

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-136

Nearly-Free-Molecule-Flow におけるオリフィス型圧力管

恩 地 瑛・山 本 稀 義

1967 年 5 月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 報 告

- | | | | |
|---------|--|-----------|------------------------------------|
| TR-111T | An Asymptotic Solution of the Nonlinear Equations of Motion of an Airplane | Aug. 1966 | Hiroshi ENDO |
| TR-112 | 圧縮性と壁形状を考慮した軸流ターボ機械の作動円盤理論 (II)
—円周速度のある流れ—
A Theoretical Investigation of the Compressible Flow Through the Axial Turbo Machines (II)
—Swirling Fluids— | 1966年8月 | 藤井昭一 |
| TR-113 | 地面近くでホバリングするヘリコプタ・ロータに関する実験
Experimental Study on the Ground Effect of a Model Helicopter Rotor in Hovering | 1966年8月 | 幸尾治朗, 岡 遠一 |
| TR-114 | フライングテストベッドの高度制御システムの検討 (I)
Analytical and Simulation Studies of the Height Control of the Flying Test Bed (I) | 1966年8月 | 武田 峻, 甲斐忠夫 |
| TR-115 | NAL-16 ロケットの研究試作および飛しょう実験 —D型およびIT型—
Single-Stage Solid Propellant Rocket (NAL-16) | 1966年8月 | ロケット性能研究室 |
| TR-116 | 50 cm 極超音速風洞の計画と構造
Design and Construction of the 50 cm Hypersonic Wind Tunnel at National Aerospace Laboratory | 1966年9月 | 極超音速風洞建設グループ |
| TR-117 | 弾性振動方程式の差分解に関するエネルギー不等式
Energy Inequalities for the Difference Solutions of Equations of Elastic Vibration | 1966年10月 | 三好 甫 |
| TR-118 | 高負荷燃焼器の箱形模型による実験
Some Experiments on High Intensity Combustor with Partial Models | 1966年10月 | 大塚貞吉, 福田 広
相波哲朗 |
| TR-119 | 多次元1階準線型双曲型方程式の解の存在について
On the Existence of Discontinuous Solutions of the Cauchy Problem for Quasi-Linear First-Order Equations | 1966年10月 | 小島清史 |
| TR-120 | 航技研フライングテストベッドの姿勢制御方式の検討
Analytical and Simulation Studies on the Attitude Control System of the Flying Test Bed | 1966年11月 | 武田 峻, 堀川勇壮
小川敏雄, 森 幹彦 |
| TR-121 | パルスレシオ変調回路およびその修正回路について
Some Circuits for Pulse Ratio Modulation and their Modified Circuits | 1966年11月 | 村上 力 |
| TR-122 | 失速が起こるような高い迎角で, 調和振動する二次元翼に働く空気力に対する半実験的理論
Semi-Empirical Theory to Estimate the Airforces Acting on the Harmonically Oscillating Two-Dimensional Wing at High Angle of Attack Where Separation Can Occur | 1966年12月 | 磯貝 紘二 |
| TR-123 | 姿勢制御用空気ジェットノズルの研究
Design and Experimental Study of Air Jet Nozzles for the Attitude Control of VTOL Aircraft | 1966年12月 | 滝沢直人, 西村博史
藤枝 郭俊, 田辺 義一
渋谷昭義 |

Nearly-Free-Molecule Flow におけるオリフィス型圧力管*

恩 地 瑛**・山 本 稀 義**

Experimental Study of an Orifice-Type Pressure Probe in Nearly-Free-Molecule Flow

By Akira ONJI and Kiyoshi YAMAMOTO

The theory developed for free-molecule flow can be extended to the case of *nearly*-free-molecule flow by introducing an additional term in the expression of the velocity distribution function. The authors applied this theory to the orifice-type pressure probe, and showed that the pressure inside of this probe was related to the first moment of the velocity distribution function.

In order to check the theory, the authors carried out several experiments in the rotating-arm apparatus at NAL using air and Freon as test gases: measurements were made with orifices located on the models of spheres, circular disks, and cylinders of various size. The range of Knudsen number was varied from 0.1 to 20; the speed ratio was 0.22 to 1.60. Thermistor gauges, specially calibrated, were used to measure the pressure and the temperature.

The results were compared with theoretical ones based on the theories by Willis and Liu et al. The agreement was fairly good in the range $K_n > 3$. Especially when the speed ratio is small enough, measured values showed smooth intermediate change from the free-molecule to the continuum regime for all bodies and orifice locations. However, the existing theories did not explain well the data for $K_n < 3$.

記 号

C : 気体分子の速度
 C_m : 気体分子の確率最大速度
 d : 物体の代表的長さ
 F, f : 速度分布関数
 K_n : クヌーセン数 ($=\lambda/d$)
 m : 気体分子の質量
 N : オリフィスにおける内向きの法線
 P : 圧力
 R : 単位質量あたりの気体定数
 S : 速度比 (U/C_m)
 T : 絶対温度
 U : 一様流の速度
 ψ : N と U のなす角
 χ : (式 5) により定義される量
 λ : 気体の平均自由行路

添 字

n : N 方向の成分
 0 : 自由分子流の状態
 ∞ : 無限遠における状態
 A : 物体表面およびオリフィス内部の状態

1. ま え が き

気流が希薄になってその平均自由行路が物体の代表的長さに比較して無視できなくなると、連続流とは異なった性質を示し従来の連続流の気体力学では取り扱うことができなくなる。この希薄気流の研究は近時ロケットや人工衛星の実用化にともなって重要な意味をもつようになった。

希薄気流における基本的なパラメータはクヌーセン数(K_n)と呼ばれるもので気体の平均自由行路と物体の代表的長さとの比で表わされる。 $K_n=0$ は連続流に対応し、 K_n が増大するにしたがって気流は希薄になる。この K_n の大きさによって希薄気流は通常三つの領域に分けられている¹⁾。すなわち $0.01 \leq K_n \leq 0.1$ をすべ

* 昭和42年4月5日受付

** 空気力学第一部

り流, $0.1 \leq K_n \leq 10$ を遷移流, $K_n \geq 10$ を自由分子流と呼ぶ。 $K_n \leq 0.01$ は連続流として取り扱われる。これらの領域の中ですべり流は連続流の概念を拡張または修正して解析される。また自由分子流は気体分子間の衝突を無視した場合で気体分子運動論の立場から取り扱われる。しかしながら遷移流については一般に解析が容易でない。この領域を支配する基礎方程式はボルツマンの方程式と呼ばれる非線形の微積分方程式であるから厳密解を求めることは至難である。通常行なわれている解析法は、ボルツマンの方程式を線形化その他の方法で簡略化し、さらに分子の衝突模型を適当に仮定している。

遷移流の中で $1 \leq K_n \leq 10$ の範囲をとくに Nearly-Free-Molecule Flow と呼び、最近解析が行なわれるようになった。この領域では、気流がかなり希薄ではあるが分子間の衝突を完全には無視できないので物体に入射する分子と物体から反射された分子の衝突による影響を考慮し、自由分子流の解からの摂動によって解を求める方法がとられる。この理論を Nearly-Free-Molecule Flow の理論と呼び、Willis²⁾、Liu 等³⁾ その他によって球、円板、円柱等のまわりの速度分布関数が求められている。

しかしながら、これらの理論はあくまでもいろいろの仮定に基いた近似的方法であるから、実験と比較してその妥当性を調べる必要がある。しかし一般に希薄気流の実験、とくに自由分子流から Nearly-Free-Molecule Flow の範囲内での実験データは現在のところあまり多くない。これはこの流れの領域を実現することおよび計測法に困難があるためと思われる。したがって理論の妥当性を check できる実験データをうることはとくに重要である。

本報告では自由分子流オリフィス型圧力管の理論を Nearly-Free-Molecule Flow に拡張した。自由分子流オリフィス型圧力管は Patterson によって開発されたもので⁷⁾⁸⁾、オリフィス内の圧力を測定し自由分子流理論から速度比を求めるものである。これは自由分子流に適用されるものであるから上述のように気流の平均自由行路とプローベの代表的長さの比(クヌーセン数)が十分大きい場合に限られる。クヌーセン数が十分大きくないときには入射分子と反射分子の衝突を考慮した Nearly-Free-Molecule Flow に固有の補正が必要になる。この補正を行なったとき、圧力が Nearly-Free-Molecule Flow の速度分布関数の一次のモーメントによってあらわされることを本報告に示した。

ついてこの圧力を実験により求めた。実験は旋回腕

装置を用いて円板、円柱および球の表面にオリフィス型圧力管を埋めこんで、圧力とクヌーセン数および速度比の測定を行なった。空気およびフロン 113 を用いて速度比 0.22 から 1.60 まで、クヌーセン数は測定部の圧力および模型の大きさを変えて 0.1 から 20 の範囲まで行なった。同時に Willis および Liu 等の理論から求められている円板、円柱、および球に対する分布関数の一次のモーメントを計算して比較を行なった。

最近、球および円柱の Nearly-Free-Molecule Flow における抵抗および平衡温度を測定し理論と比較した結果が二、三報告されているが⁴⁾⁵⁾⁶⁾、これらは速度分布関数の二次および三次のモーメントを物体表面の全域にわたって積分したものを実験と比較することに相当している。一方、本報告は圧力すなわち速度分布関数の一次のモーメントの局所的な値を実験と比較したことになっている。圧力の測定は抵抗などに比較すれば一般に精度がよいからこの方法はより精度の高い check が期待できる。

また実験の結果は、自由分子流オリフィス型圧力管の Nearly-Free-Molecule Flow における校正であるから、その資料としても役立つものと思われる。

2. Nearly-Free-Molecule Flow におけるオリフィス型圧力管

自由分子流におけるオリフィス型圧力管の概念を拡張して、このようなオリフィス型圧力管を物体に埋めこんで Nearly-Free-Molecule Flow の中に置いた場合を考える。気流の平均自由行路に比較して物体の代表的長さは同程度であるがオリフィスの口径はこれに比較して十分小さいと仮定する。

オリフィスの断面積を dA としその内向きの法線を N とする。 N と流れの方向のなす角を ψ とすれば、単位時間に dA を通ってオリフィス内に流入する分子の数 (number flux) は、速度分布関数から求めることができる。すなわち速度分布関数を F とすれば、オリフィスの位置における F の値に分子速度の N 方向の成分 C_n を乗じて速度空間 $C_n > 0$ の全域にわたって積分すればよい。

$$dA \int_{C_n > 0} C_n F dC \quad (1)$$

dC は速度空間における微小体積要素をあらわす。一方オリフィス内での分子の分布状態が平均速度零のときの Maxwell 分布をなすものと仮定すれば、オリフィス内から dA を通って単位時間に流出する分子の数

は自由分子流の理論によって

$$\frac{n_A C_{mA}}{2\sqrt{\pi}} \quad (2)$$

で与えられる¹³⁾。 n_A および C_{mA} はオリフィス内での分子密度および確率最大速度である。定常状態では単位時間に流入する分子数は流出する分子数に等しいから

$$\int_{C_n > 0} C_n F dC = \frac{n_A C_{mA}}{2\sqrt{\pi}} \quad (3)$$

が得られる。(3) を書きなおして

$$n_A C_{mA} = n_\infty C_{m\infty} \chi \quad (4)$$

$$\chi = \frac{2\sqrt{\pi}}{n_\infty C_{m\infty}} \int_{C_n > 0} C_n F dC \quad (5)$$

とする。速度分布関数に速度の n 次の項を乗じて速度空間で積分したものを n 次のモーメントと呼ぶことにすれば χ は一次のモーメントとなる。 n_∞ および $C_{m\infty}$ は無限遠での分子密度および確率最大速度である。 χ は一般に速度比 S 、無限遠およびオリフィス内の温度 T_∞ および T_A 、 ϕ 、および物体の形状に関する。

状態方程式

$$P = mnRT \quad (6)$$

(m は分子の質量、 R は分子一個当りの気体定数、 P は圧力) および

$$\frac{C_{mA}}{C_{m\infty}} = \sqrt{\frac{T_A}{T_\infty}} \quad (7)$$

の関係を用いると (4) は

$$\frac{P_A}{P_\infty} \sqrt{\frac{T_\infty}{T_A}} = \chi \quad (8)$$

となる。(5) を想起すれば (8) はオリフィス内の圧力 P_A が分布関数の一次のモーメントから求められることを示す。

Nearly-Free-Molecule Flow の理論によれば速度分布関数は一般に

$$F = f_0 + g(K_n) f_1 \quad (9)$$

の形であらわされる^{註1)}。ここに $g(K_n)$ はクヌーセン

数 K_n の関数で三次元物体 (球, 円板) においては

$$g(K_n) = -\frac{1}{K_n} \quad (10)$$

また二次元物体 (円柱, リボン) においては

$$g(K_n) = \alpha \ln \alpha \quad (11)$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \left(\frac{T_\infty}{T_A} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{K_n} \quad (12)$$

の形をとる。 f_0 は自由分子流における速度分布関数、 f_1 は分子衝突による補正を与える。 f_1 の形は三次元物体については小口⁹⁾、Willis²⁾、Liu et al³⁾、Rose¹⁰⁾その他が求めており、二次元的物体についてはWillis²⁾、Baker-charwat¹¹⁾等が求めている。

(5) および (9) を用いれば (8) は

$$\frac{P_A}{P_\infty} \sqrt{\frac{T_\infty}{T_A}} = \chi_0 + g(K_n) \chi_1 \quad (13)$$

$$\chi_0 = \frac{2\sqrt{\pi}}{n_\infty C_{m\infty}} \int_{C_n > 0} C_n f_0 dC \quad (14)$$

$$\chi_1 = \frac{2\sqrt{\pi}}{n_\infty C_{m\infty}} \int_{C_n > 0} C_n f_1 dC \quad (15)$$

となる。 χ_0 は Patterson によってつぎのように求められている。

$$\chi_0 = e^{-S^2 \cos^2 \phi} + \sqrt{\pi} S \cos \phi \{1 + \operatorname{erf}(S \cos \phi)\} \quad (16)$$

$$\left(\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \right)$$

したがって (13) の右辺の第一項のみをとれば Patterson の理論となり、(13) は Patterson の理論を Nearly-Free-Molecule Flow に拡張したものになっていることがわかる。

いろいろな物体のいろいろなオリフィスの位置について S および K_n を変えて P_A 、 P_∞ 、 T_∞ および T_A を測定し (13) と比較すれば Nearly-Free-Molecule Flow の理論の妥当性、あるいは成立する範囲を実験により確かめられる。

以上の解析からわかるように圧力を測定して理論と比較することは速度分布関数の一次のモーメントを調べることを意味する。これに対して抵抗値は、分布関数に流れ方向の分子速度 C_x の二乗をかけて $C_x > 0$ の全域について積分しさらに物体表面全体にわたって積分することによって求められる。したがってこれは分布関数の二次のモーメントの積分に対応する。平衡温度は $C_x C^2$ をかけて同様の積分を行なうことによって求められるので三次のモーメントの積分に対応する。

3. 実 験

Nearly-Free-Molecule Flow を実現させるために航空宇宙技術研究所の旋回腕装置を用いた。この装置の

注 1) (9) を導くときの仮定は解法によって多少異なっている。Willis の理論では BGK 分子模型を用い、Liu 等では Maxwell 分子模型を仮定している。また Willis の理論では $S > 2$ が仮定され、Liu 等は低速から中間の速度比を仮定している。Willis の理論は厳密にはこの実験の条件に適合しないが、結果はかなりよい一致が得られた。表 1 に Willis および Liu 等の理論による χ_1 の値を球、円柱および円板の場合について示す。本報告では小口、Rose、Baker-Charwat の理論は比較しなかった。これらはいずれも速度比が十分に大きいことを仮定しているので本実験の条件に適合しないためである。

詳細は付録 2 に述べる。

圧力の計測にはサーミスタを用いた。ただし、特殊な用法であるため、今までとは異なった温度補償法を用いた。実験範囲内での測定誤差は 5% 以下である。この圧力計については付録 1 に述べる。温度の測定も同様にサーミスタを用いた。これらの出力はいずれも自動平衡計器により記録させた。

旋回腕の軸の回転数はパルスカウンタにより測定したがその誤差は 0.1% 以内である。腕の遠心力による伸びは計算により 0.2% 以下であることが確かめられる。また腕の回転中の測定部の温度変化は 0.4% 以下である。したがって空気を用いたとき速度比 S に含まれる誤差は

$$S = \frac{u}{C_m} = \frac{2\pi r\omega}{\sqrt{2RT}}$$

(ただし r は腕の長さ、 ω は回転数/秒)

から

$$\left| \frac{\Delta S}{S} \right| = \left| \frac{\Delta r}{r} \right| + \left| \frac{\Delta \omega}{\omega} \right| + \frac{1}{2} \left| \frac{\Delta T}{T} \right|$$

となり 0.5% 以下であることがわかる。しかしながらフレオンを用いたときは、真空槽内壁からしみでる out gas による空気が混合することにより R の値がフレオンの分子量から計算した値と一致しないおそれがある。この影響は測定部の圧力が低いほど大きくなる。本実験における最低圧力 4×10^{-4} mmHg のときにはこの混合の割合は 40:1 以下の程度となり、フレオン 113 の分子量は 187、空気の分子量は 29 であるからこのときの R の誤差はたかだか 2% と考えられる。したがってフレオン 113 を用いたときの速度比の誤差は 3% 以下と考えられる。実際に自由分子流におけるオリフィス内の圧力を測定して (13) から求めた S の値と、軸の回転数から求めた S の値の関係は図 1 に示されるようにフレオン 113 では圧力から求めた S の値がやや小さ目になっている。これは混合による影響と思われる。

同様の考えからフレオン 113 の平均自由行路に含まれる誤差も 3% 以下と考えることができる。

実験に用いた模型は球、円板および円柱である。球は直径 10 mm, 15 mm, および 20 mm の三種で $\phi = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ の三通りの実験を行なった。円板は直径 10 mm, 15 mm および 20 mm でオリフィスはその中心に位置し、 $\phi = 0$ の場合のみ実験を行なった。円柱は直径 4 mm, 8 mm および 20 mm (アスペクト比はそれぞれ 30, 15, および 12) であり球と同じく $\phi = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ について実験を行なった。

オリフィスを作るときに注意しなければならないのは、その肉厚と口径の比を十分に小さくしなければならないことである。この比が十分小さくないときは肉厚の部分に当って反射する分子の影響によってオリフィス内の圧力が肉厚に関係する。この肉厚と口径の比とオリフィス内の圧力の関係については Patterson 等の計算がある¹³⁾。本実験ではこの影響をさけるためにオリフィスは厚さ 0.03 mm の燐青銅箔に 0.9 mm の穴をあけ、かえりのないように注意した。このとき肉厚と口径の比は 1:30 となり影響はほとんどないと考えられる。

模型のとりつけ位置およびサーミスタの位置は図 2 に示される。回転軸の中心からサーミスタまでの距離とオリフィスまでの距離は等しくしてあるから遠心力の差による圧力変化はない。他の腕の端にも全く同じ模型がつけられており、その中のサーミスタは温度補償用である。また同時にこのサーミスタによってオリフィス内の温度も計測した。

腕の回転継続時間は最高 10 分程度である。この間におけるオリフィス内の温度上昇が認められたのは、速度比が 1 以上でかつクヌーセン数が 1 以下の場合のみであった。しかも温度上昇の最高は 7°C 程度である。このように温度変化が小さいのは、オリフィス内の圧力が平衡に達する時間に比較して温度の平衡に達する時間が十分大きいと思われる。したがって二三の場合を除いては $T_A = T_\infty$ として整理した。

実験結果を図 3~5 に示すがその前に旋回腕装置の実験において問題になるのは後流の影響である。自由分子流すなわち K_n で十分大きいときに測定値が理論値に近づくことからこの場合には後流の影響がないと考えてよい。また簡単な計算によりこれを確かめることもできる。これについては付録に示す。Nearly-Free-Molecule Flow においては解析が容易でないため、以下に述べるような実験によって後流の影響を調べることとした。

通常の実験 (図 3 から図 5 まで) ではすでに述べたように測定用模型と全く同じものを旋回腕の他端にもとりつけて行なったが、この実験では測定用模型として 20 mm の円板を用い、そのバランス用模型として 50 mm, 30 mm および 0 mm (何もつけない場合) の円板をとりつけて測定値が如何に変化するかを調べた。これらの結果を図 6 に示す。図中 $d = 20$ mm の点は通常の実験に相当する。測定値はいずれも同一誤差範囲内に含まれ、他端の円板の大きさによる測定値の変化を識別することはできない。すなわちこの実験範

管内では後流の影響は認められない注2)。クヌーセン数をさらに小さくすれば当然測定値は後流の影響によって変化し他端の円板の大きさによって異なった値を示すものと思われる。この実験装置でも $S \geq 1.0, K_n \leq 0.3$ 程度から測定部に、腕の回転から誘起される mass motion が発生し有効な実験ができなくなる。

実験の結果を図3から図5までに示す。図3は球、図4は円板、図5は円柱の場合であるがいずれの場合についても同様の傾向がみられる。例として図3(a)をとればこれは球の $\phi=0$ の場合で S の値をいろいろ変えたときのデータである。図の実線および点線はそれぞれ Liu 等および Willis が求めた分布関数を用いて(5)式から計算したものである。F. M. Limit は自由分子流における値で(13)式の右辺第2項が消失したときに相当する。C. Limit は連続流の対応する値である。 $\phi=0$ で低速の場合 C. Limit は $1+S^2$ に等しい。なお球の場合 $\phi=45^\circ$ および 90° における連続流の理論と実験の結果があまりよく一致しないので、二の実験結果を C. Limit として示した(図3b および c)。

全般を通じてクヌーセン数が減少すれば測定値 $P_A/P_\infty \sqrt{T_\infty/T_A}$ は自由分子流の値から減少するのがみられる。とくに低速の場合 ($S < 1$) はその減少が単調で、そのまま連続流の値に近づいてゆくのがわかる。これに対して高速の場合 ($S > 1$) はやや異なった現象がみられた。すなわちクヌーセン数の減少とともに一度減少した測定値 $P_A/P_\infty \sqrt{T_\infty/T_A}$ は $K_n \leq 2$ でふたたび増加し、 $K_n \leq 0.8$ でふたたび減少に転ずる。

なお模型(オリフィス内)に温度上昇が認められた場合は圧力計の温度に対する補正を行なった。

4. 結 論

図3から図5までの結果により以下のことが結論される。

注2) 最近 Trepaud と Brun¹⁸⁾ が自由分子流の円柱の後流について解析を行ない、同時にマッハ数4で実験を行なっている。その実験によれば $K_n \geq 2$ では圧力は直径の100倍程度の位置でほとんど回復している。 $K_n=0.84$ の実験は十分後方まで測られていないが直径の250倍程度の後方では10%以下に回復しているものと思われる。本報告の場合は直径の250倍以上後方であり Trepaud と Brun の場合より速度比も小さいことを考慮すれば、本報告の場合後流の影響が小さいことも納得できる。

(1) 一般に $K_n \geq 2$ では Nearly-Free-Molecule Flow の理論から求められた速度分布関数の一次のモーメントは実験の結果と比較的よく一致する。Liu 等の理論と Willis の理論とを比較すれば前者の方がやや実験値に近い。これは Willis の理論が厳密には $S \leq 2$ で成立つものであるのに対して Liu 等の理論が比較的低速で成立つものであることを考慮すれば当然のことかもしれない。

(2) $K_n \leq 2$ では理論値からしだいに離れてゆくがその状況は低速の場合と高速の場合では異なっている。低速では測定値は単調に減少して連続流の値に近づく。とくにすべての模型について $\phi=0$ のときは連続流の値 $1+S^2$ に近づいてゆくのがわかる。高速の場合には $0.8 \leq K_n \leq 2$ の範囲内で測定値がふたたび増加するのがみられる。これは Nearly-Free-Molecule Flow の理論からは予期されなかったことである。このため温度上昇、後流の影響、mass motion の有無等について検討したが、いずれもこの現象を説明するに十分ではない。一方 Nearly-Free-Molecule Flow の理論は分布関数を $1/K_n$ のべき級数に展開し $1/K_n$ の項までとったものにほかならない。この打ち切りによる誤差が影響するものと考えられる。Bird¹⁶⁾ がモンテカルロ法による数値計算で速度比5および10の場合について球表面全体の number flux を求めているが、その結果も本実験と傾向的には一致しているように思われる。

5. あとがき

Nearly-Free-Molecule Flow の理論の妥当性を調べることを主目的として行なわれたこの実験において $K_n \leq 2$ で実験値が理論値から離れてゆくことがほぼ確かめられた。これは理論で行なわれた級数展開の打ち切りによる誤差のためと考えられるが、遷移領域における複雑な衝突、衝撃波の発生等の現象も加わるので理論による解明は容易ではない。たとえば Willis の理論によるさらに高次の近似を求めることも非常な困難をともなってくる。このような場合にはモンテカルロ法による数値実験が有効と思われるが速度比1の前後ではまだ行なわれていない。遷移流と連続流を結びつける理論の解明が今後の問題と思われる。また実験においてもこのような領域をカバーするデータが望まれるが、旋回腕装置によって信頼できるデータをうることはむずかしい。

終りに、この研究について御指導頂いた空気力学第

一部長平木技官および希薄気流研究室長細川技官に感謝致します。また旋回腕装置の設計製作に当たって頂いた空気力学第二部器材研究室長北出技官およびサーミ

スタ圧力計の製作に御協力頂いた空気力学第一部極超音速風洞計測研究室の吉沢技官に厚く後礼申し上げます。

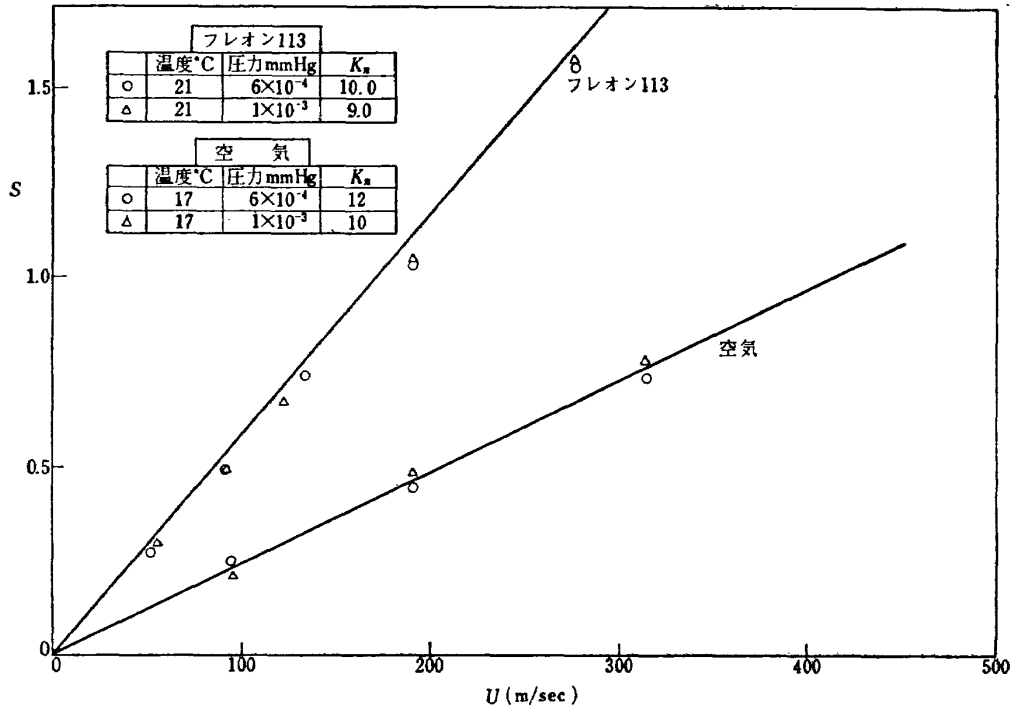


図1 速度と速度比の関係

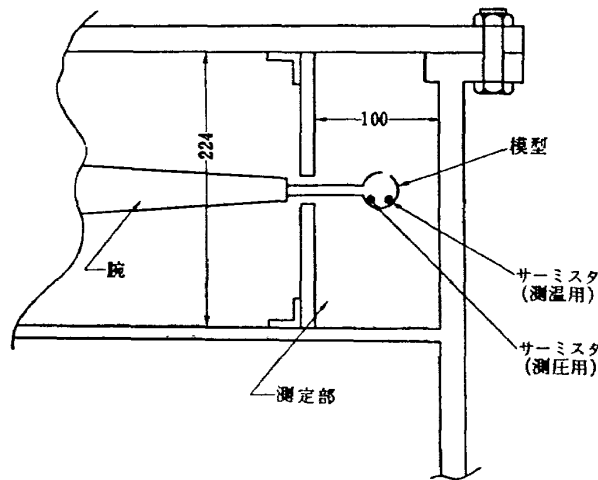


図2 測定部断面

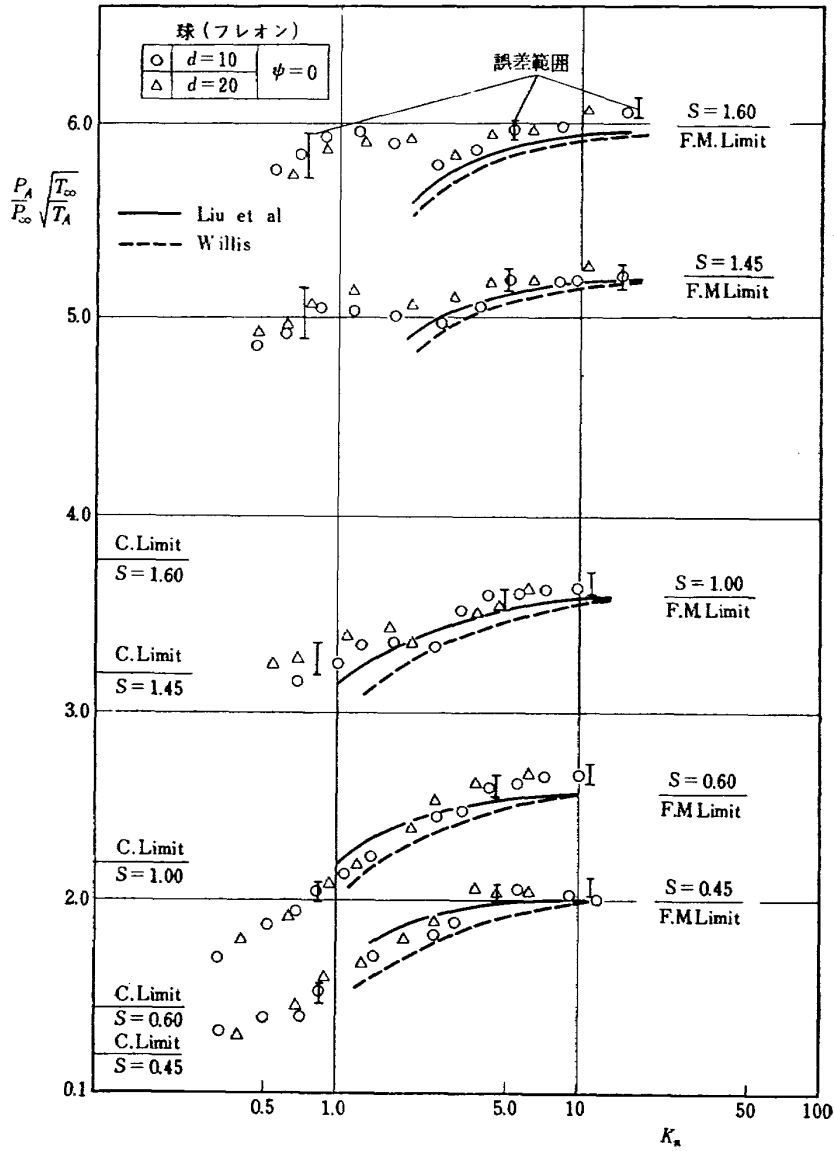


図 3 (a) 球 ($\psi=0$)

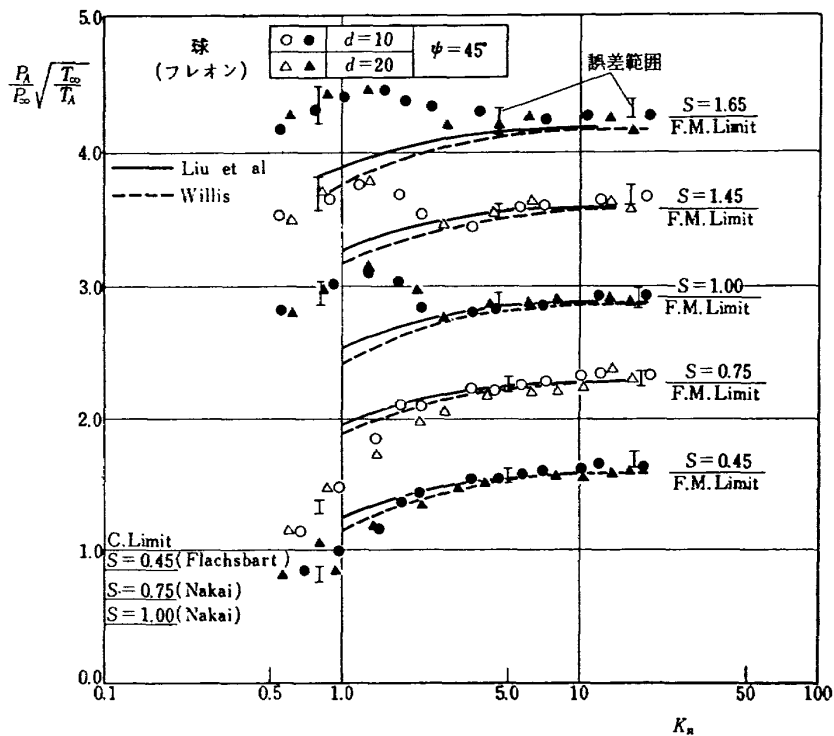


図 3 (b) 球 ($\psi=45^\circ$)

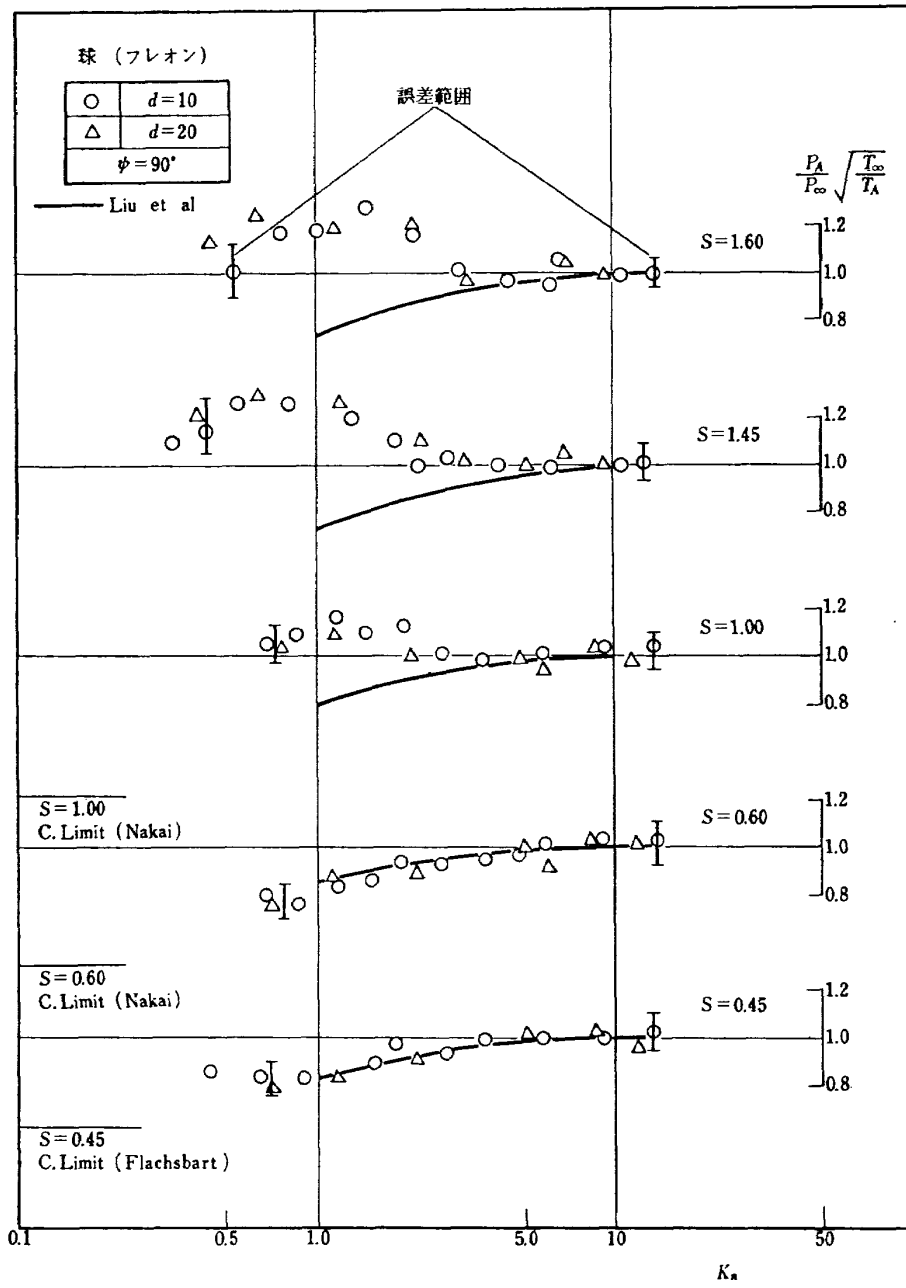


図 3 (c) 球 ($\phi=90^\circ$)

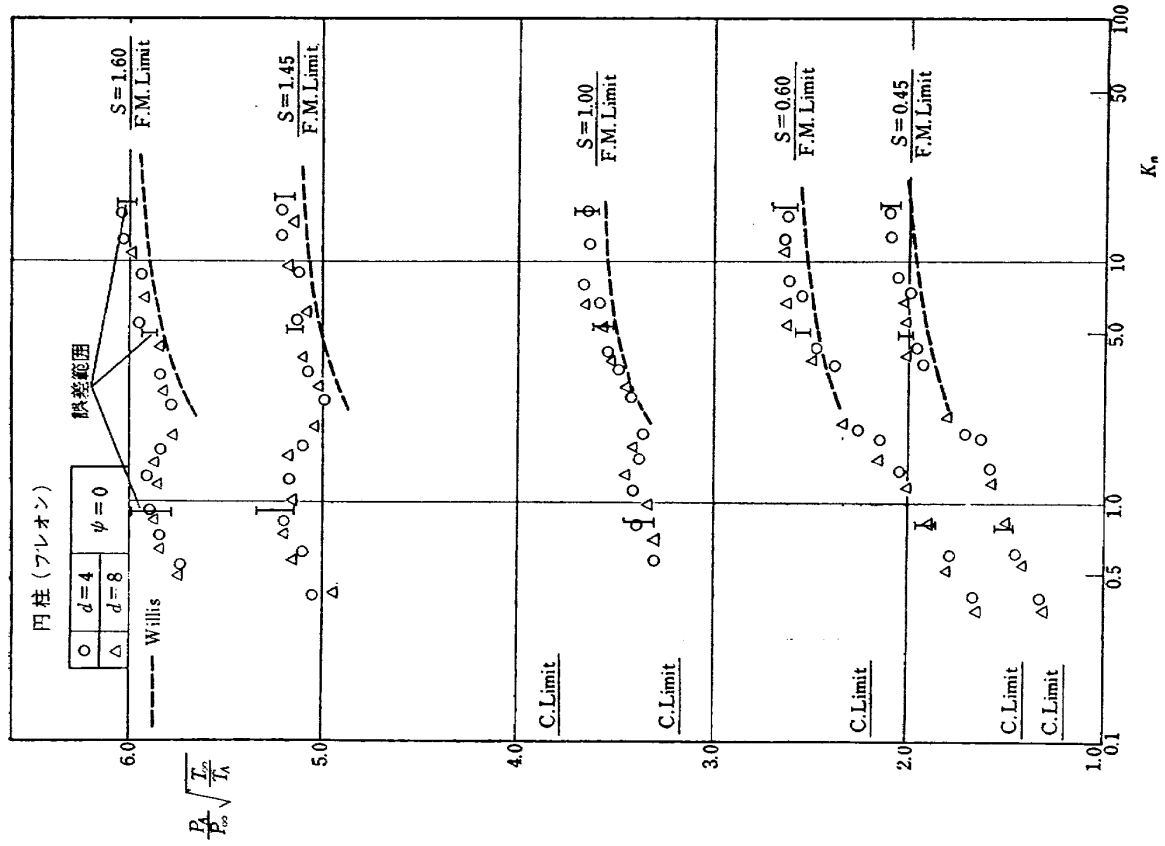


図 5 (a) 円柱 ($\psi=0$)

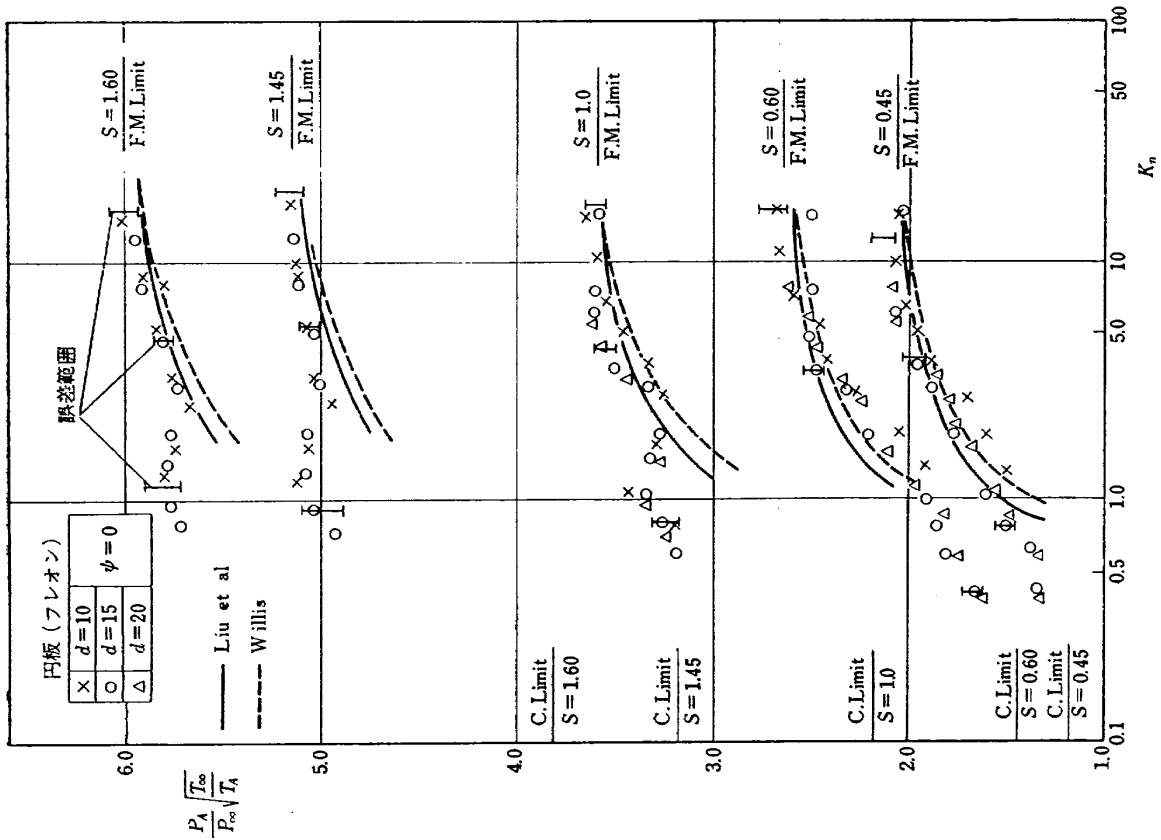


図 4 円板

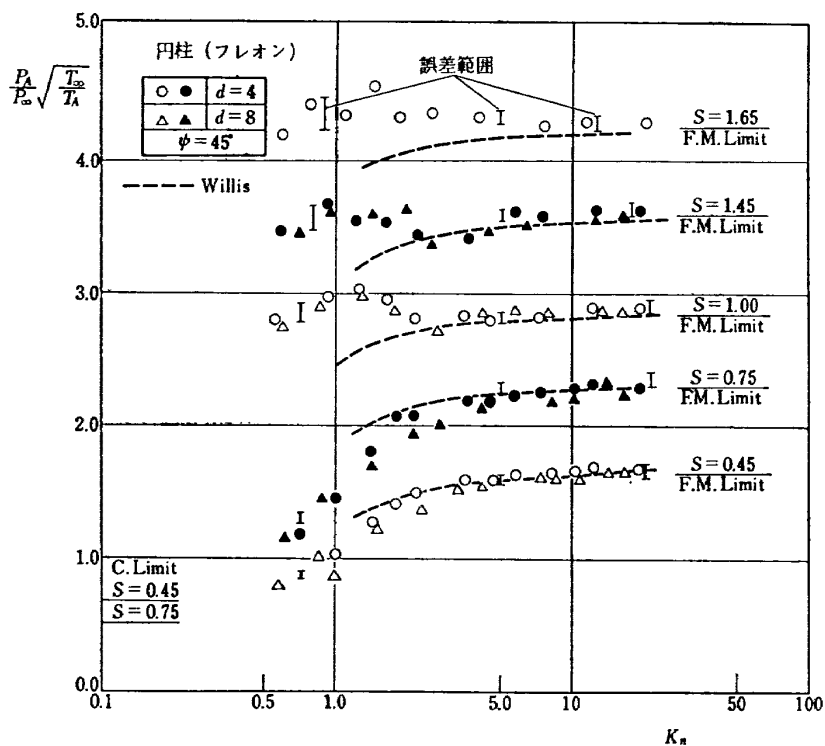


図 5 (b) 円 柱 ($\psi=45^\circ$)

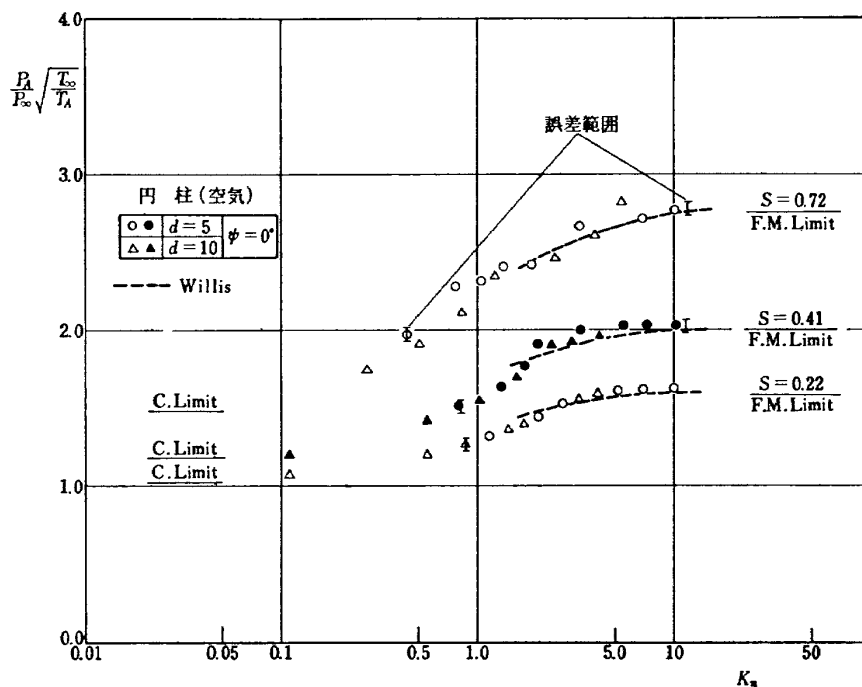


図 5 (c) 円 柱 ($\psi=90^\circ$)

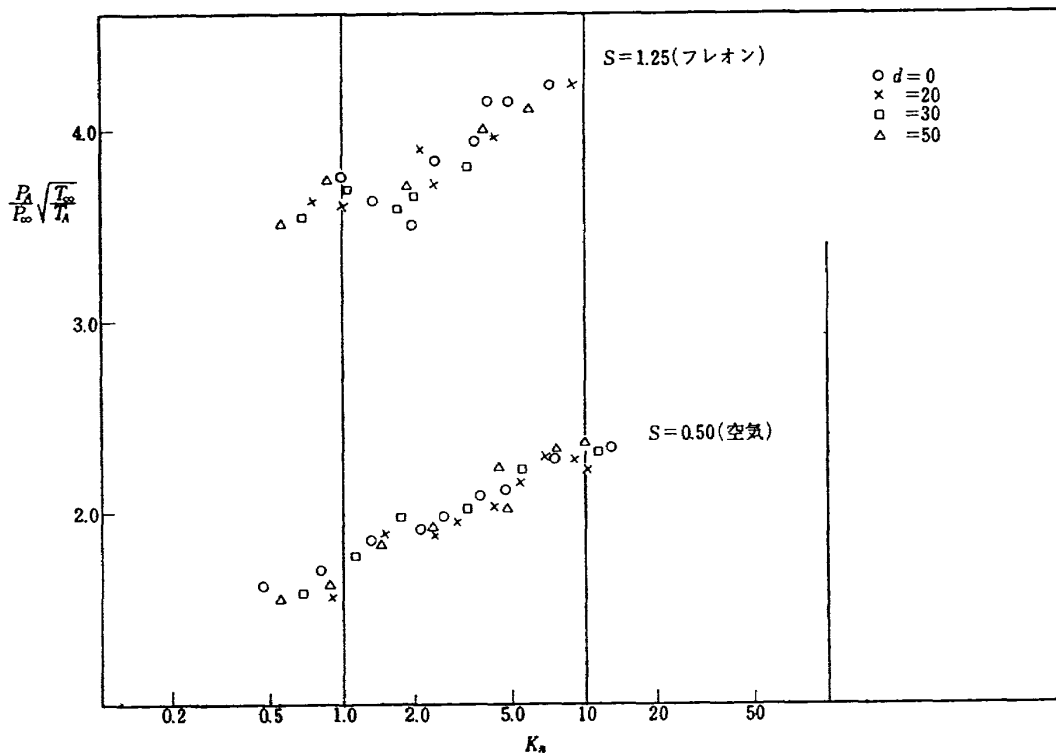


図 6 後流の影響

表 1

($T_\infty/T_A=1$)

S	Willis	Liu et al	
Sphere $\phi=0$			
0.45	0.424	0.348	
0.60	0.485	0.405	
1.00	0.720	0.564	
1.45	1.02	0.791	
1.60	1.18	0.982	
Sphere $\phi=45^\circ$			
0.45	0.301	0.263	
0.60	0.351	0.306	
1.00	0.496	0.426	
1.45	0.700	0.580	
1.60	0.812	0.661	
Sphere $\phi=90^\circ$			
0.45	—	0.125	
0.60	—	0.145	
1.00	—	0.201	
1.45	—	0.262	
1.60	—	0.320	
Disk $\phi=0$			
0.45	0.364	0.394	
0.60	0.425	0.441	
1.00	0.584	0.601	
1.45	0.842	0.870	
1.60	1.04	1.21	
S	Willis	S	Willis
Cylinder $\phi=0$		Cylinder $\phi=45^\circ$	
0.22	0.301	0.45	0.305
0.45	0.375	0.60	0.360
0.60	0.543	1.00	0.475
1.00	0.625	1.45	0.610
1.45	0.845	1.60	0.702
1.60	1.02		

文 献

- 1) H.S. Tsien; Superaerodynamics, J. Aero.Sci., Vol. 13 (1946).
- 2) D.R. Willis; On the Flow of Gases under Nearly Free Molecular Conditions, AFOSR TN 58-1093, No. 442 (1958).
- 3) V.C. Liu, S.C. Pang & H. Jew; Sphere Drag in Flows of Almost-Free Molecule, Phys. Fluids Vol. 8, No. 5 (1965/5).
- 4) S.A. Schaaf & G.J. Maslach; A Comparison of Some Recent Aerodynamic Experiments and Theory at the Borders of the Transition Flow Regime, Rarefied Gas Dynamics Third Symposium, Vol. 2 (1963), Academic Press.
- 5) G.J. Maslach, D.R. Willis, S. Tang & D. Ko; Recent Extensions of Nearly Free Molecular Flow Experiment and Theory, Rarefied Gas Dynamics Forth Symposium, Vol. 1 (1966), Academic Press.
- 6) M. Kinslow & J.L. Potter; Drag of Sphere in Rarefied Hypervelocity Flow, AIAA J. Vol. 1, No. 11 (1963/11).
- 7) G.N. Patterson; Theory of Free-Molecule Orifice-Type Pressure Probe in Isentropic and Non-Isentropic Flows, UTIA Rep. No. 41 (1959/5).
- 8) K.R. Enkenhus; Pressure Probes at Very Low Density, UTIA Rep. No. 43(1957/1).
- 9) H. Oguchi; Density Behavior along the Stagnation Line of a Blunt Body in Hypersonic Flow, Hypersonic Flow Research, (1962), Academic Press.
- 10) M.H. Rose; Drag on an Object in Nearly-Free Molecular Flow, Phys. Fluids, Vol. 7, No. 8 (1964/8).
- 11) R.M. Baker & A.G. Charwat; Transitional Correction to the Sphere Drag of a Sphere in Free-Molecular Flow, Phys. Fluids, Vol. 1, No. 73 (1958).
- 12) G.N. Patterson; Mechanics of Rarefied Gases and Plasmas, UTIA Rev. No. 18 (1964/3).
- 13) E.L. Harris & G.N. Patterson; Properties of Impact Pressure Probes in Free Molecule Flow, UTIA Report No. 52 (1958/4).
- 14) H. Schlichting; Boudary Layer Theory, (1962). pp. 19, McGraw-Hill.
- 15) 中井暎一, 橋爪 宏, 中村泰治; 航空技術研究所 (60 cm×60 cm) 遷音速フラッタ試験設備の計画と整備試験, 航技研報告 TR-5 (昭和35).
- 16) G.A. Bird; Aerodynamic Properties of Some Simple Bodies in the Hypersonic Transition Regime, AIAA J. Vol. 4 (1966).
- 17) I. J. Billington, E. Eggmann, B.C. Stonegill & J. C. Lafrance; The Rotating Arm Facility for High Speed Low Density Aerodynamic Studies, UTIA Rep. No. 77 (1961/10).
- 18) P. Trepaud & E.A. Brun; Study of the Wake Downstream of a Cylinder Placed in the Supersonic Flow of a Rarefied Gas, Book of Abstract Fifth International Symposium on Rarefied Gas Dynamics (1966).
なおサーミスタ圧力計に関しては以下の論文を参照した。
- 19) A.P. Flanick & J. Ainsworth; A Thermistor Pressure Gauge, NASA TN D-504 (1960/11).
- 20) M. Varicak & B. Safic; Principle of a Semiconductor Manometer in the Pressure Range of 1 to 10^{-6} mmHg, Rev. Sci. Ins. Vol. 30, No. 12 (1959).

付録 1 実験に用いられたサーミスタ圧力計

- 本実験において圧力の計測器に要求されることは
- (1) 5×10^{-4} mmHg から 1×10^{-2} mmHg の圧力範囲を精度 5% で測定できること。
 - (2) 温度変化 5°C に対しても同じ精度を維持すること。
 - (3) 加速度 $2 \times 10^4 g$ (g は重力加速度) をうけても出力変化しないこと。

以上三点である。サーミスタは (1) および (3) の条件をみたすが (2) の条件をみたすためには温度補償が必要である。しかも高速回転する比較的小さな模型内にとりつけるためには在来用いられている温度補償法を使うことができない。以下本実験のために工夫された温度補償法についてのべる。

図A1に常圧における電流—電圧特性と温度との関係を、図A2に温度一定のときの電流—電圧特性と圧力との関係を示す。この二つから、電流が小さいとき (0.1 mA 以下) 抵抗値は温度のみに関係し圧力には関係しないこと、および電流が増加するときは抵抗値が温度および圧力の両者に関係することがわかる。

この性質を利用して図A3のようにサーミスタ T_1 (測圧用) に 1 mA , T_2 (温度補償用) に 0.05 mA の電流を通して二つのサーミスタの温度特性を一致させ温度変化による出力を打ち消すことを考える。温度特性は圧力によって異なるがまず高真空(出力零)のとき一致させる。そのため図A3に示すように T_2 に直列並

列の固定抵抗を組み合わせる。図A3は実際に用いた補償回路で、図A4はその高真空におけるドリフトと温度の関係である。これは温度 16°C において特性を合わせたものであるが、広い温度範囲にわたって一致させることは容易でない。しかしながら実際にはある一定の温度(定温)のときに一致させておけば、それから 5°C 程度の温度上昇に対しては十分使用できる。特性をさらによく一致させるためには別のサーミスタを適当に選んでこれに組み合わせればよいと思われるが、今回の実験ではこの程度で十分であった。

二、三の圧力一定の状態での温度による出力の変化を図A5に示す。温度変化 5°C 以下では出力の変動も 5% 程度であるから、温度特性は高真空でだけ一致させておけばよいことがわかる。また温度変化が多大きいときでも温度を同時に測定すれば補正することもできる。

全体としての温度変化による測定誤差は図A6に示すものとなる。

図A7に空気およびフロン113に対する圧力の校正曲線を示す。

実験に先立ってこの圧力計を高真空のときに回転させたが出力(零)に変化がなかった。このことからこの圧力計は加速度によって変化しないことがわかる。

なお本実験に用いたサーミスタはガラスサーミスタで抵抗値は T_1 が $500 \text{ k}\Omega$, T_2 が $700 \text{ k}\Omega$ のものを用いた。

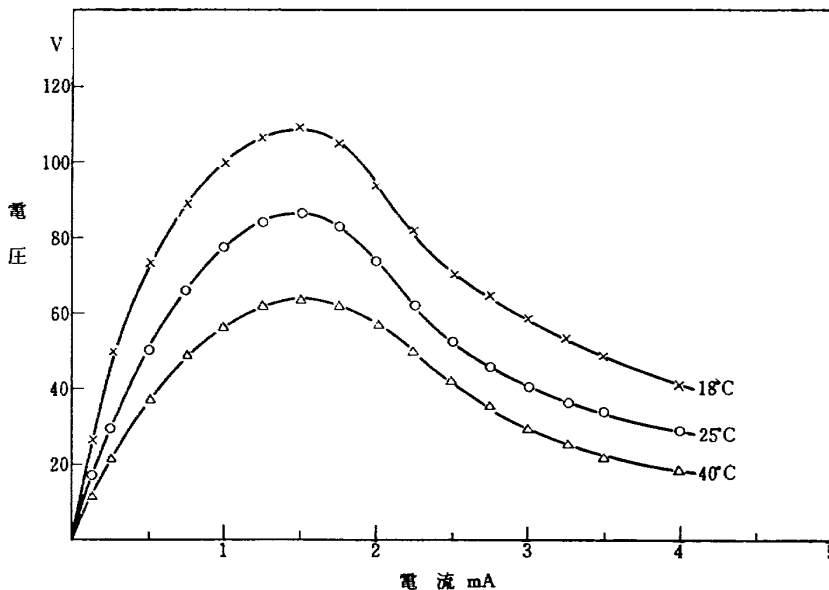


図 A 1 サーミスタ電流—電圧特性の温度による変化 (常圧)

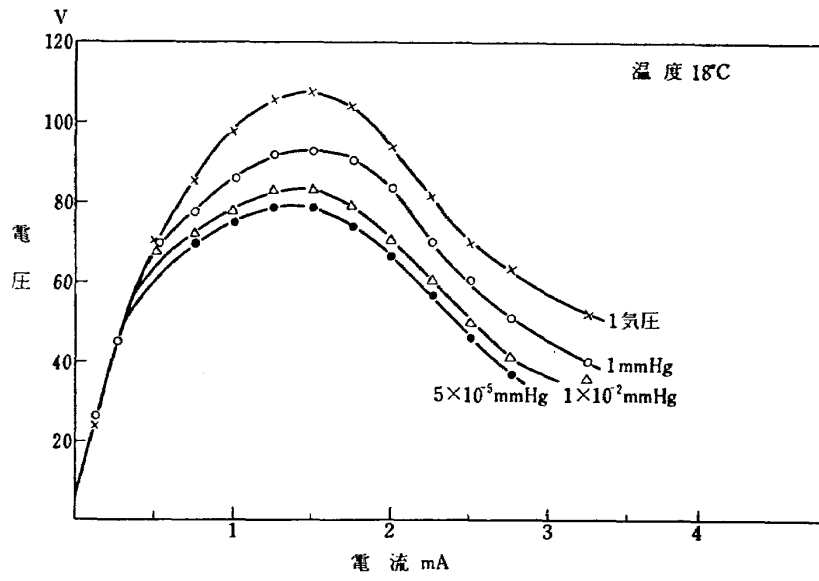


図 A 2 サーマスタ電流—電圧特性の圧力による変化

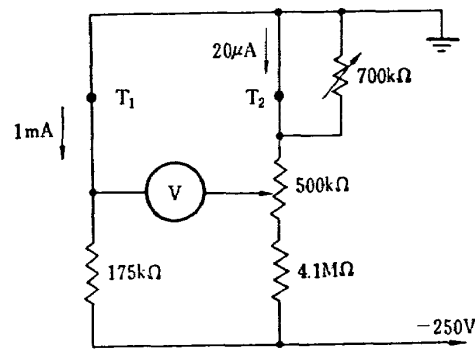


図 A 3 温度補償回路

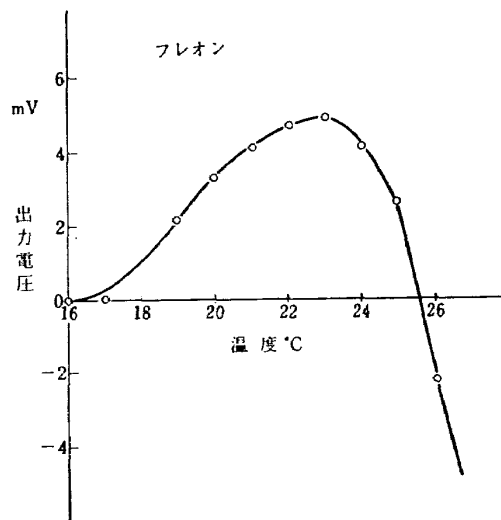


図 A 4 温度変化による零点の移動

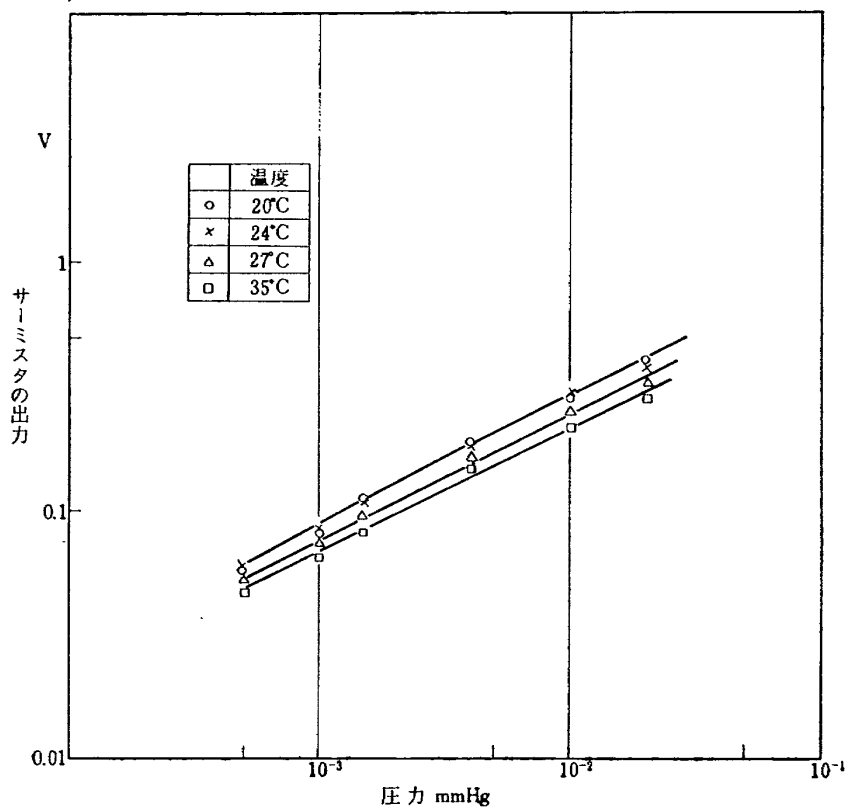


図 A 5 サーミスタ出力の温度による変化 (フレオン)

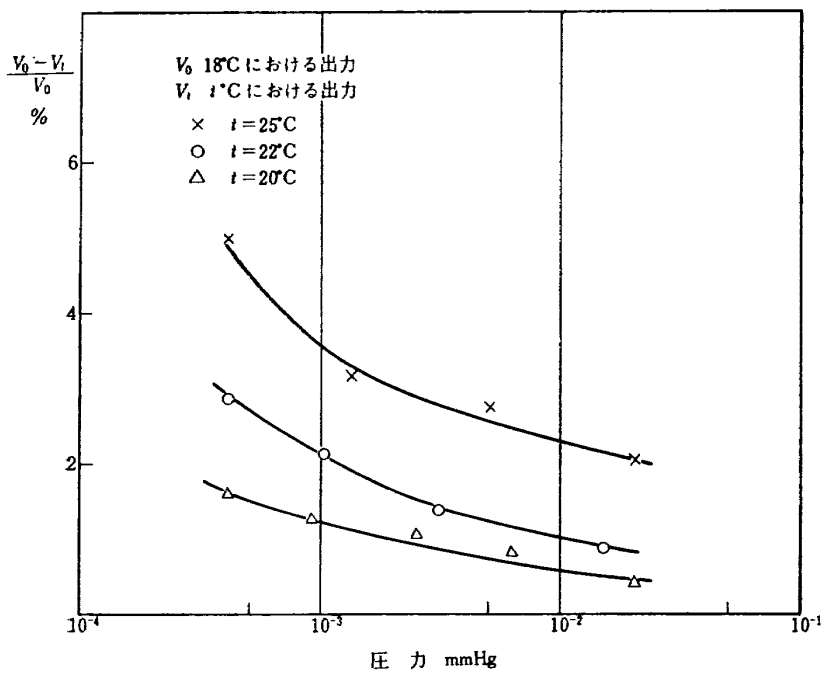


図 A 6 サーミスタ圧力計の温度変化による誤差 (フレオン)

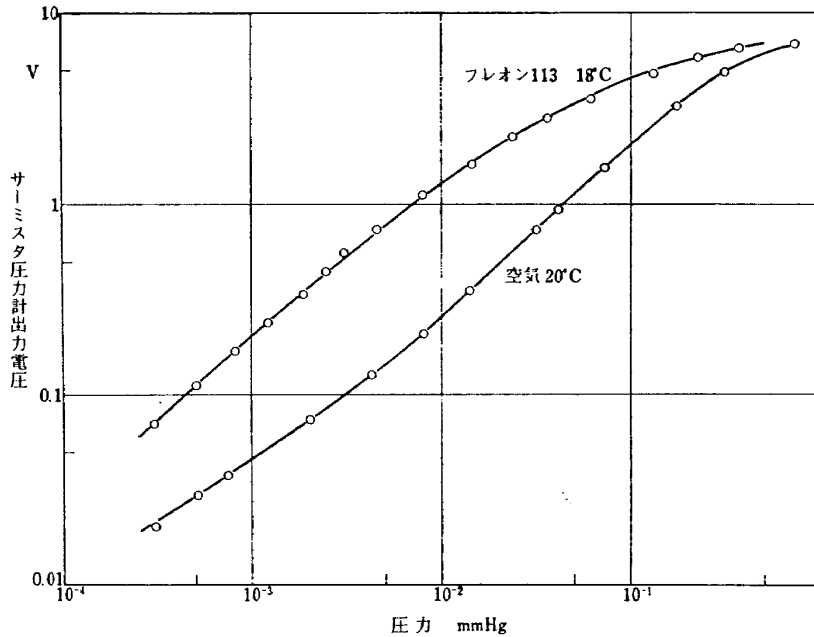


図 A 7 空気およびフロン 113 に対する校正曲線

付録 2 旋回腕装置

旋回腕装置は回転軸を有する真空槽をその中心部とし、これに排気系、駆動系および計測装置が付属する。この装置の特徴は広範囲に圧力を変えられること、したがってクヌーセン数の大きい値をうることが容易である。たとえば模型の代表的長さ 10 mm に対して $K_n = 10$ の状態を実現させるには空気の場合 5×10^{-4} mm Hg 程度に真空槽の圧力を保てばよい。今回の実験のように比較的大きい模型を必要とする実験にはこの装置は手軽で便利である。旋回腕装置の有用性等については文献¹⁷⁾に詳しい。

図 B 1 に旋回腕装置の写真、図 B 2 にその断面図を示す。写真はその腕の部分をつりあげたところである。真空槽は内径 1800 mm、高さ 200 mm の平たい円筒形をなしその外側の環状部分(断面 200×100 mm)が測定部を構成する。測定部の内側の内壁には 15 mm の細隙が設けられて模型支持部分はここを通して腕にとりつけられる。この内壁は腕の回転により生じた気流の乱れが測定部に波及するのを防ぐ。測定部の圧力はマクレオド真空計、サーミスタ圧力計および電離真空計により計測した。測定部の到達真空度は 10^{-5} mm Hg 所要時間は約 2 時間である。

回転軸は外径 40 mm でその真空槽上面での貫通部の密封は図 B 3 に示すようにメカニカル・シールにオイル・シールを組み合わせて作られている。軸は中空でそこを通るリード線は軸端にとりつけられたスリッ

リングによって外部と接続する。腕の長さは 700 mm、高力アルミニウム合金 24 S 製で回転による遠心力に対して断面の応力が一樣になるように先細の形状になっている。腕の先端から測定部内壁の細隙を通して模型がとりつけられるが、模型の中心の位置から回転軸の中心までの距離は 800 mm である。腕も軸と同様に中空でリード線が通れるようになっている。軸は 2.2 kW の可変速電動機によって駆動されるが最高回転数は 5000 rpm でこのときの模型の速度は約 400 m/s に達する。これは空気の場合マッハ数約 1.2 に相当する。音速の低い気体を用いればさらにマッハ数を増加させることができる。たとえばフロン 113 を用いればマッハ数 3.4 が得られる。運転継続時間は最高回転数のとき約 10 分である。また高速回転においては回転軸に対して釣合いが十分にとれていなければならない。このために模型をとりつけるときに図 B 4 に示す釣合試験台によって試験を行なう。

排気系は、排気速度 1200 l/min の油回転ポンプと 1500 l/s の油拡散ポンプからなっている。

この装置を用いて自由分子流におけるオリフィス型圧力管の実験を行なった。これは自由分子流における (13) の式

$$\frac{P_A}{P_\infty} \sqrt{\frac{T_\infty}{T_A}} = \exp(-S^2 \cos^2 \phi) + \sqrt{\pi} S \cos \phi \{1 + \exp f(\cos \phi)\} \quad (\text{B } 1)$$

を実験により確かめるものであるが、これはすでに

Enkenhus によって希薄気体風洞で実験が行なわれよい一致が得られている。旋回腕装置により行なった結果は図B5 に示すように風洞の場合と同様によい一致が得られた。この結果は自由分子流においては旋回腕装置が風洞と同様に使用できることを示す。また本報

告の中で述べた後流の影響を調べる実験によって $K_n \geq 0.5$ 程度までは後流の影響も小さいことがわかった。したがって、この範囲内における他の実験たとえば抵抗の測定等も十分可能であると思われる。

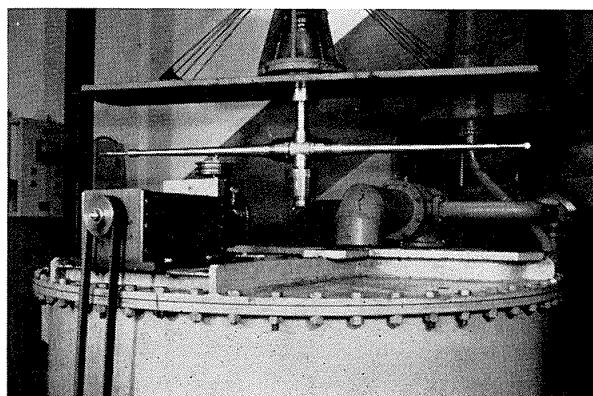


図 B 1 旋回腕装置

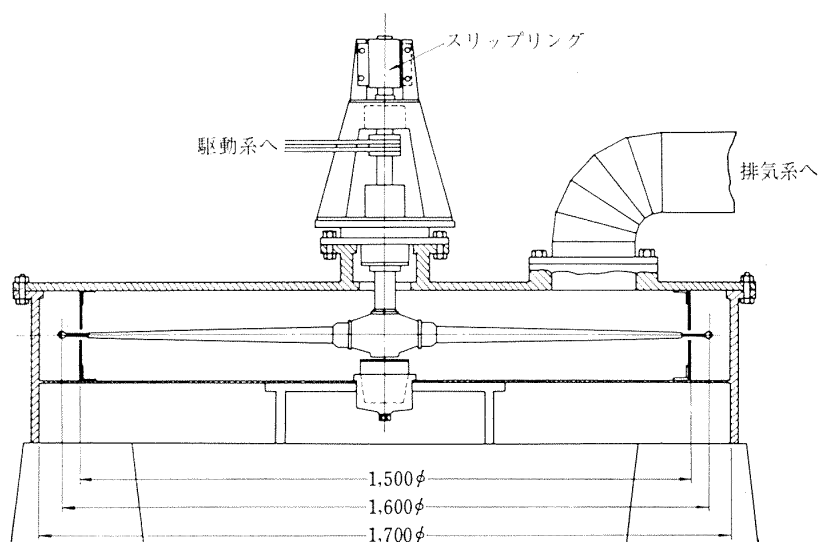


図 B 2 旋回腕装置断面

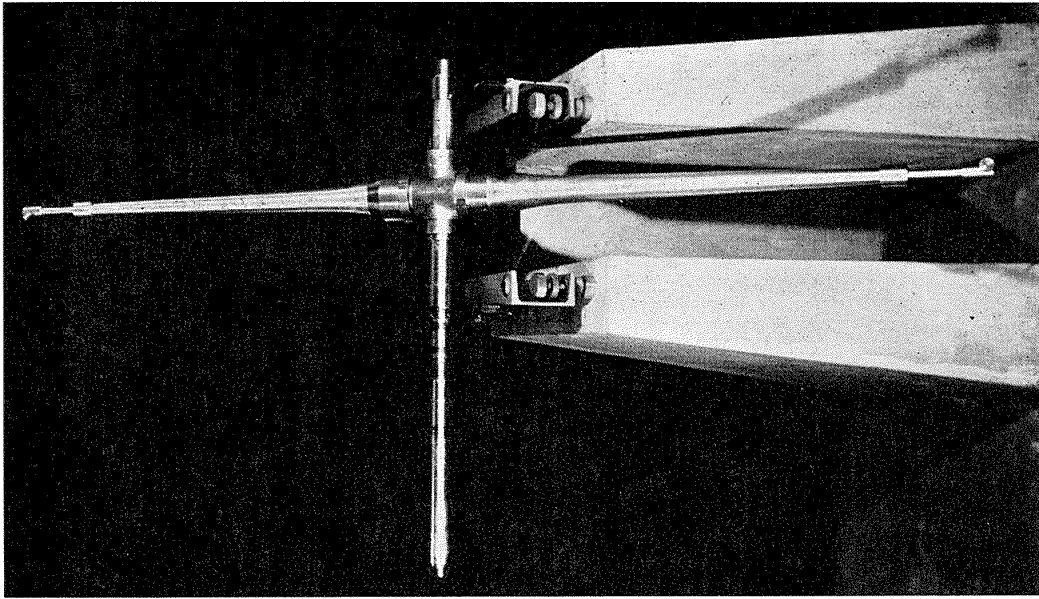


図 B 4 釣合試験台

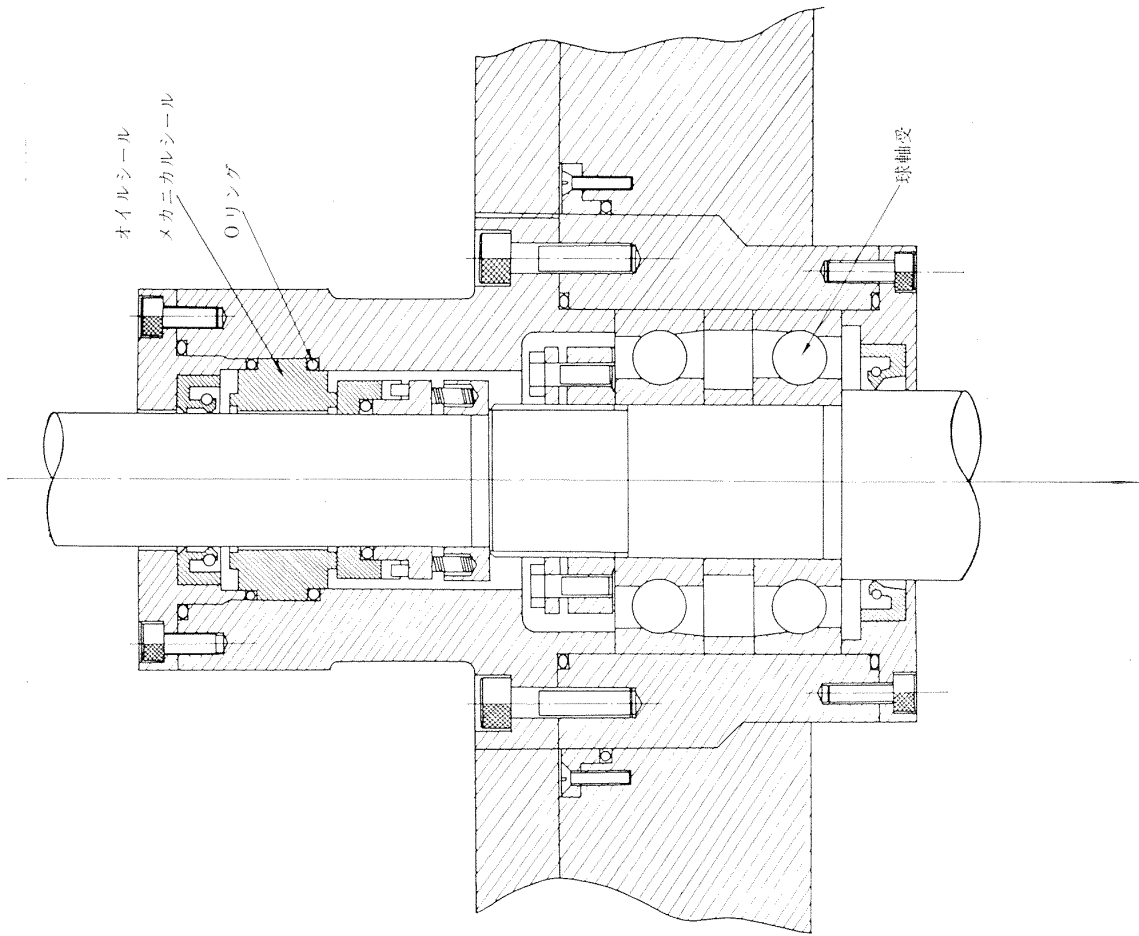


図 B 3 回転軸密封部断面

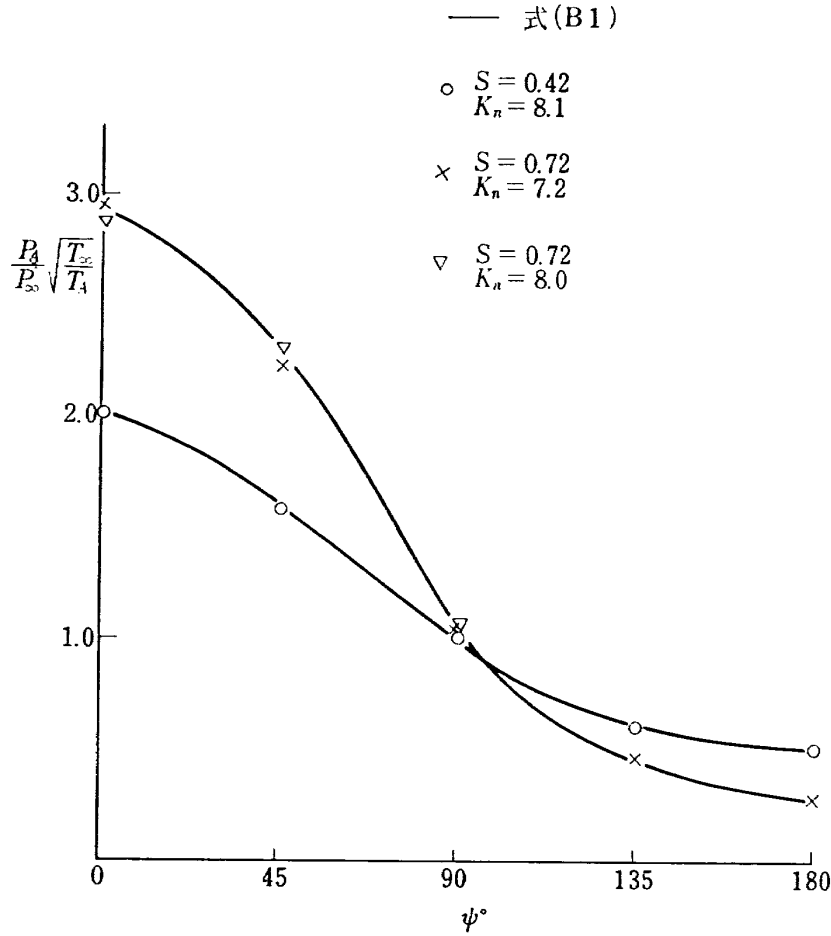


図 B 5 自由分子流オリフィス型ピトー管の実験 ($d=5$ mm)

付録 3 前方物体によるオリフィス型圧力管の圧力損失の評価

前方物体として三次元の場合は半径 $d/2$ の円柱または円板、二次元の場合は半径 $d/2$ の円柱またはリボンを考える。もちろん円板、円柱およびリボンは流れに対して直角に置かれるものとする。簡単のためにオリフィスは中心線上物体の十分後方にあり $\psi=0$ とする。物体がオリフィスに対して張る角を Ω (立体角) とする。

オリフィスに流入する分子数は Ω 以外の方向から流入するものと、 Ω 内にある物体表面から反射してオリフィスに流入するものの和である。後者は速度比の増大とともに減小する。いまこの分を省略しても圧力損失に対応するものはたかだか物体がないときに Ω 方向から流入する分子数である。したがってこれを求めれば圧力損失の評価ができる。

はじめに三次元の場合を考える。自由分子流速度分布関数を位相空間の球座標であらわせば (図 C1 a)

$$f_0 dC d\theta d\varphi = \frac{n_\infty}{(\sqrt{\pi} C_{m\infty})^3}$$

$$\times \exp\left(-\frac{U^2 - 2UC \cos \theta + C^2}{C_{m\infty}^2}\right) C^2 \sin \theta dC d\theta d\varphi$$

となるから単位時間に Ω 方向からオリフィスに流入する分子数 N_r は図 C1 a の関係によって

$$\begin{aligned} N_r &= \frac{n_\infty}{(\sqrt{\pi} C_{m\infty})^3} \int_0^\infty dC \int_\Omega C^3 \\ &\times \exp\left(-\frac{U^2 - 2UC \cos \theta + C^2}{C_{m\infty}^2}\right) \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi dA \\ &= \frac{n_\infty}{(\sqrt{\pi} C_{m\infty})^3} \int_0^\infty dC \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\alpha C^3 \\ &\times \exp\left(-\frac{U^2 - 2UC \cos \theta + C^2}{C_{m\infty}^2}\right) \cos \theta \sin \theta d\theta dA \end{aligned}$$

仮定により α は小さいから

$$\begin{aligned} N_r &\doteq \frac{2\pi\alpha^2 n_\infty}{(\sqrt{\pi} C_{m\infty})^3} \int_0^\infty C^3 \exp\left\{-\left(\frac{U-C}{C_{m\infty}}\right)^2\right\} dC \\ &= \frac{2\alpha^2 n_\infty C_{m\infty}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \left(\frac{C}{C_{m\infty}}\right)^3 \exp\left\{-\left(S - \frac{C}{C_{m\infty}}\right)^2\right\} d\left(\frac{C}{C_{m\infty}}\right) \\ &= \frac{4\alpha^2 n_\infty C_{m\infty}}{2\sqrt{\pi}} I_3(S) \end{aligned}$$

したがって $P_A/P_\infty \sqrt{T_\infty/T_A}$ の値は 2 章で述べたこと

により

$$4\left(\frac{P_A}{P_\infty} \sqrt{\frac{T_\infty}{T_A}}\right) = 4\alpha^2 I(S)$$

だけ減少する。物体がオリフィス内の温度に影響を与えないとすれば

$$\frac{4\left(\frac{P_A}{P_\infty} \sqrt{\frac{T_\infty}{T_A}}\right)}{\frac{P_A}{P_\infty} \sqrt{\frac{T_\infty}{T_A}}} = \frac{4P_A}{P_A} = 4\alpha^2 \frac{I_3(S)}{\chi_0(S,0)}$$

となる。 $\chi_0(S,0)$ は $\psi=0$ の χ_0 値を意味する。 I_3/χ_0 の数値計算の結果を表 2 に示す。

同様に二次元の場合は円柱座標を用いて (図 C 16)

$$\begin{aligned} N_r &= \frac{n_\infty}{(\sqrt{\pi} C_{m\infty})^3} \int_0^\infty d\bar{C} \int_{-\infty}^\infty dC_2 \int_{-a}^a \bar{C}^2 \\ &\quad \times \exp\left\{-\frac{U^2 - 2U\bar{C}\cos\theta + \bar{C}^2 + C_2^2}{C_{m\infty}^2}\right\} \cos\theta d\theta dA \\ &= \frac{2\alpha n_\infty}{\pi C_{m\infty}^2} \int_0^\infty \bar{C}^2 \exp\left\{-\left(\frac{U-\bar{C}}{C_{m\infty}}\right)^2\right\} d\bar{C} \\ &= \frac{4\alpha n_\infty C_{m\infty}}{2\sqrt{\pi}} I_2(S) \end{aligned}$$

となり

$$\frac{4P_A}{P_A} = 4\alpha \frac{I_2(S)}{\chi_0(S,0)}$$

が得られる。 $I_2(S)/\chi_0(S,0)$ の数値を表 3 に示す。

今回の実験においては、腕の他端にとりつけられたバランス用模型を前方物体と考え、 α は最大 1/250 程度となる。したがってこの影響は無視して差支ないことがわかる。

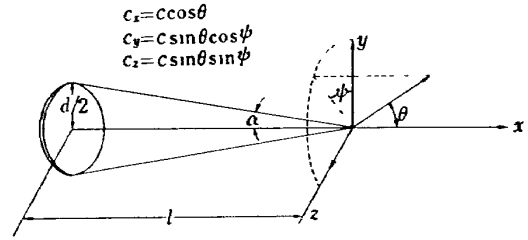


図 C 1 (a)

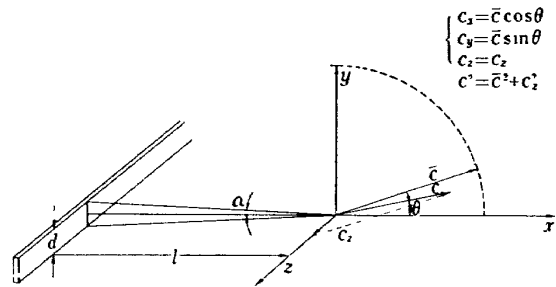


図 C 1 (b)

表 2

S	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0
$I_3(S)/\chi_0(S,0)$	0.80	1.23	1.91	2.77	5.26

表 3

S	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0
$I_2(S)/\chi_0(S,0)$	0.60	0.73	0.93	1.13	1.58

TR-124	FM 多重テレメータの動特性 Dynamic Characteristics of FM Multi-channel Telemetry System	1966年12月	新田慶治, 桜井善雄 松崎良継
TR-125T	Experimental and Calculated Results of Supersonic Flutter Characteristics of a Low Aspect-Ratio Flat-Plate Surfaces	Jan. 1967	Eiichi NAKAI, Toshiro TAKAGI, Koji ISOGAI, Toshiyuki MORITA
TR-126	高負荷燃焼器の箱形模型による実験 (II) Some Experiments on High Intensity Combustor with Partial Models (II)	1967年2月	大塚貞吉, 福田 広 相波哲朗
TR-127	周波数変換による微小回転角の計測 Measurement of Small Rotating Angle by the Frequency Modulation Technique	1967年3月	大月正男, 鈴木孝雄 円居繁治
TR-128	輻射加熱による固体の熱的物性値の測定法 Infra-red Radiation Method of Determining Thermal Diffusivity, Heat Capacity, and Thermal Conductivity of Solid Materials	1967年3月	小川 敏一
TR-129	金属箔による円管流の熱絶縁 Thermal Insulation of Metal Foil for the Case of Circular Pipe Flow	1967年3月	井上建二
TR-130T	An Experimental Study of the Melting Phenomena in Axisymmetric Stagnation Region of Thermally Highly-Conducting Materials	Mar. 1967	Yasuhiko AIHARA
TR-131	風があるときのロケットの運動の近似解析およびランチャ角修正法 An Approximate Analytical Solution for Dispersion of Unguided Rockets Due to Wind with its Application to the Calculation of Wind Compensation for Launching	1967年4月	毛利 浩
TR-132	軸方向に補強されたパネルの最大軸圧縮力 (近似解) Ultimate Axial Forces of Longitudinally Stiffened Plate Panels	1967年4月	築地恒夫
TR-133	解離した極超音速流中での Teflon への熱伝達の測定 Measurements of Heat-Transfer to Teflon in Dissociated Hypersonic Flow	1967年4月	野村茂昭
TR-134	高速単段軸流圧縮機の研究 —二重円弧翼の性能— The Aerodynamic Performance of a Single-Stage Axial-Flow Compressor with Double-Circular-Arc Blades	1967年5月	藤井昭一, 西脇英夫 吉田 晃, 五味光男 武田克己, 菅原 昇
TR-135	同軸型電磁衝撃波管の作動機構 Driving Mechanism of an Electric Shock Tube with a Coaxial Gun	1967年5月	松崎利一

航空宇宙技術研究所報告136号

昭和42年5月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422) 44-9171 (代表)

印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川 2~27~12
