

UDC 536.21  
621.317.32

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-164

熱伝導を考慮した空力加熱による薄肉機体外板の  
温度上昇とその電気抵抗アナログ回路

小川鉱一

1968年10月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

## 既 刊 報 告

TR-141	マトリクス内力法による半張殻構造の応力解析について Semi-Monocoque Structures Solved Numerically by the Matrix Force Method	1967年10月 川島矩郎
TR-142	動的模擬模型による姿勢のオンオフ制御実験 Experimental Studies on Some On-Off Attitude Control Systems Using a Dynamic Model	1967年10月 樋口一雄, 堀川勇壮 村上力, 小川敏雄 真柳光美
TR-143	高負荷燃焼器の一次燃焼領域の研究 Experimental Studies on the Primary Zone of High Intensity Combustors	1967年10月 鈴木邦男
TR-144	円管流の非定常熱伝達 第2報 薄い壁の場合 Transient Heat Transfer through a Thin Circular Pipe Due to Unsteady Flow in the Pipe	1967年11月 林二誠, 井上建二
TR-145	ロケット用耐熱材料の研究 Study on the Heat Insulation Materials for Rocket	1967年11月 古田敏康
TR-146	半導体歪ゲージを用いる小型高感度加速度計の研究 Study on the Miniature Type High Sensitivity Accelerometer Using Semiconductor Strain Gages	1967年11月 田畠淨治, 大坪孔治 滝沢実
TR-147	固体ロケットモータのノズルにおける熱伝達の実験的研究 —プロペラント内へ添加されたアルミニウムの影響— An Experimental Investigation of Heat Transfer in the Nozzle of High-Aluminized Solid Rocket	1967年11月 五代富文, 湯沢克宣 伊藤克弥, 西村久男
TR-148	失速角以上で振動する翼のまわりの流れの観察 —失速フラッタの研究(I)— Optical Observation of the Separated Flow around an Oscillating Aerofoil at High Mean Angles of Attack with Special Reference to Stall Flutter	1968年2月 中村泰治, 磐貝紘二 江尻宏
TR-149	よどみ点におけるグラファイトのアブレーションの実験的研究 An Experimental Study of the Ablation of Graphite in the Stagnation Region	1968年2月 相原康彦, 野村茂昭 渡辺泰夫
TR-150	強化プラスチックの熱的物性値について (輻射加熱による測定) The Measurement of Thermal Properties of Reinforced Plastics at Temperatures up to 150°C (Infra-red Radiation Method)	1968年2月 小川鉄一, 野口義男
TR-151	空気力学的加熱の少ない極超音速飛しょう体 Minimum Heat Transfer Body at Hypersonic Speeds	1968年3月 相原康彦
TR-152	二次元二重円弧翼列の遷音速実験 High Speed Tests of Compressor Cascades with Double Circular Arc Blade Sections	1968年3月 近藤博, 萩田光弘 山崎紀雄, 古川昇
TR-153	アーク加熱衝撃波管による物体のまわりの高温気流の研究 Study of High Temperature Flow around Body Using an Arc-Driven Shock Tube	1968年4月 松崎利一, 上瀬千春

# 熱伝導を考慮した空力加熱による薄肉機体外板の 温度上昇とその電気抵抗アナログ回路\*

小川 鉱一\*\*

Investigation of the Streamwise Heat Conduction Effect on the  
Transient Aerodynamic Heating of Thin-skinned Bodies by  
the Resistance Network Analog Method

By Koichi OGAWA

It is well-known that coefficient of the aerodynamic heating in high speed flights varies according to  $1/\sqrt{x}$  for the laminar boundary layer and to  $1/(x)^{1/6}$  for the turbulent boundary layer, where  $x$  is the distance along the body surface measuring from the stagnation point of the nose or of the fin in stream direction. However, the effects of the streamwise heat conduction on temperature distributions on the surface of the vehicles caused by the transient aerodynamic heating are not fully understood yet.

Therefore, it is the purpose of this paper to study and describe in detail,

- 1) computations of the skin temperature and its distributions, considering the streamwise heat conduction (NAL-16 rocket flight data being used).
- 2) computations of the skin temperature and distributions neglecting the streamwise heat conduction.
- 3) proposition of a resistance network analog method for solving the skin temperature and its distributions in the transient aerodynamic heating of thin-skinned bodies.

It is found that the temperature of thin-skinned bodies for the case (2) is higher than that for the case (1). However, the difference is minor and less than five percent for the laminar boundary and less than ten percent for the turbulent boundary layer.

The resistance network analog method for solving the temperature of thin-skinned bodies due to the transient aerodynamic heating are found to be very effective in obtaining the skin temperature distributions or vehicles in high speed flights.

## 1. まえがき

一般に高速飛しょう体の空力加熱の熱伝達係数は流れ方向を  $x$  とすれば、層流で  $1/\sqrt{x}$ 、乱流で  $1/(x)^{1/6}$  に比例する。 $x=0$  のよどみ点に近い所では熱伝達係数は大きく、 $x$  の増加とともに小さくなるので機体の温度上昇もよどみ点付近で大きく、 $x$  の増加とともに減少する。したがって流れにそった  $x$  方向の温度上昇に熱伝導の影響が考えられる。空力加熱による機体の温度上昇の測定結果を<sup>1)-4)</sup> Van Driest<sup>5),6)</sup> の理論を用いて解析した例があるが、あるものはこのような熱

伝導の影響を無視し、<sup>2),3)</sup> またあるものは考慮<sup>1),4)</sup> している。しかしこれらの文献では熱伝導を無視した場合と考慮した場合の比較は行なわれていないのでどの程度熱伝導が機体の温度上昇におよぼすかは不明である。P. H. Hill<sup>7)</sup> は厚肉平板の片面より任意の加熱条件で厚さ方向の熱伝導を考慮して温度上昇を求めている。また Thomson<sup>8)</sup> らは流れ方向の熱伝導を考慮して、ダイヤモンド翼型に表面より一定熱量で加熱した場合の温度分布を求め、Key<sup>9)</sup> は同じようなダイヤモンド翼型についてマッハ数 1.4, 2, 3, 4, 5, 6 の 6 段階について速度上昇を一定として熱伝導を考慮した温度分布を求めている。

薄肉平板の熱伝導を考慮した空力加熱による温度分布は Johnson,<sup>10)</sup> Conti<sup>11)</sup>、近藤<sup>12)</sup> らが行なったものがあるがいずれも速度一定の場合である。すなわち熱

\* 昭和43年9月16日受付

昭和43年5月17日 第5回日本伝熱シンポジウムにて講演

\*\* 機体第一部

伝達係数が位置の関数のみで表わされ、時間については一定としている。ここで述べるのは熱伝達係数が流れ方向の距離  $x$  と時間  $t$  の関数とした一般的な場合について  $x$  方向の熱伝導を考慮した空力加熱による薄肉機体外板の温度上昇を近似的に求めたものである。

計算は差分法にもとづいて行なったが、本研究の当初アナログ的に温度上昇、温度分布を求めるつもりで温度を電圧に置き換えた Liebmann<sup>19),20)</sup> 法を拡張した電気抵抗回路網を求め、この回路よりアナログ的に温度分布と温度上昇を求める予定で計画を進めていた。そのご当所に高性能のデジタル電子計算機が整備されたのでこれを用いることとし、実際の計算には回路網に回路論のミルマン定理<sup>21)</sup>を適用し、上記熱伝導を考慮した温度上昇、温度分布を求めた。さらに熱伝導を無視した場合の温度上昇をルンゲクック法<sup>22)</sup>で計算し、熱伝導を考慮した値と比較、検討を行なった。

## 2. 热平衡方程式

図 2.1 に示すように薄肉機体表面より空力加熱を受け、さらに熱伝導、太陽輻射、機体内外面よりの輻射および計測器からの熱の発生等熱の出入を考えると熱平衡は

$$dq_{stor} = dq_{aero} + dq_C + dq_S + dq_I - dq_{OR} - dq_{IR} \quad (2.1)$$

となる。ここで

$dq_{stor}$ : 単位時間に機体外板の単位体積に貯蔵される熱量で

$$dq_{stor} = c_w dm \frac{\partial T_m}{\partial t} = \rho_w c_w dV_w \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.2)$$

で表わされる。ここに  $m$  は外板の質量、  $T_m$  は面積  $(a+da)$  における平均温度で  $T_m = T + \frac{\partial T}{\partial x} \cdot \frac{dx}{2}$  で与えられ、  $\rho_w$ 、  $c_w$ 、  $V_w$  はそれぞれ機体の密度、比熱、体積である。

$dq_{aero}$ : 空力加熱により機体外板表面  $ds$  に入る熱量で

$$dq_{aero} = h(x, t) ds [T_{aw}(t) - T] \quad (2.3)$$

で与えられる。ここに  $h$  は熱伝達係数、  $T_{aw}$  は断熱壁面温度、  $T$  は壁面温度である。

$dq_C$ : 热伝導により得る熱量で、熱の流れは厚さ方向を無視し、流れ方向  $x$  のみの熱伝導と考えると

$$dq_C = k_w a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx + k_w da \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.4)$$

となる。ここに  $k_w$  は機体外板の熱伝導率、  $a$  は距離  $x$  における断面積、  $da$  は  $x$  が  $dx$ だけ増加したときの面積  $a$  の変化分である。

$dq_S$ : 太陽輻射による熱量  $dq_S = q_S ds$   $(2.5)$

$dq_I$ : 搭載機器より発生する熱量で、機体外板に伝たわる熱量  $dq_I = q_I ds$   $(2.6)$

$dq_{OR}$ : 機体外板表面より外部へ輻射で失なわれる熱量で

$$dq_{OR} = \sigma \epsilon_w T^4 ds \quad (2.7)$$

である。ここに  $\sigma$  はステファンボルツマン定数、  $\epsilon_w$  は機体表面の輻射率である。

$dq_{IR}$ : 機体外板裏面から機体内部へ輻射で失なわれる熱量(円筒)<sup>23)</sup>で

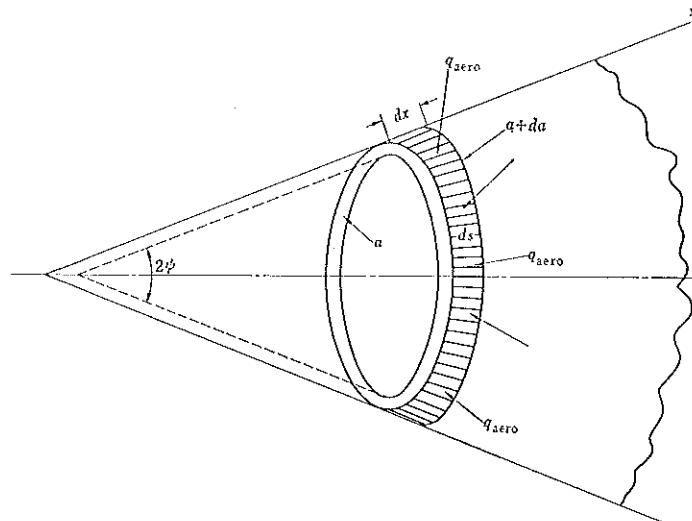


図 2.1 表面より空力加熱を受けるノーズコーン

$$dq_{IR} = \frac{\sigma(T^4 - T_i^4)}{\frac{r_w}{r_i} \frac{1}{\epsilon_t} + \frac{1}{\epsilon_w} - 1} ds \quad (2.8)$$

で与えられる。ここに  $r_i$ ,  $r_w$  はそれぞれ機体が円筒の場合の内外径,  $T_i$  は内部温度である。

以上述べたように機体の熱量の出入りは種々考えられるが、熱伝導の影響のみを考えるため (2.1) 式において空力加熱と熱伝導の項以外は全てないものと仮定する。したがって (2.1)~(2.4) 式より空力加熱を受ける薄肉機体で熱伝導を考慮した場合の熱平衡方程式は

$$\rho_w c_w dV_w \frac{\partial T}{\partial t} = h(x, t) ds [T_{aw}(t) - T] \\ + k_w a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx + k_w da \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.9)$$

となる。図 2.1 より,  $dV_w = adx$  であり壁面温度  $T$  は位置と時間の関数であるから,  $T = T(x, t)$  とおくと (2.9) 式は

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \frac{h(x, t)}{\rho_w c_w ds} [T_{aw}(t) - T(x, t)] \\ + \alpha_w a \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} + \alpha_w \left( \frac{1}{a} \frac{da}{dx} \right) \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \quad (2.10)$$

となる。ここに  $\alpha_w$  は外板の温度伝導率で  $\alpha_w = k_w / \rho_w c_w$  である。(2.10) 式右辺最後の項は機体外板の断

面積  $a$  が  $x$  に関して一定なら  $da/dx=0$  となり、簡単に

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \frac{h(x, t)}{\rho_w c_w} \frac{dV_w}{dx} [T_{aw}(t) - T(x, t)] \\ + \alpha_w \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} \quad (2.11)$$

となる。

## 2.1 平板の熱平衡方程式

図 2.2 に示すような厚さ  $l$  [m] の平板が表面より空力加熱を受けるものとする。厚さが一定であるから、単位幅を考えた場合の断面積  $a(x)$  は  $a(x)=l$  となり一定値となる。また  $dV_w/ds$  は

$$\frac{dV_w}{ds} = \frac{l}{ds} = l$$

となるから、平板の表面より空力加熱を受け、裏面を断熱とした場合に  $x$  方向の熱伝導を考慮した熱平衡方程式は

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \frac{h_p(x, t)}{\rho_w c_w l} [T_{aw}(t) - T(x, t)] \\ + \alpha_w \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} \quad (2.12)$$

となる。また熱伝導を無視した場合には

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \frac{h_p(x, t)}{\rho_w c_w l} [T_{aw}(t) - T(x, t)] \quad (2.13)$$

となる。

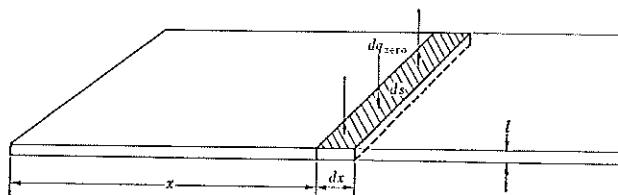


図 2.2 表面より空力加熱を受ける平板 (尾翼)

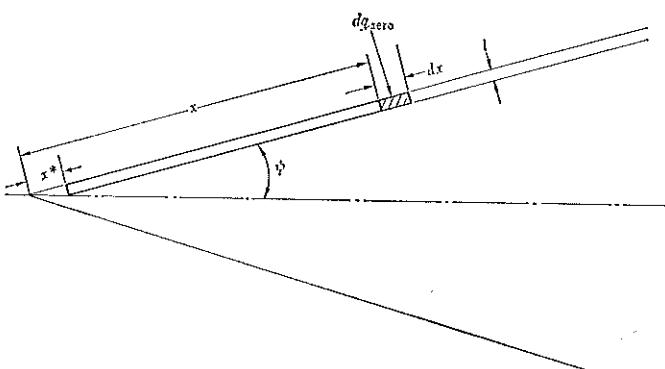


図 2.3 表面より空力加熱を受ける円錐 (ノーズコーン)

## 2.2 ノーズコーンの熱平衡方程式<sup>21)</sup>

図 2.3 に示すようにノーズコーンは角度  $2\phi$  をもつ円錐形とし、外板の厚さが  $l[m]$  とする。この場合の  $dV_w$ ,  $ds$  および  $a(x)$  はそれぞれ

$$dV_w = a(x) dx$$

$$ds = 2\pi x dx \sin \phi$$

$$a(x) = \pi l [\cos \phi + 2(x - x^*) \sin \phi]$$

であるから、 $x^* = l \cot \phi$  を考慮して

$$\frac{dV_w}{ds} = \frac{\pi l [\cos \phi + 2(x - x^*) \sin \phi] dx}{2\pi x dx \sin \phi} = l \left[ 1 - \frac{l \cot \phi}{2x} \right]$$

となる。また

$$\frac{1}{a(x)} \frac{da(x)}{dx} = \frac{1}{x - \frac{l \cot \phi}{2}}$$

であるから、(2.10) 式より  $x > x^*$  なるときのノーズコーン熱平衡方程式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} &= \frac{1}{\rho_w c_w l} \left[ \frac{h_N(x, t)}{1 - \frac{l \cot \phi}{2x}} \right] [T_{aw}(t) - T(x, t)] \\ &+ \alpha_w \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} + \frac{\alpha_w}{x - \frac{l \cot \phi}{2}} \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \end{aligned} \quad (2.14)$$

となる。熱伝導を無視した場合には

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \frac{1}{\rho_w c_w l} \left[ \frac{h_N(x, t)}{1 - \frac{l \cot \phi}{2x}} \right] [T_{aw}(t) - T(x, t)] \quad (2.15)$$

となる。

## 3. 初期条件、飛しょう条件および大気、飛よう体の各種物性値

2. で説明した熱平衡方程式の解を求めるにはこれらの式中に含まれる物性値を与える、かつ初期、境界条件を満足しなければならない。これらの初期、境界条件は NAL-HM-16 型ロケットの飛しょう速度、高度<sup>21), 22)</sup> を用いることにし、これにもとづく大気上空の温度と動粘性係数を表<sup>23)</sup> より求めた値を利用する。また温度と動粘性係数以外の大気物性値（空気の熱伝導率  $k_\infty$ 、プラントル数  $P_r$ 、比熱比  $r$ 、重力の加速度  $g$ 、定圧比熱  $c_p$ ）は地上における値を用いることにする。機体の物性値  $\rho_w$ ,  $c_w$ ,  $\alpha_w$  は本来温度により変化するものであるがここでは温度により変化しないものとする。

### 3.1 初期条件

初期条件として機体の温度は発射される瞬間ににおいて一様に絶対温度で  $283[^{\circ}\text{K}]$  であるとする。

### 3.2 飛しょう条件

(2.10) 式中に含まれる熱伝達係数  $h(x, t)$  はよど

み点からの距離  $x$  と時間  $t$  の関数である。風洞等で行なう試験では速度一定とする場合が多く、このとき  $h$  は距離  $x$  のみの関数として与えられる。しかし一般的な高速飛しよう体においては速度が変化するので時間  $t$  の関数であるから熱伝達係数  $h$  は  $x$  と  $t$  の関数となる。また  $h$  は層流か乱流かでその値が大きいことになり、尾翼かノーズコーンすなわち平板か円錐かによりその値がことなってくる。平板で層流の場合の熱伝達係数<sup>21)</sup> を  $h_p$  とすると

$$h_p(x, t) = 0.33 \frac{k_\infty}{x} R_{ex}^{1/2} P_r^{1/3} = 0.332 k_\infty P_r^{1/3} \left[ \frac{u(t)}{\nu_\infty(t)x} \right]^{1/2} \quad (3.1)$$

で与えられ、円錐形で層流の場合の熱伝達係数  $h_N$  は

$$h_N(x, t) = \sqrt{3} h_p = 0.575 k_\infty P_r^{1/3} \left[ \frac{u(t)}{\nu_\infty(t)x} \right]^{1/3} \quad (3.2)$$

で与えられる。また乱流の場合には平板、円錐ともに

$$h_T(x, t) = 0.0296 \frac{k_\infty}{x} R_{ex}^{0.8} P_r^{1/3} = 0.0296 k_\infty P_r^{1/3} \left[ \frac{u(t)}{\nu_\infty(t)x^{1/4}} \right]^{0.8} \quad (3.3)$$

で与えられる。ここに

$x$ : よどみ点より流れ方向の距離 [m]

$k_\infty$ : 空気の熱伝導率 [K cal/m.s.°C]

$\nu_\infty(t)$ : 空気の動粘性係数 [ $m^2/s$ ]

$u(t)$ : 飛しよう体の速度 [m/s]

$P_r$ : プラントル数

$R_{ex}$ : レイノルズ数  $R_{ex} = u(t)x/\nu_\infty(t)$

である。

断熱壁面温度  $T_{aw}(t)$  は

$$T_{aw}(t) = T_\infty(t) \left[ 1 + R \frac{r-1}{2} M_\infty^2(t) \right] \quad (3.4)$$

で与えられ、この式に含まれるマッハ数  $M_\infty(t)$  は

$$M_\infty(t) = \frac{u(t)}{[J q c_p(r-1) T_\infty(t)]^{1/2}} \quad (3.5)$$

で与えられる。ここに

$M_\infty(t)$ : 飛しよう体のマッハ数

$T_\infty(t)$ : 大気温度 [°K]

$r$ : 比熱比

$R$ : 回復係数（層流で  $P_r^{1/2}$ 、乱流で  $P_r^{1/3}$ ）

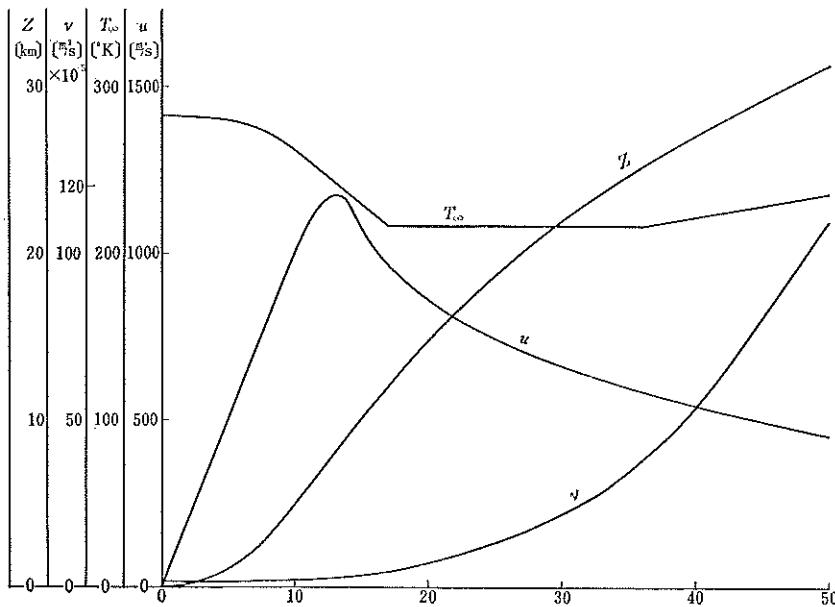
$J$ : 熱の仕事当量 [426.9 Kg m/K cal]

$g$ : 重力の加速度 [9.81 m/s<sup>2</sup>]

$c_p$ : 定圧比熱 [K cal/Kg°C]

である。

熱伝達係数  $h$  および断熱壁面温度  $T_{aw}$  の計算に必要な速度  $u(t)$ 、大気温度  $T_\infty(t)$ 、高度  $Z(t)$  および動

図 3.1 NAL-HM-16 型ロケットの速度  $u$ , 高度  $Z$  および高度に対応する大気上空温度  $T_\infty$ , 動粘性係数  $\nu$ 

粘性係数  $\nu_\infty(t)$  を図 3.1 に示す。これは NAL-HM-16 型ロケットの飛しょう特性で、図示した大気の物性値以外は飛行中一定とみなし表 3.1 に示す。機体外板の物性値<sup>21)</sup>を表 3.2 に示す。ここでステンレス鋼は実際に使用された材料であるが、銅は熱伝導が大きい材料であるので比較のため計算を行なうものである。

表 3.1 大気物性値

記号	物性値名	物性値(地上)
$k_\infty$	空気の熱伝導率	$6.14 \times 10^{-6} [\text{Kcal}/(\text{m.s.}^\circ\text{C})]$
$P_r$	プランドル数	0.71
$\gamma$	比熱比	1.4
$R_t$	回復係数(層流)	0.843
$R_t$	回復係数(乱流)	0.893
$c_p$	定圧比熱	$0.24 [\text{Kcal}/\text{Kg.}^\circ\text{C}]$

表 3.2 機体外板物性値

記号	物性値名	ステンレス鋼	銅(純)
$\rho_w$	比重 [kg/m <sup>3</sup> ]	7820	8960
$c_w$	比熱 [Kcal/(kg.°C)]	0.118	0.092
$\alpha_w$	温度伝導率 [m <sup>2</sup> /s]	$4.444 \times 10^{-6}$	$1.208 \times 10^{-4}$
$l$	外板厚さ [m]	0.001	0.001

#### 4. 差分方程式と電気アナログ回路

機体が空力加熱を受けかつ熱伝導を考慮した場合の熱平衡方程式は (2.10) 式で表わされることをすでに示した。ここでは (2.10) 式の差分方程式をもとにし、熱伝導を考慮した空力加熱を受ける薄肉機体外板の温度上昇を電気抵抗回路網で類似できることを示し、この電気回路にミルマンの定理<sup>22)</sup>を適用して得られる N 元一次連立方程式を解くことにより各位置の温度上昇と各時刻における温度分布を求めることにする。計算にはデジタル電子計算機 HITAC 5020 を用いたが高速電子計算機が使用できない場合には抵抗と電源のみで構成する電気抵抗回路は (2.10) 式をアナログ的に近似解を求めるのに有効な手段と考えられる。

##### 4.1 熱平衡の差分方程式

熱伝導を考慮した空力加熱による機体の温度上昇を求めるには (2.10) 式を解けばよいわけであるが、式中に含まれる熱伝達係数  $h(x, t)$  は 3. で述べたように距離  $x$  と速度  $u(t)$  の関数、断熱壁面温度  $T_{aw}(t)$  は速度  $u(t)$  の関数である。 $u(t)$  は飛しょう体の速度で、定まった関数形で変化しないので (2.10) 式は解析的に求めることはできない。したがってこれからここに述べるようなアナログ的方法が数値計算による外ない。

(2.10) 式は

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = H(x, t) [T_{aw}(t) - T(x, t)] + \alpha_w \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} + \alpha_w G(x) \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} \quad (4.1)$$

ここに

$$H(x, t) = \frac{h(x, t)}{\rho_w c_w \frac{dV_w}{ds}}, \quad G(x) = \frac{1}{\alpha(x)} \frac{da(x)}{dx}$$

である。距離  $x$  と時間  $t$  をそれぞれ  $dx$ ,  $dt$  の微少部分に分割し、図 4.1 に示すように距離  $m dx$ , 時間  $n dt$  における温度を  $T_{m,n}$  で表わし、(4.1) 式の差分方程式を求める

$$\frac{T_{m,n} - T_{m,n-1}}{dt} = H_{m,n} (T_{aw,n} - T_{m,n})$$

$$\begin{aligned} & \frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{dx} - \frac{T_{m,n} - T_{m-1,n}}{dx} \\ & + \alpha_w \frac{T_{m+1,n} - T_{m-1,n}}{2dx} + \alpha_w G_m \end{aligned} \quad (4.2)$$

となりさらに整理すると

$$\begin{aligned} & \frac{T_{m,n} - T_{m,n-1}}{dt} = H_{m,n} (T_{aw,n} - T_{m,n}) \\ & + \alpha_w \left( \frac{1}{dx^2} + \frac{G_m}{2dx} \right) (T_{m+1,n} - T_{m,n}) \\ & + \alpha_w \left( \frac{1}{dx^2} - \frac{G_m}{2dx} \right) (T_{m-1,n} - T_{m,n}) \end{aligned} \quad (4.3)$$

となる。

## 境界条件

薄内外板表面から受けける空力加熱が境界条件のよう

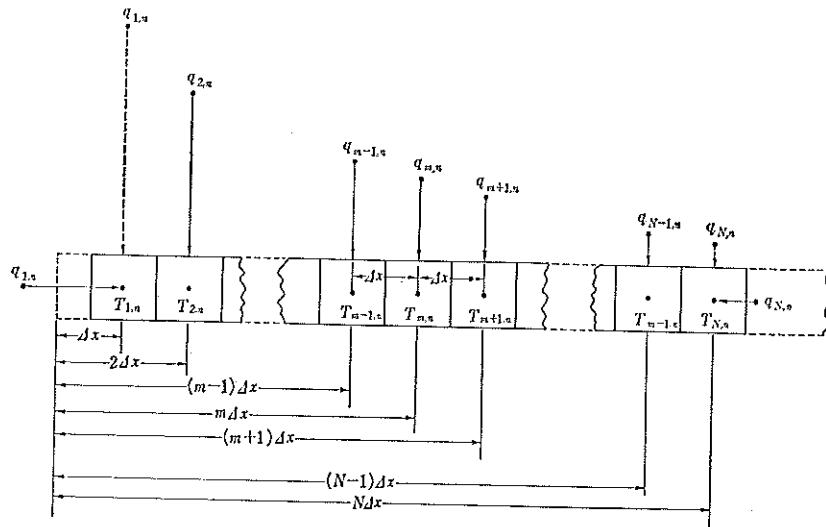


図 4.1 機体外板の温度モデル

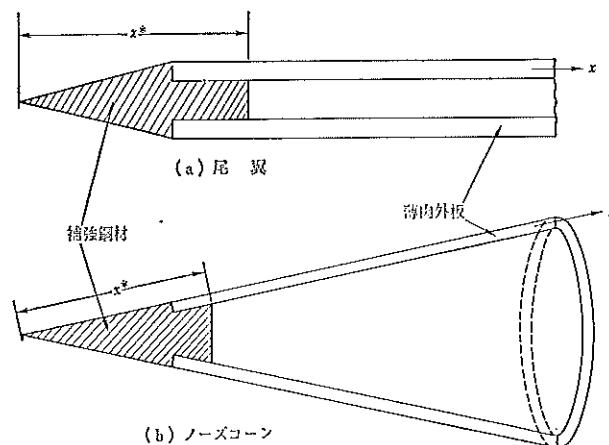


図 4.2 ロケットの尾翼とノーズコーン

に考えられるが本報告においては流れ方向（厚さ方向ではない） $x$ を熱の一次元流としているため空力加熱による熱の入射は $x$ と $t$ に関する内部発熱源のように考えることができる。実際のロケットでは薄内外板は図4.2のごとくよどみ点からの距離 $x^*$ はむくの鋼材からなる補強材に接続されている。したがって実際のものについて空力加熱による温度上昇を求めるには図4.2のごとき補強部分の形状、材料およびこの部分と外板との接続熱抵抗、取付けビスあるいは溶接の様子等がわからなければならぬ。ここでは簡単のため次のような仮定をする。

1. 図4.3に示すように薄内外板はよどみ点まで構成されているものとする。

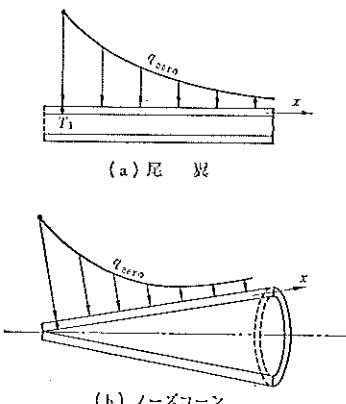


図4.3 尾翼とノーズコーンの計算モデル

2. よどみ点における熱伝達係数は(3.1)～(3.3)式とことなる別な取りあつかいをしなければならない。ここでは特によどみ点における熱伝達は簡単のため考慮しないで図4.1のようによどみ点より $dx$ の所から(3.1)～(3.3)式による熱伝達係数に支配される熱の入射があるものとする。ここで $q_{1,n}$ は側面からの入射であるが $x=dx$ における境界条件を考慮するため図4.1に示すように流れ方向より入射するものと考える。

以上のような仮定のもとに $x=dx$ における断面積を $a_1$ 、この点を中心 $\pm dx/2$ の間の微小体積を $(dV_w)_1$ とし、この点に $q_{1,n}$ なる熱が入射すると考えるとこの $x=dx$ における熱平衡は

$$c_w \rho_w (dV_w)_1 \frac{\partial T}{\partial t} = q_{1,n} - k a_1 \frac{\partial T}{\partial x} \quad (4.4)$$

となる。 $(dV_w)_1 = a_1 \cdot dx$ 、 $H_{1,n} = h_{1,n}/c_w \rho_w (dV_w)/ds$ とおいて $q_{1,n} = h_{1,n} \cdot ds (T_{aw,n} - T_{1,n})$ なる関係を用い(4.4)式の差分方程式を求める

$$\begin{aligned} \frac{T_{1,n} - T_{1,n-1}}{dt} &= H_{1,n} (T_{aw,n} - T_{1,n}) \\ &+ \frac{\alpha_w}{dx^2} (T_{2,n} - T_{1,n}) \end{aligned} \quad (4.5)$$

となる。同じように $x=Ndx$ における境界条件は

$$\begin{aligned} \frac{T_{N,n} - T_{N,n-1}}{dt} &= H_{N,n} (T_{aw,n} - T_{N,n}) + \frac{\alpha_w}{dx^2} \\ &(T_{N-1,n} - T_{N,n}) \end{aligned} \quad (4.6)$$

となる。

#### 4.2 電気抵抗による熱平衡方程式のアナログ回路

電気アナログ回路法により熱伝導問題を取り扱った例は<sup>17), 18), 27)</sup>少なくないが、とくに Liebmann<sup>19), 20)</sup>の方法は電気抵抗のみで回路を構成しているので実現が容易である。

ここでは Liebmann の方法にさらに熱伝達係数が位置と時間に関して変化する場合についての回路を考えてみる。

図4.4に示すような電気抵抗回路網の一部である接続点( $m$ )についてキリヒホッフの第一法則を適用すると

$$i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 0 \quad (4.7)$$

である。一方各枝路に流れる電流 $i_1 \sim i_4$ は

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{V_{m-1,n} - V_{m,n}}{R_m}, & i_2 &= \frac{V_{m+1,n} - V_{m,n}}{R_{m+1}} \\ i_3 &= \frac{V_{m,n-1} - V_{m,n}}{R'_m}, & i_4 &= \frac{V_{aw,n} - V_{m,n}}{r_m} \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

で与えられる。ここに $V_{m,n}$ 、 $V_{aw,n}$ はそれぞれ位置 $m dx$ 、時間 $n dt$ における温度に相当する電圧および断熱壁面温度に相当する電圧である。また $R_m$ 、 $R'_m$ 、 $r_m$ は後に説明するように熱平衡方程式の差分形を電気抵抗アナログ回路に置き換えるための変換抵抗であ

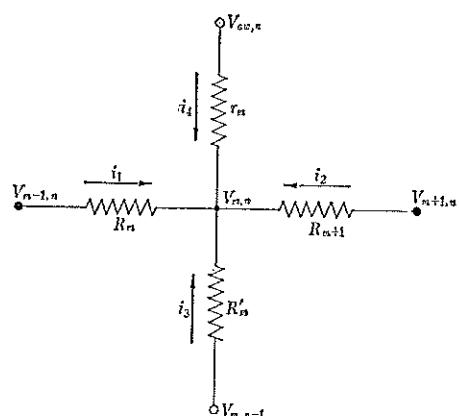


図4.4 図4.1に対応する電気抵抗モデル

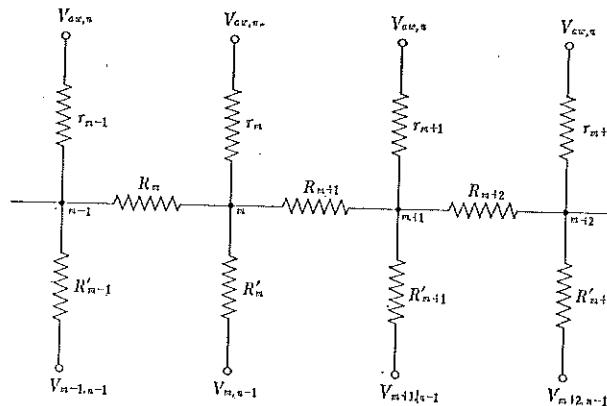


図 4.5 热平衡の電気抵抗モデルの一部

る。(4.8) 式を (4.7) 式に代入すると

$$\frac{V_{m,n} - V_{m,n-1}}{R'_m} = \frac{V_{aw,n} - V_{m,n}}{r_m} + \frac{V_{m+1,n} - V_{m,n}}{R_{m+1}} \\ + \frac{V_{m-1,n} - V_{m,n}}{R_m} \quad (4.9)$$

を得る。熱平衡方程式の差分形 (4.3) 式における温度  $T$  を電気回路の電圧  $V$  に置き換え、さらに係数を

$$\frac{1}{dt} = \frac{1}{R'_m}, \quad \alpha_m \left( \frac{1}{dx^2} + \frac{G_m}{2dx} \right) = \frac{1}{R_{m+1}} \quad (4.10) \\ H_{m,n} = \frac{1}{r_m}, \quad \alpha_w \left( \frac{1}{dx^2} - \frac{G_m}{2dx} \right) = \frac{1}{R_m}$$

とするなら (4.3) 式は (4.9) 式に等価となる。これは原理的に抵抗の逆数であるコンダクタンスを (4.10) 式のように選び、図 4.4 のように接続すれば熱平衡の差分方程式 (4.3) が電気抵抗回路に置き換えることができるることを示している。しかし図 4.4 だけでは完成された回路にならないので、さらに同様な回路を図 4.5 のようにいくつか抵抗を接続しなければならない。

位置 ( $m+1$ ) における (4.1) 式の差分方程式を求める

$$\frac{T_{m+1,n} - T_{m+1,n-1}}{dt} = H_{m+1,n} (T_{aw,n} - T_{m+1,n}) \\ + \alpha_w \left( \frac{1}{dx^2} + \frac{G_{m+1}}{2dx} \right) (T_{m+2,n} - T_{m+1,n}) \\ + \alpha_w \left( \frac{1}{dx^2} - \frac{G_{m+1}}{2dx} \right) (T_{m,n} - T_{m+1,n}) \quad (4.11)$$

となり、図 4.5 の ( $m+1$ ) 点にキリヒホップの法則を適用し、(4.9) 式と同様な関係を求める

$$\frac{V_{m+1,n} - V_{m+1,n-1}}{R'_{m+1}} = \frac{V_{aw,n} - V_{m+1,n}}{r_{m+1}} \\ + \frac{V_{m+2,n} - V_{m+1,n}}{R_{m+2}} + \frac{V_{m,n} - V_{m+1,n}}{R_{m+1}} \quad (4.12)$$

となる。(4.11) 式と (4.12) 式を比較して

$$\frac{1}{dt} = \frac{1}{R'_{m+1}}, \quad \alpha_w \left( \frac{1}{dx^2} - \frac{G_{m+1}}{2dx} \right) = \frac{1}{R_{m+2}} \quad (4.13) \\ H_{m+1,n} = \frac{1}{r_{m+1}}, \quad \alpha_w \left( \frac{1}{dx^2} + \frac{G_{m+1}}{2dx} \right) = \frac{1}{R_{m+1}}$$

とおけば位置 ( $m+1$ ) における熱伝導の差分形と電気回路とが等価となる。ここで注意しなければならないことは直列に抵抗…… $R_{m-1}, R_m, R_{m+1}, R_{m+2}, \dots$  を図 4.5 のように接続して得られる回路網で (4.10) 式と (4.13) 式を比較した場合、位置 ( $m$ ) で熱平衡差分方程式と電気回路を比較して得られた (4.10) 式中の抵抗  $R_{m+1}$  のコンダクタンス  $1/R_{m+1}$  と位置 ( $m+1$ ) で得られた (4.13) 式中のコンダクタンス  $1/R_{m+1}$  がことなっている。そこで  $K_m$  を任意定数<sup>18)</sup> とする

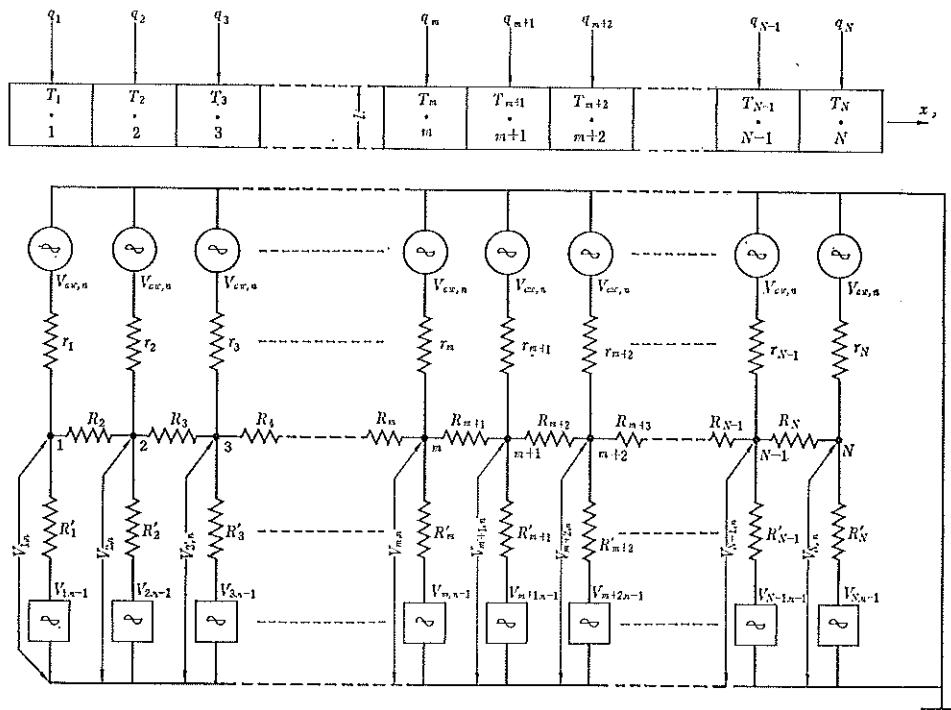
$$K_{m+1} = \frac{\frac{1}{dx^2} + \frac{G_m}{2dx}}{\frac{1}{dx^2} - \frac{G_{m+1}}{2dx}} K_m \quad (4.14)$$

なる値を、(4.3) 式に  $K_m$ 、(4.11) 式に  $K_{m+1}$  をそれぞれ掛けると  $1/R_{m+1}$  に相当する項が一致するので図 4.5 のように接続が可能となる。このときのコンダクタンスは

$$\frac{1}{R'_{m+1}} = \frac{K_{m+1}}{dt}, \quad \frac{1}{R_{m+1}} = K_{m+1} \alpha_w \left( \frac{1}{dx^2} - \frac{G_{m+1}}{2dx} \right) \\ \frac{1}{r_{m+1}} = K_{m+1} H_{m+1,n}, \quad \frac{1}{R_{m+2}} = K_{m+2} \alpha_w \left( \frac{1}{dx^2} + \frac{G_{m+2}}{2dx} \right) \quad (4.15)$$

となる。また境界条件は (4.5)、(4.6) 式で与えられたが、この部分は回路の枝路が一つ少ないので上記と同様に考えることができる。

以上のようにして厚さ方向に熱の流れはないとした

図 4.6 薄肉機体外板表面より空力加熱を受け、 $x$  方向に熱伝導を考慮した場合の電気抵抗アナログ回路

場合、薄肉機体外板を有する飛しょう体が空力加熱を受け、流れ方向の熱伝導を考慮した熱平衡方程式は差分法にもとづく電気抵抗アナログ回路に置き換えることができる。完成された回路図を示すと図 4.6 となる。図中の抵抗（またはコンダクタンス）は

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{R'_1} &= Y'_1 = \frac{K_1}{dt}, \quad \frac{1}{r_1} = y_1 = K_1 H_{1,n} \\ \frac{1}{R_m} &= Y_m = K_m \alpha_w \left( \frac{1}{dx^2} - \frac{G_m}{2dx} \right) \\ \frac{1}{R'_m} &= Y'_m = \frac{K_m}{dt}, \quad \frac{1}{r_m} = y_m = K_m H_{m,n} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} (m=2, 3, \dots, N) \end{aligned} \quad (4.16)$$

方によらず常に安定である。したがって図 4.6 に示した電気抵抗アナログ回路に (4.16) 式のコンダクタンスと温度  $T_{aw,n}$ ,  $T_{m,n-1}$  に相当する電圧  $V_{aw,n}$ ,  $V_{m,n-1}$  を適用すれば、接続点  $m$  の電圧を測ることにより  $V_{m,n}$  すなわち  $T_{m,n-1}$  より  $dt$  時間経過した温度  $T_{m,n}$  に相当する電圧をアナログ的に求めることができる。ただし、ここで注意しなければならないことは温度を電圧に類似したわけであるから実際にこれを行なうには変換係数  $\beta [^\circ C/V]$  を用い

$$T = \beta V \quad [^\circ C]$$

として適当な  $\beta$  を選定し、回路定数も  $\beta$  倍して回路の要素が容易に実現可能な値になるようにしなければならない。

## 5. 热平衡方程式の解

熱伝導を考慮した場合と熱伝導を無視した場合の比較を行なうために両者の計算を行なうこととする。まず熱伝導を考慮した (2.12), (2.14) 式は 4. の電気抵抗回路にミルマンの定理<sup>20)</sup>を適用し、変換係数  $\beta = 1$  に選び接続点の電圧を求めると熱伝導を考慮した薄肉外板を有する飛しょう体の空力加熱による温度上昇および温度分布が求まる。つぎに熱伝導を無視した場

$K_1$  = 定意定数

$$\left. \begin{aligned} K_2 &= \frac{1/4x^2}{1/dx^2 - G^2/2dx} K_1 \\ K_m &= \frac{1/4x^2 + G_{m-1}/2dx}{1/dx^2 - G_m/2dx} K_{m-1}, \quad (m=2, 3, \dots, N-1) \\ K_N &= \frac{1/4x^2 + G_{N-1}/2dx}{1/dx^2} K_{N-1} \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

で与えられ、 $H_{m,n}$  および  $G_m$  はそれぞれ

$$H_{m,n} = \frac{h_{m,n}}{\rho_w c_w \left( \frac{dV_w}{ds} \right)_m}, \quad G_m = \frac{1}{a_m} \left( \frac{da}{dx} \right)_m$$

である。空力加熱による熱平衡の差分方程式 (4.3) 式は backward difference であるから  $dx$ ,  $dt$  の選び

合の熱平衡方程式 (2.13), (2.15) 式はルンゲクック法<sup>25)</sup>で数値計算を行なうことにする。

### 5.1 热伝導を考慮した場合の熱平衡方程式の解

热伝導を考慮した空力加熱による薄肉外板の温度上昇および温度分布を求める熱平衡方程式を (2.10) 式に示した。この式に含まれる热伝達係数および断熱壁面温度  $T_{aw}$  は前者が流れ方向の距離と時間の関数、後者が時間の関数である。さらにこれらの値は飛しょう体の高度にも関係するのでこれらを全て考慮すると (2.10) 式を厳密に解くことができない。しかし 4. に述べたように (2.10) 式は電気アナログ回路に置き換えることができるのでこれにもとづきアナログ的にも、またデジタル計算機で近似的にも求めることができる。ここでは図 4.6 にミルマンの定理を利用してデジタル計算機で求めることにする。

図 4.6において  $T_{m,n}$  に相当する電圧  $V_{m,n}$  は電気回路論のミルマン定理を用いると簡単に

$$V_{m,n} = \frac{V_{aw,n} Y_m + V_{m,n-1} Y'_m + V_{m+1,n} Y_m}{Y_m + Y'_m + Y_{m+1}} + \frac{V_{m+1,n} Y_{m+1}}{Y_{m+1}} \quad (5.1)$$

が得られる。これを整理すると

Y\_m V\_{m-1,n} - (Y\_m + Y'\_m + Y\_m + Y\_{m+1}) V\_{m,n} + Y\_{m+1} V\_{m+1,n} + Y\_m V\_{aw,n} + Y'\_m V\_{m,n-1} = 0 \quad (5.2)

となる。

したがって分割数を  $N$  とするなら、 $N$  元一次連立方程式 (5.3) 式が得られ、 $ndt$  時刻における電圧  $V_{m,n}$  ( $m\Delta x$  点で  $ndt$  時刻における温度に相当) は ( $n-1$ )  $dt$  時刻の電圧  $V_{m,n-1}$  が判っているなら (5.3) 式より求めることができる。

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & \cdots & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & & \\ 0 & A_{32} & A_{33} & & \\ & A_{43} & & \ddots & \\ 0 & & & A_{N-1,N-1} & A_{N-1,N} \\ 0 & & 0 & A_{N,N-1} & A_{N,N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{1,n} \\ V_{2,n} \\ \vdots \\ V_{N,n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_N \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} A_{j,j} &= -(y_j + Y'_j + Y_j + Y_{j+1}) \\ A_{j,j-1} &= Y_j \\ A_{j,j+1} &= Y_{j+1} \end{aligned} \right\} (j=2, 3, \dots, N-1) \\ B_j = -(y_j V_{aw,n} + Y'_j V_{j,n-1}), \quad (j=1, 2, \dots, N) \\ A_{11} = -(y_1 + Y'_1 + Y_1)$$

$$A_{12} = Y_2$$

$$A_{NN} = -(y_N + Y'_N + Y_N)$$

$$A_{N,N-1} = Y_N$$

計算手順は飛しょう体の発射直前の初期温度分布が判っているので、 $ndt$  時刻の温度上昇を求めるにはまず初期温度分布を (5.3) 式の  $B_j$  に含まれる  $V_{j,0}$  に代入し  $dt$  秒後の温度に相当する電圧  $V_{j,1}$  を (5.3) 式から求め、さらに  $dt$  における温度分布をもとに  $2dt$  秒後の温度を (5.3) 式から求めるという具合に  $n$  回、 $N$  元一次連立方程式 (5.3) 式を計算することにより  $x$  方向  $N$  個所の温度変化を  $ndt$  時間の経過として求めることができる。このときの式中に含まれている断熱壁面温度  $T_{aw,n}$  に相当する電圧  $V_{aw,n}$  は速度が与えられているので (3.4) 式で計算され、その他の  $y_m$ ,  $Y_m$ ,  $Y'_m$  は (4.16) 式で与えられる値である。

### 5.2 热伝導を無視した場合の熱平衡方程式の解

热伝導を無視した熱平衡方程式の一般形は

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{h(x,t)}{\rho_w c_w \left( \frac{dV}{ds} \right)_w} [T_{aw}(t) - T(x,t)] \quad (5.4)$$

で表わされる。今機体外板の厚さを一定とすると  $dV/ds$  は一定となるから  $1/\rho_w c_w \left( \frac{dV}{ds} \right)_w$  は定数となる。これを  $C$  とおき、飛しょう体のよどみ点からの距離  $L$  を  $dx$  をもって  $N$  個に分割し  $m$  番目の距離を  $x_m = m\Delta x$  とする。また時間も微少時間を  $dt$  とすれば、 $n$  番目の時間  $t_n$  は  $ndt$  となる。4 次精度のルンゲクック法<sup>25)</sup>による近似計算は

$$T_{m,n+1} = T_{m,n} + \frac{1}{6} (B_1 + 2B_2 + 2B_3 + B_4) \quad (5.5)$$

ここに

$$B_1 = dt Ch_{m,n} [T_{aw,n} - T_{m,n}]$$

$$B_2 = dt Ch_{m,n+\frac{1}{2}} [T_{aw,n+\frac{1}{2}} - (T_{m,n} + \frac{1}{2}B_1)]$$

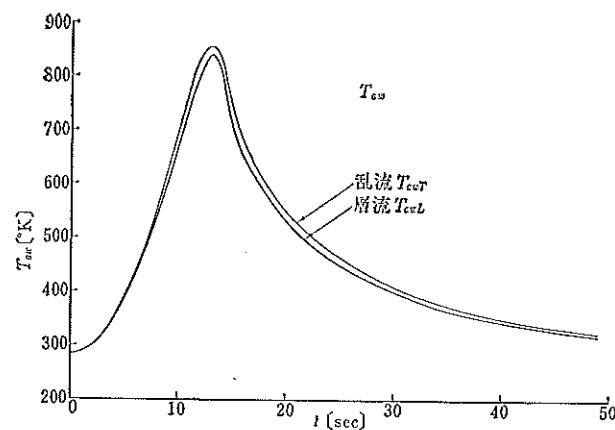
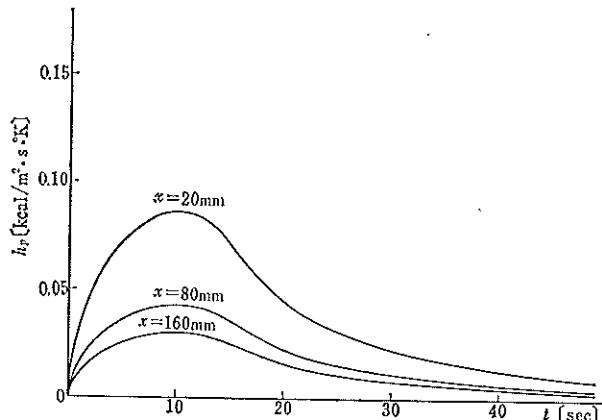
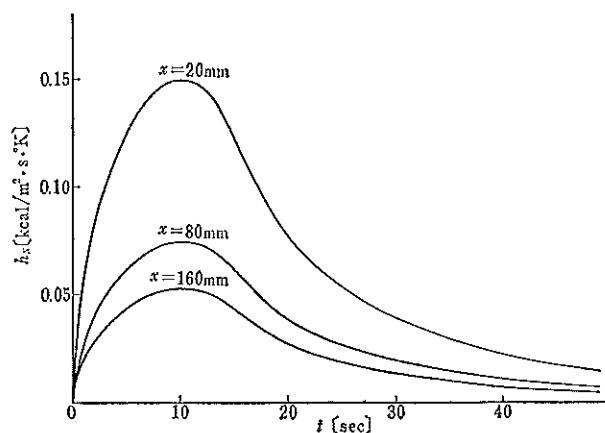
$$B_3 = dt Ch_{m,n+\frac{1}{2}} [T_{aw,n+\frac{1}{2}} - (T_{m,n} + \frac{1}{2}B_2)]$$

$$B_4 = dt Ch_{m,n+1} [T_{aw,n+1} - (T_{m,n} + B_3)]$$

で与えられる。 $h_{m,n}$  は距離  $x_m$ 、時間  $t_n$  における热伝達係数で距離と速度を (3.1), (3.2) 式あるいは (3.3) 式に代入することにより得られる値である。また  $T_{aw,n}$  は時間  $t_n$  における断熱壁面温度で速度が与えられると (3.4) 式より定まる値である。

## 6. 計算結果および検討

よどみ点より流れ方向にそって 200mm までの温度上昇ならびに温度分布の計算を行なった。距離 200mm を  $\Delta x = 4$  mm をもって 50 等分し、時間については

図 6.1 図 3.1 にもとづく断熱壁面温度  $T_{aw}$ 図 6.2 図 3.1 にもとづく位置をパラメータとした層流熱伝達係数  $h_p$  (平板)図 6.3 図 3.1 にもとづく位置  $x$  をパラメータとした層流熱伝達係数  $h_N$  (円錐)

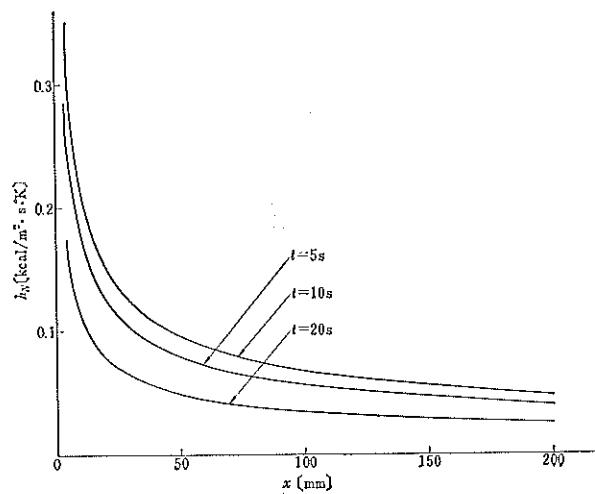
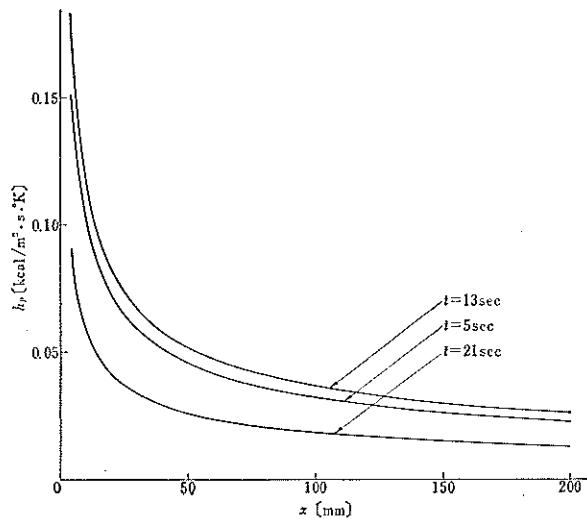
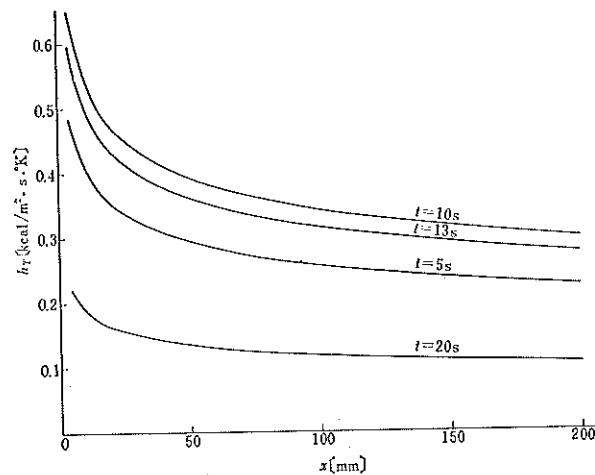
図 6.4 図 3.1 にもとづく時間  $t$  をパラメータとした層流熱伝達係数  $h_p$  (平板)図 6.5 図 3.1 にもとづく時間  $t$  をパラメータとした層流熱伝達係数  $h_N$  (円錐)図 6.6 図 3.1 にもとづく時間  $t$  をパラメータとした乱流熱伝達係数  $h_T$

表 6.1 計 算 結 果 一 覧

表 図 面 の 説 明	機 体 外 板 材 料	外 板 厚 さ (mm)	層 流 境 界 層		乱 流 境 界 层 平 板	L (mm)	dx (mm)	dt (sec)
			平 板	円 锥 ( $2\beta=20^\circ$ )				
時間に対する温度上昇 (距離パラメータ)	ステンレス鋼	1	図 6.7	図 6.10	図 6.9	200	4	1.0
	銅	1	図 6.8	図 6.11	—			
流れ方向 $x$ の温度分布 (時間パラメータ)	ステンレス鋼	1	図 6.12	図 6.14	図 6.13			
	銅	1	—	図 6.15	—			
時間に対するの変化 (距離パラメータ)	ステンレス鋼	1	図 6.11	図 6.18	図 6.17			
	銅	1	—	図 6.19	—			
流れ方向 $x$ の分布 (時間パラメータ)	ステンレス鋼	1	図 6.20	図 6.23	図 6.22			
	銅	1	図 6.21	図 6.24	—			

$dt=1 \text{ sec}$  ごとに断熱壁面温度  $T_{aw}$  を (3.4) 式より、熱伝達係数  $h$  を (3.1)～(3.3) 式より求めた。これらの結果を図 6.1～図 6.6 に示す。ついで 5. にもとづく計算方法で空力加熱を受ける薄肉機体の熱伝導を考慮した温度上昇ならびに温度分布を 3. で述べた初期、境界条件および物性値を用いて計算した。また熱伝導を考慮した場合と無視した場合の差異を調べるために同時に熱伝導を考慮した場合の温度上昇を  $T_B$ 、無視した場合の温度上昇を  $T_A$  とし

$$\eta = (T_B - T_A) / T_A \quad (6.1)$$

を計算した。これらの結果を図 6.7～図 6.24 に示すがみやすくするため表 6.1 のようにまとめておく。

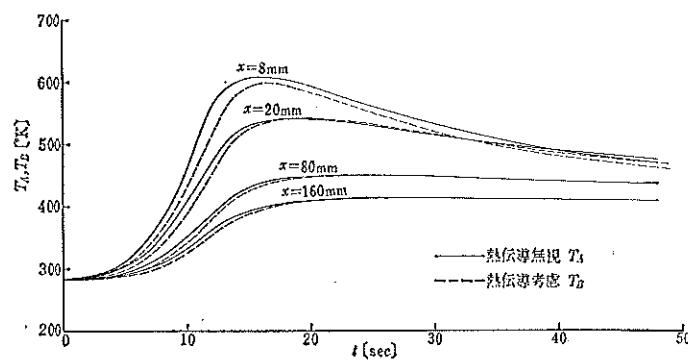
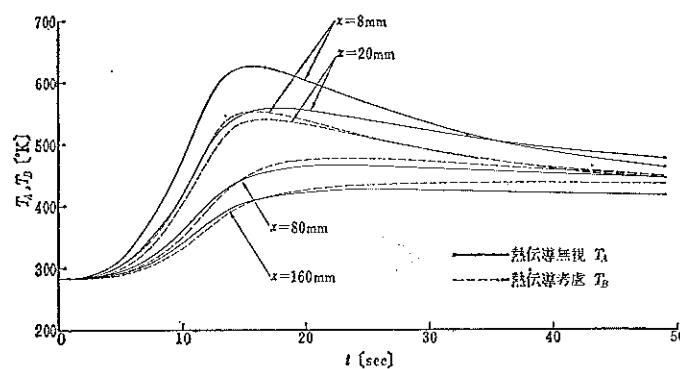
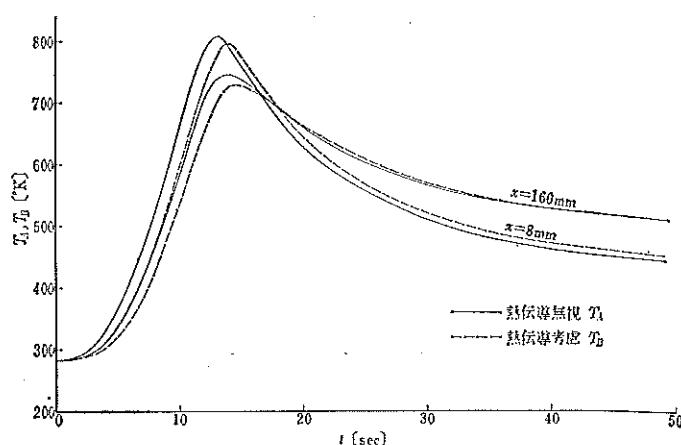
断熱壁面温度  $T_{aw}$  はある時刻では流れ方向  $x$  に一樣であるが、熱伝達係数  $h$  が図 6.2～図 6.6 に示したように層流で  $x^{-0.5}$ 、乱流で  $x^{-0.2}$  に比例して変化するので、空力加熱を受ける機体外板の温度上昇は  $x$  の増加とともに減少する。したがって  $x$  方向に熱の流れが起りこの熱伝導を考慮した値と無視した値とはことなることが考えられる。事実図 6.7～図 6.24 に示すように熱伝導を考慮した場合には無視した場合より高い温度上昇を示している。この熱伝導の影響は時間とともに変り、熱伝達係数を層流あるいは乱流境界層を想定した値を用いるかにより、またノーズコーンの位置か尾翼の位置かにより変わりさらに機体外板の材料によっても変わる。図 6.16～図 6.24 より明らかなように飛しょう体の速度が最大付近で熱伝導の影響を表わすのが大きく、またよどみ点で最大になっていることがわかる。機体外板にはステンレス鋼が用いられる

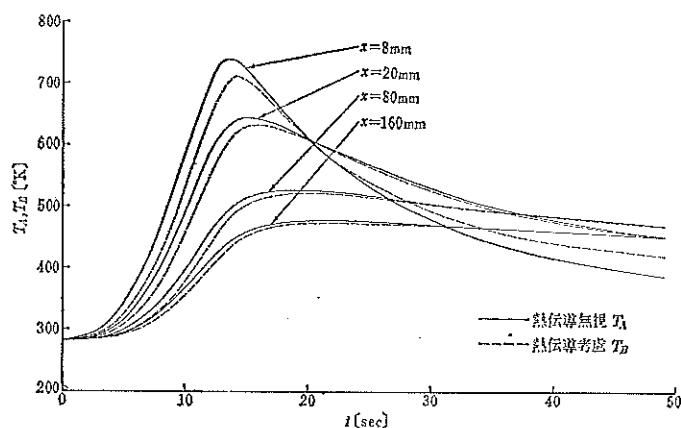
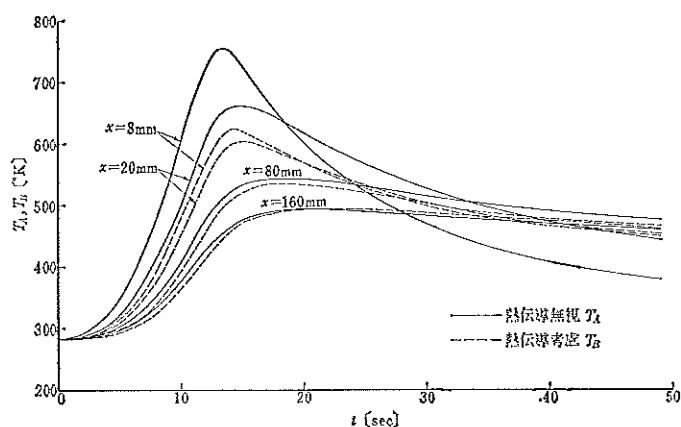
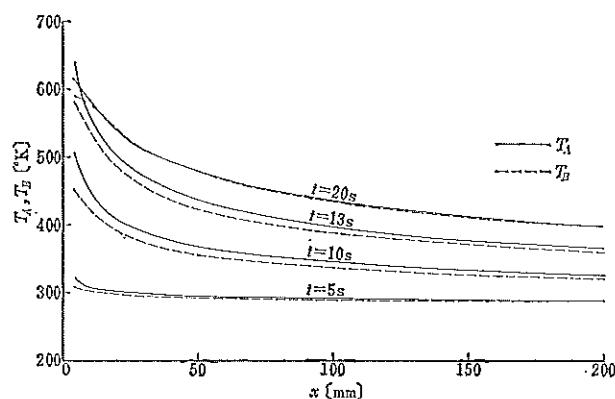
ことが多いが、ここに熱伝導の影響が大きく表われると思われる熱伝導率の大きい銅外板について参考のため計算したのでこれらを図 6.8、図 6.11、図 6.15、図 6.19、図 6.21、図 6.24 に示す。銅外板ではこれらの図より明らかなようによどみ点より 20～30mm の所までは熱伝導の影響は大きいが、それ以外の位置ではあまり大きくなことがわかる。

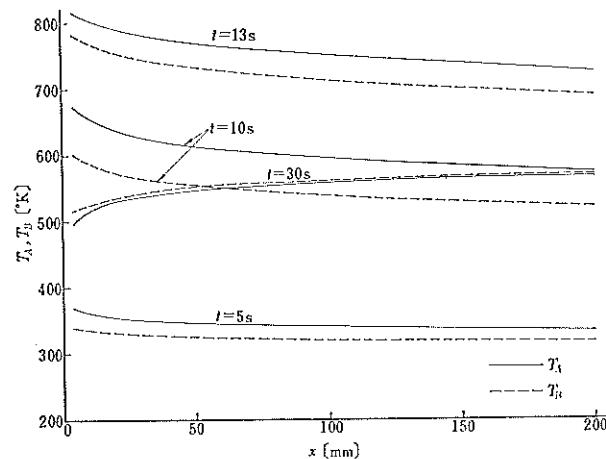
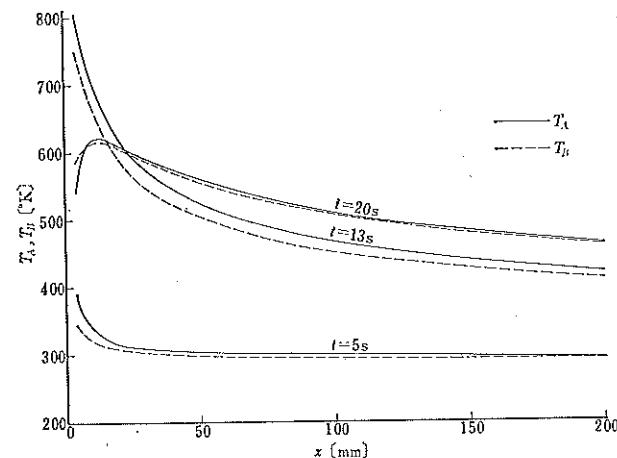
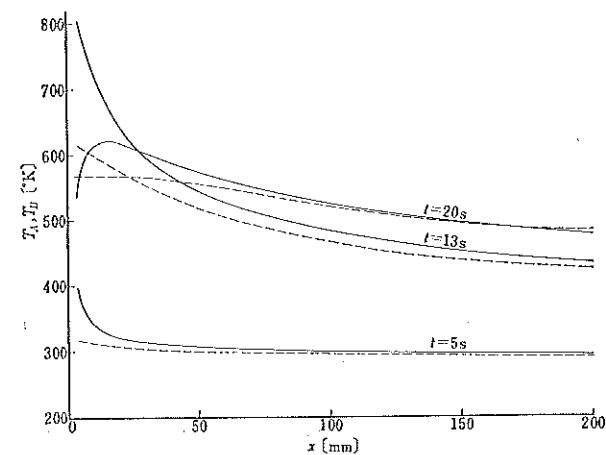
以上の結果より銅外板を用いた場合とよどみ点のごく近くを除くと、図 3.1 に示すような速度を有する飛しょう体の温度上昇が受ける熱伝導の影響は 10% 以下である。計算には図 4.6 に示したアナログ回路により温度を電圧とみなして行なった。回路図より得られた方程式 (5.2) 式は熱平衡方程式より得られる差分方程式 (4.3) 式に等価である。したがって本計算ではデジタル計算機を用いて計算を行なったがデジタル計算機が使用できない場合には、4. でも述べたように図 4.6 の所定のところに電圧を加え接続点の電圧を測って変換係数  $\beta$  をその電圧に掛け温度上昇と分布を求めるアナログ手法もまた有力な近似解を求める手段である。

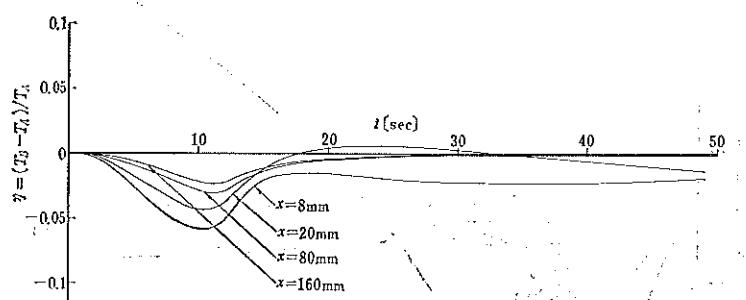
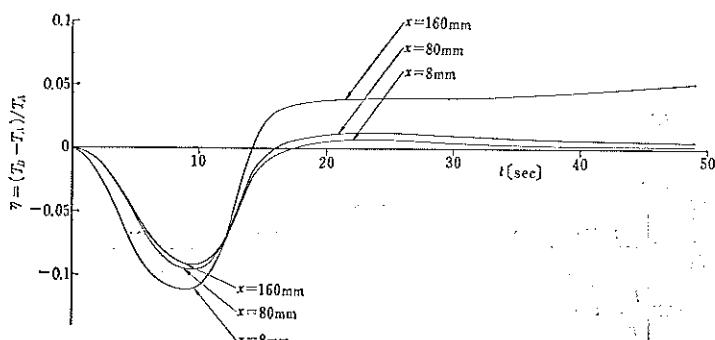
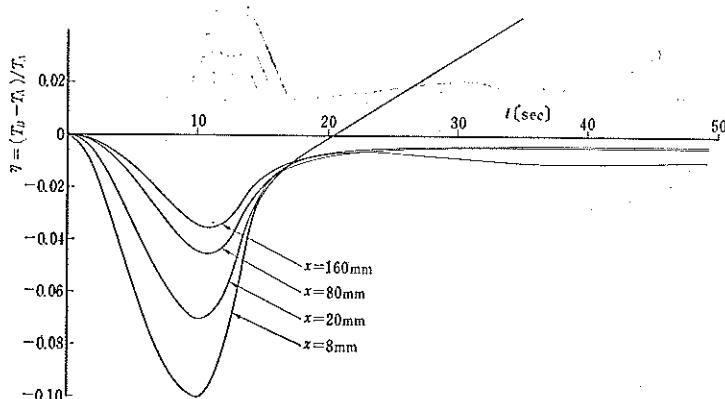
## 7. むすび

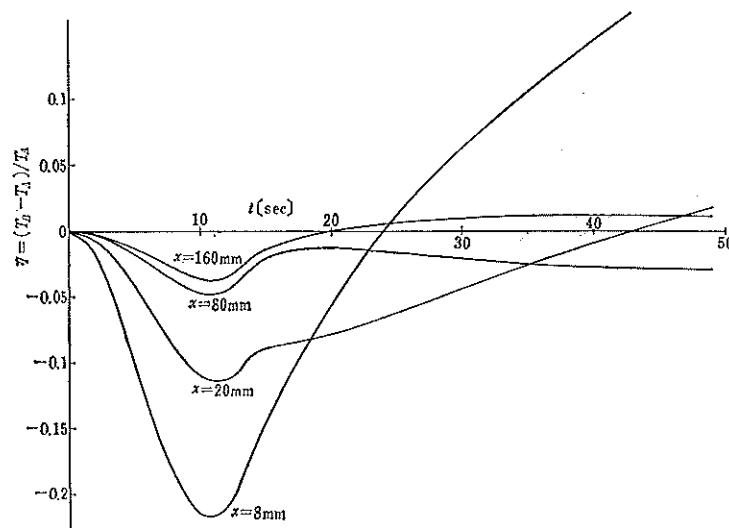
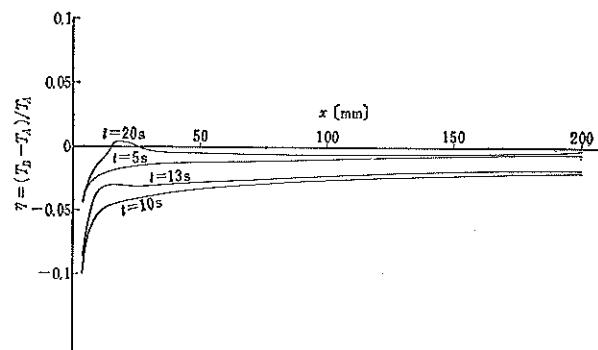
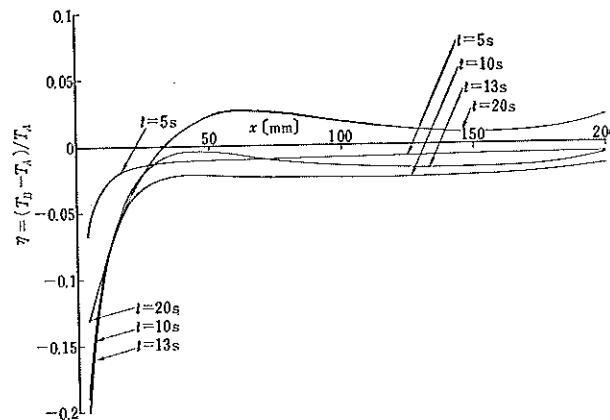
高速飛しょう体が受ける空力加熱による機体外板の温度上昇ならびに温度分布を熱伝導を考慮した場合と無視した場合について計算を行なった。飛しょう体の速度は本計算では最大マッハ 3.8 としたが、この程度では熱伝導の影響は 10% 以下で特にステンレス鋼外板厚さが 1mm 以上で層流熱伝達係数を想定するならよ

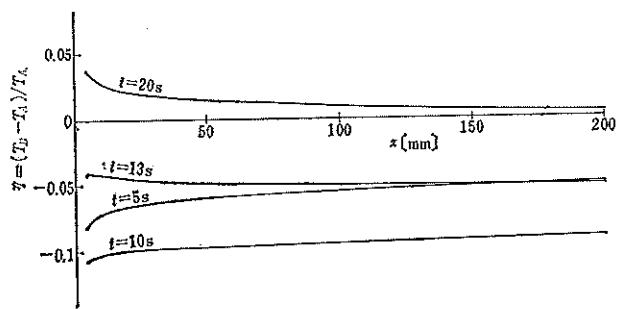
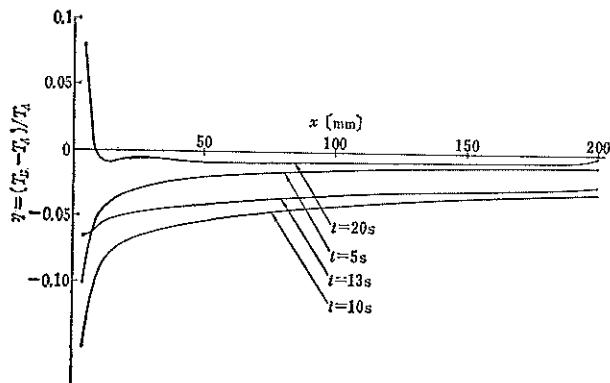
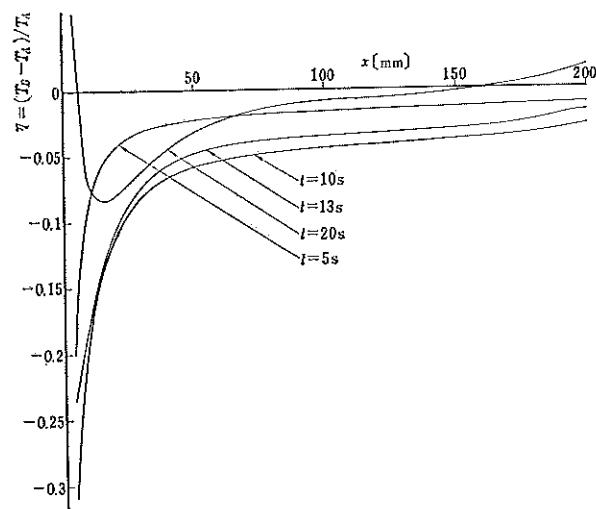
図 6.7 ステンレス鋼平板の温度上昇 ( $h_p$  使用,  $l=1\text{mm}$ )図 6.8 銅平板の温度上昇 ( $h_p$  使用,  $l=1\text{mm}$ )図 6.9 ステンレス鋼平板の温度上昇 ( $h_T$  使用,  $l=1\text{mm}$ )

図 6.10 ステンレス鋼円錐の温度上昇 ( $h_N$  使用,  $l=1\text{mm}$ )図 6.11 銅円錐の温度上昇 ( $h_N$  使用,  $l=1\text{mm}$ )図 6.12 ステンレス鋼平板の温度分布 ( $h_p$  使用)

図 6.13 ステンレス鋼平板の温度分布 ( $h_T$  使用)図 6.14 ステンレス鋼円錐の温度分布 ( $h_N$  使用)図 6.15 銅円錐の温度分布 ( $h_N$  使用)

図 6.16 図ステンレス鋼平板の  $\eta$  変化 ( $h_P$  使用)図 6.17 ステンレス鋼平板の  $\eta$  変化 ( $h_T$  使用)図 6.18 ステンレス鋼円錐の  $\eta$  変化 ( $h_N$  使用)

図 6.19 銅円錐の  $\eta$  変化 ( $h_N$  使用)図 6.20 ステンレス平板の  $\eta$  分布 ( $h_P$  使用)図 6.21 銅平板の  $\eta$  分布 ( $h_P$  使用)

図 6.22 ステンレス平板の  $\eta$  分布 ( $h_T$  使用)図 6.23 ステンレス円錐の  $\eta$  分布 ( $h_N$  使用)図 6.24 銅円錐の  $\eta$  分布 ( $h_N$  使用)

どみ点付近を除く位置では 5 % 以下となり熱伝導の影響は小さく、大気の物性値や機体外板の物性値等の精度を考慮すると複雑な熱伝導の項を無視して計算してもよいと考えられる。一方、乱流熱伝達係数を用いた場合には最大速度付近ではほぼ一様に 10% ほどの熱伝導の影響があるが実際には乱流境界層を想定した熱伝達係数  $h$  の約 0.35 あるいは 0.5 倍<sup>28)</sup> に選ぶとよいとされているので熱伝導の影響は 10% 以下となる。したがって最大マッハ数が 4 程度の高速飛しょう体では熱伝導の影響を無視して空力加熱による機体外板の温度上昇を計算してもさしつかえないものと考えられる。アナログ計算機を用いてアナログ的に熱伝導の問題を解く方法<sup>27)</sup>もあるがここでは電気抵抗アナログ回路を提案し、この回路より回路論の手法を利用してデジタル計算機で温度上昇および温度分布を求めた。本方法はまたデジタル計算機を用いないで、この種の問題を近似的に解を得る有力な方法であると考える。

最後に終始有意義な御指導を賜った機体一部上山忠夫部長ならびに科学技術庁宇宙開発推進本部第二開発グループの竹中幸彦主任開発官（前機体一部熱弹性研究室長）に深く感謝の意を表わします。

## 文 献

- 1) C. B. Rumsey, R. O. Peland and K. N. Hopko; Aerodynamic-Heating Data obtained from Free-Flight Tests between Mach Number of 1 and 5 NASA TN D-216 Jan. 1960
- 2) C. B. Rumsey and D. B. Lee; Measurements of Aerodynamic Heat Transfer on a 15° Cone-Cylinder-Flare Configuration in Free-Flight at Mach Number up to 4.7 NASA TND-824 May 1961
- 3) C. B. Rumsey and D. B. Lee; Measurements of Aerodynamic Heat Transfer and Boundary-Layer Transition on a 15° Cone in Free-Flight at Supersonic Mach Number up to 5.2 NASA TN D-888 August 1961
- 4) F. G. Howard; Heat Transfer on Unswept and 38 Swept Cylindrically Blunted Wedge Fins in Free-Flight to Mach Number 4.11 NASA TN D-2386 August 1964
- 5) Van Driest, E. R.; Turbulent Boundary Layer on a Cone in a Supersonic Flow at Zero Angle of Attack; Jour. Aero. Sci. Vol. 19, no. 1, Jan. 1952 pp 55~57
- 6) Van Driest, E. R.; Investigation of Laminar Boundary Layer in Compressible Fluids Using the Crocco Method; NACA TN 2597, 1952
- 7) P. R. Hill; A Method of Computing the Transient Temperature of Thick Walls from Arbitrary Variation of Adiabatic Wall Temperature and Heat-Transfer Coefficient NACA TN 4105 Oct. 1957
- 8) R. G. Thomson and J. L. Sanders, Jr.; Effect of Chordwise Heat Conduction on the Torsional Stiffness of a Diamond-Shaped Wing Subjected to a Constant Heat Input NASA TN D-38
- 9) Jaseph Kaye ; The Transient Temperature Distribution in a Wing Flying at Supersonic Speeds Jour. of Aeronautical Sci Dec. 1950 pp. 787
- 10) C. H. J. Johnson; On a Method of Determining the Transient Temperature Distribution in a Flat Plate with Non-Uniform Surface Heating Dept. of Supply Australian Defence Scientific Service Aeronautical Research Laboratories Mech. Eng. Note 237
- 11) R. J. Conti; Approximate Temperature Distributions and Streamwise Heat Conduction Effects in the Transient Aerodynamic Heating of Thin-Skinned Bodies NASA TND-895
- 12) 近藤次郎, 岡崎卓, 長州秀夫, 白川登喜子; 平板の非定常空力加熱, 日本航空学会誌, Vol. 15, No. 159, Apr. 1967 pp. 105
- 13) G. M. Dusinberre; Heat-Transfer Calculation by Finite Difference International Textbook Co. 1961
- 14) B. A. Bishop; Comparison of Analytical and Numerical Methods for Determining the Temperature Distribution along an Insulated Flat Plate, AGM-2420, April 1961
- 15) V. S. Arpaci; Conduction Heat Transfer, Addison-Wesley Publishing Co.
- 16) H. Schuh; Heat Transfer in Structures, Pergamon Press, 1965
- 17) W. J. Karplus; Analog Simulation, McGraw-Hill Book Co. 1958 pp. 113
- 18) W. J. Karplus and W. W. Soraka; Analog Methods, Second Edition, McGraw-Hill Book Co. 1959, pp. 331
- 19) G. Liebmann; Solution of Transient Heat-Transfer Problems by the Resistance-Network Analog Method, ASME August 1955, pp. 1267-1272.
- 20) G. Liebmann ; A New Electrical Analog Method for the Solution of Transient Heat-Conduction, ASME, April 1956 pp. 655-665
- 21) 竹中, 小川, 遠藤; NAL-HM-16 型ロケットの空力加熱による機体温度変化, 日本航空学会誌, Vol. 15, No. 159, 1967.4
- 22) ロケット性能研究室; NAL-16 ロケットの研究試作および試しう実験, 航技研報告 TR-115 1966.8

- 23) Missile Engineering Handbook, D. Vannstrand Company INC. 1958
- 24) 伝熱工学資料, 改訂第2版, 日本機械学会, pp. 254
- 25) F. B. Hildebrand; Advanced Calculus for Applications, Prentice-Hall. INC. 1964, pp. 102
- 26) 電気学会; 交流理論, pp. 89
- 27) 小川鉱一; コーティング断熱効果のアナログシミュレーション, 航技研報告, TN-76, 1962.2
- 28) 植村, 砂川, 市田, 井上; 強化プラチスックノーズコーンの超音速飛行時の温度と耐熱性について, 東京大学宇宙航空研究所報告 第2巻第2号 (B) 1966, 6月 (特殊小型ロケット特集号)



TR-154	フライングテストベッドの計画 一本体のシステムデザイナー System Design of Flying Test Bed for VTOL Aircraft at National Aerospace Laboratory	1968年5月 新型航空機部
TR-155	遷音速における Control-Surface Buzz に関する研究 An Investigation on Control-Surface Buzz at Transonic Speeds	1968年5月 中村泰治
TR-156	二次元湾曲ジェットの相似構造と乱流混合における曲率の研究 Effects of Curvature on the Similar Structure and Turbulent Mixing of Two-dimensional Curved Jets	1968年5月 遠藤 浩
TR-157	電子線密度測定法による低密度極超音速流の実験的研究 Experinetal Study of Low Density Hypersonic Flow Using Electron-Beam Densitometry	1968年6月 和田 勇, 曾我國男
TR-158	局所凸線形位相空間内の非線形初期値問題に対する近似について On Approximations for Nonlinear Cauchy Problems in Locally Convex Spaces	1968年6月 小島清史
TR-159	T型結合板の振動 The Vibration of T-Shape Phates structure	1968年7月 堀 武敏, 築地恒夫, 越出慎一
TR-160	梁, 板結合構造物の振動 (II) On the Natural Vibration of Plate-Beam Combination Structures (II)	1968年8月 堀 武敏, 築地恒夫, 多田保夫, 越出慎一, 林 洋一, 日下和夫
TR-161	宇宙飛しょう体の直接式最適誘導法 The Optimal Explicit Duidance Equation for Space Vehicle	1968年8月 新田慶治, 松島弘一, 大坪孔治, 志甫徹
TR-162	よどみ点領域での非定常空力加熱の測定 Measurements at Unsteady Aerodynamic Heating of Stagnation Region	1968年9月 野村茂昭
TR-163	双発プロペラ STOL 機の安定操縦性に関する考察 Investigatin on the Stability and Control Characteristics of a Twin-propeller STOL Ais plane	1968年9月 別府謹郎

## 航空宇宙技術研究所報告 164号

昭和43年10月発行

発行所 航空宇宙技術研究所

東京都調布市深大寺町1880

電話武蔵野三鷹(042)44-9171(代表表番182)

印刷所 株式会社 東京プレス

東京都板橋区桜川2~27~12

Printed in Japan

This document is provided by JAXA.