega = 2\pi/\lambda = 2\pi f/u_T \quad (2)$$

の変換による Ω (rad/m) をつけ加えた。高度 180, 300, 580, 1,520 m のときの機体の飛行速度 u_T (TAS) は各 74, 76, 75, 79 m/s であった。図中最上段は上下突風のパワースペクトル密度

$\hat{P}w_g w_g(f)$ (m/s)²/(c/s), 2 段目は機体重心位置の上下加速度のパワースペクトル密度 $\hat{P}aa(f)$ (m/s²)²/(c/s), 3 段および 4 段目は突風入力を一点で代表した場合の機体の周波数応答関数すなわち振幅ゲイン $|\hat{A}(f)|$ (m/s²)/(m/s) と位相特性 $\hat{\Phi}(f)$ rad で, 比較のため入出力の比 $\sqrt{\hat{P}aa(f)/\hat{P}w_g w_g(f)}$ を $|\hat{A}(f)|$ とともに示した。位相特性 $\hat{\Phi}(f)$ は突風測定点と実際の突風の入力点との差による位相おくれ $l'/(u_T/f)$ ($l' \doteq l$) を修正してある。5 段目は関連度 $\hat{\gamma}^2(f)$ でこれは観測された上下加速度応答 $a(t)$ の周波数 f なる成分のパワーの密度の中のどれだけが突風入力 $w_g(t)$ と, 線形の関係によって与えられるかを示す。最下段の $R(f)$ は振幅ゲイン $|A(f)|$, 位相特性 $\Phi(f)$ が 95% 以上の確率で同時におおの $|\hat{A}(f)|(1 \pm R(f))$, $\hat{\Phi}(f) \pm \sin^{-1}(R(f))$ の範囲にはいるような誤差に対する尺度を表わす。

ひん度計により計測した突風の各種ひん度分布を 図 6~10 に, また, おおのひん度分布より得た σ の値を表 3 に示す。図 6~10 において縦軸には $N \cdot \sigma / \Sigma N \cdot \Delta w_g$ をとり, 横軸には w_g / σ をとって正規化してある。

表 3 各種ひん度分布から求めた σ (m/s) の値

ひん度分布 高度 m	経 時間率 (I)	帯域通過 ひん度	極大値 ひん度	極小値 ひん度	零通過最大 値ひん度	振 幅 ひん度
180	0.58	0.59	0.63	0.53	0.72	0.53
300	0.68	0.61	0.63	0.58	0.61	0.57
580	0.68	0.67	0.64	0.67	0.56	0.55
1,500	1.02	1.08	1.10	1.05	0.89	0.73

無効振幅が帯域通過ひん度および極大値ひん度の絶対値に及ぼす影響を 図 11~12 に示す。横軸は無効振幅設定幅 D と無効振幅を設定しないときの $\sigma_{(S)}$ の比 $D/\sigma_{(S)}$ を表わし, 縦軸は帯域通過ひん度の場合無効振幅を設定したときの零レベル通過ひん度と無効振幅を設定しないときの零レベル通過ひん度との比 $N_{Co(D)}/N_{Co(S)}$ を表わし, 極大値ひん度の場合は無効振幅を設定したときの各レベルの極大値ひん度の総和と無効振幅を設定しないときの各レベルの極大値ひん度の総和との比 $\Sigma N_{P(D)}/\Sigma N_{P(S)}$ を表わす。

無効振幅が帯域通過ひん度分布および極大値ひん度分布から求めた σ に及ぼす影響を 図 13~14 に示す。縦軸は無効振幅を設定したときの $\sigma_{(D)}$ と無効振幅を設定しないときの $\sigma_{(S)}$ との比 $\sigma_{(D)}/\sigma_{(S)}$ であり, 横軸は無効振幅設定幅 D と $\sigma_{(S)}$ との比 $D/\sigma_{(S)}$ である。

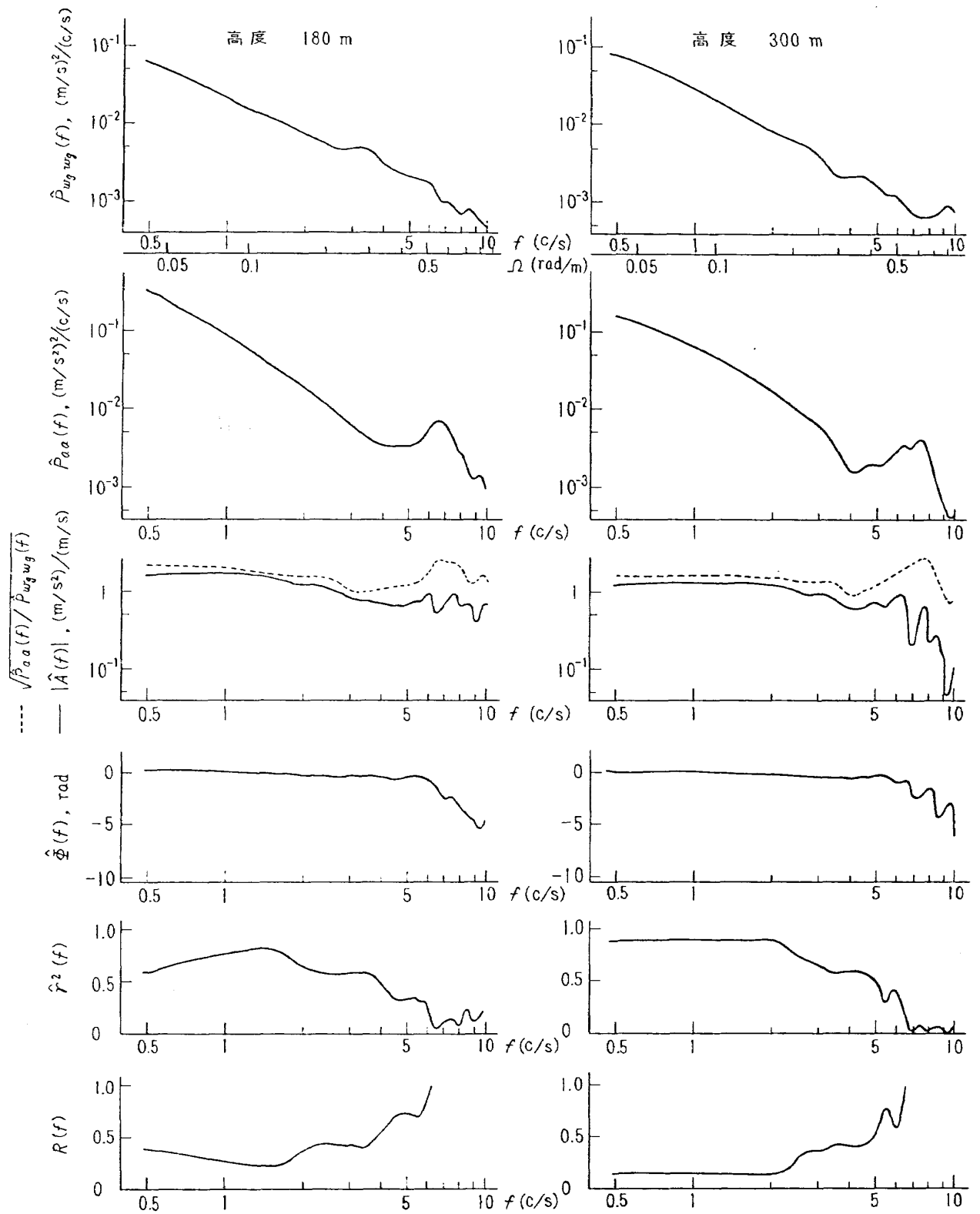
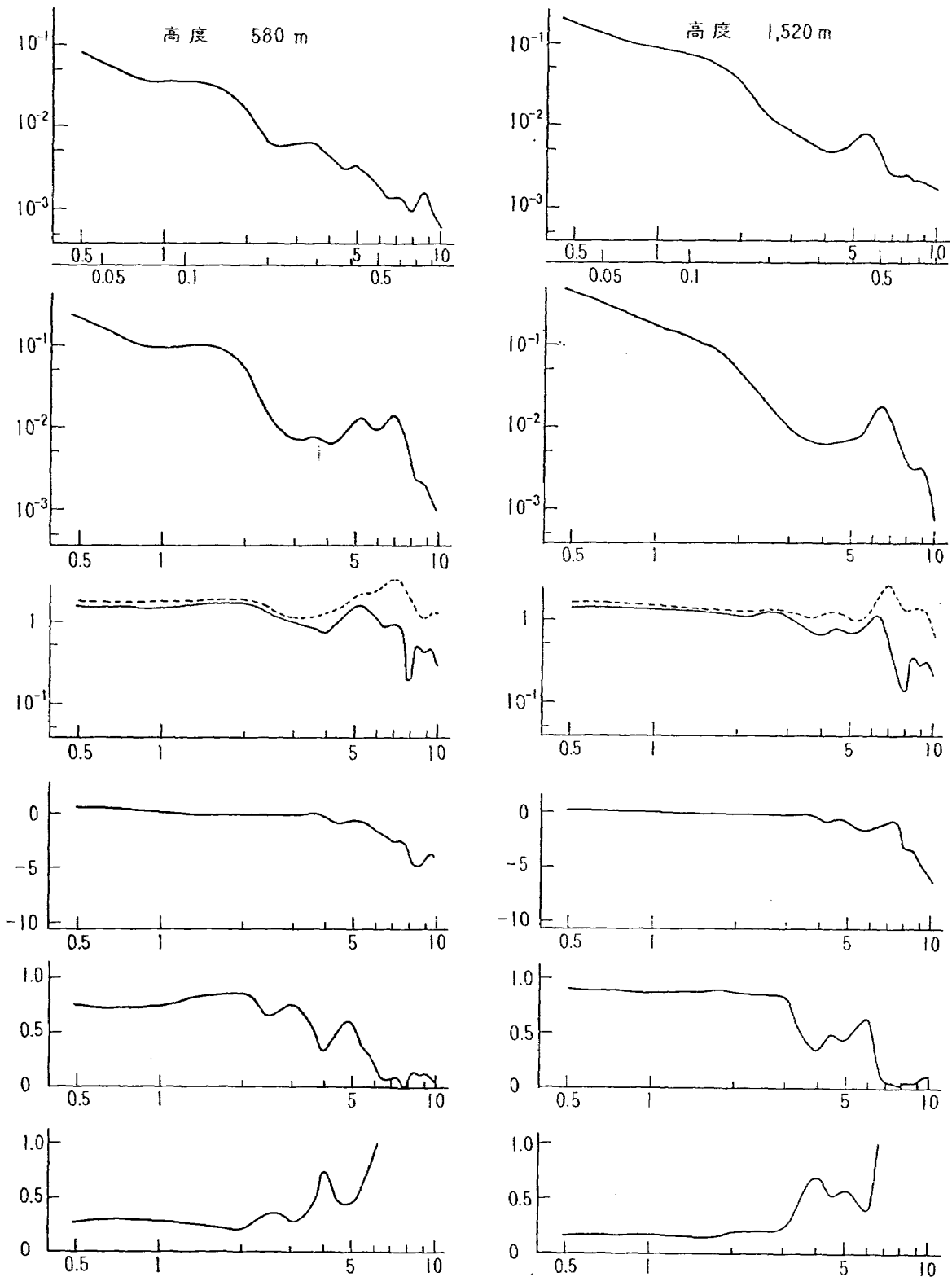


図 5 パワースペクトル・周波数応答関数・



関連度・相対誤差

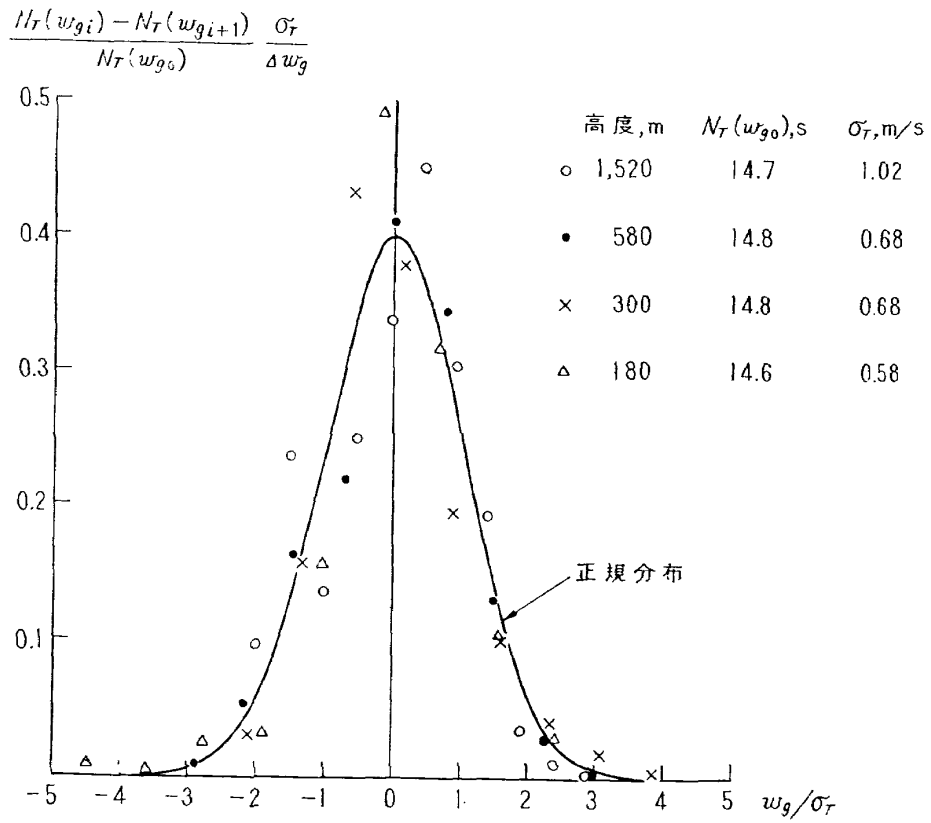


図 6 経過時間率 (I)

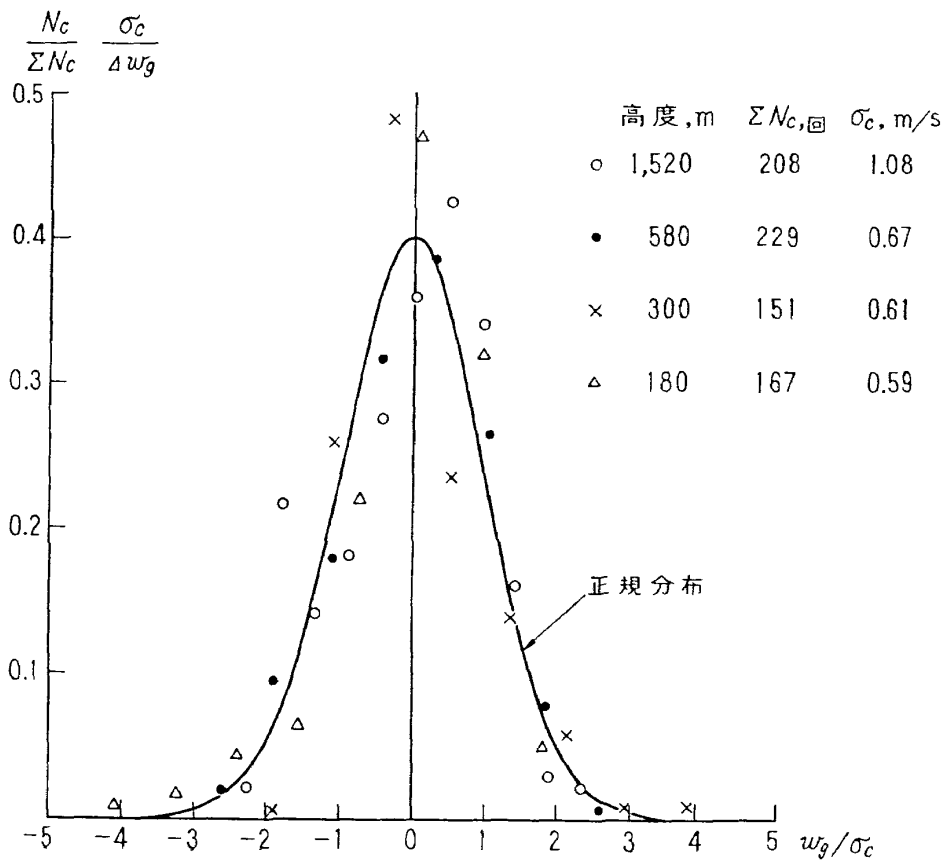


図 7 帯域通過ひん度

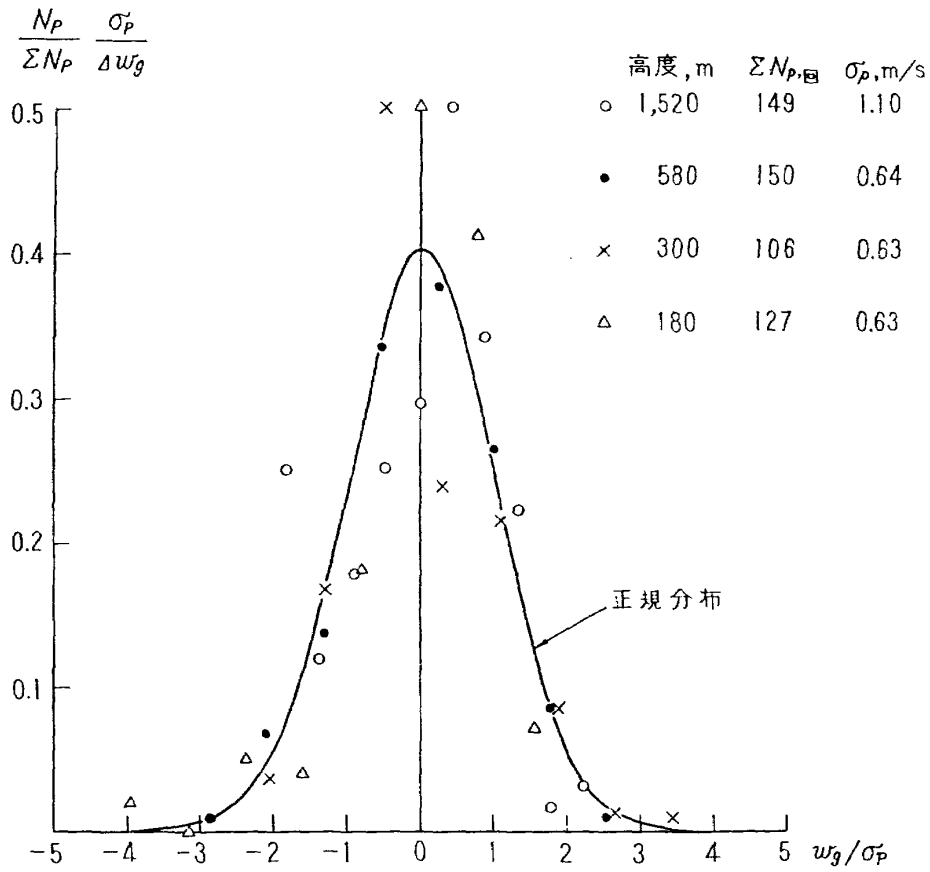


図 8 極大値ひん度

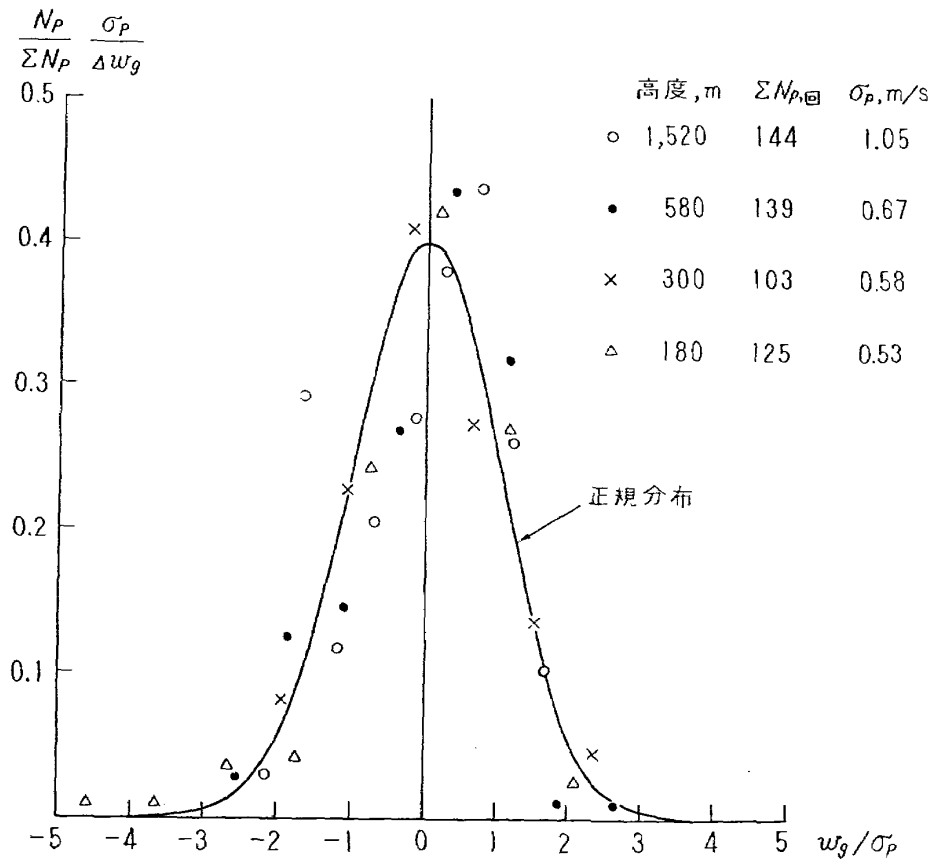


図 9 極小値ひん度

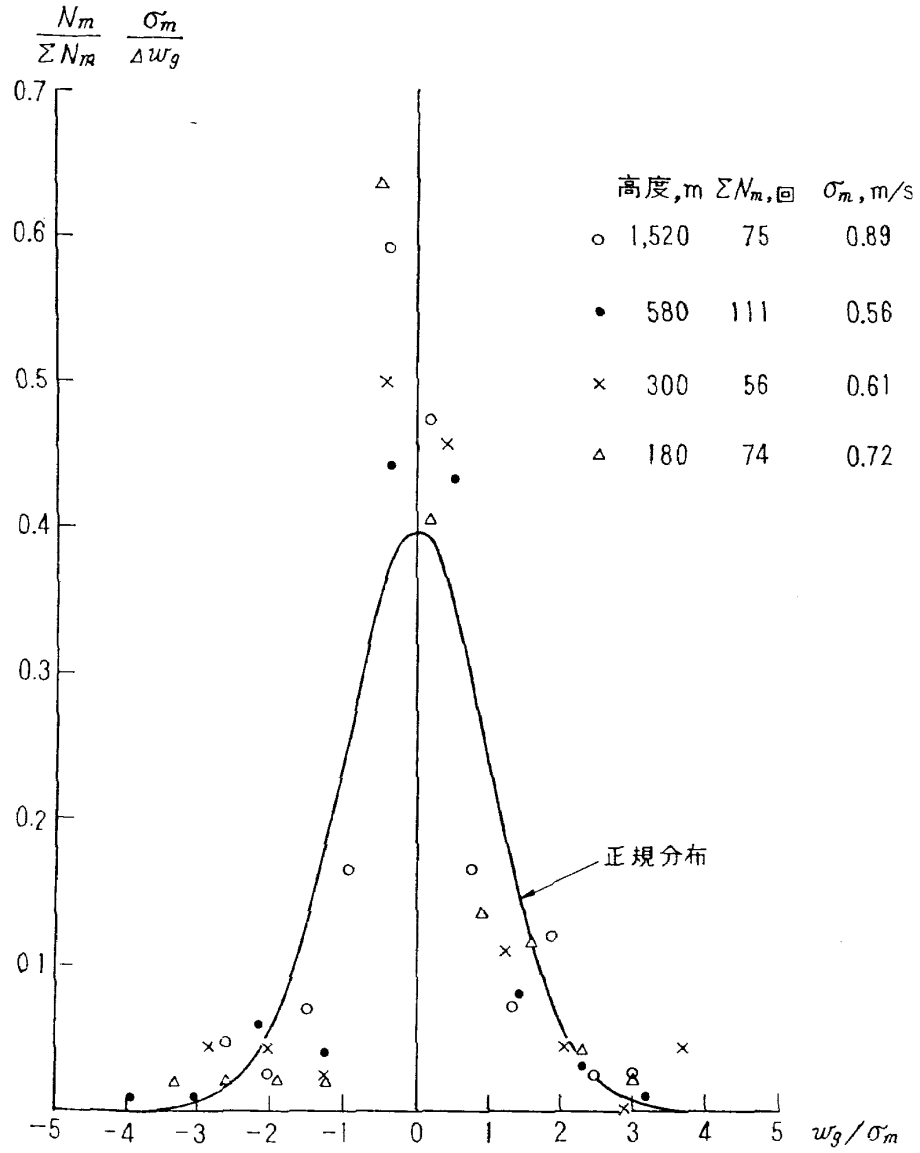


図 10 零通過最大値ひん度

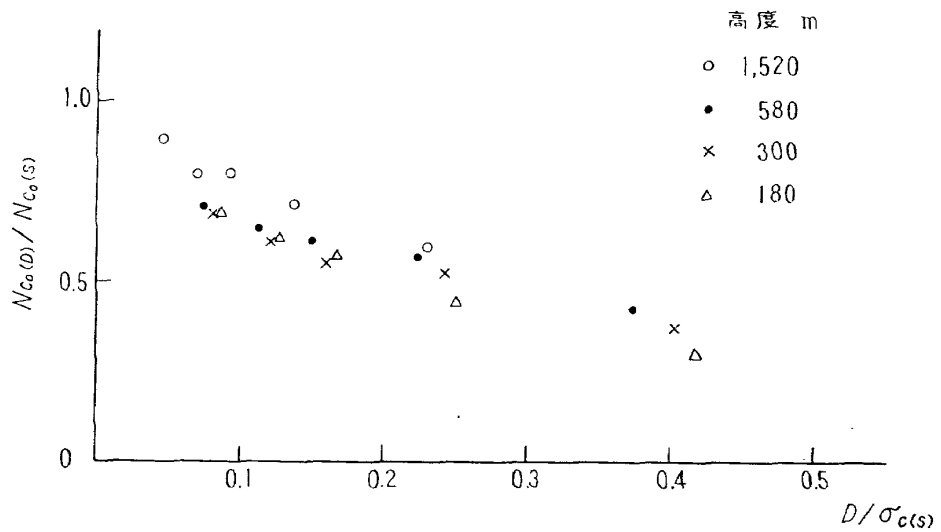


図 11 帯域通過ひん度と無効振幅との関係

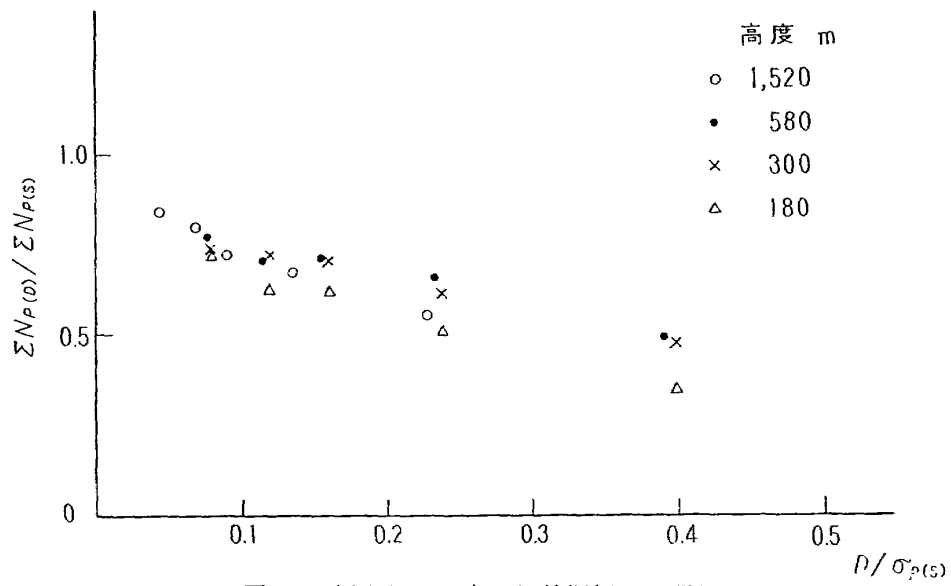


図 12 極大値ひん度と無効振幅との関係

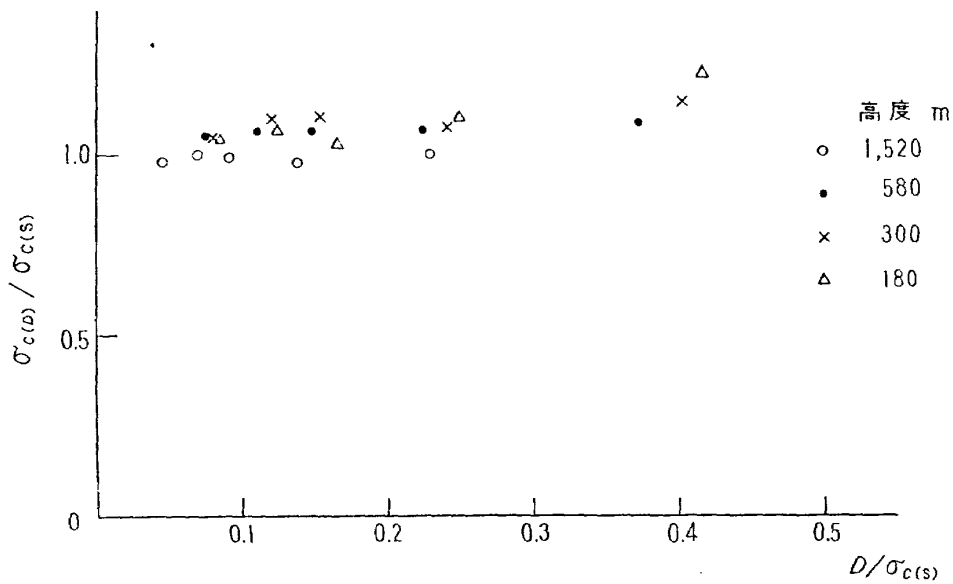


図 13 σ_c と無効振幅との関係

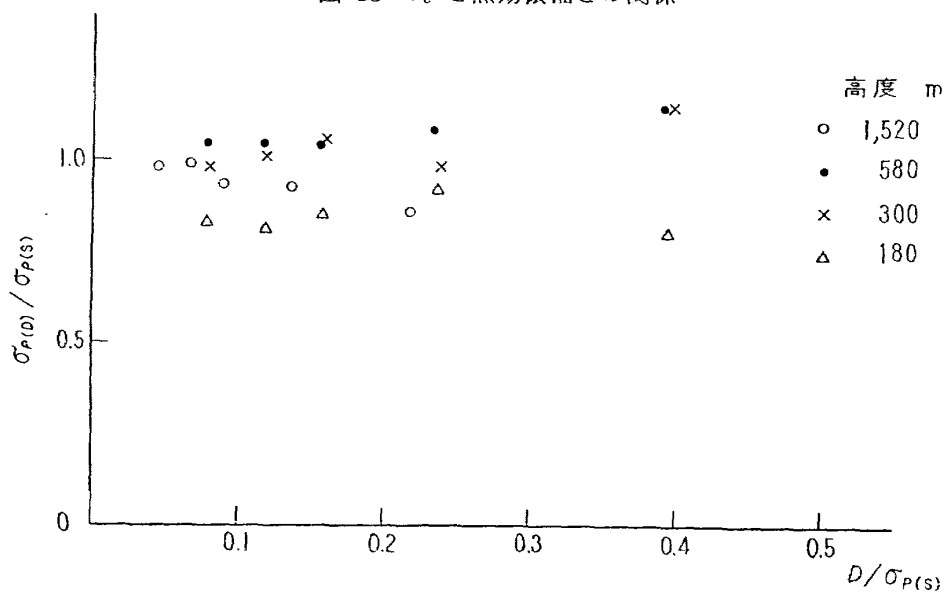


図 14 σ_p と無効振幅との関係

4. 考 察

上下方向突風速度のパワースペクトル $\hat{P}w_0w_0(f)$ は、図5にみられるごとく、各高度によってその強さは異なるが ($\sigma=0.59\sim 1.08$ m/s), その周波数に対する傾向はほぼ同じである。上下突風のパワーの周波数に対する減少のし方は、従来

$$Pw_0w_0(f) \propto f^n \quad n=-2 \quad (3)$$

の関係が一般に認められているようであるが、今回の実験結果では図5にみられるようにその傾斜がややゆるやかで、0.5 c/s から 10 c/s ($\Omega=0.04\sim 0.9$ rad/m) の周波数範囲で $n=-1.6\sim -1.8$ (8 ケースの平均値は $n=-1.7$) となり、これは気象学の分野でいわれている

$$Pw_0w_0(f) \propto f^{-\frac{8}{5}} \quad (4)^{8)}$$

の関係に近い。

機体応答による機体重心位置加速度のパワースペクトル $\hat{P}aa(f)$ も各高度についてほとんど同じ傾向を示している。6 c/s から 7 c/s に見られるピークは機体主翼の曲げ一次固有振動数によるものと考えられる。

機体の周波数応答特性、すなわち振幅ゲイン $|\hat{A}(f)|$ および位相特性 $\hat{\phi}(f)$ は 4 c/s 以下においては突風入力**の強さ**および高度の変化に対してほぼ一定であり、位相特性 $\hat{\phi}(f)$ は 6 c/s から 7 c/s あたりではほぼ $\pi/2$ rad (計算された最小の周波数 0.5 c/s を基準として) 遅れている。しかしながら 6 c/s 以上の周波数においては関連度 $\hat{r}^2(f)$ は急激に減少し、したがって相対誤差 $R(f)$ は増大して振幅ゲイン $|\hat{A}(f)|$ 、位相特性 $\hat{\phi}(f)$ のバラツキが非常に大きくなり、振幅ゲイン $|\hat{A}(f)|$ の 6 c/s から 7 c/s におけるピークが入出力の比 $\sqrt{\hat{P}aa(f)/\hat{P}w_0w_0(f)}$ よりもはるかに低くなっている。ここに行なった解析は、航空機の機首に突き出した棒の先端に取り付けた迎え角計によって計測した機体軸に対する上下方向風向角を、機体の飛行速度一定として上下方向風速に変換し、さらに機体の縦揺れ、上下運動についてのみ考慮して(1)式による修正を行ない、これによって迎え角計取付け位置の上下風速を求め、この一点の上下突風速度と機体重心位置にかかる加速度との間のクロススペクトル計算を行なっている。したがって図5において振幅ゲイン $|\hat{A}(f)|$ が入出力の比 $\sqrt{\hat{P}aa(f)/\hat{P}w_0w_0(f)}$ にくらべて低くなり、関連度 $\hat{r}^2(f)$ が低下しているのは、計測時の外部からの雑音のほかに、突風速度の翼幅あるいは翼弦方向の分布が一様でないこと、入力の測定点**が**実際の入力点から離れていること、尾翼への突風入力**が**主翼のそれに対して位相遅れがあること、機体の横揺れ、片揺れ、横すべり、あるいは航空機の飛行速度変動を無視したこと、機体応答の非線形性などによるものと考えられる。しかしながら図によると関連度 $\hat{r}^2(f)$ は 4 c/s 以下では十分高い値を示し、上述のような種々の問題は 4 c/s 以下の低い周波数範囲では一応無視できるものと考えられる。それ以上周波数が増加するにつれて関連度 $\hat{r}^2(f)$ が急激に減少するのは、

先に述べた種々の問題の影響が周波数とともに急速に増大するためと考えられる。したがって、航空機の突風に対する周波数応答特性を求める場合、クロススペクトル計算法は非常に有用と考えられるが、それによって求めうる周波数範囲は限定され、実験あるいは計算を行なうとき、これらの条件を十分考慮に入れなければならない。

一般に時系列が正規分布を持つ定常確率過程の場合、その確率密度関数 $p(x)$ 、単位時間にあるレベル x_i を正のこう配（または負のこう配）でよぎる回数 $N_c(x_i)$ 、および単位時間にレベル x_i 以上にある極大値（または極小値）の数 $N_p(x \geq x_i)$ はそれぞれ次式によって表わされる。

$$p(x) = (1/\sqrt{2\pi}\sigma) \cdot e^{-x^2/2\sigma^2} \quad (5)$$

$$N_c(x_i) = (1/\sqrt{2\pi})(\sigma_1/\sigma) \cdot e^{-x_i^2/2\sigma^2} \quad (6)$$

$$N_p(x \geq x_i) \approx N_c(x_i) \quad (\text{但し } x_i \text{ の大きな時}) \quad (7)$$

ここで σ はその時系列の標準偏差で、 σ_1 は

$$\sigma_1 = 2\pi \left[2 \int_0^\infty f^2 P(f) df \right]^{1/2} \quad (8)$$

上記 (5) 式は経過時間率から求めた確率密度関数（付録B 参照）、(6) 式は帯域通過ひん度に相当することからレベル間隔を十分小さくすれば経過時間率（I）から求めた分布の形および σ の値は帯域通過ひん度のそれと等しいことがわかる。今回のひん度分布の計測ではレベル間隔を σ の 0.46~0.85 倍にとったが、図 6,7 と表 3 において分布の形および σ の値は経過時間率（I）と帯域通過ひん度で非常によく一致しており、この程度のレベル分割をすれば帯域通過ひん度によって突風速度の分布の形および σ の値を十分近似できることがわかった。

ある帯域に分布するピークのひん度とその σ も図 8, 9 および表 3 に見られるように突風速度の分布形および σ の値とよく一致した。また特定のレベル以上にあるピークのひん度は $1.5\sigma \sim 2.0\sigma$ 以上のレベルにおいて (7) 式とよく一致した。零通過最大値ひん度分布は図 10 に示すように突風速度の分布形からのかたよりが大きく、また各高度ごとのばらつきも大きくて、この分布から突風速度の分布を推定することは不適當と考えられる。

無効振幅（あるいはひん度計の不感帯）が帯域通過ひん度と極大値ひん度の絶対値およびそれらから求めた σ に及ぼす影響を調べるにあたって、今回の計測に使用したデータが短かく（15秒）各レベルにおけるひん度が少ないので、そのばらつきを小さくするために、帯域通過ひん度については零レベル通過ひん度 N_{c0} を、極大値ひん度については各レベルの極大値ひん度の総和 $\sum N_p$ をそれぞれの代表量とし、 N_{c0} 、 $\sum N_p$ の無効振幅による変化を調べた。図 11~12 に示すごとく、 N_{c0} も $\sum N_p$ もともに無効振幅を増すにしたがって同様の傾向で減少したが、 σ_c および σ_p は無効振幅を $0.4\sigma_{c0}$ あたりまで変えても図 13~14 のごとくほとんど一定であった。以上の結果より、ひん度計あるいはファティグメータで突風の強さ σ を計る場合は計測器の不感帯はほとんど問題

にならないが、帯域通過ひん度あるいは極大値ひん度の絶対値はその不感帯幅によって大きな影響を受けるので、不感帯幅を考慮に入れないで別個のひん度計で計られたひん度の絶対値を比較することは無意味である。

5. む す び

航空機の機首に突き出した棒の先に取り付けた迎え角計と機体の重心位置付近に取り付けた加速度計および角速度計を用いて、上下方向突風速度と機体の重心位置における上下方向加速度を測定し、機体の上下突風に対する応答をクロススペクトル計算により解析するとともにひん度計により突風の各種ひん度分布を求め比較した。

(1) 計測した突風のパワースペクトル $\hat{P}w_0w_0(f)$ は $f^{-1.6} \sim f^{-1.8}$ に比例して減少し、その平均値は $f^{-1.7}$ でこれは気象学の分野でいわれている $Pw_0w_0(f) \propto f^{-\frac{5}{3}}$ に近かった。

(2) 機体周波数応答特性、すなわち振幅ゲイン $|\hat{A}(f)|$ と位相特性 $\hat{\phi}(f)$ は周波数 4 c/s 以下では入力大きさ ($\sigma=0.59 \sim 1.08$ m/s)、高度 (180~1,520 m) による相違は認められなかった。

(3) 航空機の突風に対する周波数応答特性を求めめるのに、クロススペクトル解析は非常に有用と考えられるが、入力を一点で測定していることなどのために求めうる周波数が限定されることを十分考慮しなければならない。

(4) 経過時間率および帯域通過ひん度より求めた分布形と σ の値はほぼ同様で各高度におけるちらばりも少なく、今回の計測におけるごく短い時間 (15 秒) の測定では突風速度の分布は正規分布に近かった。

(5) 帯域通過ひん度分布および極大値ひん度分布より求めた突風の強さ σ は無効振幅を大きく (0.4σ 程度) してもほぼ一定であったが、帯域通過ひん度および極大値ひん度の絶対値は無効振幅によって大きく影響され、無効振幅の増加とともに両者はほぼ同様の傾向で減少した。

おわりに、この研究に対して終始ご指導をいただいた統計数理研究所の赤池弘次氏、館野上層風資料の援助をいただいた気象庁予報部通報課の諸氏に感謝するものである。なおクロススペクトル計算に計測部中技官、宮崎技官、実験、計算に機体第一部外崎技官の協力があった。

付録 A 周波数応答関数の推定

この報告で用いたクロススペクトル計算は主として参考文献 6) の方法によったので、その概要を以下に抜すいする。

一般に時間的に不変で線形な系に入力 $x(t)$ が作用するときの出力 $z(t)$ は

$$z(t) = \int_0^{\infty} x(t-\tau)h(\tau)d\tau$$

$$= \int_{-\infty}^t h(t-\tau)x(\tau)d\tau \tag{A.1}$$

の関係で与えられる。この $h(\tau)$ は系のインパルス応答関数とよばれる。これは $x(t)$ として単位のインパルスが加えられたときすなわち

$$x(t) = \delta(t) \quad (\text{Dirac の } \delta) \tag{A.2}$$

のときの $z(t)$ と一致する。この $h(\tau)$ の形さえ求めれば任意の $x(t)$ に対する出力 $z(t)$ が (A.1) の関係式で得られるからこの形を知ることが系のすべてを知ることとなる。ここで (A.1) 式に形式的にフーリエ変換を適用してみると次のようになる。

$$Z(f) = A(f) \cdot X(f) \tag{A.3}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ただし} \quad Z(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi i f t} \cdot z(t) dt \\ X(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi i f t} \cdot x(t) dt \\ A(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi i f t} \cdot h(t) dt \end{aligned} \right\} \tag{A.4}$$

そこでもし適当な $x(t)$ を入力として用いれば $A(f)$ が

$$A(f) = Z(f)/X(f) \tag{A.5}$$

と表現されることから、 $x(t)$ と $z(t)$ の記録だけから $A(f)$ したがって $h(t)$ が求められる。この $A(f)$ をこの系の周波数応答関数と呼び、実用面では系の特性をこのように周波数の関数として表わしたほうが便利な場合が多い。

つぎに $x(t)$, $z(t)$ の測定値を用いて系の応答特性を求める場合、次式のように $z(t)$ の測定に誤差 $n(t)$ が入っている場合を考えてみる。このとき出力は $z(t)$ の代わりに $y(t)$ すなわち

$$y(t) = z(t) + n(t) \tag{A.6}$$

で表わされ、 $y(t)$, $n(t)$ のフーリエ変換がそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} Y(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi i f t} \cdot y(t) dt \\ N(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi i f t} \cdot n(t) dt \end{aligned} \right\} \tag{A.7}$$

とすれば

$$Y(f) = Z(f) + N(f)$$

$$= A(f) \cdot X(f) + N(f) \tag{A.8}$$

となり $A(f)$ の推定は不可能である。また一般には特定の形の $x(t)$ を系の入力として用いるこ

とはむずかしく、任意のランダムな入力を用いて系の $A(f)$ を推定できれば便利で、このとき計算に使用しうるデータの長さが有限であること、得られたデータは無限に大きな集団の中の一つのサンプルであることなどを考慮に入れると、系の周波数応答を求めるには統計的手法を用いてクロススペクトル解析によるのが適当であると考えられる。

いま $\{x(t, \omega) : -\infty < t < \infty\}$ が (弱) 定常な確率過程で連続なパワースペクトル密度関数 $P_{xx}(f)$ を持っているものとする。このとき $x(t, \omega)$ は形式的に

$$x(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi i f t} \cdot X(f, \omega) df \quad (\text{A. 9})$$

と書くことができる。この $x(t, \omega)$ が f について連続な周波数応答関数 $A(f)$ を持つ系を通過した場合の出力 $y(t, \omega)$ は次式のように表現できる。

$$y(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi i f t} A(f) \cdot X(f, \omega) df \quad (\text{A. 10})$$

ここで $X(f, \omega)$ に関する演算ルール

$$E[A_1(f) \cdot X(f, \omega) \cdot \overline{A_2(f')} \cdot \overline{X(f', \omega)}] = A_1(f) \cdot \overline{A_2(f')} \cdot \delta(f - f') \cdot P_{xx}(f) \quad (\text{A. 11})$$

を使って次の計算を行なう。(E は ω に関する平均)

$$\begin{aligned} R_{yx}(\tau) &= E[y(t+\tau)x(t)] \\ &= E\left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi i f(t+\tau)} A(f) X(f) df \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi i f' t} X(f') df'\right] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi i f \tau} A(f) P_{xx}(f) df \end{aligned} \quad (\text{A. 12})$$

すなわち系の出力 $y(t, \omega)$ と入力 $x(t, \omega)$ の相互相関関数 $R_{yx}(\tau)$ は $\{A(f) \cdot P_{xx}(f)\}$ のフーリエ逆変換になっている。一般に次のように書ける場合、

$$R_{yx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi i f \tau} P_{yx}(f) df \quad (\text{A. 13})$$

$P_{yx}(f)$ を $y(t, \omega)$ と $x(t, \omega)$ との間のクロススペクトル密度関数と呼び、したがって

$$\left. \begin{aligned} P_{yx}(f) &= A(f) P_{xx}(f) \\ A(f) &= P_{yx}(f) / P_{xx}(f) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A. 14})$$

あるいは

が成立する。ここに $P_{yx}(f)$ は (A. 13) 式の関係より次式で与えられる。

$$P_{yx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi i f \tau} R_{yx}(\tau) d\tau \quad (\text{A. 15})$$

ところで前に述べたように、実際の測定において観測される出力 $y(t, \omega)$ は (A. 6) 式

$$y(t, \omega) = z(t, \omega) + n(t, \omega)$$

の表現が適当である場合が多い。ここで $z(t, \omega)$ は入力 $x(t, \omega)$ に対する線形系の出力で、 $n(t, \omega)$ が存在しない場合前述の $y(t, \omega)$ と一致し

$$P_{zx}(f) = A(f)P_{xx}(f) \tag{A.16}$$

となる。一方 $n(t, \omega)$ は入力 $x(t, \omega)$ と線形関係で結ばれていない誤差、すなわち

$$R_{nx}(\tau) = E[n(t+\tau)x(t)] = 0 \tag{A.17}$$

となるような雑音（外部雑音のほか、測定誤差、系の不規則性、非線形性等に基づくもの）である。

そうすると $R_{yx}(\tau)$ は

$$\begin{aligned} R_{yx}(\tau) &= E[\{z(t+\tau) + n(t+\tau)\}x(t)] \\ &= R_{zx}(\tau) + R_{nx}(\tau) \\ &= R_{zx}(\tau) \end{aligned} \tag{A.18}$$

となり $n(t, \omega)$ の有無に関係なく

$$P_{yx}(f) = P_{zx}(f) = A(f)P_{xx}(f) \tag{A.19}$$

の関係が成立して $A(f)$ の推定値が得られる。

系の入力 $x(t)$ 、と出力 $y(t)$ が等間隔にサンプリングされたデジタル量として与えられた場合、系の周波数応答関数を数値計算によって求める方法を以下に示す。

(1) 自己相関関数および相互相関関数を求める。

$$C_{xx}(l\Delta t) = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^{M-l} \tilde{x}((l+n)\Delta t) \cdot \tilde{x}(n\Delta t)$$

$$l = 0, 1, 2, \dots, h$$

$$C_{yy}(l\Delta t) = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^{M-l} \tilde{y}((l+n)\Delta t) \cdot \tilde{y}(n\Delta t)$$

$$l = 0, 1, 2, \dots, h$$

$$C_{yx}(l\Delta t) = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^{M-l} \tilde{y}((l+n)\Delta t) \cdot \tilde{x}(n\Delta t) \quad (l \geq 0)$$

$$= \frac{1}{M} \sum_{n=-l+1}^M \tilde{y}((l+n)\Delta t) \cdot \tilde{x}(n\Delta t) \quad (l \leq 0)$$

$$l = -h, -h+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, h-1, h, h+1, \dots, h+H$$

ただし

$$\tilde{x}(n\Delta t) = x(n\Delta t) - \bar{x}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M x(n\Delta t)$$

$$\tilde{y}(n\Delta t) = y(n\Delta t) - \bar{y}$$

$$\tilde{y} = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M y(n\Delta t)$$

(2) パワースペクトル密度およびクロススペクトル密度を求める。

$$\bar{P}_{xx}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \Delta t \left\{ C_{xx}(0) + 2 \sum_{l=1}^{h-1} C_{xx}(l\Delta t) \cdot \cos\left(2\pi \frac{r}{2h} l\right) + (-1)^r \cdot C_{xx}(h\Delta t) \right\}$$

$$r=0, 1, 2, \dots, h$$

$$\bar{P}_{yy}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \Delta t \left\{ C_{yy}(0) + 2 \sum_{l=1}^{h-1} C_{yy}(l\Delta t) \cdot \cos\left(2\pi \frac{r}{2h} l\right) + (-1)^r \cdot C_{yy}(h\Delta t) \right\}$$

$$r=0, 1, 2, \dots, h$$

$$\bar{P}_{yx,k}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \bar{C}_{yx,k}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) + i\bar{S}_{yx,k}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right)$$

$$r=0, 1, 2, \dots, h$$

ただし

$$\bar{C}_{yx,k}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \Delta t \left\{ C_{yx,k}^+(0) + 2 \sum_{l=1}^{h-1} C_{yx,k}^+(l\Delta t) \cdot \cos\left(2\pi \frac{r}{2h} l\right) + (-1)^r C_{yx,k}^+(h\Delta t) \right\}$$

$$C_{yx,k}^+(l\Delta t) = \frac{1}{2} \{ C_{yx}((k+l)\Delta t) + C_{yx}((k-l)\Delta t) \}$$

$$\bar{S}_{yx,k}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = -\Delta t \left\{ 2 \sum_{l=1}^{h-1} C_{yx,k}^-(l\Delta t) \cdot \sin\left(2\pi \frac{r}{2h} l\right) \right\}$$

$$C_{yx,k}^-(l\Delta t) = \frac{1}{2} \{ C_{yx}((k+l)\Delta t) - C_{yx}((k-l)\Delta t) \}$$

(3) window をかける。

$$\hat{P}_{xx}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \sum_{n=-k}^k a_n \bar{P}_{xx}\left(\frac{r-n}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right)$$

$$r=0, 1, 2, \dots, h$$

ただし

$$\bar{P}_{xx}\left(\frac{-r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \bar{P}_{xx}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right)$$

$$\bar{P}_{xx}\left(\frac{h+r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \bar{P}_{xx}\left(\frac{h-r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right)$$

$$\hat{P}_{yy}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \sum_{n=-k}^k a_n \bar{P}_{yy}\left(\frac{r-n}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right)$$

$$r=0, 1, 2, \dots, h$$

ただし

$$\bar{P}_{yy}\left(\frac{-r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \bar{P}_{yy}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right)$$

$$\bar{P}_{yy}\left(\frac{h+r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \bar{P}_{yy}\left(\frac{h-r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right)$$

$$\hat{P}_{yx, k}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \hat{C}_{yx, k}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) + i\hat{S}_{yx, k}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right)$$

として

$$\hat{C}_{yx, k}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \sum_{n=-k}^k a_n \bar{C}_{yx, k}\left(\frac{r-n}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right)$$

$$r=0, 1, 2, \dots, h$$

ただし

$$\bar{C}_{yx, k}\left(\frac{-r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \bar{C}_{yx, k}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right)$$

$$\bar{C}_{yx, k}\left(\frac{h+r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \bar{C}_{yx, k}\left(\frac{h-r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right)$$

$$\hat{S}_{yx, k}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \sum_{n=-k}^k a_n \bar{S}_{yx, k}\left(\frac{r-n}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right)$$

$$r=0, 1, 2, \dots, h$$

ただし

$$\bar{S}_{yx, k}\left(\frac{-r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = -\bar{S}_{yx, k}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right)$$

$$\bar{S}_{yx, k}\left(\frac{h+r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = -\bar{S}_{yx, k}\left(\frac{h-r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right)$$

(4) k による位相の修正をもどす。

$$\hat{P}_{yx}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \hat{C}_{yx}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) + i\hat{S}_{yx}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right)$$

$$r=0, 1, 2, \dots, h$$

として

$$\hat{C}_{yx}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \cos\left(2\pi \frac{r}{2h} k\right) \hat{C}_{yx, k}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) + \sin\left(2\pi \frac{r}{2h} k\right) \hat{S}_{yx, k}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right)$$

$$\hat{S}_{yx}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \cos\left(2\pi \frac{r}{2h} k\right) \hat{S}_{yx, k}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) - \sin\left(2\pi \frac{r}{2h} k\right) \hat{C}_{yx, k}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right)$$

(5) 周波数応答関数を求める。

$$A\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \hat{P}_{vx}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) / \hat{P}_{xx}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right)$$

$$r=0, 1, 2, \dots, h$$

$$A\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \left| A\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) \right| e^{i\phi\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right)}$$

と表わすと

$$\left| \hat{A}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) \right| = \sqrt{\left\{ \hat{C}_{vx}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) / \hat{P}_{xx}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) \right\}^2 + \left\{ \hat{S}_{vx}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) / \hat{P}_{xx}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) \right\}^2}$$

$$\hat{\phi}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \tan^{-1} \left\{ \hat{S}_{vx}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) / \hat{C}_{vx}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) \right\}$$

(6) 関連度を求める。

$$\hat{\gamma}^2\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = 1 - \left\{ P_{nn}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) / P_{xx}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) \right\}$$

$P_{nn}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right)$: 雑音 $n(t, \omega)$ のパワースペクトル密度関数

$P_{xx}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right)$: 入力 $x(t, \omega)$ のパワースペクトル密度関数

の推定値として

$$\hat{\gamma}^2\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \left| \hat{A}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) \right|^2 / \left(\hat{P}_{vw}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) / \hat{P}_{xx}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) \right)$$

$$r=0, 1, 2, \dots, h$$

(7) 相対誤差を求める。

$\left| A\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) \right|$, $\phi\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right)$ が同時にそれぞれ $\left| \hat{A}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) \right| \left\{ 1 \pm R\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) \right\}$,
 $\hat{\phi}\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) \pm \sin^{-1} \left\{ R\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) \right\}$ の範囲に入る確率が δ 以上であるような誤差に対する
 評価。

$$R\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left\{ \left(1 / \hat{\gamma}^2\left(\frac{r}{h} \frac{1}{2\Delta t}\right) \right) - 1 \right\} \cdot F(\delta, 2, 2(n-1))}$$

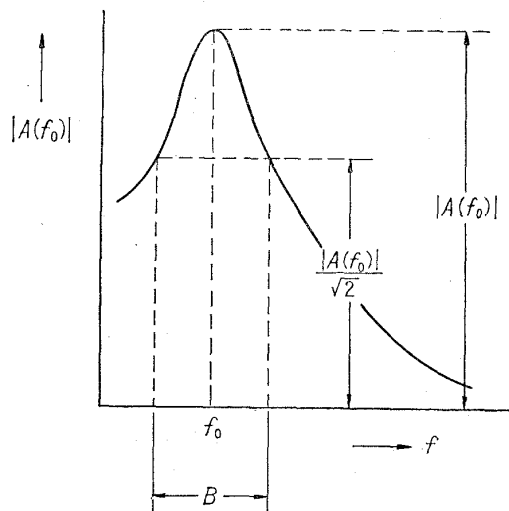
ただし

n は $\frac{M}{h} \frac{1}{2 \sum_{n=-k}^k a_n^2}$ に最も近い整数。

$F(\delta, 2, 2(n-1))$ は $F_{2(n-1)}^2$ が自由度 $2, 2(n-1)$ の分布にしたがうものとして
 $\text{Prob.}\{F_{2(n-1)}^2 \leq F(\delta, 2, 2(n-1))\} \doteq \delta$ によって定まる値。

注 1. Δt : $\frac{1}{2\Delta t}$ 以上の周波数成分のパワーの影響が無視できるように Δt を選ぶ。 Δt が過度に小→計算量のみ増大して不利である。 Δt が過度に大→ $\frac{1}{2\Delta t}$ 以上の周波数成分の存在の影響が高周波側からかたよりになって入ってくる。

注 2. h : $h\Delta t = \frac{1}{B} \sim \frac{2}{B}$ (以上) に定める。ただし B は $|A(f)|$ のピークのバンド幅。 h が過度に大→標本誤差が大となる。 h が過度に小→ $A(f)$ にかたよりが導入されこの場合特に位相回転の大きい f での $|A(f)|$ が低目に現われる。



注 3. M : データの全長を $M\Delta t$ として $M\Delta t \geq 5h\Delta t$ にとる。また

$$\sqrt{E|\hat{A}(f) - A(f)|^2} / |A(f)| \doteq \sqrt{\frac{h}{M} \left(\frac{1}{\gamma^2(f)} - 1 \right)}$$

なることを実験計画の段階で考慮に入れる。 M が過度に小→結果の標本誤差が大となり、特に入力のパワースペクトル密度 $\hat{P}_{xx}(f)$ の算出に不つごう (負の値など) を生じやすい。

M が過度に大→計算および測定上の困難を除けば M が大きいほど良い結果を与える。

注 4. $\{a_n\}$: window W_1, W_2, W_3 の順にかたよりは減少し、ちらばりは増大する。それぞれの適用結果に著しい差 (W_1, W_2, W_3 の順に山で高く谷で低い) が現われる場合には h を 2 倍にして再計算し、この際必要に応じて M も大きくする。

	a_0	$a_1 = a_{-1}$	$a_2 = a_{-2}$	$a_3 = a_{-3}$	$a_4 = a_{-4} = \dots$
W_1	0.5132	0.2434	0	0	0
W_2	0.6398	0.2401	-0.0600	0	0
W_3	0.7029	0.2228	-0.0891	0.0149	0

注 5. K : $A(f)$ を推定する際、出力を $k\Delta t$ だけずらすことによって入出力の位相のずれを補正するもので $A(f) = |A(f)|e^{i\phi(f)}$ と表わしたとき $T_f = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(f)}{df}$ に対して $k\Delta t \doteq T_f$ となるように k を定める。 $k\Delta t$ と T_f との誤差は $h\Delta t$ の

15% (window W_1 のとき)

30% (window W_2 のとき)

45% (window W_3 のとき)

以内にとどまるようにする。これ以上誤差が大きくなると $|A(f)|$ の値が 5% 以上低いほうにかたよる。なお $k\Delta t$ の値はデータ全長 $M\Delta t$ の 5% 以内とし、それが不つごうな場合には出力 $y(t)$ の代りに $y(t+k\Delta t)$ を用いて全体を再計算する (もちろん $k\Delta t$ の分の修正は行なう)。第 1 回の試算のときは $k=0$ としてみればよい。

注 6. $R(f)$: 前に記した $R(f)$ の計算方法は $0 < \hat{r}^2(f) < 1$ で, かつ $\frac{1}{n-1} \left(\frac{1}{\hat{r}^2(f)} - 1 \right) F(\delta, 2, 2(n-1))$ の値が 0 と 1 の間にあるときしか使用できない。実用上 $\delta=0.95$ として $R(f)$ が大きすぎるときには M をさらに増大するか実験例を増してその平均をとる。 $r=0$, h の両端では $R(f)$ は前記計算で与えられる値よりも 20~30% 増程度 (高々 40% 増) に悪くなる。もちろん, さらにかたよりのはいる可能性も大きい。

注 7. $\hat{P}_{xx}(f)$, $\hat{P}_{yy}(f)$ は問題とする帯域内でのレベル差が 1/100 程度に止まることが望ましく, 1/1000 が限度と考えられる。これを越えると多くの場合計算法に内在する誤差の影響が値の低いところで著しく現われてくる。このためにデータをあらかじめこの条件を満たすように整えておくことが望ましい。

注 8. 最終的な結果としては $k\Delta t \doteq \frac{1}{2} \cdot \{\text{問題とする帯域内での } T_f \text{ の最大値}\}$ として (T_f については注 5 参照)

$$k \leq 0.15 h \quad (W_1) \quad (\text{相隣る } \Phi(f) \text{ の差をほぼ } 0.15\pi \text{ 以内にとどめる})$$

$$\leq 0.30 h \quad (W_2) \quad (\text{相隣る } \Phi(f) \text{ の差をほぼ } 0.30\pi \text{ 以内にとどめる})$$

$$\leq 0.40 h \quad (W_3) \quad (\text{相隣る } \Phi(f) \text{ の差をほぼ } 0.40\pi \text{ 以内にとどめる})$$

となる h を用いて全般的な推定値を出すことがよいであろう。

付録 B. 応力ひん度計

今回の各種ひん度計測には小野測器製 TES-11 型トランジスタ式応力ひん度計を用いた。このひん度計は不必要な小さい波形を除去するために無効振幅の設定が出来る。ひん度計を用いて計数しうる各種ひん度について以下に説明し図 15 にその実例を示す。なお, ひん度計の入力電圧は ± 1 V, 応力レベルの設定段数は 11 段で, 無効振幅の設定には一対のダブルスライサーを用い, それぞれのレベルの上端および下端を決める。また無効振幅を設定しない場合, ひん度計の不感帯は 6 mV である。

1. 経過時間率

(1) 被測定波がレベル x_i を越えている時間を基準信号により積算してカウンター No. i に示す。いま被測定波がレベル x_0 から x_n の間に分布しているものとする, 被測定波の確率密度関数 $p(x_i)$ と経過時間率 $N_T(x_i)$ との間には

$$N_T(x_i)/N_T(x_0) = \int_{x_i}^{x_n} p(x) dx = 1 - \int_{x_0}^{x_i} p(x) dx$$

の関係があり, したがって, 確率密度関数は経過時間率を使って次式により近似される。

$$p\left(x_i + \frac{x_{i+1} - x_i}{2}\right) \doteq \{N_T(x_i) - N_T(x_{i+1})\} / (x_{i+1} - x_i) \cdot N_T(x_0)$$

(2) レベル NO. 6 以上では被測定波がレベル x_i を越えている時間を積算してカウンター No. i に示し, レベル No. 6 以下においてはレベル x_i を越えない時間を積算してカウンター No.

($i-1$) に示す。

2. 帯域通過ひん度

被測定波がレベル x_i を負のこう配でよぎるひん度を計数積算する。無効振幅を設定すると、一对のダブルスライサーを負のこう配で続けて通過した時のみ 1 回と計数する。

3. 極大値ひん度

被測定波がレベル x_i を正のこう配で通過し、次のレベル x_{i+1} をよぎることなくふたたびレベル x_i を負のこう配で通過したとき、これを極大値と定義し、レベル x_i と x_{i+1} との間にある極大値のひん度をカウンター No. i に計数積算する。無効振幅を設定すると、一对のダブルスライサーを正のこう配で通過し、続いて同じレベルの上側のダブルスライサーを負のこう配で通過したときこれを極大値とする。

4. 極小値頻度

被測定波がレベル x_i を負のこう配で通過し、次のレベル x_{i-1} をよぎることなくふたたびレベル x_i を正のこう配で通過したときこれを極小値と定義し、レベル x_i と x_{i-1} との間にある極小値のひん度をカウンター No. i に計数積算する。無効振幅を設定すると一对のダブルスライサーを負のこう配で通過し、続いて同じレベルの下側のダブルスライサーを正のこう配で通過したときこれを極小値とする。

5. 極大値、極小値ひん度

レベル No. 6 以上ではレベル x_i と x_{i+1} との間にある極大値のひん度をカウンター No. i に計数積算し、レベル No. 5 以下ではレベル x_i と x_{i-1} との間にある極小値のひん度をカウンター No. i に計数積算する。極大値、極小値の定義および無効振幅を設定した場合の計数方法は前記 3. 4 の場合と同じ。

6. 零通過最大値ひん度

レベル No. 6 を正のこう配でよぎり、次に負のこう配で No. 6 をよぎるまでの極大値のうちの最大のものを最大値と定義して、レベル x_i と x_{i+1} の間にある最大値のひん度をカウンター No. i に計数積算し、レベル No. 6 を負のこう配でよぎり次に正のこう配で No. 6 をよぎるまでの極小値のうちの最小のものを最小値と定義して、レベル x_i と x_{i-1} との間にある最小値のひん度をカウンター No. ($i-1$) に計数積算する。極大値および極小値の定義は前記 3. 4 の場合と同じ。

7. 振幅ひん度

(1) 振幅ひん度(+). 一つの極大値から次の極大値までに被測定波が正のこう配で通過したレベルの数をそのときの振幅として, それぞれの振幅のひん度をその振幅に等しい番号のカウンターに計数積算する。無効振幅を設定したときは正のこう配で一对のダブルスライサーを両方とも通過したときのみ振幅が1であるとみなす。極大値の定義は無効振幅を設定したときも設定しないときも前記 3. の場合と同じ。

(2) 振幅ひん度(-). 一つの極小値から次の極小値までに被測定波が負のこう配で通過したレベルの数をそのときの振幅として, おおのこの振幅のひん度をその振幅に等しい番号のカウンターに計数積算する。無効振幅を設定したときは負のこう配で一对のダブルスライサーを両方とも通過したときのみ振幅が1であるとみなす。極小値の定義は無効振幅を設定したときも設定しないときも前記 4 の場合と同じ。

文 献

- 1) H. Press and J.W. Tukey: AGARD Flight Test Manual, Vol. IV Part IV C.
- 2) H. Press, M.T. Meadows and I. Hadlock: A Re-evaluation of Data on Atmospheric Turbulence and Airplane Gust Loads for Application in Spectral Calculations, NACA TR 1272
- 3) S.H. Crandall: Random Vibration, M.I.T. Press, (1958)
- 4) J.K. Zbrozek: The Relationship between the Discrete Gust and Power Spectra Presentations of Atmospheric Turbulence, with a Suggested Model of Low-Altitude Turbulence, R & M No. 3216
- 5) J. Taylor: Manual on Aircraft Loads, Pergamon Press, (1965)
- 6) H. Akaike: Studies on the Statistical Estimation of Frequency Response Functions, Annuals of the Institute of Statistical Mathematics, Supplement III, (1964)
- 7) 竹内和之, 小野幸一, 山根皓三郎: 高度 500 フィートないし 10,000 フィートにおける上下突風の測定および解析, 航技研報告 TR-58 (昭和 39)
- 8) 井上栄一: 地表風の構造 (第1報), 気象集誌, 28 巻7号 (昭和 25)

<p>NAL TR-89 航空宇宙技術研究所 垂直突風および航空機の突風応答に関する実験的研究</p> <p>1965年6月 26ページ</p> <p>実験用航空機を用いて上下突風およびその機体応答を計測し、突風そのものの性質を調べるとともに、突風に対する機体の応答特性をクロススペクトル解析から求めた。同時にひん度計により突風速度の各種の分布形を求め比較検討した。 機体周波数応答特性は4c/s以下では入力の大さき、高度による相違は認められなかった。 経過時間率および帯域通過ひん度より求めた分布形とσの値はほぼ同様であった。 無効振幅を大きくしても帯域通過ひん度分布と極大値ひん度分布のσはほぼ一定であったが両者のひん度の絶対値はほぼ同様の傾向で減少した。</p>	<p>I. 小野幸一 山根皓三郎</p> <p>II. NAL TR-89</p> <p>III. 624.042</p>	<p>NAL TR-89 航空宇宙技術研究所 垂直突風および航空機の突風応答に関する実験的研究</p> <p>1965年6月 26ページ</p> <p>実験用航空機を用いて上下突風およびその機体応答を計測し、突風そのものの性質を調べるとともに、突風に対する機体の応答特性をクロススペクトル解析から求めた。同時にひん度計により突風速度の各種の分布形を求め比較検討した。 機体周波数応答特性は4c/s以下では入力の大さき、高度による相違は認められなかった。 経過時間率および帯域通過ひん度より求めた分布形とσの値はほぼ同様であった。 無効振幅を大きくしても帯域通過ひん度分布と極大値ひん度分布のσはほぼ一定であったが両者のひん度の絶対値はほぼ同様の傾向で減少した。</p>	<p>I. 小野幸一 山根皓三郎</p> <p>II. NAL TR-89</p> <p>III. 624.042</p>
<p>NAL TR-89 航空宇宙技術研究所 垂直突風および航空機の突風応答に関する実験的研究</p> <p>1965年6月 26ページ</p> <p>実験用航空機を用いて上下突風およびその機体応答を計測し、突風そのものの性質を調べるとともに、突風に対する機体の応答特性をクロススペクトル解析から求めた。同時にひん度計により突風速度の各種の分布形を求め比較検討した。 機体周波数応答特性は4c/s以下では入力の大さき、高度による相違は認められなかった。 経過時間率および帯域通過ひん度より求めた分布形とσの値はほぼ同様であった。 無効振幅を大きくしても帯域通過ひん度分布と極大値ひん度分布のσはほぼ一定であったが両者のひん度の絶対値はほぼ同様の傾向で減少した。</p>	<p>I. 小野幸一 山根皓三郎</p> <p>II. NAL TR-89</p> <p>III. 624.042</p>	<p>NAL TR-89 航空宇宙技術研究所 垂直突風および航空機の突風応答に関する実験的研究</p> <p>1965年6月 26ページ</p> <p>実験用航空機を用いて上下突風およびその機体応答を計測し、突風そのものの性質を調べるとともに、突風に対する機体の応答特性をクロススペクトル解析から求めた。同時にひん度計により突風速度の各種の分布形を求め比較検討した。 機体周波数応答特性は4c/s以下では入力の大さき、高度による相違は認められなかった。 経過時間率および帯域通過ひん度より求めた分布形とσの値はほぼ同様であった。 無効振幅を大きくしても帯域通過ひん度分布と極大値ひん度分布のσはほぼ一定であったが両者のひん度の絶対値はほぼ同様の傾向で減少した。</p>	<p>I. 小野幸一 山根皓三郎</p> <p>II. NAL TR-89</p> <p>III. 624.042</p>

TR-77	Galerkin 法の収束性について On the Convergence of Galerkin's Method	1965年1月	鳥海良三
TR-78	二次元準線型双曲系の特性曲線法による数値 解法 Characteristic Method for the Numerical Solution of Two-Dimensional Quasi-linear Hyperbolic Systems	1965年1月	三好 甫
TR-79	引張りまたは圧縮をうける四角弾性平板の大 振幅振動の影響について Influence of Large Amplitude on Flexural Vibrations of Rectangular Elastic Plates under Initial Tension or Compression	1965年1月	田寺木一, 古関昌次 泉 日出夫
TR-80	変分法直接解法において解に及ぼす束縛の数 値的影響 —薄肉開断面片持梁の純振り振動の例— Numerical Effect of Constraints in Calculus of Direct Variational Method —in Case of Pure Torsional Vibration of Thin Walled Beams of Open Cross Section—	1965年1月	塙 武敏, 越出慎一
TR-81	FRP コーティングの断熱特性 Thermal Insulation Characteristics of FRP Coating	1965年1月	竹中幸彦, 江川幸一 小川 敏一
TR-82	多段軸流圧縮機の部分負荷特性の簡易計算法 A Simple Method of Calculating the off- Design Performance of Multi-Stage Axial- Flow Compressor	1965年2月	松木正勝, 藤井昭一
TR-83	亜音速流中のパネルフラッターとダイバージ ェンス (I) —非圧縮流理論— Theoretical Study of Two-Dimensional Panel Flutter and Panel Divergence in Subsonic Flow (I) —Incompressible Flow Case—	1965年2月	石井孝雄
TR-84	遷音速タービン翼列二次元試験 (II) Experimental Investigation on Transonic Turbine Cascades (II)	1965年3月	近藤 博, 藪田光弘 山崎紀雄
TR-85	回転翼の線型理論 (II) —揚力線理論— Linearized Aerodynamic Theory of Rotor Blades (II) —Lifting-Line Theory—	1965年3月	市川輝雄
TR-86	高速多段軸流圧縮機の部分負荷特性の一計算 法 A Method for Predicting the Off-design Performance of Multi-Stage Axial-Flow Compressors Operating in the Transonic Flow	1965年5月	松木正勝, 藤井昭一, 五味光男
TR-87	亜音速流中のパネルフラッターとダイバージ ェンス (II) 圧縮流理論 (III) 実験的研究 Study of Two Dimensional Panel Flutter and Panel Divergence in Subsonic Flow (II) Compressible Flow Case (III) Experimental Stdy	1965年6月	石井孝雄
TR-88	尾翼, 胴体結合構造物の地上振動試験結果に 関する定性的な吟味 Qualitative Examinations on the Results of Ground Vibration Tests of Tail Wing- Fuselage Combination Structnre	1965年6月	塙 武敏, 越出慎一

航空宇宙技術研究所報告89号

昭和40年6月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町 1,880
電話武蔵野(0422)(4)9171(代表)

印刷所 笠井出版印刷社
東京都港区芝南佐久間町1の53