

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-189

誘導制御を含んだロケットの運動の
ハイブリッドシミュレーション

奥石 肇・中 正夫・森 英彦・大石 晃
冠 昭夫・本間幸造

1970 年 1 月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 報 告

TR-166	DPF バルブを用いた ジンバルエンジン駆動 用油圧制御系の基礎的解析 Fundamental Analyses of Gimbal-Engine Positioning Hydraulic Control System Made Use of DPF Servovalves	1968年11月	畑 山 茂 樹, 興 石 肇
TR-167	アブレーションによるよどみ点空力加熱の減 少の測定 Measurements of Heat Transfer Reduction by Ablation at Stagnation Region	1968年11月	野 村 茂 昭
TR-168	角度測定ドップラ周波数測定併用のトラッキ ング方式の計算処理に関する研究 On the Orbit Determination Procedures for the Doppler Frequency Measurement with Angular Measurement Tracking System	1968年11月	鳥 海 良 三, 松 本 一 夫 樋 口 一 雄, 戸 川 隼 人 木 村 武 雄
TR-169	VTOL 機操縦研究設備 Design and Construction of VTOL Flight Simulator System	1968年12月	樋 口 一 雄, 百 名 盛 之 三 好 範 子, 岡 部 正 典 山 本 六 郎, 川 原 弘 靖
TR-170	STOL 機の縦の自動安定制御方式に関する 研究 (I) 姿勢制御方式の解析 System Studies on Automatic Longitudinal Stabilization Control Systems for STOL Aircraft Part 1 Automatic Attitude Control Systems	1968年12月	堀 川 勇 壮, 森 幹 彦
TR-171T	Simple Flow Characteristics Across a Strong Shock Wave	Feb. 1969	Kenneth K. Yoshikawa
TR-172	高速における円錐体および三角翼の動安定微 係数の測定 Measurement of Dynamic Stability Deriva- tives of Cones and Delta-Wings at High Speed	1969年 2 月	柳 沢 三 憲
TR-173T	Coupling Effect of Radiative Heat on Con- vective Heat Transfer	Feb. 1969	Kenneth K. Yoshikawa
TR-174	Navier-Stokes 方程式に対する差分法 Difference Method for Navier-Stokes Equa- tion	1969年 4 月	三 好 甫
TR-175	低レイノルズ数における NACA 0012 翼型 の失速特性について —失速フラッタの研究 II— Stalling Characteristics of the NACA 0012 Aerofoil Section at Low Reynolds Num- bers	1969年 6 月	中 村 泰 治, 磯 貝 紘 二 江 尻 宏
TR-176	軸流回転機の翼の振動について (I) 固有振動数, 振動形および振動応力分 布 On the Vibration of Turbomachine Blades (I) Natural Frequency Mode and Stress Distribution	1969年 7 月	宮 地 敏 雄, 星 谷 昌 二 祖父江 靖, 網 干 三 郎 岩 部 柱 相, 武 田 克 己
TR-177	固体ロケットモータの推力大きさ制御の研究 —特性と小型モータによる実験— Thrust Magnitude Control of Solid Rocket Motors —Characteristic Analysis and Small Motor Tests	1969年 7 月	五 代 富 文, 湯 沢 克 宜 伊 藤 克 弥, 西 村 久 雄
TR-178	測度最大の可制御領域を与える二次形式評価 関数の最適重みマトリクスに対する必要条 件 Necessary Conditions for the Optimal Weighting Matrices of Quadratic Perfor- mance Index to Maximize the Measure of the Controllable Set	1969年 7 月	川 幡 長 勝

目 次

緒 言	1
1. ハイブリッドシミュレーションの問題点	2
2. 6自由度の方程式からピッチ面内の方程式への簡略化	3
2.1 6自由度の方程式	4
2.2 ピッチ面の方程式への簡略化	7
3. A-D, D-A 変換および計算処理に要する時間の, 解の安定性に与える影響	9
4. アナログ部とデジタル部の分離方式	11
5. その他の計算式	12
6. ロケットの軌道計算のためのハイブリッド計算用フローチャート	12
7. 装置の概要	12
7.1 アナログ計算機部	13
7.2 デジタル計算機部	13
7.3 A-D, D-A リンケージ部	13
7.4 プログラム	13
8. シミュレーションの結果	13
8.1 例として用いたロケットの概要	13
8.2 シミュレーションの結果	13
9. 結 論	18
9.1 計算精度および計算速度	18
9.2 適用範囲	19
9.3 デジタルシミュレーション用プログラム	19
付録 1. 迎え角 α の計算上の発散	19
2. ランチャ上におけるロケットのダイナミックス	20
3. 距離および軌道面傾斜角の計算式	21
4. 制御モーメントの発生方式とその計算式	21
5. 誘導方程式とのつなぎ	22
6. SCOUT ROCKET の諸元	22

誘導制御を含んだロケットの運動の ハイブリッドシミュレーション*

奥石 肇**・中 正夫**・森 英彦***・大石 晃***
冠 昭夫***・本間幸造**

Hybrid Simulation of Guided and Controlled Flight of Rocket

By Hajime KOSHISHI, Masao NAKA, Hidehiko MORI,
Akira ŌISHI, Akio KANMURI and Kōzo HONMA

For detailed real time simulations of guided and controlled flight of rockets, hybrid simulations are desirable. In particular, real time simulations including hardware, --for example, sensor or actuator-- are possible only by hybrid simulations.

Generally, large rockets are thoroughly controlled with respect to roll and yaw. Furthermore, it is generally said that the results of simplified simulation bounded in the pitch plane are very similar to the results of complete simulation with six degrees of freedom.

To perform such real time simulation in the pitch plane, we designed and built a so-called balanced-type hybrid simulator, which combined a large-scale analog computer and a large-scale digital computer by an A-D, D-A linkage unit. As to software, we simplified the equation of rocket dynamics by reducing it from the equation of six degrees of freedom to the pitch plane equation, on the assumption that the rocket is well controlled in yaw, and Z axis of rocket is always oriented toward the center of the Earth. This simplification is suitable for hybrid simulation and assures a close approximation. Besides this, we connected the analog part and digital part through not the attack angle as even, but rather the flight path angle.

Through the above-mentioned methods, the sampling frequency was diminished remarkably and real time simulation with high accuracy was achieved.

緒 言

ロケットの飛しょう運動を、その重心まわりの回転運動や制御系の動特性を含めてシミュレーションするにはデジタル計算機のみで行なうと膨大な容量と時間を要し、あまり有効な方法とはいえない。特に実時間シミュレーションを行なうことは、デジタル計算機では事実上不可能に近い。もちろんアナログ計算機のみでこれを行なうことはその計算精度上から、意味を失う。そこで、記憶容量および計算精度などですぐれたデジタル計算機と、計算速度が速く、実際の物理系のダイナミクスにより近い感覚を備えているアナログ計算機との長所を生かして、両者を結合したハイブリッド計算機によるハイブリッドシミュレーションが考

えられる。

ロケットの飛しょう運動は、機体の重心まわりのダイナミクス(ピッチ、ロール、ヨー)、制御系の動特性およびそれらに応じてロケットが描くトラジェクトリーとが連成をもった系であって、これをハイブリッド計算機でシミュレートするには、概念的にいえば、前二者をアナログ計算機に、後者をデジタル計算機に受持たせることになる。この役割の分担からいっても計算の分量からいっても、当然 Balanced Type のハイブリッド計算機が必要になる。このような Balanced Type のハイブリッド計算機によるロケットのシミュレーションの予備的研究として、大型電子計算機 HITAC 5020 と、汎用飛行シミュレータとを結合したハイブリッド計算装置を設計、試作することになったが、本報告書は、まずその装置を設計、試作するために行なった問題点に関する研究、考察の結果を述べ、ついでその結果に基づいて試作されたシステムの

* 昭和44年10月30日受付

** 計測部

*** 宇宙研究グループ

概要を述べ、終わりにその試作されたハイブリッド計算装置によるロケットの飛しょうのハイブリッドシミュレーション結果について述べている。

装置のハードウェアおよびソフトウェアの詳細については別に報告書としてまとめている。

記 号

- D : ロケットの基準長
 \vec{F} : ロケットに働く外力の和
 \vec{H} : ロケットの角運動量
 $I(t)$: ロケットの慣性モーメント
 $[I]_B$: B 座標系における I のテンソル
 $(I_X, I_Y, I_Z, I_{XY} \dots)$: テンソル $[I]_B$ の成分
 L : 緯度
 (L_B, M_B, N_B) : モーメント \vec{M} の B 座標系における成分
 M : マッハ数
 \vec{M} : ロケットの重心に働く外力のモーメントの和
 (M_{TX}, M_{TY}, M_{TZ}) : 推力および制御力によるモーメントの成分
 (P, Q, R) : E 座標系に対するロケットの角速度の B 座標系における成分
 (P_b, Q_b, R_b) : I 座標系に対するロケットの角速度の B 座標系における成分
 S : ロケットの基準面積
 T_{BE} 等: B 座標系から E 座標系への変換マトリックス
 (T_X, T_Y, T_Z) : 推力および制御力の成分
 (U_e, V_e, W_e) 等: ロケットの速度の E 座標系における成分
 (U_{ab}, V_{ab}, W_{ab}) 等: V_a の B 座標系における成分
 V_a : ロケットの対気速度
 (X_b, Y_b, Z_b) 等: 力 \vec{F} の B 座標系における成分
 (c_l, c_m, c_n) : 空力モーメント係数
 (c_x, c_y, c_z) : 空力的な力の係数
 $f(h)$: V_a と M とを結びつける関数
 g : 重力加速度
 h : 高さ
 $m(t)$: ロケットの質量
 q' : 動圧
 r : 地球中心からロケットの重心までの距離
 t : 時間

(u_e, v_e, w_e) 等: 風の E 座標系における成分

α_p : ピッチ面内の迎え角

α_Y : ヨー面内の迎え角

(θ, ϕ, ψ) : オイラー角

λ : 経度

$\rho(h)$: 空気密度

ϕ_h : 方位角

$\vec{\omega}_{IH}$ 等: H 座標系の I 座標系に対する角速度

ω_0 : 地球の自転速度

1. ハイブリッドシミュレーションの問題点

人工衛星打上げ用ロケットのような大型ロケットでは、ロール角の制御が行なわれているのが普通であり、スピンによる軌道安定を図ることはほとんどない。したがって、ロール角制御が十分に行なわれているとすれば運動はピッチ面およびヨー面内の運動に限られ、この両者はいずれもゆっくりした運動であるから、その間の干渉を考えずに別々に取り扱えることになる。ロール角制御を行なっている大型ロケットに関する 6 自由度の詳細なシミュレーションの結果と、これを、ロール角は完全に制御されていると仮定してのピッチ面内のみのシミュレーションの結果との比較については NASA で行なった研究の報告があるが、それによれば結果には大差はなくピッチ面内のシミュレーションで十分であろうといわれている¹⁾。

また本研究は、ロケットのトラジェクトリーシミュレーションのためのハイブリッド計算システムに関する基礎的な資料を得ることを目的としているがゆえに、6 自由度の方程式をそのまま扱う場合には、問題点の所在を不明りょうにし、得られた結果の分析も困難になることが予想されるので、運動をピッチ面内に限ることが望ましい。

また用いる装置の面からは、ピッチ、ロール、ヨーの 3 軸に関する回転運動、およびその制御系の動特性を含めてアナログ計算機に組みこむには、計算機の容量が不足すること、またこの 3 軸に関する併進運動をデジタル計算機で計算させるには、この方も容量的に不足することが考えられる。

以上の理由により本研究では、ロケットの運動はピッチ面内に限ることにした。

そこで問題点として考えられることは次のような諸点である。

第一に、6 自由度の運動方程式をどのようにして 3 自由度の方程式に簡単化するか。

第二に、A-D, D-A 変換およびデジタル計算に費やされる時間による、時間おくれが解の振舞いにおよぼす影響。

第三に、上記の諸点を考慮して、ピッチ面内の運動方程式をアナログ部とデジタル部とにどのように分担させればよいか。

以上の三点について検討を行ない、ピッチ面内のロケットのトラジェクトリーシミュレーションを行なうための方程式系はどのような形にすべきかについて解答を与え、実際に、汎用飛行シミュレータと大型電子計算機を結合するハイブリッド計算システムの設計のための基礎資料を与えた。

以下それぞれの問題点についてその検討結果を述べる。

2. 6 自由度の方程式からピッチ面内の方程式への簡単化

ロケットを剛体とみなすとき、その運動は6自由度の方程式であらわされる。しかしながら理想的なヨーおよびロールの制御が行なわれているロケットについては、ある短い時間間隔をとればその運動は一平面内に限定され、その運動方程式は3自由度に帰着される。各時点での運動をこのように簡略化しても、このような時点を結ぶ軌道計算において、ロケットのとり

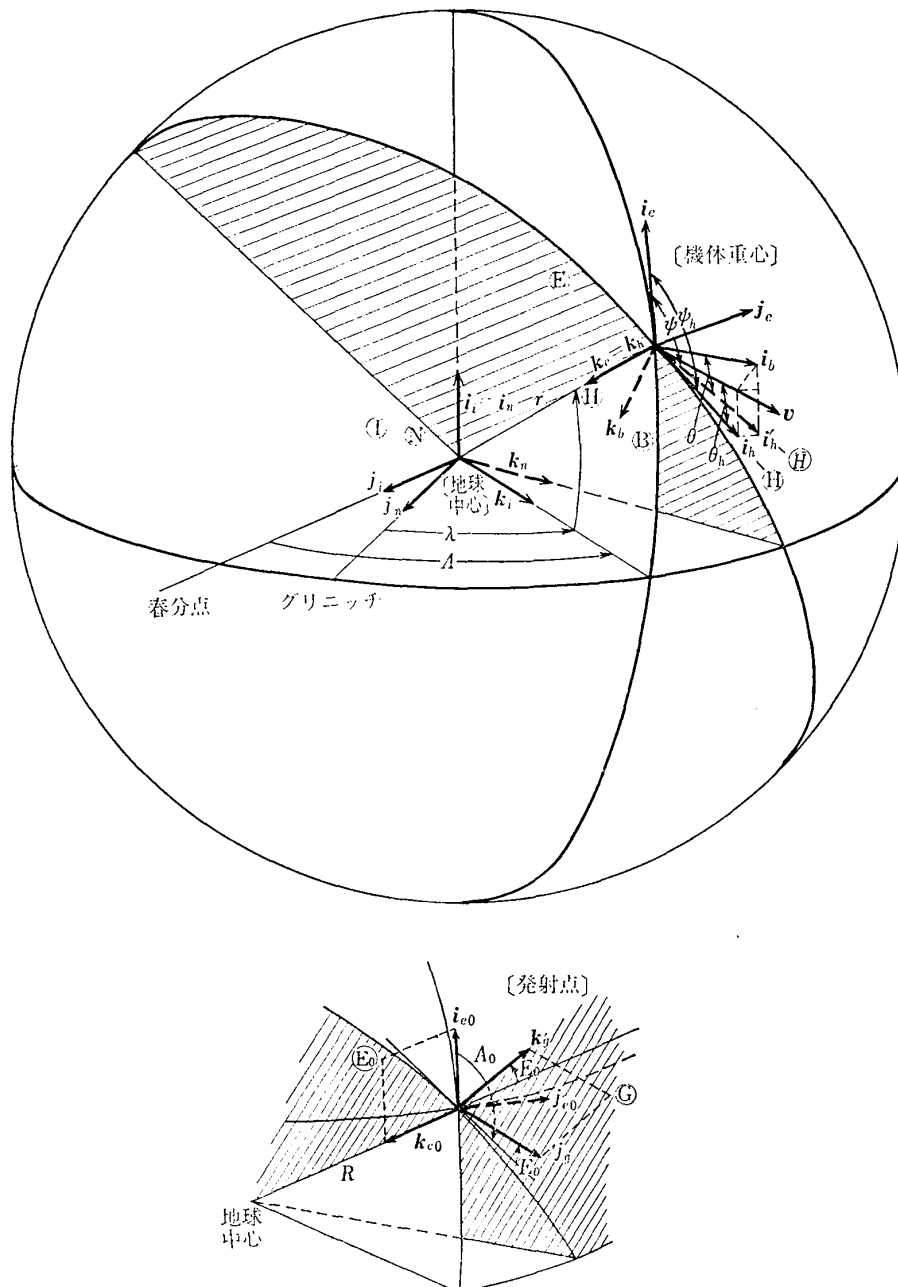


図 1 座 標 系

状態およびその制御を厳密に解釈しようとする、各時点での運動をただつないだのみではだめであり、どうしても6自由度の運動全体をとらえておかなければならなくなる。したがってここではまず6自由度の座標系と運動方程式について述べ、どのような仮定と近似によりこれがピッチ面内の運動方程式に簡略化されるかについて述べる。

2.1 6 自由度の運動方程式

2.1.1 座標系

地球のまわりのロケットの運動を記述するための慣性座標系としては、地球の中心に原点を有するものをとれば十分である。ここで用いる慣性座標系その他の座標系は下記の通りである。右側はその略称であり、以下ではこの略称を用いる。

- | | |
|-----------------------------------|---------|
| i) Inertial Axis | I 座標系 |
| ii) Body Axis | B 座標系 |
| iii) Local geographic(Euler) Axis | E 座標系 |
| iv) Modified Flight Path Axis | H 座標系 |
| v) Navigation Axis | N 座標系 |
| vi) Guidance Axis | G 座標系 |

これらの座標系を図示すると図1のごとくであり、座標系間の関係およびその変換マトリックスは表1A、Bのごとくである。変換の便宜のため、ここではさらに H 座標系および E_0 座標系をつけたしている。

2.1.2 運動方程式

- 1) ロケットを剛体と見なしたときのニュートンの方程式。

並進運動（重心の運動）

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (1)$$

ここに \vec{F} ; ロケットに働く外力の総和 [kg]

p ; ロケットの有する運動量 [kg·s]

回転運動（重心まわりの回転運動）

$$\vec{M} = \frac{d\vec{H}}{dt} \quad (2)$$

ここに \vec{M} ; 外力による重心まわりのモーメント [kg·m]

\vec{H} ; ロケットの有する角運動量 [kg·m·s]

- 2) コリオリの法則

$$\left(\frac{d}{dt}\right)_I = \left(\frac{d}{dt}\right)_M + \vec{\omega}_{IM} \times \quad (3)$$

ここに $\left(\frac{d}{dt}\right)_I$; 慣性空間に対する変化率

$\left(\frac{d}{dt}\right)_M$; 慣性空間から見た変化率の回

転座標系による表現

$\vec{\omega}_{IM}$; 慣性空間からみた回転座標系の回転速度

- 3) H 座標系における並進運動

I 座標系に対する H 座標系の回転速度 $\vec{\omega}_{IH}$

は

$$\vec{\omega}_{IH} = (P_h, Q_h, R_h) \\ = \left(0, -\frac{U_h}{r}, -\frac{V_h}{r} \tan L + \phi_h\right)$$

ゆえに (1) 式のコリオリの法則を適用すると

$$\frac{\vec{F}}{m} = \left(\frac{d\vec{V}_H}{dt}\right)_H + \vec{\omega}_{IH} \times \vec{V}_H$$

ここに m ; ロケットの質量 $\left[\frac{\text{kg} \cdot \text{s}^2}{\text{m}}\right]$

\vec{V}_H ; ロケットの重心の速度 [m/s]

外力の H 座標系における成分を

$\vec{F} = (X_h, Y_h, mg + Z_h)$ とすれば

$$\left. \begin{aligned} \frac{X_h}{m} &= \dot{U}_h - \frac{U_h W_h}{r} \\ \frac{Y_h}{m} &= \dot{\phi}_h U_h - \frac{U_h V_h}{r} \tan L \\ g + \frac{Z_h}{m} &= \dot{W}_h + \frac{U_h^2}{r} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

表 1A 座 標 変 換

速度の変換			
$B \begin{pmatrix} U_b \\ V_b \\ W_b \end{pmatrix}$	$\xrightarrow{T_{BH}} H \begin{pmatrix} U_h \\ V_h \\ W_h \end{pmatrix}$	$\xrightarrow{T_{HE}} E \begin{pmatrix} U_e \\ V_e \\ W_e \end{pmatrix}$	$\xrightarrow{T_{EN}} N \begin{pmatrix} U_n \\ V_n \\ W_n \end{pmatrix}$
	$\xrightarrow{T_{HN}} N \begin{pmatrix} U_n \\ V_n \\ W_n \end{pmatrix}$	$\xrightarrow{T_{NE}} E \begin{pmatrix} U_e \\ V_e \\ W_e \end{pmatrix}$	$\xrightarrow{T_{EH}} H \begin{pmatrix} U_h \\ V_h \\ W_h \end{pmatrix}$
		$\xrightarrow{T_{EN}} N \begin{pmatrix} U_n \\ V_n \\ W_n \end{pmatrix}$	$\xrightarrow{T_{NH}} H \begin{pmatrix} U_h \\ V_h \\ W_h \end{pmatrix}$
			$\xrightarrow{T_{HE}} E \begin{pmatrix} U_e \\ V_e \\ W_e \end{pmatrix}$
			$\xrightarrow{T_{BH}} B \begin{pmatrix} U_b \\ V_b \\ W_b \end{pmatrix}$
<p>○ U, V, W は各座標系における X, Y, Z 軸方向の速度</p> <p>○ 速度の絶対値はつねに慣性空間に対するもので、それを各座標軸の方向へ分解したものを成分としている。</p>			
距離の変換			
機体重心原点		発射点原点	
$B \begin{pmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{pmatrix}$	$\xrightarrow{T_{BH}} H \begin{pmatrix} x_h \\ y_h \\ z_h \end{pmatrix}$	$E_0 \begin{pmatrix} x_{e0} \\ y_{e0} \\ z_{e0} \end{pmatrix}$	$\xrightarrow{T_{E0H}} H \begin{pmatrix} x_h \\ y_h \\ z_h \end{pmatrix}$
	$\xrightarrow{T_{HE}} E \begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix}$		$\xrightarrow{T_{EH}} H \begin{pmatrix} x_h \\ y_h \\ z_h \end{pmatrix}$
	$\xrightarrow{T_{EN}} N \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{pmatrix}$		$\xrightarrow{T_{NH}} H \begin{pmatrix} x_h \\ y_h \\ z_h \end{pmatrix}$
			$\xrightarrow{T_{HE}} E \begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix}$
			$\xrightarrow{T_{BH}} B \begin{pmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{pmatrix}$
<p>たとえば $G \rightarrow N$ 間の座標関係</p> <p>地球中心原点</p>			
$G \begin{pmatrix} x_g \\ y_g \\ z_g \end{pmatrix}$	$\xrightarrow{T_{GE}} E \begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix}$	$N \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{pmatrix}$	$\xrightarrow{T_{NE}} E \begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix}$

表 1B 変換マトリックス

$$\begin{aligned}
T_{RE} &= \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
T_{ER} &= \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
T_{BR} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \\
T_{RB} &= \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \\
T_{BE} &= \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \theta \sin \psi \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \sin \theta \sin \psi \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \cos \theta \sin \psi \\ \sin \theta \cos \psi \cos \psi + \sin \phi \sin \psi & \sin \theta \cos \psi \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & \cos \theta \cos \psi \end{pmatrix} \\
T_{EB} &= \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \theta \sin \psi \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \sin \theta \cos \psi \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \sin \theta \sin \psi \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \sin \theta \cos \psi \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \psi & \cos \phi \cos \psi \end{pmatrix} \\
T_{NI} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega_s t & \sin \omega_s t \\ 0 & -\sin \omega_s t & \cos \omega_s t \end{pmatrix} \\
T_{IN} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega_s t & -\sin \omega_s t \\ 0 & \sin \omega_s t & \cos \omega_s t \end{pmatrix} \\
T_{E_0 N} &= \begin{pmatrix} \cos L_0 & -\sin L_0 \cos \lambda_0 & -\sin L_0 \sin \lambda_0 \\ 0 & -\sin \lambda_0 & \cos \lambda_0 \\ -\sin L_0 & -\cos L_0 \cos \lambda_0 & -\cos L_0 \sin \lambda_0 \end{pmatrix} \\
T_{N E_0} &= \begin{pmatrix} \cos L_0 & 0 & -\sin L_0 \\ -\sin L_0 \cos \lambda_0 & -\sin \lambda_0 & -\cos L_0 \cos \lambda_0 \\ -\sin L_0 \sin \lambda_0 & \cos \lambda_0 & -\cos L_0 \sin \lambda_0 \end{pmatrix} \\
T_{CE} &= \begin{pmatrix} -\sin A_0 & \cos A_0 & 0 \\ \cos E_0 \cos A_0 & \cos E_0 \sin A_0 & -\sin E_0 \\ -\sin A_0 \cos A_0 & -\sin E_0 \sin A_0 & -\cos E_0 \end{pmatrix} \\
T_{E_0 C} &= \begin{pmatrix} -\sin A_0 & \cos E_0 \cos A_0 & -\sin A_0 \cos A_0 \\ \cos A_0 & \cos E_0 \sin A_0 & -\sin E_0 \sin A_0 \\ 0 & -\sin E_0 & -\cos E_0 \end{pmatrix} \\
T_{EN} &= \begin{pmatrix} \cos L & -\sin L \cos \lambda & -\sin L \sin \lambda \\ 0 & -\sin \lambda & \cos \lambda \\ -\sin L & -\cos L \cos \lambda & -\cos L \sin \lambda \end{pmatrix} \\
T_{NE} &= \begin{pmatrix} \cos L & 0 & -\sin L \\ -\sin L \cos \lambda & -\sin \lambda & -\cos L \cos \lambda \\ -\sin L \sin \lambda & \cos \lambda & -\cos L \sin \lambda \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

H frframeについては,

$$H: \begin{pmatrix} \phi \\ \psi \\ \theta \end{pmatrix} \text{を} H: \begin{pmatrix} \phi_A \\ \psi_A \\ \theta_A \end{pmatrix} \text{とすること}$$

4) B 座標系における回転運動

B 座標系で表わした慣性モーメントのテンソルを

[I]_B, 慣性空間から見た B 座標系の回転角速度を $\vec{\omega}_{IB}$

とすると,

$$\vec{H} = [I]_B \cdot \vec{\omega}_{IB} \quad (6)$$

ゆえに (2) に代入してコリオリの法則を用いて

$$\vec{M} = [I]_B \left(\frac{d\vec{\omega}_{IB}}{dt} \right)_B + \vec{\omega}_{IB} \times ([I]_B \cdot \vec{\omega}_{IB})$$

ロケットは通常 B 座標系の X-Z 面に関して対称

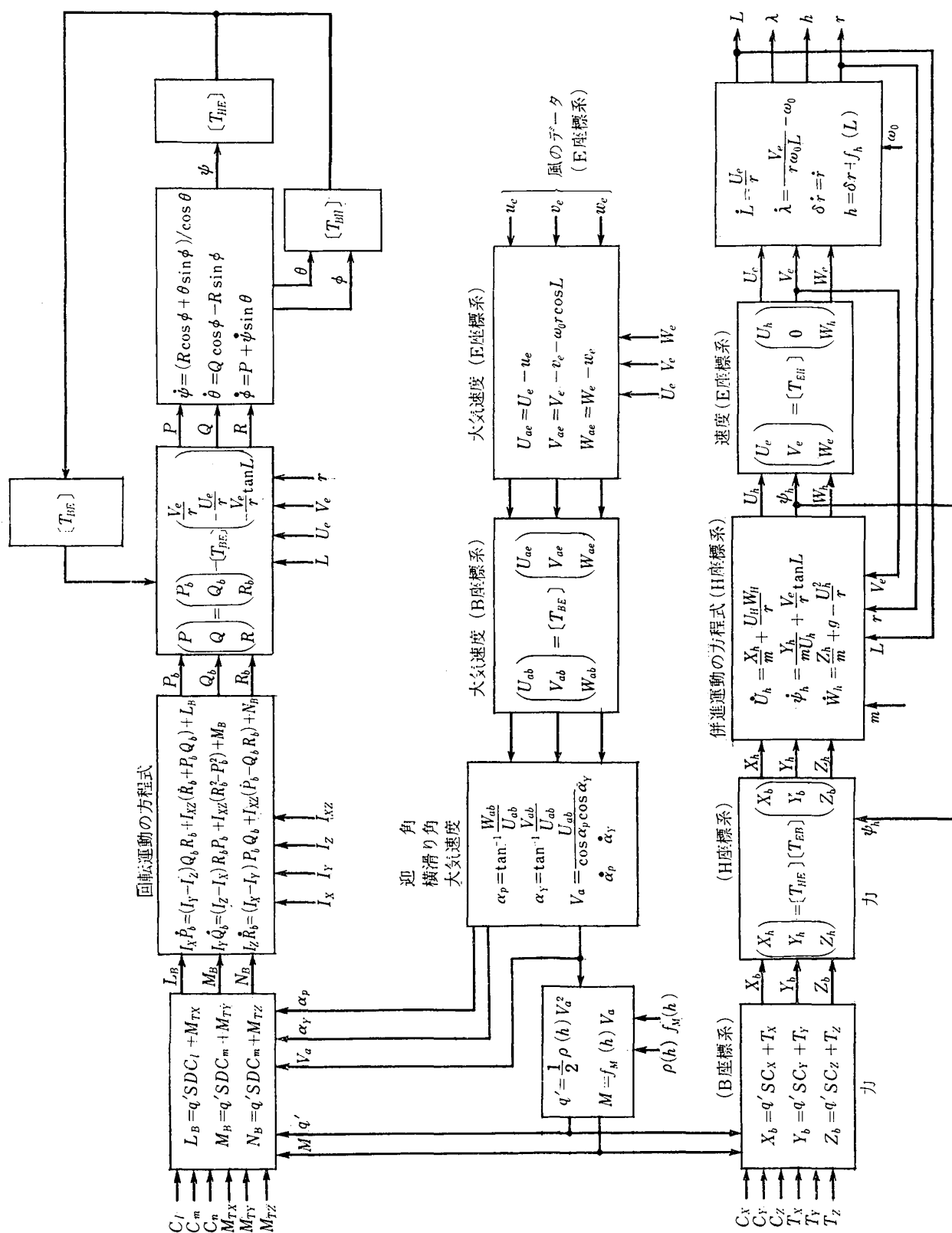
であるから

$$[I]_B = \begin{bmatrix} I_X & 0 & -I_{ZX} \\ 0 & I_Y & 0 \\ -I_{ZX} & 0 & I_Z \end{bmatrix}$$

ゆえに $\vec{\omega}_{IB} = (P_b, Q_b, R_b)$, $\vec{M} = (L_b, M_b, N_b)$ と

すれば

$$\left. \begin{aligned}
I_X \dot{P}_b &= (I_Y - I_Z) Q_b R_b + I_{XZ} (\dot{R}_b + P_b Q_b) + L_b \\
I_Y \dot{Q}_b &= (I_Z - I_X) R_b P_b + I_{XZ} (R_b^2 - P_b^2) + M_b \\
I_Z \dot{R}_b &= (I_X - I_Y) P_b Q_b + I_{XZ} (\dot{P}_b - Q_b R_b) + N_b
\end{aligned} \right\} \quad (7)$$



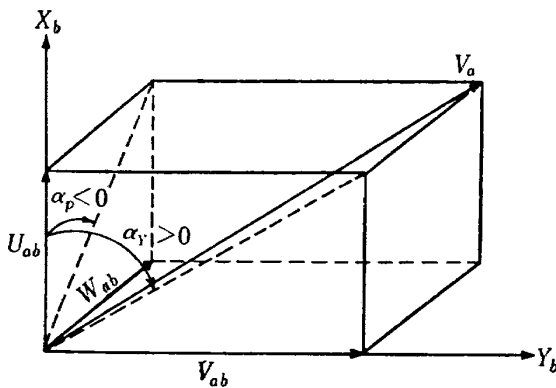
5) ジンバル方程式

これはいわゆる、 I 座標系に対する B 座標系の回転角速度 $\vec{\omega}_{IB}$ とオイラー角 (ϕ, θ, ψ) 変化率との関係式であり次のごとくである。

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (Q_b \sin \phi + R_b \cos \phi) / \cos \theta \\ Q_b \cos \phi - R_b \sin \phi \\ P_b + \dot{\psi} \sin \theta \end{pmatrix} \quad (8)$$

6) 迎え角

ピッチ、ヨーに関する迎え角を次のように定義する。



①: 慣性空間からみた
トラジェクトリ
②: 回転地球からみた
トラジェクトリ

図3 機体のX軸を真南に保った場合のトラジェクトリ

方向が北極と結ぶ線となす角 ψ は 180° に近いが正確にはこれと等しくない。その理由は、緯度および高度によって自転速度が異なること、自転によってロケットに与えられた初速度の効果がその後の地球の自転に伴って次第に薄れてくることによる。

したがって上記の設定における回転地球からみた軌道は近似的な意味での平面運動である。もしロケットのヨー方向の制御が完全になされ、自転速度に比してロケットの速度が十分大きく、range angle があまり大きくなければ運動は両極を含む平面の中に限定されると考えてよい。同様の平面運動の考え方は、任意の方向へ発射されたロケットに対しても適用可能であり、この考え方は発射方向が真東に近づくにつれて妥当性を増す。たとえば赤道面上での真東への発射という場合には厳密な意味での平面運動が成立する。この場合には $\psi = 90^\circ$ で一定である。一般の平面運動における ψ の値は一定でなく、たとえば図4に示すように変化していく。

上記のように平面運動が種々の仮定の上に成立する

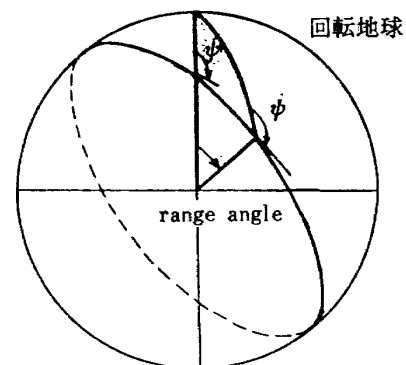


図4 平面運動における ψ の変化

V_a ; 大気に対するロケットの相対速度

(U_{ab}, V_{ab}, W_{ab}) ; V_a の B 座標系の各成分

以上により図2に示すような6自由度の方程式に関するブロック図を得る。

2.2 ピッチ面内の方程式への簡略化

以上述べた6自由度の方程式は、地球の春分点を基準とする慣性座標系を考えているので、ロケットの発射から、地球のまわりの衛星の運動までを記述することができる。

しかしながら今回、1. で述べたごとくロケットの運動をいわゆるピッチ面内に限定することにしたが、このことを厳密に数式的に表現することはそれほど簡単ではない。以下にこの問題について述べる。

たとえば単純な例として、真南に向けてロケットを発射し、その後も機体の X 軸をつねに真南に向けている場合について考えてみよう。すなわち $\psi = 180^\circ$ に保つのである。このとき慣性空間および回転地球からみたロケットの軌跡は図3の①、②のごとくなる。①の慣性空間からみた軌跡は、地球の自転速度のために $\psi_h = 90^\circ$ から始まり、最終的に 180° に近づく。これに対して②の回転地球からみた軌跡は、その接線

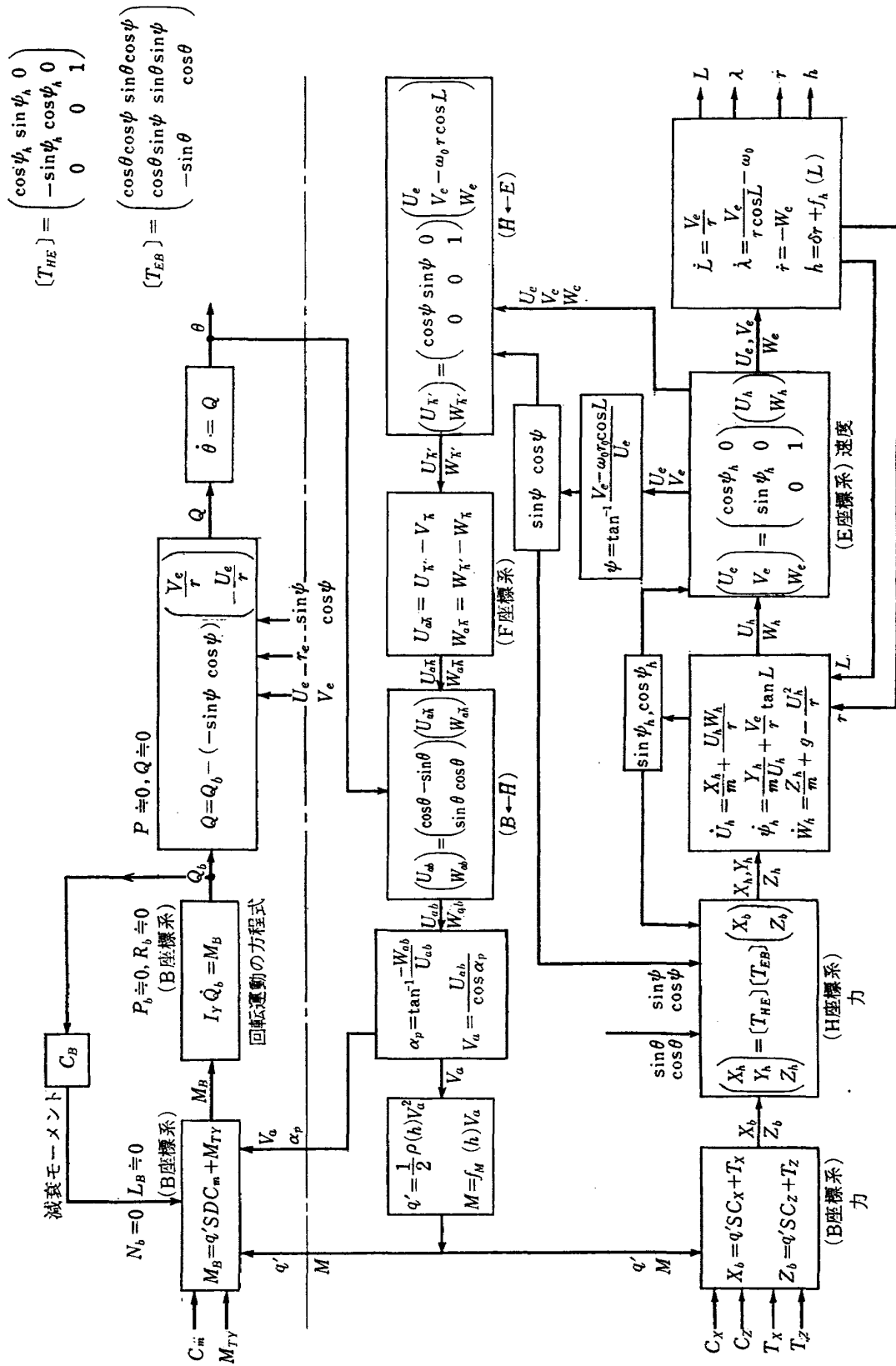


図 5 平面運動のフローチャート

近似的な運動であるから、その数式的な表現も必然的に近似的なものとなる。以下にその構成過程を示す。

- i) $\phi=0$ と仮定する。すなわちロケットの Z 軸がつねに地球中心に向っているようにロール制御が行なわれていると仮定する。
- ii) M_{TX} は上記 $\phi=0$ を実現するような制御力であるとする。また M_{TY} はヨー運動が起きないような完全な制御であると仮定する。すなわち $N_B=0$ 。

- iii) $\phi=0$ から $\dot{\phi}=0$

ゆえに次の関係式を得る。

$$\left. \begin{aligned} P &= -\dot{\phi} \sin \theta \\ R &= \dot{\phi} \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

これから P_b, R_b を得て回転運動の方程式を成立させるように L_b を定めることができるが、これは結局 6 自由度の方程式を解くことになるので好ましくない。 Q, Q_b に比べると P, P_b, R, R_b は各段に小さいと考えられ、主としてピッチ運動だけを表わす回転運動の方程式ではこれを無視する。

- iv) ϕ も (10) 式から求めるべきであるが、これもやはり 6 自由度の方程式を解くことになり好ましくない。これを他の方面から求めるために次の近似をする。

回転する地球（すなわち E 座標系）に対するロケットの速度を E 座標系で表わすと、

$$\begin{pmatrix} U_e' \\ V_e' \\ W_e' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_e \\ V_e - \omega_0 r \cos L \\ W_e \end{pmatrix}$$

これを H 座標系（図 1 参照）に変換すると

$$\begin{pmatrix} U_h' \\ V_h' \\ W_h' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_e' \\ V_e' \\ W_e' \end{pmatrix}$$

j_h 方向の速度、すなわち j_b 方向の速度は

$$V_{h'} = -\sin \phi U_e' + \cos \phi V_e'$$

もし地球が自転していないとすれば、慣性空間において一平面内を運動するロケットは、地球から見ても一平面内に留まる。ゆえにこの場合には $V_{h'}$ は常に 0 である。ここでは、ロケットの速度は十分大きな値をもち、かつ range angle が小さいという仮定のもとに、地球が回転しているとしても、その地球から見た j_h 方向の速度は 0 であると仮定する。

すなわち

$$V_{h'} = -\sin \phi U_e' + \cos \phi V_e' = 0$$

これから

$$\tan \phi = \frac{V_e - \omega_0 r \cos L}{U_e} \quad (11)$$

以上の仮定に基づき、図 2 の 6 自由度の運動方程式をピッチ面内の方程式へ簡略化した結果が図 5 に示されている。

3. A-D, D-A 変換および計算処理に要する時間の、解の安定性に及ぼす影響

図 5 のフローチャートによりハイブリッド計算を行なう場合について考察しよう。問題を明確にするために、ロケットは赤道面内で真東に打上げられたと仮定しよう。このときには常に

$$\phi = 90^\circ$$

であるから図 5 のフローチャートはさらに簡単になって図 6 のようになる。すにわちデジタル部をブラックボックスと考えて、ここではアナログ部から得られた θ に応じて何らかの計算を行ない、 θ のある関数 $f(\theta)$ を計算してアナログ部へフィードバックしていると考ええる。ゆえには M_B は次式のようにになる。

$$M_B = -C_B \theta - f(\theta) + M_{TY}$$

よって図 6 のブロック図は次のような微分方程式を表わすことになる。

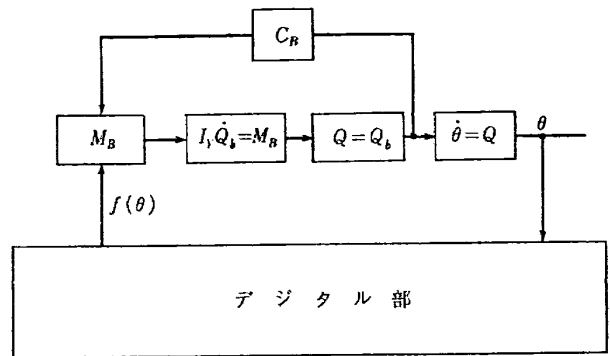


図 6 簡単化したフローチャートのブロック図

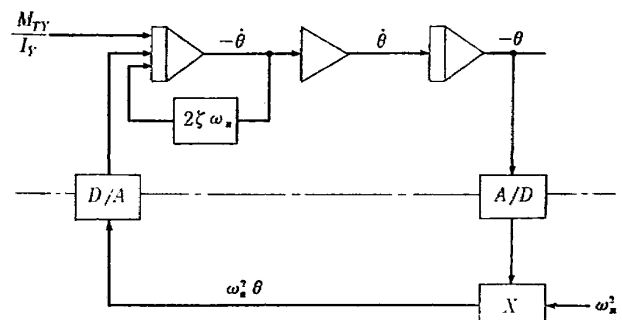


図 7 ピッチ運動を模式化したハイブリッド計算フローチャート

$$I_Y \ddot{\theta} + C_B - f(\theta) = M_{TY} \quad (13)$$

今 $f(\theta)$ を θ の一次の項で近似して次式のようにおく

$$f(\theta) = I_Y \omega_n^2 \theta$$

次の二階の微分方程式を得る。

$$\ddot{\theta} + 2\zeta \omega_n \dot{\theta} + \omega_n^2 \theta = \frac{M_{TY}}{I_Y} \quad (14)$$

$$\text{ただし } \frac{C_B}{I_Y} = 2\zeta \omega_n$$

この場合のハイブリッド計算のブロック図は図7のようになる。

ここで、A-D 変換、D-A 変換およびデジタル計算機内の計算処理により、 $\omega_n^2 \theta$ を発生するに要する時間を τ とすれば (14) 式はラプラス変換した形で次のように書くことができる。

$$S^2 \theta + 2\zeta \omega_n S \theta + \omega_n^2 e^{-\tau S} \theta = \frac{M_{TY}}{I_Y} \quad (15)$$

τ は二次系の振動周期に比して十分小さい (概念的にはこの二次系の振動周期は機体のピッチ運動の振動周期であるから、これに比べればかなり小さい) ので $e^{-\tau S}$ を級数展開して一次の項のみをとれば、

$$S^2 \theta + 2\zeta \omega_n S \theta + \omega_n^2 (1 - \tau S) \theta = \frac{M_{TY}}{I_Y} \quad (16)$$

ゆえに

$$S^2 \theta + 2\zeta \omega_n \left(1 - \frac{\omega_n}{2\zeta} \tau\right) S \theta + \omega_n^2 \theta = \frac{M_{TY}}{I_Y} \quad (17)$$

すなわち系の特性方程式は

$$S^2 + 2\left(\zeta - \frac{\omega_n \tau}{2}\right) \omega_n S + \omega_n^2 = 0 \quad (18)$$

したがって、ハイブリッド計算によって導入された“むだ時間 τ ” は、 $\frac{\omega_n \tau}{2}$ だけ負の減衰係数を付加したと同じ効果を生ずさせる。そしてこの τ は周波数には一次の影響を与えない。このハイブリッド計算システムが安定であるためには次の条件が成立しなければならない。

$$\tau < \frac{2\zeta}{\omega_n} \quad (19)$$

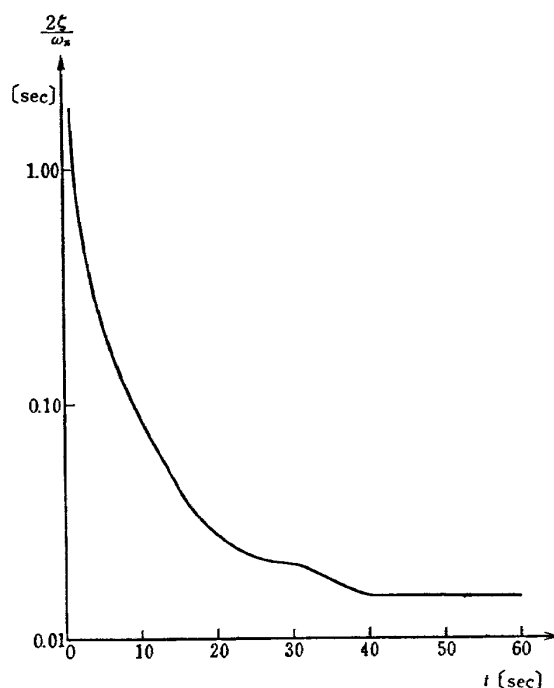


図 8 $2\zeta/\omega_n$ の変化

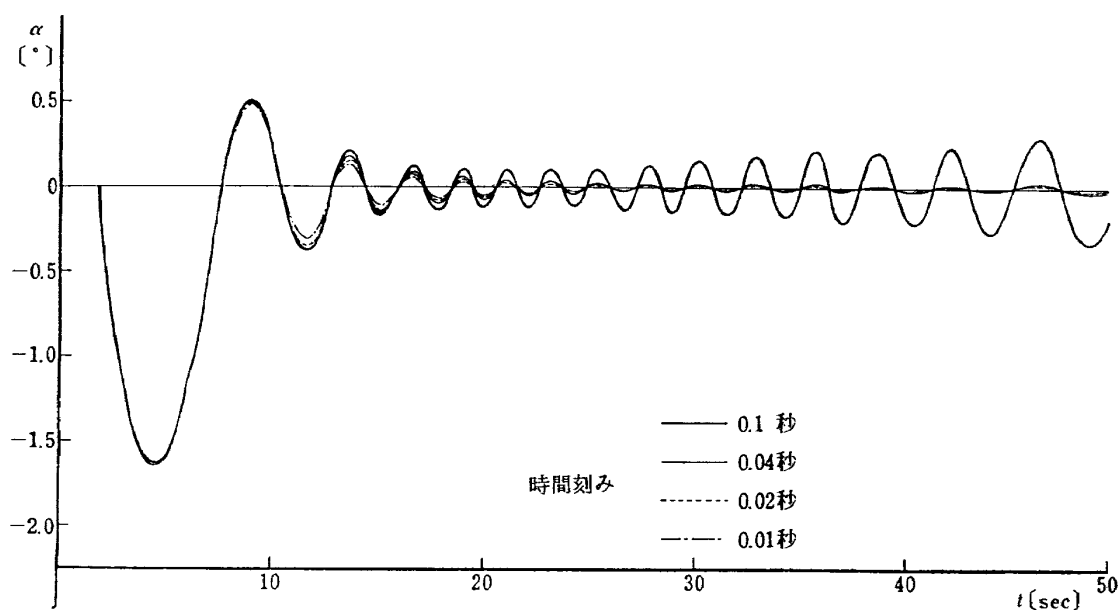


図 9 SCOUT ROCKET の迎角の計算値

例として SCOUT ROCKET に関する純デジタル計算の結果から求めた $2\xi/\omega_n$ の値の、初段発射から、burn out までのあいだの時間的変化を図 8 に示す。この図から、 $2\xi/\omega_n$ の最小値は 0.015 sec である。したがってこの場合には、ハイブリッド計算をしたときのむだ時間 τ は少なくとも 0.015 sec 以下でなければならない。

このことは、図 5 のフローチャートにより純デジタル的に計算を行なう場合にも同様にいえることであり、その場合には計算の時間刻み (time interval) を少なくとも 0.015 sec 以下にしなければならない。図 9 にこの純デジタル計算の結果を示す。時間刻みが 0.01 sec になってはじめてすみやかに振動が収斂している。時間刻み 0.1 sec の場合には 20 秒位までは振動は減衰しているが、それ以後再び発散を始めている。この振舞に関する計算の安定性から見た解釈は付録 1 にゆずる。

以上により、図 5 のフローチャートをそのままハイブリッド計算に用いて安定な解を得ようとするとき、実時間の何倍かの時間を要することになる。よって図 5 のフローチャートによる限り実時間シミュレーションは不可能である。

4. アナログ部とデジタル部の分離方式

2. で述べたごとく、図 5 のフローチャートをそのままハイブリッド計算に採用することはできない。再言すればこのフローチャートは重心まわりのピッチ運動と、重心点の軌道運動の部分が、完全な閉ループをなしており、これをそのままハイブリッド計算に持ち込むときには、2. で詳述したようにデジタル計算や A-D, D-A 変換により生ずる時間おくれのために、場合によっては安定なべき解が不安定になり、精度も落ちることになる。

そこで以下に述べるような方法でこれを回避する。図 5 のアナログ計算機部について調べよう。図から

$$M_B = q' SDC_m + M_{TY} \quad (20)$$

$$I_Y \ddot{\theta}_0 = M_B \quad (21)$$

$$\theta = \theta_0 + \left(\frac{V_e}{r} \sin \phi + \frac{U_e}{r} \cos \phi \right) \quad (23)$$

$$\dot{\alpha} = \dot{\xi} - \dot{\theta} \quad (\text{風がある場合}) \quad (23)$$

$$\dot{\alpha} = \dot{\gamma} - \dot{\theta} \quad (\text{風がない場合}) \quad (24)$$

ここに γ は経路角であり、 ξ は風がある場合の対気速度の方向を示す。

$\alpha, \gamma, \xi, \theta$ の関係を図 10 に示す。

$$\xi = \tan^{-1} \frac{W_{ah}}{U_{ah}} \quad (25)$$

経路角 γ または ξ は (25) 式によりデジタル部で計算される。

また迎え角 α_p は図 5 のデジタル部により

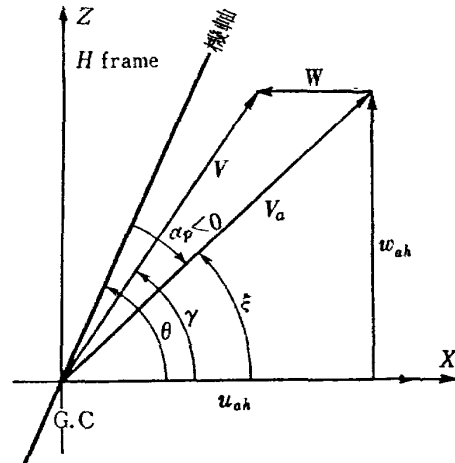


図 10 $\alpha, \gamma, \xi, \theta$ の関係

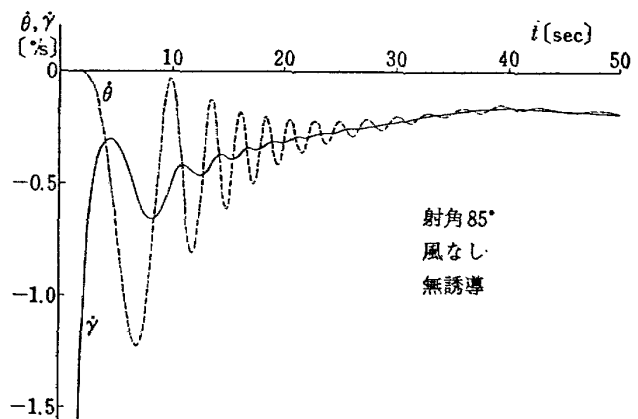


図 11 SCOUT ROCKET の θ および γ の時間変化 (1)

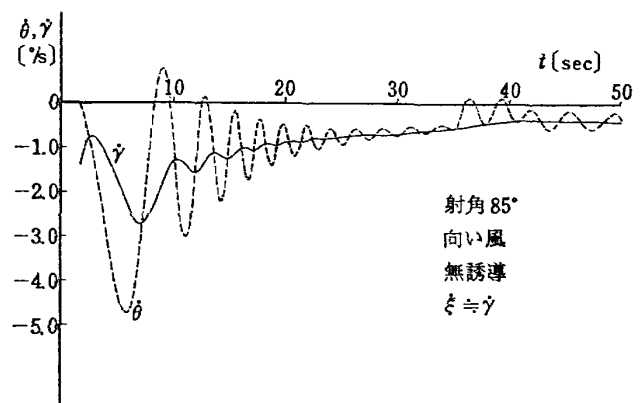


図 12 SCOUT ROCKET の θ および γ の時間変化 (2)

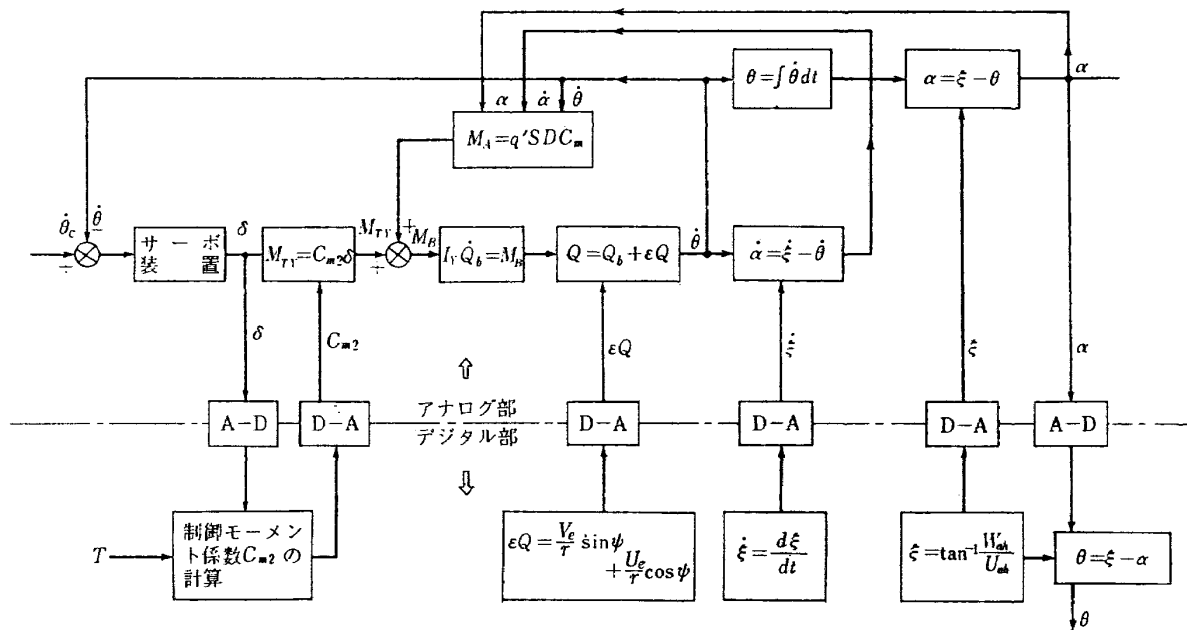


図 13 アナログ部とデジタル部の結合方式

$$\alpha_p = \tan^{-1} \frac{W_{ab}}{U_{ab}} \quad (26)$$

で計算するか、または (23), (24) 式によるかのいずれかになるが、(26) 式で計算する場合にはデジタル部とアナログ部とのカップリングが α_p を通じて行なわれることになり、一方 (23), (24) 式で計算する場合にはこのカップリングが、 ξ または γ を通じて行なわれることになる。

ロケットの速度が十分大きいときには、姿勢角に変化が生じて速度ベクトルの方向の変化、すなわち経路角の変化は少ない。事実、SCOUT ROCKET に関するデジタル計算機による計算例により、 θ , $\dot{\theta}$ の時間的变化を示すと図 11, 図 12 のごとくであり(この計算は地球の自転、制御系等を含んだ詳細なものである)、図 11, 図 12 のいずれにおいても 10 秒を経過したあたりからは、 θ の変化 (α の変化) に対して $\dot{\theta}$ の変化はかなり小さいことがわかる。

そこでデジタル部とアナログ部のカップリングは ξ または γ を通じて行なう方がよいことがわかる。またアナログ部で使われる α_p は (23) または (24) 式により計算されることになる。もちろんデジタル部においても (26) 式により α_p の計算は行なわれる。以上によりデジタル部とアナログ部との結合部をブロック図で示すと図 13 のようになる。

図 13 の結合方式を考えるにあたって、SCOUT ROCKET に関する計算結果の特に 10 秒経過後の振舞に着目したが、この方式は数式的には、10 秒後と限らずつねに成り立つものである。ただし ξ がある

は $\dot{\theta}$ の変化率が大きいところではデジタル部における計算の時間間隔を密にする必要が生ずるものと思われる。

5. その他の計算式

フローチャートを完成するには、以上のほかに次のような諸項目について、その計算式を与えなければならない。すなわち

- i) 制御モーメントの発生方式とその計算式
- ii) 距離および軌道面傾斜角の計算式
- iii) 誘導方程式とのつなぎとピッチプログラム
- iv) アナログ計算機部におけるベンディングとスロッシングの計算式

これらはハイブリッド計算のための本質的な問題点ではないので付録にゆずる。

6. ロケットの軌道計算のためのハイブリッド計算用フローチャート

以上の検討により図 14 に示すようなフローチャートを得る。

7. 装置の概要

本研究を行なうために試作した装置の詳細に関しては、別に“ハイブリッドリンケージ予備試験装置”と題して詳細にまとめるが、ここでは概略について述べる。装置は、アナログ計算機部、デジタル計算機部、リンケージおよび、この装置専用のプログラムからなる。

7.1 アナログ計算機部

アナログ計算機部としては汎用飛行シミュレータの飛行運動計算機部 (A/C #1) を用いる。この飛行運動計算機部はアナログ計算機であり、さらに①と②にわかれている。これらはそれぞれ演算増幅器 58 台、サーボセットポテンショ 80 個、サーボ乗算器 18 台等よりなる。本ハイブリッドシミュレーション装置ではこの①と②をロケットの切離しに応じて交互に切換えて使用し得るようになっている。

7.2 デジタル計算機部

既設の大型電子計算機 HITAC 5020 の副を用いる。A-D、D-A リンケージとの接続は H-K チャンネルを通して行なわれる。

7.3 A-D、D-A リンケージ部

A-D 変換器

チャンネル数	5 CH
入力電圧	0~±10V
デジタル出力	符号+11 ビット
変換精度	±0.05%±1 LSD ビット
変換速度	50 μs 以内

D-A 変換器

チャンネル数	15 CH
デジタル入力	符号+純2進 11 ビット
アナログ出力	0~±10V
変換精度	±0.05% (フルスケール)
変換速度	20 μs 以内

以上の他に、A-D、D-A チャンネルの制御を自動的に行ない、かつオペレータが系全体を集中的に制御するためのデータリンクコントローラがある。装置全体のブロック図を図 15 に示す。

7.4 プログラム

プログラムは実時間シミュレーションを可能にするために、SYSSAP でコーディングを行なった。

8. シミュレーションの結果

8.1 例として用いたロケットの概要

計算例としては、米国の科学衛星打上げ用ロケット SCOUT を用いた。SCOUT をとりあげた理由は、機体、エンジンに関する諸元、ピッチプログラムの詳細飛しょう試験の結果等がすべてわかっているロケットはほかにないからである。諸元の詳細は付録にゆずり²⁾ここにはロケットの概要を記す。

SCOUT ROCKT は全段固体ロケットを用いた四段ロケットである。初段の制御は油圧サーボによって

駆動される tip および jet vane により行なわれる。二段および三段は H_2O_2 ガスジェットによるオンオフコントロール、四段目はスピン安定を用いている。誘導には、ストラップ・ダウンの積分ジャイロによるプログラム誘導が用いられている。

8.2 シミュレーションの結果

シミュレーションは前記 SCOUT ROCET の初段に関してその発射後秒 1.8 から第一段 B. O. を経て切り離す時まで約 60 秒間にわたるプログラム誘導による飛しょうについて行なった。

8.2.1 アナログ部プログラム

アナログ部プログラムは図 16 に示すごとくである。制御系動特性のうち、ジェットベーン駆動用の油圧サーボ系の動特性は含まれているが、レートジャイロの動特性は含んでいない。また曲げ振動特性も含んでいない。これは必要の場合にはアナログ部で構成することができる。(図 14 参照)

8.2.2 検証用純デジタルプログラム

ハイブリッドシミュレーションの結果を検証するために、ハイブリッド計算のブロック (図 14) をそのまま純デジタル計算機で行なうようにしたプログラムである。すなわち図 14 のブロック図にしたがって、このアナログ部とデジタル部は、それぞれ異なった時間刻みで計算されるようにし、たとえばデジタル部の 1 回の計算に対しアナログ部を 1 回以上、任意の多数回計算しうるようにしたものであり、これによりデジタル計算機によるハイブリッド計算のシミュレーションを行なわせるものである。このプログラムの詳細については別に報告をまとめる予定である。

8.2.3 計算結果

図 17-1 に迎え角および舵角 δ の振舞を示す。実線で示したのが実時間シミュレーションの結果でありこのとき TINT すなわち計算の時間刻みは 0.2 秒であった。これと純デジタル計算の TINT 0.2 の結果はほぼ一致していることがわかる。次に TINT を 0.04 にした場合のハイブリッド計算の結果は、純デジタル計算の TINT 0.04 の結果とほぼ一致している。純デジタルシミュレーションの結果は TINT 0.04 のときの解を reference solution と見なせることを示している。以上のことから次のようにいうことができる。

- (1) ハイブリッド計算の結果と純デジタル計算の結果はほぼ等しい。
- (2) TINT を 0.04 にすれば、精度のよいハイブリッドシミュレーションができる。ただし実時間ではなくなる。

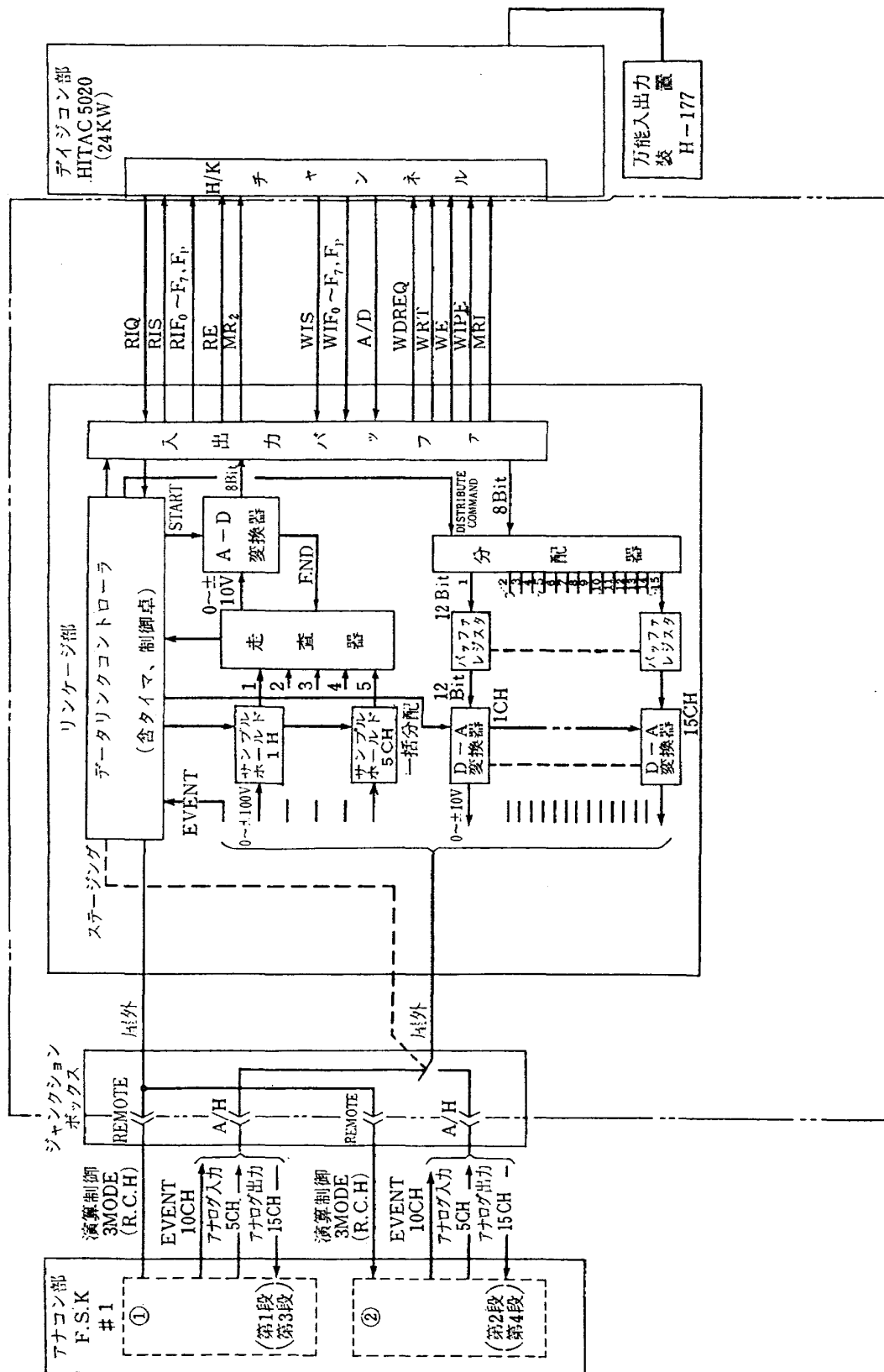


図 15 ハイブリッド・リンクセージ・ブロック図

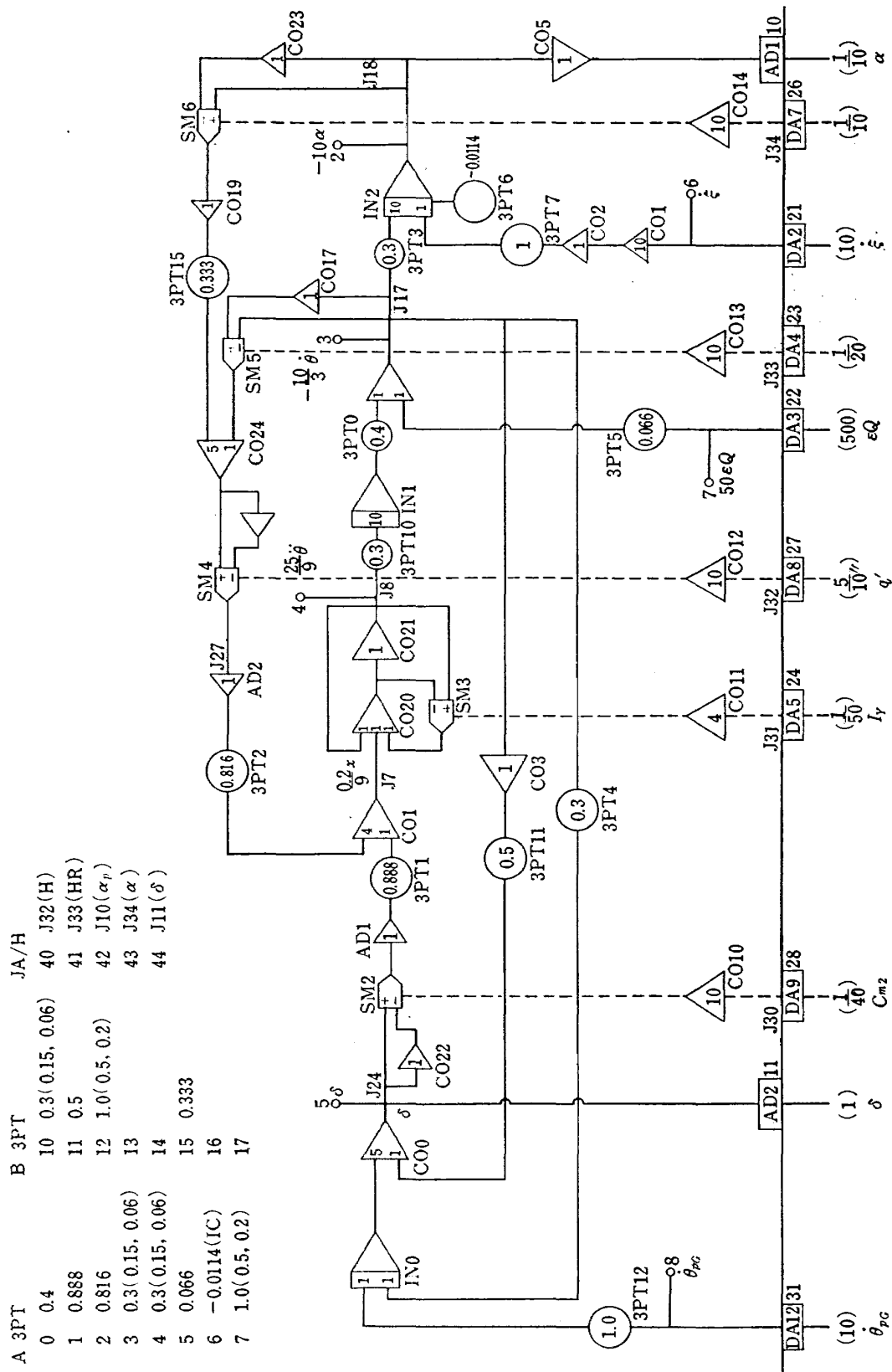
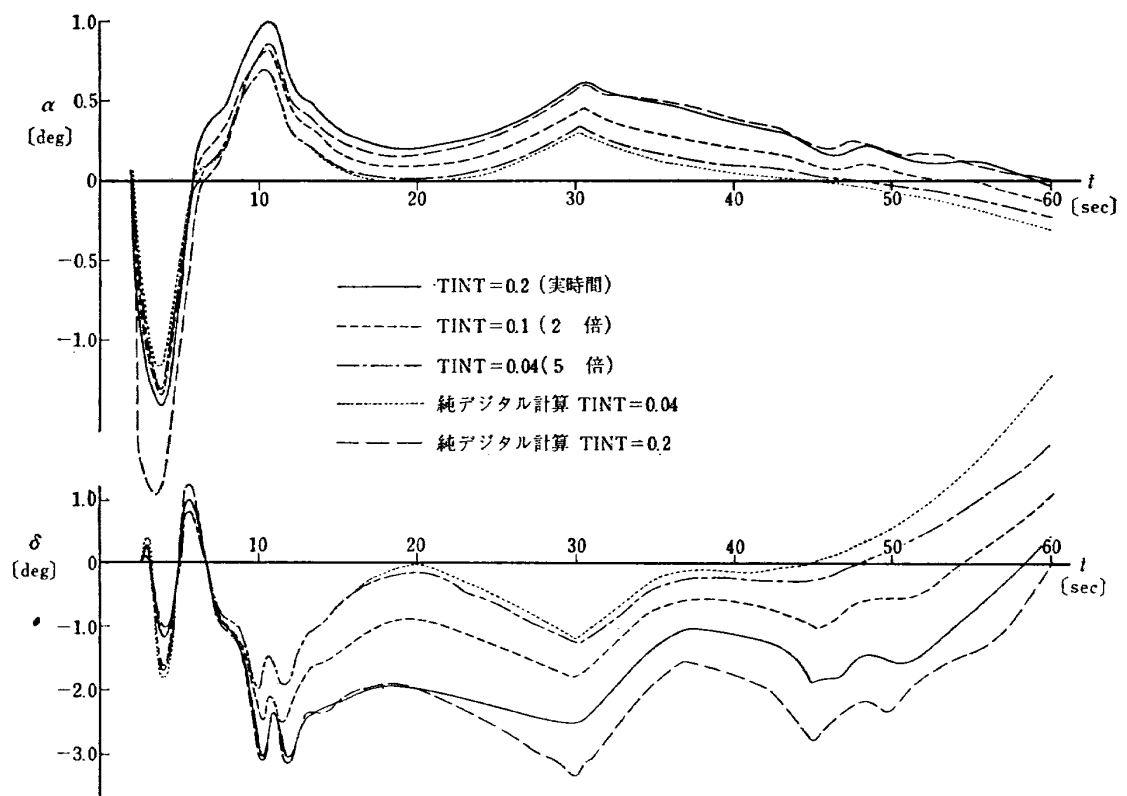
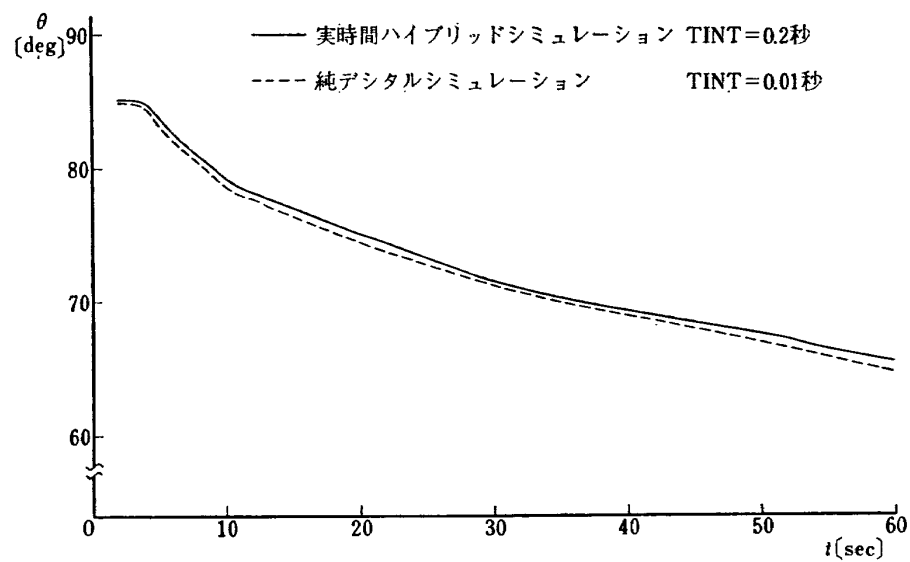
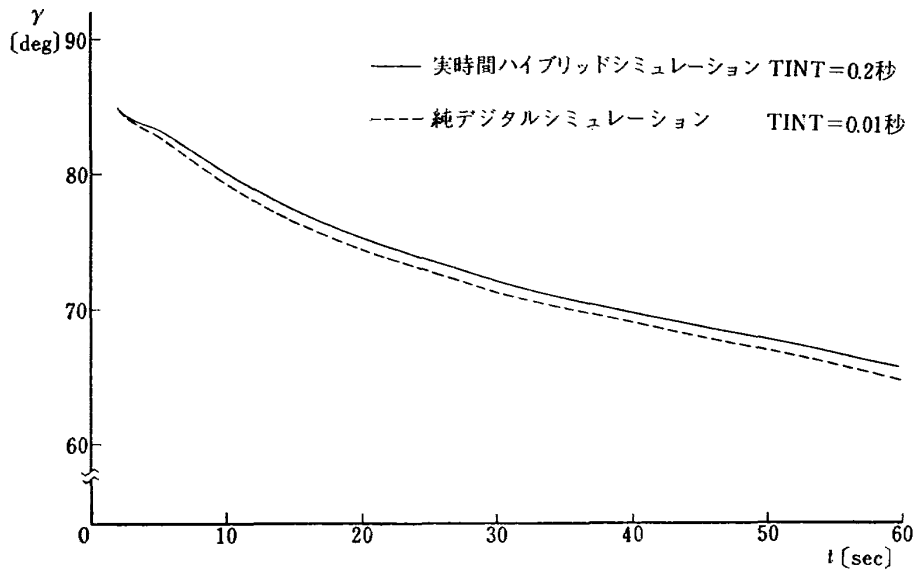
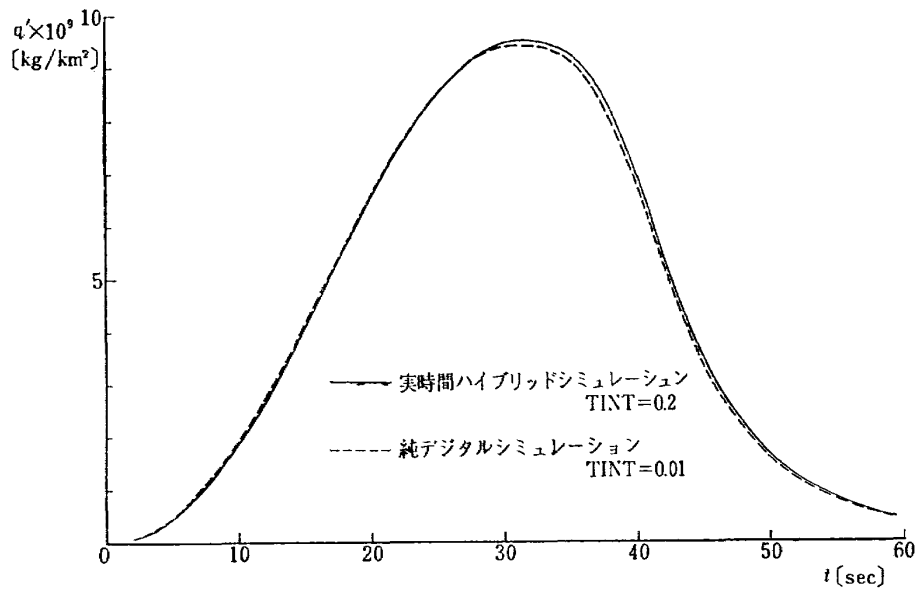
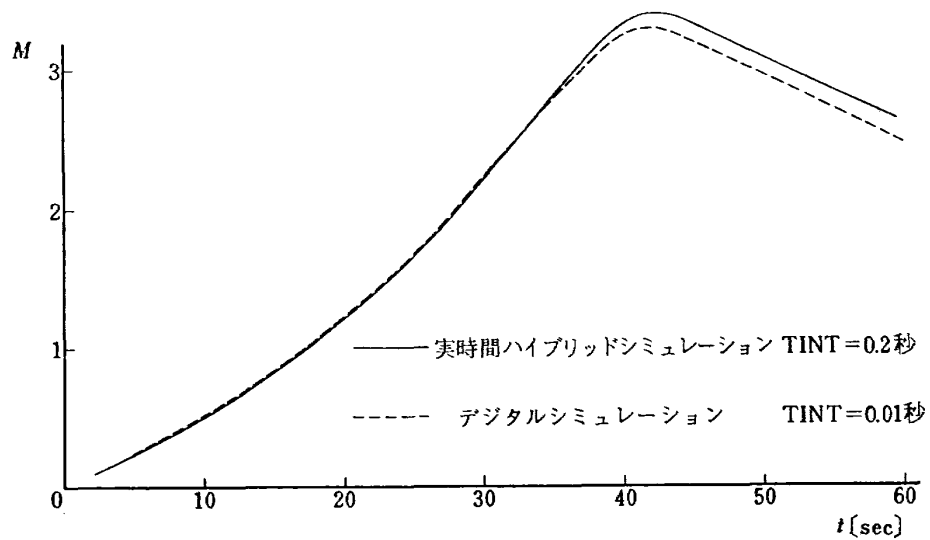


図 16 SCOUT ROCKET ハイブリッドシミュレーションのアナログ部

図 17.1 計算結果 (その1) α および 舵角 δ 図 17.2 計算結果 (その2) ピッチ角 θ

図 17.3 計算結果 (その 3) 経路角 γ 図 17.4 計算結果 (その 4) 動圧 q' 図 17.5 計算結果 (その 5) マッハ数 M

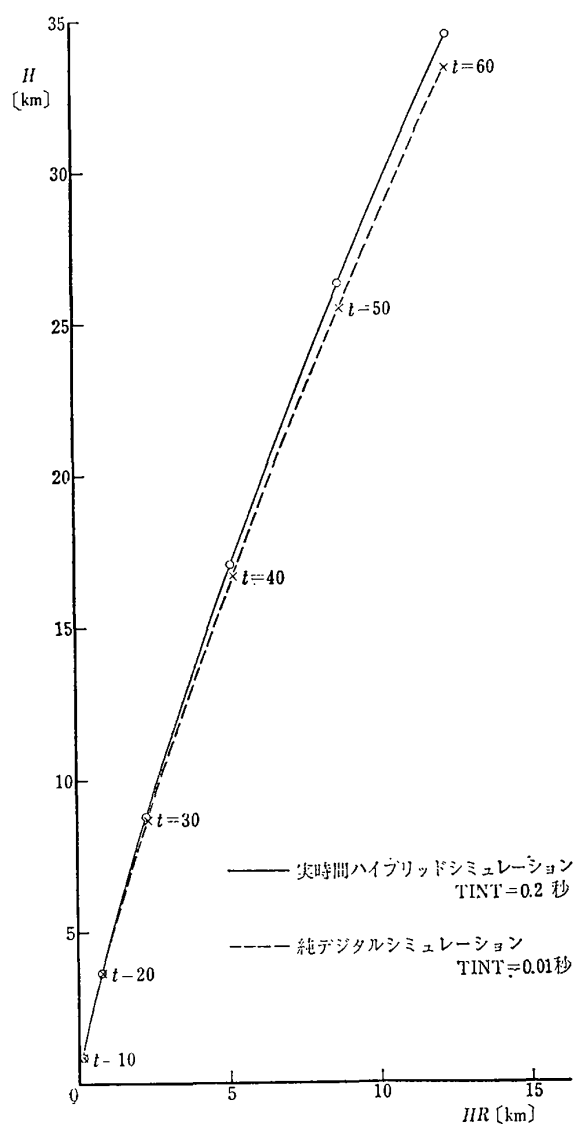


図 17.5 計算結果 (その 6) トラジェクトリー

高度, 水平距離, 経路角, ピッチ角等に関するハイブリッド計算と純デジタル計算の結果の比較を表 2 に示す。ただしこれは, $t=60$ 秒時点における値である。この場合 reference solution と見なすべきものは純デジタル計算の $TINT=0.01$, $ATINT=0.0001$ の場合である。(ATINT は, アナログ部の TINT を意味する。したがってこの場合, デジタル部 1 回の計算に対してアナログ部は 100 回計算していることを意味する) ハイブリッド計算の $TINT=0.04$ の結果はこの reference solution にかなり近い値を示していることがわかる。

図 18 にはアナログ計算機側でモニターした実時間ハイブリッドシミュレーションの結果を示している。図の α_p はデジタル計算機側で (26) 式 $\alpha_p = \tan^{-1} \frac{W_{ab}}{U_{ab}}$ により計算した値を D-A 変換して, その下に示すアナログ計算機側で計算した α と同時に記録したものである。次の θ は一番下に示してある θ_{PG} すなわちピッチプログラム入力に対する応答を示している。この θ_{PG} は実際に SCOUT ROCKT のプログラム誘導に用いられているものを用いている。ここに示す α と δ を拡大プロットしたものが図 17-1 の α と δ の図である。

9. 結 論

9.1 精度および速度

8.2.3 に述べたハイブリッド計算結果と純デジタル計算の結果の比較から次のようにいうことができる。

- (1) TINT を同じくすれば, ハイブリッド計算の結果と純デジタル計算の結果はほぼ一致するの

表 2 最終値比較 (60 秒)

計 算 項 目		$H(\text{km})$	$HR(\text{km})$	$r(\text{deg})$	$\theta(\text{deg})$	所 要 時間 (秒)
ブ リ ッ ド	TINT=0.2	34.62	12.03	65.83	65.84	60
	TINT=0.1	34.53	12.52	65.14	65.29	120
	TINT=0.04	34.47	12.71	64.83	65.10	300
純 デ ジ タル	TINT=0.1 ATINT=0.01	34.819	12.7455	65.0050	65.1598	205
	TINT=0.01 ATINT=0.001	34.6971	12.8143	64.7813	64.9905	952
	TINT=0.01 ATINT=0.0001	34.6972	12.8138	64.7820	64.9946	1902
	TINT=0.01 ATINT=0.01	34.690	12.8189	64.7737	64.9882	140

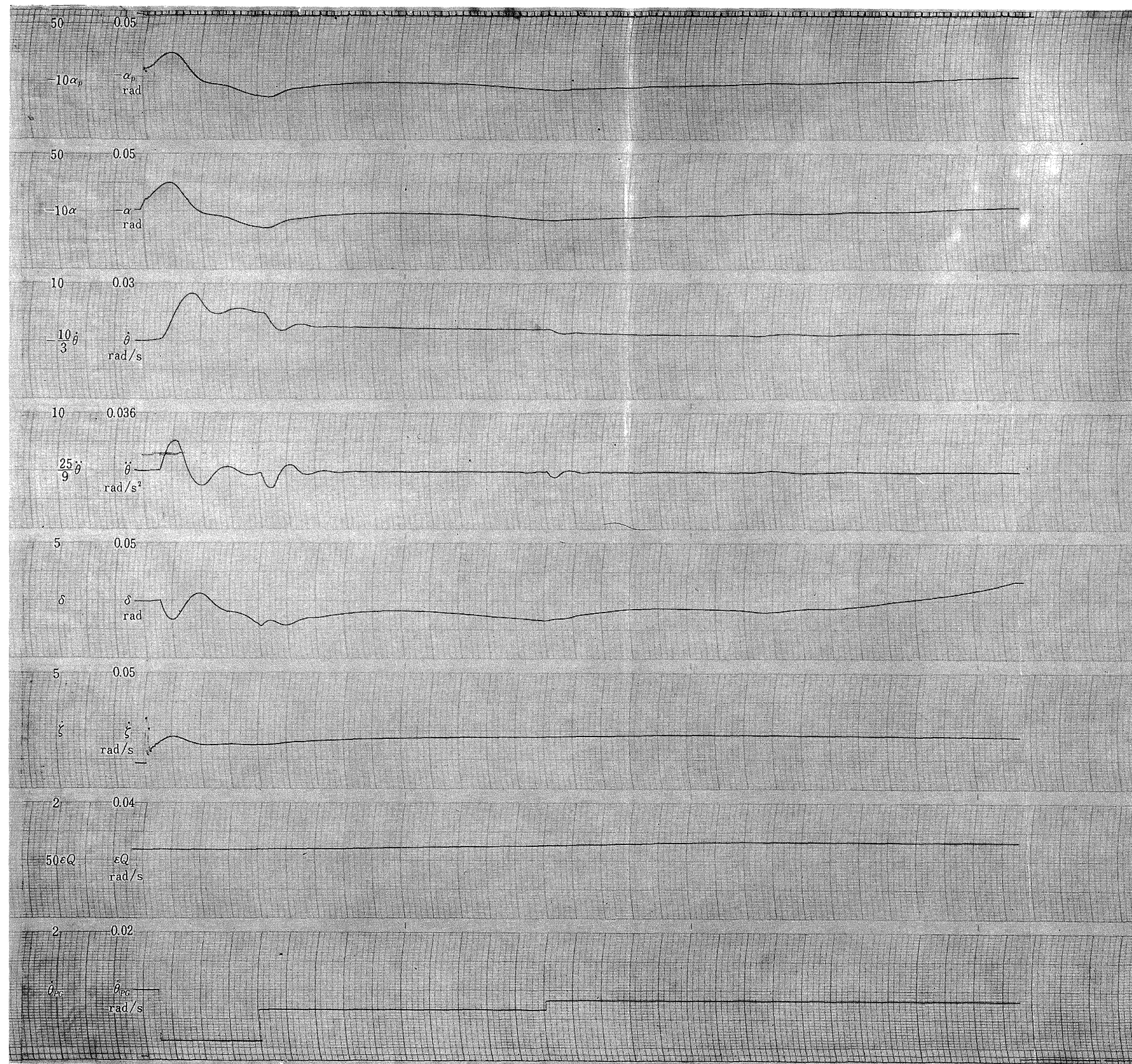


図 18 アナログ計算機部における記録 Real Time Simulation

で、アナログ部スケーリングの不完全、D-A 変換、A-D 変換に伴うケタ落ちや量子化誤差の影響、その他ハードウェアから生ずる誤差はあまり認められない。

- (2) TINT をこまかくすれば純デジタル計算による reference solution に十分に近づけることができる。
- (3) 実時間ハイブリッドシミュレーションを正確に行なうには、デジタル演算部分を 4 倍ないし 5 倍の速度にすればよい。たとえば現在は HITAC 5020 S を用いているが、これを F に変えれば十分精度のよいハイブリッドシミュレーションが実時間でできる。
- (4) $\alpha, \delta, \gamma, \theta$ 等の計算に関しては上記のようにかなりよい精度で計算が可能であるが、トラジェクトリー計算の精度としては問題がある。少なくとも 1/1000 ぐらいは必要であろう。

9.2 適用範囲

運動をピッチ面内に限るようにしたフローチャート作成の過程および、SCOUT ROCKET 初段を例にした計算結果から次のようにいうことができる。

- (1) 機体の Z 軸がつねに地球中心に向い、ヨー運動が起きないように理想的なロール、ヨーの制御が行なわれているロケットの誘導制御のシミュレーションが可能である。
- (2) 計算結果は初段に関するものであるが、それよ

り上の段では系の方程式はきわめて簡単になるので、本装置は衛星打上げロケットの初段から衛星軌道へのインジェクションまでをシミュレートすることが可能である。

- (3) 制御方式として計算し得るものは、tip および vane, ジンバルエンジン, 二次噴射, ON-OFF サイドジェットである。

9.3 純デジタルシミュレーション用プログラム

図 14 のブロック図をそのまま純デジタル計算するべく作られたプログラムにより ハイブリッド計算機の純デジタル計算機によるシミュレーションが可能になり、さらにこのプログラムは一般に、機体の動特性、制御系、検出器等の動特性を含んだトラジェクトリーシミュレーションに有用である。

終わりにあたり、本ハイブリッドシステムの計画、設計およびそれによるハイブリッドシミュレーションを行なうにあたり、計算第一研究室、自動制御第一研究室、および計測研究室のご協力に対して深く感謝する次第である。

付録 1 迎え角 α の計算上の発散について

さきに引用した SCOUT ROCKET に関して行なったはじめの純デジタルシミュレーションにおいて、本文図 9 に示すような発散現象が現われた。図 9 において時間刻み 0.1 の場合には、22 秒ぐらいまでは減衰

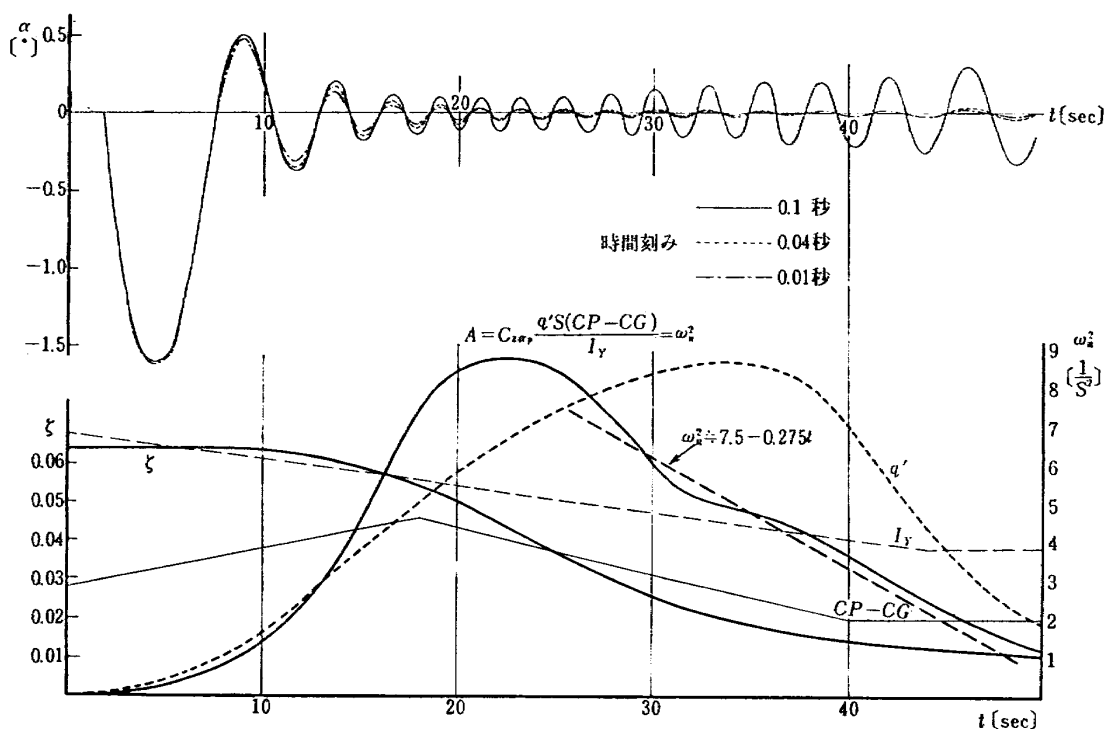


図 A1-1 α およびその他のパラメータの振舞

してくるがこれ以後発散してくる。この現象は実は計算の時間刻みのみの問題でなく、ロケットの運動方程式の構造そのものにも関連している問題であり、以下に、これに関する解析について述べる。

本文 2. で述べた通り A-D, D-A 変換, 計算処理に要する時間おくれは実効的に、二次系で表わされたロケットの運動方程式のダンピングを減少させることになる。

しかしながら、図 A1-1 に示すように、運動方程式の係数もまた時間的に変化しているので、この影響も考慮せねばならない。図で、25 秒以下で ω_n^2 が線形的に減少して行くと仮定しよう。そしてこれを簡単化して“線形的な係数変化を有する調和系の自由振動”として解析しよう。すなわち

$$\ddot{x} + (\omega + \varepsilon\omega_0 t)^2 x = 0, \quad x(0) = A \quad (A1-1)$$

解を次のように仮定する。

$$x = (A + \varepsilon A_1 t) \cos(\omega + \varepsilon\omega_1 t)$$

これから

$$\begin{aligned} \ddot{x} = & -\{2(A_1\omega + A\omega_1)\varepsilon + 6A_1\omega_1\varepsilon^2 t^2\} \sin(\omega + \varepsilon\omega_1 t)t \\ & -\{A\omega^2 + (A_1\omega^2 + 4A\omega\omega_1)\varepsilon t + 4(A_1\omega\omega_1 \\ & + A\omega_1^2)\varepsilon^2 t^2 + 4A_1\omega_1^2\varepsilon^3 t^3\} \cos(\omega + \varepsilon\omega_1 t)t \\ (\omega + \varepsilon\omega_0 t)^2 x = & \{A\omega^2 + (A_1\omega^2 + 2A\omega\omega_0)\varepsilon t \\ & + (A\omega_0^2 + 2A_1\omega\omega_0)\varepsilon^2 t^2 + A_1\omega_0^2\varepsilon^3 t^3\} \cos(\omega \\ & + \varepsilon\omega_1 t)t \end{aligned}$$

$\ddot{x} + (\omega + \varepsilon\omega_0 t)^2 x = 0$ が ε のオーダーで成立するためには次の条件が必要である。

$$\begin{cases} A_1\omega + A\omega_1 = 0 & \omega_1 = \frac{\omega_0}{2} \\ 2A\omega\omega_0 - 4A\omega\omega_1 = 0 & A_1 = -A \frac{\omega_0}{2\omega} \end{cases}$$

ε^2 のオーダーについては

$$\begin{cases} 6A_1\omega_1 = 0 \\ (A\omega^2 + 2A_1\omega\omega_0) - 4(A_1\omega\omega_1 + A\omega_1^2) = 0 \end{cases}$$

この第二式は $\omega_1 = \frac{\omega_0}{2}$ のとき満足される。第一式の値は 0 ではないが、ひどく大きな値ではないから、第一近似としては次のような解をとっても有効であろう。

$$x = A \left(1 - \varepsilon \frac{\omega_0}{2\omega}\right) \cos\left(\omega + \frac{\omega_0}{2} t\right) \quad (A1-2)$$

以上の計算結果はアナログ計算機により実証される。すなわち、図 A1.1 の例について 25 秒以後の ω_n^2 の減少を、

$$\omega_n^2 = 7.5 - 0.275 t \quad (A1-3)$$

と仮定すれば、 α に関して次の方程式が得られる。

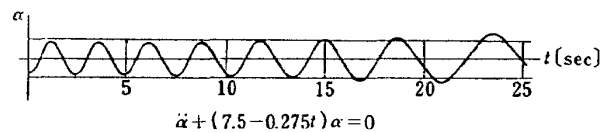


図 A1-2 α のアナログ計算機による計算結果

$$\ddot{\alpha} + (7.5 - 0.275 t) \alpha = 0 \quad (A1-4)$$

この方程式をアナログ計算機により計算した結果を図 A1-2 に示す。

この場合の振幅増幅率は

$$-\varepsilon \frac{\omega_0}{2\omega} = \frac{0.1475}{5.5} = 0.027 \quad (A1-5)$$

以上の考察と、2. で述べたむだ時間の効果とをあわせて考えるならば、図 A1-1 に示す α の時間的振舞の解釈は次のようになる。

すなわち、22 秒ぐらいまでは ω_n^2 が時間的に増大しつつあるので、むだ時間は存在しても総体的に運動は減衰する。22 秒を過ぎるころ、すなわちロケットのダイナミクスの減衰係数が除々に減少するのに加えて、 ω_n^2 も減少するので、これらの条件がむだ時間の効果に重畳して α は発散的になる。

ω_n^2 の時間的減少による系の発散的傾向の生起は、stationary な系として扱う通常の安定論では考慮されないで、ロケット等のような non-stationary な系に固有の特徴として特に記した。

付録 2 ランチャ上におけるロケットのダイナミクス

ハイブリッド計算用として本文中に述べたフローチャートにはランチャ上でのダイナミクスを含んでいない。以下にランチャ上でのロケットのダイナミクスについて考察する。

ランチャのタイプとしては二種類考えられる。一つはロケットを吊り下げる方式で点火と同時にロケットを放してしまうもの、他の一つはランチャ上をロケットが滑走していく形のものである。前者に関しては点火時の状態を初期値として方程式を解けばよいので、本文中のフローチャートで問題はないが、後者の場合にはランチャを滑走して飛び出すまでにロケットの姿勢がどのくらい傾くのか。また速度はどのくらいになるのかが問題になる。

図 A2-1 のようにランチャ および ロケットを考える。方程式は次のようになる。

$$l(t) = \frac{1}{2} \alpha t^2 - (N - L) \quad (A2-1)$$

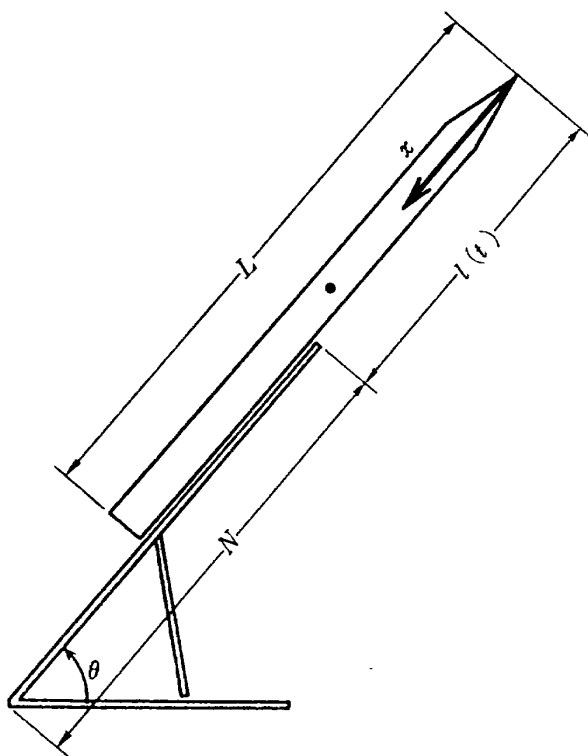


図 A2-1 ランチャ上のロケット

$$I_l(t) = \int_0^l \gamma(t) (l(t) - x)^2 dx \quad (\text{A2-2})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \{I_L(t) \dot{\theta}\} = & - \int_0^l \gamma(x) g \cos \theta dx \\ & + \int_l^L \gamma(x) g \cos \theta dx \quad (\text{A 2-3}) \end{aligned}$$

ロケットを均一棒として簡単化すれば、(A2-2), (A2-3) 式は次のようになる。

$$I_l(t) = M \left(l^2 - lL + \frac{1}{3} L^2 \right) \quad (\text{A2-2}')$$

$$\frac{d}{dt}\{I_l(t)\dot{\theta}\} = -Mg \cos \theta \left(\frac{2l}{L} - 1 \right) \quad (\text{A2-3}')$$

これらの式により、SCOUT ROCKET のデータを用いて計算した結果、ランチャの長さが、ロケットの長さの 0.75、倍発射角 40° の場合、生じた姿勢角変化は $2/1000^\circ$ 程度であった。したがって、この程度の変化であれば、ランチャ離脱時の速度および、ランチャの角度を初期条件として、上述のフローチャートにより計算して差しつかえないと思われる。

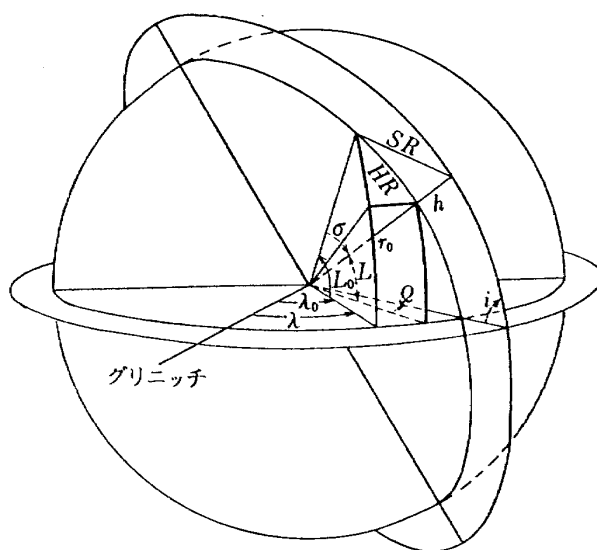
付録 3 距離および軌道傾斜角の計算式

水平距離 (HR)

☑A3-1 から

$$\sigma = \cos^{-1} \{ \cos(L_0 - L) \cos(\lambda - \lambda_0) \}$$

$$HR = \gamma_0 \sigma$$



☒ A3-1 SR, HR および i

直距離 (SR)

☒ A3-1 から

$$SR = \sqrt{r_0^2 + r^2 - 2r_0r \cos \sigma}$$

軌道傾斜角 (i)

☒ A3-1 から

$$\tan i = \tan L_0 \frac{1}{\sin \Omega}$$

$$\tan(\pi - \phi_0) = \tan \Omega \frac{1}{\sin L_0}$$

これらはいずれも、回転している地球に相対的な量として算出している。

付録 4 制御モーメントの発生方式とその計算式

一般に次のような関係式が成立する。

B 座標系 Z 軸方向分力; $T_z = C_{z\delta} \cdot q' S \cdot \delta$

B 座標系 Y 軸まわりのモーメント;

$$M_{TY} = T_Z \cdot d = C_{m\delta} q' S D \cdot \delta$$

$$C_{m\delta} = C_{z\delta} \frac{d}{D} = C_{z\delta} \frac{l - CG}{D}$$

ここに

 D ; 基準長 d ; モーメントの腕の長さ l ; ロケットの全長

CG; 重心の位置

モーメントは上の関係式により算出されるが、たとえばジンバルエンジンにおいては B 座標系の X 軸方向の推力損失 T_x を考えねばならないし、動翼等では制御による抗力の変化分としての空力係数 C_x を

表 A4-1 各種制御方式における C_X, T_X および T_Z

種 類		制御機器によるスラストロス		Z 軸方向分力 T_Z
		C_X	T_X	
Tip & Vane	Tip	$(C_{X0} + C_{X\delta})q'S$	な し	$C_{Z\delta} \cdot q'S \cdot \delta$
	Vane	な し	$B_{X0} + B_{X\delta}\delta^2$	$B_{Z\delta}\delta$
ジンバルエンジン		$C_{XQ}\delta q'S$	$T(1 - \cos \delta) \div T \frac{\delta^2}{2}$	$T \sin \delta \div T\delta$
二次噴射	linear	な し	$K_{XQ}Q^2$	$K_{ZQ}Q$
	ON-OFF	な し	$K_{XI}I^2, I^2 = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$	$K_{ZI}I, I = \begin{cases} 1 \\ 0 \\ -1 \end{cases}$
ON-OFF Side Jet		な し	な し	$B_{\delta d} I, I = \begin{cases} 1 \\ 0 \\ -1 \end{cases}$

ここに $C_{X0}, C_{X\delta}, C_{Z\delta}, C_{XQ}$ ……………主としてマッハ数によってきまる定数
 $K_{Za}, K_{XI}, K_{ZI}, K_{XQ}$ ……………主として推力 T によってきまる定数
 $B_{\delta d}, B_{X0}, B_{X\delta}, B_{Z\delta}$ ……………時間によってきまる定数

考えねばならない。これらのことをまとめて、各制御方式に対する C_X, T_X, T_Z をまとめると表A4-1 のようになる。

1639, TN-D 1240 等よりとったものである。

付録 5 誘導方程式とのつなぎ

誘導方程式はもちろんデジタル部で解かれるがこれはロケットの軌道計算に用いられるループよりももう一つ遅い計算周期のループで処理される。今回のフローチャートでは、軌道計算は SYSSAP で計算されるが、誘導方程式は FORTRAN で解かれるようになっている。

誘導方程式の役割は、スラスト、位置、速度の情報を得て、これにより機体の姿勢角を指定することであり、結果として本文の図 14 に示したフローチャートのようになる。ただしこのとき用いた設定は次の通りである。

- 1: 直接誘導方式による。したがってピッチプログラムと同じ段で用いることはない。
- 2: 姿勢角検出器としては積分ジャイロを用いる。

付録 6 SCOUT ROCKET の諸元

SCOUT ROCKET の諸元を表A6-1に示す。これらの計算に用いた SCOUT ROCKET に関する諸元は、SCOUT APPENDIX E および NASA TN-D

表 A6-1 SCOUT ROCKET のハイブリッドシミュレーション用コンスタントデータ (1) 関数発生用

card No.	altitude GH 1 [km]	Reversed Sound Velocity FRSV [s/km]
76 ~ 80	20	42/43 65
39	0.0	0.293685756 E +01
40	10.0	0.331608967 E +01
41	20.0	0.336021505 E +01
42	30.0	0.326426156 E +01
43	40.0	0.308499152 E +01
44	50.0	0.296428042 E +01
45	60.0	0.310429821 E +01
46	70.0	0.33422365 E +01
47	80.0	0.349993000 E +01
48	90.0	0.349993000 E +01
49	100.0	0.345494748 E +01
50	110.0	0.330937347 E +01
	altitude GH 2 [km]	Wind Velocity FWUHB [km/s]
60	0.0	0.938785879 E -02
61	10.759	0.550165101 E -01
62	15.240	0.230429261 E -01
63	15.240	0.230429261 E -01

	time GT 1 [s]	Pitch Rate Program FPRG 1 [Rad/s]
102	0	0
103	3	-0.173293705 E-01
104	10	-0.635823314 E-02
105	30	-0.311192141 E-02
106	80.838	-0.130725134 E-02
107	105.838	-0.138928180 E-02
108	148.838	-0.138928180 E-02
109	163.838	-0.174532889 E-01
	mach GM 1	Center of Pressure FBPI [km]
123	0.0	0.173609342 E-01
124	1.0	0.183083560 E-01
125	2.0	0.150266696 E-01
126	3.0	0.133350262 E-01
128	4.0	0.127000250 E-01
	mach GM 2	C_{mq} FCMQ 1 [1/Rad]
167	0.0	-0.6182 E+03
168	0.87	-0.7180 E+03
169	1.0	-0.7090 E+03
170	1.63	-0.4000 E+03
171	2.0	-0.3090 E+73
172	3.0	-7.2180 E+03
173	5.0	-0.1820 E+03
	mach GM 3	Drag Coeff FCXO 1
189	0.00	0.364678899 E+00
190	0.50	0.385321101 E+00
191	0.87	0.458715596 E+00
192	1.09	0.688073394 E+00
193	2.00	0.479357798 E+00
194	4.00	0.323394495 E+00
	mach GM 4	Lift Coeff FCZA 1 [1/Red]
233	0.0	0.830788976 E+01
234	1.0	0.117456372 E+02
235	2.0	0.699008655 E+01
236	3.0	0.469825490 E+01
	mach GM 5	Tip の C_{Zs} FCZDL 1 [1/Rec/2 tip]
343	0.0	0
344	0.08	0.464095910 E+00
345	1.0	0.309397274 E+00
346	2.0	0.198243438 E+00
347	3.0	0.143239479 E+00
348	4.0	0.108862004 E+00

	time GT 2 [s]	Vane の B_{x0} FBXO 1 [kg/4 Vane]
389	0.0	0.580598310 E+03
388	10.0	0.546343010 E+03
389	20.0	0.495250359 E+03
390	30.0	0.512087710 E+03
391	35.0	0.529505659 E+03
392	37.0	0.460995058 E+03
393	40.0	0.239206504 E+03
394	44.2	0.
395		
	time GT 3 [s]	Vane の B_{xs} FBXDL 1 [kg/Red ² /2 Vane]
431	0.0	0.253139644 E+04
432	10.0	0.238204405 E+04
433	20.0	0.215928116 E+04
434	30.0	0.223269166 E+04
435	35.0	0.230863355 E+04
436	37.0	0.200992877 E+04
437	40.0	0.104293533 E+04
438	44.2	0.
	time GT 4 [s]	Vane の BZ_s FBZDL 1 [kg/Rad/2 Vane]
475	0.0	0.265866828 E+04
476	10.0	0.250117532 E+04
477	20.0	0.226675511 E+04
478	30.0	0.234498181 E+04
479	35.0	0.242294862 E+04
480	37.0	0.211030171 E+04
481	40.0	0.109439415 E+04
482	44.2	0.
	time GT 5 [s]	Thrust FTHR [kg]
695	0.0	0.439984657 E+05
696	9.8	0.439984657 E+05
697	15.8	0.467200203 E+05
698	22.0	0.471736127 E+05
699	35.0	0.521631295 E+05
700	37.0	0.453592430 E+05
701	41.4	0.907184860 E+05
702	44.2	0
	time GT 6 [s]	Mass FMASI [kg·s ² /km]
739	0.0	0.167447122 E+07
740	44.2	0.791999631 E+06
	time GT 7 [s]	CG from Nose FCG 1 [km]
783	0.0	0.137566671 E-01
784	40.0	0.104775206 E-01
785	62.8	0.104775206 E-01

	time GT 8 [s]	Inertia FIY 1 [kg·km·s ²]
827	0.0	0.462385004E+02
828	44.2	0.260225413E+02

reference area $S=0.810117751E-06$ [km²]
reference length $D=0.150288647E-02$ [km]
Rocket の full length $l=0.217576828E-01$ [km]
control arm length $l_c=0.216738627E-01$ [km]

ガード No.

そ の 他 の 定 数

4	地球の半径	R \bar{O}	+0.6378388E+04
"	" 自転速度	\bar{O} MEGAO	+0.72923E-04
5	地上における重力加速度	G \bar{O}	+0.980665E-02
"	地上における大気密度	RH \bar{O} O	+0.1392E+12
6	大気密度定数の逆数	AC	+0.13961E+00
7	ロケットの基準長 (1 段目)	D1	+0.150238647E-02
"	" 基準面積 (1 段目)	S1	+0.810117751E-06
21	初期方位角 (真東)	PSIH \bar{D} GO	+0.9E+02
22	" 経度	L \bar{O} NDGO	+0.0E+00
"	" 緯度	LAT \bar{D} GO	+0.0E+00
28	コントロールアーム長 (1 段目)	A C T1	+0.216738627E-01
11	AD1ch スケールファクタ	S F A D1	+0.1E-01 (+0.1E-00)
"	AD2ch "	" AD2	+0.5E+00
12	DA1ch "	" DA1	+0.5E+00
"	DA2ch "	" DA2	+0.1E+03 (+0.1E+02)
13	DA3ch "	" DA3	+0.5E+04 (+0.5E+03)
"	DA4ch "	" DA4	+0.5E-01
14	DA5ch "	" DA5	+0.2E-01
"	DA6ch "	" DA6	
15	DA7ch "	" DA7	+0.1E-01
"	DA8ch "	" DA8	+0.5E-10
16	DA9ch "	" DA9	+0.5E-01
"	DA10ch "	" DA10	
17	DA11ch "	" DA11	
"	DA12ch "	" DA12	+0.1E+03 (+0.1E+02)
18	DA13ch "	" DA13	+0.2E-01
"	DA14eh "	" DA14	+0.2E-01
19	DA15eh "	" DA15	+0.1E+03

(注) () 内はアナコン側スケーリング 1/10 の場合のデータ

参 考 文 献

- 1) Harris, R.J.; Trajectory Simulation Applicable to Stability and Control Studies of Large Multi-Engine Vehicles. NASA TN-D 1838
- 2) Mayhue, R.J.; NASA SCOUT ST-1 Flight-Test Results and Analyses, Launch Operation, and Test Vehicle Description. NASA

TN-D 1240

- 3) Woodling, C.H., Elliott, J.R. and Stull, P.J.; Orbital Error Analysis of the SCOUT Research Vehicle. NASA TN-D 1639
- 4) SCOUT Manual, Appendix E. NASA
- 5) The SCOUT, Astronautics Division, LTV Aerospace Corporation.

TR-179	テフロン of 非定常アブレーション of 測定 Measurements of Transient Ablation of Teflon	1969年8月	野村 茂昭
TR-180	鈴鹿山脈付近における乱気流の観測 Measurement and Analysis of Atmospheric Turbulence over the Suzuka	1969年8月	竹内 和之, 小野 幸一 山根 皓三郎, 岡 遠一 外崎 得雄
TR-181	振動翼における表面非定常圧力の測定 —失速フラッタの研究(III)— Unsteady Surface Pressure on an Oscillating Aerofil at High Mean Angles of Attack with Special Reference to Stall Flutter	1969年8月	中村 泰治, 磯貝 紘二 江尻 宏
TR-182	点束縛のある板の振動について On the Natural Vibration of Plates Restrained at Several Points	1969年9月	塙 武敏, 多田 保夫 泉 日出夫, 越出 慎一
TR-183	軸流圧縮機動翼取付部の強度についての実験的研究 —隙間のあるピン接合部— Experimental Investigation of Strength of Axial Flow Compressor Blade Root —Pin Joint Lug having Clearance between Pin and Pin Hole—	1969年9月	池田 為治, 山岸 崇
TR-184T	An Improved Method of Designing and Calculating the Minimal Wave Drag Configuration by Supersonic and Moment-of-Area Rules	Oct. 1969	Kenneth K. Yoshikawa
TR-185	FRP ロケットノーズコーンの赤外線輻射による加熱実験 Thermal Characteristics of FRP Rocket Nosecone	1969年11月	小川 鑛一, 遠藤 修司
TR-186	ロケット搭載用伝送線路型アンテナの解析 The Analysis on Transmission-line Rocket Antennas	1969年12月	田畑 浄治, 桜井 善雄 三浦 雅男, 松崎 良継 塚本 憲男
TR-187	ホール効果を用いた地磁気式姿勢計の研究 A Magnetic Attitude Measuring Instrument Applying the Hall Effect	1969年12月	木村 茂, 田畑 浄治 松崎 良継
TR-188	浮動型1自由度積分ジャイロの不等弾性誤差 Analysis of the Anisoelastic Errors of a Floated Single Degree of Freedom Integrating	1970年1月	大月 正男, 新宮 博公 田畑 浄治, 鈴木 孝雄 円居 繁治

航空宇宙技術研究所報告189号

昭和45年1月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)44-9171(代表) 182
印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川 2~27~12
