

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-90

ヒステリシス・ループの形, 繰返しによる形の変化
および繰返し後の塑性流動応力の上昇

第1報 実 験

中西不二夫・佐藤 和郎・永井 文雄

第2報 ねじりの場合の理論

中 西 不 二 夫

1965年7月

航空宇宙技術研究所

NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

ヒステリシス・ループ形, 繰返しによる形の変化 および繰返し後の塑性流動応力の上昇*

第1報 実 験

中西不二夫**・佐藤 和郎***・永井 文雄***

The Shape of Mechanical Hysteresis Loop, its deformation due to Stress Repetition and Resulting Increase in Flow Stress

(Part 1. Experiment)

By Fujio NAKANISHI, Yasuo SATO and Fumio NAGAI

Experimental results of the hysteresis loops during repeated torsion, pure shear and tension are presented in this paper.

The following observations are made:—

1. The stress-strain relations in reloading and unloading are symmetric.
2. The hysteresis loop is composed of several sections. For instance, the reloading or unloading curve in torsion has three straight sections and shows bends at stresses of one third and two thirds of the flow stress, Fig. 1 and 2.
3. The beginning section of reloading curve is elastic while the slopes of the other lines vary as the stress is repeated thus resulting in a change in the shape of the loop.
4. The stress repetition produces an increase in the stress for the commencement of plastic flow, but this effect vanishes as the plastic flow is continued, see Figs. 4 and 11.

1. 緒 言

前に塑性理論を提唱した¹⁾。この理論は引張り塑性応力とせん断塑性応力との関係も実験に合うし、今まで説明のつかなかった応力状態とひずみの形との関係²⁾もよく説明することができる。この理論を少し拡張すれば、ヒステリシス・ループの形, 繰返しによる形の変化なども説明できるのではないか。また繰り返したあとで塑性流動を起こさせたときに, 応力が数%高くなることは実験

* 昭和 40 年 7 月 7 日受付

** 前所長

*** 原動機部

的には知られているが、その高くなる理由も説明でき、その量も計算できるのではないかと思う。それにしても、まず正確な実験データが必要である。

この報告はねじり、純粋せん断ならびに引張りにおけるヒステリシス・ループの形、繰返しによるその形の変化および繰返し後の塑性流動応力の上昇について行なった実験結果を述べたものである。

2. 実 験 方 法

塑性の研究に用いる材料は初めに等方性であることが必要であるので、以前に多くの棒材について材料の等方性を実験的に検討したことがある。その結果、ようやく初めに等方性と認められる 1 本の黄銅棒を見だし、この材料を用いて塑性域における純粋せん断と引張りの関係³⁾ ならびに単純せん断の関係⁴⁾ を求め、また塑性変形による異方性⁵⁾ の研究も行なった。その黄銅棒の成分は、Cu 59.59%, Zn 38.36%, Pb 1.29%, Sn 0.47%, Fe 0.29% であったが、その後このときの黄銅棒ほど十分等方性と認められる材料は見いだせないでいる。しかし、同じ成分の黄銅棒では軟鋼、アルミニウムの棒材ほど初めに異方性ではないこと、また塑性域における引張りと純粋せん断の関係が初めに等方性と考えられた材料から求めた関係と一致することなどの理由から、その後は同じ成分の黄銅を用いて実験を進め、塑性流動に及ぼす中間主応力の影響⁶⁾、応力状態と塑性変形の形²⁾ などの関係を求めた。以上述べた経験からみて、ヒステリシス・ループの実験に用いる材料としては、軟鋼やアルミニウムを用いるよりも、今までと同じ成分の黄銅を用いたほうがより正しい資料が得られると思われる。したがってここでは上記成分と同じ黄銅棒から削り出した試験片を用いてヒステリシス・ループの実験を進めることにする。

実験に用いた試験片の寸法は引張りでは外径 12 mm の中実円筒であるが、ねじりと純粋せん断に用いたものは内径 16 mm、外径 18 mm の薄肉円筒である。両端を閉じた薄肉円筒に内圧をかけたときの応力状態は均等引張り応力 (hydrostatic tension) と一組のせん断応力に分けることができる。この場合、均等引張り応力は材料の弾性的な膨脹を起こし、せん断応力は円筒の肉厚が減って円周方向に伸びる純粋せん断を起こす。したがって、両端を閉じた薄肉円筒に内圧をかけたときの变形から、均等引張り応力による材料の膨脹を差引けば純粋せん断による変形を知ることができる。この理由から、純粋せん断によるヒステリシス・ループとしては、薄肉円筒に内圧をかけた場合の実験から求めたものについて述べることにする。

ヒステリシス・ループは、最初に試験片をある荷重で塑性域まで変形させ、そこから荷重を除去して零にし、次に再び荷重を最初の値になるまで加えて、荷重とひずみの関係を測定したものである。ひずみの測定にはひずみゲージを用い、また実験に使用した試験機はすべて自動平衡形のものであって、ヒステリシス・ループにおける荷重とひずみの測定のし方は次のようにして行なった。

再荷重の場合には，まず荷重を少し増す。その後は試験機に手を触れないで荷重とひずみの関係が平衡を保つまで待って，そのときの荷重とひずみの値を読みとる。それからまた荷重を少し増して，再び荷重とひずみが平衡を保つまで待って，荷重とひずみを読みとる。荷重を除去していく場合も同様である。したがって，ここで求められたヒステリシス・ループは材料がある速度で変形したときのものではなくて，荷重と平衡を保った状態で変形したときのもの，いいかえれば変形速度がほとんど零であるときのものであるといえることができる。

3. ね じ り

図1はねじりによって塑性域における A の状態（せん断応力 $\tau=\tau_0$ ，ひずみ $\gamma=\gamma_0$ ）まで変形させて，そこから荷重をおろして再び荷重をかけて塑性流動を起こさせたときに求めたヒステリシス・ループの形を示したものである。図1において ABCD が荷重をおろしたときのねじりモーメント M とひずみ γ の関係であり，DEFA は再荷重のときのものである。荷重をおろすときには

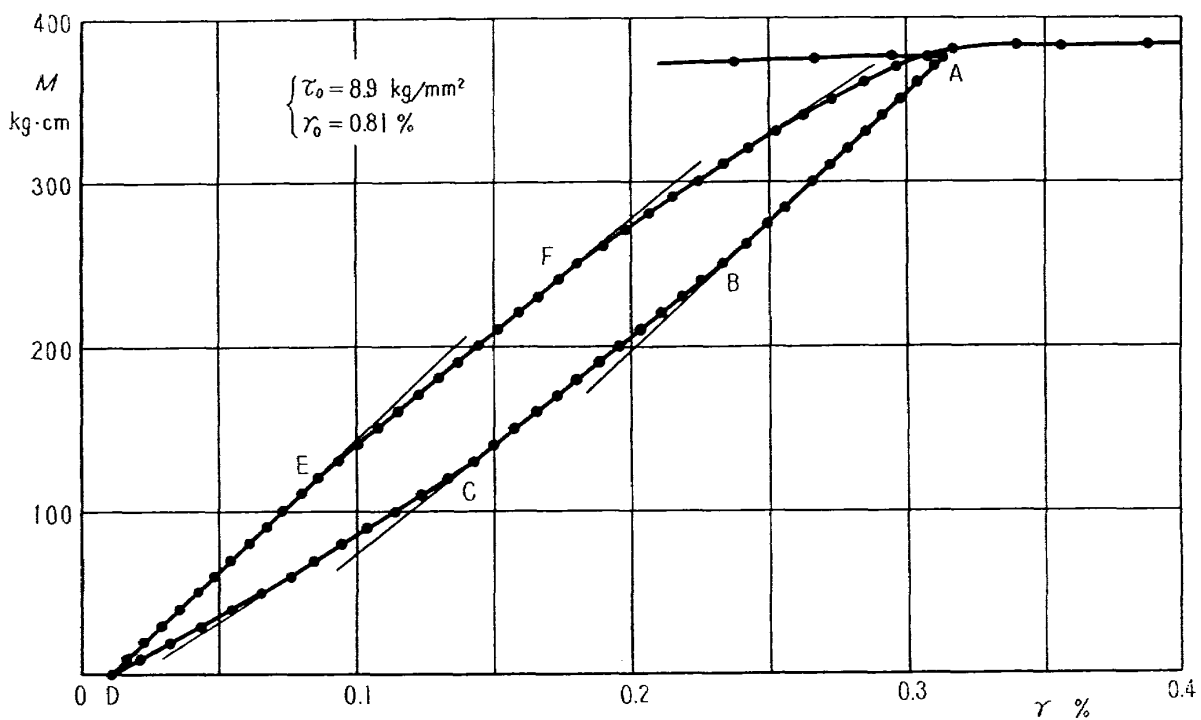


図 1

B および C 点で曲り，再荷重のときには E および F 点で曲っていて，それぞれ 3 本の折れ線からなりたっていることが認められる。これらの折れ曲りを生じている位置はそれぞれ $\frac{1}{3}\tau_0$ ， $\frac{2}{3}\tau_0$ であって， $M \sim \gamma$ の関係は荷重をおろした場合も再荷重の場合も対称である。最初の折れ線は直線であって，これは弾性線である。第 2 の折れ線の形は曲線ではなくて，これも直線のようなものである。第 3 の折れ線では終りに曲線の部分があるが初めの部分は直線のようなものである。

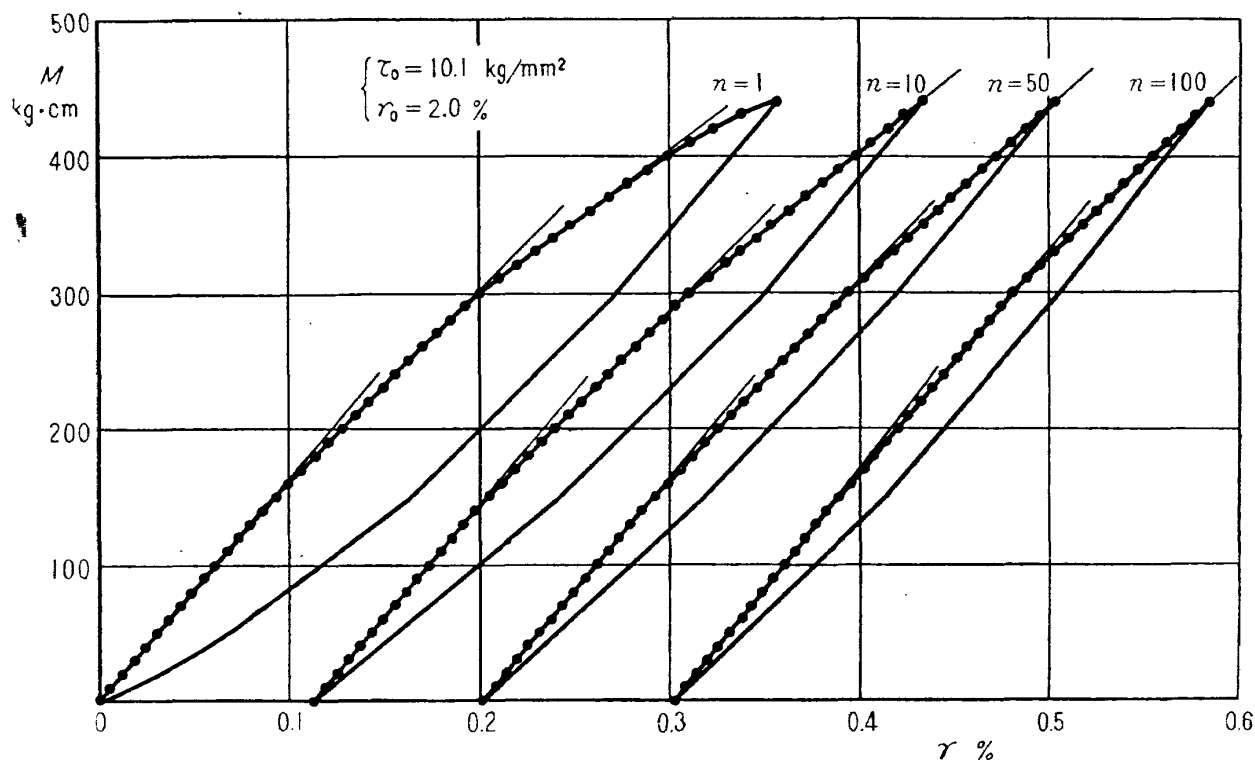


図 2

図2はねじりによって、せん断応力 $\tau = \tau_0$ 、ひずみ $\gamma = \gamma_0$ まで塑性変形させた後に、荷重を除去したり加えたりして求めたヒステリシス・ループの形を示したものである。図中の n は荷重を除去したり加えたりした繰返し回数であって、 $n=1$ で示したヒステリシス・ループは最初に荷重を繰り返したときに求めたものであり、 $n=10$ のヒステリシス・ループは荷重の繰返し回数が10回めのときに求めたものである。図には荷重を零から加えたときの実験しか示していないが、荷重を除去したときには実線で示したように対称にでてくる。このほか実験からいえることは、繰り返してもヒステリシス・ループは応力 τ_0 の $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ で折れ曲って3本の折れ線からできていること、最初の折れ線は直線であって弾性線であり、第2の折れ線も直線であることである。繰り返しによって変わったことは第3の折れ線である。第3の折れ線は $n=1$ のヒステリシス・ループでは、初めの部分は直線であり終わりの部分は曲線となっているが、繰返しが進むと急に曲線の部分がなくなって全部直線になっている。

繰返しによるヒステリシス・ループの形をもっと詳しく知るためには、弾性線の傾きは変わらないので、第2、第3の折れ線の傾きを調べればよい。図3の λ_2, λ_3 は弾性線の傾きに対する第2、第3の折れ線の傾きの比と繰返し回数 n の関係を示したものである。 λ_2, λ_3 の値は初めのうちは上昇しているが、繰返しが進むと飽和するもののようである。 λ_2, λ_3 の値が飽和するということはヒステリシス・ループの形が変わらないことであって、この飽和は割に早く起こり、100回程度ヒステリシス・ループを繰り返せば十分飽和しているようである。

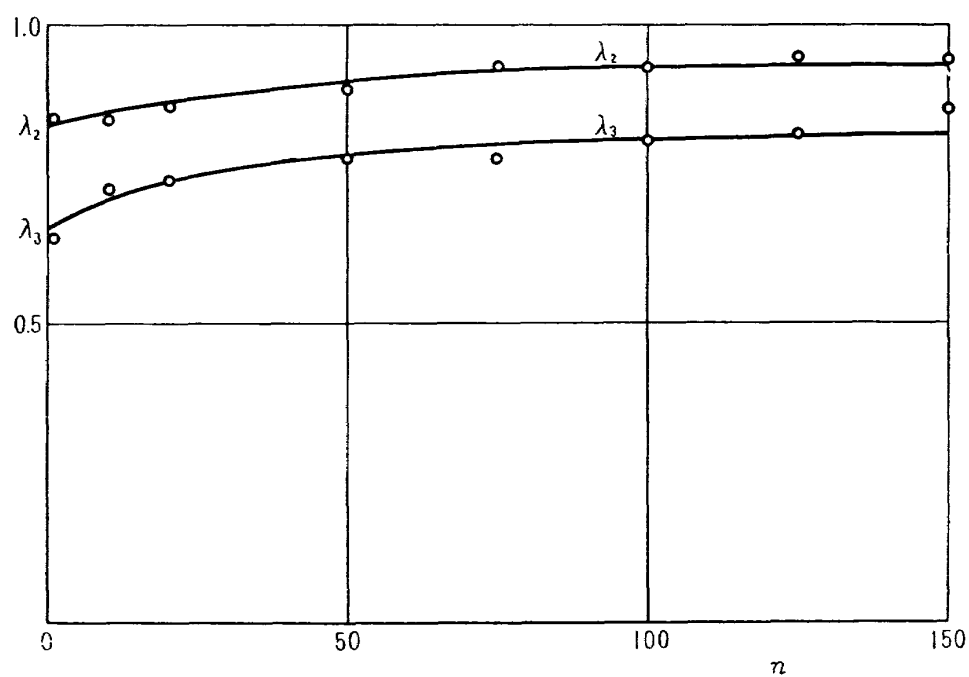


図 3

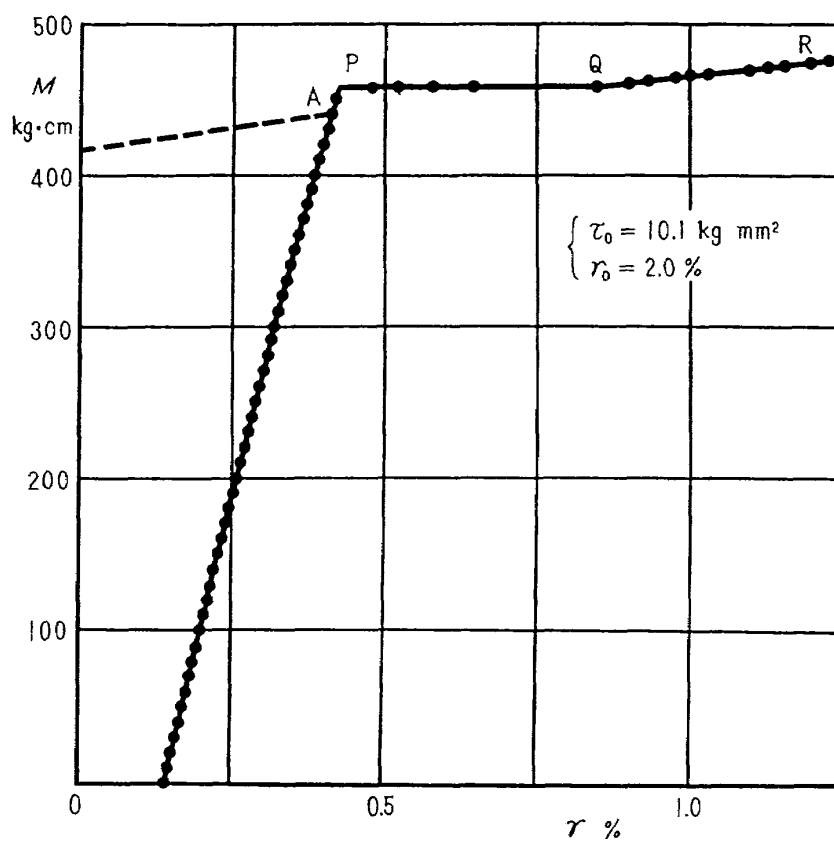


図 4

図 4 は図 2 において $n=150$ 回ヒステリシス・ループを繰り返したものについて、引続き荷重をかけて塑性流動を起こさせたときの $M-\gamma$ 曲線を示したものである。塑性流動は応力が τ_0 である A 点で起こさないで、さらに上昇して P 点で起こしている。その点における応力を τ_p として τ_0 と比較してみると

$$\frac{\tau_p}{\tau_0} = 1.041$$

P 点で塑性流動を起こしたときの流動曲線の特徴は、図にみるように Q 点まで流動による硬化を起こしていないことである。Q 点以後の流動曲線は曲線 QR のようになっていて、ここでは硬化を伴っていることが認められる。点線で示した曲線は処女材料の A 点までの塑性曲線の一部であるが、QR 曲線はその延長とみることができるようである。このことからみて、塑性流動を起こして後の流動曲線は硬化を伴わないで処女材料の塑性曲線に移行するものと思われる。

このほか、ねじりによるヒステリシス・ループについて多くの実験を行なった。それによるとねじりによるヒステリシス・ループが折れ曲る位置は主として、以上述べたように応力 τ_0 の $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ で生ずるが、ときには τ_0 の $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ で現われることもある。

4. 純 粋 せん 断

図 5 は薄肉円筒に内圧をかけてせん断応力 $\tau=\tau_0$, ひずみ $\varepsilon_t=\varepsilon_{t_0}$ の状態まで最初に塑性変形をさせてから、内圧を除去したり加えたりして求めたヒステリシス・ループの形を示したものである。縦軸の P は内圧であり横軸の ε_t は円筒の外径における円周方向の伸びひずみである。図中の n は内圧を除去したり加えたりした回数であり、また ε_a は円筒の軸方向の伸びひずみである。図には内圧を加えていくときの実験しか示していないが、内圧を除去する場合は実線で示したように対称にでてくる。実験結果は応力 τ_0 の $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ でめいりょうに曲っていて、第 1 の折れ線は弾性線であるが、第 2, 第 3 の折れ線は曲線でなくて直線のようなものである。第 4 の折れ線は初めは曲線のようなのであるが、繰返しが進むと急にかたくなって図にみるように傾きがゆるやかな部分と急な部分の 2 本の直線に分かれている。

薄肉円筒に内圧をかけたときの変形は、均等引張りによる材料の弾性的な膨脹と肉厚が減って円周方向に伸びるせん断とに分けることができる。図 5 中の軸方向の伸びひずみ ε_a は均等力による材料の膨脹を示したものである。したがって、図 5 に示したヒステリシス・ループのひずみから軸方向のひずみ ε_a をさし引けばせん断によるヒステリシス・ループとなる。図 6 の λ_2, λ_3 はせん断によるヒステリシス・ループについて、弾性線の傾きに対する第 2, 第 3 の折れ線の傾きの比を示したものである。 λ_2 の値は繰返し回数 n に対して初め急に減っているが後はだいたい一定にでている。 λ_3 の値は初めからほとんど変化していない。

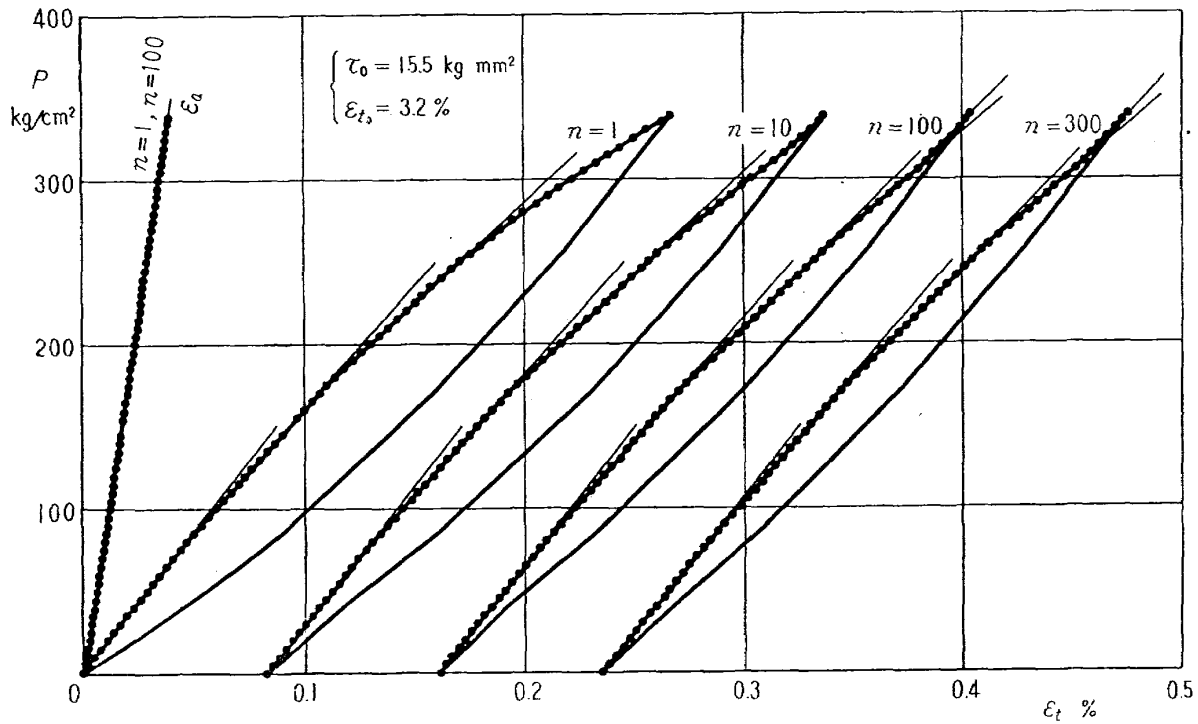


図 5

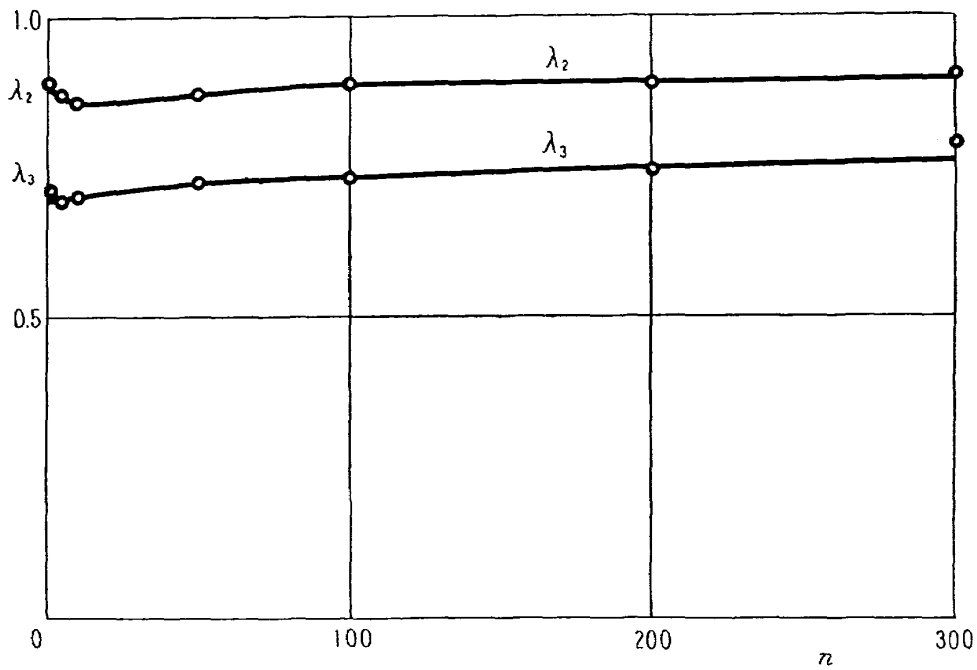


図 6

繰返し後の塑性流動応力の上昇についても実験を行なった。5 図に示した実験で 300 回繰返した後で塑性流動を起こさせてみると流動を起こすときの応力 τ_p は τ_0 よりも上昇していて、 τ_p と τ_0 の関係は

$$\frac{\tau_p}{\tau_0} = 1.033$$

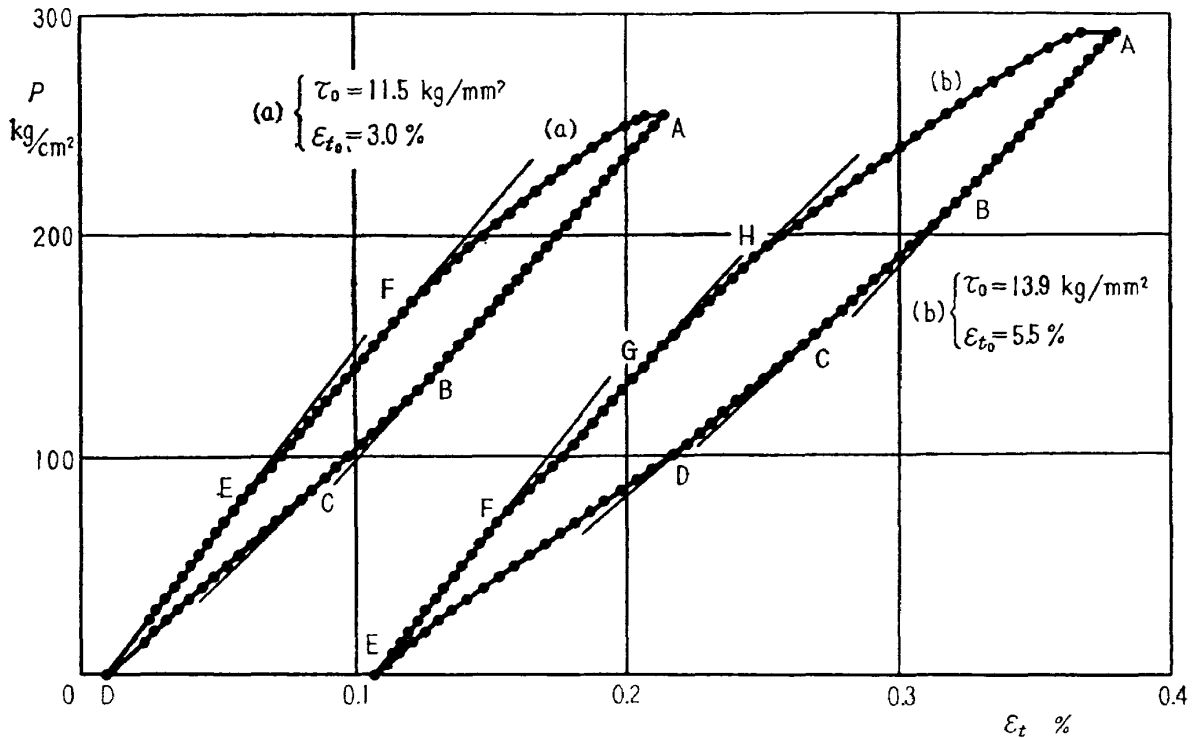


図 7

繰返し後の塑性流動応力の上昇については、もう一つ実験を行なっている。それによると

$$\frac{\tau_p}{\tau_0} = 1.037$$

いずれの場合も、塑性流動を起こしてから流動曲線の形は、図 4 に示したねじりの場合と同様であって、加工硬化を伴わないで処女材料の塑性曲線に移行している。

純粋せん断によるヒステリシス・ループについても、薄肉円筒に内圧をかけて多くの実験を行なった。ヒステリシス・ループに折れ曲りを生ずる位置は主として応力 τ_0 の $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ の点であるが、ときには $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ で生ずることもある。このことはねじりによるヒステリシス・ループの折れ曲りを生ずる位置は主として応力 τ_0 の $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ の点であるが、ときには $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ の点で生ずることがあることと対称的なことである。図 7 は円筒に内圧をかけたときのヒステリシス・ループが応力 τ_0 の $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ でも折れ曲りを生じた一例を示したものである。図にはヒステリシス・ループ (a) および (b) が示してあるが、これらはそれぞれ円筒に内圧をかけて A の状態 ($\tau = \tau_0$, $\epsilon_t = \epsilon_{t0}$) まで塑性変形をさせた後内圧を零まで除去して再び内圧をかけて求めたものである。ヒステリシス・ループ (a) と (b) で大きさが異なるのは最初の塑性変形量が違うためである。ヒステリシス・ループ (a) では内圧を除去するときには B および C 点で折れ曲りを生じており、内圧を再負荷したときには E および F 点で折れ曲りを生じている。これらの点の応力を応力 τ_0 で表わせば次のようになっている。

$$B \text{ 点では } \frac{2}{4}\tau_0, C \text{ 点では } \frac{1}{3}\tau_0$$

$$E \text{ 点では } \frac{1}{3}\tau_0, F \text{ 点では } \frac{2}{3}\tau_0$$

ヒステリシス・ループ (b) では内圧を除去するときは B, C および D 点で折れ曲りを生じておりこれらの点はそれぞれ応力 τ_0 の $\frac{3}{4}, \frac{2}{4}, \frac{1}{3}$ となっている。内圧を再負荷した場合には F, G および H 点で折れ曲りを生じていて、これらの点はそれぞれ応力 τ_0 の $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{2}{3}$ となっている。

5. 引 張 り

図 8 は引張りによって A の状態 ($\tau = \tau_0, \epsilon_a = \epsilon_{a0}$) まで塑性変形させた後、荷重を除去して零にし、再び荷重をかけたときのヒステリシス・ループの形を示したものである。図の縦軸の W は引張り荷重であり、横軸の ϵ_a は伸びひずみである。荷重とひずみの関係は荷重をおろすときには B, C

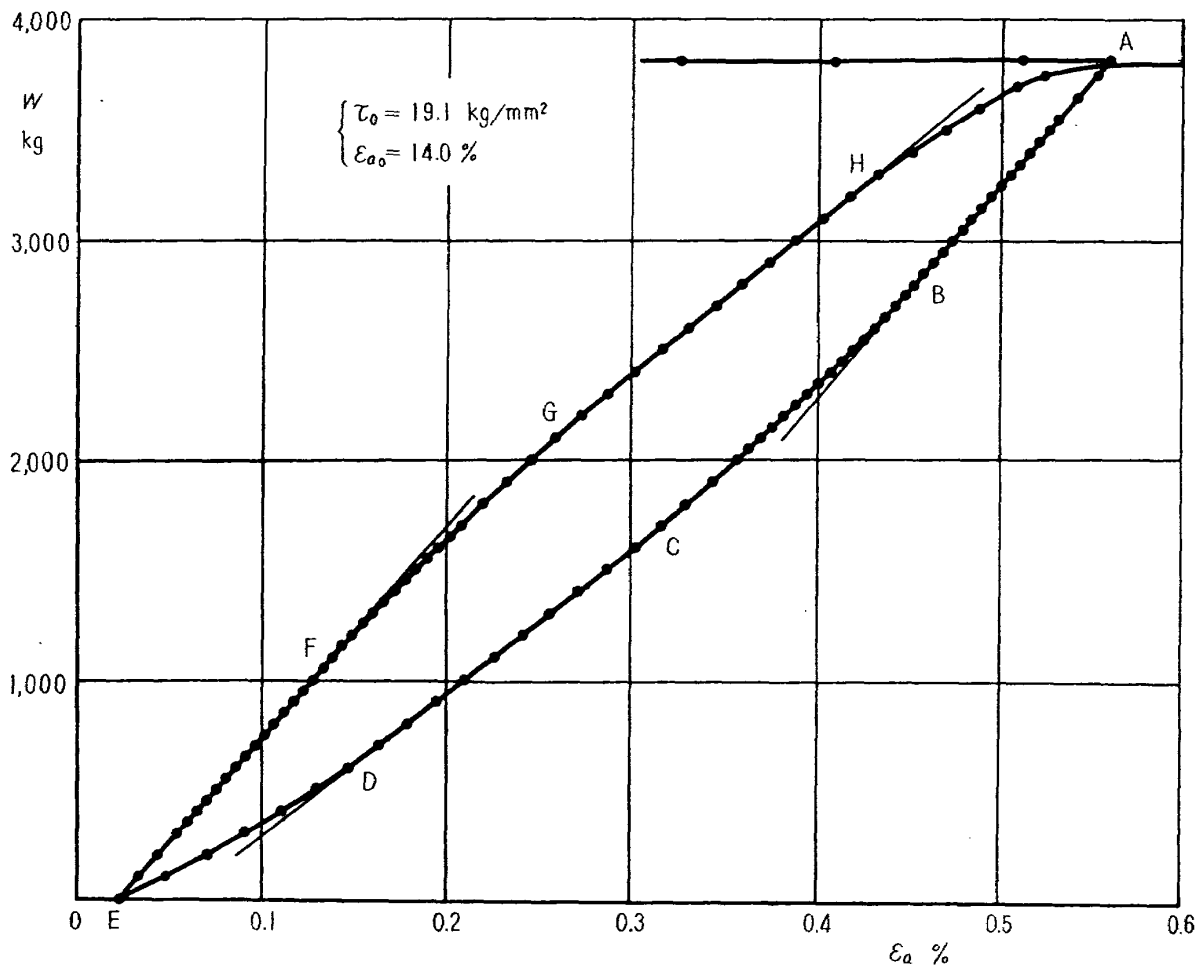


図 8

および D 点で、再荷重のときには F, G および H 点で折れ曲り、いずれも 4 本の折れ線からできているようである。荷重をおろした場合も再荷重の場合も第 1 の折れ線は直線であってこれは弾性線である。第 2 の折れ線は直線ではなくて曲線のようなのであるが、第 3 の折れ線は曲線ではなくてこれは直線のようなのである。第 4 の折れ線は曲線である。折れ曲りを生じている位置は第 2 の折れ線が直線ではなくて曲線であるためにめいりょうにはわからない。しかし、再荷重のときには応力 τ_0 の $\frac{2}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{6}{7}$ 付近で、荷重を除去したときには τ_0 の $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{1}{7}$ 付近で折れ曲りを生じていて、荷重とひずみの関係は荷重を加えた場合もおろした場合も対称にでている。

図 9 は $\tau = \tau_0$, $\varepsilon_a = \varepsilon_{a0}$ の状態まで塑性変形させた後に、繰返しによるヒステリシス・ループの形の変化を求めたものである。図には荷重を加えたときの実験しか示していないが、繰り返しても荷重を除去したときには実線で示したように対称にでてくる。また繰り返してもヒステリシス・ループは τ_0 の $\frac{2}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{6}{7}$ 付近で折れ曲っていて 4 本の折れ線からできていること、第 2 の折れ線は曲線であるが第 3 の折れ線は直線であることは変わらない。しかし、第 4 の折れ線は繰返しが進むと割に早くかたくなって直線となっている。

引張りによる変形も均等引張りによる材料の弾性的な膨脹とせん断による変形とに分けることが

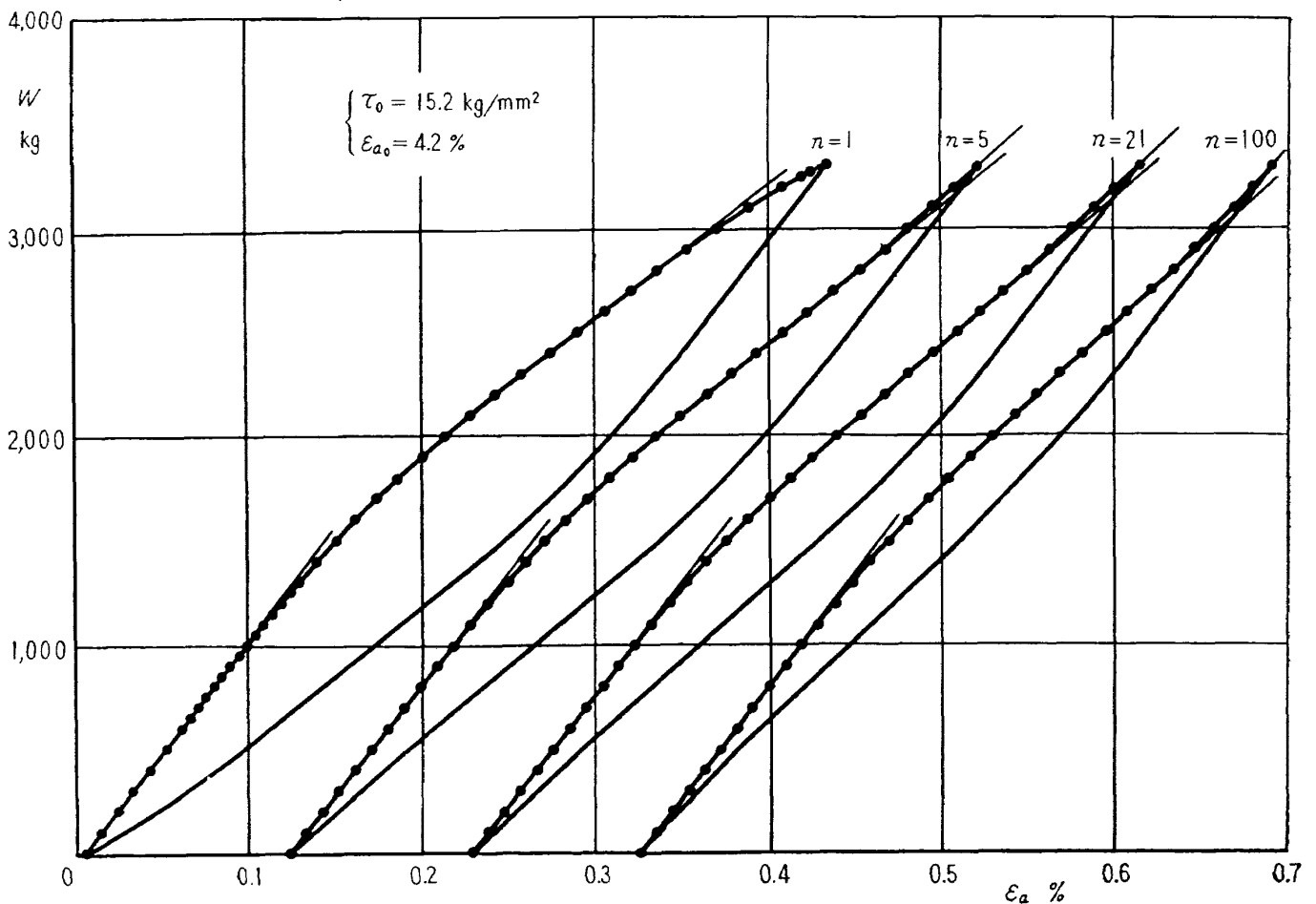


図 9

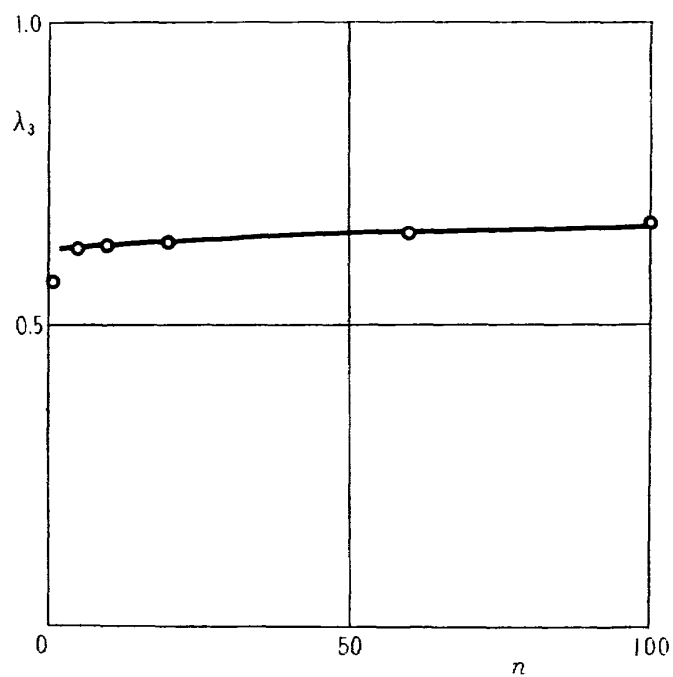


図 10

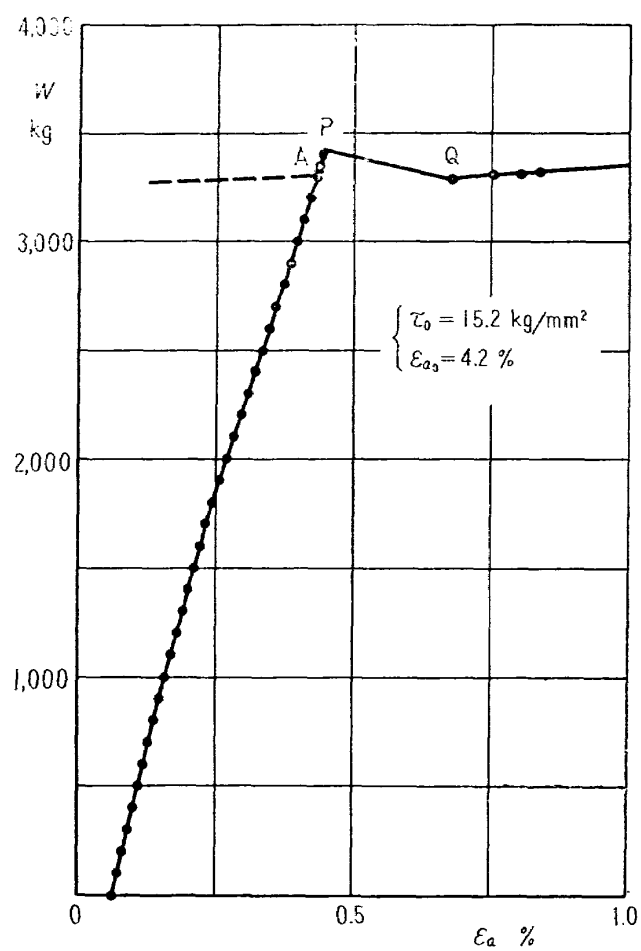


図 11

できる。均等引張りによる材料の膨脹は材料の弾性定数から計算することができる。図 10 はせん断によるヒステリシス・ループについて、弾性線の傾きに対する第 3 の折れ線の傾きの比 λ_3 と繰返し回数 n との関係を示したものである。 λ_3 の値は図にみるようにほとんど変化していない。

図 11 は図 9 においてヒステリシス・ループを 100 回繰返ししたものについて、引き続き引張り荷重をかけて塑性流動を起こさせたときの応力の上昇ならびに塑性流動を起こしてからの流動曲線を示したものである。図の A 点は最初に塑性変形をさせたときの荷重を示したものである。塑性流動は A 点で起こさないで、それよりも応力が上昇した P 点で起こしている。P 点における応力 τ_p と A 点における応力 τ_0 との関係は

$$\frac{\tau_p}{\tau_0} = 1.038$$

塑性流動を起こしてからの流動曲線はねじりの場合と同じように硬化は認められないで、Q 点で処女材料の塑性曲線に移行している。

6. 結 び

以上述べた実験によって、ヒステリシス・ループについて多くの知識を得ることができた。そのおもなことを列挙してみると

- 1) ヒステリシス・ループはいくつかの折れ線からできている。
- 2) 折れ曲りを生ずる位置は荷重の種類によって決っているが、荷重を除去する場合と再荷重の場合には対称の位置にでる。
- 3) 繰返しによってヒステリシス・ループの形が変化するが、これは折れ線の形ならびに傾きが変わるためである。
- 4) 繰返しによって塑性流動を起こす応力は数%上昇するが、その上昇の割合は荷重の種類によってわずかではあるが変わっている。
- 5) 塑性流動を起こした後の塑性曲線には硬化は認められないで、処女材料の塑性曲線に移行している。

従来ヒステリシス・ループは円滑な曲線であると考えられているようであるが、ここで求めたヒステリシス・ループはそうではなかった。その違いは変形速度の影響によるものと思われる。

すなわち、ここでは荷重と平衡を保った状態で実験を行なっているので変形速度の影響は実験結果に含まれていない。しかし、従来の多くの実験はある変形速度をもって行なっているので、折れ曲りがめいりょうに現われなくて円滑な曲線になるものと思われる。

文 献

- 1) 中西不二夫，佐藤和郎； 日本機械学会論文集，**24** 卷 147 号（昭和 33）pp. 791-
- 2) 中西不二夫，佐藤和郎； 日本機械学会論文集，**26** 卷 170 号（昭和 35）pp. 1327-
- 3) 佐藤和郎； 日本機械学会論文集，**24** 卷 143 号（昭和 33-7），pp. 472-
- 4) F. Nakanishi. Proc. 7th Nat. Congr. Appl. Mech., 1957 (1958), 1
- 5) 中西不二夫，佐藤和郎； 日本機械学会論文集，**25** 卷 155 号（昭和 34）pp. 587-
- 6) 中西不二夫，佐藤和郎； 日本機械学会論文集，**25** 卷 155 号（昭和 34）pp. 596-

ヒステリシス・ループの形, 繰返しによる形の変化 および繰返し後の塑性流動応力の上昇*

第2報 ねじりの場合の理論

中西不二夫**

The Shape of Mechanical Hysteresis Loop, its deformation due to Stress Repetition and Resulting Increase in Flow Stress

(Part 2. Theory for Torsion)

By Fujio NAKAKISHI

The observation that the beginning straight section of the hysteresis loop has the slope of G , the shear modulus, and the slopes of the second and third sections are $0.84 G$ and $0.64 G$ is found to be in accordance with the result from the previous theory of plasticity proposed by the author, if the present strain is considered to be a combination of pure shear and rotation. The slopes tend to $0.94 G$ and $0.84 G$ respectively as the stress is repeated; this is expected from the theory by supposing that the strain changes into simple shear. The rise in the stress for the commencement of plastic flow due to stress repetition is also quantitatively predicted from the theory by allowing for the change in the type of strain.

1. ま え が き

前に塑性の3方向せん断理論というのを提唱しておいたが^{1),2),3)}, これは塑性流動の理論であって, 実験結果とは非常によく一致する。これを少し拡張すれば, ヒステリシス・ループ, バウシinger効果などの弾塑性問題も説明できるようになるのではないか。第1報では種々の応力によるヒステリシス・ループの実験について報告したが, 第2報は, 塑性理論をもとにして, ねじりについての実験結果を検討し, その説明を試みたものである。

2. 塑 性 理 論

ここでは, 次のような記号を用いる。

x, y, z 主応力の方向

* 昭和40年7月7日受付

** 前所長

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 主応力

τ_1, τ_2, τ_3 せん断応力で，

$$\tau_1 = \frac{1}{2}(\sigma_y - \sigma_z), \quad \tau_2 = \frac{1}{2}(\sigma_z - \sigma_x), \quad \tau_3 = \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)$$

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ 主ひずみ

$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ せん断ひずみで，

$$\gamma_1 = \varepsilon_y - \varepsilon_z, \quad \gamma_2 = \varepsilon_z - \varepsilon_x, \quad \gamma_3 = \varepsilon_x - \varepsilon_y$$

G 剛性率

S_1, S_2, S_3 図 1 に示すようなせん断応力

I, II, III せん断の方向で， $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ のひずみの方向を I, II, III の方向と呼ぶことにする，

s すべり

R それぞれの方向の塑性せん断ひずみの増加に対する抵抗

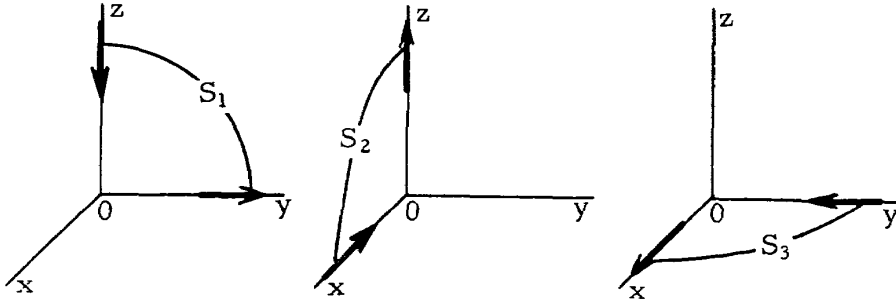


図 1 せん断応力 S_1, S_2, S_3

塑性理論は，

(i) I, II, III の 3 方向のせん断を別々に考える。別々に考えるということは，せん断ひずみの増加に対する抵抗も，それぞれの方向に独立に R_1, R_2, R_3 と考えるということであり，それに対応するせん断応力が S_1, S_2, S_3 である。 τ と S との関係は

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= S_1 - \frac{1}{2}S_2 - \frac{1}{2}S_3, \\ \tau_2 &= -\frac{1}{2}S_1 + S_2 - \frac{1}{2}S_3, \\ \tau_3 &= -\frac{1}{2}S_1 - \frac{1}{2}S_2 + S_3 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

(ii) 純粋せん断の塑性流動については， R_1, R_2, R_3 の大きさは等しい。すなわち

$$R_1 = R_2 = R_3 = R \quad (2)$$

(iii) それぞれの方向のすべり量 ds_1, ds_2, ds_3 は S_1, S_2, S_3 に比例する。

(iv) ある方向について，ひずみの方向が逆転する場合には，その逆転した変化は弾性的である。

ただし、弾性的に変形するのは、その方向の S の変化量が R に達するまでで、それから先は塑性的になる。

以上 (i), (ii), (iii), (iv) に述べたのが筆者の塑性理論である。3 方向を別々に考えるのが特徴であって、それぞれの方向についてはせん断応力理論である。ただし、そのせん断応力というのは、それぞれの方向を別々に考えているから、 τ ではなく S である。純粹せん断の場合に、せん断の方向が II の方向であるとして、上の理論を適用すれば、塑性流動をしているときの応力状態は

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= -R, \\ S_2 &= R, \\ S_3 &= -R \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= -R, \\ \tau_2 &= 2R, \\ \tau_3 &= -R \end{aligned} \right\} \quad (3)'$$

材料中の微小球体を探って変形を考えると、図 2 の ABC はその球体の一部であり、 ABC の移動が塑性変形を表わすものとする。 $\tau_2 = 2R$ であるが、その応力を、塑性的には図 2 に示すように I, II および III 方向のすべり抵抗で保っていることになる。

以上は、弾性変形を省略して、塑性変形だけを考えたものであるが、ヒステリシス・ループなどの場合には、この上に弾性ひずみを加えて考えなければならない。

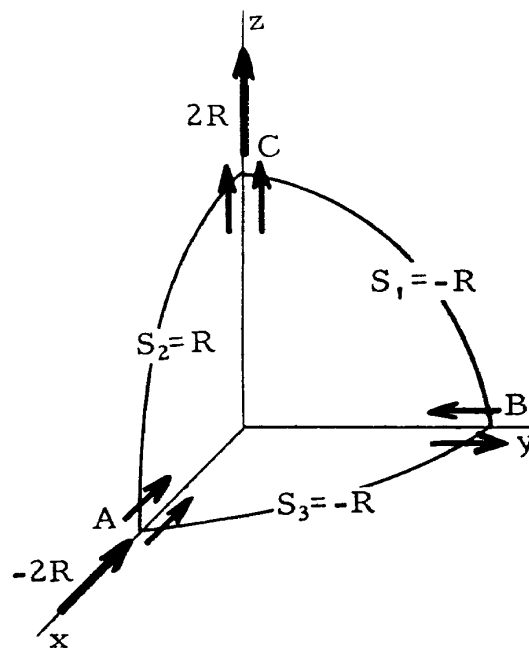


図 2 塑性応力状態

3. 降 伏 点 (1)

弾性から塑性に移る点を降伏点と呼ぶことにする。これは，軟鋼のいわゆる降伏点とは意味の違うものであることをつけ加えておく。

薄肉円筒をねじって塑性変形を起こさせ，せん断応力 τ_0 のところから荷重をおろし，また τ_0 まで上げ，この上下を繰り返したときのヒステリシス・ループは図3のようになる。これは材料として黄銅を用いたときの例であるが，ある弾性範囲をもつ金属材料ならば，同様の形が得られる。

繰り返すときには，ある速度で繰り返すが，形を測定するときには遅い速度で，とくに測定点は，ほとんど平衡状態で測定し，その測定点を継げば図3のような形になるのである。詳しくは第1報を見ていただくとして，特徴は，荷重をおろすとき (i) 図3の AB は弾性的であること，(ii) BC ， CD も直線的であること，(iii) B で降伏するが B は τ_0 から $\Delta\tau = -\frac{1}{3}\tau_0$ だけ応力が下った点であること，(iv) C でまた降伏するが，これも B から $\Delta\tau = \frac{1}{3}\tau_0$ だけ下った点であることなどである。荷重を上げるときは，これと対称的である。

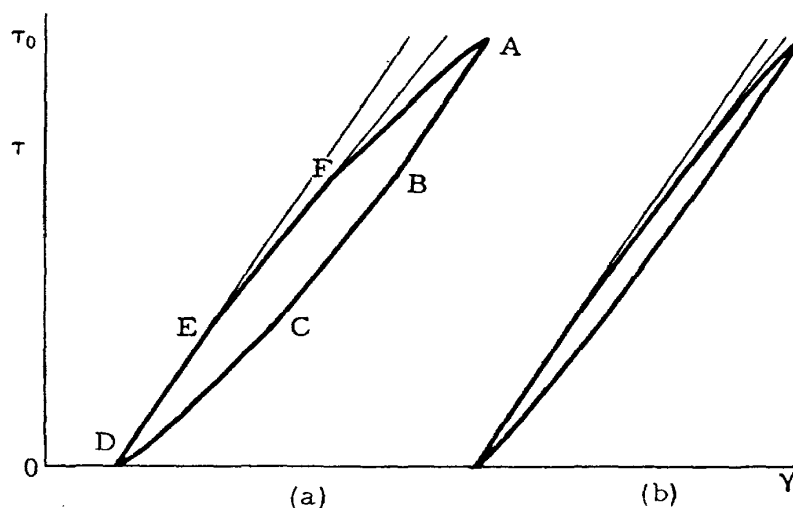


図3 ヒステリシス・ループの形
(a) 初期 (b) 繰返し後

降伏点は $|\Delta\tau| = \frac{1}{3}\tau_0$ のところで起こるといったが，実はこれは $\frac{1}{3}\tau_0$ で起こる実験結果を図示したのであって，ねじりでは $\frac{1}{3}\tau_0$ で起こることが多いが，また $\frac{1}{4}\tau_0$ で起こることもあるのである。電粋せん断では $\frac{1}{4}\tau_0$ で起こることが多いが⁴⁾，これも繰り返している途中で $\frac{1}{3}\tau_0$ が出たりする。要するに，降伏点は $|\Delta\tau| = \frac{1}{3}\tau$ ，というのと $|\Delta\tau| = \frac{1}{4}\tau$ ，というのと2種類あることになる。

弾性から塑性に移る条件が $\Delta\tau$ で与えられるのであれば，2種類出てくるはずはない。筆者の塑性理論では，この条件は ΔS で与えられるのであって，どういう S がかかってくるかによって違ってくるのであると思う。

すべり ds は S に比例すると考えているから、塑性になったときのすべりがわかれば、どういう S がかったと考えるいいかわかると思う。 τ_0 から荷重をおろすということは、 τ_0 を基点として考えれば、いままで塑性流動をしていたときの応力と逆方向の応力を加えることである。したがって、塑性になったときに起こるすべりは、塑性流動のすべりの逆のすべりであると考えていいであろう。まず、塑性流動のすべりから考えてみることにする。

4. 塑性流動のときのすべり

II の方向のせん断であるとして、 ds は S に比例すると考えているから

$$\left. \begin{aligned} ds_1 &= -ds, \\ ds_2 &= ds, \\ ds_3 &= -ds \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

降伏点に 2 種類あることは、塑性流動のときのすべり方にも 2 種類あることになる。そこで、次の 2 種類のすべり方を考えてみる。

1. ds_1, ds_2 , および ds_3 が同時に起こる場合。
2. ある微小部分について考えたとき、そこに起こるすべりは 3 方向同時ではなく、ある順序で順次すべりを起こす場合。

第 2 の型の場合、 ds_2 は単独にすべりを起こしうる。 ds_1 は単独では起こし得ない。仮りに $ds_1 = -ds$ のすべりを起こしたとすれば、 II の方向は $d\gamma_2 = \frac{1}{2}ds$ となるが、 $S_2 = R$ の応力がはたらいでいて、この塑性ひずみを起こすことは可能である。 III の方向は $d\gamma_2 = \frac{1}{2}ds$ とならなければならないが、これは塑性流動のひずみと逆方向のひずみであり、 $S_3 = -R$ というのは負の方向にひずみが増すときの抵抗に対応する応力であって、こういう応力のもとで $d\gamma_3 = +\frac{1}{2}ds$ というひずみを起こすことはできない。少なくとも、 $d\gamma_3 = 0$ になるように $ds_3 = -\frac{1}{2}ds$ のすべりを伴わなければならない。 III のすべりについて同様であってけっきょく (4) のすべりは次の 3 種類のすべりに分解されることになる。

$$\left\{ \begin{aligned} ds_1 &= 0, \\ ds_2 &= ds, \\ ds_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \left\{ \begin{aligned} ds_1 &= -\frac{2}{3}ds, \\ ds_2 &= 0, \\ ds_3 &= -\frac{1}{3}ds \end{aligned} \right\} \quad \left\{ \begin{aligned} ds_1 &= -\frac{1}{3}ds, \\ ds_2 &= 0, \\ ds_3 &= -\frac{2}{3}ds \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

これは、 II の方向のせん断と、 z 方向の引張りと、 x 方向の圧縮とをある順序で繰り返しているということである。ある微小部分については順次すべるのであるが、ある瞬間について見れば、(5) のそれぞれのすべりをしている部分が入りまじっているということである。

5. 降 伏 点 (2)

塑性流動のときのすべりは、前節に述べたように起こっているとして、荷重をおろすときに途中で降伏すれば、そのときに起こるすべりは、これと逆のすべりであると考えていいであろう。すべり ds と S とは比例すると考えているから、すべりがわかれば、それに対応してどういう S がかかっていると考えていいかがわかる。すなわち、 $\tau_2 = \tau_0$ の点を元として考えて、

第1の型では、 S_1, S_2, S_3 が $S_1 = -S_2 = S_3$ のようにかかるものと考えられる。

第2の型では、3種類の部分が混合しているが、それぞれ次のようにかかるものと考えられる。

$$\begin{aligned} S_2, \\ S_1, S_3, \quad \text{ただし} \quad \frac{1}{2}S_1 = S_3 \\ S_1, S_3, \quad \text{ただし} \quad S_1 = \frac{1}{2}S_3 \end{aligned}$$

次の問題は、こういう応力がかかったとき、どこで降伏するかということである。筆者の塑性流動の理論では、降伏の条件は $|\Delta S| = R$ であると考えてきた。しかし、これは1方向だけで S が変わる場合を考えてきたのであって、今度の場合のように、2方向または3方向同時に S の値が変化する場合には、降伏の条件は次のように考えていいであろう。

$$\sum |\Delta S| = R \quad (6)$$

こう考えると降伏点は

$$\begin{aligned} 1 \text{ 型} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta S_1 = \frac{1}{3}R, \quad \Delta S_2 = -\frac{1}{3}R, \quad \Delta S_3 = \frac{1}{3}R \\ \Delta \tau_2 = -\frac{2}{3}R \end{array} \right. \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \text{ 型} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta S_2 = -R \\ \Delta \tau_2 = -R \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} \Delta S_1 = \frac{2}{3}R, \quad \Delta S_3 = \frac{1}{3}R \\ \Delta \tau_2 = -\frac{1}{2}R \end{array} \right. \quad (8) \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta S_1 = \frac{1}{3}R, \quad \Delta S_3 = \frac{2}{3}R \\ \Delta \tau_2 = -\frac{1}{2}R \end{array} \right.$$

$\tau_0 = 2R$ であるから、 $|\Delta \tau| = \frac{1}{3}\tau_0$ というのと $|\Delta \tau| = \frac{1}{4}\tau_0$ というのと2種類あることになって、実験結果をよく説明できる。

ねじりについては $|\Delta\tau| = \frac{2}{3}R$ の降伏，すなわち 1 型が多いので，ここでは 1 型の場合を考えることにする。2 型の場合は，純粹せん断として次の機会に報告するつもりである。

6. ヒステリシス・ループの形

図 3 の第 2 段階 EF の傾きと第 1 段階 DE の傾きの比を λ_2 ，第 3 段階 FA と DE の傾きの比を λ_3 として，実験結果⁴⁾から繰返し数 n と λ_2, λ_3 の関係を求めると図 4 のようになる。最初の λ_2 の値は 0.84， λ_3 は 0.64 になっている。図 5 は応力 τ とヒステリシス曲線の傾き $\frac{d\tau}{d\gamma}$ の関係を示したものである。 $\tau_0 = 2R$ から荷重をおろすとき， $\Delta\tau = -\frac{2}{3}R$ で降伏するまでは弾性的であって，傾きは G である。図に示せば図 5 の AB になる。 B で降伏した後の第 2 段階では，実験結果では $B'C$ のようになり，その値は $0.84G$ である。

A から荷重をおろすということは， A 点をもとにして考えれば逆方向の荷重を加えることである。そのとき， B まで弾性的であるというのは，結晶相互の間に干渉が生じて，すべり難くなるためであると考えられる。 B で降伏して B' におりるが，降伏するというのは干渉がくずれることであり，干渉がくずれて AB の間に生じた干渉が消えたところが B' であると考えられる。それでは，初めからこの種の干渉が生じなかったと仮定したら，どういうみちをたどるであろうか。

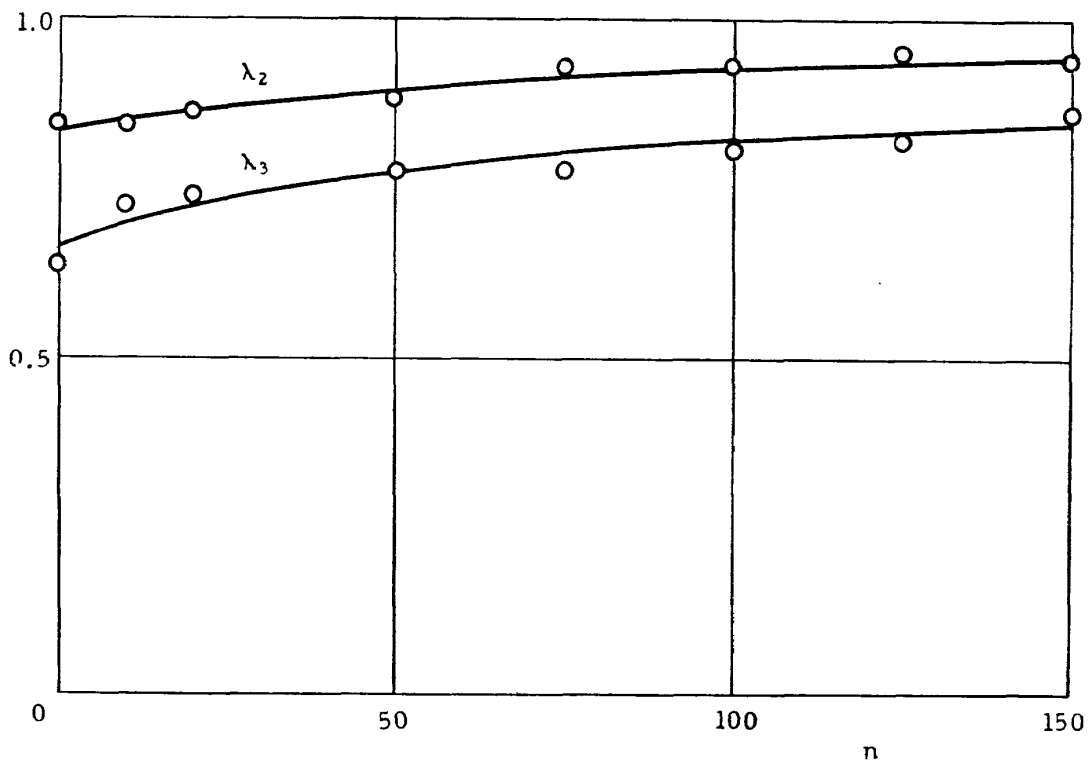


図 4 繰返し数 n と第 2 段階および第 3 段階の傾き λ_2, λ_3 との関係

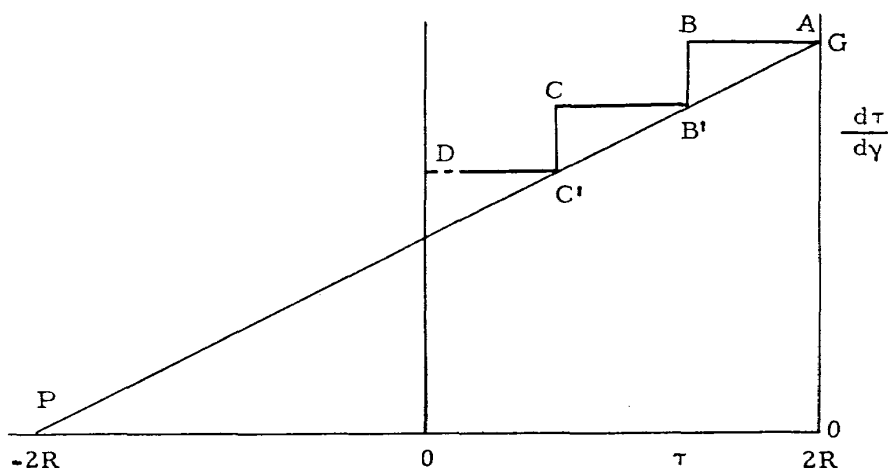


図5 ヒステリシス曲線の傾き

荷重のおろしはじめは，弾性的であり，傾きは G である。 τ が $2R$ から $-2R$ まで $4R$ だけ変化すれば，逆方向の塑性流動になって，塑性流動による硬化を省略すれば，曲線の傾きは 0 となる。曲線の傾きと τ の変化量 $\Delta\tau$ との間の最も簡単な関係は，傾きが直線的に変化する関係であって，次のようになる。

$$\frac{d\tau}{d\gamma} = G \left(1 - \frac{|\Delta\tau|}{4R} \right) \quad (9)$$

(9) の関係を図5に入れてみると，直線 AP になる。 B' はちょうどこの線の上にある。そこで，(9) を干渉の生じないときの関係であると仮定して，荷重をおろすとき，干渉が起こるために AP のみちを通らないで AB となり， B で干渉がくずれて AP 線上の B' まで下るものと考えれば，実験結果をよく説明することができる。

B' から先も，応力を下げればまた干渉が起こって， AP 線上をたどることはないであろう。ただ，どの程度の干渉が起こり，どういうみちを通るかはわからない。実験では，第1段階で一定の傾き AB であったと同様に，第2段階でも次にまた降伏するまで一定の傾き，すなわち図5の $B'C$ のようになっている。一定の傾きであるとすれば，その傾きは

$$\frac{d\tau}{d\gamma} = \frac{5}{6}G \quad (10)$$

C で降伏した後も同様に AP 線上の C' に下り， $C'D$ は一定の傾きであるとする。そうすると第3段階 $C'D$ では

$$\frac{d\tau}{d\gamma} = \frac{2}{3}G \quad (11)$$

図4の λ_3 は実験の点がいくらか散らばっていて，最初の値は 0.64 になっているが，(11) とよく一致していると言っていいであろう。

7. 繰返しによる形の変化

ねじりによる変形は単純せん断である。いままでは、この単純せん断を純粹せん断＋回転と考えて、純粹せん断のひずみを考えてきたのである。一回ごとのすべりと回転とが、ほんとうに極微であれば、これでさしつかえないと思うが、実際には必ずしもそうではないのではないか。そうすると無理があることになる。いくら無理があっても、純粹せん断＋回転が起こりうるのは、初期にはわずかながら塑性流動を伴っていて、これが無理を補っているのではないか。実際、初期には図 3 の DE が弾性的であるといっても、処女試片の弾性よりわずかに軟かいようである。そして、純粹せん断＋回転が起こりうれば、ほんとうの単純せん断よりも同じ荷重に対してひずみが大きく、このほうが起こりやすいのではないか。

何回かループを繰り返すうちに、弾性は処女試片の弾性にほとんど完全に等しくなる。これは、わずかながら伴っていた塑性流動もなくなることであり、純粹せん断＋回転は起こり難くなり、繰返し回数が進むとともにひずみはほんとうの単純せん断になって行くのではないか。ここでは、この考え方で、ループの形の変化を調べてみることにする。

いままでは、純粹せん断のように、主応力の方向と主ひずみの方向が常に一致している場合の塑性理論として、3 方向のせん断を考えてきた。しかし、もっと一般的には、それぞれの方向をさらに二つに分けて考えるべきであろう。たとえば、いままで II の方向のすべりと考えてきたのは、詳しくは図 6 の II' および II'' のすべりであって、純粹せん断の場合には、常にこの 2 方向のすべりは等しいので、これを合わせて II 方向のすべりと言ったのである。ところが、単純せん断では、この一方がすべらないのであるから、合わせて考える訳にはいかない。 II' , II'' と 2 つの方向に分けて考えなければならない。いま、 II の方向のせん断を考えているが、簡単のために S_1, S_2, S_3 を全部 II の方向のせん断応力に換算して、これを S とし、この S を図 7 に示すように S', S'' に分けて考えることにする。

$$S = S_2 - \frac{1}{2}S_1 - \frac{1}{2}S_3, \quad S = \tau_2 = S' + S''$$

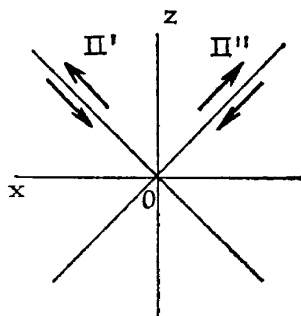


図 6 II' , II'' 方向のすべり

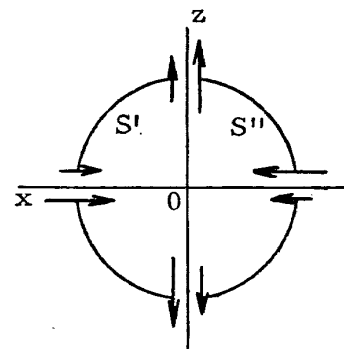


図 7 S' および S''

II' と II'' の方向では、一方はすべり一方はすべらないので性質は違って来るはずであるが、 τ は等しく、 r も等しく、 τ や r では違いが出てこない。 S' と S'' とに分けて考えて、はじめて違いが出てくることになる。

第1段階では、弾性的で塑性すべりは起こらない。したがって、純粋せん断でも単純せん断でも

$$S' = S''$$

$$\frac{d\tau}{dr} = G, \quad \frac{dS'}{dr} = \frac{1}{2}G, \quad \frac{dS''}{dr} = \frac{1}{2}G, \quad (12)$$

$$\Delta S = -\frac{2}{3}R, \quad \Delta S' = -\frac{1}{3}R, \quad \Delta S'' = -\frac{1}{3}R \quad (13)$$

第2段階で、純粋せん断ならば

$$S' = S''$$

$$\frac{d\tau}{dr} = \frac{5}{6}G, \quad \frac{dS'}{dr} = \frac{5}{12}G, \quad \frac{dS''}{dr} = \frac{5}{12}G \quad (14)$$

単純せん断になって、 II' の方向はすべるが、 II'' の方はすべらなくなったとすれば、すべるほうはそのまま、すべらないほうは (12) で与えられることになるから

$$\frac{dS'}{dr} = \frac{5}{12}G, \quad \frac{dS''}{dr} = \frac{1}{2}G \quad (15)$$

したがって

$$\frac{d\tau}{dr} = \frac{dS}{dr} = \frac{11}{12}G \quad (16)$$

図4の実験結果では、 λ_2 は 0.84 から始まって漸近的に 0.94 になっているが、(16) はこれとよく合っている。

応力の分担は、(15) の見かけ上の剛性に比例する。

$$\Delta S = -\frac{2}{3}R, \quad \Delta S' = -\frac{10}{33}R, \quad \Delta S'' = -\frac{12}{33}R \quad (17)$$

第3段階では、純粋せん断ならば

$$\frac{d\tau}{dr} = \frac{2}{3}G, \quad \frac{dS'}{dr} = \frac{1}{3}G, \quad \frac{dS''}{dr} = \frac{1}{3}G \quad (18)$$

単純せん断になれば、すべらないほうは前同様に (12) で与えられ、すべるほうは第2段階での $\Delta S'$ の値が変わってきているから、 $\frac{dS'}{dr}$ の値も変わってくることになる。

(9) の関係を $\frac{dS'}{dr}$ と $\frac{dS''}{dr}$ とに分けて考えれば

$$\frac{dS'}{dr} = \frac{G}{2} \left(1 - \frac{|\Delta S'|}{2R} \right) \quad (19)$$

したがって

$$\frac{dS'}{dr} = \frac{15}{44}G, \quad \frac{dS''}{dr} = \frac{1}{2}G \quad (20)$$

$$\frac{d\tau}{d\gamma} = \frac{37}{44} G = 0.841 G \quad (21)$$

図4の実験結果で、 λ_3 は点がいくらか散らばっているが、0.64 から始まって、漸近的に 0.82～0.86 になっていて、(21) はこれとよく合っている。

8. 繰返し後の塑性流動応力の上昇

繰返しによって硬化し、次に塑性流動を起こさせるのに必要な応力は、前の τ_0 よりも大きくなることは、実験的にはよく知られている。しかし、この硬化は、塑性流動を起こした後の挙動からみて、塑性流動による硬化とは種類の違ったものと思われる。筆者の塑性理論でも、塑性流動による硬化は R の値の増加になるのであるが、いくら繰返ししても途中の降伏点の値には変化はなく、 R の値が変化しているとは思われない。

繰返しによる塑性流動応力の上昇は、 S' と S'' の値が初め等しかったのが、繰返しによって違ってくるのが原因となって起こるのではないかと考えられる。この考え方で、いくら上昇するか計算してみることにする。

最初は純粋せん断であって、 S' と S'' は等しく、それぞれの繰返しの振幅 a' , a'' は第 1, 第 2, 第 3 段階の $\Delta S'$, $\Delta S''$ を合わせて

$$\left. \begin{aligned} a' &= \sum |\Delta S'| = R, \\ a'' &= \sum |\Delta S''| = R \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

繰返し後は単純せん断になるとして、振幅は同様にして

$$\left. \begin{aligned} a' &= \sum |\Delta S'| = 0.9066 R \\ a'' &= \sum |\Delta S''| = 1.0934 R \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

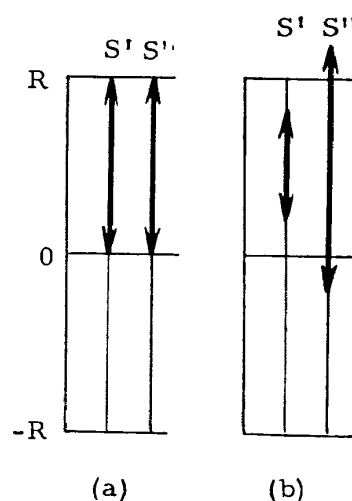


図 8 S' および S'' の振幅
(a) 初期, (b) 繰返し後

図8(a)は初期の振幅を図示したものである。繰返すうちに、 S' の振幅は小さくなり、 S'' の振幅は大きくなるが、ヒステリシス・ループの形が下るときと上るときと対称的であることから考えて、繰返し後の振幅は図8(b)のような位置にくるであろう。 $\tau=\tau_0$ で S'' は R を超過しているのに、このほうは塑性流動になることは可能である。しかし、このとき S' はまだ R に達していないので、全体としてはまだ塑性流動にならない。塑性流動になる条件としては、 S' も S'' も両方とも R に達していることが必要である。図8(a)の場合には、 $\tau=\tau_0$ で両方とも R に達するので、ここで塑性流動に移ることになる。繰返し後の図8(b)の状態では、塑性流動を起こさせるには、 S' が R に達するまで、さらに荷重を加えることが必要になる。これが、繰返し後の塑性流動応力の上昇であると思う。

さらに荷重を加えるときに、 $\tau=\tau_0$ で3回目の降伏を起こすはずであって、降伏後の $dS'/d\gamma$ の値は(19)から

$$\frac{dS'}{d\gamma} = 0.5467 \frac{G}{2} \quad (24)$$

S'' のほうは、 $\tau=\tau_0$ までは繰返しの影響ですべりを起こさないでいるが、ここから先は繰返しの影響は受けていないので、ここで降伏するであろうし、降伏すれば、それ以後の $dS''/d\gamma$ の値は(19)と同様の関係から与えられることになる。すなわち

$$\frac{dS''}{d\gamma} = 0.4533 \frac{G}{2} \quad (24)'$$

S' が R に達するまでの変化量は

$$\left. \begin{aligned} \Delta S' &= 0.0467 R \\ \Delta S'' &= \Delta S' \frac{dS''}{dS'} = 0.0387 R \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

$$\Delta \tau = 0.0854 R \quad (26)$$

繰返し後の塑性流動応力を τ_p とすれば

$$\frac{\tau_p}{\tau_0} = 1.043 \quad (27)$$

図4には、150回までの繰返しを行ない、その途中でのヒステリシス曲線の傾きを測定した結果を示してあるが、その後でその試験片に塑性流動を起こさせたときの実験では

$$\frac{\tau_p}{\tau_0} = 1.041$$

計算と実験とはよく合っている。

あ と が き

以上で、ねじりによるヒステリシス・ループの形、繰返しによるその形の変化および繰返し後の塑性流動応力の上昇は、一応説明できたと思う。なお塑性流動応力上昇の計算は、すべりの型は最後まで1型であると仮定した計算である。しかし、バウシinger効果の実験を行なってみるとわかることであるが、逆方向の0から $-\tau_0$ までのねじりは明らかに2型である。しかも、1から2の型へ移るのは $\tau=0$ の点ではなく、それより少し前のようである。3図で CD, FA が直線であると言ったが、実際には終りの部分が少し曲っていて、これは第2の型に移ったためであると考えられる。しかし、繰返すうちにこの部分もほとんど直線になるので、 S' および S'' の振幅は(23)のままでいいであろう。ただ、 $\tau=\tau_0$ 以上のところでは、2型として計算しなければならないかもしれない。バウシinger効果については別の機会に報告するとして、(19)の関係の代りに、バウシinger効果のときの $\tau=0$ の近くでの関係を用いて計算してみると、 τ_p/τ_0 の値は(27)より小さくなる。しかし、その小さくなり方はきわめてわずかである。

文 献

- 1) 日本機械学会論文集, 24 巻 147 号 (昭和 33)
- 2) 日本機械学会論文集, 25 巻 155 号 (昭和 34)
- 3) 日本機械学会論文集, 26 巻 170 号 (昭和 35)
- 4) 第1報

既 刊 報 告

- | | | | |
|-------|---|-------------|----------------------------|
| TR- 1 | 遷音速風洞測定部に関する予備実験
Preliminary Investigation of N.A.L. Transonic
Wind-Tunnel Test-Section | 1960 年 2 月 | 平 木 一, 石井孝雄
大島信彦 |
| TR- 2 | 遷音速風洞用 22.5 MW 主送風機
I. 模型送風機による性能試験
22.5 MW Main Blower for N.A.L. Transonic
Wind Tunnel
I. Performance Test of the Model Blower | 1960 年 5 月 | 山内正男, 松木正勝
塩入淳平, 富永守之 |
| TR- 3 | 風洞用角度計の試作実験
An Experiment on Angle Measuring Instru-
ments of Airplane Models in Wind Tunnel Test | 1960 年 8 月 | 小橋安次郎, 長洲秀夫
高島一明, 波木井 潔 |
| TR- 4 | 回転円板の強度
Strength of Rotating Discs | 1960 年 9 月 | 佐藤和郎, 永井文雄 |
| TR- 5 | 航空技術研究所 (60 cm×60 cm) 遷音速
フラッタ試験設備の計画と整備試験
Design and Development of N.A.L. 60cm×60
cm Transonic Blowdown Wind Tunnel for
Flutter Testing | 1960 年 12 月 | 中井暎一, 橋 瓜 宏
中村泰治 |
| TR- 6 | 高温歪ゲージの温度特性
Temperature Characteristics of High Tempera-
ture Strain Gage | 1960 年 12 月 | 竹中幸彦 |
| TR- 7 | 遷音速風洞の測定部
On the Transonic Test Section | 1961 年 1 月 | 村崎寿満 |
| TR- 8 | 繰返し荷重試験装置の予備試験
Preliminary Study for Development of Repeat-
ed Load Testing Rigs for Full-Scale Aircraft
Structures | 1961 年 3 月 | 竹内和之, 飯田宗四郎 |
| TR- 9 | 遷音速流小擾乱理論の研究 (I)
—非線型補正理論—
Studies on the Small Disturbance Theory of
Transonic Flow (I)
—Non-Linear Correction Theory— | 1961 年 3 月 | 細川 巖 |
| TR-10 | 喰違い角の大きい減速翼列の研究
Cascade Tests of High Stagger Compressor Blades | 1961 年 3 月 | 松木正勝, 高原北雄
西脇英夫, 森田光男 |
| TR-11 | 軟鋼円板の回転による降伏
Yielding of Rotating Discs of Mild Steel | 1961 年 4 月 | 佐藤和郎, 永井文雄 |
| TR-12 | 薄肉開断面梁の自由振動について
On the Natural Vibration of Thin-Walled Bea-
ms of Open Cross Section | 1961 年 5 月 | 川井忠彦, 埴 武敏 |
| TR-13 | 衝撃波と境界層の干渉についての実験的研究
Experimental Results of the Interaction between
Shock Wave and Turbulent Boundary Layer | 1961 年 7 月 | 須郷道也, 伝田幸雄 |
| TR-14 | 電磁流体の圧縮性境界層
On Compressible Boundary Layer in Magneto-
dynamics | 1961 年 7 月 | 須郷道也, 小沢五郎 |
| TR-15 | 振動翼用圧力ピックアップの試作・較正
Miniature Pressure Pickups for Measuring the
Pressure on Oscillating Airfoils in Supersonic
Flow | 1961 年 8 月 | 石井孝雄, 柳沢三憲 |
| TR-16 | 放物型偏微分方程式の混合境界値問題の差分法
による数値解法
On the Difference Method Solutions of the
Mixed Boundary Value Problems of Parabolic
Partial Differential Equations | 1961 年 11 月 | 樋口一雄, 三好 甫 |

TR-17	荷電ビームによる気流密度測定の理論的考察 A Theoretical Comment on the Charge-Beam Method of Measuring Gas Density	1961 年 12 月	和田 勇, 細川 巖 三好 甫
TR-18	前置静翼々列と喰違い角の大きい減速翼列の二 次元低速翼列性能と回転翼列性能との比較 Comparison of Inlet Guide Vane and High Stagger Compressor Blade Performance in a Rotor and in Cascade	1961 年 11 月	松木正勝
TR-19	高速翼車の回転強度 Strength on High-Speed Rotor	1961 年 12 月	佐藤和郎, 永井文雄
TR-20	Blasius 型微分方程式の両側無限遠境界値問題の 数値解法 A Numerical Method for Solving Blasius' Type Differential Equation	1962 年 1 月	樋口一雄, 戸川隼人
TR-21	遷音速における二次元操縦面の研究 (I) An Investigation of Two-dimensional Control Surface at Transonic Speed (I)	1962 年 1 月	神谷信彦
TR-22	変断面梁の曲げ自由振動について On the Free Lateral Vibration of a Beam with Variable Cross Section	1962 年 2 月	川井忠彦, 戸川隼人 林 洋一
TR-23	いくつかの型の偏微分方程式の境界値問題のモ ンテカルロ法による解法とその実験 Monte Carlo Solutions of the Boundary Value Problems for Some Types of Partial Differ- ential Equations	1962 年 2 月	樋口一雄, 高橋利之 鳥海良三
TR-24	航空技術研究所のターボ・ジェットエンジン要 素試験設備 Test Facilities of Turbo-jet Engine Components at N. A. L.	1962 年 2 月	航空技術研究所原動機部
TR-25	航空技術研究所 2m×2m 遷音速風洞の計画と構 造 Desing and Construction of the 2m×2m Transonic Wind Tunnel at the National Aeronautical Laboratory	1962 年 3 月	航空技術研究所
TR-26	吹出式超音速風洞のノズルの予備実験 Preliminary Tests of Supersonic Nozzles for the Supersonic Blowdown Wind Tunnel	1962 年 3 月	河崎俊夫, 岡部裕二郎 尾形吉和, 安藤 尚
TR-27	非定常遷音速流の近似解析 An Approximate Analysis for Unsteady Transonic Flow	1962 年 7 月	細川 巖, 三好 甫
TR-9T	Studies on the Small Disturbance Theory of Transonic Flow (I) —Nonlinear Correction Theory—	July 1962	Iwao HOSOKAWA
TR-28	疲労亀裂について On Fatigue Cracks	1962 年 8 月	竹中幸彦
TR-29	1m×1m 吹出式超音速風洞の計画と構造 On the Design and Construction of the 1m×1m Supersonic Blow-down Wind Tunnel	1962 年 10 月	空気力学第二部
TR-30	平板翼の振動について On the Natural Vibration of Plate-Like Wings	1962 年 10 月	川井忠彦, 塙 武敏 戸川隼人, 高橋利之 越出慎一
TR-31	熱応力を受ける薄翼の安定とその微小捩り振動 について On the Instability and Small Natural Torsional Vibration of a Thin Wing under a Thermal Stress	1962 年 11 月	川井忠彦, 林 洋一 戸川隼人
TR-32	補強板の圧縮強度に関する一解析 A Method of Analysis on the Compressive Strength of Stiffened Plates	1962 年 11 月	川井忠彦, 江川幸一

TR-33	主翼繰返し荷重試験装置 Repeated Load Testing Rigs for Full-Scale Aircraft Wing Structures	1962 年 12 月	竹内和之, 飯田宗四郎 小野幸一
TR-34	高速軸流圧縮機の研究 (I) —翼型と翼列の検討— An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (I) —The Selection of Compressor Cascade—	1963 年 1 月	松木正勝, 大山耕一 宮地敏雄
TR-35	高速軸流圧縮機の研究 (II) —単段試験装置の設計と全体性能— An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (II) —Design and Over-all Performance of a Single Stage Axial Flow Compressor—	1963 年 1 月	松木正勝, 宮地敏雄 大山耕一, 吉田晃 西脇英夫, 岩部柱相
TR-36	衝撃波風洞による表面熱伝達の実験 Studies of Surface Heat Transfer Using a Hypersonic Shock Tunnel	1963 年 1 月	和田 勇, 松崎利一
TR-37T	Studies of the Flow in a Low Pressure Hypersonic Shock Tunnel Using an Electron-Beam Densitometer	January 1963	Isamu WADA
TR-38	鋳鉄のような脆性材料からなる円板の回転強度 Strength of Rotating Discs of Brittle Material like Cast Iron	1963 年 2 月	佐藤和郎, 永井文雄
TR-39	高負荷燃焼器の研究 (第1報) —その性能におよぼす各種因子の影響の定性的考察— A Study of High Intensity Combustor (I) —Its Qualitative Analysis—	1963 年 2 月	大塚貞吉, 鈴木邦男
TR-40	胴体内圧繰返し荷重試験装置について Repeated Load Testing Facility for Full-Scale Aircraft Fuselage Structures	1963 年 2 月	竹内和之, 川島矩郎 野原利雄
TR-41	輻射熱量計の較正 Calibration of Radiometer	1963 年 2 月	竹中幸彦, 江川幸一 小川鉦一
TR-42	非定常境界層の相似解とその安定 A Similar Solution of Unsteady Laminar Boundary Layer and Its Stability Characteristics	1963 年 7 月	小橋安次郎, 恩地 瑛
TR-43	超音速における操縦面の効きについて On the Effectiveness of Control Surfaces in Supersonic Flow	1963 年 2 月	河崎俊夫
TR-44	高速翼列の実験について (流入角の大きい減速翼列の予備実験) Some Notes about the Effect of Tunnel Configuration and Testing Technique on Compressor Cascade Performance	1963 年 2 月	近藤 博, 蓑田光弘 坂口 一, 山崎紀雄
TR-45	固有値問題 ($\sum \lambda^k A_k$) $x=0$ の数値解法 A Numerical Method for the Eigenvalue Problem ($\sum \lambda^k A_k$) $x=0$	1963 年 4 月	戸川隼人
TR-46	翼の固有振動数に関する一解析法 On the Vibration Analysis of Aircraft Wings	1963 年 6 月	川井忠彦, 泉 日出夫 戸川隼人, 林 洋一
TR-47	鋳鉄円板の回転破壊におけるコリオリの力の影響 Influence of Coriolis' Force on the Burst of Rotating Disc of Cast Iron	1963 年 7 月	佐藤和郎, 永井文雄
TR-48	曲面に沿う境界層 Effects of Surface Curvature on Laminar Boundary-Layer Flow	1963 年 8 月	林 二 識
TR-49	高速軸流圧縮機の研究 (III) —翼の厚さの影響— An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (III) —Effects of Blade Thickness—	1963 年 9 月	松木正勝, 宮地敏雄 大山耕一, 吉田 晃 西脇英夫, 岩部柱相

TR-50	境界収縮法による偏微分方程式の境界値問題の数値解法 Numerical Method for Boundary Value Problems of Partial Differential Equations by Boundary Contraction	1963 年 9 月	樋口一雄, 能美 力
TR-51	人間の静的不安定系の制御能力 Human Control Ability of the Statically Unstable System	1963 年 9 月	武田 峻
TR-52	粒状加熱器の熱特性 Thermal Characteristics of a Pabbie-Bed Heater	1963 年 9 月	林 二 識
TR-53	円管流の非定常熱伝達 (第1報) 一壁温が時間と流向距離のみによる場合— Thermal Characteristics of the Unsteady Flow through a Circular Pipe whose Temperature depends on Time and Flow-Directional Distance only	1963 年 10 月	林 二 識
TR-54	偏微分方程式の混合境界値問題の差分法による数値解法 Difference Method for the Mixed Boundary Value Problems	1963 年 10 月	三 好 甫
TR-55	ボスをもった車盤の回転強度 Rotating Strength of Rotor which Has a Boss	1963 年 11 月	佐藤和郎, 永井文雄
TR-56	亜音速および遷音速における二次元非定常空気力の測定 (第I報) Measurements of the Unsteady Airloads for Two-Dimensional Flow at Subsonic and Transonic Speed Range (I)	1963 年 11 月	中村泰治, 田辺義一
TR-57T	Measurements of the Aerodynamic Derivatives of an Oscillating Biconvex-Flat Airfoil in Supersonic Flow at Mach Number 2 to 3	January 1964	Takao ISHII Mitsunori YANAGISAWA
TR-58	高度 500 フィートないし 10,000 フィートにおける上下突風の測定および解析 Measurements and Analyses of Gust Velocities from 500 to 10,000 feet Altitude	1964 年 1 月	竹内和之, 小野幸一 山根皓三郎
TR-59	磁気テープデータ処理設備とその特性 The Magnetic Tape Data Reduction System and Its Performance	1964 年 1 月	田畑浄治, 中正夫 山本芳樹, 三浦雅男
TR-60	変厚平板翼の振動について On the Natural Vibration of Plate-Like Wings of Variable Thickness	1964 年 1 月	塙 武敏, 越出慎一 戸川隼人, 川井忠彦
TR-61	後退角 45°, テーパー比 0.6 の薄い片持翼の遷音速におけるフラッタ特性におよぼすマッハ数の影響の実験的研究 Some Effects of Mach Number on the Transonic Flutter Characteristics of Thin Cantilever Wings Having a Taper Ratio 0.6 and a Sweptback Angle of 45°	1964 年 2 月	中井暎一, 小原 瑛
TR-62	超音速における翼端板効果 The Effects of End-plates at Supersonic Speeds	1964 年 2 月	尾形吉和
TR-63	非定常流中の円柱に作用する空気力について Aerodynamic Forces Acting on a Circular Cylinder in Unsteady Flow	1964 年 3 月	小橋安次郎, 遠藤 浩 北村清美
TR-64	航空力学における磁歪計器の応用 Some Developments of the Magnetostriction Type Measuring Instruments for the Study of Aircraft Dynamics	1964 年 3 月	幸尾治朗

TR-65	非定常境界層の安定に関する実験 An Experimental Investigation of Stability Characteristics of Unsteady Laminar Boundary Layer	1964 年 7 月	小橋安次郎, 恩地 瑛
TR-66	変分法による平板翼の撓み, 振動解における自然境界条件の数値的吟味 (片持平板翼の場合) Numerical Examination on the Fulfilment of Natural Boundary Conditions by the Approximate Solutions for Bending and Vibration of Thin Elastic Plates based on the Rayleigh-Ritz's Procedure (in Case of Cantilevered Wing Plates)	1964 年 6 月	川井忠彦, 塙 武敏 越出慎一, 戸川隼人 落合 薫
TR-67	プラズマ発生装置の諸特性 Characteristics of a Vortex Stabilized Plasma Generator	1964 年 4 月	井上建二, 野村茂昭
TR-68	回転翼の線型理論 (I) —揚力面理論— Linearized Aerodynamic Theory of Rotor Blades (I) —Lifting Surface Theory—	1964 年 6 月	市川輝雄
TR-69	高速軸流タービンの研究 (I) An Investigation of the High Speed Axial Flow Turbine (I)	1964 年 7 月	鳥崎忠雄, 能瀬弘幸 森田光男
TR-70	汎用飛行シミュレータ設備の計画, 構造および特性 Design, Construction and Characteristics of Flight Simulator at National Aerospace Laboratory	1965 年 1 月	松浦陽恵, 樋口一雄 池谷光栄, 堀川勇壮 村上力, 百名盛之 三好範子, 岡部正典
TR-71	塑性の三方向せん断理論 塑性変形による異方性 塑性流動に及ぼす中間主応力の影響 応力状態と塑性変形の形 Three-Shear Theory of Plasticity Anisotropy Due to Plastic Deformation Influence of Intermediate Principal Stress on Plastic Flow Strain Ratio Relationship in Plastic Deformation	1964 年 7 月	中西不二夫, 佐藤和郎
TR-71T	Three Shear Theory of Plasticity Anisotropy Due to Plastic Deformation Influence of Intermediate Principal Stress on Plastic Flow Strain Ratio Relationship in Plastic Deformation Internal Shearing Resistances in the Three Shear Theory of Plasticity	September 1964	Fujio NAKANISHI Yasuo SATO
TR-72	補助翼バースに関する実験 Some Experiments on Control-Surface Buzz	1965 年 1 月	中村泰治, 田辺義一
TR-72T	Some Experiments on Control-Surface Buzz	November 1964	Yasuharu NAKAMURA Yoshikazu TANABE
TR-73	軸対称渦み点付近の溶融層の安定性 Stability of the Melted Layer near the Axisymmetric Stagnation Point	1964 年 11 月	相原康彦
TR-74	遷音速パネルフラッタの研究 The Experimental and Theoretical Studies of Transonic Panel Flutter	1964 年 11 月	石井孝雄, 柳沢三憲
TR-75	統計流体力学の初期値問題について On the Initial-Value Problem in Statistical Hydromechanics	1964 年 12 月	細川 巖
TR-76	高速軸流圧縮機の研究 (IV) An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (IV)	1965 年 1 月	大山耕一, 松木正勝 西脇英夫, 岩部柱相 片山泰治
TR-77	Galerkin 法の収束性について On the Convergence of the Galerkin's Method	1965 年 1 月	鳥海良三
TR-78	二次元準線型双曲系の特性曲線法による数値解法 Characteristic Method for the Numerical Solution of Two-Dimensional Quasi-linear Hyperbolic Systems	1965 年 1 月	三好 甫

TR-79	引張りまたは圧縮をうける四角弾性平板の大振幅振動の影響について Influence of Large Amplitude on Flexural Vibrations of Rectangular Elastic Plates under Initial Tension or Compression	1965 年 1 月	田寺木一, 古関昌次 泉 日出夫
TR-80	変分法直接解法において解に及ぼす束縛の数値的影響 Numerical Effect of Constraints in Calculus of Direct Variational Method	1965 年 1 月	塙 武敏, 越出慎一
TR-81	FRP コーティングの断熱特性 Thermal Insulation Characteristics of FRP Coating	1965 年 1 月	竹中幸彦, 江川幸一 小川 敏一
TR-82	多段軸流圧縮機の部分負荷特性の簡易計算法 A Simple Method of Calculating the off-Design Performance of Multi-Stage Axial-Flow Compressor	1965 年 2 月	松木正勝, 藤井昭一
TR-83	亜音速流中のパネルフラッターとダイバージェンス (I) —非圧縮流理論— Theoretical Study of Two-Dimensional Panel Flutter and Panel Divergence in Subsonic Flow (I) —Incompressible Flow Case—	1965 年 2 月	石井孝雄
TR-84	遷音速タービン翼列二次元試験 (II) Experimental Investigation on Transonic Turbine Cascades (II)	1965 年 3 月	近藤 博, 蓑田光弘 山崎紀雄
TR-85	回転翼の線型理論 (II) —揚力線理論— Linearized Aerodynamic Theory of Rotor Blades (II) —Lifting-Line Theory—	1965 年 3 月	市川輝雄
TR-86	高速多段軸流圧縮機の部分負荷特性の一計算法 A Method for Predicting the off-design Performance of Multi-Stage Axial-Flow Compressors Operating in the Transonic Flow	1965 年 5 月	松木正勝, 藤井昭一 五味光男
TR-87	亜音速流中のパネルフラッターとダイバージェンス (II) 圧縮流理論 (II) 実験的研究 Study of Two Dimensional Panel Flutter and Panel Divergence in Subsonic Flow (II) Experimental Study	1965 年 6 月	石井孝雄
TR-88	尾翼, 胴体結合構造物の地上振動試験結果に関する定性的な吟味 Qualitative Examinations on the Results of Ground Vibration Tests of Tail Wing-Fuselage Combination Structure	1965 年 6 月	塙 武敏, 越出慎一
TR-89	垂直突風および航空機の突風応答に関する実験的研究 An Experimental Investigation on Vertical Gusts and the Airplane Response	1965 年 6 月	小野幸一, 山根皓三郎

<p>NAL TR-90 航空宇宙技術研究所 ヒステリシス・ループの形、繰返しによる形の変化 および繰返し後の塑性流動応力の上昇 第1報 実験 第2報 ねじりの場合の理論 1965 年 7 月 26 ページ</p>	<p>I. 中西不二夫 佐藤和郎 永井文雄 II. NAL TR-90 III. 539.3</p>	<p>NAL TR-90 航空宇宙技術研究所 ヒステリシス・ループの形、繰返しによる形の変化 および繰返し後の塑性流動応力の上昇 第1報 実験 第2報 ねじりの場合の理論 1965 年 7 月 26 ページ</p>	<p>I. 中西不二夫 佐藤和郎 永井文雄 II. NAL TR-9 III. 539.3</p>
<p>この報告は塑性の研究のうち、弾塑性問題に関する研究結果の一部であって、第1報および第2報からなっている。第1報ではねじり、純粋せん断および引張りにおけるヒステリシス・ループの形、繰返しによるその形の変化、繰返し後の塑性流動応力の上昇に関する実験結果を述べ、第2報ではねじりにおける実験結果の説明を塑性の三方向せん断理論によって試みた結果が述べてある。</p>		<p>この報告は塑性の研究のうち、弾塑性問題に関する研究結果の一部であって、第1報および第2報からなっている。第1報ではねじり、純粋せん断および引張りにおけるヒステリシス・ループの形、繰返しによるその形の変化、繰返し後の塑性流動応力の上昇に関する実験結果を述べ、第2報ではねじりにおける実験結果の説明を塑性の三方向せん断理論によって試みた結果が述べてある。</p>	
<p>NAL TR-90 航空宇宙技術研究所 ヒステリシス・ループの形、繰返しによる形の変化 および繰返し後の塑性流動応力の上昇 第1報 実験 第2報 ねじりの場合の理論 1965 年 7 月 26 ページ</p>	<p>I. 中西不二夫 佐藤和郎 永井文雄 II. NAL TR-90 III. 539.3</p>	<p>NAL TR-90 航空宇宙技術研究所 ヒステリシス・ループの形、繰返しによる形の変化 および繰返し後の塑性流動応力の上昇 第1報 実験 第2報 ねじりの場合の理論 1965 年 7 月 26 ページ</p>	<p>I. 中西不二夫 佐藤和郎 永井文雄 II. NAL TR-9 III. 539.3</p>
<p>この報告は塑性の研究のうち、弾塑性問題に関する研究結果の一部であって、第1報および第2報からなっている。第1報ではねじり、純粋せん断および引張りにおけるヒステリシス・ループの形、繰返しによるその形の変化、繰返し後の塑性流動応力の上昇に関する実験結果を述べ、第2報ではねじりにおける実験結果の説明を塑性の三方向せん断理論によって試みた結果が述べてある。</p>		<p>この報告は塑性の研究のうち、弾塑性問題に関する研究結果の一部であって、第1報および第2報からなっている。第1報ではねじり、純粋せん断および引張りにおけるヒステリシス・ループの形、繰返しによるその形の変化、繰返し後の塑性流動応力の上昇に関する実験結果を述べ、第2報ではねじりにおける実験結果の説明を塑性の三方向せん断理論によって試みた結果が述べてある。</p>	

航空宇宙技術研究所報告 90 号

昭和 40 年 7 月 発行

発 行 所 航空宇宙技術研究所
 東京都調布市深大寺町 1,880
 電話 武蔵野 (0422) (4) 9171 (代表)

印 刷 所 笠 井 出 版 印 刷 社
 東京都港区西新橋 1 の 21 の 8
