

UDC 533.6.013

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-94

翼幅方向に一様な揚力分布をもつ半無限の後退翼

河崎俊夫

1965年10月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既刊報告

- TR-70 汎用飛行シミュレータ設備の計画、構造および特性
Design, Construction and Characteristics of Flight Simulator at National Aerospace Laboratory
- TR-71 塑性の三方向せん断理論
塑性変形による異方性
塑性流動に及ぼす中間主応力の影響
応力状態と塑性変形の形
Three Shear Theory of Plasticity
Anisotropy Due to Plastic Deformation
Influence of Intermediate Principal Stress on Plastic Flow
Strain Ratio Relationship in Plastic Deformation
- TR-71T Three Shear Theory of Plasticity
Anisotropy Due to Plastic Deformation
Influence of Intermediate Principal Stress on Plastic Flow
Strain Ratio Relationship in Plastic Deformation
Internal Shearing Resistances in the Three Shear Theory of Plasticity
- TR-72 補助翼バズに関する一実験
Some Experiments on Control-Surface Buzz
- TR-72T Some Experiments on Control-Surface Buzz
- TR-73 軸対称澆み点付近の溶融層の安定性
Stability of the Melted Layer near the Axisymmetric Stagnation Point
- TR-74 遷音速パネルフラッタの研究
The Experimental and Theoretical Studies of Transonic Panel Flutter
- TR-75 統計流体力学の初期値問題について
On the Initial-Value Problem in Statistical Hydromechanics
- TR-76 高速軸流圧縮機の研究(IV)
An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (IV)
- TR-77 Galerkin 法の収束性について
On the Convergence of Galerkin's Method
- TR-78 二次元準線型双曲系の特性曲線法による数値解法
Characteristic Method for the Numerical Solution of Two-Dimensional Quasi-linear Hyperbolic Systems
- TR-79 引張りまたは圧縮をうける四角弾性平板の大振幅振動の影響について
Influence of Large Amplitude on Flexuel Vibrations of Rectangular Elastic Plates under Initial Tension or Compression
- TR-80 変分法直接解法において解に及ぼす束縛の数値的影響
Numerical Effect of Constraints in Calculus of Direct Vaviational Method
- TR-81 FRP コーティングの断熱特性
Thermal Insulation Characteristics of FRP Coating
- TR-82 多段軸流圧縮機の部分負荷特性の簡易計算法
A Simple Method of Calculating the off-Design Performance of Multi-Stage Axial-Flow Compressor
- TR-83 亜音速流中のパネルフラッターとダイバージェンス(I)
—非圧縮流理論—
Theoretical Study of Two-Dimensional Panel Flutter and Panel Divergence in Subsonic Flow (I)
—Incompressible Flow Case—
- 1965年1月 松浦陽恵, 橋口一雄
池谷光栄, 堀川勇壮
村上力, 百名盛之
三好範子, 岡部正典
- 1964年7月 中西不二夫, 佐藤和郎
- September 1964 Fujio NAKANISHI
Yasuo SATO
- 1965年1月 中村泰治, 田辺義一
- November 1964 Yasuaru NAKAMURA
Yoshikazu TANABE
- 1964年11月 相原康彦
- 1964年11月 石井孝雄, 柳沢三憲
- 1964年12月 細川巖
- 1965年1月 大山耕一, 松木正勝
西脇英夫, 岩部柱相
片山泰治
- 1965年1月 鳥海良三
- 1965年1月 三好甫
- 1965年1月 田寺木一, 古関昌次
泉日出夫
- 1965年1月 塙武敏, 越出慎一
- 1965年1月 竹中幸彦, 江川幸一
小川鉄一
- 1965年2月 松木正勝, 藤井昭一
- 1965年2月 石井孝雄

翼幅方向に一様な揚力分布をもつ半無限の後退翼*

河崎俊夫**

On the Camber Lines of Semi-Infinite Sweptback Wings which give Uniform Spanwise Load Distribution

Toshio KAWASAKI

It is well known that sweptback wings are very effective to raise critical Mach numbers in transonic flow. In experiments, however, the increase in critical Mach number is less than what is expected from the simple sweptback theory. The reason lies in the fact that at the center and the tip of the airfoil isobars tend to be normal to the direction of the undisturbed flow, in contrast with the flow pattern given by the simple sweptback theory. In this report, we looked for the camber which produces uniform spanwise lift distributions even at and near the center section. For the case of subsonic flow, we gave numerical examples for the general roof-top lift distributions. The calculated results show quite a large variation of camber near the center section, and we anticipate some trouble in practical application of airfoils based on such design philosophy.

1. 緒 言

後退翼は高亜音速および遷音速において、臨界マッハ数あるいは抵抗臨界マッハ数を大きくするのに有効であるといわれている。その最も簡単な説明としては、いわゆる単純後退翼の理論で与えられる。無限翼幅の二次元翼に後退角 A となる方向よりマッハ数 M の主流があたる場合の流れは、有効マッハ数が $M \cos A$ 、有効迎角が $\alpha \sec A$ である後退角なしの二次元翼のまわりの流れによって代表される。これはまた実験的にもかなり確かめられている¹⁾。したがって臨界マッハ数ももとの二次元翼の $1/\cos A$ 倍に向上するはずである。しかし実験の示すところによれば有限翼幅の後退翼では、このような大きな臨界マッハ数の増加は認められず、翼端および中心部より複雑な形の衝撃波を生じ、急速な抵抗増加をまねく²⁾。

この現象をさらに詳しく追求するために、翼面上の圧力分布を示すと図1のように³⁾、中央部と翼端において等圧線が彎曲し、単純後退翼の理論で与えられる圧力分布と異なっている。一方

* 昭和40年9月4日受付

** 空気力学第二部

Bickley⁴⁾によれば、局所的な等圧線に垂直方向の速度成分が、その場所の音速を越えない限り流れの微分方程式は楕円型であり、衝撃波は生じないから、有限翼幅の後退翼における臨界マッハ数の低下は、中央部または翼端部の、等圧線が主流に垂直になる点より衝撃波が生ずることに原因すると考えられる。よって逆に、中央部または翼端まで、単純後退翼理論で与えるような圧力分布(図2)を与えるように、翼の厚さおよびそりを決定すれば、臨界マッハ数の大きな後退翼をうることができよう。これについては Bagley⁵⁾のすぐれた展望がある。

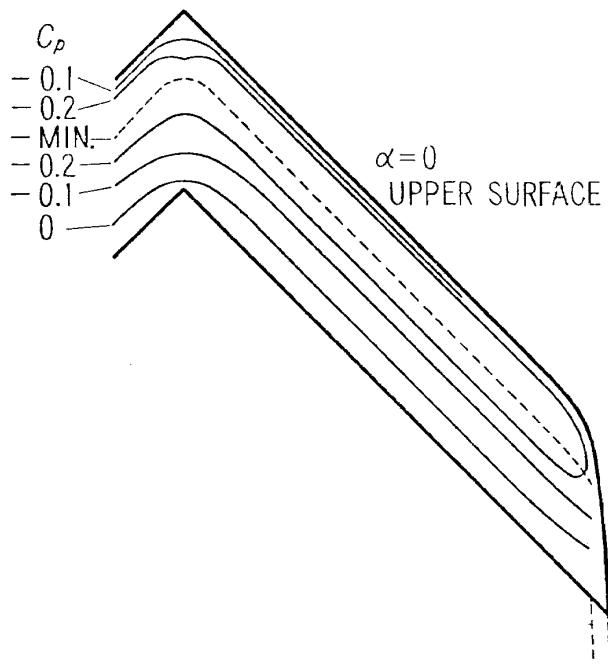


図 1

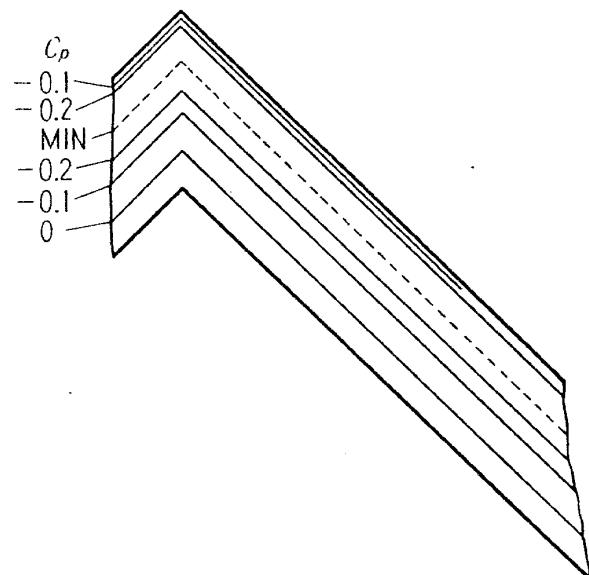


図 2

中央部付近については半無限の後退翼について調べればよい。問題は二つある。第1は翼幅方向に一様な圧力分布をもつ厚さ分布の決定であり、第2は翼幅方向に一様な揚力分布をもつそりの決定である。前者は Küchemann & Weber⁶⁾による近似的な方法がある。後者は Weber⁷⁾による線型理論の方法があるが、Weber は亜音速の場合には中央断面のそりしか与えていないし、マッハ数1のときに中央断面の付近のそりを与えたが、中央断面のそりは付近のそりとはなめらかにつながっていない。また、Weber によって計算されたのは一様な揚力分布と、前縁より直線的に減少する揚力分布とに対応するそりであって実用性に乏しい。以上のような欠点を補うために亜音速の場合に、中央断面およびその付近のそりを厳密な線型理論によって求めて、それらがなめらかにつながることを示す。また、揚力分布としては上記 Weber によって取り扱われたもののほか、NACA の6系統の翼のそりを求めるのに使用された、前縁より、ある翼弦点までは平たんで、以下後縁まで直線的に減少する場合を含むように拡張される。圧縮性の影響は Prandtl-Glauert の法則によって導入される。

2. 吹 下 し

まず最初に与えられた揚力分布による翼面上の任意の点に対する吹下しを求めよう。次のような仮定をおく。

- (a) 翼弦は一定である。
- (b) 半無限の後退翼とする。
- (c) 揚力分布はどの翼幅のところにおいても、翼弦方向には同じである。

仮定より翼面は図3のように x 軸の一点より後退角 Λ のほうに無限に延びる強さ一定うずによって構成されるとしてよい。いま $x=y=z=0$ を通る Γ の強さの一本のうずによって、任意の点 $P(x, y, z)$ に誘導される吹下し速度を求め。まずは $z=0$ の面にあるとしうずの一点を示すのに (x', y') とする。また、 dx' の部分の揚力を $l(x', y')dx' \cdot 1/2 \cdot \rho V^2$ とすると、

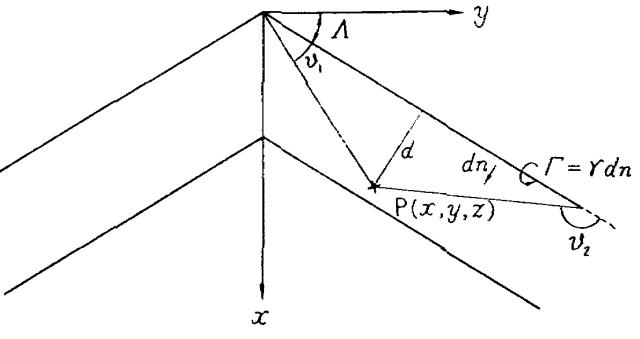


図 3

$$\Gamma = \gamma dn \quad (2.1)$$

$$\gamma = \frac{l(x', y')V}{2 \cos \Lambda} \quad (2.2)$$

$$dn = \cos \Lambda dx' \quad (2.3)$$

γ はうずの密度、 n は前縁に直角方向の長さ、 V は一様流の速度であって x 軸の方向をもつ。この一本のうずに対して Biot-Savart の法則を適用すると、右半分のうずによる吹下し $dv(P)$ は、図3の記号を用いて、

$$dv(P) = \frac{\Gamma}{4\pi d} (\cos \vartheta_1 - \cos \vartheta_2) \quad (2.4)$$

ただし d は P 点よりうず糸までの距離で

$$d = \sqrt{(x \cos \Lambda - y \sin \Lambda)^2 + z^2} \quad (2.5)$$

ϑ_1 と ϑ_2 とは P 点よりうず糸の端までを結んだ線とうず糸とのなす角で、半無限の後退翼では $\vartheta_2 = 180^\circ$ となる。

$$\cos \vartheta_1 = \frac{x \sin \Lambda + y \cos \Lambda}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad \cos \vartheta_2 = -1 \quad (2.6)$$

吹下しは z 方向の速度成分であるから (2.4) に $(x \cos \Lambda - y \sin \Lambda)/d$ を乗じて

$$(dv_z)_r = -\frac{Vl(x', y')dx'}{8\pi} \frac{x \cos \Lambda - y \sin \Lambda}{(x \cos \Lambda - y \sin \Lambda)^2 + z^2} \left(1 + \frac{x \sin \Lambda + y \cos \Lambda}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \quad (2.7)$$

左側のうず糸についても全く同様に

$$(dv_z)_l = -\frac{Vl(x', y')dx'}{8\pi} \frac{x \cos \Lambda + y \sin \Lambda}{(x \cos \Lambda + y \sin \Lambda)^2 + z^2} \left(1 + \frac{x \sin \Lambda - y \cos \Lambda}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \quad (2.8)$$

以上は原点より始まるうず糸について求めたが、 x 軸上の ξ' で始まるうずに対しても上式の x の代りに $(x - \xi')$ と置けばよい。そして ξ' について翼弦方向に積分すれば、任意の点における吹下しを求めることができる。翼弦を長さの単位とすると、

$$\begin{aligned} \frac{v_z}{V} = & -\frac{1}{8\pi \cos \Lambda} \int_0^1 l(\xi') \left[\frac{(x - \xi') - y \tan \Lambda}{(x - \xi' - y \tan \Lambda)^2 + z^2 / \cos^2 \Lambda} \left(1 + \frac{(x - \xi') \sin \Lambda + y \cos \Lambda}{\sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2}} \right) \right. \\ & \left. + \frac{(x - \xi') + y \tan \Lambda}{(x - \xi' + y \tan \Lambda)^2 + z^2 / \cos^2 \Lambda} \left(1 + \frac{(x - \xi') \sin \Lambda - y \cos \Lambda}{\sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2}} \right) \right] d\xi' \end{aligned} \quad (2.9)$$

3. 吹下しの積分

(2.9) の積分を次のように分ける。

$$\begin{aligned} \frac{v_z}{V} = & -\frac{1}{8\pi \cos \Lambda} \left[\int_0^1 l(\xi') \frac{x - \xi' - y \tan \Lambda}{(x - \xi' - y \tan \Lambda)^2 + z^2 / \cos^2 \Lambda} d\xi' \right. \\ & + \int_0^1 l(\xi') \frac{\sin \Lambda}{\sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2}} d\xi' \\ & + \int_0^1 l(\xi') \frac{y / \cos \Lambda (x - \xi' - y \tan \Lambda) - \sin \Lambda z^2 / \cos^2 \Lambda}{\{(x - \xi' - y \tan \Lambda)^2 + z^2 / \cos^2 \Lambda\} \sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2}} d\xi' \\ & + \int_0^1 l(\xi') \frac{x - \xi' + y \tan \Lambda}{(x - \xi' + y \tan \Lambda)^2 + z^2 / \cos^2 \Lambda} d\xi' \\ & \left. + \int_0^1 l(\xi') \frac{\sin \Lambda}{\sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2}} d\xi' \right. \\ & \left. + \int_0^1 l(\xi') \frac{-y / \cos \Lambda (x - \xi' + y \tan \Lambda) - \sin \Lambda z^2 / \cos^2 \Lambda}{\{(x - \xi' + y \tan \Lambda)^2 + z^2 / \cos^2 \Lambda\} \sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2}} d\xi' \right] \end{aligned} \quad (3.1)$$

これらの [] 内の積分を $I_1(\frac{1}{0}), I_2(\frac{1}{0}), \dots, I_6(\frac{1}{0})$ とする。これらは必ずしも数値計算に適した形となっていない。たとえば I_1 については $z=0$ のときには、 $x - \xi' - y \tan \Lambda = 0$ で積分内は無限大となる。これを避けるために付録によって次の形とすればそのまま数値積分が可能である。

$$I_1(\frac{1}{0}) = l(x_r) \frac{1}{2} \log \frac{x_r^2 + z^2 / \cos^2 \Lambda}{(x_r - 1)^2 + z^2 / \cos^2 \Lambda} - \int_0^1 \frac{(l(x_r) - l(\xi')) (x_r - \xi')}{(x_r - \xi')^2 + z^2 / \cos^2 \Lambda} d\xi' \quad (3.2)$$

$$I_2(\frac{1}{0}) = \sin \Lambda l(x) \log \frac{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + x}{\sqrt{(x-1)^2 + y^2 + z^2} + (x-1)} - \sin \Lambda \int_0^1 \frac{l(x) - l(\xi')}{\sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2}} d\xi' \quad (3.3)$$

$$I_3(\frac{1}{0}) = \frac{y}{\cos \Lambda} \left[\frac{l(x_r)}{\sqrt{y^2 / \cos^2 \Lambda + z^2}} - \frac{1}{2} \log \frac{x_r^2 + z^2 / \cos^2 \Lambda}{(x_r - 1)^2 + z^2 / \cos^2 \Lambda} \right]$$

$$\begin{aligned}
& - \int_0^1 \left(\frac{l(x_r)}{\sqrt{y^2/\cos^2 A + z^2}} - \frac{l(\xi')}{\sqrt{(x-\xi')^2 + y^2 + z^2}} \right) \frac{x_r - \xi'}{(x_r - \xi')^2 + z^2/\cos^2 A} d\xi' \\
& + \frac{\sin A z^2/\cos^2 A l(x)}{(y^2/\cos^2 A + z^2 \tan^2 A)} \left[\frac{\sin A}{2} L_1(\frac{1}{6}) - \frac{y}{z} T_1(\frac{1}{6}) \right] \\
& + \sin A \frac{z^2}{\cos^2 A} \int_0^1 \frac{l(x) - l(\xi')}{\{(x_r - \xi')^2 + z^2/\cos^2 A\} \sqrt{(x-\xi')^2 + y^2 + z^2}} d\xi'
\end{aligned} \tag{3.4}$$

ただし

$$x_r = x - y \tan A$$

$$t = (x - \xi') + \sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2}$$

$$\begin{aligned}
T_1 &= \tan^{-1} \frac{t + y \left(\frac{1 - \sin A}{\cos A} \right)}{z \left(\frac{1 - \sin A}{\cos A} \right)} - \tan^{-1} \frac{t - y \left(\frac{1 + \sin A}{\cos A} \right)}{z \left(\frac{1 + \sin A}{\cos A} \right)} \\
L_1 &= \log \frac{\left(t + y \frac{1 - \sin A}{\cos A} \right)^2 + z^2 \left(\frac{1 - \sin A}{\cos A} \right)^2}{\left(t - y \frac{1 + \sin A}{\cos A} \right)^2 + z^2 \left(\frac{1 + \sin A}{\cos A} \right)^2}
\end{aligned}$$

$T_1(\frac{1}{6})$ は T_1 の $\xi' = 1$ における値より T_1 の $\xi' = 0$ における値を引いたもの。 $L_1(\frac{1}{6})$ についても同様である。

左側のうずについては上記の y の代りに $-y$ と置けばよい。すなわち

$$I_4(\frac{1}{6}) = l(x_l) \frac{1}{2} \log \frac{x_l^2 + z^2/\cos^2 A}{(x_l - 1)^2 + z^2/\cos^2 A} - \int_0^1 \frac{(l(x_l) - l(\xi'))(x_l - \xi')}{(x_l - \xi')^2 + z^2/\cos^2 A} d\xi' \tag{3.5}$$

$$I_5(\frac{1}{6}) = I_2(\frac{1}{6}) \tag{3.6}$$

$$\begin{aligned}
I_6(\frac{1}{6}) &= -\frac{y}{\cos A} \left[\frac{l(x_l)}{\sqrt{y^2/\cos^2 A + z^2}} \frac{1}{2} \log \frac{x_l^2 + z^2/\cos^2 A}{(x_l - 1)^2 + z^2/\cos^2 A} \right. \\
&\quad \left. - \int_0^1 \left(\frac{l(x_l)}{\sqrt{y^2/\cos^2 A + z^2}} - \frac{l(\xi')}{\sqrt{(x-\xi')^2 + y^2 + z^2}} \right) \frac{x_l - \xi'}{(x_l - \xi')^2 + z^2/\cos^2 A} d\xi' \right] \\
&+ \frac{\sin A z^2/\cos^2 A l(x)}{(y^2/\cos^2 A + z^2 \tan^2 A)} \left[\frac{\sin A}{2} L_2(\frac{1}{6}) + \frac{y}{z} T_2(\frac{1}{6}) \right] \\
&+ \sin A \frac{z^2}{\cos^2 A} \int_0^1 \frac{l(x) - l(\xi')}{\{(x_l - \xi')^2 + z^2/\cos^2 A\} \sqrt{(x-\xi')^2 + y^2 + z^2}} d\xi'
\end{aligned} \tag{3.7}$$

ただし

$$x_l = x + y \tan A$$

$$\begin{aligned}
T_2 &= \tan^{-1} \frac{t - y \left(\frac{1 - \sin A}{\cos A} \right)}{z \left(\frac{1 - \sin A}{\cos A} \right)} - \tan^{-1} \frac{t + y \left(\frac{1 + \sin A}{\cos A} \right)}{z \left(\frac{1 + \sin A}{\cos A} \right)}
\end{aligned}$$

$$L_2 = \log \frac{\left(t - y \frac{1 - \sin A}{\cos A} \right)^2 + z^2 \left(\frac{1 - \sin A}{\cos A} \right)^2}{\left(t + y \frac{1 + \sin A}{\cos A} \right)^2 + z^2 \left(\frac{1 + \sin A}{\cos A} \right)^2}$$

4. 近似式

特に z が x , または $|1-x|$ に比べて無限小の場合には $y=0(1)$ あるいは $y=0(z)$ にしたがって前節の式を評価すると次のようになる。

$y=0(1)$ のとき

$$\begin{aligned} \frac{v_z}{V} = & \frac{-1}{4\pi \cos A} \left[l(x_r) \frac{1}{2} \log \frac{x_r^2}{(x_r - 1)^2} - \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{l(x_r) - l(\xi')}{x_r - \xi'} d\xi' \right. \\ & + \sin A l(x) \log \frac{\sqrt{x^2 + y^2} + x}{\sqrt{(x-1)^2 + y^2} + (x-1)} - \sin A \int_0^1 \frac{l(x) - l(\xi')}{\sqrt{(x-\xi')^2 + y^2}} d\xi' \\ & - \frac{1}{2} \int_0^1 \left(l(x_r) - \frac{y/\cos A l(\xi')}{\sqrt{(x-\xi')^2 + y^2}} \right) \frac{1}{x_r - \xi'} d\xi' \\ & - \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{l(x_l) - l(\xi')}{x_l - \xi'} d\xi' \\ & \left. + \frac{1}{2} \int_0^1 \left(l(x_l) - \frac{y/\cos A l(\xi')}{\sqrt{(x-\xi')^2 + y^2}} \right) \frac{1}{x_l - \xi'} d\xi' \right] \end{aligned} \quad (4.1)$$

$y=0(z)$ のとき

$$\begin{aligned} \frac{v_z}{V} = & \frac{-1}{4\pi \cos A} \left[l(x_r) \frac{1}{4} \left(1 + \frac{y/\cos A}{\sqrt{y^2/\cos^2 A + z^2}} \right) \log \frac{x_r^2}{(x_r - 1)^2} - \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{l(x_r) - l(\xi')}{x_r - \xi'} d\xi' \right. \\ & + \sin A l(x) \log \frac{4x(1-x)}{y^2 + z^2} - \sin A \int_0^1 \frac{l(x) - l(\xi')}{|x - \xi'|} d\xi' \\ & - \frac{1}{2} \int_0^1 \left(\frac{y/\cos A l(x_r)}{\sqrt{y^2/\cos^2 A + z^2}} - \frac{y/\cos A l(\xi')}{\sqrt{(x-\xi')^2 + y^2 + z^2}} \right) \frac{1}{x_r - \xi'} d\xi' \\ & + \frac{\sin A z^2/\cos^2 A l(x)}{2(y^2/\cos^2 A + z^2 \tan^2 A)} \left[\frac{\sin A}{2} L_1(\frac{1}{6}) - \frac{y}{z} T_1(\frac{1}{6}) \right] \\ & + l(x_l) \frac{1}{4} \left(1 - \frac{y/\cos A}{\sqrt{y^2/\cos^2 A + z^2}} \right) \log \frac{x_l^2}{(x_l - 1)^2} - \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{l(x_l) - l(\xi')}{x_l - \xi'} d\xi' \\ & + \frac{1}{2} \int_0^1 \left(\frac{y/\cos A l(x_l)}{\sqrt{y^2/\cos^2 A + z^2}} - \frac{y/\cos A l(\xi')}{\sqrt{(x-\xi')^2 + y^2 + z^2}} \right) \frac{1}{x_l - \xi'} d\xi' \\ & \left. + \frac{\sin A z^2/\cos^2 A l(x)}{2(y^2/\cos^2 A + z^2 \tan^2 A)} \left[\frac{\sin A}{2} L_2(\frac{1}{6}) + \frac{y}{z} T_2(\frac{1}{6}) \right] \right] \end{aligned} \quad (4.2)$$

特に (4.2) で $y=0$ とおくと

$$\frac{v_z}{V} = \frac{-1}{4\pi \cos A} \left[\frac{1}{2} l(x) \log \frac{x^2}{(x-1)^2} - \int_0^1 \frac{l(x)-l(\xi')}{x-\xi'} d\xi' + \sin A \left(l(x) \log \frac{4x(1-x)}{x^2} - \int_0^1 \frac{l(x)-l(\xi')}{|x-\xi'|} d\xi' \right) - l(x) \log \frac{1+\sin A}{1-\sin A} \right] \quad (4.3)$$

5. ある翼弦方向の点まで平たんな揚力分布

前縁より a 点まで平たんで、以後後縁まで直線的に減少する揚力分布を考える。これは NACA の中心線の設計に用いられた揚力分布である。

$$l(\xi') = \begin{cases} A & 0 \leq \xi' \leq a \\ A + B(\xi' - a) & a \leq \xi' \leq 1 \end{cases} \quad (5.1)$$

A, B は常数である。揚力係数 C_L は

$$C_L = A \left(\frac{1}{2} + \frac{a}{2} \right) \quad (5.2)$$

「3」の積分の一つを I で代表させると

$$\begin{aligned} I &= AI^0(\frac{a}{a}) + (A - Ba)I^0(\frac{1}{a}) + BI^1(\frac{1}{a}) \\ &= AI^0(\frac{1}{a}) + B[I^1(\frac{1}{a}) - aI^0(\frac{1}{a})] \end{aligned} \quad (5.3)$$

ただし I^0, I^1 は「3」の積分で $l(\xi') = 1, l(\xi') = \xi'$ としたものを示す。また () 内の上下の値は積分の上限および下限を示す。これを用いると付録を参照して (3.1) は次のように書ける。

$$\begin{aligned} \frac{v_z}{V} &= -\frac{1}{8\pi \cos A} [A \{I_1^0(\frac{1}{a}) + I_2^0(\frac{1}{a}) + I_3^0(\frac{1}{a}) + I_4^0(\frac{1}{a}) + I_5^0(\frac{1}{a}) + I_6^0(\frac{1}{a})\} \\ &\quad + B \{I_1^1(\frac{1}{a}) - aI_1^0(\frac{1}{a}) + I_2^1(\frac{1}{a}) - aI_2^0(\frac{1}{a}) + I_3^1(\frac{1}{a}) - aI_3^0(\frac{1}{a}) \\ &\quad + I_4^1(\frac{1}{a}) - aI_4^0(\frac{1}{a}) + I_5^1(\frac{1}{a}) - aI_5^0(\frac{1}{a}) + I_6^1(\frac{1}{a}) - aI_6^0(\frac{1}{a})\}] \end{aligned} \quad (5.4)$$

ただし

$$I_1^0 = -\frac{1}{2} \log \left((x_r - \xi')^2 + \frac{z^2}{\cos^2 A} \right) \quad (5.5)$$

$$I_2^0 = I_5^0 = -\sin A \log t \quad (5.6)$$

$$I_3^0 = \frac{1}{2} L_1 \quad (5.7)$$

$$I_4^0 = -\frac{1}{2} \log \left((x_t - \xi')^2 + \frac{z^2}{\cos^2 A} \right) \quad (5.8)$$

$$I_6^0 = \frac{1}{2} L_2 \quad (5.9)$$

$$I_1^1 - aI_1^0 = (x_r - a)I_1^0 - \xi' - \frac{z}{\cos A} \tan^{-1} \frac{x_r - \xi'}{z/\cos A} \quad (5.10)$$

$$I_2^1 - aI_2^0 = I_5^1 - aI_5^0 = (x - a)I_2^0 + \sin A \sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2} \quad (5.11)$$

$$I_3^1 - aI_3^0 = (x_r - a)I_3^0 + \frac{y}{\cos A} \log t + \frac{z}{\cos A} T_1 \quad (5.12)$$

$$I_4^1 - aI_4^0 = (x_l - a)I_4^0 - \frac{z}{\cos A} \tan^{-1} \frac{x_l - \xi'}{z/\cos A} \quad (5.13)$$

$$I_6^1 - aI_6^0 = (x_l - a)I_6^0 - \frac{y}{\cos A} \log t + \frac{z}{\cos A} T_2 \quad (5.14)$$

6. ある翼弦方向の点まで平たんな揚力分布に対する近似式

「4」と同様に z が x または $|1-x|$ に比べて無限小の場合にはつぎのように近似式をつくることができる。(5.4) より,

$y=0(1)$ のとき

$$\begin{aligned} \frac{v_z}{V} = & \frac{-1}{8\pi \cos A} \left[A \left\{ 2 \log \left(\frac{x_r}{1-x_r} \right) + 2 \sin A \log \frac{\sqrt{x^2+y^2}+x}{\sqrt{(x-1)^2+y^2}+(x-1)} \right. \right. \\ & - \log \frac{y/\cos A + \sqrt{x^2+y^2} + \sin A x_r}{y/\cos A + \sqrt{(x-1)^2+y^2} + \sin A (x_r-1)} \\ & + \log \frac{y/\cos A + \sqrt{x^2+y^2} - \sin A x_l}{y/\cos A + \sqrt{(x-1)^2+y^2} - \sin A (x_l-1)} \left. \right\} \\ & + B \left\{ (x_r-a) 2 \log \left| \frac{x_r-a}{x_r-1} \right| + 2(x-a) \sin A \log \frac{\sqrt{(x-a)^2+y^2}+(x-a)}{\sqrt{(x-1)^2+y^2}+(x-1)} \right. \\ & - (x_r-a) \log \frac{y/\cos A + \sqrt{(x-a)^2+y^2} + \sin A (x_r-a)}{y/\cos A + \sqrt{(x-1)^2+y^2} + \sin A (x_r-1)} \\ & + (x_l-a) \log \frac{y/\cos A + \sqrt{(x-a)^2+y^2} - \sin A (x_l-a)}{y/\cos A + \sqrt{(x-1)^2+y^2} - \sin A (x_l-1)} \\ & \left. \left. - 2(1-a) + 2 \sin A (\sqrt{(x-1)^2+y^2} - \sqrt{(x-a)^2+y^2}) \right\} \right] \end{aligned} \quad (6.1)$$

$y=0$ のときは厳密に (5.4) より

$$\begin{aligned} \frac{v_z}{V} = & \frac{-1}{8\pi \cos A} \left[A \left\{ \log \frac{x^2+z^2/\cos^2 A}{(x-1)^2+z^2/\cos^2 A} + 2 \sin A \log \frac{x+\sqrt{x^2+z^2}}{x-1+\sqrt{(x-1)^2+z^2}} \right. \right. \\ & + \log \frac{(x-1+\sqrt{(x-1)^2+z^2})^2+z^2 \left(\frac{1-\sin A}{\cos A} \right)^2}{(x-1+\sqrt{(x-1)^2+z^2})^2+z^2 \left(\frac{1+\sin A}{\cos A} \right)^2} \\ & \left. \left. - \log \frac{(x+\sqrt{x^2+z^2})^2+z^2 \left(\frac{1-\sin A}{\cos A} \right)^2}{(x+\sqrt{x^2+z^2})^2+z^2 \left(\frac{1+\sin A}{\cos A} \right)^2} \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + B \left\{ (x-a) \left(\log \frac{(x-a)^2 + z^2 / \cos^2 A}{(x-1)^2 + z^2 / \cos^2 A} + 2 \sin A \log \frac{x-a + \sqrt{(x-a)^2 + z^2}}{x-1 + \sqrt{(x-1)^2 + z^2}} \right. \right. \\
& + \log \frac{(x-1 + \sqrt{(x-1)^2 + z^2})^2 + z^2 \left(\frac{1 - \sin A}{\cos A} \right)^2}{(x-1 + \sqrt{(x-1)^2 + z^2})^2 + z^2 \left(\frac{1 + \sin A}{\cos A} \right)^2} \\
& \left. \left. - \log \frac{(x-a + \sqrt{(x-a)^2 + z^2})^2 + z^2 \left(\frac{1 - \sin A}{\cos A} \right)^2}{(x-a + \sqrt{(x-a)^2 + z^2})^2 + z^2 \left(\frac{1 + \sin A}{\cos A} \right)^2} \right) \right. \\
& - 2(1-a) - 2 \frac{z}{\cos A} \left(\tan^{-1} \frac{x-1}{z/\cos A} - \tan^{-1} \frac{x-a}{z/\cos A} \right) \\
& + 2 \sin A (\sqrt{(x-1)^2 + z^2} - \sqrt{(x-a)^2 + z^2}) \\
& + 2 \frac{z}{\cos A} \left(\tan^{-1} \frac{x-1 + \sqrt{(x-1)^2 + z^2}}{z \left(\frac{1 - \sin A}{\cos A} \right)} - \tan^{-1} \frac{x-1 + \sqrt{(x-1)^2 + z^2}}{z \left(\frac{1 + \sin A}{\cos A} \right)} \right. \\
& \left. - \tan^{-1} \frac{x-a + \sqrt{(x-a)^2 + z^2}}{z \left(\frac{1 - \sin A}{\cos A} \right)} + \tan^{-1} \frac{x-a + \sqrt{(x-a)^2 + z^2}}{z \left(\frac{1 + \sin A}{\cos A} \right)} \right) \} \]
\end{aligned} \tag{6.2}$$

$y=0$ で $z \ll x, 1-x$ のときは

$$\begin{aligned}
\frac{v_z}{V} = & \frac{-1}{8\pi \cos A} \left[A \left\{ \log \frac{x^2}{(x-1)^2} + 2 \sin A \log \frac{4x(1-x)}{z^2} - 2 \log \frac{1+\sin A}{1-\sin A} \right\} \right. \\
& + B \left\{ \begin{array}{l} \left\{ (x-a)(1-\sin A) \log \left(\frac{x-a}{x-1} \right)^2 - 2(1-a) + 2 \sin A(1-a) \right\} \quad x \leq a \\ \left\{ (x-a) \left(\log \left(\frac{x-a}{x-1} \right)^2 + 2 \sin A \log \frac{4(x-a)(1-x)}{z^2} - 2 \log \frac{1+\sin A}{1-\sin A} \right) \right. \\ \left. - 2(1-a) + 2 \sin A(1+a-2x) \right\} \quad a \leq x \end{array} \right] \}
\end{aligned} \tag{6.3}$$

Weber⁷⁾ が導いたのはこの式で $a=0$ とした場合であったがこのように拡張され、実用に近いものとなった。

7. そりの形状

(6.3)よりわかるように $y=0$ では $z \rightarrow 0$ とすると対数特異点をもつ。それを避けるために Weber と同じように、厚さ分布 z_t で与えられる位置における吹下しを積分する。すなわち

$$z_c(x_r, y) = \int_0^{x_r} \frac{v_z}{V}(x_r, y, z_t) dx_r \tag{7.1}$$

これを迎角 α と、真のそり z_{cm} とに分けると

$$\tan \alpha = -z_c(1, y) \quad (7.2)$$

$$z_{cm}(x_r, y) = z_c(x_r, y) + x_r \tan \alpha \quad (7.3)$$

8. 圧縮性の影響

Prandtl-Glauert の換算を行なえば、以上の非圧縮性としての結果は圧縮性を含んだ場合にも適用される。ここでは次の形で行なう。

マッハ数を M とすると

$$\beta = \sqrt{1 - M^2} \quad (8.1)$$

とおき次の換算を行なう。

圧縮性	非圧縮性
A_c	$A = \beta^2 A_c$
B_c	$B = \beta^2 B_c$
A_c	$\tan A = \frac{1}{\beta} \tan A_c$
z_{ct}	$z_t = \beta z_c$
y_c	$y = \beta y_c$

この A, B, A, z_t に対して吹下しを求め、迎角を α 、そりを z_{cm} とすると、圧縮性の場合には、

$$\tan \alpha_c = \frac{\tan \alpha}{\beta}$$

$$(z_{cm}(x_r, y_c))_{\text{compr.}} = \frac{z_{cm}(x_r, y)}{\beta}$$

9. 数値計算例

(a) $y=0$ の近似式 (6.3) による揚力分布、後退角の影響。

厚さ	NACA 64 A 010
マッハ数	0
後退角	$30^\circ, 45^\circ, 55^\circ, 60^\circ, 65^\circ, \text{および } 70^\circ$
揚力分布	$C_L = 0.3$
(i)	$\alpha = 1.0 \quad A = 0.3$
(ii)	$\alpha = 0.5 \quad A = 0.4 \quad B = -0.8$
(iii)	$\alpha = 0 \quad A = 0.6 \quad B = -0.6$

図 4 に示すように後退角が大きくなるとそりは大きくなるが、その形状は変わらない。迎角も大となる。この傾向は揚力分布の異なる場合もほぼ同じである。揚力分布の違いは図 5 に示すように

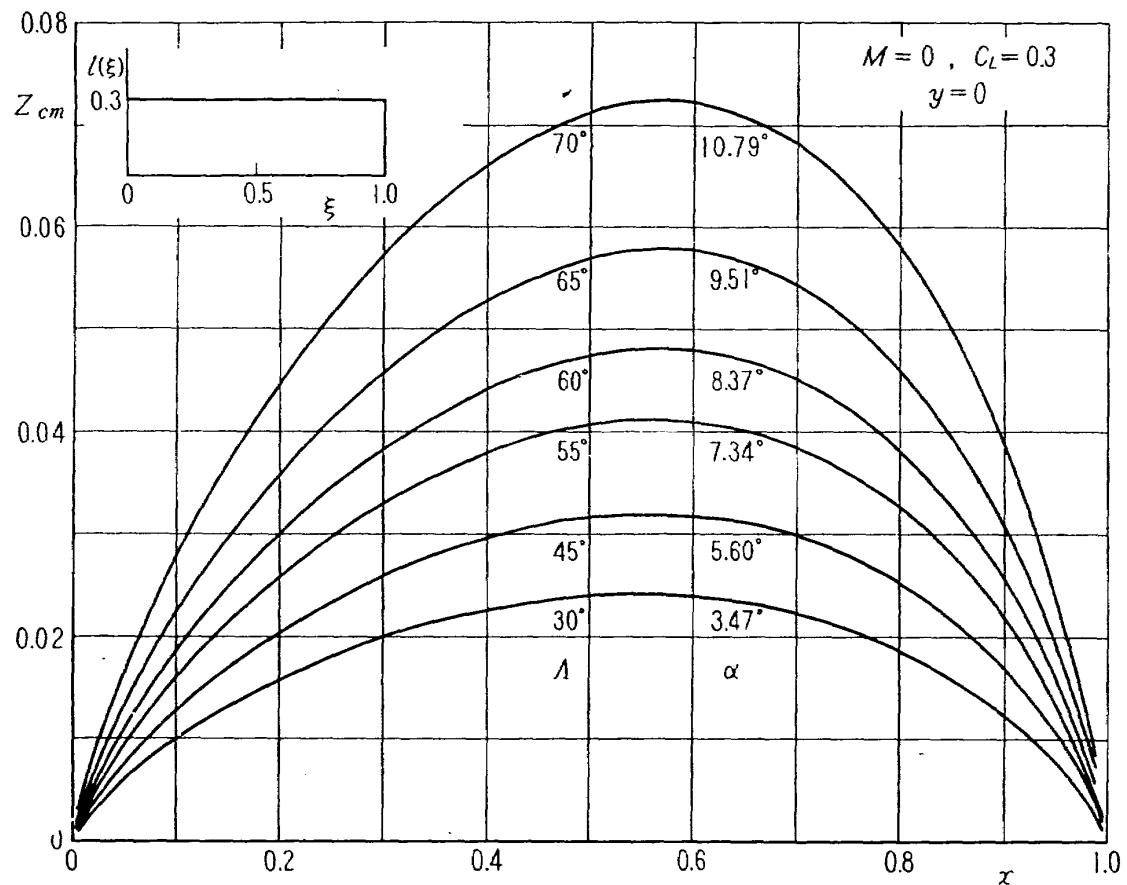


図 4 (a)

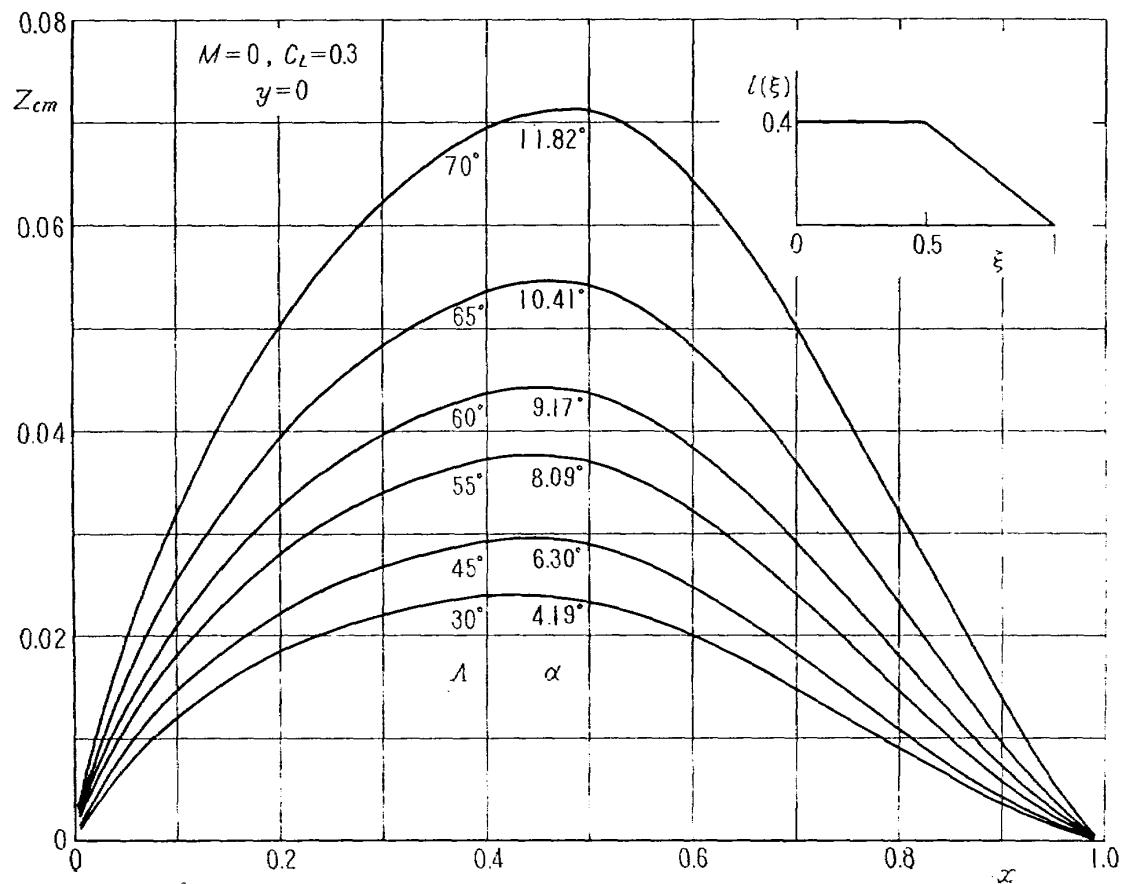


図 4 (b)

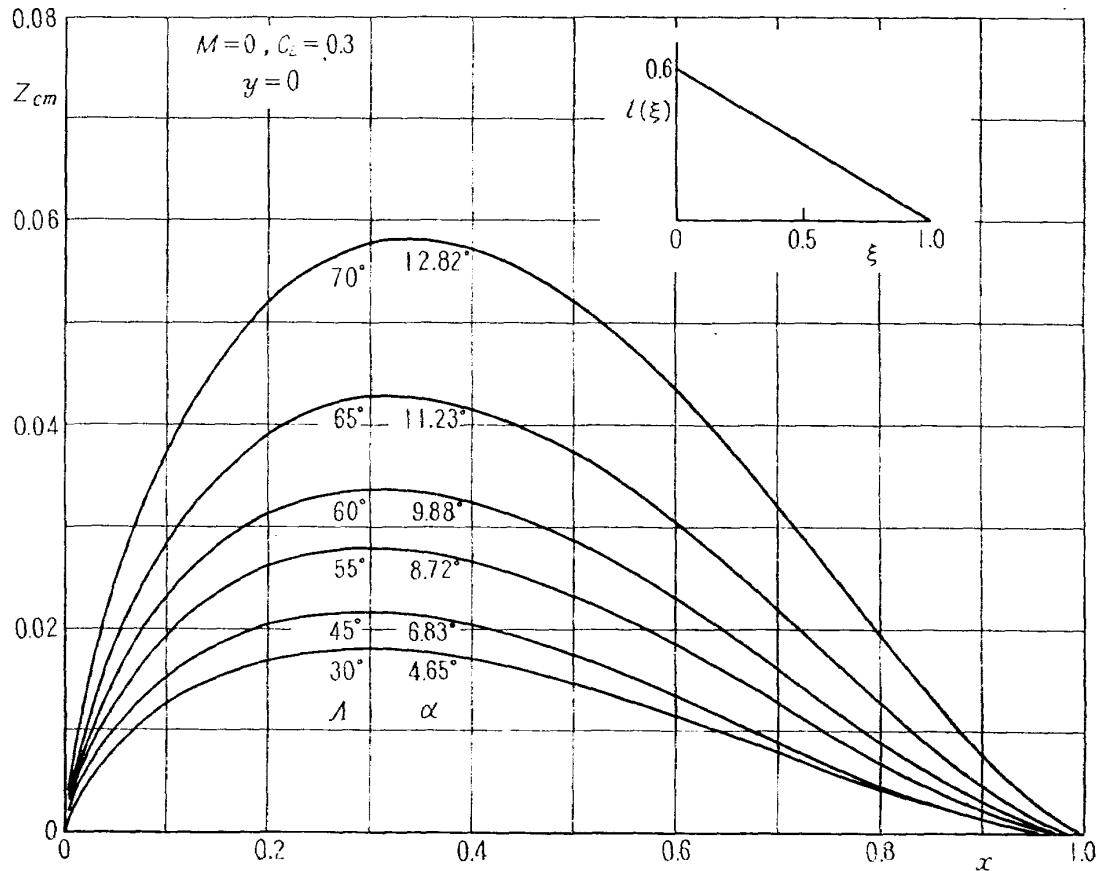


図 4 (c)

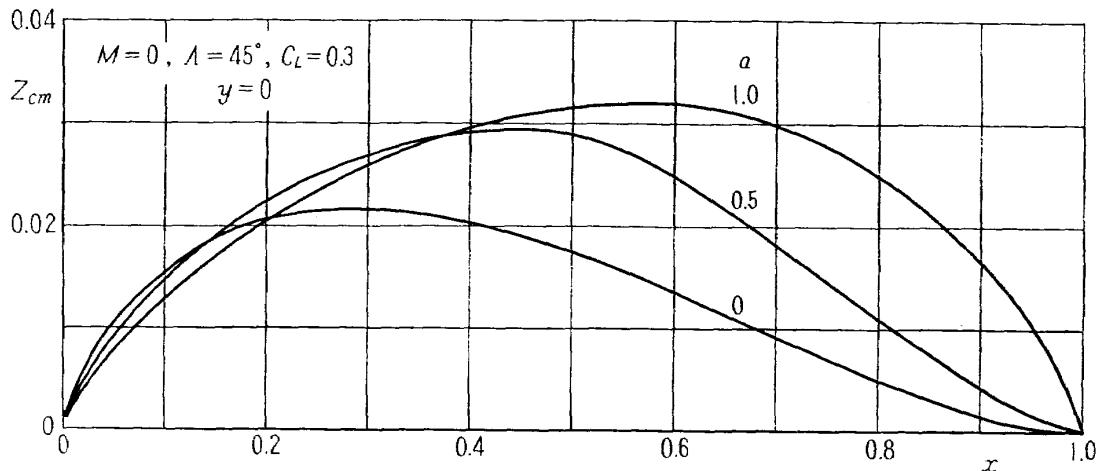


図 5

α が小さくなるほど最大そりの位置は前進し最大そりは小さくなる。

(b) 近似式 (6.1), (6.3) による翼幅方向のそりの変化。近似式による翼幅方向のそりの変化を図 7 に示す。

マッハ数	0.8
後退角	30°
揚力分布	$C_L = 0.3 \quad a = 1.0 \quad A_c = 0.3$

厚さは NACA 64 A 010 の二次元の場合の圧力分布と同じ圧力分布を、上記の平面形の場合に与える翼型を Küchemann⁶⁾ の方法で求めたものを使用した。その際の厚さを図 6 に示す。

図 8 は α_c の翼幅方向の変化を与える。図 7, 8 よりわかつることは $y_c=0.025$ までとっても $y_c=0$

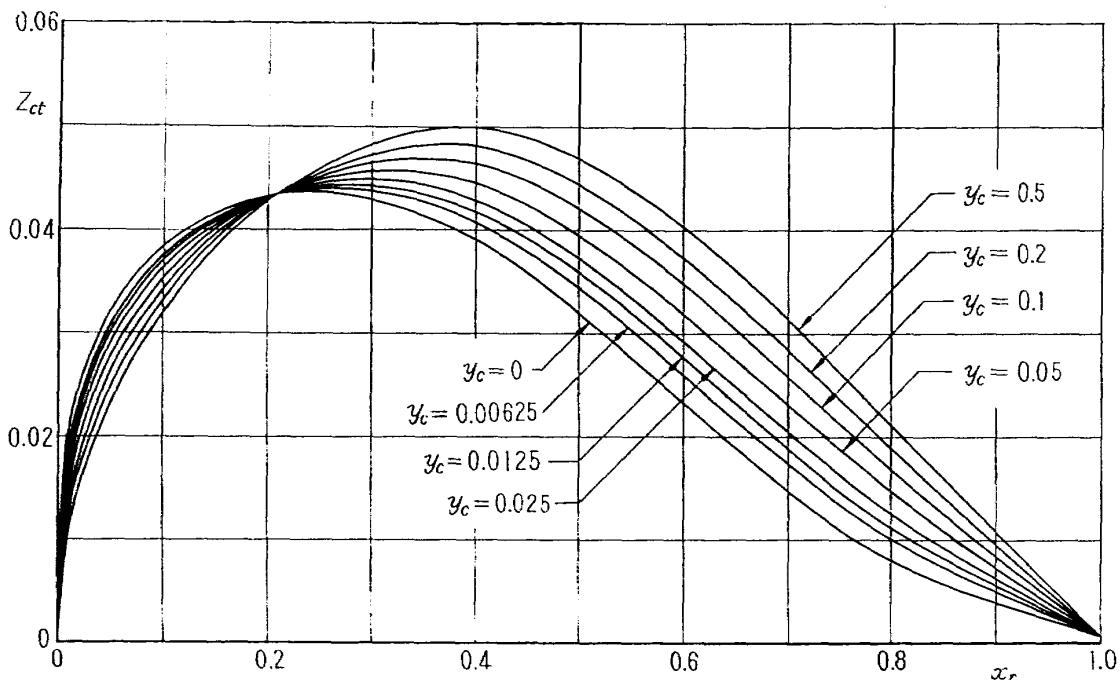


図 6

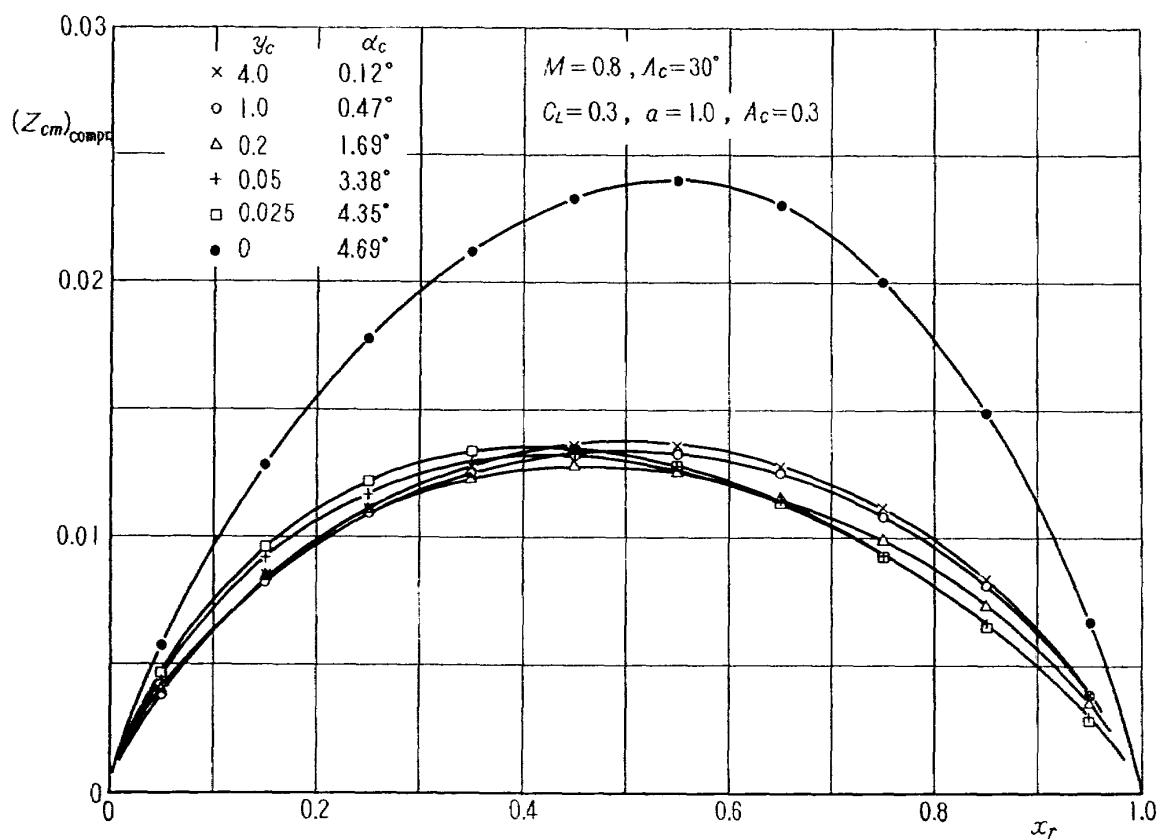


図 7

のそりおよび迎角とうまくつながらないことがある。これをなめらかにつなげるには厳密な式(5.4)による必要がある。

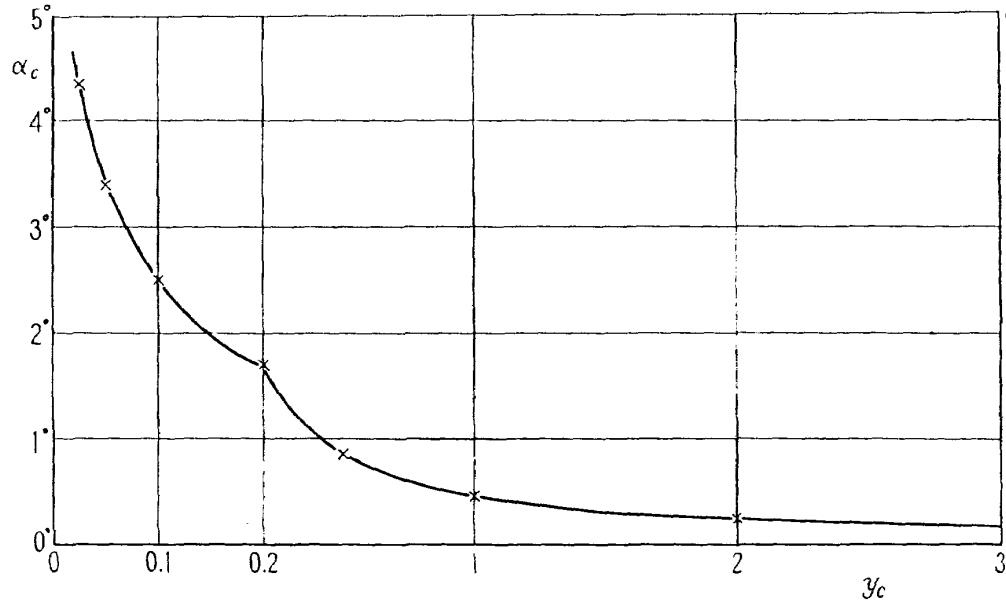


図 8

(c) 近似式の精度。前記の(b)の場合について(5.4)による厳密な式と(6.1), (6.3)による近似式との差を図9に示す。それによれば $y_c=0$ および y_c の 0.1 よりも大きなところでは近似

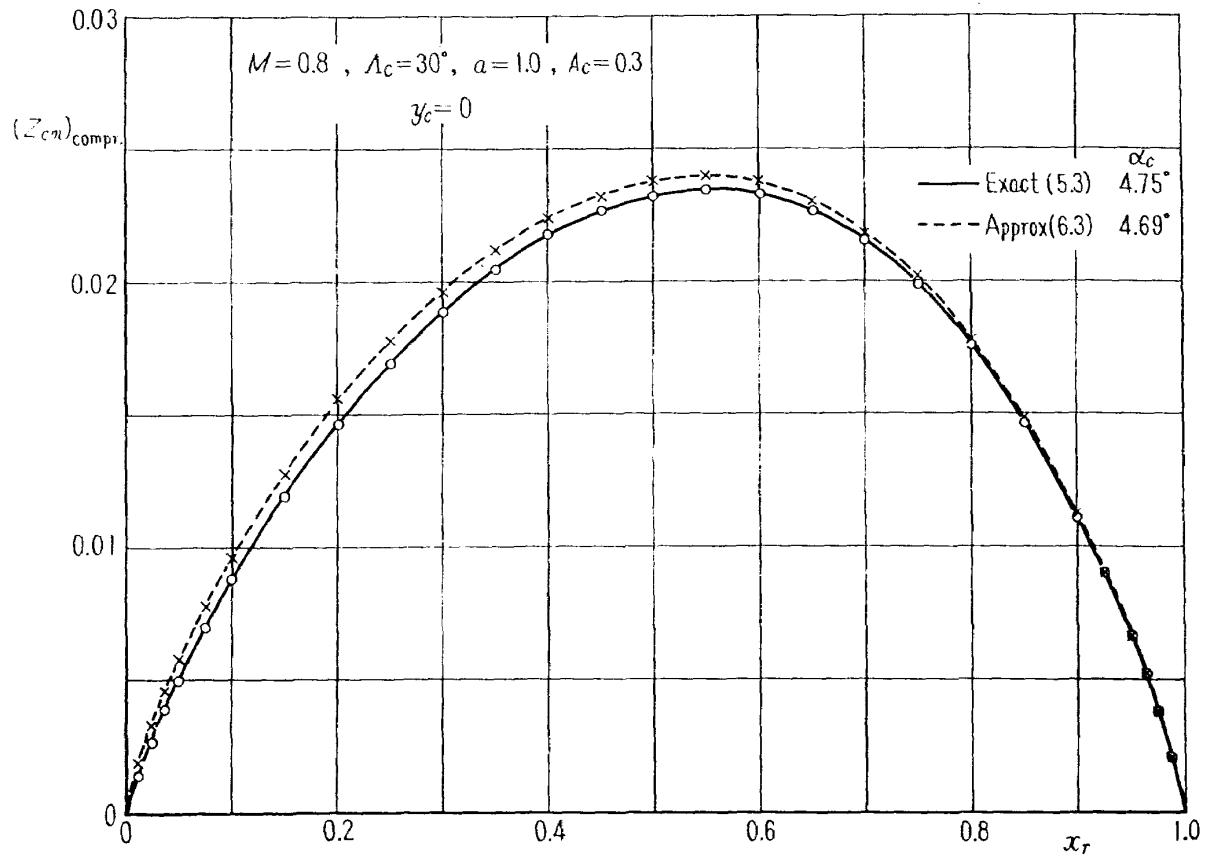


図 9 (a)

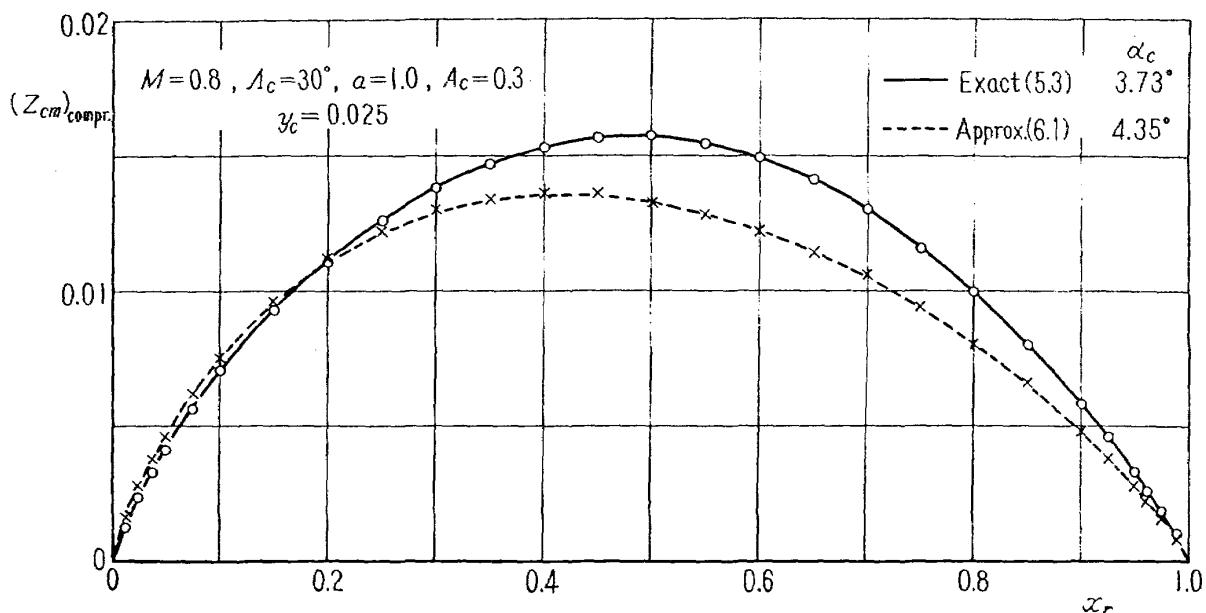


図 9 (b)

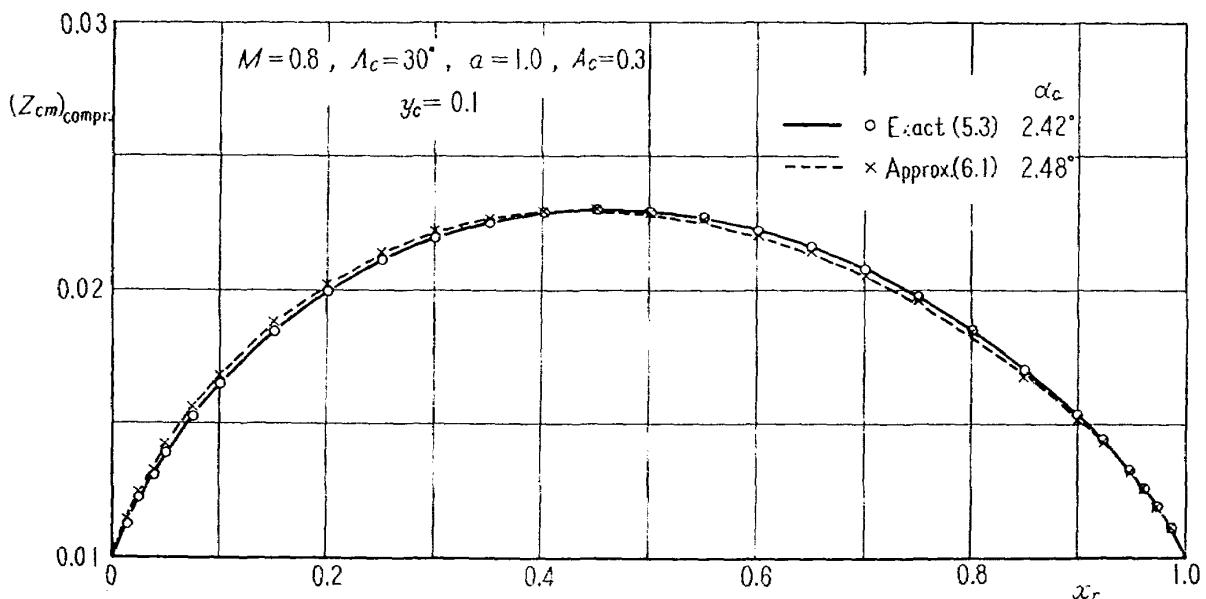


図 9 (c)

式は満足すべき精度をもっているが、中間の $y_c=0.025$ あたりでは著しく悪い。これは $y_c=0$ (1) の仮定がだいぶあやしくなっているからである。

(d) 厳密な式 (5.4) による翼幅方向のそりの変化。(b) 同じ条件で (5.4) による結果を図 10 に示す。 $y_c=0$ までなめらかにつながるけれども、 $y_c=0$ の近くで非常に大きな変化があることに注意しなければならない。 α_c は中央断面に近づくにしたがって急激に大きくなる。そりは初めはやや減少し $y_c=0.2$ あたりで最小となり $y_c=0$ に近づくにしたがって急に大きくなる。

図 11, 12 には (a) で与えたほかの二つの揚力分布の場合の翼幅方向のそりの変化を示す。また図 13 には以上三つの場合の α_c を示す。注意すべきことは図 11 ではそりの大きさは $y=0$ の近

くでそれほど大きくはない点である。しかし $y_c=0$ に近づくにつれて最大そりの位置は前進し、後縁が反転してくる。この傾向は図 12 になるとさらに著しい。

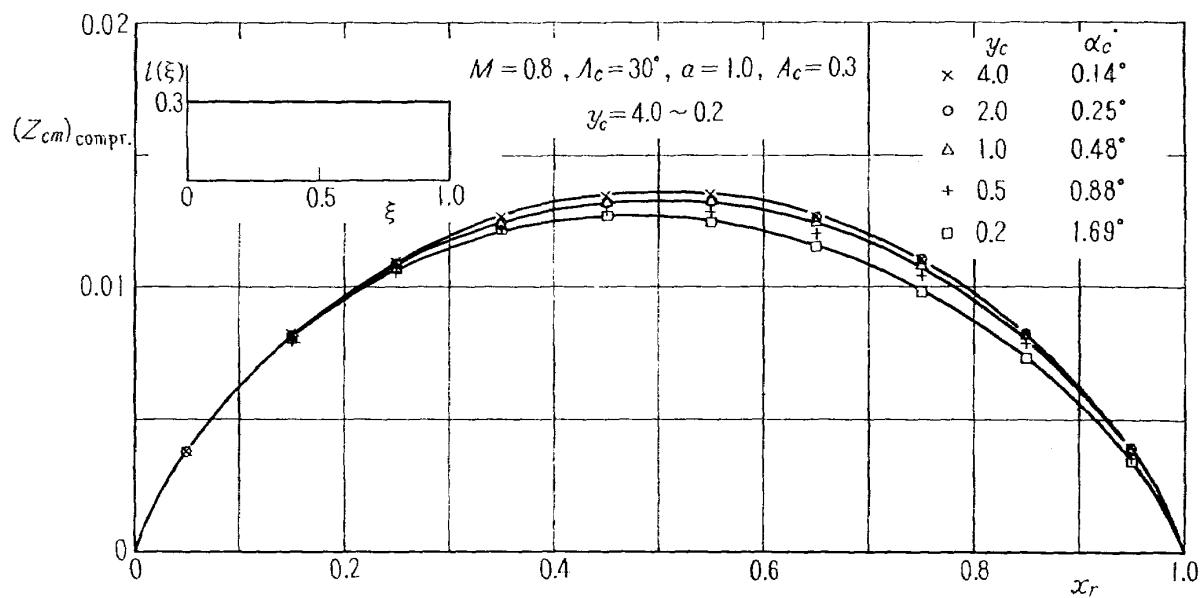


図 10 (a)

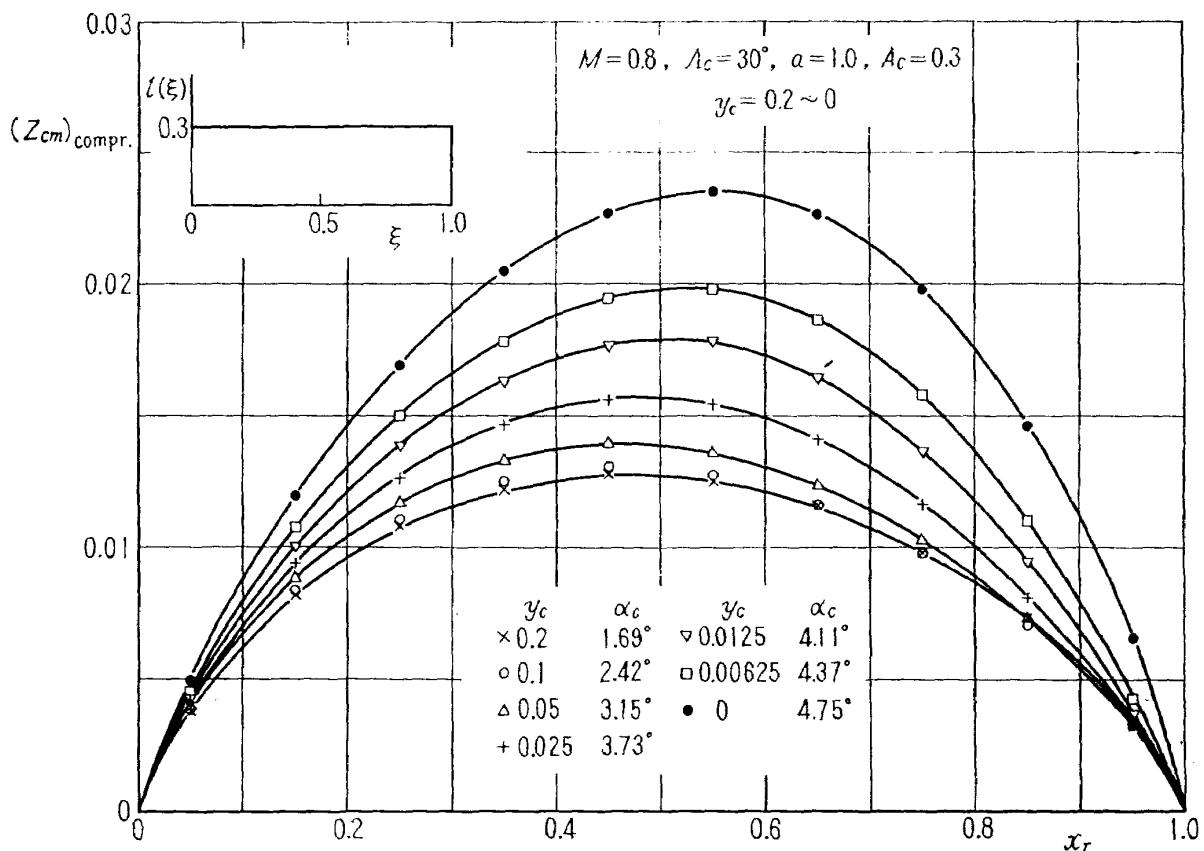


図 10 (b)

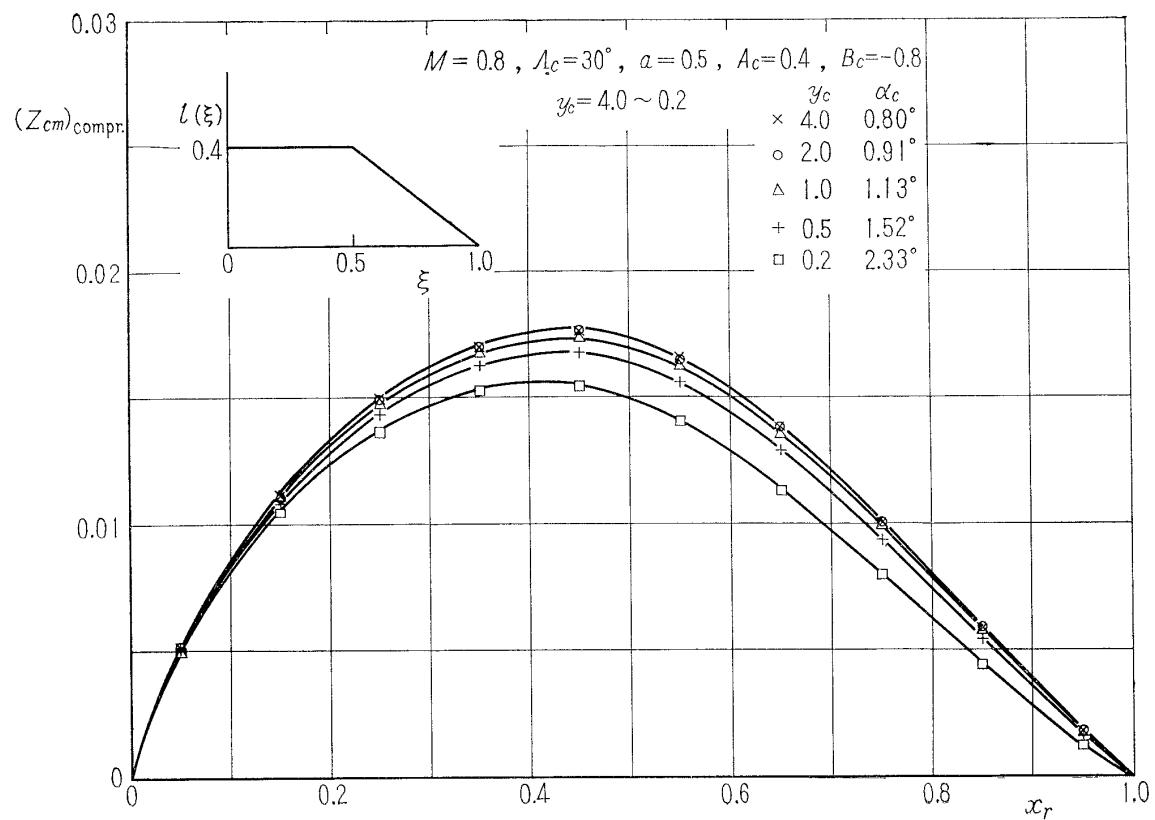


図 11 (a)

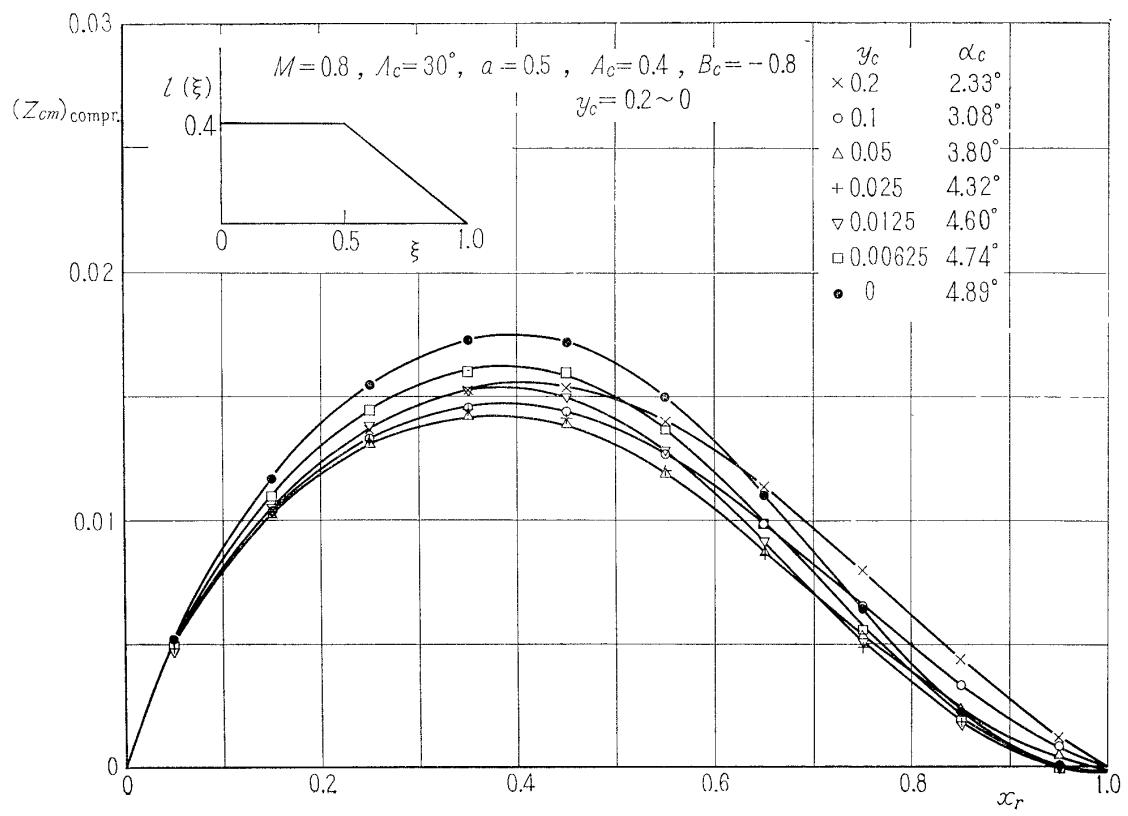


図 11 (b)

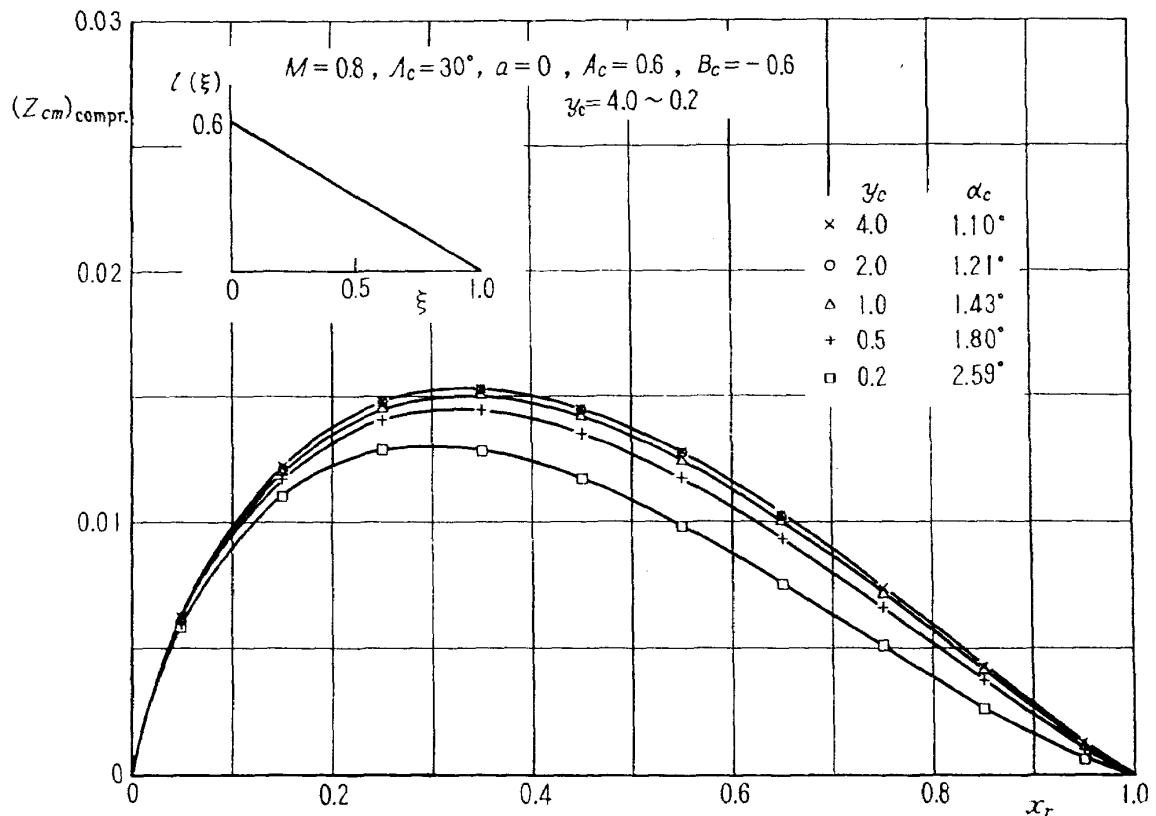


図 12 (a)

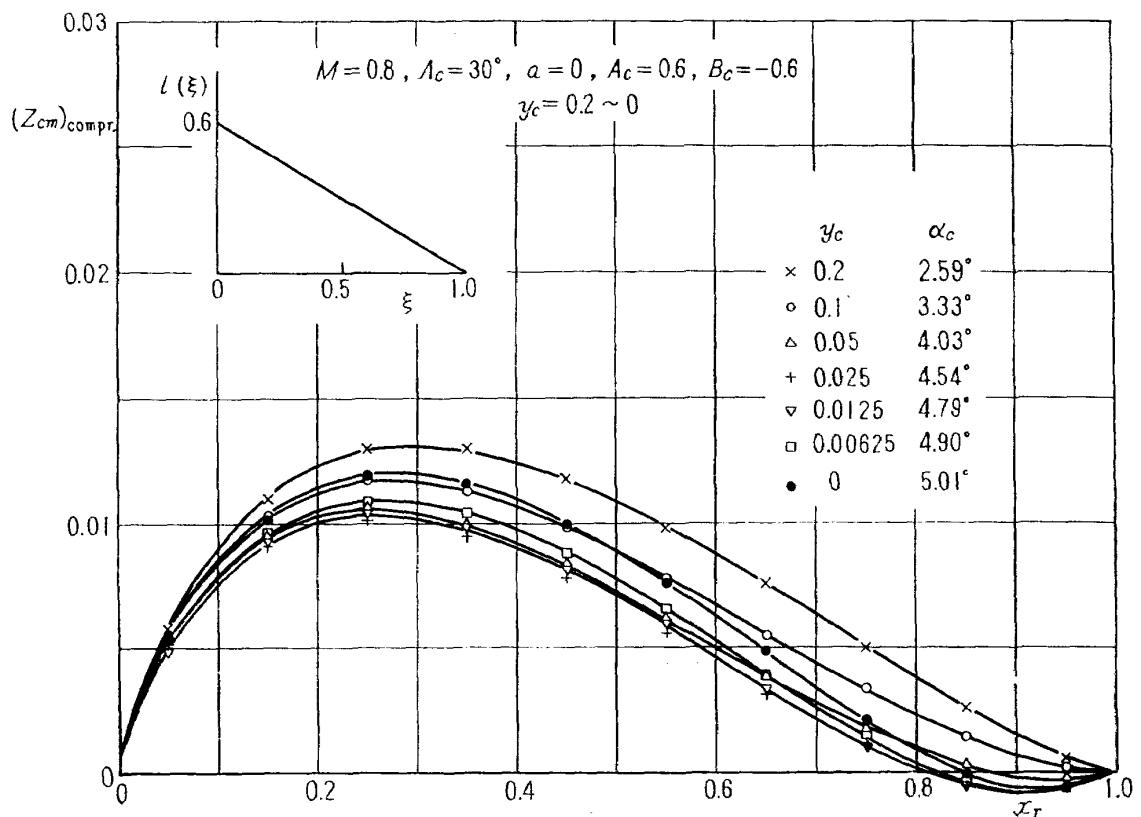


図 12 (b)

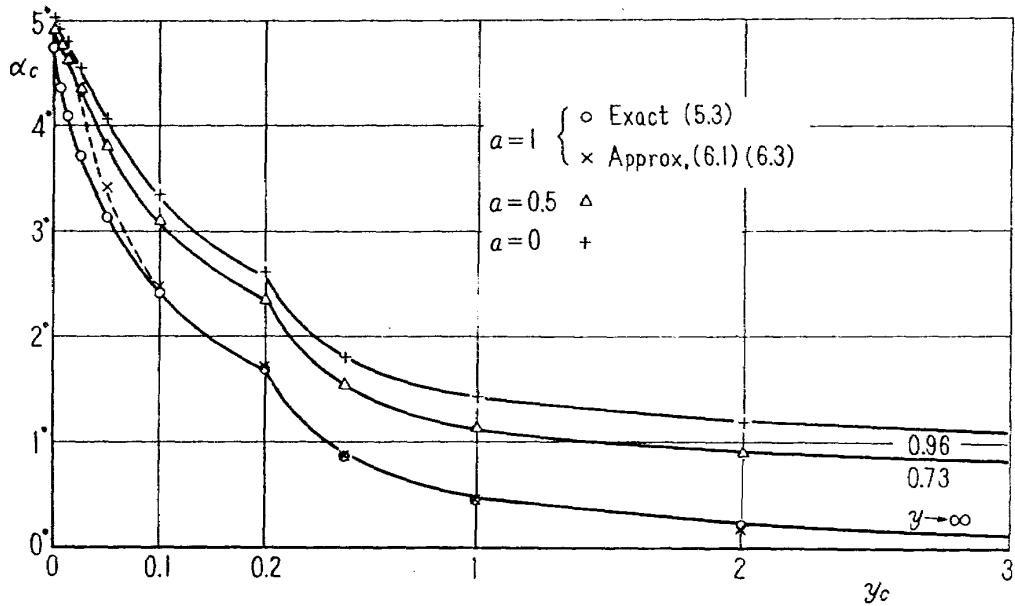


図 13

10. 結 論

- (a) 半無限の後退翼に、揚力分布が翼幅方向の位置に関係しないような式を与える式を導いた。
- (b) この式から中央断面および中央より十分離れた断面において近似式が導けるが、それらは Weber にもみられるように中央断面の付近ではうまくつながらない。本文に導いた厳密な式を用いればなめらかに接続する。
- (c) 数値計算例としては前縁よりある翼弦方向の点までは平たんで以下直線的に減少する揚力分布の場合を示した。

付録 必要な式の誘導

まず必要な不定積分を求めてから、定積分を求ることにする。

(i)

$$I_1(\frac{1}{b}) = \int_0^1 l(\xi') \frac{x - \xi' - y \tan A}{(x - \xi' - y \tan A)^2 + z^2 / \cos^2 A} d\xi' \quad (A.1)$$

いま

$$x_r = x - y \tan A \quad (A.2)$$

とおくと

$$I_1(\frac{1}{b}) = \int_0^1 l(\xi') \frac{x_r - \xi'}{(x_r - \xi')^2 + z^2 / \cos^2 A} d\xi'$$

$$\begin{aligned}
&= l(x_r) \int_0^1 \frac{x_r - \xi'}{(x_r - \xi')^2 + z^2 / \cos^2 A} d\xi' \\
&\quad - \int_0^1 \frac{(l(x_r) - l(\xi'))(x_r - \xi')}{(x_r - \xi')^2 + z^2 / \cos^2 A} d\xi'
\end{aligned} \tag{A.3}$$

あとで必要な積分も考慮して、次の積分を行なう。

$$I_1^0 \equiv \int \frac{x_r - \xi'}{(x_r - \xi')^2 + z^2 / \cos^2 A} d\xi' = -\frac{1}{2} \log \{(x_r - \xi')^2 + z^2 / \cos^2 A\} \tag{A.4}$$

$$I_1^1 \equiv \int \frac{\xi'(x_r - \xi')}{(x_r - \xi')^2 + z^2 / \cos^2 A} d\xi' = x_r I_1^0 - \xi' - \frac{z}{\cos A} \tan^{-1} \frac{x_r - \xi'}{z / \cos A} \tag{A.5}$$

(A.4) を用いると、(A.3) は

$$I_1(\frac{1}{0}) = l(x_r) \frac{1}{2} \log \frac{x_r^2 + z^2 / \cos^2 A}{(x_r - 1)^2 + z^2 / \cos^2 A} - \int_0^1 \frac{(l(x_r) - l(\xi'))(x_r - \xi')}{(x_r - \xi')^2 + z^2 / \cos^2 A} d\xi' \tag{A.6}$$

全く同様にして I_4 に対しては、

$$x_t = x + y \tan A \tag{A.7}$$

とおいて

$$I_4^0 \equiv \int \frac{x_t - \xi'}{(x_t - \xi')^2 + z^2 / \cos^2 A} d\xi' = -\frac{1}{2} \log \{(x_t - \xi')^2 + z^2 / \cos^2 A\} \tag{A.8}$$

$$I_4^1 \equiv \int \frac{\xi'(x_t - \xi')}{(x_t - \xi')^2 + z^2 / \cos^2 A} d\xi' = x_t I_4^0 - \xi' - \frac{z}{\cos A} \tan^{-1} \frac{x_t - \xi'}{z / \cos A} \tag{A.9}$$

$$\begin{aligned}
I_4(\frac{1}{0}) &\equiv \int_0^1 l(\xi') \frac{x - \xi' + y \tan A}{(x - \xi' + y \tan A)^2 + z^2 / \cos^2 A} d\xi' \\
&= l(x_t) \frac{1}{2} \log \frac{x_t^2 + z^2 / \cos^2 A}{(x_t - 1)^2 + z^2 / \cos^2 A} - \int_0^1 \frac{(l(x_t) - l(\xi'))(x_t - \xi')}{(x_t - \xi')^2 + z^2 / \cos^2 A} d\xi'
\end{aligned} \tag{A.10}$$

(ii)

$$I_2(\frac{1}{0}) = \int_0^1 l(\xi') \frac{\sin A}{\sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2}} d\xi' \tag{A.11}$$

は次の形とする。

$$I_2(\frac{1}{0}) = \sin A l(x) \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2}} d\xi' - \sin A \int_0^1 \frac{l(x) - l(\xi')}{\sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2}} d\xi' \tag{A.12}$$

$$I_2^0 \equiv \int \frac{\sin A}{\sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2}} d\xi' = -\sin A \log |(x - \xi') - \sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2}| \tag{A.13}$$

$$I_2^1 \equiv \int \frac{\xi' \sin A}{\sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2}} d\xi' = x I_2^0 + \sin A \sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2} \tag{A.14}$$

$$I_2(\frac{1}{0}) = \sin A l(x) \log \frac{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + x}{\sqrt{(x - 1)^2 + y^2 + z^2} + (x - 1)} - \sin A \int_0^1 \frac{l(x) - l(\xi')}{\sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2}} d\xi' \tag{A.15}$$

$I_5(\frac{1}{0})$ は完全に $I_2(\frac{1}{0})$ と同じである。

(iii)

$$I_3(\frac{1}{\theta}) = \int_0^1 l(\xi') \frac{y/\cos A(x-\xi'-y\tan A)-\sin A z^2/\cos A}{\{(x-\xi'-y\tan A)^2+z^2/\cos^2 A\}\sqrt{(x-\xi')^2+y^2+z^2}} d\xi' \quad (\text{A.16})$$

これを I_{31} と I_{32} とに分ける。

$$I_{31}(\frac{1}{\theta}) \equiv \frac{y}{\cos A} \int_0^1 l(\xi') \frac{x-\xi'-y\tan A}{\{(x-\xi'-y\tan A)^2+z^2/\cos^2 A\}\sqrt{(x-\xi')^2+y^2+z^2}} d\xi' \quad (\text{A.17})$$

これは $l(\xi')/\sqrt{(x-\xi')^2+y^2+z^2}$ を (A.1) の $l(\xi')$ に相当するものと考えれば、(A.6) に相当して、

$$\begin{aligned} I_{31} &= \frac{y}{\cos A} \left[-\frac{l(x_r)}{\sqrt{y^2/\cos^2 A+z^2}} \frac{1}{2} \log \{(x_r-\xi')^2+z^2/\cos^2 A\} \right. \\ &\quad \left. - \int \left(\frac{l(x_r)}{\sqrt{y^2/\cos^2 A+z^2}} - \frac{l(\xi')}{\sqrt{(x-\xi')^2+y^2+z^2}} \right) \frac{x_r-\xi'}{(x_r-\xi')^2+z^2/\cos^2 A} d\xi' \right] \quad (\text{A.18}) \end{aligned}$$

次に

$$I_{32}(\frac{1}{\theta}) \equiv -\sin A \frac{z^2}{\cos^2 A} \int_0^1 l(\xi') \frac{1}{\{(x-\xi'-y\tan A)^2+z^2/\cos^2 A\}\sqrt{(x-\xi')^2+y^2+z^2}} d\xi' \quad (\text{A.19})$$

$$\begin{aligned} I_{32} &= -\sin A \frac{z^2}{\cos^2 A} l(x) \int \frac{1}{\{(x-\xi'-y\tan A)^2+z^2/\cos^2 A\}\sqrt{(x-\xi')^2+y^2+z^2}} d\xi' \\ &\quad + \sin A \frac{z^2}{\cos^2 A} \int \frac{l(x)-l(\xi')}{\{(x-\xi'-y\tan A)^2+z^2/\cos^2 A\}\sqrt{(x-\xi')^2+y^2+z^2}} d\xi' \quad (\text{A.20}) \end{aligned}$$

 $l(\xi')=1$ に対する I_{31} を I_{31}^0 , $l(\xi')=\xi'$ に対する I_{31} を I_{31}^1 と書くと、

$$J_1 = \int \frac{x-\xi'-y\tan A}{\{(x-\xi'-y\tan A)^2+z^2/\cos^2 A\}\sqrt{(x-\xi')^2+y^2+z^2}} d\xi' \quad (\text{A.21})$$

$$J_2 = \int \frac{(x-\xi'-y\tan A)\xi'}{\{(x-\xi'-y\tan A)^2+z^2/\cos^2 A\}\sqrt{(x-\xi')^2+y^2+z^2}} d\xi' \quad (\text{A.22})$$

$$J_3 = \int \frac{1}{\{(x-\xi'-y\tan A)^2+z^2/\cos^2 A\}\sqrt{(x-\xi')^2+y^2+z^2}} d\xi' \quad (\text{A.23})$$

$$J_4 = \int \frac{\xi'}{\{(x-\xi'-y\tan A)^2+z^2/\cos^2 A\}\sqrt{(x-\xi')^2+y^2+z^2}} d\xi' \quad (\text{A.24})$$

の積分を求めればよい。まず J_2 と J_4 は J_1 , J_3 で表わされる。

$$J_2 = (x-y\tan A)J_1 + \log |(x-\xi')+\sqrt{(x-\xi')^2+y^2+z^2}| + \frac{z^2}{\cos^2 A} J_3 \quad (\text{A.25})$$

$$J_4 = (x-y\tan A)J_3 - J_1 \quad (\text{A.26})$$

 J_1 , J_3 は変数を次の t に置き換えて積分される。

$$t = (x-\xi') + \sqrt{(x-\xi')^2+y^2+z^2} \quad (\text{A.27})$$

$$J_1 = \frac{1}{y^2/\cos^2 A + z^2 \tan^2 A} \left[z \tan A T_1 + \frac{1}{2} \frac{y}{\cos A} L_1 \right] \quad (\text{A.28})$$

$$J_3 = \frac{1}{y^2/\cos^2 A + z^2 \tan^2 A} \left[\frac{y}{z} T_1 - \frac{\sin A}{2} L_1 \right] \quad (\text{A.29})$$

$$T_1 \equiv \tan^{-1} \frac{t + y \left(\frac{1 - \sin A}{\cos A} \right)}{z \left(\frac{1 - \sin A}{\cos A} \right)} - \tan^{-1} \frac{t - y \left(\frac{1 + \sin A}{\cos A} \right)}{z \left(\frac{1 + \sin A}{\cos A} \right)} \quad (\text{A.30})$$

$$L_1 \equiv \log \frac{\left(t + y \frac{1 - \sin A}{\cos A} \right)^2 + z^2 \left(\frac{1 - \sin A}{\cos A} \right)^2}{\left(t - y \frac{1 + \sin A}{\cos A} \right)^2 + z^2 \left(\frac{1 + \sin A}{\cos A} \right)^2} \quad (\text{A.31})$$

I_{31}^0, I_{31}^1 は

$$I_{31}^0 = \frac{y}{\cos A} J_1 \quad (\text{A.32})$$

$$I_{31}^1 = \frac{y}{\cos A} \left[(x - y \tan A) J_1 + \log |x - \xi' + \sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2}| + \frac{z^2}{\cos^2 A} J_3 \right] \quad (\text{A.33})$$

同様に $l(\xi')=1$ に対する I_{32} を I_{32}^0 , $l(\xi')=\xi'$ に対する I_{32} を I_{32}^1 とすると,

$$I_{32}^0 = -\sin A \frac{z^2}{\cos^2 A} J_3 \quad (\text{A.34})$$

$$I_{32}^1 = -\sin A \frac{z^2}{\cos^2 A} [(x - y \tan A) J_3 - J_1] \quad (\text{A.35})$$

以上両者の和すなわち, $l(\xi')=1$ に対する I_3 を I_3^0 , $l(\xi')=\xi'$ に対する I_3 を I_3^1 とすると, (A.23)~(A.35) によって,

$$I_3^0 = \frac{1}{2} L_1 \quad (\text{A.36})$$

$$I_3^1 = \frac{1}{2} L_1 + \frac{z}{\cos A} T_1 + \frac{y}{\cos A} \log |x - \xi' - \sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2}| \quad (\text{A.37})$$

また (A.18), (A.20) より (A.23), (A.29) を参照して,

$$\begin{aligned} I_3(\frac{1}{2}) &= \frac{y}{\cos A} \left[\frac{l(x_r)}{\sqrt{y^2/\cos^2 A + z^2}} \frac{1}{2} \log \frac{x_r^2 + z^2/\cos^2 A}{(x_r - 1)^2 + z^2/\cos^2 A} \right. \\ &\quad \left. - \int_0^1 \left(\frac{l(x_r)}{\sqrt{y^2/\cos^2 A + z^2}} - \frac{l(\xi')}{\sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2}} \right) \frac{x_r - \xi'}{(x_r - \xi')^2 + z^2/\cos^2 A} d\xi' \right] \\ &\quad + \frac{\sin A}{y^2/\cos^2 A + z^2 \tan^2 A} \left[\frac{\sin A}{2} L_1(\frac{1}{2}) - \frac{y}{z} T_1(\frac{1}{2}) \right] \\ &\quad + \sin A \frac{z^2}{\cos^2 A} \int_0^1 \frac{l(x) - l(\xi')}{\{(x - \xi' - y \tan A)^2 + z^2/\cos^2 A\} \sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2}} d\xi' \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

I_6 についても全く同様である。あるいは I_8 の結果の y の代りに $-y$ を代入すればよい。すなわち

$$T_2 \equiv \tan^{-1} \frac{t-y\left(\frac{1-\sin A}{\cos A}\right)}{z\left(\frac{1+\sin A}{\cos A}\right)} - \tan^{-1} \frac{t+y\left(\frac{1+\sin A}{\cos A}\right)}{z\left(\frac{1+\sin A}{\cos A}\right)} \quad (\text{A.39})$$

$$L_2 \equiv \log \frac{\left(t-y\frac{1-\sin A}{\cos A}\right)^2 + z^2\left(\frac{1-\sin A}{\cos A}\right)^2}{\left(t+y\frac{1+\sin A}{\cos A}\right)^2 + z^2\left(\frac{1+\sin A}{\cos A}\right)^2} \quad (\text{A.40})$$

$$I_6^0 = \frac{1}{2} L_2 \quad (\text{A.41})$$

$$I_6^1 = \frac{1}{2} L_2 + \frac{z}{\cos A} T_2 - \frac{y}{\cos A} \log |x - \xi' - \sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2}| \quad (\text{A.42})$$

$$\begin{aligned} I_6(\xi) = & -\frac{y}{\cos A} \left[\frac{l(x_i)}{\sqrt{y^2/\cos^2 A + z^2}} \frac{1}{2} \log \frac{x_i^2 + z^2/\cos^2 A}{(x_i - 1)^2 + z^2/\cos^2 A} \right. \\ & - \int_0^1 \left(\frac{l(x_i)}{\sqrt{y^2/\cos^2 A + z^2}} - \frac{l(\xi')}{\sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2}} \right) \frac{x_i - \xi'}{(x_i - \xi')^2 + z^2/\cos^2 A} d\xi' \Big] \\ & + \frac{\sin A z^2/\cos^2 A l(x)}{y^2/\cos^2 A + z^2 \tan^2 A} \left[\frac{\sin A}{2} L_2(\xi) + \frac{y}{z} T_2(\xi) \right] \\ & + \sin A \frac{z^2}{\cos^2 A} \int_0^1 \frac{l(x) - l(\xi')}{\{(x - \xi' + y \tan A)^2 + z^2/\cos^2 A\} \sqrt{(x - \xi')^2 + y^2 + z^2}} d\xi' \end{aligned}$$

以上で「3」「5」で必要な式が導かれた。

文 献

- 1) R. T. Jones & D. Cohen: High Speed Wing Theory, High Speed Aerodynamics and Jet Propulsion Vol. VII (1957) pp. 36-48, Princeton Univ. Press.
- 2) E. W. E. Rogers & I. M. Hall: An Introduction to the Flow about Plane Swept-back Wings at Transonic Speeds, J. Roy. Aeron. Soc. Vol. 64, (1960) pp. 449-464.
- 3) D. Küchermann, J. Weber & G. G. Brebner: Low Speed Tests on 45° Sweptback Wings, R & M 2882 (1951).
- 4) W. G. Bickley: Critical Conditions for Compressible Flow, R & M 2330, (1946).
- 5) J. A. Bagley: Some Aerodynamic Principles for the Design of Swept Wings, Progress in Aeronautical Sciences Vol. 3, (1962) pp. 1-83, Pergamon Press.
- 6) D. Küchermann & J. Weber: The Subsonic Flow Past Swept Wings at Zero Lift without and with Body, R & M 2908, (1956).
- 7) J. Weber: The Shape of the Center Part of a Swept-back Wing with a Required Load Distribution, R & M 3098, (1957).

I. 河崎 俊夫
NAL TR-94
航空宇宙技術研究所
翼幅方向に一様な揚力分布をもつ半無限の後退翼
1965 年 10 月 23 ページ

後退翼は遷音速において、臨界マッハ数を大きくするのに有効である。しかし単純後退翼の理論で予想されるほどの大幅な臨界マッハ数の向上はみられない。これは実際の翼では中央部および翼端で等圧線が主流と垂直になり、単純後退翼の理論で要求されている流れと異なるからである。本報告においては、中央部付近断面においても単純後退翼の理論で要求されているようにほかの断面と全く同じ揚力分布をもつようなそりを求めた。また与えた揚力分布としては、前縁よりある点までは一定で以下直線的に減少するような分布に対して数値計算の結果を示した。

I. 河崎 俊夫
NAL TR-94
航空宇宙技術研究所
翼幅方向に一様な揚力分布をもつ半無限の後退翼
1965 年 10 月 23 ページ

NAL TR-94
航空宇宙技術研究所
翼幅方向に一様な揚力分布をもつ半無限の後退翼
1965 年 10 月 23 ページ

後退翼は遷音速において、臨界マッハ数を大きくするのに有効である。しかし単純後退翼の理論で予想されるほどの大幅な臨界マッハ数の向上はみられない。これは実際の翼では中央部および翼端で等圧線が主流と垂直になり、単純後退翼の理論で要求されている流れと異なるからである。本報告においては、中央部付近断面においても単純後退翼の理論で要求されているようにほかの断面と全く同じ揚力分布をもつようなそりを求めた。また与えた揚力分布としては、前縁よりある点までは一定で以下直線的に減少するような分布に対して数値計算の結果を示した。

I. 河崎 俊夫
NAL TR-94
航空宇宙技術研究所
翼幅方向に一様な揚力分布をもつ半無限の後退翼
1965 年 10 月 23 ページ

NAL TR-94
航空宇宙技術研究所
翼幅方向に一様な揚力分布をもつ半無限の後退翼
1965 年 10 月 23 ページ

後退翼は遷音速において、臨界マッハ数を大きくするのに有効である。しかし単純後退翼の理論で予想されるほどの大幅な臨界マッハ数の向上はみられない。これは実際の翼では中央部および翼端で等圧線が主流と垂直になり、単純後退翼の理論で要求されている流れと異なるからである。本報告においては、中央部付近断面においても単純後退翼の理論で要求されているようにほかの断面と全く同じ揚力分布をもつようなそりを求めた。また与えた揚力分布としては、前縁よりある点までは一定で以下直線的に減少するような分布に対して数値計算の結果を示した。

TR-84	遷音速タービン翼列二次元試験（II） Experimental Investigation on Transonic Turbine Cascades (II)	1965年3月 近藤博, 菅田光弘 山崎紀雄
TR-85	回転翼の線型理論（II） —揚力線理論— Linearized Aerodynamic Theory of Rotor Blades (II) —Lifting-Line Theory—	1965年3月 市川輝雄
TR-86	高速多段軸流圧縮機の部分負荷特性の一計算法 A Method for Predicting the off-design Performance of Multi-Stage Axial-Flow Compressors Operating in the Transonic Flow	1965年5月 松木正勝, 藤井昭一 五味光男
TR-87	亜音速流中のパネルフラッターとダイバージェンス（II）圧縮流理論, (III) 実験的研究 Study of Two Dimensional Panel Flutter and Panel Divergence in Subsonic Flow (II) Compressible Flow Case (III) Experimental Study	1965年6月 石井孝雄
TR-88	尾翼, 脊体結合構造物の地上振動試験結果に関する定性的な吟味 Qualitative Examinations on the Results of Ground Vibration Tests of Tail Wing-Fuselage Combination Structure	1965年6月 塙武敏, 越出慎一
TR-89	垂直突風および航空機の突風応答に関する実験的研究 An Experimental Investigation on Vertical Gusts and the Airplane Response	1965年6月 小野幸一, 山根皓三郎
TR-90	ヒステリシスループの形, 繰返しによる形の変化および繰返し後の塑性流動応力の上昇 第一報 実験, 第二報 摂りの場合の理論 The Shape of Mechanical Hysteresis Loop, its deformation due to Stress Repetition and Resulting Increase in Flow Stress (Part 1. Experiment, Part 2. Theory for Torsion)	1965年7月 中西不二夫, 佐藤和郎 永井文雄
TR-91	固体プロペラントの割れ目内への火炎伝ば (I) Flame Propagation into the Gap of Solid Propellant Grain (I)	1965年7月 五代富文
TR-92	ロケット胴体をまわる超音速の一近似解法 (I) 一迎角0のとき— An Approximate Calculation for Supersonic Flow past Bodies of Rocket Vehicles (I) —Linearized Flow with Axial Symmetry—	1965年7月 谷喬
TR-93	遷音速動安定試験 Dynamic Testing at Transonic Speed	1965年10月 小橋安次郎, 河野長正 西武徳

航空宇宙技術研究所報告94号

昭和40年10月 発行

発行所 航空宇宙技術研究所

東京都調布市深大寺町1880

電話武藏野(422)(4)9171(代表)

印刷所

笠井出版印刷社

東京都港区西新橋1の21の8