

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-104

翼幅方向に一様な揚力分布をもつ
三次元後退翼のそり

河崎俊夫・海老原正夫

1966年4月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 報 告

- TR-80 変分法直接解法において解に及ぼす束縛の数値的影響
Numerical Effect of Constraints in Calculus of the Direct Variational Method 1965年1月 堀 武敏, 越出慎一
- TR-81 FRP コーティングの断熱特性
Thermal Insulation Characteristics of FRP Coating 1965年1月 竹中幸彦, 江川幸一
小川鉦一
- TR-82 多段軸流圧縮機の部分負荷特性の簡易計算法
A Simple Method of Calculating the Off-design Performance of Multi-Stage Axial-Flow Compressor 1965年2月 松木正勝, 藤井昭一
- TR-83 亜音速流中のパネルフラッターとダイバージェンス (I)
—非圧縮流理論—
Theoretical Study of Two-Dimensional Panel Flutter and Panel Divergence in Subsonic Flow (I)
—Incompressible Flow Case— 1965年2月 石井孝雄
- TR-84 遷音速タービン翼列二次元試験 (II)
Experimental Investigation on Transonic Turbine Cascades (II) 1965年3月 近藤 博, 藪田光弘
山崎紀雄
- TR-85 回転翼の線型理論 (II)
—揚力線理論—
Linearized Aerodynamic Theory of Rotor Blades (II)
—Lifting-Line Theory— 1965年3月 市川輝雄
- TR-86 高速多段軸流圧縮機の部分負荷特性の一計算法
A Method for Predicting the Off-design Performance of Multi-Stage Axial-Flow Compressors Operating in the Transonic Flow 1965年5月 松木正勝, 藤井昭一
五味光男
- TR-87 亜音速流中のパネルフラッタとダイバージェンス (II) 圧縮流理論, (III) 実験的研究
Theoretical Study of Two Dimensional Panel Flutter and Panel Divergence in Subsonic Flow
(II) Compressible Flow Case
(III) Experimental Study 1965年6月 石井孝雄
- TR-88 尾翼, 胴体結合構造物の地上振動試験結果に関する定性的な吟味
Qualitative Examinations on the Results of Ground Vibration Tests of Tail Wing-Fuselage Combination Structure 1965年6月 堀 武敏, 越出慎一
- TR-89 垂直突風および航空機の突風応答に関する実験的研究
An Experimental Investigation on Vertical Gusts and the Airplane Response 1965年6月 小野幸一, 山根皓三郎
- TR-90 ヒステリシスループの形, 繰返しによる形の変化および繰返し後の塑性流動応力の上昇
第1報 実験, 第2報 ねじりの場合の理論
The Shape of Mechanical Hysteresis Loop, its deformation due to Stress Repetition and Resulting Increase in Flow Stress
(Part 1. Experiment, Part 2. Theory for Torsion) 1965年7月 中西不二夫, 佐藤和郎
永井文雄
- TR-91 固体プロペラントの割れ目内への火炎伝ば (I)
Flame Propagation into the Gap of Solid Propellant Grain (I) 1965年7月 五代富文
- TR-92 ロケット胴体をまわる超音速流の一近似解法 (I) —迎角0のとき—
An Approximate Calculation for Supersonic Flow Past Bodies of Rocket Vehicles (I)
—Linearized Flow with Axial Symmetry— 1965年8月 谷 喬
- TR-93 遷音速動安定試験
Dynamic Testing at Transonic Speed 1965年10月 小橋安次郎, 河野長正
西 武徳

翼幅方向に一様な揚力分布をもつ 三次元後退翼のそり*

河崎 俊夫**・海老原 正夫**

The Camber Distribution of a Spanwise Uniformly Loaded Subsonic Wing

By Toshio KAWASAKI and Masao EBIHARA

In this report the author discusses the shape of three-dimensional wings in the subsonic flow, with load distribution uniform in spanwise- and arbitrary in chordwise direction. A certain restriction has to be placed on the planform of the wing: the wing, swept-back or not, should have straight leading- and trailing edges.

Formulae, derived from linearised theory, are given with which one can obtain the camber shape from predetermined load distribution.

In addition, presented is an expression for calculating the Mach Number distribution normal to the isobars on the wing surface.

Some numerical examples show that the advent of the critical stage on the wing surface will be delayed up to a considerably high uniform-stream Mach Number by means of designing the camber shape for the wing in such a manner that it possesses spanwise uniform loading with a suitable chordwise shape of distribution.

1. 結 言

高亜音速あるいは遷音速を巡航領域とする航空機の翼の多くが後退角をもつ理由は、これによって翼面上の臨界マッハ数を増大せしめるということ、つまり、衝撃波の発生を、より高い主流マッハ数までおさえるということにある。

Bickley¹⁾によれば、翼面上のある点における流れ場を考えると、この点における等圧線に垂直な方向の速度成分が、その局所音速を越えて始めて衝撃波の発生が問題となる。したがって、衝撃波の発生を遅らせるためには、この速度成分をできるだけ小さくすればよい。

このためには、速度の方向が等圧線となす角度を小さくすればよいわけで、後退角はこのための手段となるものである。

* 昭和 41 年 3 月 29 日

** 空気力学第二部

無限翼幅後退翼を考えると、この翼の上の等圧線はすべて、主流に対して、前縁が主流となす一定の角度だけ傾いているから、臨界マッハ数は、対応する二次元翼に比して、この角度の正弦に反比例して向上する。

しかしながら有限翼幅の三次元翼では、単純に後退角を与えても、等圧線がそれに伴って傾くことが望めない。とくに、翼根部と翼端部では、等圧線が常に主流方向に直交する傾向を示し、後退角効果がほとんど失われる²⁾。

この対策として、翼平面形あるいは翼断面を適当に修正して、翼根部および翼端部における等圧線を無限翼幅後退翼のそれに接近せしめることが考えられる。

このような考えに基づいて、Küchemann³⁾、Weber⁴⁾などが、翼断面厚み分布、そり分布についての考察を行なったが、対象は、半無限翼幅後退翼である。

本報告では、これを拡張して、有限翼幅の場合について、翼幅方向に一樣な揚力分布をもつようなそりを求める計算を行なった。

考える翼の平面形は、前縁および後縁が直線であればよく、テーパしていてもさしつかえない。

揚力分布が翼幅方向に一樣であれば、等圧線は前縁および後縁の延長線の交点を通る直線となるから、等圧線に垂直な方向は、主流に対し、常に後縁の後退角より大きい角度をなし、翼根部および翼端部でも、十分大きい後退角効果を期待できる。

これを実際にみるためには、計算したそり分布をもつ翼の上の流れ場を求め、等圧線に垂直な方向のマッハ数成分が、翼弦方向にどのように分布するかを調べるとよい。この目的で、等圧線に垂直な方向のマッハ数成分を算出する式を与えた。

記 号

a : 図 2 参照。ただし、「8」では、局所音速を表わす。

a_∞ : 一様流の音速

R : 縦横比

b : 図 2 参照

c_p : 圧力係数

c_{PU} : $\lim_{z \rightarrow 0^+} c_p$ 上面の圧力係数

c_{PL} : $\lim_{z \rightarrow 0^-} c_p$ 下面の圧力係数

$l(x_1, y_1)$: 負荷分布 (2.4) 式参照

l_{1a} : (4.1) 式参照

l_{2b} : (4.2) 式参照

M : 局所マッハ数

- M_∞ : 一様流のマッハ数
 M_n : マッハ数の等圧線に垂直な方向の成分
 r : $r = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + z^2}$
 s : 半翼幅 (翼根翼弦長を1としたときの)
 V : 一様流の速度
 V_n : 速度の等圧線に垂直な方向の成分
 v_x : x 方向の擾乱速度
 v_y : y 方向の擾乱速度
 v_z : z 方向の擾乱速度
 x : 一様流の方向の座標
 x_1 : x 方向の積分変数
 x_i : 前縁の方程式 (3.1) 式参照
 x_{r1} : $x_{r1} = x - 1 - s \tan \phi$
 x_{ra} : $x_{ra} = x - a - s \tan \chi$
 x_{rb} : $x_{rb} = x - b - s \tan \varrho$
 $x_{r\xi_1}$: $x_{r\xi_1} = x - \xi_1 - s \tan A_{\xi_1}$
 x_i : 後縁の方程式 (3.2) 式参照
 y : 翼面内において一様流に直角な方向の座標
 y_1 : y 方向の積分変数
 z : 翼面に垂直な方向の座標
 z_c : そり分布 (7.1) 式参照
 z_{cm} : そり分布 (7.3) 式参照
 z_t : 厚み分布
 α : 局所迎角 (7.2) 式参照
 ξ : 前縁からの距離と局所翼弦長との比 (4.3) 式参照
 ξ_1 : ξ の積分変数
 A : 等圧線が y 軸となす角
 A_ξ : 図1参照
 A_{ξ_1} : (5.3) 式参照
 λ : $1 - (\text{テーパ比})$
 ρ : $\rho = s/\lambda$
 σ : $\sigma = \lambda/s$

$\tau(x_1, y_1)$: 点 (x_1, y_1) におかれた doublet の強さ

$\phi(x, y, z)$: 擾乱ポテンシャル

φ : 前縁の後退角

ψ : 後縁の後退角

χ : (6.6) 式参照

Ω : $\tan^{-1}(\tan \varphi - \sigma b)$

$\mathbf{1}(x)$: (4.5) 式参照

添字

c : 圧縮流中の値であることを示す。

2. 基礎方程式

非圧縮性流体の線型理論によれば、そのみをもち、厚みをもたない翼が、小さい迎角をもって流れの中におかれた場合、この翼による擾乱ポテンシャル ϕ は、次の関係式によって与えられる。

$$\phi(x, y, z) = -\frac{1}{4\pi} \iint_{S+W} \tau(x_1, y_1) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \right) dx_1 dy_1 \quad (2.1)$$

ここに、

$\tau(x_1, y_1)$: 翼面あるいは後流上 (x_1, y_1) におかれた doublet の強さ。

S : 翼面

W : 後流

$$r = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + z^2} \quad (2.2)$$

である。

doublet の強さを表わす τ は、不連続面でのポテンシャルの値と次の関係がある。

$$\tau(x_1, y_1) = \phi(x_1, y_1, -0) - \phi(x_1, y_1, +0) \quad (2.3)$$

翼上下面の圧力差を表示する次の関係式:

$$l(x_1, y_1) = c_{PL}(x_1, y_1) - c_{PU}(x_1, y_1) \quad (2.4)$$

c_{PU} : 翼上面における圧力係数

c_{PL} : 翼下面における圧力係数

と、線型理論でよく知られた関係式:

$$c_P = -2 \frac{1}{V} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2.5)$$

とを用い、後流では圧力の不連続が存在しないことに注意して (1.2) を書き直すと次式を得る⁴⁾。

$$\phi(x, y, z) = \frac{Vz}{8\pi} \iint_S \frac{l(x_1, y_1)}{(y-y_1)^2 + z^2} \left\{ 1 + \frac{x-x_1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + z^2}} \right\} dx_1 dy_1 \quad (2.6)$$

この翼による吹下し v_z は、 ϕ を z で微分すれば得られ、そり分布 z_c は、次の関係式によって定められる。

$$\frac{\partial z_c}{\partial x} = \frac{v_z}{V} = \frac{1}{V} \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2.7)$$

(2.6), (2.7) によって、与えられた負荷分布 $l(x, y)$ をもつようなそり分布 z_c を計算することができる。

3. 翼平面形について

考える翼の平面形は、図1に示すように、前縁、後縁とも直線からなるものとする。

前縁の後退角を φ 、後縁の後退角を ψ とすると、前縁線および後縁線の方程式は、それぞれ次のように与えられる。

$$\text{前縁線} \quad x_i - |y| \tan \varphi = 0 \quad (3.1)$$

$$\text{後縁線} \quad x_i - 1 - |y| \tan \psi = 0 \quad (3.2)$$

ただし、上記および以下に現われる長さの次元をもつ量は、すべて翼根部翼弦長 (図1の OA) 基準で無次元化されてあるものとする。

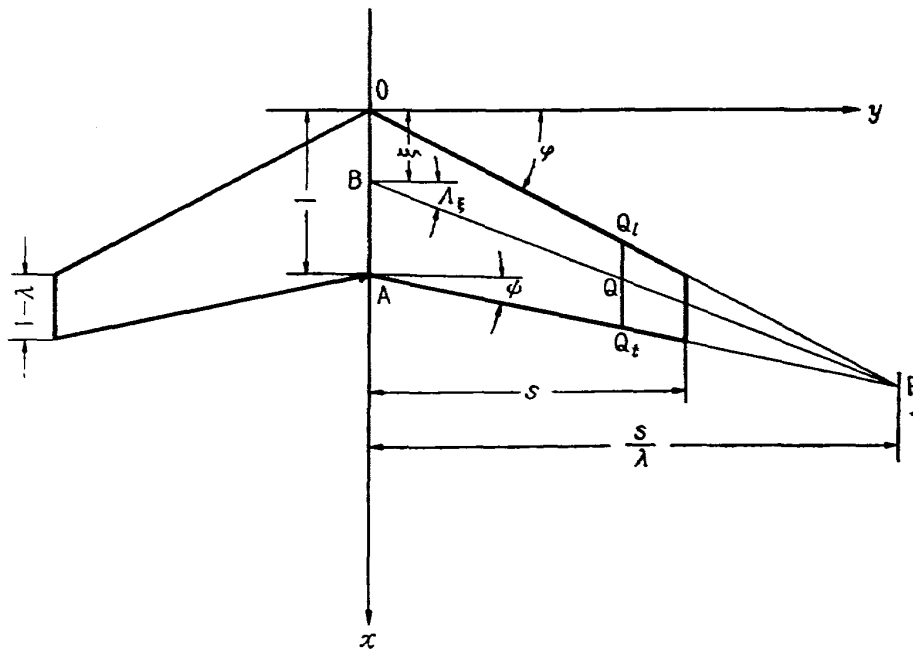


図1 翼平面形

4. 負荷分布 $l(x, y)$

負荷分布 $l(x, y)$ として、次の二種類を考える。

$$(i) \quad l_{1a}(x, y) = 1(\xi - a) - 1(\xi - 1) \quad (4.1)$$

$$(ii) \quad l_{2b}(x, y) = (\xi - b)[1(\xi - b) - 1(\xi - 1)] \quad (4.2)$$

ここに

$$\xi = \frac{x - |y| \tan \varphi}{1 - \sigma |y|} \quad (4.3)$$

$$\sigma = \frac{\lambda}{s} \quad (4.4)$$

$$1(x) = \begin{cases} 1 & : x \geq 0 \\ 0 & : x < 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

ξ の幾何学的意味は次のごとくである。図 1 において、翼根部翼弦上で前縁から ξ なる距離にある点 B と、前縁線および後縁線の交点 P とを結ぶ直線の方程式は、BP の後退角を A_ξ とすると

$$x - \xi = |y| \tan A_\xi \quad (4.6)$$

で与えられ、次の関係式：

$$\tan \varphi - \tan A_\xi = \frac{\lambda}{s} \xi \quad (4.7)$$

を用いると、(4.6) は次の形に書ける。

$$\xi = \frac{x - |y| \tan \varphi}{1 - \sigma |y|} \quad (4.8)$$

BP 上の一点 $Q(x, y)$ を考えると、Q を通って x 軸に平行な直線が前縁および後縁と交わる点をそれぞれ Q_i, Q_e とし、上式右辺の分母は $\overline{Q_i Q_e}$ (局所翼弦長) であり、分子は $\overline{Q_i Q}$ 、つまり前縁から Q までの距離である。すなわち、(4.8) は、前縁からその点までの距離と、その点を通る局所翼弦長との比 $\overline{Q_i Q} / \overline{Q_i Q_e}$ が一定である点の軌跡を表わし、いま考えているような、前後縁とも直線からなる平面形の場合には、この軌跡は点 P を通る直線となる。この軌跡を、考えている翼平面の母線と呼ぶことにする。

(4.1), (4.2) のように、 $l(x, y)$ が ξ のみの関数ということは、負荷分布が、各母線に沿って一定であることを示す。すなわち、翼面上では各母線が等圧線となる。

(4.1), (4.2) を図示すると、図 2 のようになる。

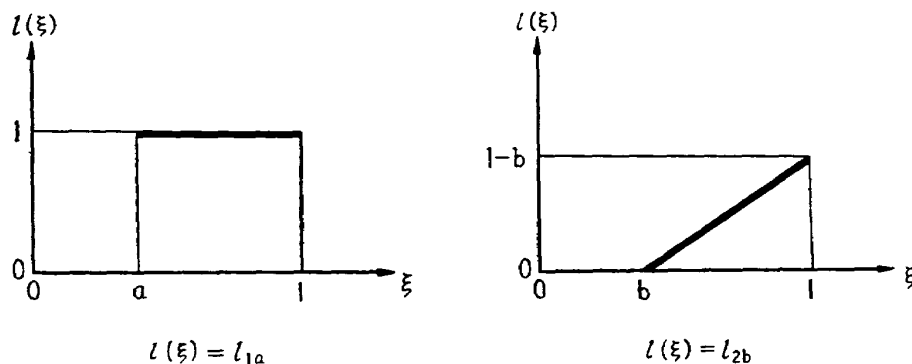


図 2 負荷分布

負荷分布 $l(x, y)$ として、(4.1), (4.2) の二種類を考えておけば、直線のセグメントからなる

負荷分布は、すべてこの両者の重ね合せによって表示することができる。たとえば、負荷分布が図3のように与えられた場合には、

$$l(x, y) = Al_{1\alpha} - Bl_{1\beta} + \frac{B-A}{\beta-\alpha} (l_{2\alpha} - l_{2\beta})$$

となる。

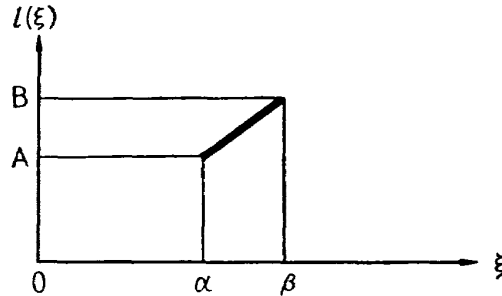


図3 折線負荷分布の一要素

5. 計算方法

(2.6) において、負荷分布 $l(x_1, y_1)$ が ξ_1 のみの関数である場合には、積分変数を (x_1, y_1) から (ξ_1, y_1) に変換することによって、 $l(\xi_1)$ のいかにかかわらず、 y_1 についての積分を実行することができる。図1のごとき翼平面形について、この計算を行なった結果を次に示す。

翼平面形が左右対称の場合には、(2.6) において左翼 ($y_1 < 0$) についての積分が、右翼 ($y_1 > 0$) についての積分から容易に得られるので、計算は右翼についてのみ行なった。これを添字 r で示す。

$$\phi_r(x, y, z) = \frac{V}{8\pi} \int_0^1 F(x, y, z, \xi_1) l(\xi_1) d\xi_1 \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} F(x, y, z, \xi_1) &= z \int_0^s \frac{1 - \sigma y_1}{(y - y_1)^2 + z^2} \left\{ 1 + \frac{x - \xi_1 - y_1 \tan \Lambda_{\xi_1}}{\sqrt{(\xi_1 - x + y_1 \tan \Lambda_{\xi_1})^2 + (y - y_1)^2 + z^2}} \right\} dy_1 \\ &= (1 - \sigma y) \left\{ \tan^{-1} \frac{s - y}{z} + \tan^{-1} \frac{y}{z} + \tan^{-1} \frac{[(s - y)^2 + z^2] \tan \Lambda_{\xi_1} + x_r \xi_1 (s - y)}{z \sqrt{x_r^2 \xi_1 + (s - y)^2 + z^2}} \right. \\ &\quad \left. - \tan^{-1} \frac{(y^2 + z^2) \tan \Lambda_{\xi_1} + y(\xi_1 - x)}{z \sqrt{(x - \xi_1)^2 + y^2 + z^2}} \right\} \\ &\quad + \sigma z \log \left\{ \frac{\sqrt{(x - \xi_1)^2 + y^2 + z^2} - (x - \xi_1)}{\sqrt{x_r^2 \xi_1 + (s - y)^2 + z^2} - x_r \xi_1} \right\} \\ &\quad + \sigma z \sin \Lambda_{\xi_1} \log \left\{ \frac{\sqrt{x_r^2 \xi_1 + (s - y)^2 + z^2} + s \sec \Lambda_{\xi_1} - (x - \xi_1) \sin \Lambda_{\xi_1} - y \cos \Lambda_{\xi_1}}{\sqrt{(x - \xi_1)^2 + y^2 + z^2} - (x - \xi_1) \sin \Lambda_{\xi_1} - y \cos \Lambda_{\xi_1}} \right\} \end{aligned} \quad (5.2)$$

ここに

$$\tan \Lambda_{\xi_1} = \tan \varphi - \frac{\lambda}{s} \xi_1 \quad (5.3)$$

$$x_{r\xi_1} = x - \xi_1 - s \tan \Lambda_{\xi_1} \quad (5.4)$$

左翼についての積分から生ずる部分 ϕ_l については

$$\phi_l(x, y, z) = \phi_r(x, -y, z) \quad (5.5)$$

の関係によって、 ϕ_r の表示式から ϕ_l がただちに求められる。結局

$$\phi = \phi_r + \phi_l = \phi_r(x, y, z) + \phi_r(x, -y, z) \quad (5.6)$$

となる。

(5.1) の表示は、 $l(\xi_1)$ の形が複雑で、(2.6) における重積分を解析的に計算することが不可能または困難な場合には、数値計算の基礎式として役にたつと思われるが、負荷分布 $l(\xi_1)$ が (4.1), (4.2) のようにきわめて簡単な形をしているときは、(5.1) を計算するよりも、(2.6) において、先に ξ_1 について積分してから y_1 についての積分を行なうほうが、計算が容易である。

(2.6) を基礎方程式として、与えられた $l(\xi_1)$ から (2.7) によって z_c を求めるとき、そり分布 z_c のみが必要であるならば、 v_z を求めるだけでよいから、(2.7) で行なわれる ϕ の z についての微分を積分の以前に行なって計算を簡略化することもできる。

6. 計算結果

「3」で与えた翼平面形について、「4」に述べた負荷分布 $l_1(\xi_1)$, $l_2(\xi_1)$ をもつような薄翼の吹下し v_z を求めるために行なった計算の結果を、以下に示す。

この場合、(2.6) は次のように書ける。

$$\phi_r = \frac{Vz}{8\pi} \int_0^1 \frac{1 - \sigma y_1}{(y - y_1)^2 + z^2} dy_1 \int_0^1 l(\xi_1) \left\{ 1 + \frac{x - x_1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + z^2}} \right\} d\xi_1 \quad (6.1)$$

$$x_1 = (1 - \sigma |y_1|) \xi_1 + |y_1| \tan \varphi \quad (6.2)$$

(4.1) で与えられる $l_1(\xi_1)$ に対する ϕ および v_z をそれぞれ ϕ_1 および v_{z1} と、(4.2) で与えられる $l_2(\xi_1)$ に対する ϕ および v_z をそれぞれ ϕ_2 および v_{z2} と書くことにする。

6.1 $l_{1a}(\xi_1) = 1(\xi_1 - a) - 1(\xi_1 - 1)$

$$\begin{aligned} \phi_{r1} / \left(\frac{Vz}{8\pi} \right) &= (1 - a) \left\{ \frac{1 - \sigma y}{z} \left(\tan^{-1} \frac{s - y}{z} + \tan^{-1} \frac{y}{z} \right) + \frac{\sigma}{2} \log \left[\frac{y^2 + z^2}{(s - y)^2 + z^2} \right] \right\} \\ &+ \sec \chi \log \left\{ \frac{\sqrt{x_{ra}^2 + (s - y)^2 + z^2} + s \sec \chi - (x - a) \sin \chi - y \cos \chi}{\sqrt{(x - a)^2 + y^2 + z^2} - (x - a) \sin \chi - y \cos \chi} \right\} \\ &- \frac{\tan \chi}{2} \log \left\{ \frac{\sqrt{x_{ra}^2 + (s - y)^2 + z^2} - x_{ra}}{\sqrt{x_{ra}^2 + (s - y)^2 + z^2} + x_{ra}} \cdot \frac{\sqrt{(x - a)^2 + y^2 + z^2} + x - a}{\sqrt{(x - a)^2 + y^2 + z^2} - (x - a)} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{x-a-y \tan \chi}{z} \left\{ \tan^{-1} \frac{[(s-y)^2+z^2] \tan \chi + x_{ra}(s-y)}{z\sqrt{x_{ra}^2+(s-y)^2+z^2}} \right. \\
& \quad \left. - \tan^{-1} \frac{(y^2+z^2) \tan \chi - (x-a)y}{z\sqrt{(x-a)^2+y^2+z^2}} \right\} \\
& - \sec \psi \log \left\{ \frac{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} + s \sec \psi - (x-1) \sin \psi - y \cos \psi}{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} - (x-1) \sin \psi - y \cos \psi} \right\} \\
& + \frac{\tan \psi}{2} \log \left\{ \frac{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} - x_{r1}}{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} + x_{r1}} \cdot \frac{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} + x-1}{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} - (x-1)} \right\} \\
& - \frac{x-1-y \tan \psi}{z} \left\{ \tan^{-1} \frac{[(s-y)^2+z^2] \tan \psi + x_{r1}(s-y)}{z\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2}} \right. \\
& \quad \left. - \tan^{-1} \frac{(y^2+z^2) \tan \psi - (x-1)y}{z\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2}} \right\} \tag{6.3}
\end{aligned}$$

ここに,

$$x_{ra} = x - a - s \tan \chi \tag{6.4}$$

$$x_{r1} = x - 1 - s \tan \psi \tag{6.5}$$

$$\tan \chi = \tan \psi - (\lambda/s)a \tag{6.6}$$

$$\begin{aligned}
8\pi \left(\frac{v_{r1}}{V} \right) &= (1-a) \left\{ \frac{\sigma}{2} \log \left[\frac{y^2+z^2}{(s-y)^2+z^2} \right] - \frac{y}{y^2+z^2} + (\lambda-1) \frac{s-y}{(s-y)^2+z^2} \right\} \\
& + \sec \chi \log \left\{ \frac{\sqrt{x_{ra}^2+(s-y)^2+z^2} + s \sec \chi - (x-a) \sin \chi - y \cos \chi}{\sqrt{(x-a)^2+y^2+z^2} - (x-a) \sin \chi - y \cos \chi} \right\} \\
& - \frac{\tan \chi}{2} \log \left\{ \frac{\sqrt{x_{ra}^2+(s-y)^2+z^2} - x_{ra}}{\sqrt{x_{ra}^2+(s-y)^2+z^2} + x_{ra}} \cdot \frac{\sqrt{(x-a)^2+y^2+z^2} + x-a}{\sqrt{(x-a)^2+y^2+z^2} - (x-a)} \right\} \\
& - \frac{(s-y)\sqrt{x_{ra}^2+(s-y)^2+z^2}}{(s-y)^2+z^2} - \frac{y\sqrt{(x-a)^2+y^2+z^2}}{y^2+z^2} \\
& - \sec \psi \log \left\{ \frac{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} + s \sec \psi - (x-1) \sin \psi - y \cos \psi}{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} - (x-1) \sin \psi - y \cos \psi} \right\} \\
& + \frac{\tan \psi}{2} \log \left\{ \frac{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} - x_{r1}}{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} + x_{r1}} \cdot \frac{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} + x-1}{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} - (x-1)} \right\} \\
& + \frac{(s-y)\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2}}{(s-y)^2+z^2} + \frac{y\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2}}{y^2+z^2} \tag{6.7}
\end{aligned}$$

上記 v_{r1} において, 第5項 $-y\sqrt{(x-a)^2+y^2+z^2}/(y^2+z^2)$ と, 最終項 $y\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2}/(y^2+z^2)$ は, (5.6) の関係によって, v_{r1} には寄与しないことがわかる。

$$6.2 \quad l_{2b}(\xi_1) = (\xi_1 - b)[1(\xi_1 - b) - 1(\xi_1 - 1)]$$

$$\rho = \frac{s}{\lambda} = \frac{1}{\sigma}$$

とおく。

$$\begin{aligned}
\phi_{r2} / \left(\frac{Vz}{8\pi} \right) &= \frac{1}{2} (1-b)^2 K_1 - (1-b) K_2 + \frac{\rho}{2} (K_3 + K_4) \quad (6.8) \\
K_1 &= \frac{1-\sigma y}{z} \left(\tan^{-1} \frac{s-y}{z} + \tan^{-1} \frac{y}{z} \right) + \frac{\sigma}{2} \log \left\{ \frac{y^2+z^2}{(s-y)^2+z^2} \right\} \\
K_2 &= \sec \psi \log \left\{ \frac{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} + s \sec \psi - (x-1) \sin \psi - y \cos \psi}{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} - (x-1) \sin \psi - y \cos \psi} \right\} \\
&\quad - \frac{\tan \psi}{2} \log \left\{ \frac{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} - x_{r1}}{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} + x_{r1}} \cdot \frac{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} + x-1}{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} - (x-1)} \right\} \\
&\quad + \frac{x-1-y \tan \psi}{z} \left\{ \tan^{-1} \frac{[(s-y)^2+z^2] \tan \psi + x_{r1}(s-y)}{z \sqrt{(x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2)}} \right. \\
&\quad \quad \left. - \tan^{-1} \frac{(y^2+z^2) \tan \psi - (x-1)y}{z \sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2}} \right\} \\
K_3 &= \sec \Omega \tan \Omega \log \left\{ \frac{\sqrt{x_{rb}^2+(s-y)^2+z^2} + s \sec \Omega - (x-b) \sin \Omega - y \cos \Omega}{\sqrt{(x-b)^2+y^2+z^2} - (x-b) \sin \Omega - y \cos \Omega} \right\} \\
&\quad - \frac{(x-\rho \tan \varphi) \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(y-\rho)^2+z^2}}{(y-\rho)^2+z^2} \\
&\quad \times \left\{ \log \left| \frac{\sqrt{x_{rb}^2+(s-y)^2+z^2} - \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(y-\rho)^2+z^2} + (s-\rho) \sec \Omega}{\sqrt{x_{rb}^2+(s-y)^2+z^2} + \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(y-\rho)^2+z^2} + (s-\rho) \sec \Omega} \right| \right. \\
&\quad \left. - \log \left| \frac{\sqrt{(x-b)^2+y^2+z^2} - \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(y-\rho)^2+z^2} - \rho \sec \Omega}{\sqrt{(x-b)^2+y^2+z^2} + \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(y-\rho)^2+z^2} - \rho \sec \Omega} \right| \right\} \\
&\quad + \frac{1}{2} \left\{ \frac{(x-\rho \tan \varphi)^2}{(y-\rho)^2+z^2} - \tan^2 \Omega \right\} \\
&\quad \times \log \left\{ \frac{\sqrt{x_{rb}^2+(s-y)^2+z^2} - x_{rb}}{\sqrt{x_{rb}^2+(s-y)^2+z^2} + x_{rb}} \cdot \frac{\sqrt{(x-b)^2+y^2+z^2} + x-b}{\sqrt{(x-b)^2+y^2+z^2} - (x-b)} \right\} \\
&\quad - \frac{(x-b-y \tan \Omega)^2 (y-\rho) - z^2 \tan \Omega [2(x-b) - (y+\rho) \tan \Omega]}{z [(y-\rho)^2+z^2]} \\
&\quad \times \left\{ \tan^{-1} \frac{[(s-y)^2+z^2] \tan \Omega + x_{rb}(s-y)}{\sqrt{x_{rb}^2+(s-y)^2+z^2}} - \tan^{-1} \frac{(y^2+z^2) \tan \Omega - (x-b)y}{\sqrt{(x-b)^2+y^2+z^2}} \right\} \\
&\quad - \sec \psi \tan \psi \log \left\{ \frac{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} + s \sec \psi - (x-1) \sin \psi - y \cos \psi}{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} - (x-1) \sin \psi - y \cos \psi} \right\} \\
&\quad + \frac{(x-\rho \tan \varphi) \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(y-\rho)^2+z^2}}{(y-\rho)^2+z^2} \\
&\quad \times \left\{ \log \left| \frac{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} - \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(y-\rho)^2+z^2} + (s-\rho) \sec \psi}{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} + \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(y-\rho)^2+z^2} + (s-\rho) \sec \psi} \right| \right. \\
&\quad \left. - \log \left| \frac{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} - \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(y-\rho)^2+z^2} - \rho \sec \psi}{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} + \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(y-\rho)^2+z^2} - \rho \sec \psi} \right| \right\} \\
&\quad - \frac{1}{2} \left\{ \frac{(x-\rho \tan \varphi)^2}{(y-\rho)^2+z^2} - \tan^2 \psi \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \log \left\{ \frac{\sqrt{x_{r1}^2 + (s-y)^2 + z^2} - x_{r1}}{\sqrt{x_{r1}^2 + (s-y)^2 + z^2} + x_{r1}} \cdot \frac{\sqrt{(x-1)^2 + y^2 + z^2} + x-1}{\sqrt{(x-1)^2 + y^2 + z^2} - (x-1)} \right\} \\
& + \frac{(x-1-y \tan \psi)^2 (y-\rho) - z^2 \tan \psi [2(x-1) - (y+\rho) \tan \psi]}{z[(y-\rho)^2 + z^2]} \\
& \times \left\{ \tan^{-1} \frac{[(s-y)^2 + z^2] \tan \psi + x_{r1}(s-y)}{z\sqrt{x_{r1}^2 + (s-y)^2 + z^2}} - \tan^{-1} \frac{(y^2 + z^2) \tan \psi - (x-1)y}{z\sqrt{(x-1)^2 + y^2 + z^2}} \right\} \\
K_4 = & \int_0^s \frac{1}{\rho - y_1} \log \left\{ \frac{\sqrt{(x-1-y_1 \tan \psi)^2 + (y-y_1)^2 + z^2} - (x-1-y_1 \tan \psi)}{\sqrt{(x-b-y_1 \tan \psi)^2 + (y-y_1)^2 + z^2} - (x-b-y_1 \tan \psi)} \right\} dy_1
\end{aligned}$$

ここに,

$$x_{rb} = x - b - s \tan \varrho$$

$$\tan \varrho = \tan \varphi - (\lambda/s)b$$

K_4 の積分は、初等関数でこれを表わすことができないので、実際の計算においては、これを数値積分する。

$$8\pi \left(\frac{v_{\infty}^2}{V} \right) = \frac{1}{2} (1-b)^2 J_1 - (1-b) J_2 + \frac{\rho}{2} (J_3 + J_4 + J_5) \quad (6.9)$$

$$J_1 = \frac{\sigma}{2} \log \left\{ \frac{y^2 + z^2}{(s-y)^2 + z^2} \right\} - \frac{y}{y^2 + z^2} + (\lambda-1) \frac{s-y}{(s-y)^2 + z^2}$$

$$\begin{aligned}
J_2 = & \sec \psi \log \left\{ \frac{\sqrt{x_{r1}^2 + (s-y)^2 + z^2} + s \sec \psi - (x-1) \sin \psi - y \cos \psi}{\sqrt{(x-1)^2 + y^2 + z^2} - (x-1) \sin \psi - y \cos \psi} \right\} \\
& - \frac{\tan \psi}{2} \log \left\{ \frac{\sqrt{x_{r1}^2 + (s-y)^2 + z^2} - x_{r1}}{\sqrt{x_{r1}^2 + (s-y)^2 + z^2} + x_{r1}} \cdot \frac{\sqrt{(x-1)^2 + y^2 + z^2} + x-1}{\sqrt{(x-1)^2 + y^2 + z^2} - (x-1)} \right\} \\
& - \frac{(s-y) \sqrt{x_{r1}^2 + (s-y)^2 + z^2}}{(s-y)^2 + z^2} - \frac{y \sqrt{(x-1)^2 + y^2 + z^2}}{y^2 + z^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_3 = & \sec \varrho \tan \varrho \log \left\{ \frac{\sqrt{x_{rb}^2 + (s-y)^2 + z^2} + s \sec \varrho - (x-b) \tan \varrho - y \cos \varrho}{\sqrt{(x-b)^2 + y^2 + z^2} - (x-b) \sin \varrho - y \cos \varrho} \right\} \\
& - \frac{(x-\rho \tan \varphi) \{ (y-\rho)^2 [(x-\rho \tan \varphi)^2 + (y-\rho)^2] + z^2 [(y-\rho)^2 - (x-\rho \tan \varphi)^2] \}}{[(y-\rho)^2 + z^2]^2 \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2 + (y-\rho)^2 + z^2}} \\
& \times \left\{ \log \left| \frac{\sqrt{x_{rb}^2 + (s-y)^2 + z^2} - \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2 + (y-\rho)^2 + z^2} + (s-\rho) \sec \varrho}{\sqrt{x_{rb}^2 + (s-y)^2 + z^2} + \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2 + (y-\rho)^2 + z^2} + (s-\rho) \sec \varrho} \right| \right. \\
& \left. - \log \left| \frac{\sqrt{(x-b)^2 + y^2 + z^2} - \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2 + (y-\rho)^2 + z^2} - \rho \sec \varrho}{\sqrt{(x-b)^2 + y^2 + z^2} + \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2 + (y-\rho)^2 + z^2} + \rho \sec \varrho} \right| \right\} \\
& + \frac{1}{2} \left\{ \frac{(x-\rho \tan \varphi)^2 [(y-\rho)^2 - z^2]}{[(y-\rho)^2 + z^2]^2} - \tan^2 \varrho \right\} \\
& \times \log \left\{ \frac{\sqrt{x_{rb}^2 + (s-y)^2 + z^2} - x_{rb}}{\sqrt{x_{rb}^2 + (s-y)^2 + z^2} + x_{rb}} \cdot \frac{\sqrt{(x-b)^2 + y^2 + z^2} + x-b}{\sqrt{(x-b)^2 + y^2 + z^2} - (x-b)} \right\} \\
& + \frac{2z(x-\rho \tan \varphi)^2 (y-\rho)}{[(y-\rho)^2 + z^2]^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left\{ \tan^{-1} \frac{[(s-y)^2+z^2] \tan \Omega + x_{rb}(s-y)}{z\sqrt{x_{rb}^2+(s-y)^2+z^2}} - \tan^{-1} \frac{(y^2+z^2) \tan \Omega - (x-b)y}{z\sqrt{(x-b)^2+y^2+z^2}} \right\} \\
& - \frac{(x-b-y \tan \Omega)(\rho-y)(s-y) + [(\rho-y) \tan \Omega - x_{rb}]z^2}{[(s-y)^2+z^2][(\rho-y)^2+z^2]} \sqrt{x_{rb}^2+(s-y)^2+z^2} \\
& + \frac{(x-b-y \tan \Omega)(y-\rho)y + [(\rho-y) \tan \Omega - (x-b)]z^2}{(y^2+z^2)[(\rho-y)^2+z^2]} \sqrt{(x-b)^2+y^2+z^2} \\
& + \frac{z^2(x-\rho \tan \varphi)}{(y-\rho)^2+z^2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{x_{rb}^2+(s-y)^2+z^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-b)^2+y^2+z^2}} \right\} \\
& - \sec \psi \tan \psi \log \left\{ \frac{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} + s \sec \psi - (x-1) \sin \psi - y \cos \psi}{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} - (x-1) \sin \psi - y \cos \psi} \right\} \\
& + \frac{(x-\rho \tan \varphi) \{ (y-\rho)^2[(x-\rho \tan \varphi)^2+(y-\rho)^2] + z^2[(y-\rho)^2-(x-\rho \tan \varphi)^2] \}}{[(y-\rho)^2+z^2]^2 \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(y-\rho)^2+z^2}} \\
& \times \left\{ \log \left| \frac{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} - \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(y-\rho)^2+z^2} + (s-\rho) \sec \psi}{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} + \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(y-\rho)^2+z^2} + (s-\rho) \sec \psi} \right| \right. \\
& \left. - \log \left| \frac{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} - \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(y-\rho)^2+z^2} - \rho \sec \psi}{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} + \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(y-\rho)^2+z^2} - \rho \sec \psi} \right| \right\} \\
& - \frac{1}{2} \left\{ \frac{(x-\rho \tan \varphi)^2[(y-\rho)^2-z^2]}{[(y-\rho)^2+z^2]^2} - \tan^2 \psi \right\} \\
& \times \log \left\{ \frac{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} - x_{r1}}{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} + x_{r1}} \cdot \frac{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} + x-1}{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} - (x-1)} \right\} \\
& - \frac{2z(y-\rho)(x-\rho \tan \varphi)^2}{[(y-\rho)^2+z^2]^2} \\
& \times \left\{ \tan^{-1} \frac{[(s-y)^2+z^2] \tan \psi + x_{r1}(s-y)}{z\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2}} - \tan^{-1} \frac{(y^2+z^2) \tan \psi - (x-1)y}{z\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2}} \right\} \\
& + \frac{(x-1-y \tan \psi)(\rho-y)(s-y) + [(\rho-y) \tan \psi - x_{r1}]z^2}{[(s-y)^2+z^2][(\rho-y)^2+z^2]} \sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} \\
& - \frac{(x-1-y \tan \psi)y(y-\rho) + [(\rho-y) \tan \psi - (x-1)]z^2}{(y^2+z^2)[(\rho-y)^2+z^2]} \sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} \\
& - \frac{z^2(x-\rho \tan \varphi)}{(y-\rho)^2+z^2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2}} \right\} \\
J_4 = & \frac{(x-\rho \tan \varphi)z^2}{[(\rho-y)^2+z^2]\sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(\rho-y)^2+z^2}} \\
& \times \left\{ \log \left| \frac{\sqrt{x_{rb}^2+(s-y)^2+z^2} - \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(\rho-y)^2+z^2} + (s-\rho) \sec \Omega}{\sqrt{x_{rb}^2+(s-y)^2+z^2} + \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(\rho-y)^2+z^2} + (s-\rho) \sec \Omega} \right| \right. \\
& \left. - \log \left| \frac{\sqrt{(x-b)^2+y^2+z^2} - \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(\rho-y)^2+z^2} - \rho \sec \Omega}{\sqrt{(x-b)^2+y^2+z^2} + \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(\rho-y)^2+z^2} - \rho \sec \Omega} \right| \right\} \\
& + \frac{z^2}{2[(\rho-y)^2+z^2]} \log \left\{ \frac{\sqrt{x_{rb}^2+(s-y)^2+z^2} + x_{rb}}{\sqrt{x_{rb}^2+(s-y)^2+z^2} - x_{rb}} \cdot \frac{\sqrt{(x-b)^2+y^2+z^2} - (x-b)}{\sqrt{(x-b)^2+y^2+z^2} + x-b} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{z(y-\rho)}{(\rho-y)^2+z^2} \left\{ \tan^{-1} \frac{[(s-y)^2+z^2] \tan \Omega + x_{r0}(s-y)}{z\sqrt{x_{r0}^2+(s-y)^2+z^2}} \right. \\
& \quad \left. - \tan^{-1} \frac{(y^2+z^2) \tan \Omega - (x-b)y}{z\sqrt{(x-b)^2+y^2+z^2}} \right\} \\
& - \frac{(x-\rho \tan \varphi)z^2}{[(\rho-y)^2+z^2]\sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(\rho-y)^2+z^2}} \\
& \times \left\{ \log \left| \frac{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} - \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(\rho-y)^2+z^2} + (s-\rho) \sec \psi}{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} + \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(\rho-y)^2+z^2} + (s-\rho) \sec \psi} \right| \right. \\
& \quad \left. - \log \left| \frac{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} - \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(\rho-y)^2+z^2} - \rho \sec \psi}{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} + \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(\rho-y)^2+z^2} - \rho \sec \psi} \right| \right\} \\
& - \frac{z^2}{2[(\rho-y)^2+z^2]} \log \left\{ \frac{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} + x_{r1}}{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} - x_{r1}} \cdot \frac{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} - (x-1)}{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} + x-1} \right\} \\
& - \frac{z(y-\rho)}{(\rho-y)^2+z^2} \left\{ \tan^{-1} \frac{[(s-y)^2+z^2] \tan \psi + x_{r1}(s-y)}{z\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2}} \right. \\
& \quad \left. - \tan^{-1} \frac{(y^2+z^2) \tan \psi - (x-1)y}{z\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2}} \right\} \\
J_5 = & \int_0^s \frac{1}{\rho-y_1} \log \left\{ \frac{\sqrt{(x-1-y_1 \tan \psi)^2+(y-y_1)^2+z^2} - (x-1-y_1 \tan \psi)}{\sqrt{(x-b-y_1 \tan \Omega)^2+(y-y_1)^2+z^2} - (x-b-y_1 \tan \Omega)} \right\} dy_1
\end{aligned}$$

z 方向の擾乱速度 v_z は上記のように与えられ、これを用いて (2.7) によりそり分布 z_c が計算される。すなわち、そり分布 z_c を求めるだけならば、 v_z のみを知ればよい訳であるが、流れ場の様子を詳細に知りたいときは、 x 方向および y 方向の擾乱速度 v_x, v_y も必要となり、これらは、擾乱ポテンシャル ϕ を各方向に微分すれば得られる。これに対する計算結果は、付録に掲示してある。

7. そりの形状

基礎方程式 (2.1) は、考えている翼面が、 $z=0$ の面内にあると仮定した場合の表示であって、これに対応して、(2.7) においては、 $z=0$ における v_z を求めて z_c を計算するのが、通常の線型理論の立場である。

しかしながら、「6」における v_z の表示式から理解されるように、翼中心 $y=0$ および翼端 $y=s$ では $z=0$ が v_z の特異点となり、 z_c を計算することができない。これを避けるため、Weber は、翼に厚み z_i を考え、 $z=z_i$ における v_z を求め、これから z_c を計算した⁴⁾。

ここでも Weber にならって、 $z=z_i$ における吹下し v_z からそり z_b を計算することにする。

$$z_c(x, y) = \int_{z_i}^x \frac{v_z(x, y, z_i)}{V} dx \quad (7.1)$$

後述する数値計算例「9」では、この z_i として、NACA 64 A 010 を Küchemann の方法⁸⁾

に従って修正したものをを用いた⁶⁾。

この z_c を、以下に示すように、局所迎角 $\alpha(y)$ と、通常の意味のそり分布 z_{cm} とに分離する。

$$\alpha(y) = -\tan^{-1} \frac{z_c(x_i, y)}{x_i - x_l} \quad (7.2)$$

$$\begin{aligned} z_{cm}(x, y) &= z_c(x, y) + (x - x_l) \tan \alpha \\ &= z_c(x, y) - \frac{x - x_l}{x_l - x_l} z_c(x_i, y) \end{aligned} \quad (7.3)$$

「9」で、 $\alpha(y)$ 、 $z_{cm}(x, y)$ の計算例を示す。

8. 垂直マッハ数分布

「1」で述べたように、後退角の最大の効果は、等圧線に垂直なマッハ数成分 M_n の値を減少せしめることにある。この意味で、前節までにその計算方法を述べたそり分布 z_c をもつ翼面上で M_n の値がどのように分布しているかを知ることは、きわめて興味がある⁵⁾。

翼面は $z=0$ にあるものと考え、この翼面上に一本の等圧線をひく。この等圧線上の一点 P で、等圧線が y 軸（翼面内にあつて主流に垂直な方向）と角度 A をなすとすれば、この点における等圧線に垂直な方向の速度 V_n は次式で与えられる。

$$V_n^2 = \{(V + v_x) \cos A - v_y \sin A\}^2 + v_z^2 \quad (8.1)$$

これを用いると、線型理論の近似の範囲内で、 M_n に対し次の表示が得られる。

$$\left(\frac{M_n}{M_\infty}\right)^2 = \left(\frac{M}{M_\infty}\right)^2 \cos^2 A - \left(\frac{v_y}{V}\right) \left(\frac{a_\infty}{a}\right)^2 \sin 2A \quad (8.2)$$

ここに、

M : 点 P におけるマッハ数

M_∞ : 一様流のマッハ数

a : 点 P における音速

a_∞ : 一様流の音速

すなわち、 v_y/V と A がわかれば、 M_n を求めることができる。

次節において、 z_c とともに、 M_n 分布の計算例を与えてある。

9. 数値計算例

前節までに述べた方法に基づいて、実際に計算を行なった例を以下に掲げる。

計算式は非圧縮の場合のものであるから、圧縮性を考えなければならない場合は、適当な変換によって非圧縮の場合に帰着させなければならない。

ここでは、この変換として、Prandtl-Glauert 法則を用いた。

以下、圧縮性のある流れの中における物理量は、添字 c を用いてこれを表わす。

マッハ数	$M_\infty=0.8$
翼平面形	
半翼幅	$s_c=3.6$
テーパ比	$1-\lambda=0.5$
前縁後退角	$\varphi_c=30^\circ$
縦横比	$R_c=9.6$

Prandtl-Glauert 法則によれば、対応する非圧縮性流れの中での縦横比は 5.8 である。

負荷分布

負荷分布としては、次の二つの場合を考えた。

$$(i) \quad l(\xi) = 0.3 \times l_1(\xi, 0)$$

$$(ii) \quad l(\xi) = 0.4 \times l_1(\xi, 0) - 0.8 \times l_2(\xi, 0.5)$$

ここに

$$l_1(\xi, a) = 1(\xi - a) - 1(\xi - 1)$$

$$l_2(\xi, b) = (\xi - b)[1(\xi - b) - 1(\xi - 1)]$$

上記 (i), (ii) は、いずれも、揚力係数 $C_L=0.3$ に相当する。

図 4 は、翼幅方向の局所迎角分布を半無限翼の場合⁶⁾と比較して示したものである。翼根に近い部分では、半無限翼の場合より迎角が大きくなる。

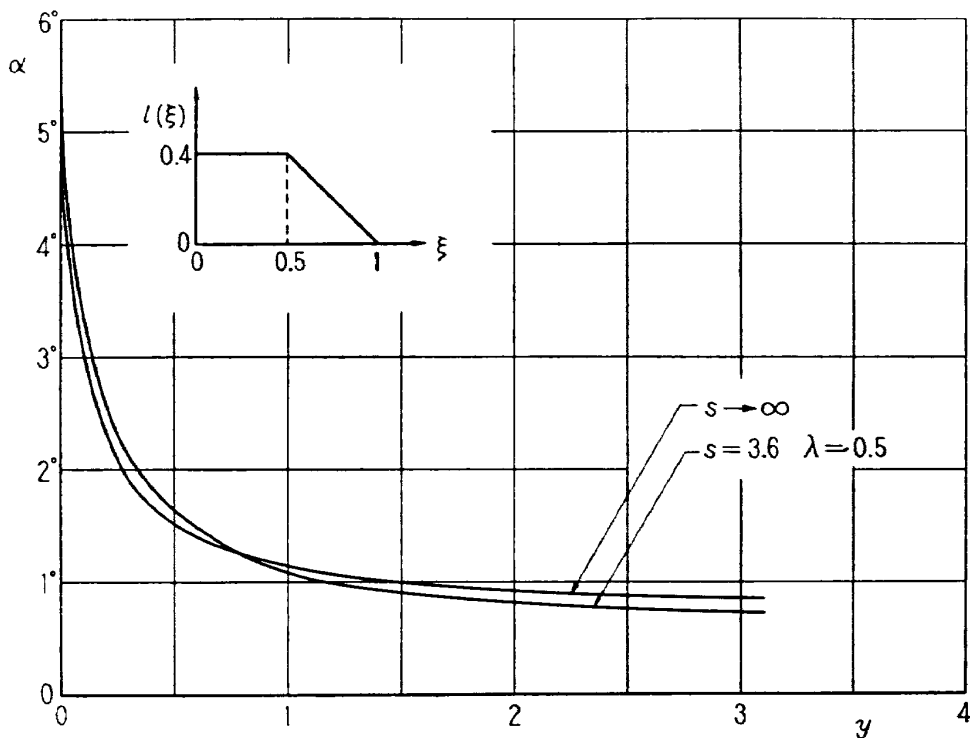


図 4 α の y による変化

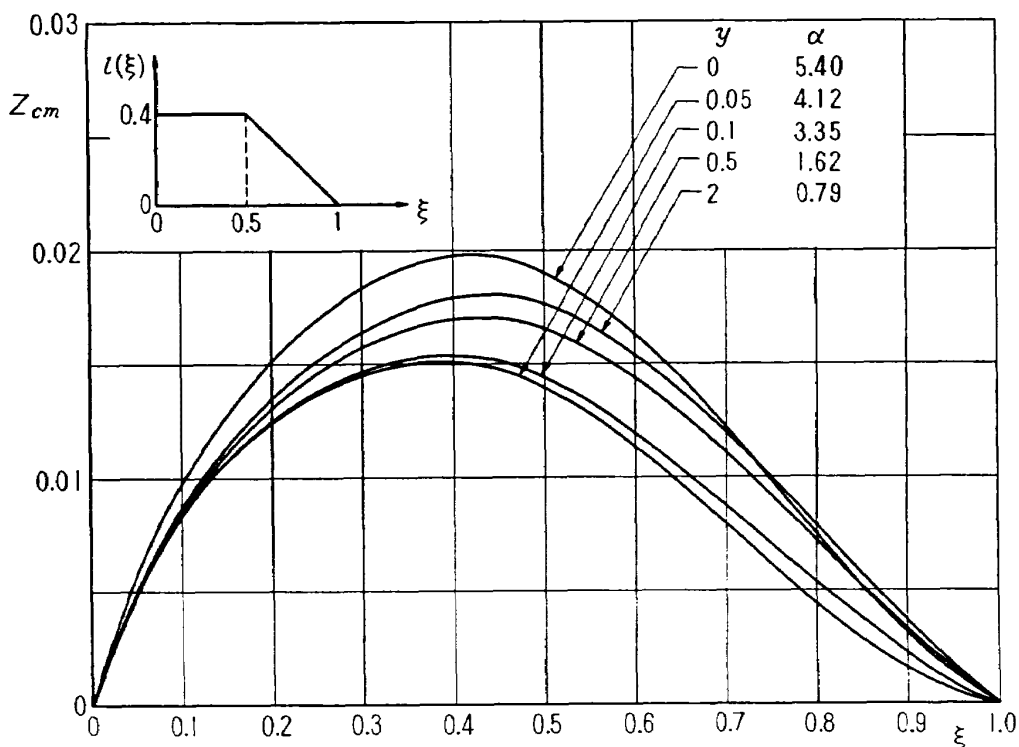


図 5 z_{cm} の y による変化

図 5 は、翼幅方向の各点における z_{cm} の比較である。 z_{cm} の y に対する変化は、単調ではない。
 図 6, (a)~(c) は z_{cm} を半無限翼の場合と比較したものである。半無限翼との差は、翼根に近いほど著しい。

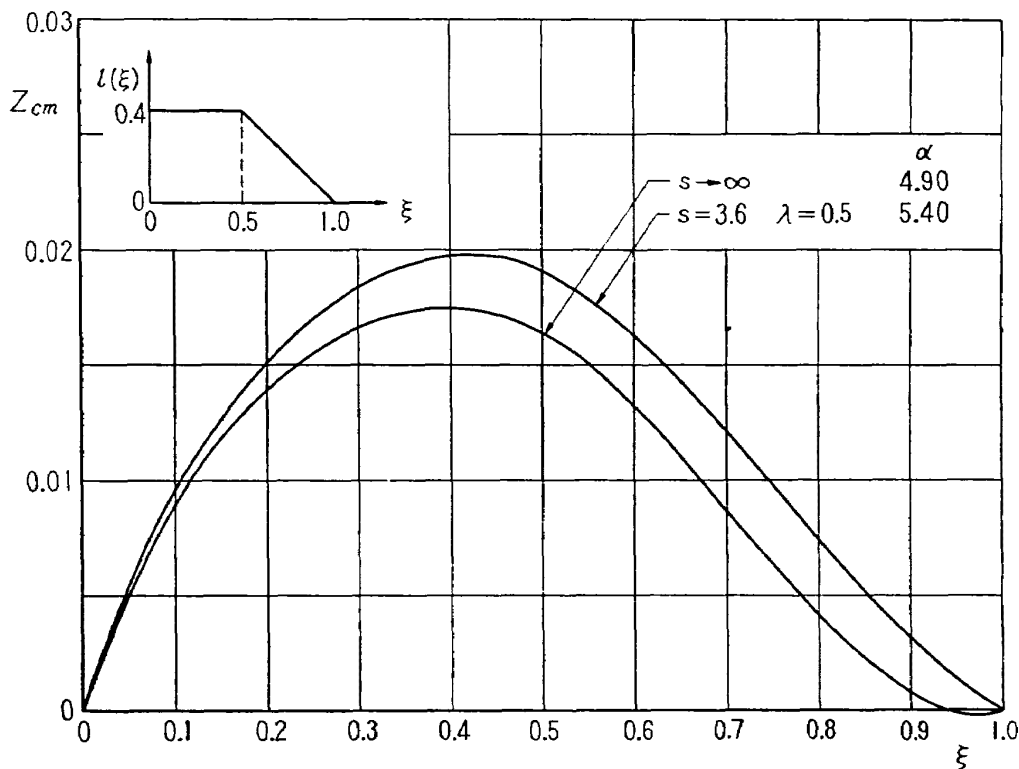


図 6 (a) z_{cm} の比較: $y=0$

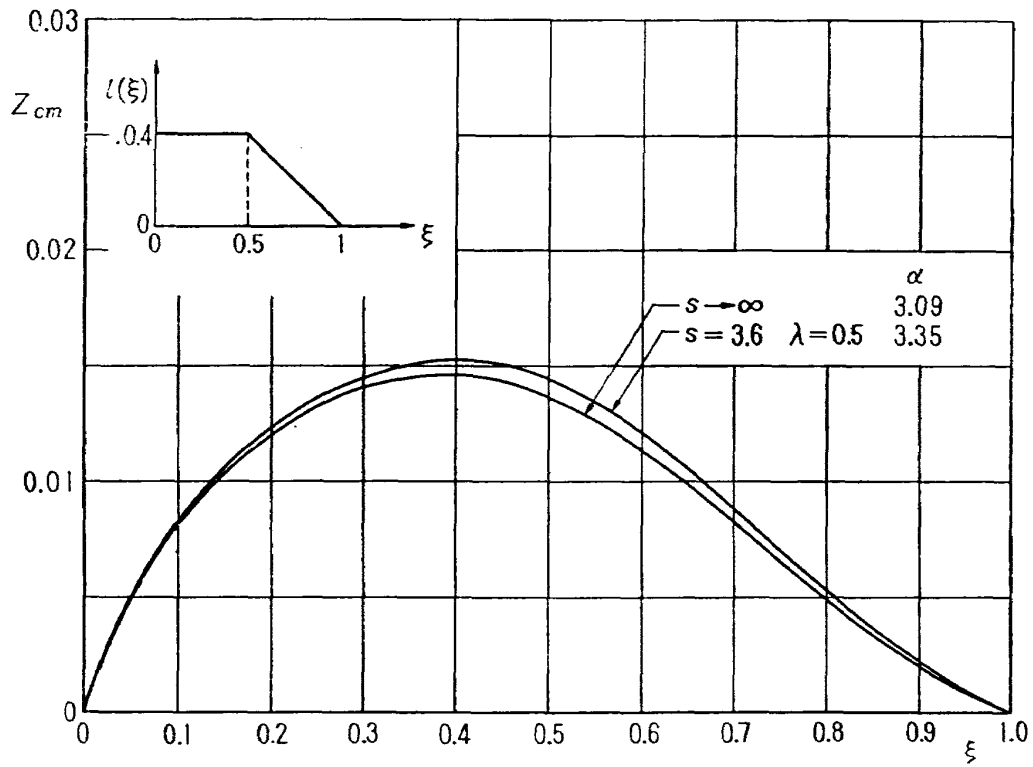
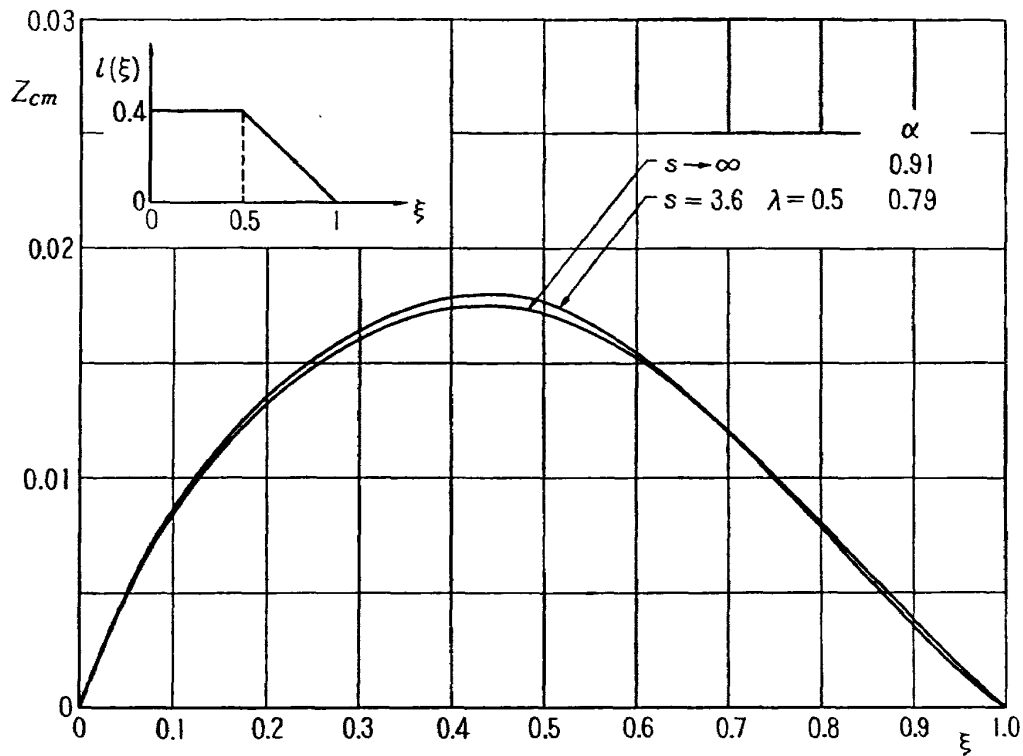
図 6 (b) z_{cm} の比較: $y=0.1$ 図 6 (c) z_{cm} の比較: $y=2$

図 7 は z_{cm} の s による変化, 図 8 は同じく λ による変化で, ともに小さく, 縦横比の影響は, それほど大きくないことがわかる。

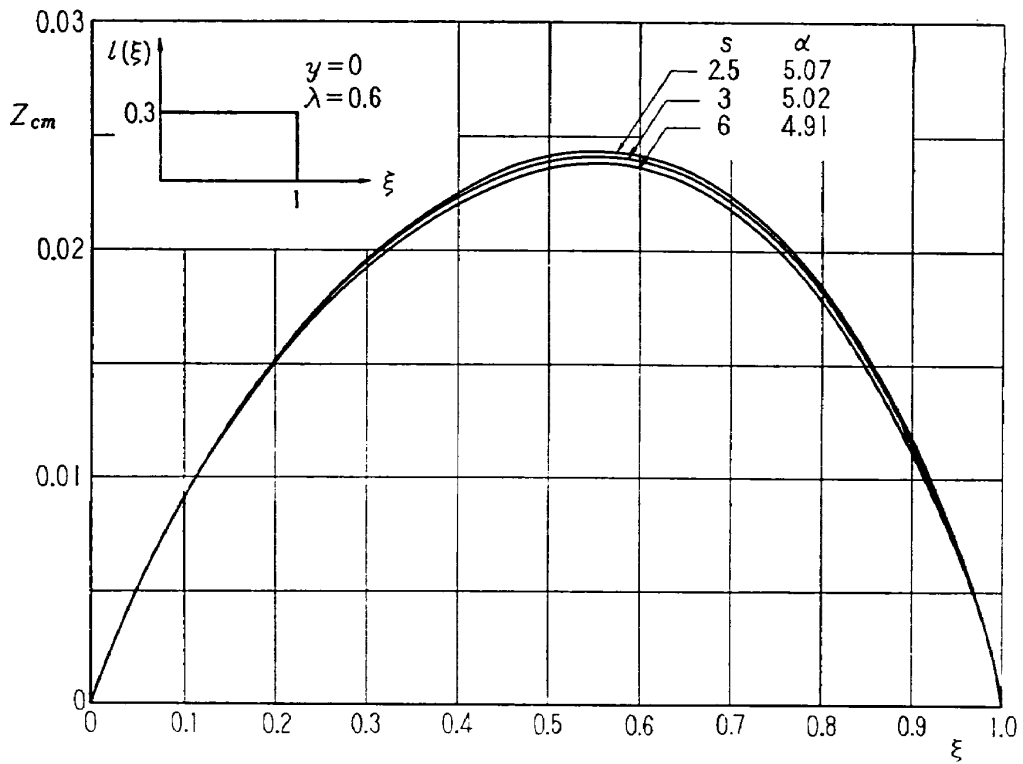


図 7 z_{cm} の s による変化

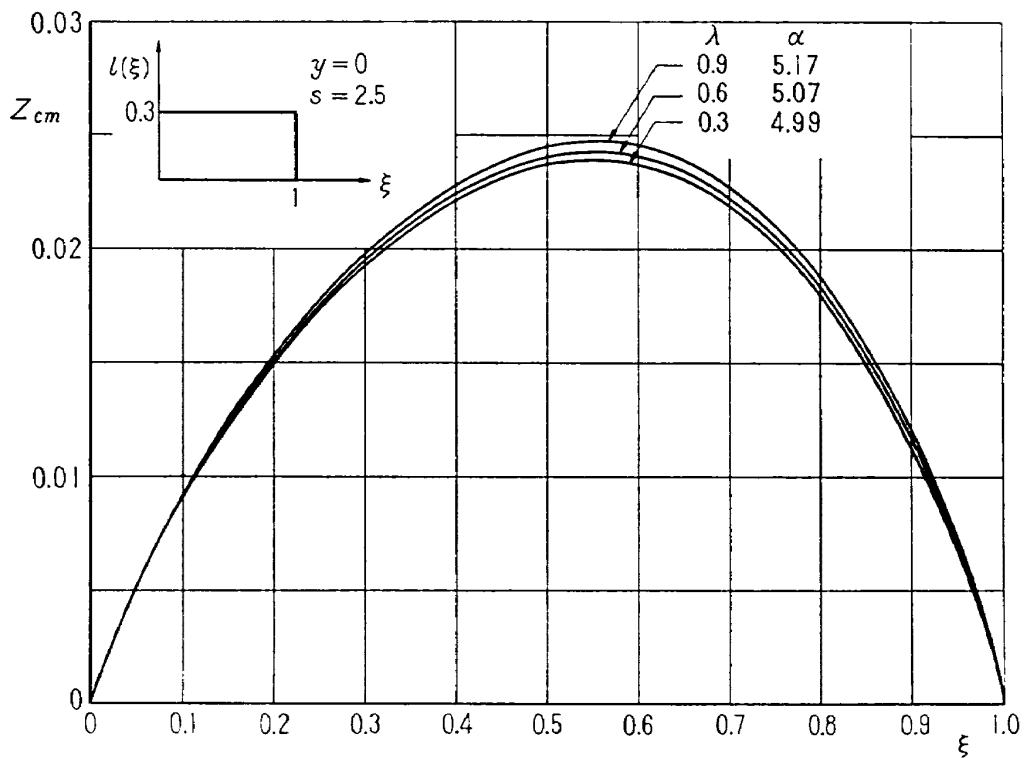


図 8 z_{cm} の λ による変化

これに対し、後退角の影響は、図9にみられるように、かなり著しい。

図 10 は、負荷分布の形状が z_{cm} にどのように影響するかを示すもので、負荷分布が右下りのも

のほど、最大矢高の位置が前進している。

最後に、 $s_c=2.2$, $\lambda=0.75$ ($R_c=7$) の場合で、負荷分布が $l(\xi)=0.4 \times l_1(\xi, 0) - 0.8 \times l_2(\xi, 0.5)$

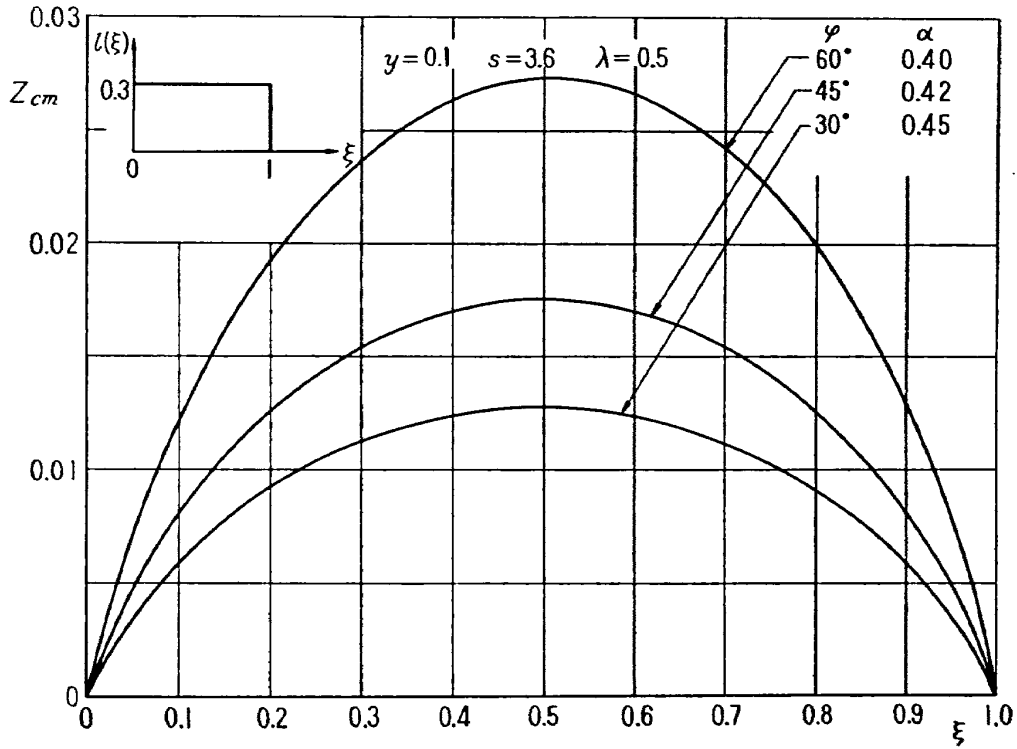


図 9 z_{cm} の後退角による変化

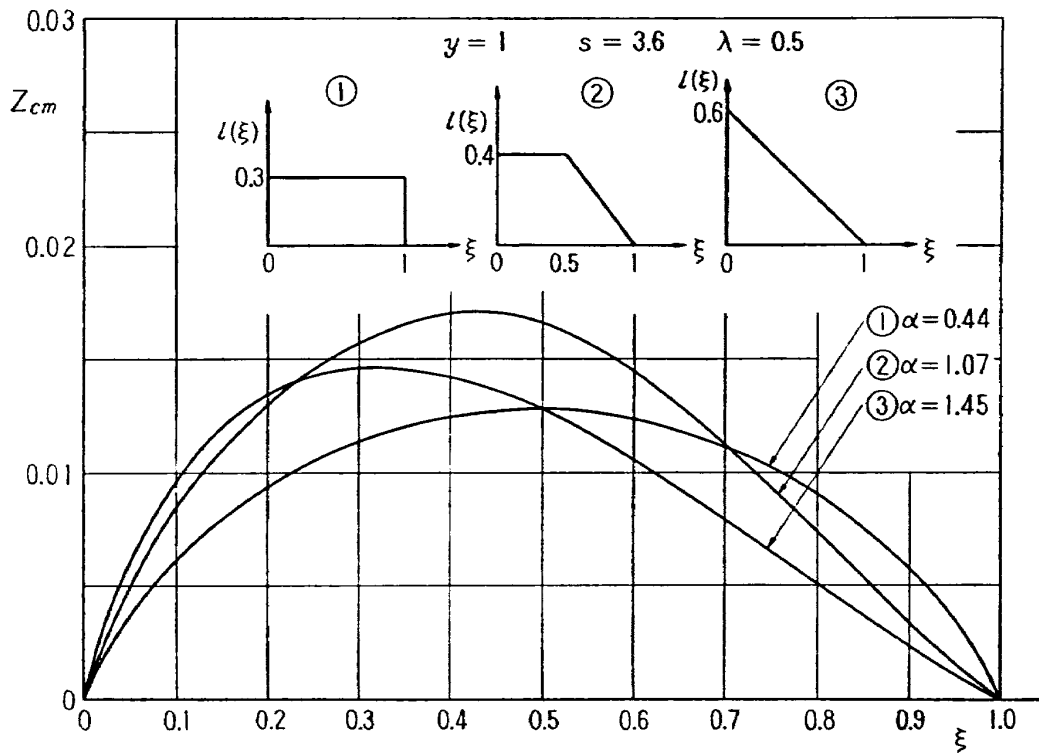
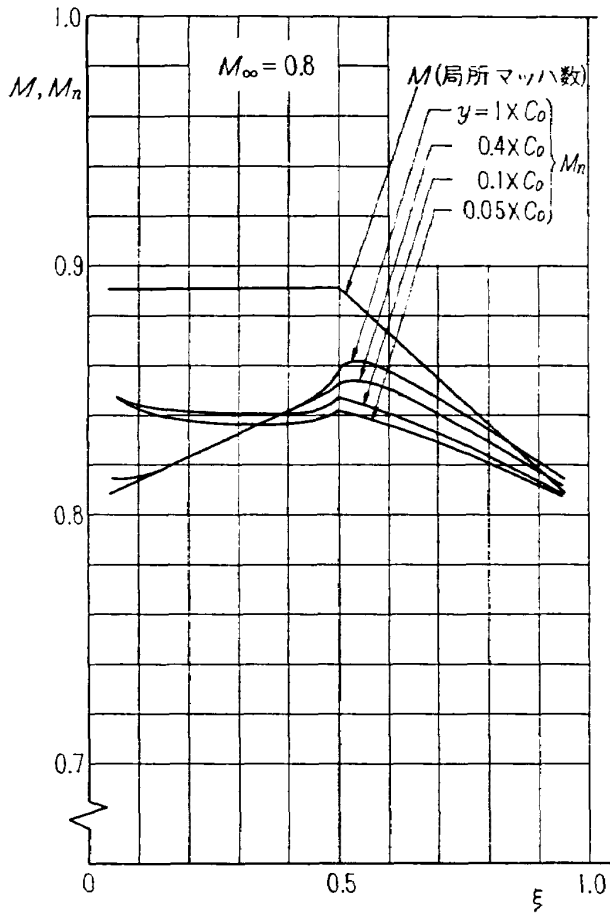
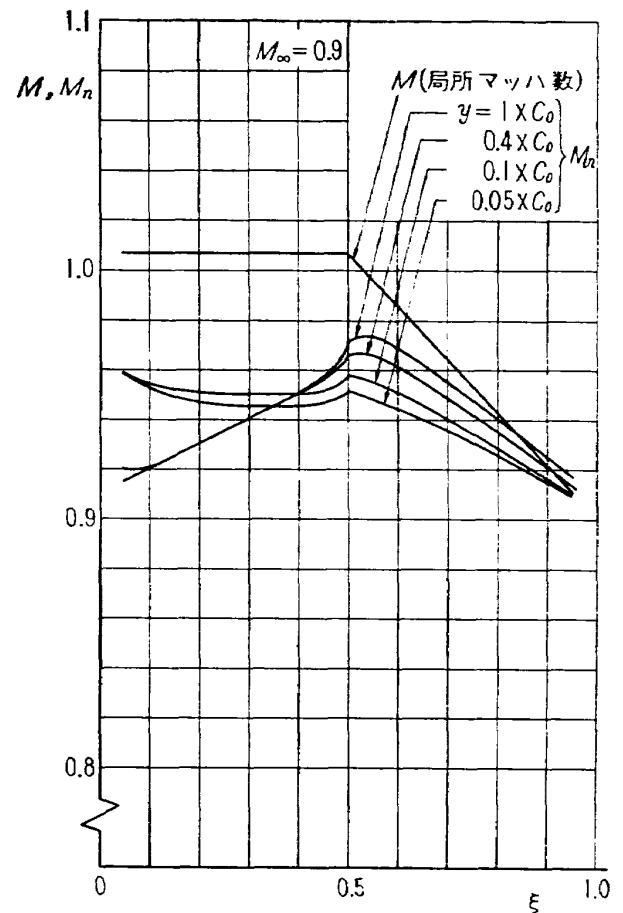


図 10 z_{cm} の負荷分布による変化

図 11 (a) M_n の分布: $M_\infty=0.8$ 図 11 (b) M_n の分布: $M_\infty=0.9$

で与えられたときの、垂直マッハ数分布 M_n を計算して図 11 に示した。図中の局所マッハ数 M は圧力係数 $c_p=1/2 \cdot l(\xi)$ に対応するもので、図から明らかなように、これが 1 より大きくなって、 M_n に関する限り臨界状態にはまだ達していない。ただしここでは翼の厚みによる影響をまったく考えていないことに注意する必要がある。

この M_n は、同じ揚力係数 C_L の場合でも、負荷分布の翼弦方向の形状を適当に考慮することによって、さらに値を小さくすることができる。

10. 結 論

- (1) 翼幅方向に一様な負荷分布をもつ直線テーパ翼のそりを線型理論に基づいて求めた。
- (2) そりは、 z 方向の擾乱速度を求めればこれから計算することができるが、このほかに、擾乱ポテンシャル、 x および y 方向の擾乱速度の表示式も与えた。
- (3) 擾乱速度が求められれば、流れ場の詳細がわかる。一例として、等圧線に垂直なマッハ数成分を与える式を導いた。
- (4) そりの数値計算例によれば、そりの形状の変化は、翼根部および翼端部で著しく、翼幅中央

部では、二次元の場合の形状に近い。

- (5) 等圧線に垂直なマッハ数成分の計算例によれば、翼幅方向に一樣な負荷分布をもつようにそりをきめることによって、翼面上の流れ場が臨界状態に到達するのを遅らせることができる。
- (6) 翼弦方向の負荷分布の形状は、原理的には任意のものでよい。この形状を適当に考えることによって、等圧線に垂直な方向のマッハ数成分の分布が最良となるようなそりの形状を与えることができるであろう。

文 献

- 1) W. G. Bickley: Critical Conditions for Compressible Flow, R & M 2330 (1946).
- 2) D. Küchemann, J. Weber & G. G. Brebner: Low Speed Tests on 45° Sweptback Wings, R & M 2882 (1951).
- 3) D. Küchemann & J. Weber: The Subsonic Flow Past Swept Wings at Zero Lift without and with Body, R & M 2908 (1956).
- 4) J. Weber: The Shape of the Center Part of a Swept-back Wing with a Required Load Distribution, R & M 3098 (1957).
- 5) R. C. Lock: An Equivalence Law Relating Three- and Two-dimensional Pressure Distributions, R & M 3346 (1964).
- 6) 河崎俊夫: 翼幅方向に一樣な揚力分布をもつ半無限の後退翼, 航技研報告 TR-94 (昭和 40).

付 録 v_x および v_y

$$A. 1 \quad l_{1a}(\xi_1) = 1(\xi_1 - a) - 1(\xi_1 - 1)$$

$$8\pi \left(\frac{v_{xr1}}{V} \right) = \tan^{-1} \frac{[(s-y)^2 + z^2] \tan \chi + x_{ra}(s-y)}{z\sqrt{x_{ra}^2 + (s-y)^2 + z^2}} - \tan^{-1} \frac{(y^2 + z^2) \tan \chi - (x-a)y}{z\sqrt{(x-a)^2 + y^2 + z^2}} \\ - \tan^{-1} \frac{[(s-y)^2 + z^2] \tan \psi + x_{r1}(s-y)}{z\sqrt{x_{r1}^2 + (s-y)^2 + z^2}} - \tan^{-1} \frac{(y^2 + z^2) \tan \psi - (x-1)y}{z\sqrt{(x-1)^2 + y^2 + z^2}} \quad (A.1.1)$$

$$8\pi \left(\frac{v_{yr1}}{V} \right) = (1-a) \left\{ \frac{z}{y^2 + z^2} + \frac{(\lambda-1)z}{(s-y)^2 + z^2} - \sigma \left(\tan^{-1} \frac{s-y}{z} + \tan^{-1} \frac{y}{z} \right) \right\} \\ - \tan \chi \left\{ \tan^{-1} \frac{[(s-y)^2 + z^2] \tan \chi + x_{ra}(s-y)}{z\sqrt{x_{ra}^2 + (s-y)^2 + z^2}} - \tan^{-1} \frac{(y^2 + z^2) \tan \chi - (x-a)y}{z\sqrt{(x-a)^2 + y^2 + z^2}} \right\} \\ + \tan \psi \left\{ \tan^{-1} \frac{[(s-y)^2 + z^2] \tan \psi + x_{r1}(s-y)}{z\sqrt{x_{r1}^2 + (s-y)^2 + z^2}} - \tan^{-1} \frac{(y^2 + z^2) \tan \psi - (x-1)y}{z\sqrt{(x-1)^2 + y^2 + z^2}} \right\} \quad (A.1.2)$$

そして,

$$v_{x1} = v_{xr1}(x, y, z) + v_{xr1}(x, -y, z) \quad (A.1.3)$$

$$v_{y1} = v_{yr1}(x, y, z) - v_{yr1}(x, -y, z) \quad (A.1.4)$$

$$A. 2 \quad l_{2b}(\xi_1) = (\xi_1 - b)[1(\xi_1 - b) - 1(\xi_1 - 1)]$$

$$\begin{aligned}
8\pi \left(\frac{v_{x^2}}{V} \right) &= \frac{\rho \sqrt{(x - \rho \tan \varphi)^2 + (\rho - y)^2 + z^2}}{(\rho - y)^2 + z^2} z \\
&\times \left\{ \log \left| \frac{\sqrt{x_{r1}^2 + (s - y)^2 + z^2} - \sqrt{(x - \rho \tan \varphi)^2 + (\rho - y)^2 + z^2} + \sec \psi (s - \rho)}{\sqrt{x_{r1}^2 + (s - y)^2 + z^2} + \sqrt{(x - \rho \tan \varphi)^2 + (\rho - y)^2 + z^2} + \sec \psi (s - \rho)} \right| \right. \\
&- \log \left| \frac{\sqrt{(x - 1)^2 + y^2 + z^2} - \sqrt{(x - \rho \tan \varphi)^2 + (\rho - y)^2 + z^2} - \rho \sec \psi}{\sqrt{(x - 1)^2 + y^2 + z^2} + \sqrt{(x - \rho \tan \varphi)^2 + (\rho - y)^2 + z^2} - \rho \sec \psi} \right| \\
&- \log \left| \frac{\sqrt{x_{rb}^2 + (s - y)^2 + z^2} - \sqrt{(x - \rho \tan \varphi)^2 + (\rho - y)^2 + z^2} + \sec \Omega (s - \rho)}{\sqrt{x_{rb}^2 + (s - y)^2 + z^2} + \sqrt{(x - \rho \tan \varphi)^2 + (\rho - y)^2 + z^2} + \sec \Omega (s - \rho)} \right| \\
&+ \log \left. \left| \frac{\sqrt{(x - b)^2 + y^2 + z^2} - \sqrt{(x - \rho \tan \varphi)^2 + (\rho - y)^2 + z^2} - \rho \sec \Omega}{\sqrt{(x - b)^2 + y^2 + z^2} + \sqrt{(x - \rho \tan \varphi)^2 + (\rho - y)^2 + z^2} - \rho \sec \Omega} \right| \right\} \\
&+ \frac{\rho(x - \rho \tan \varphi)z}{2[(\rho - y)^2 + z^2]} \left\{ \log \left[\frac{\sqrt{x_{rb}^2 + (s - y)^2 + z^2} - x_{rb}}{\sqrt{x_{rb}^2 + (s - y)^2 + z^2} + x_{rb}} \cdot \frac{\sqrt{(x - b)^2 + y^2 + z^2} + x - b}{\sqrt{(x - b)^2 + y^2 + z^2} - (x - b)} \right] \right. \\
&- \log \left[\frac{\sqrt{x_{r1}^2 + (s - y)^2 + z^2} - x_{r1}}{\sqrt{x_{r1}^2 + (s - y)^2 + z^2} + x_{r1}} \cdot \frac{\sqrt{(x - 1)^2 + y^2 + z^2} - (x - 1)}{\sqrt{(x - 1)^2 + y^2 + z^2} + x - 1} \right] \\
&+ \frac{\rho[(\rho - y)(x - b - y \tan \Omega) + z^2 \tan \Omega]}{(\rho - y)^2 + z^2} \\
&\times \left\{ \tan^{-1} \frac{[(s - y)^2 + z^2] \tan \Omega + x_{rb}(s - y)}{z \sqrt{x_{rb}^2 + (s - y)^2 + z^2}} - \tan^{-1} \frac{(y^2 + z^2) \tan \Omega - (x - b)y}{z \sqrt{(x - b)^2 + y^2 + z^2}} \right\} \\
&- \frac{\rho[(\rho - y)(x - 1 - y \tan \psi) + z^2 \tan \psi]}{(\rho - y)^2 + z^2} \\
&\times \left\{ \tan^{-1} \frac{[(s - y)^2 + z^2] \tan \psi + x_{r1}(s - y)}{z \sqrt{x_{r1}^2 + (s - y)^2 + z^2}} - \tan^{-1} \frac{(y^2 + z^2) \tan \psi - (x - 1)y}{z \sqrt{(x - 1)^2 + y^2 + z^2}} \right\} \\
&- (1 - a) \left\{ \tan^{-1} \frac{[(s - y)^2 + z^2] \tan \varphi + x_{r1}(s - y)}{z \sqrt{x_{r1}^2 + (s - y)^2 + z^2}} - \tan^{-1} \frac{(y^2 + z^2) \tan \varphi - (x - 1)y}{z \sqrt{(x - 1)^2 + y^2 + z^2}} \right\}
\end{aligned} \tag{A.2.1}$$

$$\begin{aligned}
8\pi \left(\frac{v_{y^2}}{V} \right) &= \frac{1}{2} (1 - b)^2 \left\{ \frac{z}{y^2 + z^2} + \frac{(\lambda - 1)z}{(s - y)^2 + z^2} - \sigma \left(\tan^{-1} \frac{s - y}{z} + \tan^{-1} \frac{y}{z} \right) \right\} \\
&- \frac{\rho z}{2} \tan \Omega \left\{ \frac{\sqrt{x_{rb}^2 + (s - y)^2 + z^2}}{(s - y)^2 + z^2} - \frac{\sqrt{(x - b)^2 + y^2 + z^2}}{y^2 + z^2} \right\} \\
&+ \left(1 - a + \frac{\rho}{2} \sin \psi \right) z \left\{ \frac{\sqrt{x_{r1}^2 + (s - y)^2 + z^2}}{(s - y)^2 + z^2} - \frac{\sqrt{(x - 1)^2 + y^2 + z^2}}{y^2 + z^2} \right\} \\
&+ \frac{\rho(\rho - y)(x - \rho \tan \varphi)z}{[(\rho - y)^2 + z^2] \sqrt{(x - \rho \tan \varphi)^2 + (\rho - y)^2 + z^2}} \left\{ \frac{\rho(x - \rho \tan \varphi) \tan \varphi}{(\rho - y)^2 + z^2} - 1 \right\} \\
&\times \left\{ \log \left| \frac{\sqrt{x_{rb}^2 + (s - y)^2 + z^2} - \sqrt{(x - \rho \tan \varphi)^2 + (\rho - y)^2 + z^2} + \sec \Omega (s - \rho)}{\sqrt{x_{rb}^2 + (s - y)^2 + z^2} + \sqrt{(x - \rho \tan \varphi)^2 + (\rho - y)^2 + z^2} + \sec \Omega (s - \rho)} \right| \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\log \left| \frac{\sqrt{(x-b)^2+y^2+z^2} - \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(\rho-y)^2+z^2} - \rho \sec \varrho}{\sqrt{(x-b)^2+y^2+z^2} + \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(\rho-y)^2+z^2} - \rho \sec \varrho} \right| \\
& -\log \left| \frac{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} - \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(\rho-y)^2+z^2} + \sec \varphi(s-\rho)}{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} + \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(\rho-y)^2+z^2} + \sec \varphi(s-\rho)} \right| \\
& + \log \left| \frac{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} - \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(\rho-y)^2+z^2} - \rho \sec \psi}{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} + \sqrt{(x-\rho \tan \varphi)^2+(\rho-y)^2+z^2} - \rho \sec \psi} \right| \\
& + \frac{\rho(\rho-y)z}{2[(\rho-y)^2+z^2]} \left\{ \frac{(x-\rho \tan \varphi)^2}{(\rho-y)^2+z^2} + \frac{1}{2} \right\} \\
& \times \left\{ \log \left[\frac{\sqrt{x_{rb}^2+(s-y)^2+z^2} - x_{rb}}{\sqrt{x_{rb}^2+(s-y)^2+z^2} + x_{rb}} \cdot \frac{\sqrt{(x-b)^2+y^2+z^2} + x-b}{\sqrt{(x-b)^2+y^2+z^2} - (x-b)} \right] \right. \\
& \left. - \log \left[\frac{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} - x_{r1}}{\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2} + x_{r1}} \cdot \frac{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} + x-1}{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2} - (x-1)} \right] \right\} \\
& + \frac{\rho}{2[(\rho-y)^2+z^2]} \left\{ \frac{(\rho-y)^2-z^2}{(\rho-y)^2+z^2} (x-\rho \tan \varphi)^2 - z^2 \right\} \\
& \times \left\{ \tan^{-1} \frac{[(s-y)^2+z^2] \tan \varrho + x_{rb}(s-y)}{z\sqrt{x_{rb}^2+(s-y)^2+z^2}} - \tan^{-1} \frac{(y^2+z^2) \tan \varrho - (x-b)y}{z\sqrt{(x-b)^2+y^2+z^2}} \right. \\
& \left. - \tan^{-1} \frac{[(s-y)^2+z^2] \tan \psi + x_{r1}(s-y)}{z\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2}} + \tan^{-1} \frac{(y^2+z^2) \tan \psi - (x-1)y}{z\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2}} \right\} \\
& + \left\{ (1-b) \tan \psi + \frac{\rho}{2} \tan^2 \psi \right\} \\
& \times \left\{ \tan^{-1} \frac{[(s-y)^2+z^2] \tan \psi + x_{r1}(s-y)}{z\sqrt{x_{r1}^2+(s-y)^2+z^2}} - \tan^{-1} \frac{(y^2+z^2) \tan \psi - (x-1)y}{z\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2}} \right\} \\
& - \frac{\rho}{2} \tan^2 \varrho \left\{ \tan^{-1} \frac{[(s-y)^2+z^2] \tan \varrho + x_{rb}(s-y)}{z\sqrt{x_{rb}^2+(s-y)^2+z^2}} - \tan^{-1} \frac{(y^2+z^2) \tan \varrho - (x-b)y}{z\sqrt{(x-b)^2+y^2+z^2}} \right\}
\end{aligned} \tag{A.2.2}$$

(A.1.3), (A.1.4) と同様に,

$$v_{xz} = v_{xr2}(x, y, z) + v_{xr2}(x, -y, z) \tag{A.2.3}$$

$$v_{yz} = v_{yr2}(x, y, z) - v_{yr2}(x, -y, z) \tag{A.2.4}$$

- | | | | |
|---------|--|-------------|----------------------------------|
| TR-94 | 翼幅方向に一様な揚力分布をもつ半無限の後退翼
On the Camber Lines of Semi-Infinite Sweptback Wings which give Uniform Spanwise Load Distribution | 1965年10月 | 河崎俊夫 |
| TR-95 | 飛行機の縦の操縦特性に関する二三の考察
A Few Comments on the Longitudinal Handling Qualities of Airplanes | 1965年11月 | 荒木 浩 |
| TR-96 | A Generalized Functional Formalism for Turbulence | Dec. 1965 | Iwao Hosokawa |
| TR-97 | 圧縮性と壁形状を考慮した軸流ターボ機械の作動円盤理論 (I) —軸対称流れ—
A Theoretical Investigation of the Compressible Flow Through the Axial Turbo-Machines (I)
—Non-Swirling Fluids in Ducts— | 1965年12月 | 藤井昭一 |
| TR-98 | 後退角 45°, アスペクト比 4.0 の薄い片持翼の遷音速フラッタ特性に及ぼすテーパ比の影響の実験的研究
Some Effects of Taper Ratio on the Transonic Flutter Characteristics of a Series of Thin Cantilever Wings Having a Sweptback Angle of 45° and an Aspect Ratio 4.0 | 1965年12月 | 中井暎一, 高木俊朗
安藤泰勝 |
| TR-99 | 計器のよみやすさに関する研究
A Study of Dial Legibility | 1966年2月 | 三好範子, 岡部正典
石川澄子 |
| TR-100 | 回転翼の線型理論 (III)
—揚力線の方程式の解法—
Linearized Aerodynamic Theory of Rotor Blades (III)
—Method for Solving Lifting-Line Equations— | 1966年2月 | 市川輝雄 |
| TR-101 | 航空機の着氷気象条件について (I)
Meteorological Conditions on Aircraft Icing (I) | 1966年2月 | 古関昌次, 田寺木一
泉日出夫, 太田幹雄
峰岸正勝 |
| TR-102 | ロケット胴体をまわる超音速流の一近似解法 (II) —迎角のあるとき—
An Approximate Calculation for Supersonic Flow Past Bodies of Rocket Vehicles (II)
—Linearized Flow with Attack Angle— | 1966年3月 | 谷 喬 |
| TR-103T | Basic Considerations for Treating Non-Equilibrium Fluids
—A Functional Approach to Non-Equilibrium Statistical Mechanics— | March, 1966 | Iwao Hosokawa |

航空宇宙技術研究所報告 104号

昭和 41 年 4 月 発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町 1880
電話武蔵野三鷹(042)44-9171(代表)

印刷所 笠井出版印刷社
東京都港区西新橋 1 の 21 の 8
