

UDC 53.082.6

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-128

輻射加熱による固体の熱的物性値の測定法

小川鉢一

1967年3月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

## 既 刊 報 告

TR-111T	An Asymptotic Solution of the Nonlinear Equations of Motion of an Airplane	Aug. 1966 Hiroshi ENDO
TR-112	圧縮性と壁形状を考慮した軸流ターボ機械の作動円盤理論(II) —円周速度のある流れ— A Theoretical Investigation of the Compressible Flow Through the Axial Turbo Machines (II) -Swirling Fluids-	1966年8月 藤井昭一
TR-113	地面近くでホバリングするヘリコプタ・ロータに関する実験 Experimental Study on the Ground Effect of a Model Helicopter Rotor in Hovering	1966年8月 幸尾治朗, 岡遠一
TR-114	フライングテストベッドの高度制御システムの検討(I) Analytical and Simulation Studies of the Height Control of the Flying Test Bed (I)	1966年8月 武田峻, 甲斐忠夫
TR-115	NAL-16ロケットの研究試作および飛しょう実験—D型およびIT型— Single-Stage Solid Propellant Rocket (NAL-16)	1966年8月 ロケット性能研究室
TR-116	50cm 極超音速風胴の計画と構造 Design and Construction of the 50cm Hypersonic Wind Tunnel at National Aerospace Laboratory	1966年9月 極超音速風胴建設グル
TR-117	弾性振動方程式の差分解に関するエネルギー不等式 Energy Inequalities for the Difference Solutions of Equations of Elastic Vibration	1966年10月 三好甫
TR-118	高負荷燃焼器の箱形模型による実験 Some Experiments on High Intensity Combustor with Partial Models	1966年10月 大塚貞吉, 福田広相波哲朗
TR-119	多次元1階準線型双曲型方程式の解の存在について On the Existence of Discontinuous Solutions of the Cauchy Problem for Quasi-Linear First-Order Equations	1966年10月 小島清史
TR-120	航技研フライングテストベッドの姿勢制御方程式の検討 Analytical and Simulation Studies on the Attitude Control System of the Flying Test Bed	1966年11月 武田峻, 堀川勇壮 小川敏雄, 森幹彦
TR-121	パルスレシオ変調回路およびその修正回路について Some Circuits for Pulse Ratio Modulation and their Modified Circuits	1966年11月 村上力
TR-122	失速が起こるような高い迎角で、調和振動する二次元翼に働く空気力に対する半実験的理論 Semi-Empirical Theory to Estimate the Airforces Acting on the Harmonically Oscillating Two-Dimensional Wing at High Angle of Attack Where Separation Can Occur	1966年12月 磯貝紘二
TR-123	姿勢制御用空気ジェットノズルの研究 Design and Experimental Study of Air Jet Nozzles for the Attitude Control of VTOL Aircraft	1966年12月 滝沢直人, 西村博史 藤技郭俊, 田辺義一 渋谷昭義

# 輻射加熱による固体の熱的物性値の測定法\*

小川 鉄一\*\*

## Infra-red Radiation Method of Determining Thermal Diffusivity, Heat Capacity and Thermal Conductivity of Solid Materials

By Koichi OGAWA

The paper presents a new and simple method of determining thermal diffusivity, heat capacity and thermal conductivity of solid materials, and some experimental results using the method. When the front surface of a plate specimen, of which the rear surface is thermally insulated, is heated by infra-red radiation lamps under uniform and constant heat flow  $q$  (cal/cm<sup>2</sup>·s), the rear surface temperature will be a quasi-steady state after a transient phenomenon, i.e. the temperature rises linearly with time. When heat is cut off suddenly under such a quasi-steady state, the rear surface temperature rises gradually from  $T(0)$  to a constant temperature  $T_M$  with time. Then " $t_{\frac{1}{2}}$ ", the time from heat cut-off to the time for  $\{T_M - T(0)\}/2$ , determines the thermal diffusivity  $\alpha$  as

$$\alpha = 0.875 \frac{\delta^2}{\pi^2 t_{\frac{1}{2}}} ,$$

the heat capacity  $\rho c$  is given by

$$\rho c = \frac{q t^*}{\delta T_M} ,$$

and the thermal conductivity  $k$  by

$$k = \alpha \cdot \rho c ,$$

where  $\delta$  is the thickness of the plate specimen and  $t^*$  is the heat duration time.

These three thermal properties are determined for stainless steel, glass, bakelite, Japanese cypress and fiberglass-reinforced plastics at near 20°C.

It is shown that the thermal properties of non-metallic solid materials are simply determined by this new method and that their values are easily made available for practical applications.

### 1. まえがき

超音速機やロケット等に用いられる新しい材料、たとえば強化プラスチック (FRP) 等の熱的物性値はガラスおよび樹脂の種類やガラス含有率により大きく左右される。これらの新材料が機体の一部に使用される場合その材料の熱的物性値を知る必要がある。たとえば超音速の航空機やロケットに FRP が使用される場合、空力加熱による機体の温度上昇をあらかじめ計算で求める場合には使用される FRP の熱的物性値が必要となる。このように使用する目的に応じて新材料の熱的物性値が必要とされるので、ここでは簡単に熱的物性値を求める方法について述べることにする。

非定常熱伝導による固体の熱的物性値測定法として熱源の形状により、たとえば川下<sup>1</sup>、山家<sup>2</sup>らはニクロム箔を、W.J. Parker<sup>3</sup>らは閃光ランプを熱源とし、熱的物性値を求める方法を述べている。前者はごく薄いニクロム箔を中心に、測定しようとする材料二枚でニクロム箔をはさみ、この間に電流を流しこれによって発生する電熱を熱源とし、材料の表面、裏面温度変化を熱電対で測定し、温度変化の非定常状態より熱的物性値を求めている。また後者では特殊閃光ランプを用い、薄い試料表面を瞬間に加熱し、裏面温度変化を測定することにより、その非定常状態を用いて熱的物性値を求めている。

これからここに述べる方法は赤外線ランプを熱源とし、大きさ 100×100 mm、厚さ数 mm の試料一枚に入射熱量率を一定に保つため表面を酸化コバルトで

\* 昭和42年1月24日受付

\*\* 機体第一部

黒化し、表面より赤外線ランプの輻射熱を与える、裏面温度変化を熱電対で測定することにより試料の熱的物性値すなわち温度伝導率  $\alpha$ 、熱伝導率  $k$  および熱容量  $\rho c$  を求めようとするものである。

本方法が先に述べた方法よりすぐれている点は (i) 試料は一枚でよいこと、(ii) 装置が非常に簡単であること、(iii) 記録された温度変化より簡単に熱的物性値を求めることができる、(iv) 装置が簡単なので測定準備および測定時間に手間がかからないことなどである。また求めた結果の精度は表 1 に示すとおりで実用上満足すべき値であることがわかった。

## 2. 測定法の理論

平板試料表面を赤外線ランプの輻射で加熱した場合の非定常な裏面温度変化を測定して熱的物性値を求めるわけであるが、これには加熱開始直後の非定常状態と、加熱中止後の非定常状態があるので、ここではこれら二通りの非定常状態を用いる方法について検討することにする。

### 2.1 基礎熱伝導方程式

図 1 に示すように与えられた平板の熱の流れを  $x$  方向のみの一次元流とすれば、熱伝導の方程式は

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} \quad (2.1)$$

で与えられる。

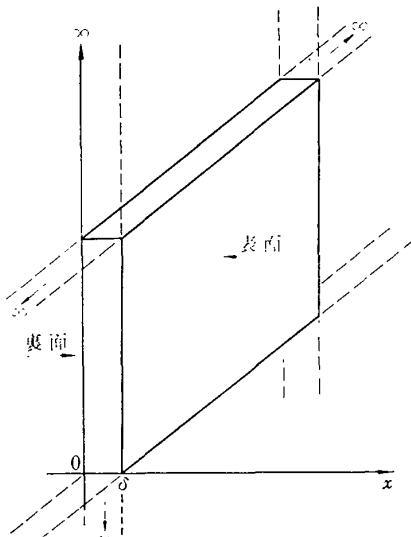


図 1

(a) 裏面断熱、初期温度分布が零なる平板の表面を熱量率  $q$  で加熱した場合の熱伝導

図 2 に示すように場所的に一様かつ時間的に一定な輻射熱量率  $q$  で平板表面 ( $x=\delta$ ) を加熱した場合、平板の裏面 ( $x=0$ ) を断熱と仮定し、初期温度分布を

零とすると境界条件、初期条件はそれぞれ

$$\frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = 0 \quad (x=0 \text{ における境界条件}) \quad (2.2)$$

$$k \frac{\partial T(\delta, t)}{\partial x} = -q \quad (x=\delta \text{ における境界条件}) \quad (2.3)$$

$$T(x, 0) = 0 \quad (\text{初期条件}) \quad (2.4)$$

となる。(2.2), (2.3), (2.4) 式を満足する (2.1) 式の解<sup>4), 5)</sup> は

$$T(x, t) = \frac{qt}{\rho c \delta} + \frac{q\delta}{k} \left( \frac{3x^2 - \delta^2}{6\delta^2} \right) - \frac{2q\delta}{k\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} e^{-\frac{n^2\pi^2\alpha}{\delta^2}t} \cos \frac{n\pi x}{\delta} \quad (2.5)$$

となる。

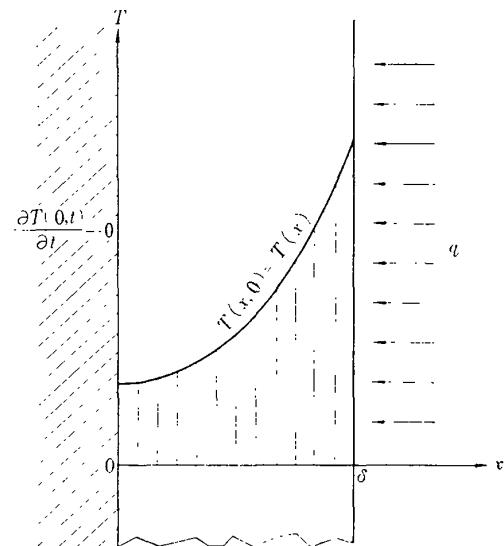


図 2

(b) 表面および裏面が断熱で初期温度分布が  $T(x)$  なる平板の熱伝導

表面 ( $x=\delta$ ) および裏面 ( $x=0$ ) で熱の流れはない、すなわち断熱であると仮定すれば境界条件は

$$\frac{\partial T(\delta, t)}{\partial x} = \frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = 0 \quad (2.6)$$

となる。また初期温度分布が  $T(x)$  で与えられたものとすれば、初期条件は

$$T(x, 0) = T(x) \quad (2.7)$$

となる。(2.6) 式および (2.7) 式を満足する (2.1) 式の解<sup>4)</sup> は

$$T(x, t) = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta T(x) dx + \frac{2}{\delta} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{n^2\pi^2\alpha}{\delta^2}t} \cos \frac{n\pi x}{\delta} \int_0^\delta T(x) \cos \frac{n\pi x}{\delta} dx \quad (2.8)$$

で与えられる。ここに

$$\alpha = \frac{k}{\rho c} : \text{ 温度伝導率 } (\text{cm}^2/\text{s}) \quad (2.9)$$

$k$ : 热伝導率 ( $\text{cal}/\text{cm}\cdot\text{s}\cdot{}^\circ\text{C}$ )

$\rho c$ : 热容量 ( $\text{cal}/\text{cm}^3\cdot{}^\circ\text{C}$ )

$\rho$ : 密度 ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )

$c$ : 比热 ( $\text{cal}/\text{g}\cdot{}^\circ\text{C}$ )

$\delta$ : 試料の肉厚 (cm)

$T(x)$ : 初期温度分布 ( ${}^\circ\text{C}$ )

である。

以上 (a) において図 1 に示す厚さ  $\delta$  の無限平板の表面を熱量率  $q$  で加熱した場合の平板内部の温度変化は (2.5) 式で与えられることを示した。(2.5) 式において加熱開始後十分な時間がたてば指數項は無視できるようになり、平板内部の温度分布は  $x$  に関する二次関数となることがわかる。このような二次関数となったとき加熱を中止すると、中止した瞬間の平板内部温度分布は  $x$  の二次関数でこれを (b) の場合の初期条件  $T(x)$  とするなら、加熱中止後の温度変化は (2.8) 式で与えられることになる。加熱開始直後および加熱中止直後に非定常状態が現われるので以下に加熱開始および加熱中止後の熱伝導につき論ずることにする。

## 2.2 加熱開始後の平板の熱伝導

裏面が断熱で表面を熱量率  $q$  で加熱した場合の平板内部の温度変化は (2.5) 式で与えられることを示した。この式より表面 ( $x=\delta$ )、裏面 ( $x=0$ ) の温度変化  $T(\delta, t)$ 、 $T(0, t)$  はそれぞれ

$$T(\delta, t) = \frac{qt}{\rho c \delta} + \frac{2q\delta}{6k} - \frac{2q\delta}{k\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\frac{n^2 \pi^2 \alpha t}{\delta^2}} \quad (2.10)$$

$$T(0, t) = \frac{qt}{\rho c \delta} - \frac{q\delta}{6k} - \frac{2q\delta}{k\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} e^{-\frac{n^2 \pi^2 \alpha t}{\delta^2}} \quad (2.11)$$

で与えられる。この加熱開始後の表面、裏面温度変化を図示すると図 3 となり、指數項が無視できるような十分時間がたった後は

$$T(\delta, t) = \frac{qt}{\rho c \delta} + \frac{2q\delta}{6k} \quad (2.12)$$

$$T(0, t) = \frac{qt}{\rho c \delta} - \frac{q\delta}{6k} \quad (2.13)$$

となり、表面および裏面の温度変化はいずれも直線的に上昇する。

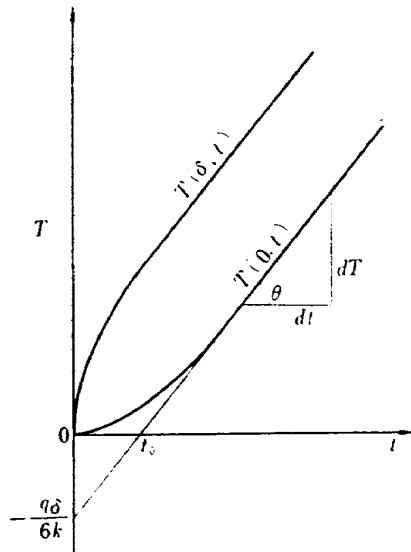


図 3 加熱開始後の裏面温度上昇

いま裏面温度の (2.13) 式において直線部分を図 3 に示すように時間軸まで延長し、その交点を  $t_0$  とする。(2.13) 式から

$$0 = \frac{qt_0}{\rho c \delta} - \frac{q\delta}{6k}$$

となり、これより熱伝導率  $k$  は

$$k = \frac{\rho c \delta^2}{6t_0} \quad (2.14)$$

として得られ、 $t_0$  および  $\rho c$  の値が測定されれば、 $k$  の値を求めることができる。

(2.13) 式を時間  $t$  で微分すると

$$\frac{dT(0, t)}{dt} = \frac{q}{\rho c \delta}$$

となり、これより熱容量  $\rho c$  は

$$\rho c = \frac{q}{\delta \frac{dT}{dt}} \quad (2.15)$$

となり、準定常状態における  $\frac{dT}{dt}$  を知って  $\rho c$  を求めることができる。ここに求まった  $\rho c$  を (2.14) 式に代入して熱伝導率  $k$  を求めることができ、さらに、 $\rho c$ 、 $k$  を知って温度伝導率  $\alpha$  を (2.9) 式を用いて

$$\alpha = \frac{k}{\rho c} \quad (2.16)$$

として求めることができる。

## 2.3 加熱中止後の平板の熱伝導

裏面断熱した平板表面を熱量率  $q$  で加熱すると平板内部の温度変化は (2.5) 式で与えられることを先に示した。(2.5) 式において、最後の指數項が無視できる程度の時間だけ加熱した準定常状態における平板内部の温度分布は  $x$  の二次関数となり、これ以上加熱し

てもこの温度分布の形は変わらないでレベルが上昇するだけである。いま指數項が無視できるような任意の加熱時間を  $t^*$  とすると、平板内部の温度分布は (2.5) 式より

$$\begin{aligned} T(x, t^*) &\equiv T(x) \\ &= \frac{qt^*}{\rho c \delta} + \frac{q\delta}{k} \left( \frac{3x^2 - \delta^2}{6\delta^2} \right) \quad (2.17) \end{aligned}$$

となる。

このようにして表面を熱量率  $q$  で  $t^*$  時間だけ加熱した後、赤外線ランプの加熱を中止すると、中止した瞬間においては平板内部の温度分布は (2.17) 式で与えられ、これを (2.8) 式の初期条件とする。このときの表面、裏面の温度  $T(\delta)$ 、 $T(0)$  はそれぞれ

$$T(\delta) = \frac{qt^*}{\rho c \delta} + \frac{2q\delta}{6k} \quad (2.18)$$

$$T(0) = \frac{qt^*}{\rho c \delta} - \frac{q\delta}{6k} \quad (2.19)$$

となる。この関係を図示すると図 4 となる。

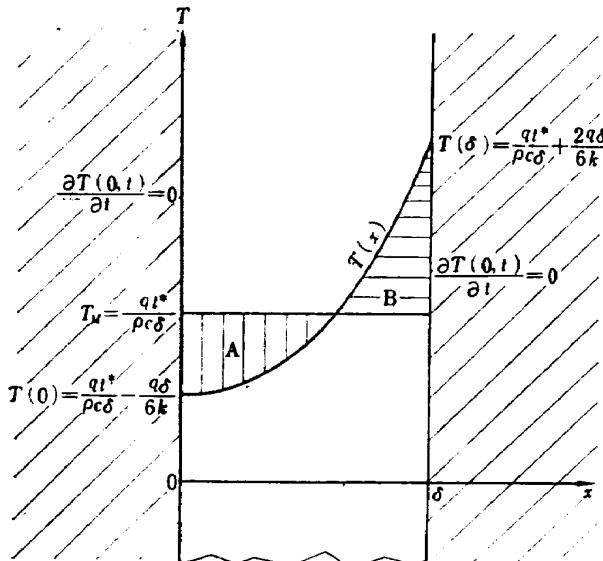


図 4 平板試料の加熱中止の瞬間に  
における温度分布

(2.17) 式で与えられた初期条件  $T(x)$  を表面、裏面が断熱条件として得られた温度分布 (2.8) 式に代入して  $T(x, t)$  を求めると

$$\begin{aligned} T(x, t) &= \frac{1}{\delta} \int_0^\delta \left[ \frac{qt^*}{\rho c \delta} + \frac{q\delta}{k} \left( \frac{3x^2 - \delta^2}{6\delta^2} \right) \right] dx \\ &+ \frac{2}{\delta} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{n^2 \pi^2 a}{\delta^2} t} \cos \frac{n\pi x}{\delta} \int_0^\delta \left[ \frac{qt^*}{\rho c \delta} \right. \\ &\left. + \frac{q\delta}{k} \left( \frac{3x^2 - \delta^2}{6\delta^2} \right) \right] \cos \frac{n\pi x}{\delta} dx \\ &= \frac{qt^*}{\rho c \delta} + \frac{2q\delta}{k\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} e^{-\frac{n^2 \pi^2 a}{\delta^2} t} \cos \frac{n\pi x}{\delta} \quad (2.20) \end{aligned}$$

となる。ただしここの  $t$  は加熱中止からの時間を表わす。(2.20) 式において

$$\omega = \frac{\pi^2 a t}{\delta^2} \quad (2.21)$$

とおき、表面および裏面における温度変化  $T(\delta, t)$  および  $T(0, t)$  を求めると

$$T(\delta, t) = \frac{qt^*}{\rho c \delta} + \frac{2q\delta}{k\pi^2} \left( e^{-\omega} + \frac{e^{-2\omega}}{2^2} + \frac{e^{-3\omega}}{3^2} + \dots \right) \quad (2.22)$$

$$T(0, t) = \frac{qt^*}{\rho c \delta} - \frac{2q\delta}{k\pi^2} \left( e^{-\omega} - \frac{e^{-2\omega}}{2^2} + \frac{e^{-3\omega}}{3^2} - \dots \right) \quad (2.23)$$

となる。(2.22) 式および (2.23) 式は  $\omega \rightarrow \infty$  すなわち  $t \rightarrow \infty$  になると

$$T(\delta, \infty) = T(0, \infty) = \frac{qt^*}{\rho c \delta}$$

となる。これを  $T_M$  とおくと

$$T_M = \frac{qt^*}{\rho c \delta} \quad (2.24)$$

となり、さらに (2.24)、(2.18) 式そして (2.19) 式の関係を (2.22) 式および (2.23) 式に代入すると

$$\begin{aligned} T(\delta, t) &= T_M + \{T(\delta) - T_M\} \frac{6}{\pi^2} \left( e^{-\omega} \right. \\ &\left. + \frac{e^{-2\omega}}{2^2} + \frac{e^{-3\omega}}{3^2} + \dots \right) \quad (2.25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T(0, t) &= T_M - \{T_M - T(0)\} \frac{12}{\pi^2} \left( e^{-\omega} \right. \\ &\left. - \frac{e^{-2\omega}}{2^2} + \frac{e^{-3\omega}}{3^2} - \dots \right) \quad (2.26) \end{aligned}$$

となる。(2.18) 式および (2.19) 式からわかるように  $\{T(\delta) - T_M\}$  と  $\{T_M - T(0)\}$  の比は丁度 2:1 となる。これは加熱中止時の表面、裏面の温度と加熱中止後に到達する一様の温度  $T_M$  の差が 2:1 であることを示している。加熱中の平板内部の温度分布は (2.5) 式により、加熱中止後の平板内部の温度分布は (2.20) 式で与えられる。したがってこれらの式より、加熱開始から加熱中止後の一様温度に到るまでの表面および裏面の温度の全変化を図示すると図 5 となる。このことはまた図 4 に示したように初期温度分布  $T(x)$  が時間とともに A、B 領域が打ち消し合って定常状態の  $T_M$  に近づくことを示している。(2.25) 式の右辺の  $T_M$  を左辺に移行し  $\{T(\delta) - T_M\}$  で割り、また (2.26) 式の両辺に  $-T(0)$  を加え  $\{T_M - T(0)\}$  で割り、それぞれ  $T_t^*$  および  $T_0^*$  とすると

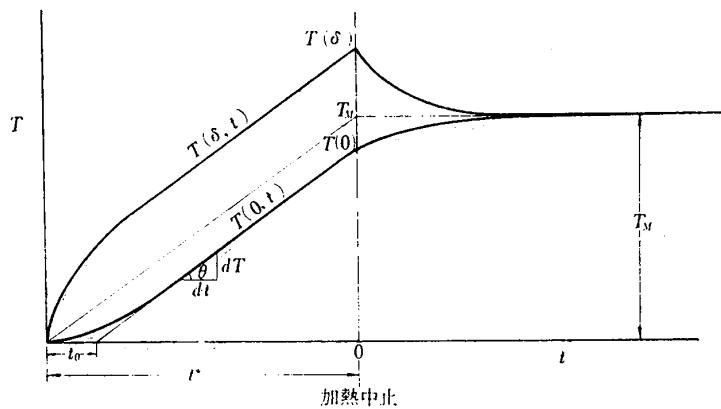


図 5 加熱を受ける平板試料の表面、裏面の温度上昇

$$\begin{aligned} T_{\delta}^* &= \frac{T(\delta, t) - T_M}{T(\delta) - T_M} \\ &= \frac{6}{\pi^2} \left( e^{-\omega} + \frac{e^{-2^2\omega}}{2^2} + \frac{e^{-3^2\omega}}{3^2} + \dots \right) \quad (2.27) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_0^* &= \frac{T(0, t) - T(0)}{T_M - T(0)} \\ &= 1 - \frac{12}{\pi^2} \left( e^{-\omega} - \frac{e^{-2^2\omega}}{2^2} + \frac{e^{-3^2\omega}}{3^2} - \dots \right) \quad (2.28) \end{aligned}$$

となる。(2.27) 式および(2.28) 式は図 5 において加熱中止後の表面、裏面の温度変化を無次元化したものである。

熱電対を用いて輻射加熱を受ける試料表面温度  $T(\delta, t)$  を測定する場合、熱容量の小さい熱電対の方が試料表面より多少高目に測定されることが報告<sup>9)</sup> されているので、ここでは直接輻射加熱の影響を受けない裏面温度  $T(0, t)$  を実測して試料の熱的物性値を求める方法につき述べることにする。(2.28) 式の右辺かっこ内の無限級数は  $\omega=0$  ならば  $\pi^2/12$  に収斂するので  $(T_0^*)_{\omega=0}=0$  となり、また  $\omega \rightarrow \infty$  ならば級数項は 0 となり  $(T_0^*)_{\omega \rightarrow \infty}=1$  となる。したがって  $T_0^*$  と  $\omega$  の関係を図示すると図 6 となる。いま  $T_0^*$  が丁度半分、すなわち  $T_0^*=0.5$  となる  $\omega$  の値を図 6 から求めると  $\omega=0.875$  となる。このときの  $\omega$  内に含まれる時間を  $t_{\frac{1}{2}}$  とし、(2.21) 式の関係を用いると

$$\omega = 0.875 = \frac{\pi^2 \alpha t_{\frac{1}{2}}}{\delta^2}$$

となり、これより温度伝導率  $\alpha$  は

$$\alpha = 0.875 \frac{\delta^2}{\pi^2 t_{\frac{1}{2}}} \quad (2.29)$$

として求められる。すなわち厚さ  $\delta$  の平板表面より熱量率  $q$  で加熱し、 $t^*$  時間後に加熱を中止し、これを放置しておくと、熱の流れを厚さ方向のみの一次元流とした場合に(2.28) 式が満足され、図 6 のように裏

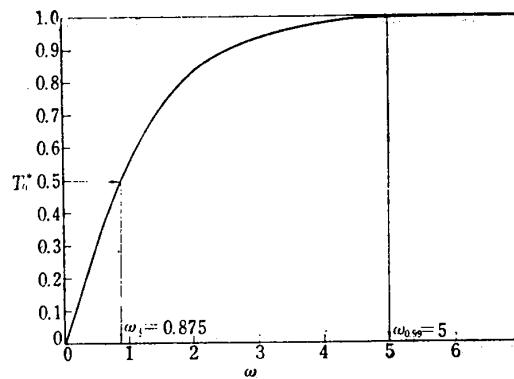


図 6 加熱中止後の裏面温度上昇

面温度は変化する。この温度変化で到達すべき温度の半分までの時間  $t_{\frac{1}{2}}$  を実測により求め、これを(2.29) 式に代入すれば温度伝導率  $\alpha$  が容易に求めることができる。ここで  $T_0^*=0.5$  となる  $\omega$  を図 6 より求めたが、必ずしも  $T_0^*=0.5$  となる  $\omega$  でなくてもよい。しかし実測されたデータより  $T_0^*=0.5$  となる  $\omega$  (あるいは  $t_{\frac{1}{2}}$ ) を求めることは一般的に他の  $T_0^*$  に対する  $\omega$  を求めるよりも容易であるのでここでは  $T_0^*=0.5$  となる  $\omega$  の値を用いた。

次に表面および裏面が断熱状態の平板に表面より熱量率  $q$  で  $t^*$  時間加熱したため、加熱中止後の最終温度は  $T_M$  になり、(2.24) 式がなりたつ、この(2.24) 式より熱容量  $\rho c$  は

$$\rho c = \frac{q t^*}{\delta T_M} \quad (2.30)$$

として求めることができる。さらに、(2.29)、(2.30) 式で求められた、 $\alpha$ 、 $\rho c$  を用いて熱伝導率  $k$  は(2.9) 式の関係より

$$k = \alpha \cdot \rho c \quad (2.31)$$

として求めることができる。

### 3. 初期条件 $T(x)$ を得るために 必要な加熱時間 $t^*$ の選定

2.3 に述べたように平板試料内の初期温度分布  $T(x)$  は (2.5) 式の指數項が無視できる程度に十分時間がたった後に現われる  $x$  の二次関数である (2.17) 式とした。ここで指數項が無視でき、二次関数  $T(x)$  とみなせる時間  $t^*$  はどのくらいかということをあらかじめ知る必要がある。この  $t^*$  は後に述べるように平板の板厚  $\delta$  の二乗に比例し、温度伝導率  $\alpha$  に反比例するので、板厚  $\delta$  が小さいほどまた温度伝導率  $\alpha$  が大きいほど、早く指數項は無視でき、二次関数  $T(x)$  となる。しかし未知の試料においてはこの試料の温度伝導率  $\alpha$  は不明であるので 2.1 で述べた方法でおおよその値を求めておく必要がある。

いま (2.5) 式を

$$T(x, t) = \frac{q t}{\rho c \delta} + \frac{3q}{6k\delta} x^2 - \frac{q\delta}{6k} \left( 1 + \frac{12}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} e^{-\omega_n t} \cos \frac{n\pi x}{\delta} \right) \quad (3.1)$$

と書き直す。ここに

$$\omega = \frac{\alpha \pi^2 t}{\delta^2} \quad (3.2)$$

である。(3.1) 式において裏面 ( $x=0$ ) の温度変化を考えることにし、右辺から内を  $y$  とおくと

$$y = 1 - \frac{12}{\pi^2} \left( e^{-\omega} - \frac{e^{-2\omega}}{2^2} + \frac{e^{-3\omega}}{3^2} - \dots \right) \quad (3.3)$$

となる。この (3.3) 式は (2.28) 式右辺と全く同一で、これを図示したものが図 6 である。(3.3) 式において  $y$  が 1 に等しくなければ初期条件  $T(x)$  は完全に二次関数として満足されるわけである。いま  $y$  が 99% 1 に近づいた  $\omega$  の値、すなわち  $y=0.99$  なる  $\omega$  の値を図 5 より求めてみると  $\omega \approx 5$  となる。このときの時間を  $t^*$  とするなら、(3.2) 式に  $\omega=5$  を代入して

$$t^* = \frac{5\delta^2}{\pi^2 \alpha} \quad (3.4)$$

が得られる。したがって  $t^* > \frac{5\delta^2}{\pi^2 \alpha}$  となるような加熱時間  $t^*$  をえらぶなら、ほぼ初期条件  $T(x)$  として (2.17) 式が満足されるであろう。

いま例として厚さ 3 mm のステンレス鋼、厚さ 2 mm および 5 mm のペークライト試料につき  $t^*$  を求めてみる。ステンレス鋼の温度伝導率  $\alpha^{(3)}$  は 0.0445  $\text{cm}^2/\text{s}$ 、ペークライトの温度伝導率  $\alpha^{(5)}$  は 0.00111  $\text{cm}/\text{s}$

であるから  $t^*$  はそれぞれ (3.4) 式より

$$t^* > 1.03 \text{ sec} \quad \text{ステンレス鋼 } \delta = 0.3 \text{ cm}$$

$$t^* > 18.3 \text{ sec} \quad \text{ペークライト } \delta = 0.2 \text{ cm}$$

$$t^* > 115 \text{ sec} \quad \text{ペークライト } \delta = 0.5 \text{ cm}$$

を必要とする。以上よりわかるように  $\alpha$  の小さい非金属で、試料板厚が厚いものはかなりの加熱時間を要し、実際に測定するに当って加熱時間  $t^*$  や加熱中止後の非定常状態より求める  $t_1$  等の時間を精度よく知る必要があるので記録紙送り速度も大きくしなければならない。したがって加熱時間  $t^*$  が大きいと、これに要する記録紙も長くなり不経済であるので、試料板厚は非金属で 1~2 mm 程度が適当で、試料にもよるがこの場合加熱時間  $t^*$  はおよそ 20 秒前後となる。また  $\alpha$  の大きい金属では (3.2) 式よりわかるように  $\omega$  が大となり、非定常現象が短時間で消滅する。したがってステンレス鋼のように  $\alpha$  が金属中で小さいものについては熱的物性値が測れるが、銅のように  $\alpha$  の大きいものについては本方法で測定しにくい。

### 4. 加熱熱量率 $q$ の測定について

試料を加熱する熱源は次節で述べるように赤外線ランプより発生する輻射熱である。ここでは赤外線ランプよりの輻射加熱によって試料に入る熱量率  $q$  の測定について述べることにする。

平板試料に初期温度分布  $T(x)$  を与えるため裏面を断熱条件とし、表面より熱量率  $q$  で加熱した場合の平板内部の温度分布については (2.5) 式になることをすでに示した。そしてまたある遷移時間後には (2.5) 式の指數項は時間の経過とともに急激に減少し、温度分布は (2.17) 式で与えられることを示した。(2.17) 式で  $x=0$  とした裏面温度  $T(0, t^*)$  を時間  $t$  で微分すると、

$$\frac{dT(0, t^*)}{dt} = \frac{q}{\rho c \delta} = \text{一定} \quad (4.1)$$

となり、図 3 に示したように、ある遷移時間後には直線的に温度が上昇し、(4.1) 式からその勾配は入射熱量率  $q$  に比例することがわかる。よって比熱  $c$ 、密度  $\rho$  そして板厚  $\delta$  の値がわかっている金属板の裏面温度の変化を測定し、準定常状態における温度上昇率  $dT/dt$  を知れば

$$q = \rho c \delta \frac{dT}{dt} \quad (4.2)$$

として基準とすべき輻射熱量率  $q^{(6),7)}$  を求めることができる。

## 5. 実験および結果の検討

### 5.1 実験

加熱源には図7に示すように管型赤外線ランプ8本を同一平面上で等間隔に平行に取り付けた加熱器を用いた。このランプは管径10 mm、フィラメント長さ

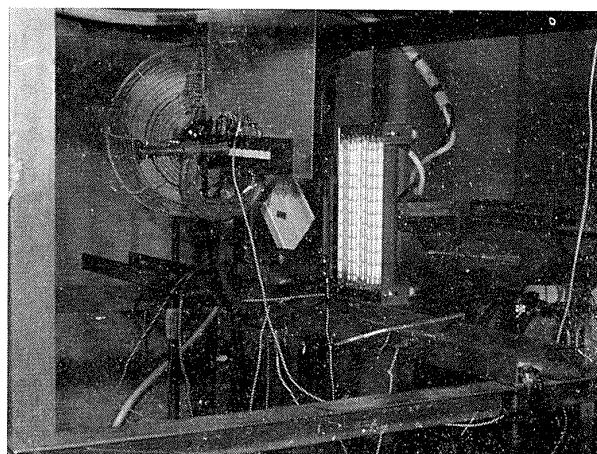


図 7

250 mm で、電圧 240 V における 1 本当りの出力は 1 kW、倍の 480 V では 3 kW である。図8に示すようにランプにはスライダックを通して電圧を加え、0~24 kW の出力を連続的に増減できるようにした。加熱器に加える電力値は単相電力計で直接読取れるようになっている。加熱器と試料との距離は 150 mm 一定とし、加熱器と試料の間には厚さ 3 mm で大きさ 330mm×330mm のアルミニウム平板をシャッターとして用いている。加熱開始時にはこのシャッターを瞬間に取りのぞくわけであるが、図8および図9に示すようにシャッターが加熱器を半分開いたとき、加熱開始用マークが記録紙にはいるようになっており、また加熱中止時にもシャッターが加熱器を半分閉じたとき、加熱中止マークが記録紙にはいるようになっている。試料の大きさは 100mm×100mm の正方形で、裏面温度変化の測定のため裏面には 0.1 φ のアルメル・クロメル熱電対が加圧性接着剤（ビスカ 18-M）により中央部に取り付けてある。また試料表面よりはいる熱量率  $q$  が試料を変えても、加熱器と試料の距離および加熱器電

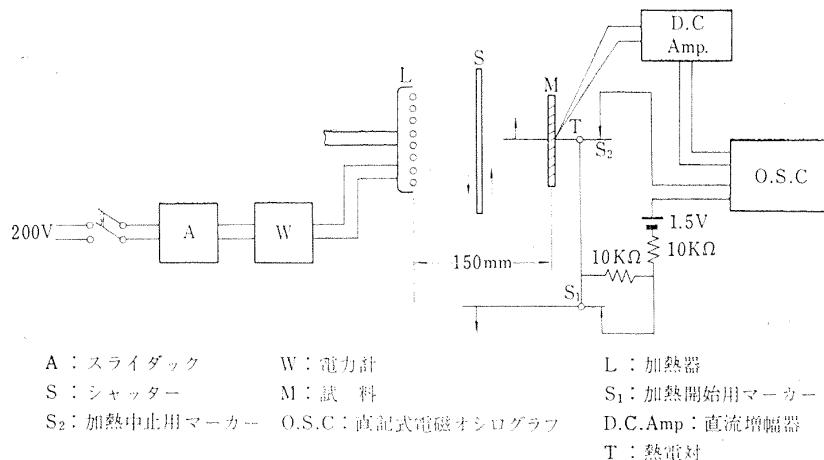


図 8 実験装置

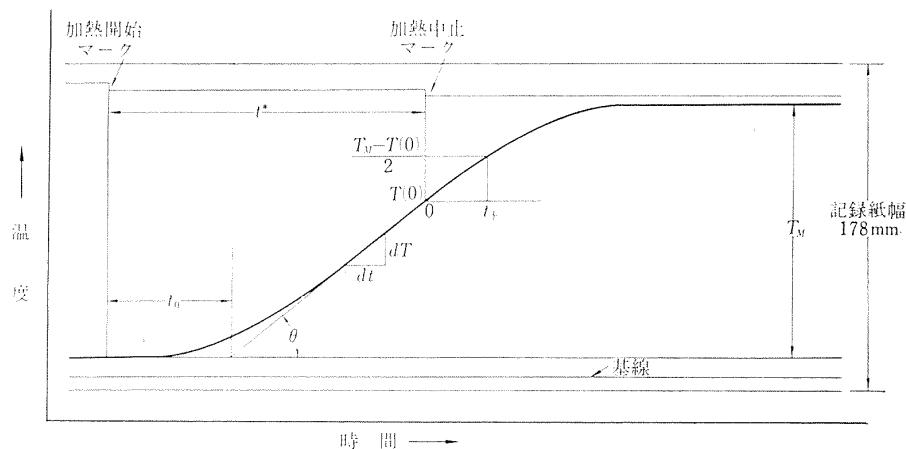


図 9 電磁オシログラフの記録説明図（裏面温度変化）

力が一定のとき、つねに同一にするため水溶性の酸化コバルトを表面に塗って黒化してある。裏面の温度変化は熱電対の微小出力電圧を直流増幅器(横河電機 EM-A 31 型)2台で増幅し、直記式電磁オシログラフ(横河電機 EMO-1、振動子 G-100 A)で記録した。

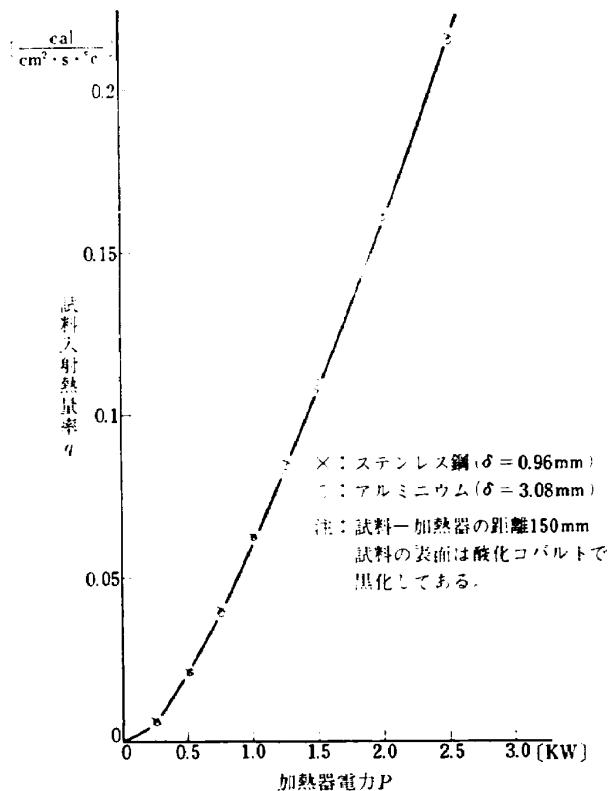


図 10 試料入射熱量率と加熱器電圧の関係

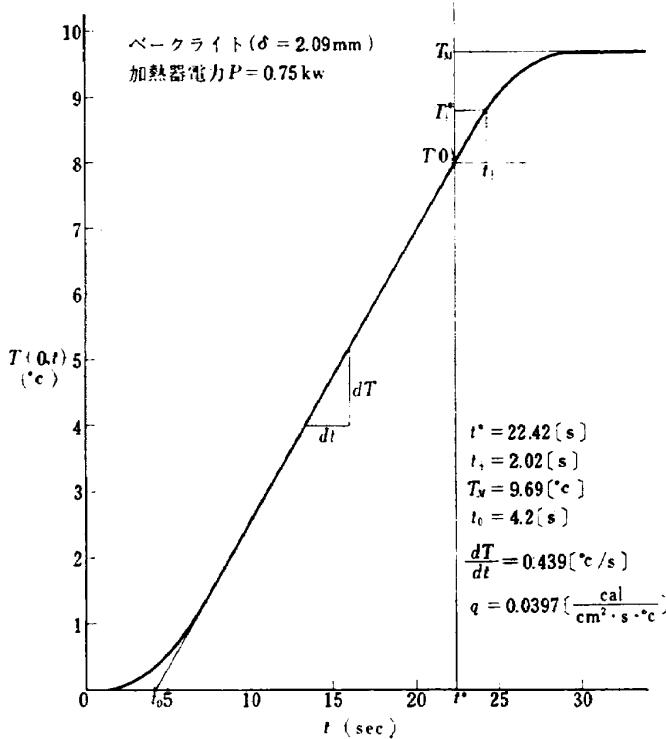


図 11 記録例【ペークライト】

### (1) 試料表面が受ける熱量率 $q$ の測定

先に述べたように既知の物性値  $\rho$ ,  $c$  および試料厚さ  $\delta$  を用いて熱量率  $q$  は(4.2)式より求めることができる。ステンレス鋼 ( $\rho=7.82 \text{ g/cm}^3$ ,  $c=0.11 \text{ cal/g} \cdot \text{°C}$ ,  $\delta=0.96 \text{ mm}$ )<sup>8)</sup> およびアルミニウム ( $\rho=2.7 \text{ g/cm}^3$ ,  $c=0.215 \text{ cal/g} \cdot \text{°C}$ ,  $\delta=3.08 \text{ mm}$ )<sup>8)</sup>を図 8 のように配置された装置で加熱器—試料間の距離を 150 mm 一定とした場合、加熱器に加える電力  $P$  と試料が受ける輻射熱量率  $q$  の関係を求めるところとなる。

### (2) 热的物性値の測定

加熱器に加える電力を  $1 \text{ kW}$  一定(試料の厚さや物性値により適当な電力を選ぶ必要がある)とし、電磁オシログラフの紙送り(紙送り速度= $10 \text{ mm/s}$ )を始動したのちシャッターを急速に取りのぞく。このとき図 8 に示したようにシャッターが加熱器の半分を開いたとき加熱開始用マーカーに当り、接点が一つはずれ記録紙上にマークがはいる。一定時間  $t^*$  だけ加熱した後シャッターを閉じる。このときシャッターが加熱器中央におかれた加熱中止用マーカーに当るように閉じると、もう一つの接点がはずれ記録紙に加熱中止用マークがはいる。これらの様子を示したのが図 9 である。記録紙幅は  $178 \text{ mm}$  で紙幅いっぱいまで  $10^\circ\text{C}$  の温度変化が記録できるよう直流増幅器の利得と電磁オシログラフの減衰器で調整してある。温度記録の較正

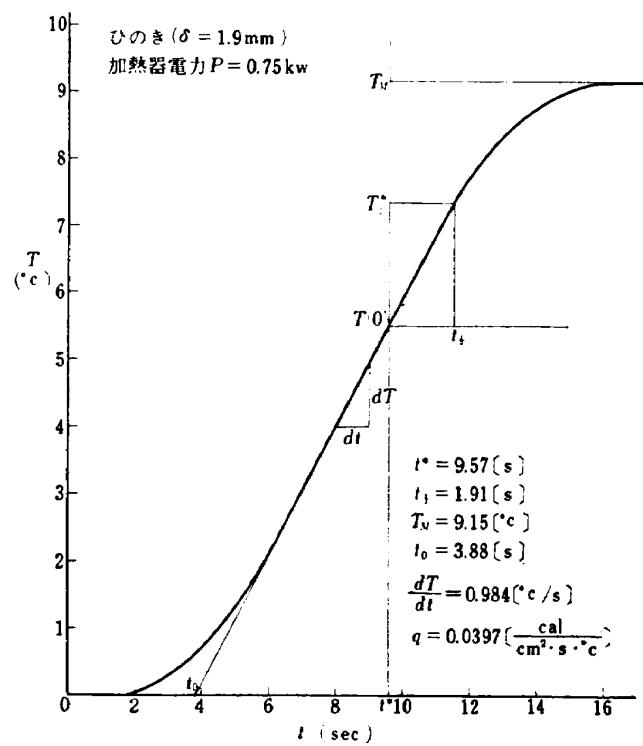


図 12 記録例【ひのき】

には携帯用直流電位差計(横河電機 P-31 A型)を用いた。以上のようにして得られた実験結果例を図 11～図 13 に示す。また実験結果より得られた  $t_1$ ,  $t^*$ ,

$T_M$  および  $q$  ( $P=1 \text{ kW}$  で  $q=0.0629 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{s}$ ) と (2.29), (2.30) および (2.31) 式を用いて 8 種の熱的物性値すなわち熱容量  $\rho c$ , 热伝導率  $k$ , 温度伝導率  $\alpha$  を求めた結果を表 1 に示す。また (2.15), (2.14) および (2.9) 式より得られた結果と文献<sup>8)</sup> で判明している 4 種の値についても比較のため同時に表 1 に示した。これらの得られた結果をみやすくするため書き直した表が表 2 である。

## 5.2 結果の検討

加熱開始後の勾配と  $t_0$  より求めた熱的物性値と加熱中止後の  $T_M$ ,  $t_1$ ,  $t^*$  より求めた熱的物性値を表 1 に示したが、いずれも文献<sup>8)</sup>に述べてある試料とここで求めた試料の熱的物性値とは必ずしも同一物質ではないので、多少の

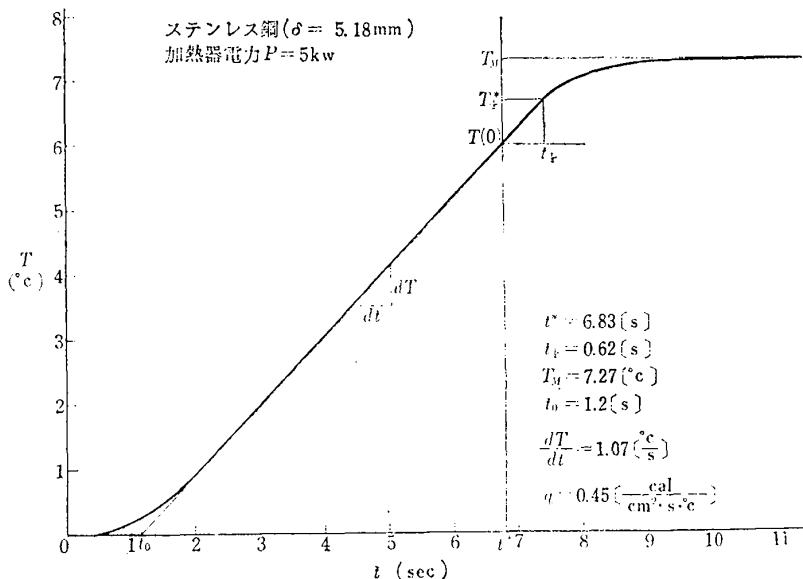


図 13 記録例【ステンレス鋼】

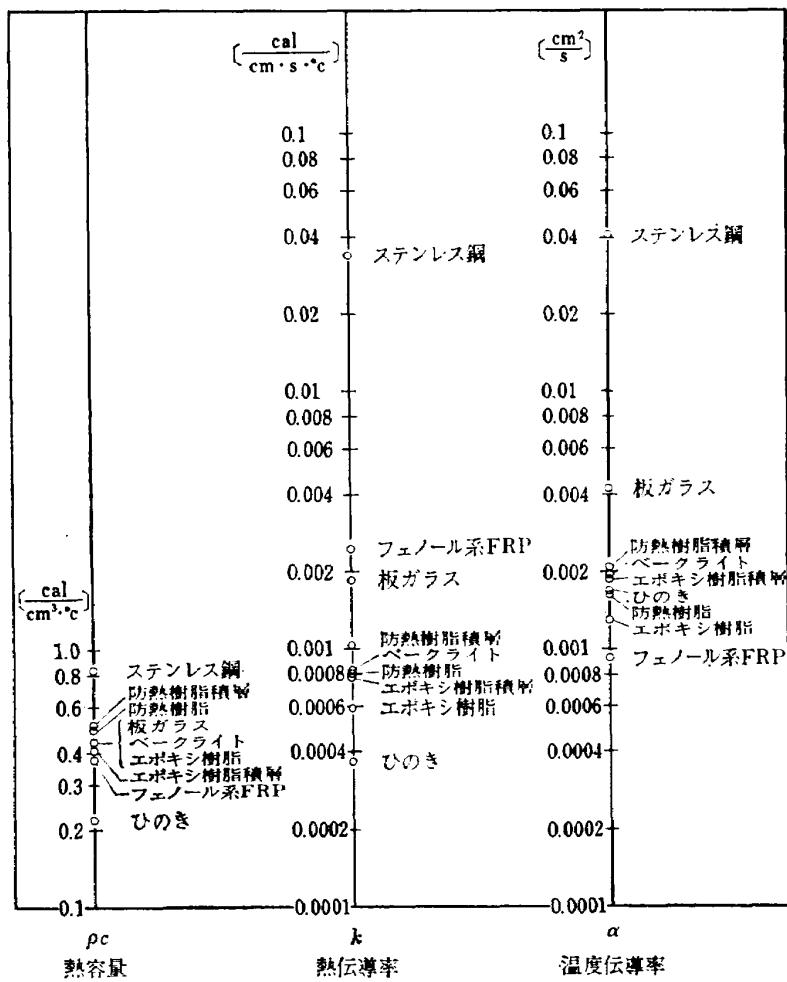
表 1 热的特性値の測定結果

	熱容量 $\rho c$ [cal/cm <sup>3</sup> ·°C]		熱伝導率 $k$ [cal/cm·s·°C]		温度伝導率 $\alpha$ [cm <sup>2</sup> /s]		比重	備考			
	(2.30) 式	(2.15) 伝熱工 学資料	(2.31) 式	(2.14) 伝熱工 学資料	(2.29) 式	(2.9) 伝熱工 学資料					
ステンレス鋼 (5.18 mm)	0.834	0.830	0.86	33.61	$\times 10^{-3}$ 30.93	$\times 10^{-3}$ 38.9	$\times 10^{-3}$ 40.32	$\times 10^{-3}$ 37.27	$\times 10^{-3}$ 44.5	$\times 10^{-3}$ 7.82*	クロムニッケル鋼 18 Cr-8 Ni
板ガラス (1.3 mm)	0.438	0.433	0.483	1.850	2.170	1.810	4.22	4.94	3.34	2.7*	窓ガラス用
ペークライト (2.09 mm)	0.430	0.433	0.483	0.839	0.750	0.556	1.91	1.73	1.14	1.27*	測定器配線用
ひのき (1.9 mm)	0.219	0.267	0.158	0.366	0.413	0.323	1.68	1.55	2.22	0.527*	航空機風胴模型用 含水率 約10%
エポキシ樹脂 (1.98 mm)	0.439	0.437	—	0.588	0.569	—	1.34	1.30	—	—	エポン 828
エポキシ樹脂積層板 (1.38 mm)	0.405	0.404	—	0.761	0.686	—	1.88	1.70	—	1.8**	エポキシ樹脂とガラスクロスの積層板
防熱樹脂 (2.09 mm)	0.489	0.480	—	0.816	0.834	—	1.67	1.74	—	—	エポキシ樹脂(エポン 828 20, 硬化剤 2.5)にアラム 4, 長石 4, 特殊耐熱ガラス 4 の割合で混合したもの
防熱樹脂積層板 (2.2 mm)	0.498	0.492	—	1.035	1.005	—	2.07	2.04	—	—	防熱樹脂とガラスクロスの積層板
フェノール系 FRP (2.97 mm)	0.375	0.364	—	2.440	0.884	—	0.917	0.243	—	1.8**	ガラスクロスを基材としたフェノール樹脂強化プラスチック

\* 伝熱工学資料

\*\* 日立合成樹脂積層板カタログ

表 2 熱的物性值測定結果



相違があることが予想されていたが結果はかなり良い一致をみた。勾配と  $t_0$  を実測して (2.14), (2.15) および (2.9) 式より熱的物性値を求める方法は  $T_M$ ,  $t_{\frac{1}{2}}$ ,  $t^*$  を求めて (2.29), (2.30) および (2.31) 式より熱的物性値を求める方法より記録の読み取り誤差が大きいので精度は悪いと思われる。それは温度と時間の勾配の取り方により  $t_0$  の値に大幅に影響をおよぼすからである。一方後者の方法は加熱開始, 中止マークがはいるので  $t^*$  はかなり良く読みとれ,  $t_{\frac{1}{2}}$ ,  $T_M$  は図 9 に示すようにかなりの精度で読み取ることができる。このことは表 1 にも示されているように  $T_M$ ,  $t_{\frac{1}{2}}$ ,  $t^*$  と (2.29), (2.30) および (2.31) 式より求めたほうが文献の値に近い傾向にあることでもわかる。

その他に誤差の原因となると考えられるものに (a) 試料入射熱量率の測定誤差, (b) 試料の境界を断熱と仮定したために起こる誤差, (c) 記録装置および記録の読み取り誤差, (d) 热電対の取り付け方による誤差などがある。次にこれらの誤差の原因について考えて

みる。

(a) 試料入射熱量率の測定誤差

熱的物性値が既知である試料を用いて得られた熱量率  $q$  を基準にして未知の試料の熱的物性値を求めるため、基準となる試料と文献等に述べてある試料とが一致しなければならない。さもなければ何らかの方法で基準となる試料の物性値をあらかじめ精確に求めておく必要がある。ここではこの誤差を少なくするためアルミニウムとステンレス鋼を基準とした。

(b) 試料の境界を断熱と仮定したために起こる誤差

(2.1) 式で表面、裏面を断熱とした場合の解に適合するように熱的物性値を定めるため、断熱という条件がどの程度なりたつか不明である。この影響をなるたけさけるため、この実験では外気温度と試料との温度差を  $10^{\circ}\text{C}$  以内におさえた。しかし境界では熱伝達は多少は存在するわけであるからこれによる誤差はある程度避けられない。

(c) 記録装置および記録読み取り誤差

加熱器は8本の赤外線ランプを平行に並べたものであるから、ランプ上とランプ間では加熱率は当然相違している。しかし100mm以上離れた所ではほぼ一様に加熱されると考えられるがこれによる誤差の影響も考えねばならない。またランプと試料の平行度およびランプと試料の距離による誤差がある。本実験においてはこの点にあまり考慮しないで行なったが、一応スケールで距離と平行度はそのつど合わせた程度である。記録装置の較正には電位差計（横河電機P-31A型）を用いたがアルメル・クロメル熱電対で10°C以下の低い温度範囲の較正にはもっと高感度の較正器を用いたほうがよい。最後に記録されたデータの読み取り誤差であるが、熱電対のごく小さい出力電圧を直流増幅器でかなり増幅しているためノイズがはいる。これを取りのぞくよう調整したが結局2mm幅ほどの線となって電磁オシログラフに記録された。これの読み取り誤差は小さいと思われるがやはり誤差の一つとなるであろう。

#### (d) 热電対の取付け方による誤差

金属のように熱電対を直接試料に熔接できるものにはあまり誤差はないと思われるが、非金属のように熔接できないものの裏面温度を測る方法として、本実験では加压性接着剤を用いて熱電対を取付けたのでこれによる影響があるものと考えた。しかし本実験終了後に平板ステンレス鋼を用い熔接したものと接着したものとをほぼ同じ所に取付け比較したところほとんど誤差はみとめられず、180°Cまでの温度範囲なら加压性接着剤を用いて熱電対を取り付けても十分測定できることが判明した。したがって本実験において熱電対を接着剤を用いて取り付けて裏面温度測定を行なったが、これによる誤差の影響は少ないと思われる。

## 6. むすび

平板試料の表面より赤外線ランプ加熱器で一定時間 $t^*$  加熱し、裏面温度を測定した場合、裏面温度変化の非定常部分は加熱開始直後と加熱中止後に現われる。実験により測定されたこの加熱中止後に現われる非定常状態が一次元熱伝導方程式の解に一致するよう熱的物性値を定める方法および実験について述べた。すなわち加熱中止から中止後に到達する最大裏面温度 $T_M$ と中止時裏面温度 $T(0)$ の差の半分 $\left\{\frac{T_M-T(0)}{2}\right\}$ までに要する時間 $t_{\frac{1}{2}}$ より温度伝導率 $\alpha$ 、最大裏面温

度 $T_M$ と加熱時間 $t^*$ より熱容量 $\rho c$ そして $\alpha$ と $\rho c$ を知つて熱伝導率 $k$ を求める方法について述べ、熱的物性値のわかっているステンレス鋼、板ガラス、ベークライトおよびひのき、熱的物性値のわからないエポキシ樹脂、エポキシ樹脂積層板（ガラス基材）およびフェノール樹脂積層板（ガラス基材）の熱的物性値を本方法で求めた結果を表1に示した。

本方法による熱的物性値の測定は試料が少量ですみ、また試料を加熱器正面に置くだけでよいかから装置として非常に簡単である。実験により得られた結果は簡単な公式(2.29), (2.30)および(2.31)に代入して熱的物性値を得ることができる。一方試料にはいる熱量率 $q$ はあらかじめ物性値のわかっている金属の熱伝導を利用して熱量率 $q$ を求めることができる。ただしこの方法は温度上昇の非定常状態を利用するため熱伝導の良い金属等には適用しにくい欠点がある。

最後に終始御指導を賜つた機体一部熱弹性研究室竹中幸彦室長、試料の製作に協力下さった管理部工作課田村正芳係長、実験に協力された機体一部熱弹性研究室豊原恒彦技官および野口義男技官に感謝の意を表します。

## 文 献

- 1) 川下研介他；非定常熱伝導による熱的物性値測定法（第2報）日本機械学会前刷集，No. 150, 416 (1966/4)
- 2) 山家謙二；熱伝導における測定技術(2) 機械の研究, 15巻, 3号, 1963, pp. 382
- 3) W.J. Parker, R.J. Jenkins, C.P. Butter and G.L. Abbott; "Flash method of determining thermal diffusivity, heat capacity and thermal conductivity" Journal of Applied Physics Vol. 32, pp. 1679, (1961)
- 4) Carslaw and Jaeger; Conduction of Heat in Solids Oxford pp. 101, pp. 112, (1959)
- 5) 竹中幸彦他；輻射熱量計の較正、航技研報告, TR-41 (昭和38/2)
- 6) 竹中幸彦他；コーティングの断熱効果に関する実験、航技研資料, TM-12 (昭和38/3)
- 7) 竹中幸彦他；FRP コーティングの断熱特性、航技研報告, TR-81 (昭和40/1)
- 8) 伝熱工学資料、日本機械学会、改訂第2版
- 9) 竹中幸彦・江川幸一；急速加熱を受ける金属表面温度について、日本機械学会第42期全国大会講演前刷集 No. 122, 624 (昭和39/10)

TR-124	FM 多重テレメータの動特性 Dynamic Characteristics of FM Multi-channel Telemetering System	1966年12月	新田慶治, 桜井善雄 松崎良継
TR-125T	Experimental and Calculated Results of Supersonic Flutter Characteristics of a Low Aspect-Ratio Flat-Plate Surfaces	Jan. 1967	Eiichi NAKAI, Toshiro TAKAGI, Koji ISOGAI, Toshiyuki MORITA
TR-126	高負荷燃焼器の箱形模型による実験 (II) Some Experiments on High Intensity Combustor with Partial Models (II)	1967年2月	大塚貞吉, 福田 広 相波哲朗
TR-127	周波数変換による微小回転角の計測 Measurement of Small Rotating Angle by the Frequency Modulation Technique	1967年3月	大月正男, 鈴木孝雄 円居繁治

## 航空宇宙技術研究所報告 128 号

昭和 42 年 3 月 発行

発行所 航空宇宙技術研究所

東京都調布市深大寺町 1880

電話武藏野三鷹 (0422) 44-9171 (代表)

印刷所 株式会社 東京プレス

東京都板橋区桜川 2~27~12