

UDC 620.174/.175:
624.043/.044:
629.735.025

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL MEMORANDUM OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-195

箱型主翼構造模型のひずみ分布とたわみ
に関する計算と実験

久能和夫

1970年5月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 報 告

TR-171T	Simple Flow Characteristics Across a Strong Shock Wave	Feb. 1969	Kenneth K. Yoshikawa
TR-172	高速における円錐体および三角翼の動安定微係数の測定 Measurement of Dynamic Stability Derivatives of Cones and Delta-Wings at High Speed	1969年2月	柳 沢 三 憲
TR-173T	Coupling Effect of Radiative Heat on Convective Heat Transfer	Feb. 1969	Kenneth K. Yoshikawa
TR-174	Navier-Stokes 方程式に対する差分法 Difference Method for Navier-Stokes Equation	1969年4月	三 好 甫
TR-175	低レイノルズ数における NACA 0012 翼型の失速特性について —失速フラッタの研究II— Stalling Characteristics of the NACA 0012 Aerofoil Section at Low Reynolds Numbers	1969年6月	中村泰治, 磯貝紘二 江尻 宏
TR-176	軸流回転機の翼の振動について (I) 固有振動数, 振動形および振動応力分布 On the Vibration of Turbomachine Blades (I) Natural Frequency Mode and Stress Distribution	1969年7月	宮地敏雄, 星谷昌二 祖父江靖, 網干三郎 岩部柱相, 武田克己
TR-177	固体ロケットモータの推力大きさ制御の研究 —特性と小型モータによる実験— Thrust Magnitude Control of Solid Rocket Motors —Characteristic Analysis and Small Motor Tests	1969年7月	五代富文, 湯沢克宜 伊藤克弥, 西村久雄
TR-178	測度最大の可制御領域を越える二次形式評価関数の最適重みマトリクスに対する必要条件 Necessary Conditions for the Optimal Weighting Matrices of Quadratic Performance Index to Maximize the Measure of the Controllable Set	1969年7月	川 幡 長 勝
TR-179	テフロン of 非定常アブレーションの測定 Measurements of Transient Ablation of Teflon	1969年8月	野 村 茂 昭
TR-180	鈴鹿山脈付近における乱気流の観測 Measurement and Analysis of Atmospheric Turbulence over the Suzuka	1969年8月	竹内和之, 小野幸一 山根皓三郎, 岡 遠一 外崎得雄
TR-181	振動翼における表面非定常圧力の測定 —失速フラッタの研究(III)— Unsteady Surface Pressure on an Oscillating Aerofoil at High Mean Angles of Attack with Special Reference to Stall Flutter	1969年8月	中村泰治, 磯貝紘二 江尻 宏
TR-182	点束縛のある板の振動について On the Natural Vibration of Plates Restrained at Several Points	1969年9月	塙 武敏, 多田保夫 泉日出夫, 越出慎一
TR-183	軸流圧縮機動翼取付部の強度についての実験的研究 —隙間のあるピン接合部— Experimental Investigation of Strength of Axial Flow Compressor Blade Root —Pin Joint Lug having Clearance between Pin and Pin Hole—	1969年9月	池田為治, 山岸 崇

箱型主翼構造模型のひずみ分布と たわみに関する計算と実験*

久能和夫**

Results of Strain and Deflection Measurements Carried out On Model Wings and their Comparison with Calculated Results

Six model two-spar wings without much idealization of the current aircraft wing, which consisted of three non-swept wings, two thirty degrees swept wings and one forty-five degrees swept wing with ribs perpendicular to the spars, were tested for strain distributions and deflections.

A couple of model wings jointed to a model center wing by bolts was subjected to several symmetrical loadings.

Calculated strain distributions and deflections were obtained by means of the finite element method.

Comparison with test results showed satisfactory agreement of calculated and measured strain distributions. For deflections investigated the comparison showed some difference. Indications could be found how the calculated results, might still be improved.

Experimental error estimations were also described.

1. ま え が き

従来、構造物の強度計算は、高度な強度計算技術者による構造物のモデル化と特殊な計算技術とによって達成されて来たが、最近の強度計算法のうちで特に有限要素法は、電子計算機の急速な進歩と普及とによって、高度な計算技術を必要とする範囲をせばめ、今日では、一般的な構造物の強度計算法の有力な手段となりつつある。

しかし、実際の複雑な構造物に適用する場合には、よく言われるように計算結果の妥当性がまだ問題となっていて、実験によって構造物のモデル化と計算方法の妥当性を確立していく必要がある。

そこで、航空機の主翼を設計するのと同じ設計思想で設計したりベット構造の箱型主翼構造模型についてのひずみ分布およびたわみを求める実験を行ない、計算結果と比較検討した。

実験については、特に実験値の信頼性を高める手段として、人間の判断、操作による誤りをできるだけ少

なくするため、実験値処理の機械化を行ない、計算機によりデータ処理をすることによって、大量データの処理、実験誤差の評価を可能にした。また実験してから実験結果を得るに要する時間を著しく短縮でき、あわせて実験結果をつぎの段階の実験にフィードバックすることにより、より信頼性の高い実験が可能となった。

複雑な構造物の計算をする場合に特に問題になる構造物のモデル化という点では、つぎのような考え方をした。

(1) 実験した模型はリベット構造であるが、リベットの影響を計算に考慮しない。

(2) 外板、ストリング、フランジなどは個々の部材としては、その面内の応力のみを受けもち、曲げ、捩りなどを受けもたない。

構造物のモデル化が妥当であったかどうかという点で最も問題になるのが、リベットの影響を考慮していない点であると思われるので、有限要素法で計算すると実験とどれ位の違いを生じるかということをはっきりとした。

その他、構造物のモデル化ということで従来のモデ

* 昭和45年3月17日受付

** 機体第一部

ル化で不備な点を指摘し、それを解決する方法を提案する。

2. 目 的

この研究では、計算した値を確かめるために模型を作って実験をするのではなく、実物に近い構造物の解析をするための模型を作って実験をすることを目的とした。

普通振動等で問題になる剛性については、非常に小さい荷重で計測されることが多い²⁷⁾。しかし実際に構造物のうける荷重は、制限荷重までかかり、リベットの迂りなどの影響があることを考えると荷重が大きいところまでの構造物の挙動を知る必要があると思われる。したがって実機の主翼構造と同じ設計思想で設計したリベット接合の箱型主翼構造模型を作製し、外板が座屈を起さない範囲で、制限荷重近くまで大きい荷重をかけ、荷重に対するひずみ（最大 800 μ ストレイン）、たわみの直線性を評価しながら実験値を求めた。

3. 実 験

3.1 模型

模型は表 1 に示すように 6 個、すなわち、後退角 0° —3 個 (模型 No. 1, No. 3, No. 5), 後退角 30° —2 個 (模型 No. 2, No. 4), 後退角 45° —1 個 (模型 No. 6) を製作した。(図 1 参照)

同じ形の模型 (たとえば後退角 0°) の中では、ストリングと板との剛性比を変えてある。また後退角のついた模型と板厚、ストリング断面積など断面形状が同じで後退角のない模型がある。(模型 No. 1 と No. 2, No. 3 と No. 4, No. 5 と No. 6)。ストリングはひずみゲージ貼付を行なうため、工作に便利のように翼の外側につけている。模型の詳細な図面は模型 No. 2 について図 13 に示す。

3.2 試験装置

実験は航空機の実機試験で採用している装置を使っ
て行なった。表 1 の模型 No. 1, No. 3, No. 5 および

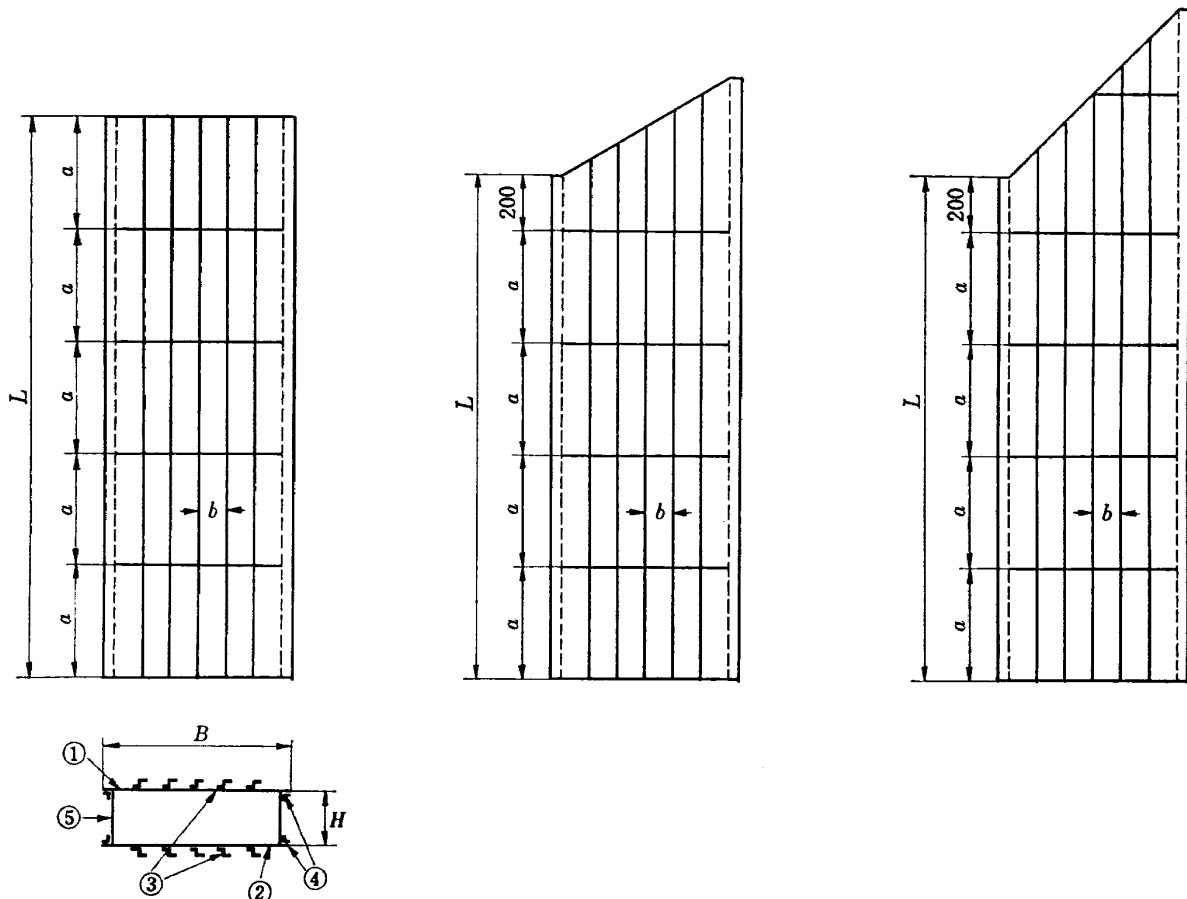


図 1 模型形状

表 1 模型の種類

No.	B/H	B	L	Λ	t_s/t	t_s	A_s/bt	a	従通材 本数
1	3.0	600	2000	0	1.13	1.8	1.42	400	5
2	3.0	600	1800	30	1.13	1.8	1.42	400	5
3	3.0	600	2000	0	1.26	1.6	1.03	400	5
4	3.0	600	1800	30	1.26	1.6	1.03	400	5
5	3.0	600	2000	0	1.59	1.27	1.3	400	5
6	3.0	600	1800	45	1.59	1.27	1.3	400	5

単位 mm

 A_s : 縦通材断面積 b : 縦通材間隔 t_s : 縦通材板厚 t : 外板板厚

その他の符号は図 1 に示す。

模型 No. 2, No. 4 については、中央翼構造模型に一組の主翼構造模型を結合して、左右対称荷重をかけて実験値を求めた。模型 No. 5, No. 6 については、固定端板に模型を結合して実験を行なった。翼の結合にはボルトを使っている。中央翼構造模型の支持方法は図 14 に示す。

荷重は 2 平方インチの油圧ジャッキで小骨と桁との交点に垂直にかけ、荷重の大きさはロードセルで測った。かけた荷重の種類は図 2 に示す。

ひずみ測定に使用したひずみゲージは、すべてベークライト・ワイヤゲージであり、単軸（抵抗 120 Ω 、ゲージ長 6 mm、グリッド幅 1.2 mm、ベース長 16 mm、ベース幅 6 mm）と 3 軸ロゼットゲージ 45°/90°（抵抗 120 Ω 、ゲージ長 6 mm、グリッド幅 1.2 mm、ベース長 17 mm、ベース幅 17 mm）である。ひずみゲージを貼り付けた翼断面位置は図 3 に示す。ひずみ測定はおもに引張側で行ない、チェックの意味で圧縮側、外板表側、ストリング上面などで数点測定した。また測定は 2 ゲージ法で行ない、ダミーゲージはアクティブゲージと同じ条件にするために、たとえば模型 No. 1 のひずみ測定をする時には、No. 2 をダミーゲージとして使用

した。ひずみ出力の較正には 6 m のリード線の端から正しいひずみを入れて、その出力に対して較正係数を求めた。

たわみ測定には抵抗変化型変位計を用い、小骨と桁との交点のたわみを測った。

出力の時間的安定性を測定する目的で、ひずみゼロの状態とたわみゼロの状態の時間的変化を測定したものがそれぞれ図 4, 図 5 である。時間に対する出力の安定性は良好である。

計算に用いる弾性係数を求めるための引張試験を別に行なった。（付録 2 参照）

3.3 データ処理

測定データはすべて図 6 に示す経路を通してカード出力として取り出し、これを当所の電子計算機 HITA C-5020 E/F で処理した。ひずみおよびたわみ出力については、出力の荷重に対する直線性から最小二乗法を用いて直線近似し、ゼロ点修正を行なってから任意の荷重値に対する値を求めた。直線からのばらつきなど実験誤差については、付録 1 に示すように詳細な検討を行なった。

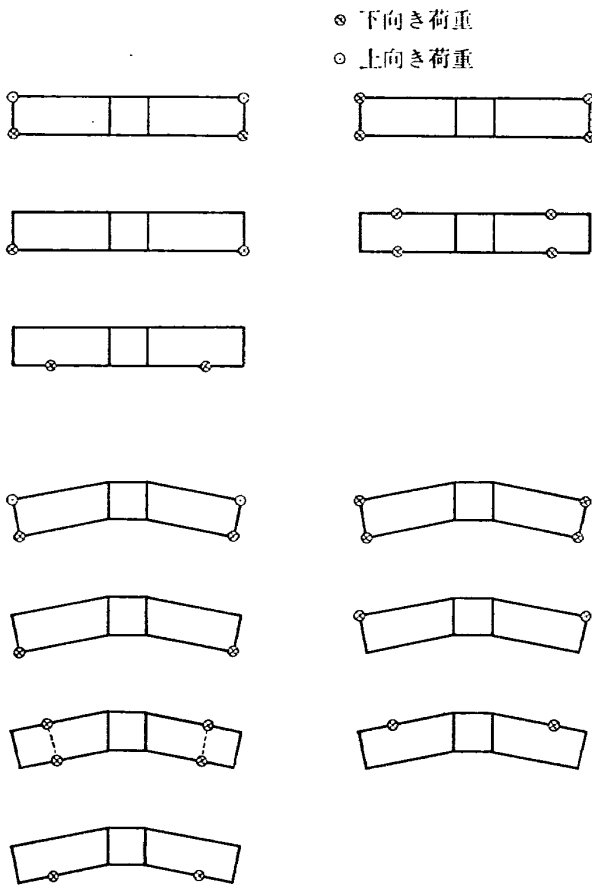


図 2 荷重の種類

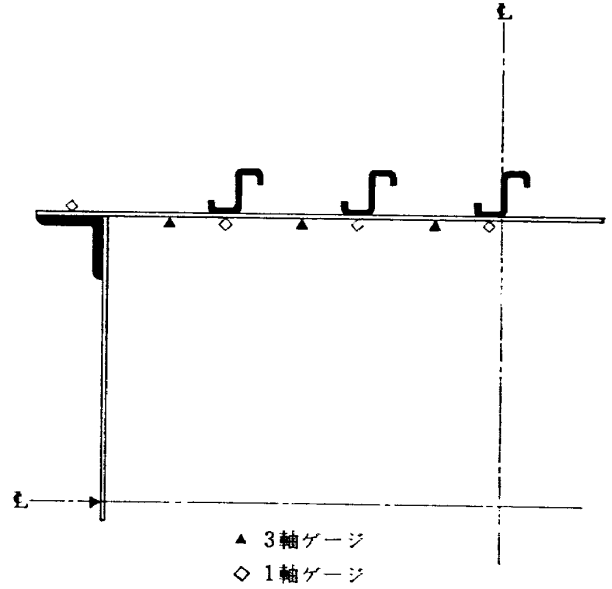


図 3 ひずみゲージの貼付位置

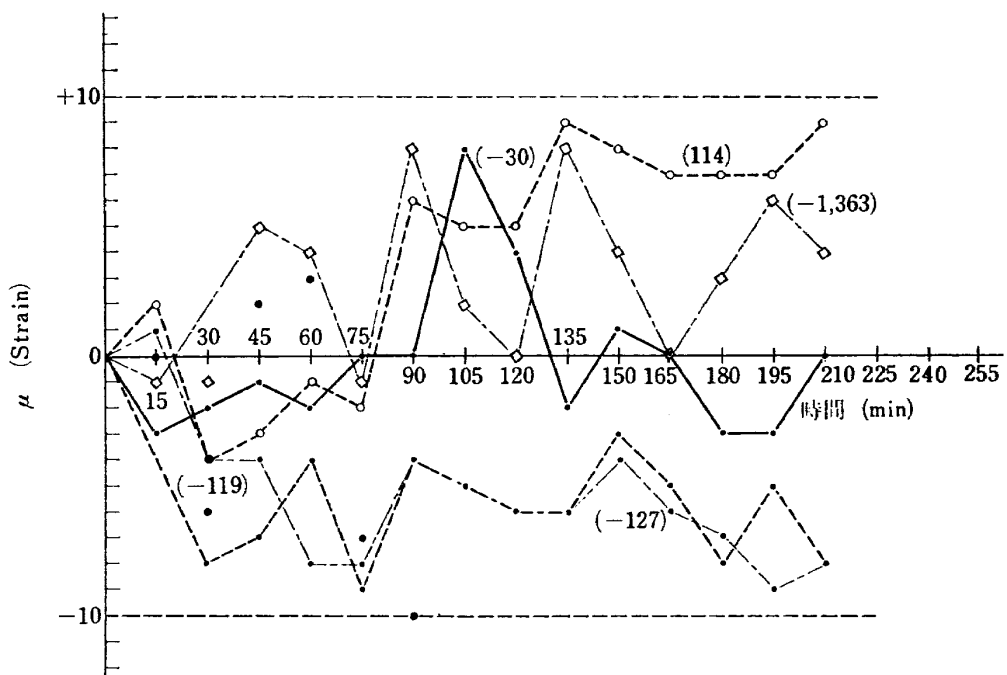


図 4 ひずみゼロ点移動

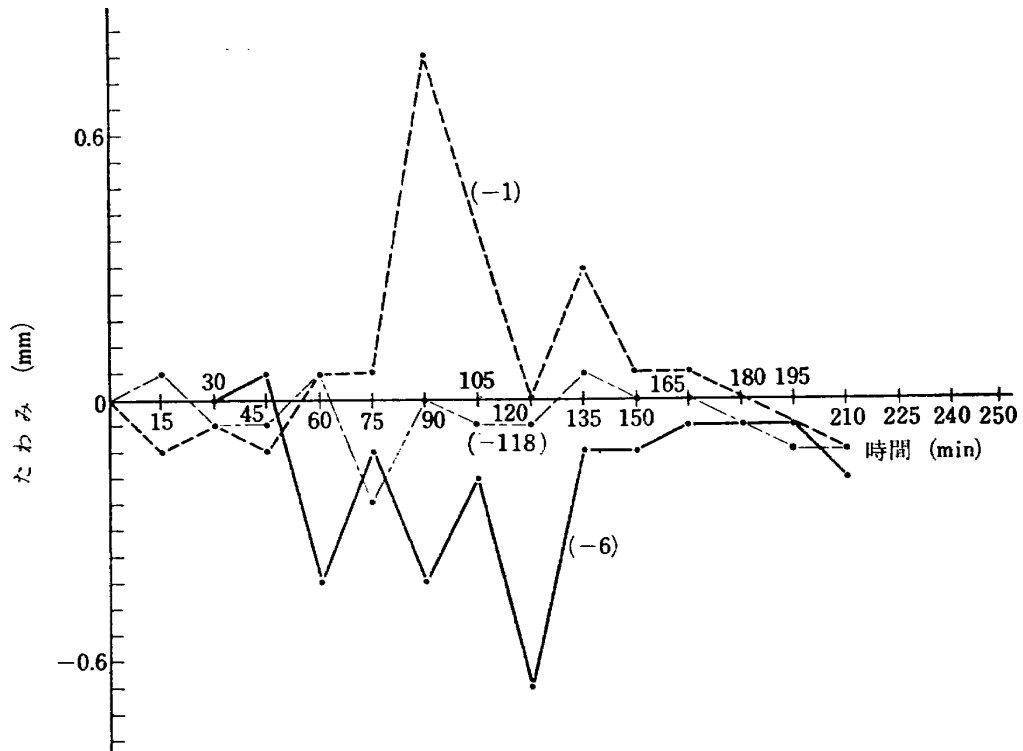


図 5 たわみゼロ点移動

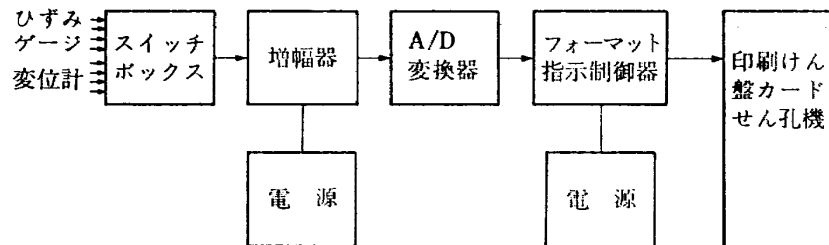


図 6 データ集録変換装置

4. 計 算

主翼の構造はかなり複雑な立体構造であるが、上下面外板は翼厚に比して薄い板であり、またストリングも翼構造全体の曲げおよび捩りを考えると、個々の部材として比較的曲げ、捩りを受けもつ割合が少ないと考え、外板は平面応力のみを受けもち、またストリング、桁フランジも個々の部材としては曲げ、捩りを受けもたないで、引張力、圧縮力だけを受けもつものとして理想化し、上下対称変形をするとして計算した。

剛性マトリックスとしては、Turner ら¹³⁾が求めた

スティフナーとしての剛性マトリックスと平面応力を受けもつ要素内一定ひずみの三角形剛性マトリックス、および Pian²⁵⁾の応力を仮定して剛性マトリックスを求める方法によって計算した矩形の剛性マトリックス(付録3参照)を用いた。矩形の剛性マトリックスを上下対称な変形をするという拘束をいれて桁要素の剛性マトリックスを作ると、Melosh¹⁴⁾らが求めて、収束が非常に良いことを示している SHEAR MOMENT SPAR MATRIX と一致する。またこの矩形剛性マトリックスは Gallagher²⁶⁾が指摘したように Turner¹³⁾らが求めた矩形剛性マトリックスと一致する。(図7

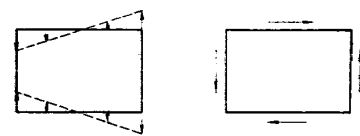
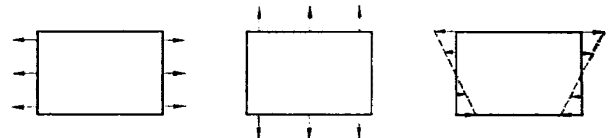
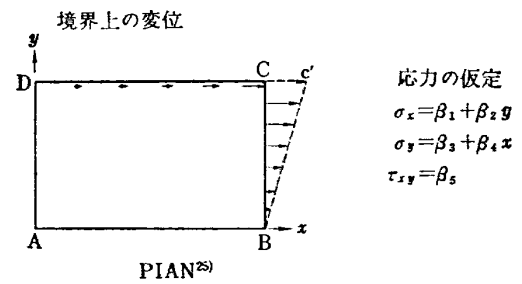
参照)

計算手順としては、構造全体を数個の部分構造に分割し、部分構造内で要素の剛性マトリックスを重ね合せ¹¹⁾、マトリックス演算を行なって²²⁾、部分構造の剛性マトリックスを作り、各部分構造の剛性マトリックスを重ね合せて、構造物全体の剛性マトリックスを組立て、変位を未知数とする連立一次方程式を解くことによって、任意荷重に対する変位、反力、ひずみ分布を計算した³⁰⁾。箱形構造模型の要素分割例を図 8 に示す。

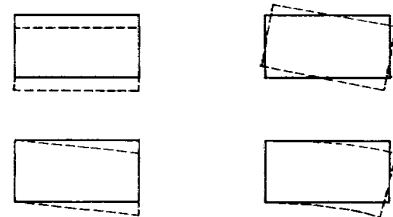
図 9 に示すような翼構造のモデル化によって、外板、ストリング、桁フランジは、平面応力のみを受けもつことになるので、外板についているストリングおよび桁フランジの高さの影響を考慮する必要がある。

ここで、翼構造にかかる荷重を上下方向だけに限って考える時、たとえば翼上面の 1 個のストリングに対して対称の位置にある翼下面のストリングをとるとその間に中立軸を考えることができる。下記の計算により相当断面積を考えることによって高さの影響を平面応力面内に表わすことができる。

相当断面積 A_e 、中立軸からの高さ h_e としたとき、中立軸に対して上下対称矩形断面材の相当断面積を求める。この矩形断面材にモーメント M をかけた場合に、図 10 の (2) のようなひずみ分布を仮定すれば、相当断面積で計算したモーメントと矩形断面材の面積 A で計算したモーメントは等しいという条件より



TURNER et al. ¹³⁾



SHEAR MOMENT SPAR MATRIX

MELOSH et al. ¹⁴⁾

図 7 矩形要素

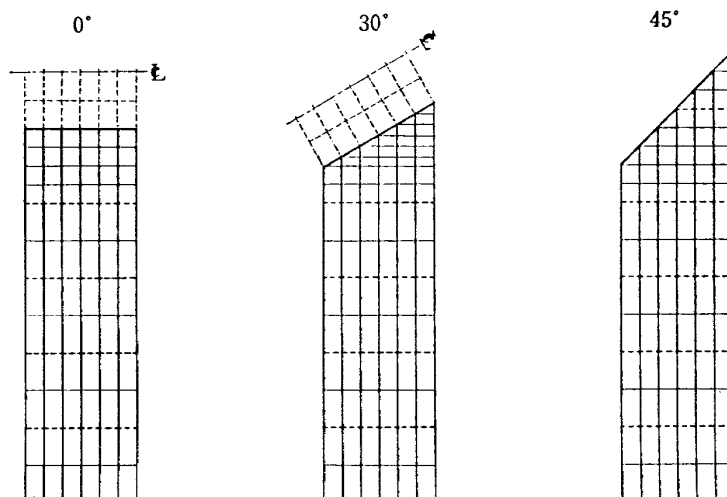


図 8 要素分割

$$2 \cdot A_e E \frac{h_e}{h+c} \epsilon_0 h_e = 2E \int_h^{h+c} a \frac{z}{h+c} \epsilon_0 z dz$$

$$\therefore A_e = \frac{3h^2 + 3hc + c^2}{3h_e^2} A$$

ただし、 E ：縦弾性係数
 となる。ストリング、外板、桁フランジが同高平面上にないときは、 h_e を適当に決めて A_e をそれぞれについて求める。

5. 計算と実験結果

図16～図21に模型 No. 1 と模型 No. 2 についての計算と実験結果の一部を示した。模型 No. 1 についての太線はストリング、桁フランジの高さの影響を考えないで断面積をそのまま使って計算したものである。模型 No. 2 についてはすべて相当断面積を考えた計算値だけを示している。

荷重とひずみおよびたわみとの直線性からのばらつきは95%の信頼係数で実験点の両側に太線で示した。荷重—たわみ曲線については、荷重をたわみとの直線からのばらつきが最も大きい場合を取り上げて、図21.6に示した。

なお模型 No. 1, No. 2 の一部および模型 No. 3, No. 4, No. 5, No. 6 の傾向はほとんど同じであるのでここでは省略する。

6. 考 察

実験について、ひずみは荷重との直線性が良く、直線からのばらつきが非常に少ない。しかしたわみの場合には、かけた荷重の種類によってかなり直線からのばらつきが大きくなるものがある。

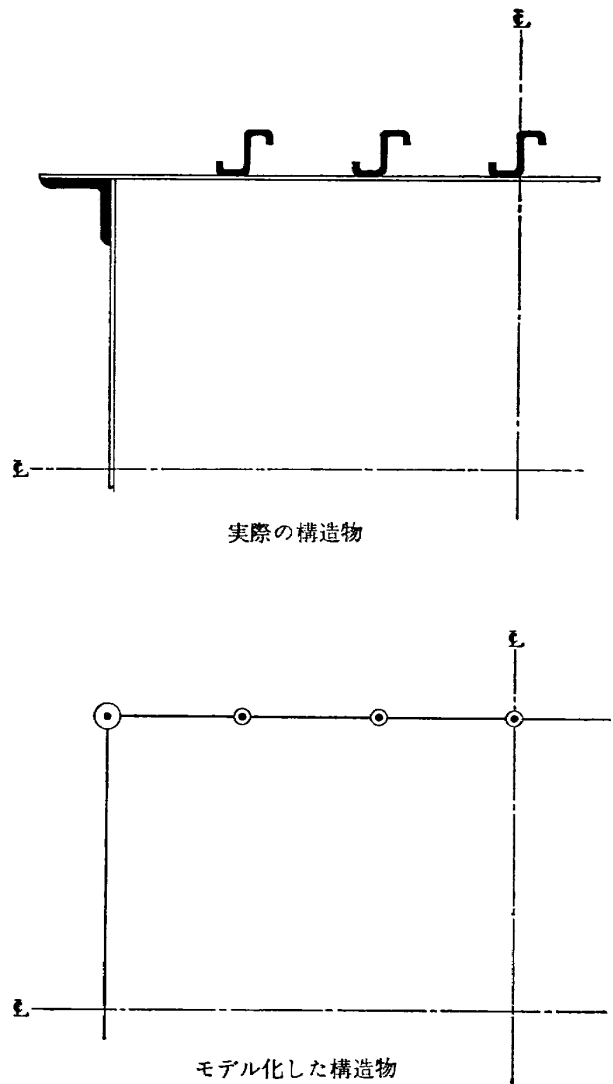


図 9 構造物のモデル化

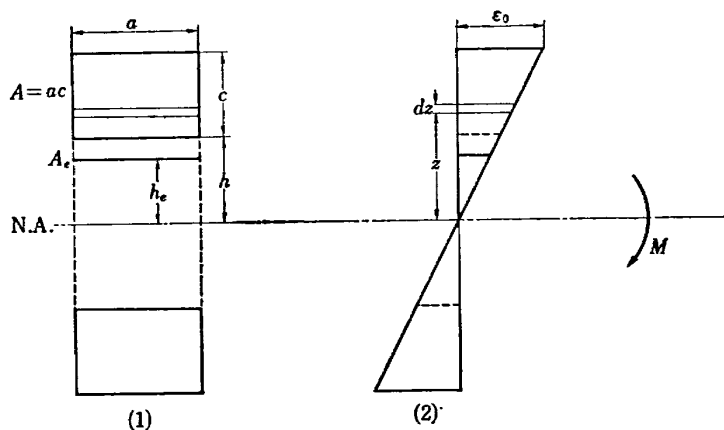


図 10 断面のひずみ分布

模型 No. 1 についてのストリング、桁フランジの断面積をそのまま使って計算したひずみ分布は、明らかに実験と違いがあるが、ストリング、桁フランジの相当断面積を考えて計算したひずみ分布は、実験と良好な一致を示す。

図13に示すように翼根付近にはダブルによる補強があるのでかなり密にリベットを打っており、またダブルにひずみゲージを貼っているため、リベットによる影響などがかなりはいつていると思われる。したがってひずみ分布については、実験と計算との違いが翼の根本付近で著しいが、翼の根本から離れた部分ではよくあっている。

荷重をかける位置の違いによる実験と計算とのひずみ分布の傾向はほとんど同じである。振り荷重の場合(図17.3, 図20.3)には翼の根本付近は他の荷重状態と比較して良くあっている。このことは構造物全体としての応力集中が起こらないためと思われる。

ストリングと外板との剛性比の違いを示す模型の種類によって実験値と計算値との傾向が異なることはない。

後退角がある模型とない模型で、断面形状が同じ場合、ひずみ分布の違いは翼の根本付近を除けばほとんどない。計算も同様な結果が得られた。

Beam Theory は簡単なチェックをする意味で重要であると思われるが、図16.1, 図19.1に示すように ϵ_y について曲げの場合のみ Beam Theory による計算値を点線で示した。翼の根本に近い部分を除けば、実験とよくあっていることがわかる。ただし Beam Theory で計算する場合に用いた断面2次モーメント I_x はストリングと桁フランジの x 方向の高さまで考慮に入れて正確に計算したものである。

Goodey²⁾の実験、計算によると、リベットの剛性の影響を考慮すると応力分布に関して、実験値と計算値がかなり良くあうようになることが示されている。この論文で行なった計算には、リベットの影響は全然考慮していないが、ひずみ分布に関して実験値と良好な一致を示した。

たわみについては、すべての模型について実験値より計算値の方が低くでている。この原因として、ここで行なった実験は外板の座屈がおこらない範囲で最大限荷重をかけて実験しているため、リベット接合による影響が顕著に出てきているためと思われる。Argyris^ら²⁴⁾が行なった接着剤を用いて接合した翼構造についての実験、計算ではたわみについても良くあっている。また後退角がついた模型 No. 2 (たとえば図19.5)の

計算から求められたたわみと実験結果との違いは、後退角なしの模型 No. 1 (図16.5)より大きい。この理由として、翼根付近では後退角のついた翼の方が後退角のついていない翼より構造物全体としての応力集中の程度が高いため、ボルト結合、リベット接合であることを無視した影響がより顕著に現われたということが考えられる。

固定端板で行なった実験(模型 No. 5, 模型 No. 6)の結果はここには示していないが、模型 No. 5 については、中央翼構造模型にも結合して実験を行ない、ひずみ分布についてもたわみについても翼端固定と同じ結果を得た。このことから、翼を結合した固定端板(28.0t×950×1420mm)が中央翼構造模型と同じ位の回転をしていると思われる。模型 No. 6 については、固定端板に結合した実験と翼端固定として計算した値を比較すると、ひずみ分布に関しては良くあっているが、たわみについては、模型 No. 2 のたわみ(たとえば図19.5)で翼端固定として計算した値と実験値との違いと同じ位の違いがある。固定端板に翼を結合して実験する場合には、細心の注意が必要であろう。

7. む す び

構造物のモデル化の妥当性について、リベットの影響を考慮しない計算値でも、ひずみ分布に関してはよい結果をうることができると言える。しかし桁の高さに比して、桁フランジ、ストリングの高さがかなり大きい構造物のモデル化にはその高さの影響を考慮する必要があり、この論文で述べた方法もかなり有効であると思われる。特に実際の翼構造はこの模型と違ってストリングが外板の内側にあり、ストリング、桁フランジの断面積をそのまま使って計算すると危険側に計算値がでてくることになり注意を要する。

たわみについては、ひずみ分布で妥当であったモデルがリベットのすべり、リベットの剛性、翼結合部の影響がかなり大きく出てきて、実用上でも適当であるとは言えない。特に翼結合部のモデル化で後退角のついた模型については、より実際の結合部に近いモデル(ボルト結合)が必要であろう。

終わりに、本研究に対して終始指導、助言を賜った武田峻部長^{*}、高木廣治部長^{**}、竹内和之室長^{***}、ならびに実験に協力した小林正利君^{****}に感謝の意を表します。

^{*}新型航空機部, ^{**}飛行実験部,

^{***}機体第一部実機強度研究室, ^{****}特許庁

文 献

- 1) G. W. Zender and C. Libove, Stress and Distortion Measurements in a 45° Swept Box Beam Subjected to Bending and Torsion, NACA TN 1525, 1948
- 2) W. J. Goodey, Two-Spar Wing Stress Analysis, *Aircr. Engineering*, Vol. 21, No. 247, 287-292, No. 248, 313-319, No. 249, 358-362, 1949
- 3) G. W. Zender and R. R. Heldenfels, Stress and Distortion Measurements in a 45° Swept Box Beam Subjected to Antisymmetrical Bending and Torsion, NACA TN 2054, 1950
- 4) R. R. Heldenfels, G. W. Zender and C. Libove, Stress and Distortion Analysis of a Swept Box Beam Having Bulkheads Perpendicular to the Spars, NACA TN 2232, 1950
- 5) P. B. Hovell, The Stress Distribution in a Swept-Back Box-Beam with Perpendicular Ribs, *Aero. Res. Council Lond. Rep. Mem.*, No. 2837, 1950
- 6) A. L. Lang and R. L. Bislinghoff, Some Results of Sweptback Wing Structural Studies, *J. A. S.*, Vol. 18, No. 11, 705-717, 1951
- 7) M. L. Williams, A Review of Certain Analysis Methods for Swept-Wing Structures, *J. A. S.*, Vol. 19, No. 9, 615-629, 1952
- 8) H. U. Schuerch, Structural Analysis of Swept, Low Aspect Ratio, Multispar Aircraft Wings, *Aero. Engng. Rev.*, Vol. 11, No. 11, 34-41, 1952
- 9) B. R. Noton, Structural Aspects of Swept Back Wings, *Aircr. Engng.*, Vol. 25, 330-343, 1953
- 10) W. L. Green and S. S. Gill, Torsion of a Constrained Rectangular Box Section, *Aircr. Engng.*, Vol. 26, No. 300, 34-40, 45, 1954
- 11) J. H. Argyris, Energy Theorems and Structural Analysis, *Aircr. Engng.* Vol. 26, p 347-, p 383, 1954, Vol. 27, p 42-, p 80-, p 125-, p 145-, 1955
- 12) B. R. Noton, A Swept Cantilever Box Beam with Two Spars and Skew Ribs, *Aircr. Engng.*, Vol. 27, No. 317, 204-215, Vol. 318, 256-261, 1955
- 13) M. J. Turner, R. W. Clough, H. C. Martin and L. J. Topp, Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures, *J. A. S.*, Vol. 23, No. 9, 805-823, 854, 1956
- 14) R. J. Melosh and R. G. Merritt, Evaluation of Spar Matrices for Stiffness Analyses, *J. A. S.*, Vol. 25, No. 9, 537-543, 1958
- 15) A. L. M. Grzedzielski, Organization of a Large Computation in Aircraft Stress Analysis, *Nat. Res. Council of Canada*, LR-257, 1959
- 16) A. L. M. Grzedzielski, Theory of Multi-Spar and Multi-Rib Wing Structures, *Nat. Res. Council of Canada*, LR-297, 1961
- 17) R. H. Gallagher and I. Rattinger, The Deformational Behaviour of Low Aspect Ratio Multi-Web Wings, Part 1 Experimental Data, *Aero. Quart.*, Vol. 12, p 361-, 1961
- 18) R. H. Gallagher and I. Rattinger, The Deformational Behaviour of Low Aspect Ratio Multi-Web Wings, Part 2 Elementary and Plate Bending Theories, *Aero. Quart.*, Vol. 13, p 71-, 1962
- 19) R. H. Gallagher and I. Rattinger, The Deformational Behaviour of Low Aspect Ratio Multi-Web Wings, Part 3 Discrete Element Idealization, *Aero. Quart.*, Vol. 13, p 143-, 1962
- 20) P. H. Denke, A General Digital Computer Analysis of Statically Indeterminate Structures, *NASA TN D-1666*, 1962
- 21) J. P. Bemthem, Analysis of a Symmetrical Swept-Back Box Beam with Non-Swept Centre Part, *Nat. Aero. Astro. Res. Inst., Amsterdam*, NLR-T R-S. 492, 1963
- 22) J. S. Przemieniecki, Matrix Structural Analysis of Substructures, *AIAA J.*, Vol. 1, No. 1 1963
- 23) R. M. Lichtveld and P. J. Sevenhuysen, Results of Strain Measurements Performed on a Polystyrene Swept Back Box Beam with a Non-Swept Centre Part, and Their Comparison with Theoretical Results *NLR-TR S. 597*, 1963
- 24) B. F. Veubeke, edited by, *Matrix Methods of Structural Analysis*, Pergamon Press. 1964
- 25) T. H. H. Pian, Derivation of Element Stiffness Matrices by Assumed Stress Distributions, *AI AA J.*, Vol. 2, 1333-1336, 1964
- 26) R. H. Gallagher, Comments on "Derivation of

Element Stiffness Matrices by Assumed Stress Distributions" AIAA J., Vol. 3, No. 1, 186-187, 1965 and T. H. H. Pian, Reply by Author to R. H. Gallagher

- 27) T. Hayashi and S. Kobayashi, Deformation of Swept-Back Box Beam, Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci., Vol. 8, No. 122, 23-40, 1965
- 28) J. Khanna and R. F. Hooley, Comparison and Evaluation of Stiffness Matrices, AIAA J. Vol. 4, No. 12, 2105-2110, 1966
- 29) G. Sander, Dual Analysis of a Multiweb Swept-back Wing Model, Aircr. Engng Vol. 40, 6-16, 25, 1968
- 30) 三本木茂夫, 有限要素法による箱型梁の解析, 航空宇宙技術研究所報告 TR-165, 1968
- 31) W. E. Deming, 森口繁一訳, Statistical Adjustment of Data, 推計学によるデータのまとめ方, 岩波書店
- 32) F. Acton, Analysis of Straight Line Data, Dover

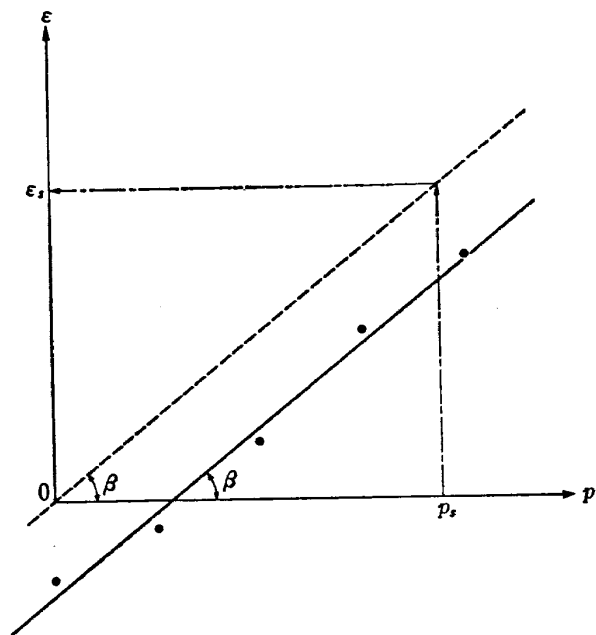


図 11 実験点の直線近似

この $\Delta\epsilon_s$ は実験結果図16~図21において、実験点に太線で範囲を示した。たわみについてもひずみのかわりにたわみを置きかえて同様な取扱い方をした。その他の実験誤差については表2に示す。

付録 1

実験誤差

実験誤差の一つとして、ひずみ出力の荷重に対する直線性からのばらつきを統計的に求めた。荷重値の誤差はひずみ値の誤差に対して無視できるものとして、荷重値 P_i 、ひずみ値 ϵ_i としたときに、ある荷重値 P_s の値を最小二乗法で近似した直線式に代入して求めたひずみ値 ϵ_s の誤差 $\Delta\epsilon_s$ は³²⁾ 近似直線を $\bar{\epsilon} = \epsilon + \beta (P - \bar{P})$ とすると

$$\beta = \frac{\sum_i^n (\epsilon_i - \bar{\epsilon})(P_i - \bar{P})}{\sum_i^n (P_i - \bar{P})^2}$$

ここで、 n : 荷重数、 $\bar{P} = \sum_i^n P_i/n$ 、 $\bar{\epsilon} = \sum_i^n \epsilon_i/n$ 、 t_{n-2} : 自由度 $n-2$ の t 分布の値としたとき

$$\Delta\epsilon_s = \pm \frac{t_{n-2}}{\sqrt{n-2}} \sqrt{\sum_{i=1}^n \{(\epsilon_i - \bar{\epsilon}) - \beta(P_i - \bar{P})\}^2}$$

$$\sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(P_s - \bar{P})^2}{\sum_i^n (P_i - \bar{P})^2}}$$

となる。

この実験では信頼係数として、95%をとっている。

付録 2

引張試験

弾性係数を求めるために JIS の標準試験片を各模型材料より作り、ベークライト・ワイヤゲージ単軸 (抵抗 120 Ω, ゲージ長 6 mm, グリッド幅 1.2 mm, ベース長 16 mm, ベース幅 6 mm) をはり付けて測定した。

縦弾性係数については、ひずみ出力の誤差に対して荷重値の誤差を無視できるとして、最小二乗法を使い荷重値とひずみ出力との勾配を計算し、縦弾性係数を求めた。

ポアソン比に対しては、引張方向ひずみ出力 ϵ_{xi} とそれと直角方向ひずみ出力 ϵ_{yi} の荷重に対する直線性があるが、この場合には、 ϵ_x 、 ϵ_y 両方の誤差が無視できないので、 ϵ_x 、 ϵ_y 相方に誤差がある場合に、最小二乗法を用いて近似直線の勾配 β を求める式³¹⁾

$$\beta = \frac{S_{yy} - S_{xx} + \sqrt{(S_{yy} - S_{xx})^2 + 4 S_{xy}^2}}{2 S_{xy}}$$

ただし n : 荷重数、 $\bar{\epsilon}_x = \sum_i^n \epsilon_{xi}/n$ 、 $\bar{\epsilon}_y = \sum_i^n \epsilon_{yi}/n$

表 2 実 験 誤 差

ひずみ		
ゲージに関するもの		%
ゲージファクタの誤差		1
ゲージ貼付の際の角度の くるいによる誤差		2
ゲージの剛性による誤差		3
荷重に関するもの		
ロードセルの非直線性		0.5
校正の誤差		1
荷重設定誤差		2
ゲージ出力に関するもの		
校正の誤差		1
(0点移動		±10μ)
その他		1
総合した誤差	$e = \sqrt{\sum_i e_i^2} = 4.6\%$	
変位		
変位計に関するもの		
校正の誤差		1
変位計取付位置のくるい		2
荷重に関するもの		
ロードセルの非直線性		0.5
校正の誤差		1
荷重設定誤差		2
その他		1
(0点移動		±0.6mm)
総合した誤差	3.4%	

$$S_{xx} = \sum_i^n (\varepsilon_{xi} - \bar{\varepsilon}_x)^2, \quad S_{yy} = \sum_i^n (\varepsilon_{yi} - \bar{\varepsilon}_y)^2,$$

$$S_{xy} = \sum_i^n (\varepsilon_{xi} - \bar{\varepsilon}_x) (\varepsilon_{yi} - \bar{\varepsilon}_y)$$

係数の母集団は母平均 μ の正規分布をすると仮定して、

$$\bar{k} - \mu = \pm \frac{t_{n-1}}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\frac{\sum_i^n (k_i - \bar{k})^2}{n}}$$

を使ってポアソン比を求めた。

なお引張試験のみ行ない圧縮方向の弾性係数は、引張試験の弾性係数と同一なるものを使用した。

模型の弾性係数は、各模型について引張試験片数枚の平均値を出し、ばらつきを求めた。ばらつきを求める式としては、各試験片の弾性係数を k_i とし、弾性

ただし n : 試験片数, $\bar{k} = \sum_i^n k_i/n$

t_{n-1} : 自由度 $n-1$ の t 分布の値

ここでは信頼係数として95%をとった。結果は表3に示す。

付録 3

矩形要素の剛性マトリックス

剛性マトリックスの計算には Pian が提案している方法²⁵⁾を用いた。要素内で仮定した応力分布は

$$\sigma_x = \beta_1 + \beta_2 y$$

$$\sigma_y = \beta_3 + \beta_4 x$$

$$\tau = \beta_5$$

ただし、 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$: 未定係数である。座標系は図12に示す。

平面応力の場合の剛性マトリックス $[K]$ は次のようになる。

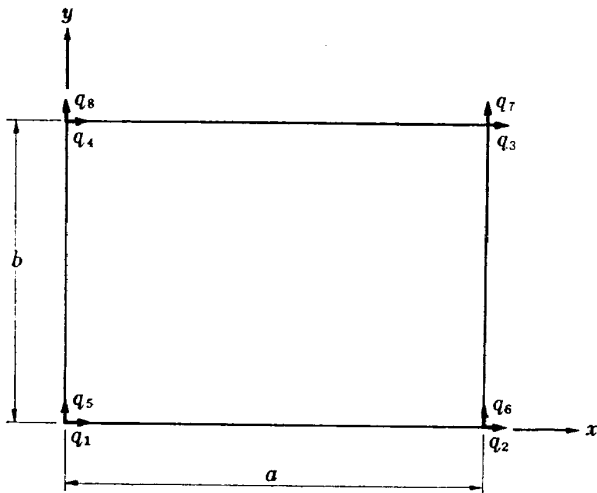


図 12 矩形要素

表 3 弾性係数

模型番号	外板縦弾性係数 $\times 10^{-3}$	ポアソン比	ストリンガ ヤング率 $\times 10^{-3}$
No. 1 No. 2	7.62 \pm 0.26	0.312 \pm 0.019	7.42 \pm 0.13
No. 3 No. 4	7.47 \pm 0.14	0.314 \pm 0.005	7.47 \pm 0.17
No. 5 No. 6	7.51 \pm 0.13	0.307 \pm 0.010	7.44 \pm 0.20

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Q_7	Q_8
[K]Et	$A m - \frac{2}{3} m + B \frac{1}{m}$	$-A m + \frac{2}{3} m + B \frac{1}{m}$	$-A m + \frac{5}{6} m - B \frac{1}{m}$	$A m - \frac{5}{6} m - B \frac{1}{m}$	C+B	C-B	-C-B	-C+B
	$A m - \frac{2}{3} m + B \frac{1}{m}$	$A m - \frac{2}{3} m + B \frac{1}{m}$	$A m - \frac{5}{6} m - B \frac{1}{m}$	$-A m + \frac{5}{6} m - B \frac{1}{m}$	-C+B	-C-B	C-B	C+B
			$A m - \frac{2}{3} m + B \frac{1}{m}$	$-A m + \frac{2}{3} m + B \frac{1}{m}$	-C-B	-C+B	C+B	C-B
				$A m - \frac{2}{3} m + B \frac{1}{m}$	C-B	C+B	-C+B	-C-B
					$A \frac{1}{m} - \frac{2}{3} \frac{1}{m} + B m$	$A \frac{1}{m} - \frac{5}{6} \frac{1}{m} - B m$	$-A \frac{1}{m} + \frac{5}{6} \frac{1}{m} - B m$	$-A \frac{1}{m} + \frac{2}{3} \frac{1}{m} + B m$
					$A \frac{1}{m} - \frac{2}{3} \frac{1}{m} + B m$	$A \frac{1}{m} - \frac{2}{3} \frac{1}{m} + B m$	$-A \frac{1}{m} + \frac{2}{3} \frac{1}{m} + B m$	$-A \frac{1}{m} + \frac{5}{6} \frac{1}{m} - B m$
							$A \frac{1}{m} - \frac{2}{3} \frac{1}{m} + B m$	$A \frac{1}{m} - \frac{5}{6} \frac{1}{m} - B m$
								$A \frac{1}{m} - \frac{2}{3} \frac{1}{m} + B m$

SYM

ここで E : 縦弾性係数 , t : 板厚 , ν : ポアソン比 , $A = \frac{4-3\nu^2}{4(1-\nu^2)}$, $B = \frac{1}{8(1+\nu)}$, $C = \frac{\nu}{4(1-\nu^2)}$, $m = \frac{b}{a}$

節点変位から応力を求める変換マトリックス [W] は

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau \end{Bmatrix} = [W] \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \end{Bmatrix} \quad \text{とすると}$$

$$[W] = \begin{bmatrix} \frac{2-v^2}{2(1-v^2)} a + \frac{v}{ab} & \frac{2-v^2}{2(1-v^2)} a & \frac{v}{ab} & \frac{v^2}{2(1-v^2)} a + \frac{v}{ab} & \frac{v^2}{2(1-v^2)} a & \frac{v}{ab} & \frac{v^2}{2(1-v^2)} a & \frac{v}{ab} \\ -\frac{v}{2(1-v^2)} a & \frac{v}{2(1-v^2)} a & \frac{v}{2(1-v^2)} a & \frac{v}{2(1-v^2)} a & -\frac{v}{2(1-v^2)} a & \frac{v}{2(1-v^2)} a & -\frac{v}{2(1-v^2)} a & \frac{v}{2(1-v^2)} a \\ -\frac{1}{4(1+v)} b & -\frac{1}{4(1+v)} b & -\frac{1}{4(1+v)} b & -\frac{1}{4(1+v)} b & \frac{1}{4(1+v)} b & \frac{1}{4(1+v)} b & -\frac{1}{4(1+v)} b & \frac{1}{4(1+v)} b \\ \frac{2-v^2}{2(1-v^2)} b & -\frac{v}{2(1-v^2)} b & -\frac{v}{2(1-v^2)} b & -\frac{v}{2(1-v^2)} b & \frac{v}{2(1-v^2)} b & -\frac{v}{2(1-v^2)} b & \frac{v}{2(1-v^2)} b & -\frac{v}{2(1-v^2)} b \\ \frac{v^2}{2(1-v^2)} b + \frac{v}{ab} & \frac{v^2}{2(1-v^2)} b + \frac{v}{ab} & \frac{v^2}{2(1-v^2)} b + \frac{v}{ab} & \frac{v^2}{2(1-v^2)} b + \frac{v}{ab} & \frac{v^2}{2(1-v^2)} b + \frac{v}{ab} & \frac{v^2}{2(1-v^2)} b + \frac{v}{ab} & \frac{v^2}{2(1-v^2)} b + \frac{v}{ab} & \frac{v^2}{2(1-v^2)} b + \frac{v}{ab} \\ \frac{2-v^2}{2(1-v^2)} b & -\frac{v}{2(1-v^2)} b & -\frac{v}{2(1-v^2)} b & -\frac{v}{2(1-v^2)} b & \frac{v}{2(1-v^2)} b & -\frac{v}{2(1-v^2)} b & \frac{v}{2(1-v^2)} b & -\frac{v}{2(1-v^2)} b \\ \frac{1}{4(1+v)} a & \frac{1}{4(1+v)} a & \frac{1}{4(1+v)} a & \frac{1}{4(1+v)} a & -\frac{1}{4(1+v)} a & -\frac{1}{4(1+v)} a & \frac{1}{4(1+v)} a & \frac{1}{4(1+v)} a \\ -\frac{1}{4(1+v)} a & -\frac{1}{4(1+v)} a & -\frac{1}{4(1+v)} a & -\frac{1}{4(1+v)} a & \frac{1}{4(1+v)} a & \frac{1}{4(1+v)} a & -\frac{1}{4(1+v)} a & \frac{1}{4(1+v)} a \end{bmatrix}$$

となる。

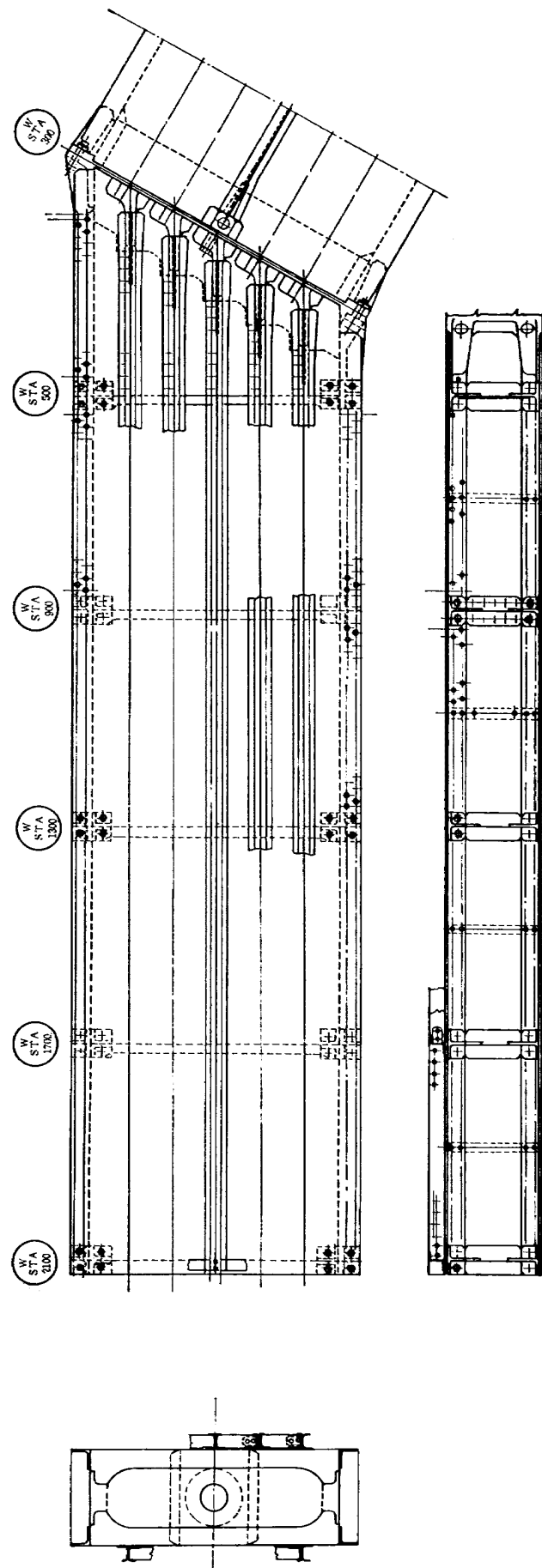


図 13 模型 No. 2

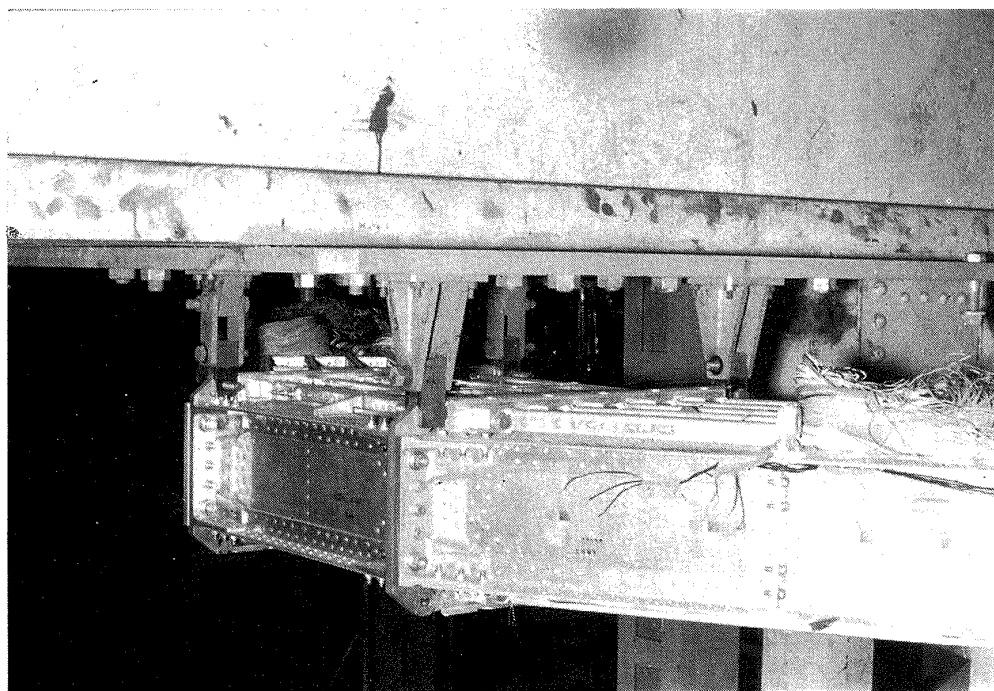


図 14 中央翼支持部

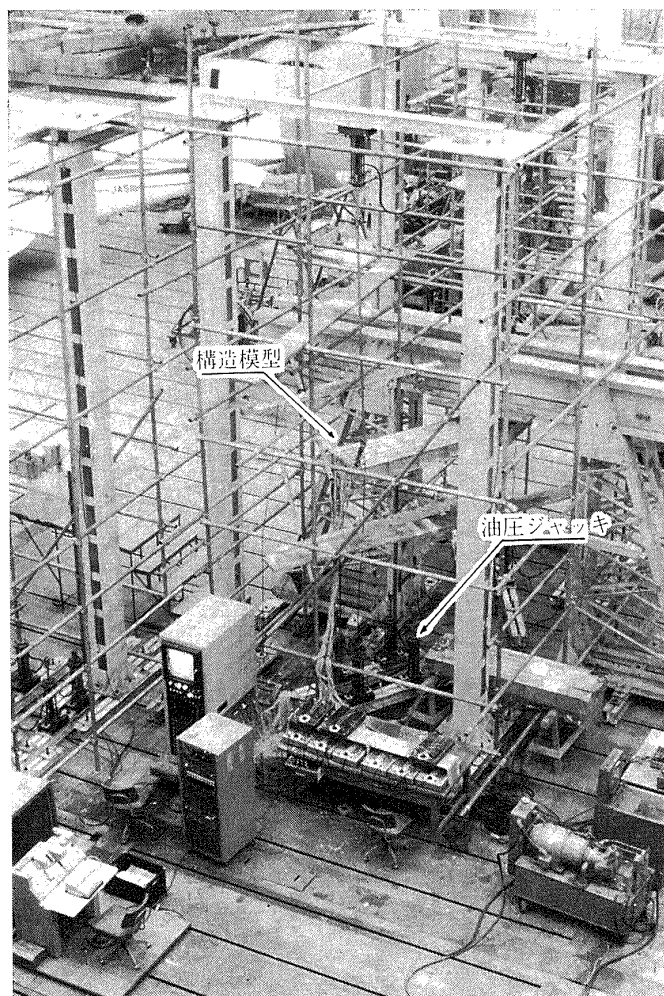


図 15 実験装置全景

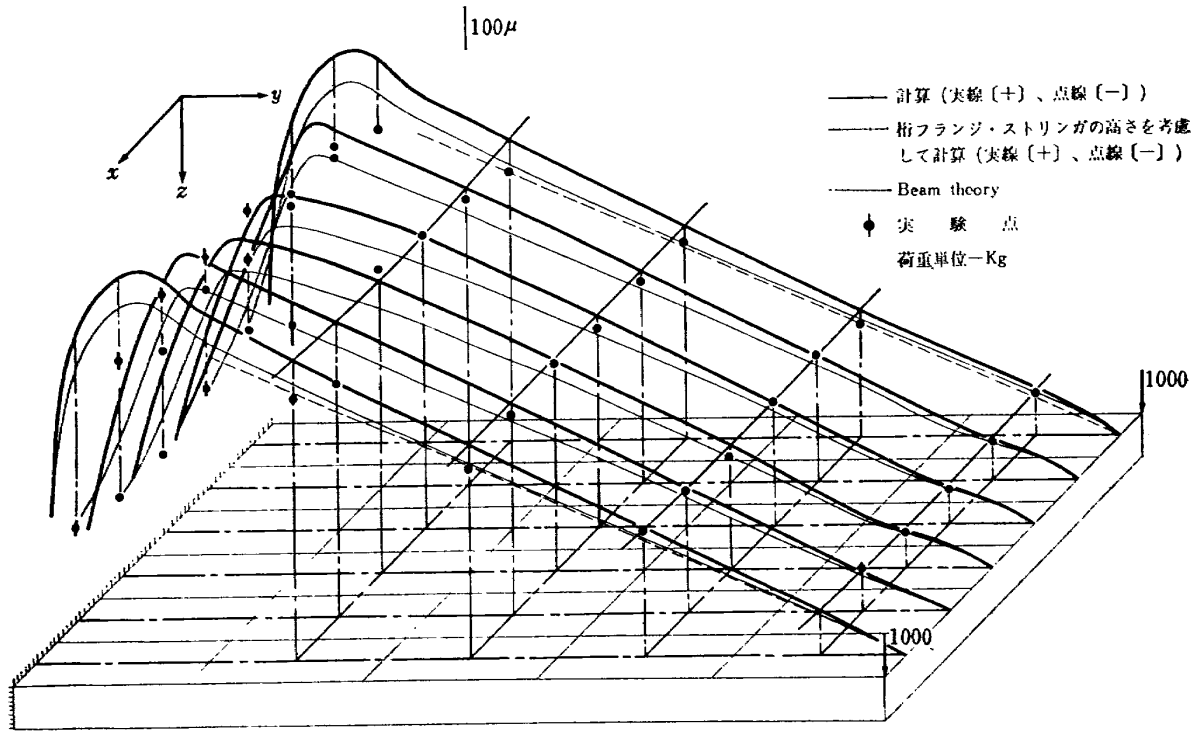


図 16-1 模型 No.1 ϵ_y

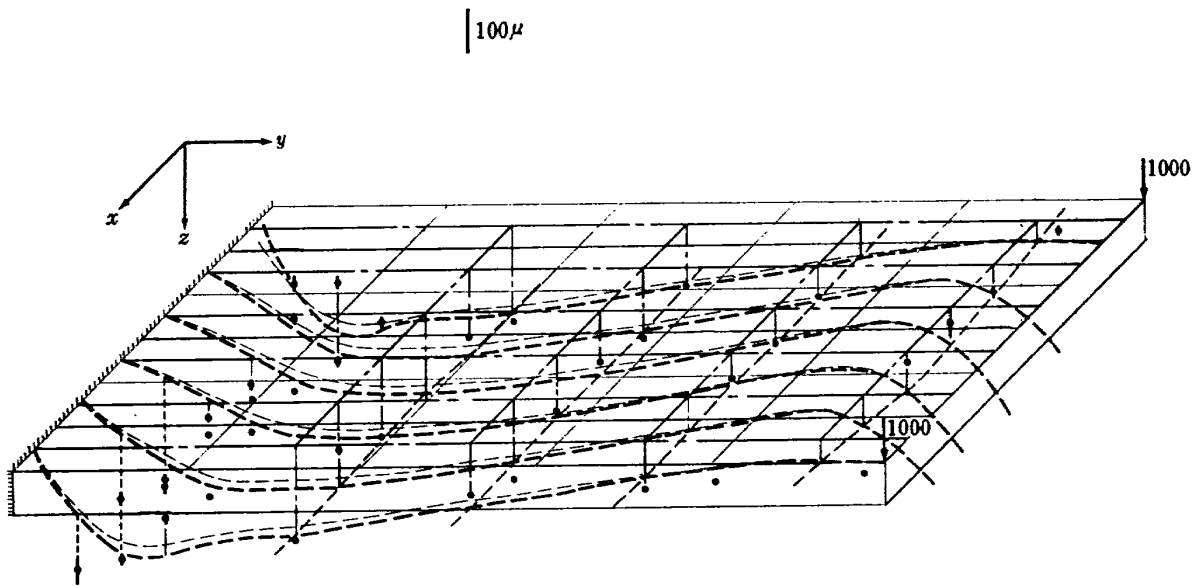


図 16-2 模型 No.1 ϵ_x

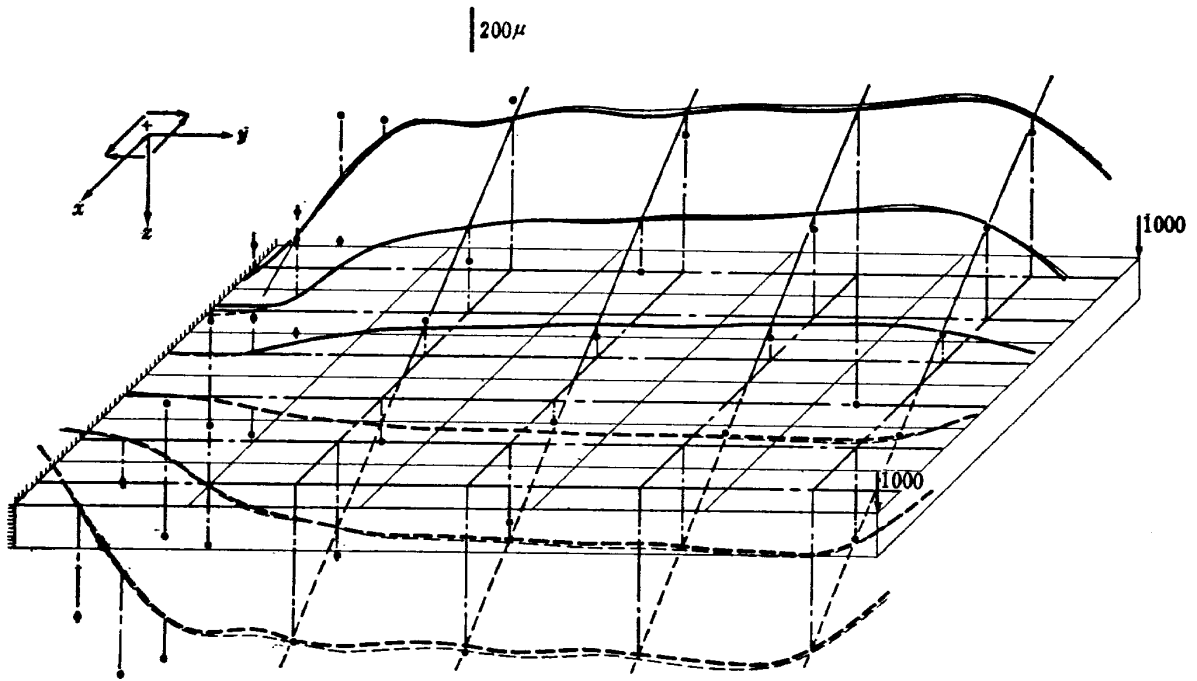


图 16-3 模型 No.1 γ_{xy}

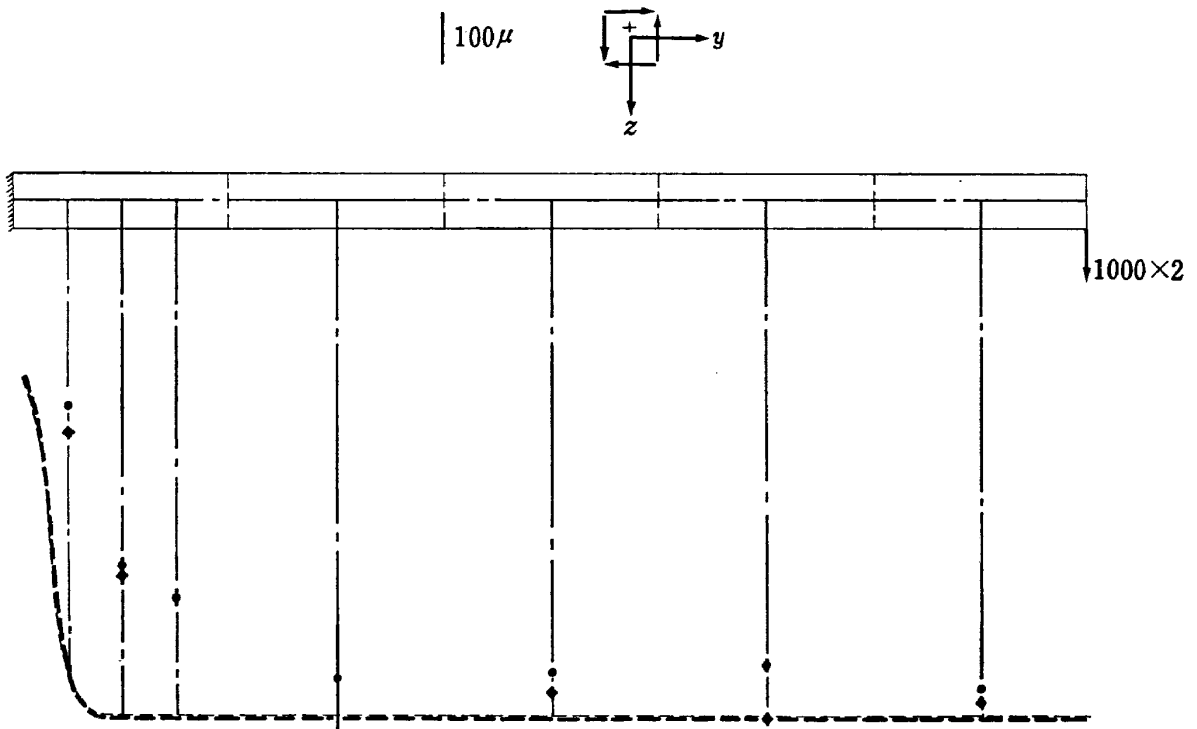


图 16-4 模型 No.1 γ_{yz}

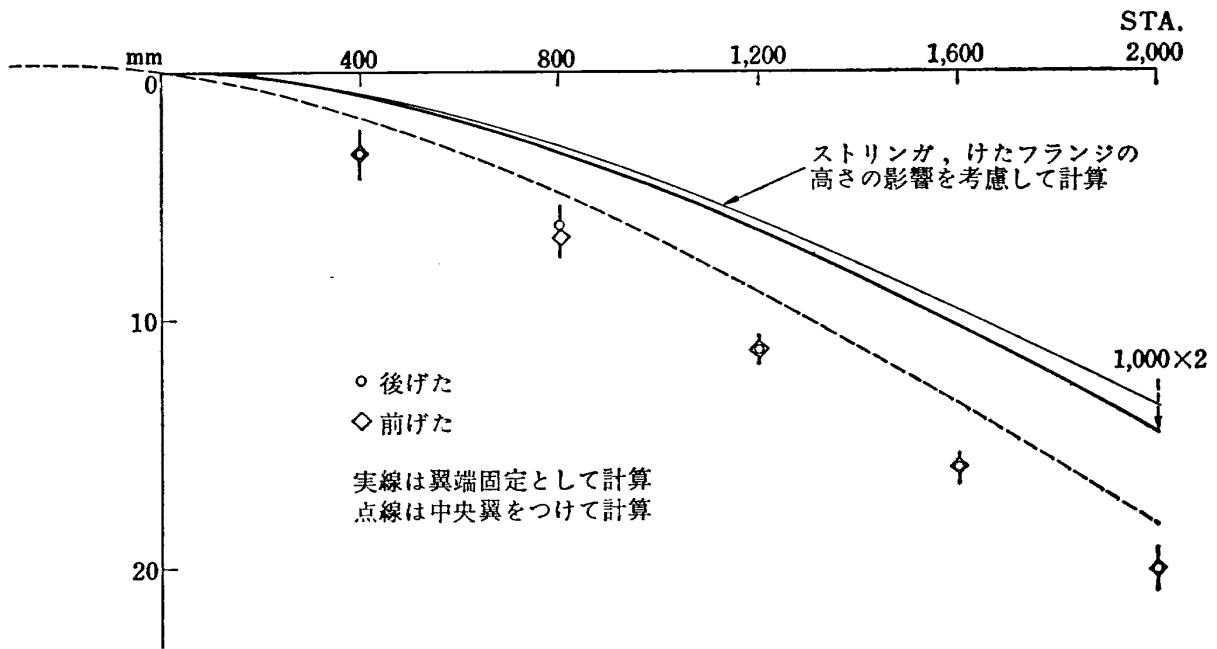


図 16-5 模型 No.1 たわみ

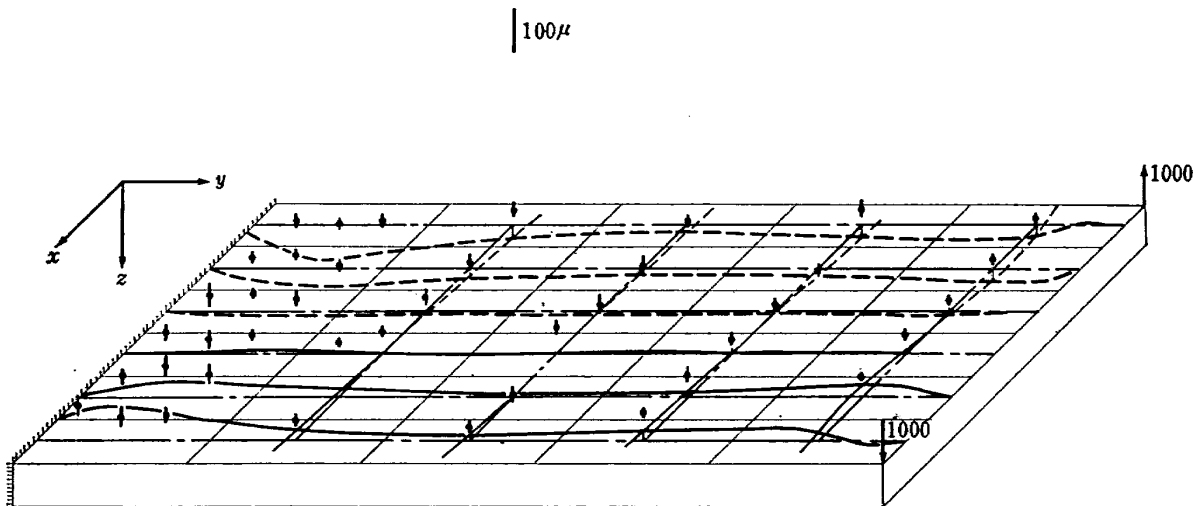


図 17-1 模型 No.1 ϵ_y

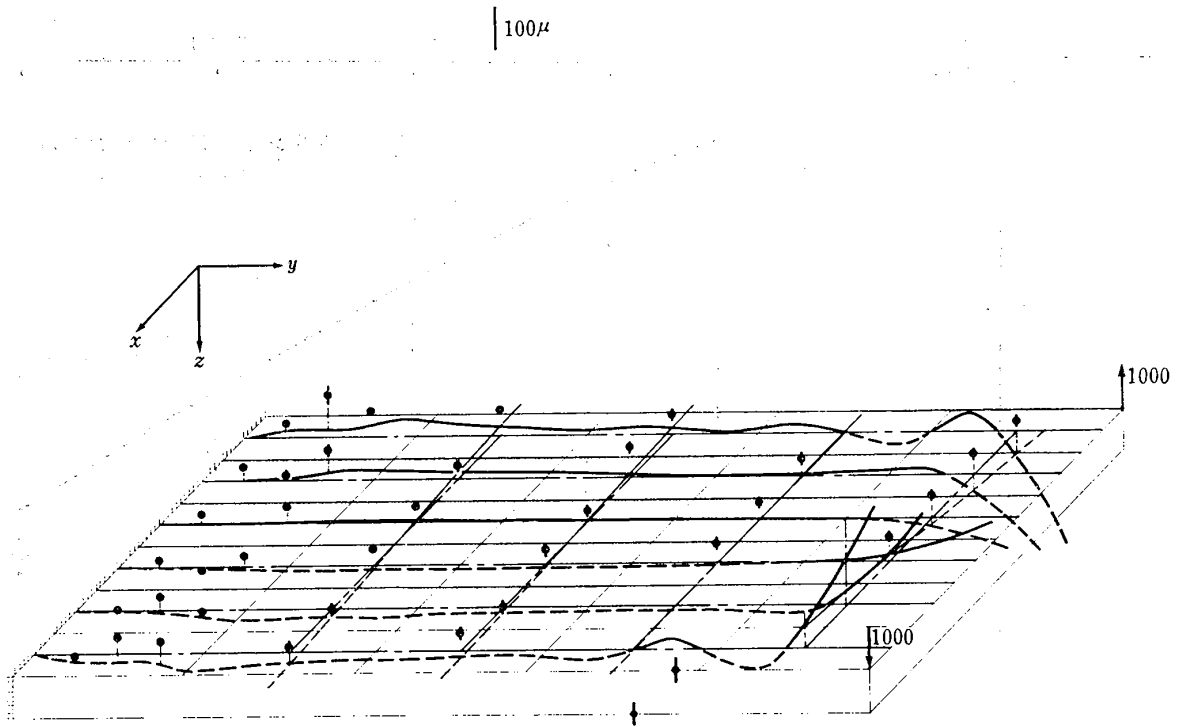


図 17-2 模型 No.1 ϵ_x

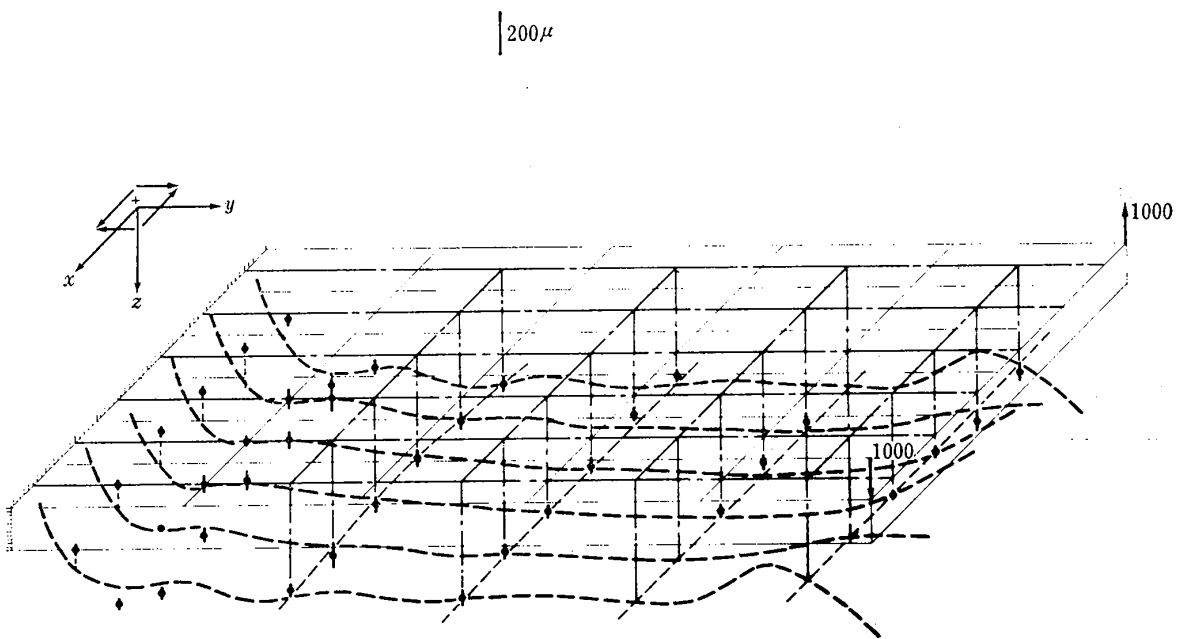


図 17-3 模型 No.1 γ_{xy}

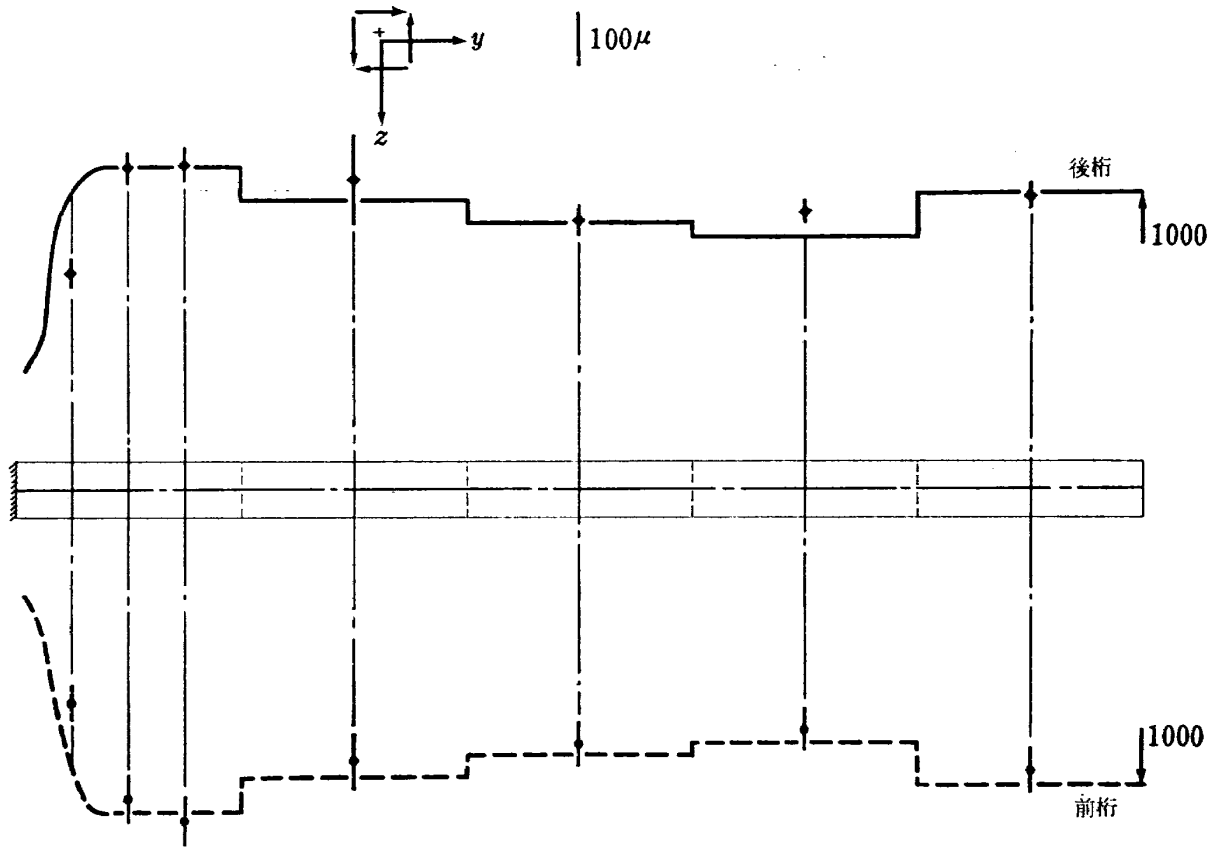


図 17-4 模型 No.1 γ_{yz}

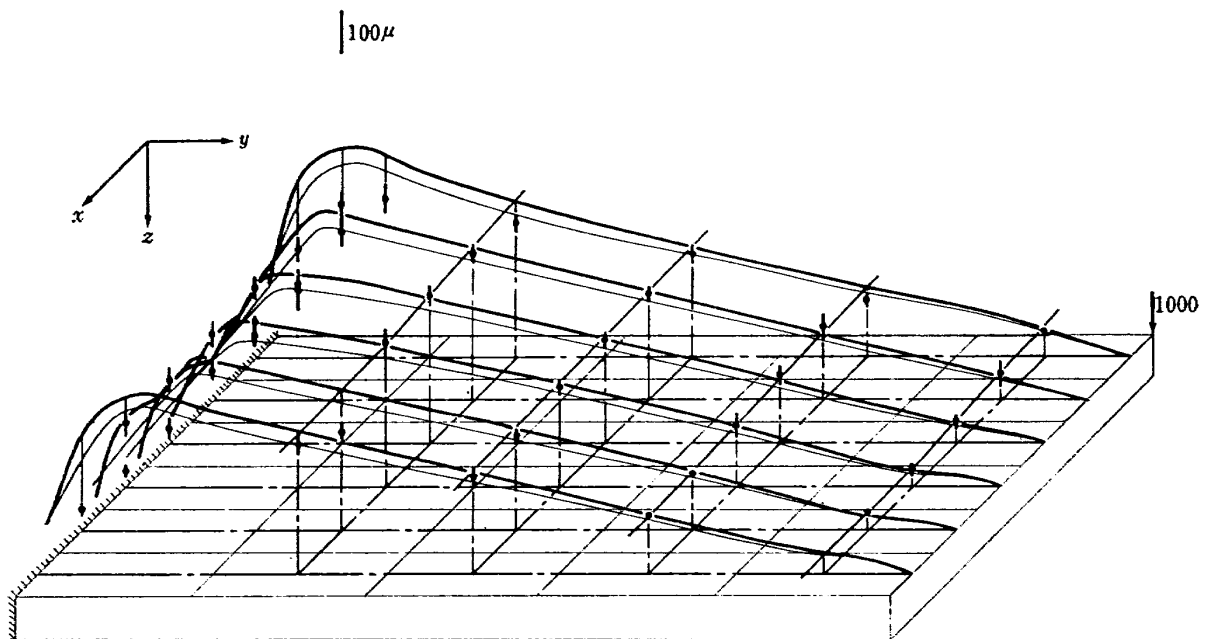


図 18-1 模型 No.1 ϵ_y

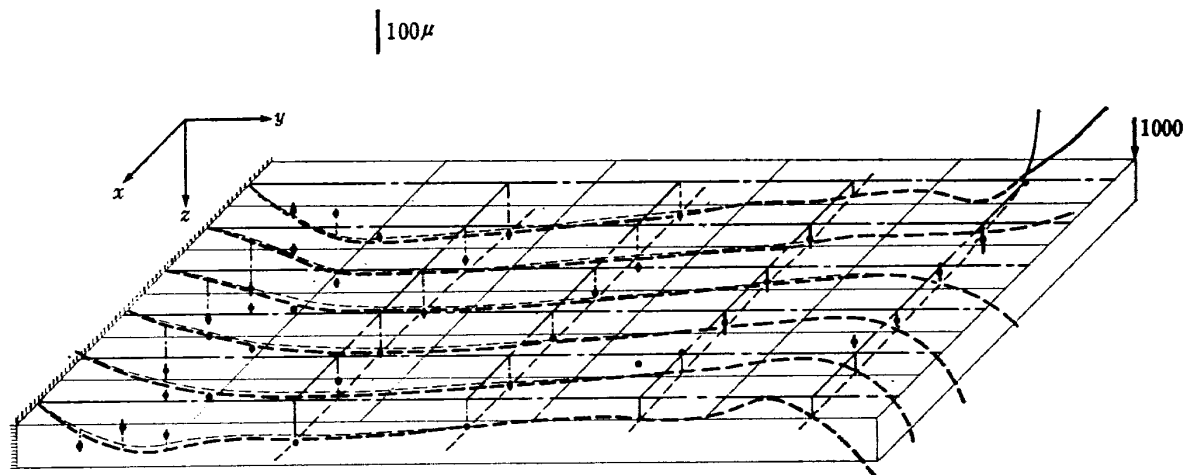


図 18-2 模型 No. 1 ϵ_x

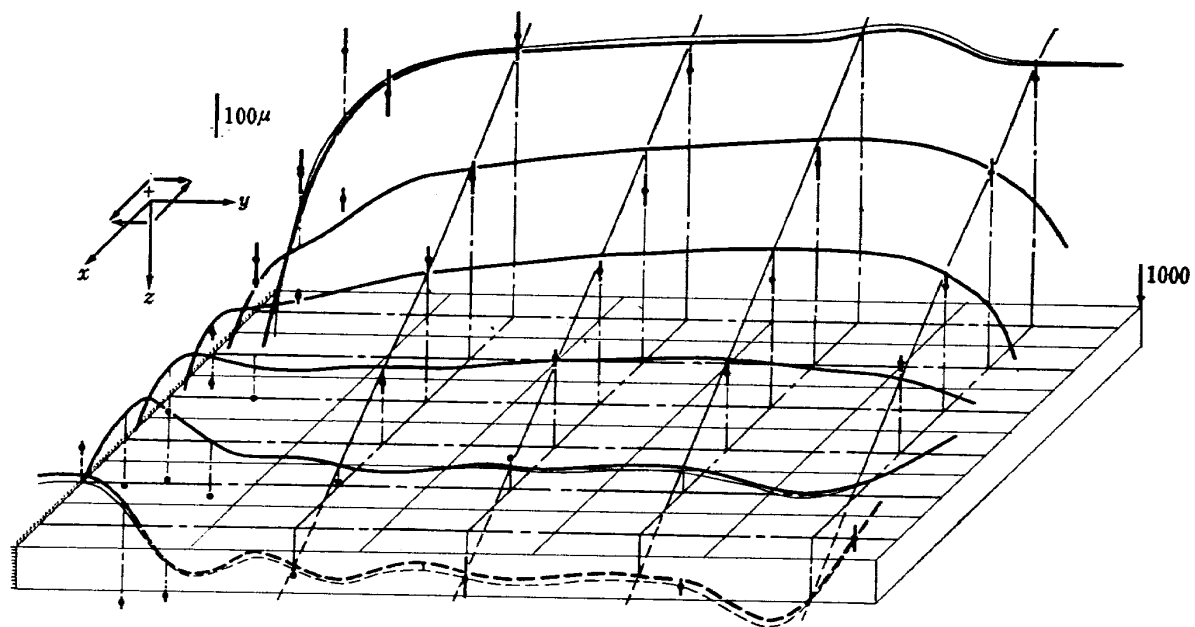


図 18-3 模型 No. 1 γ_{xy}

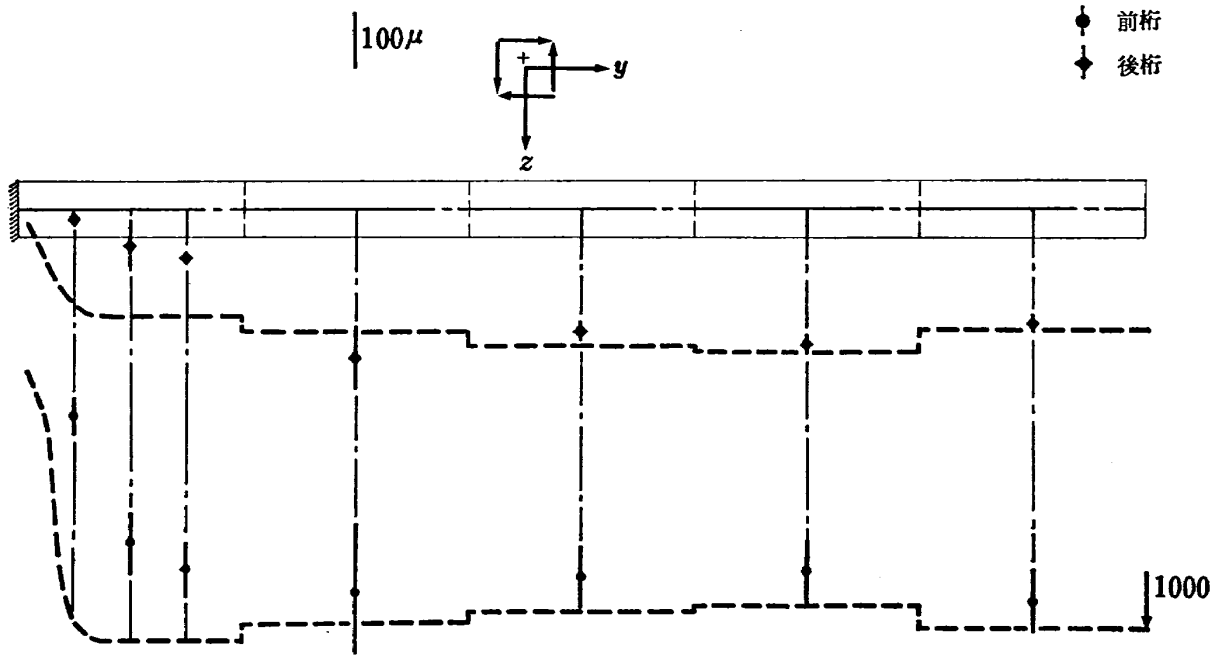


図 18-4 模型 No. 1 γ_{yz}

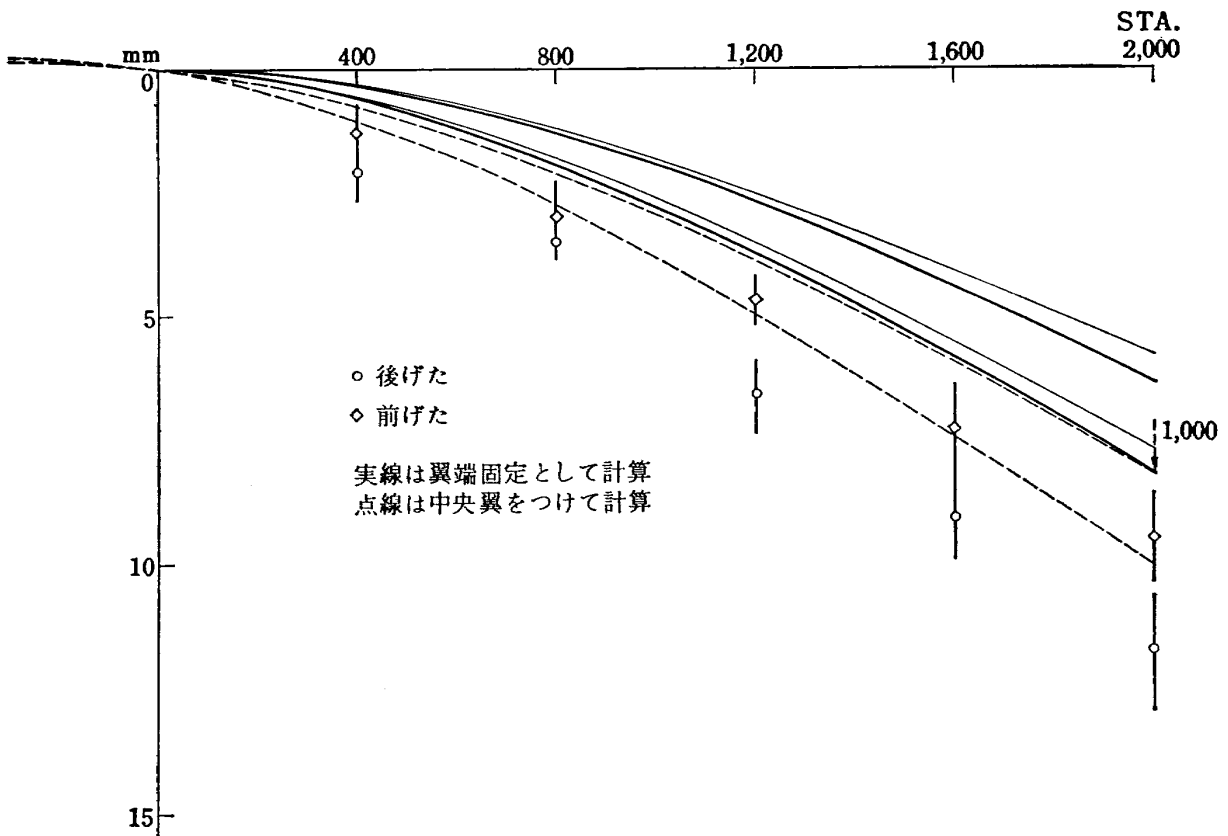


図 18-5 模型 No. 1 たわみ

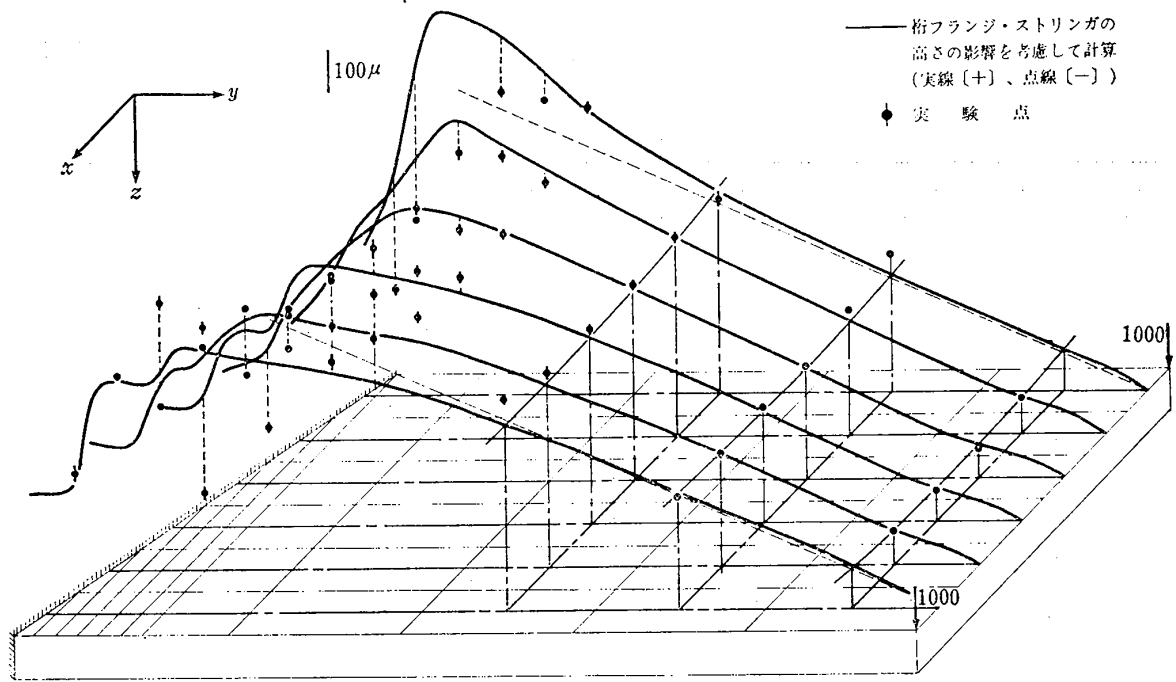


図 19-1 模型 No. 2 ϵ_y

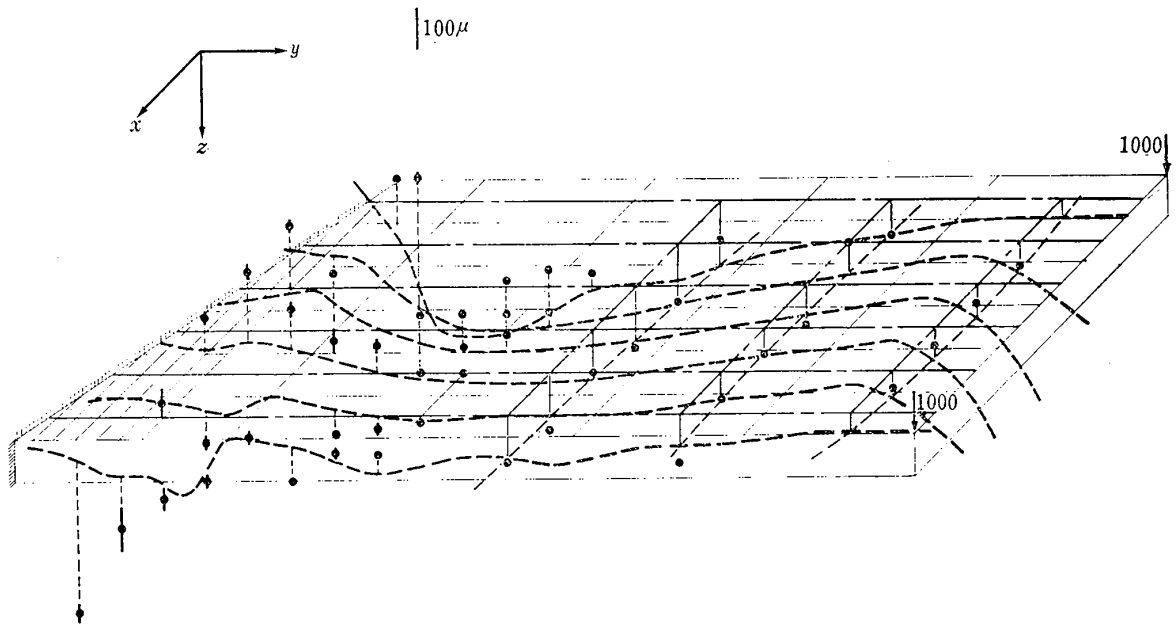


図 19-2 模型 No. 2 ϵ_x

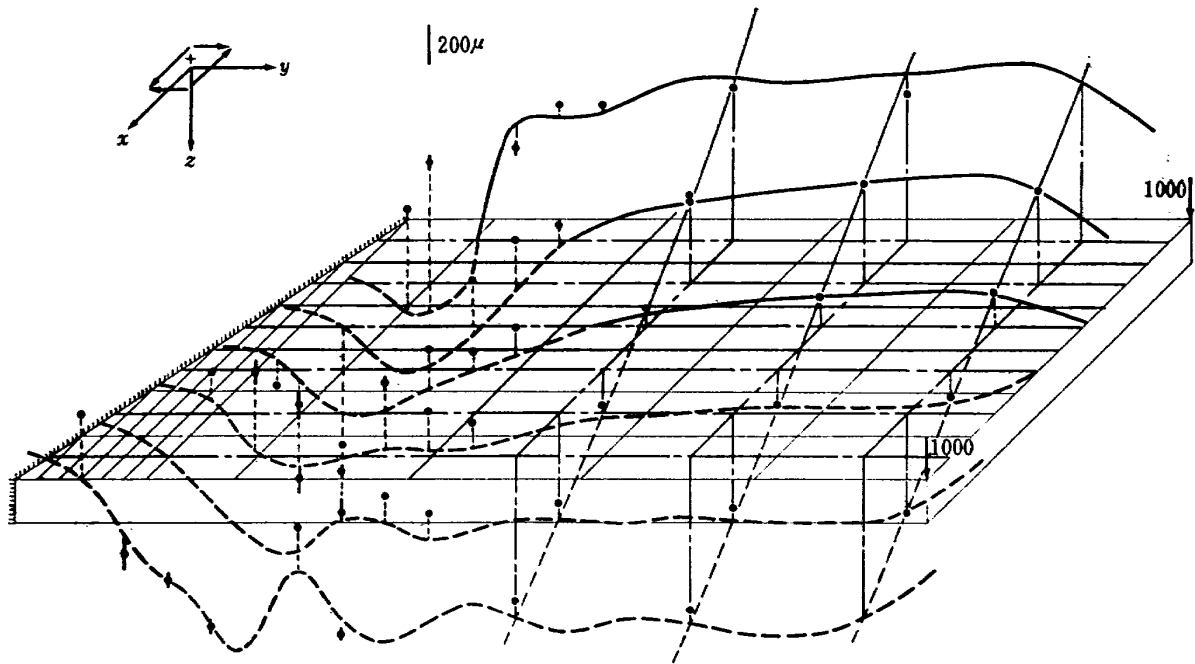


図 19-3 模型 No. 2 γ_{xy}

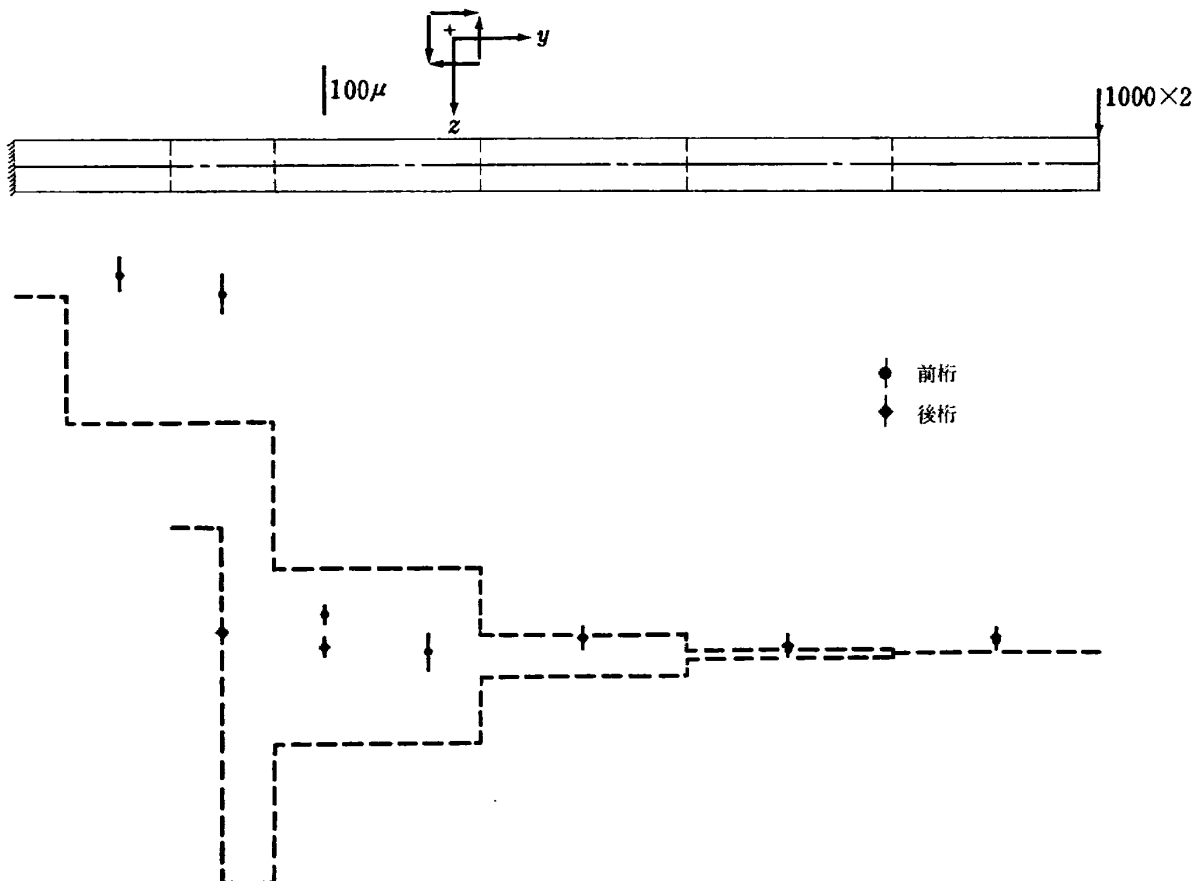


図 19-4 模型 No. 2 γ_{yz}

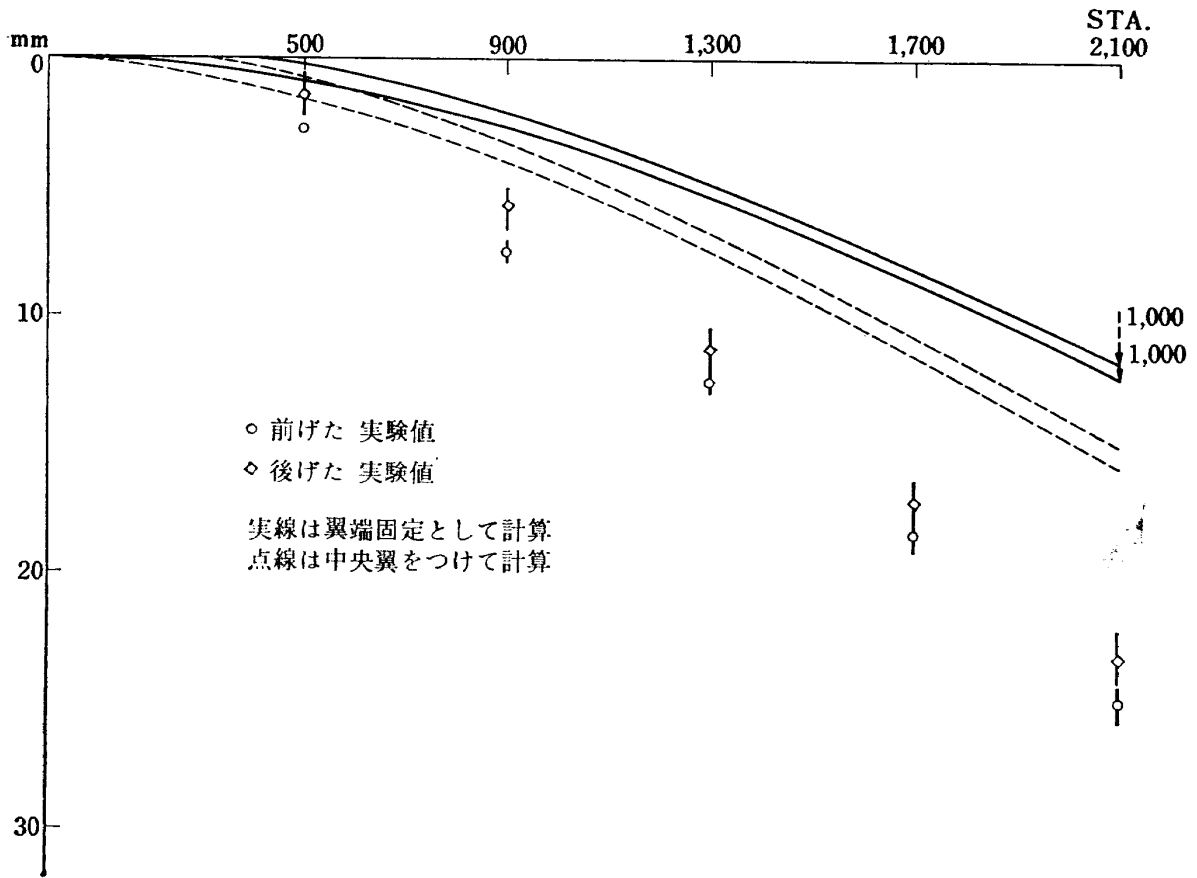


図 19-5 模型 No. 2 たわみ

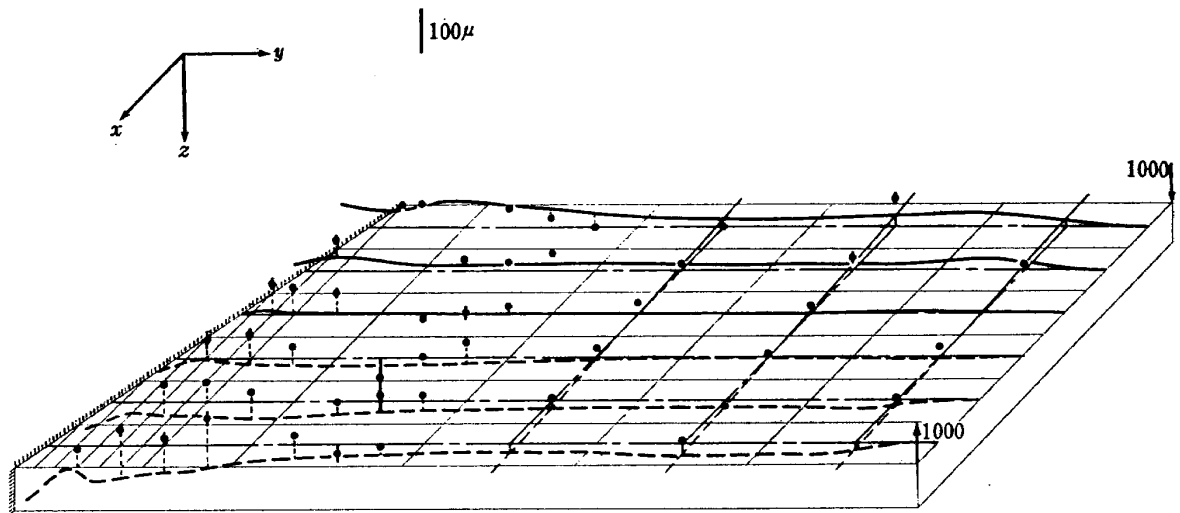


図 20-1 模型 No. 2 ϵ_y

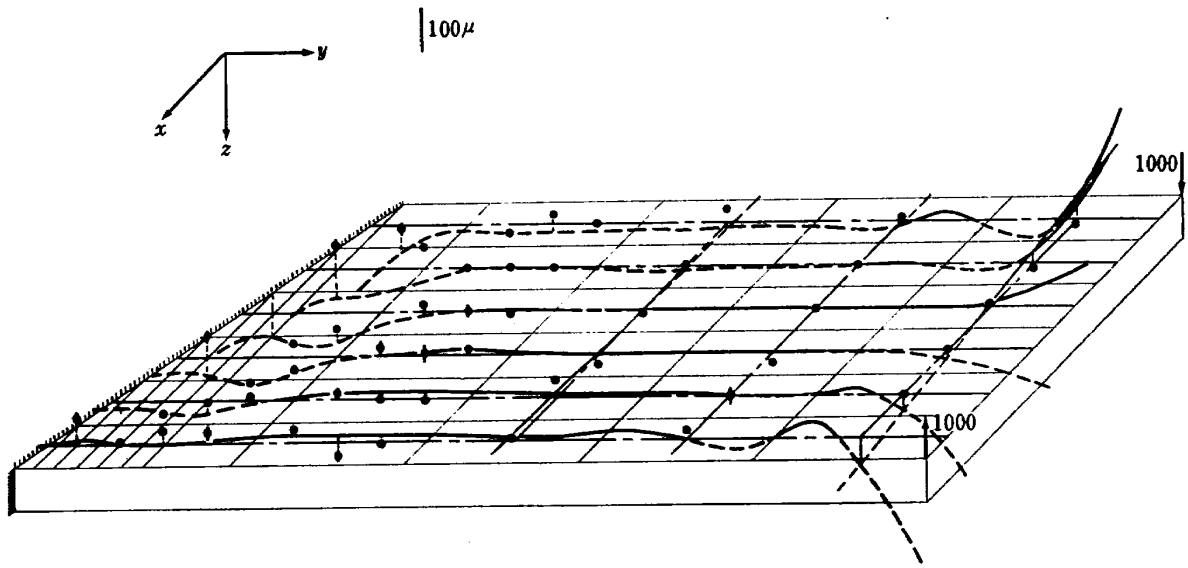


図 20-2 模型 No. 2 ϵ_x

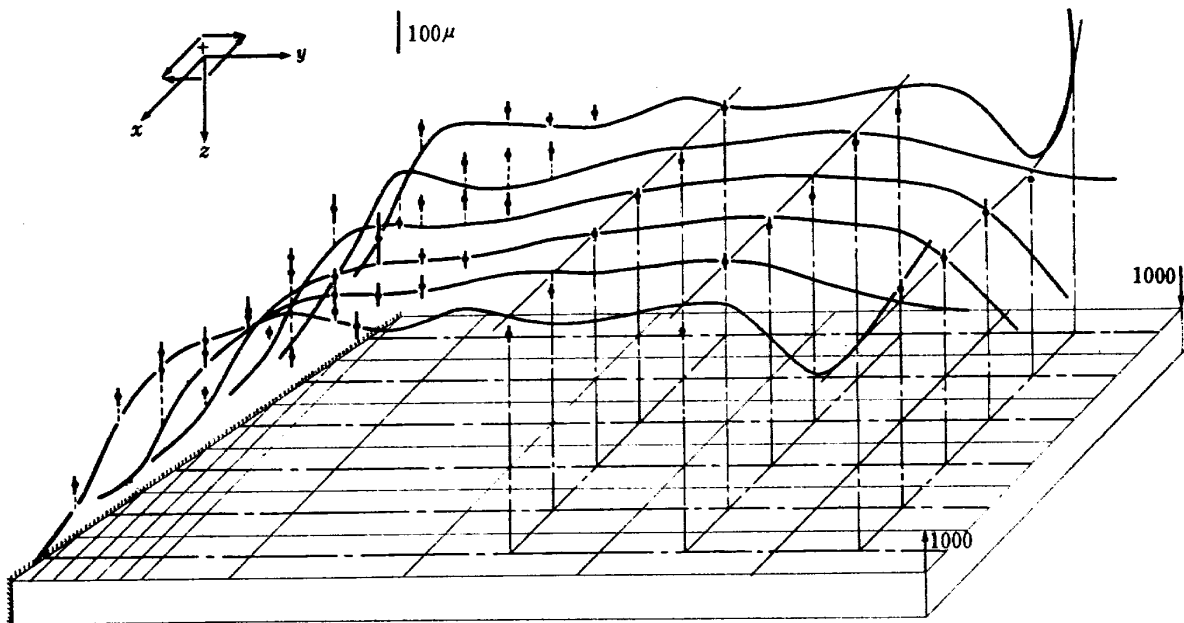


図 20-3 模型 No. 2 γ_{xy}

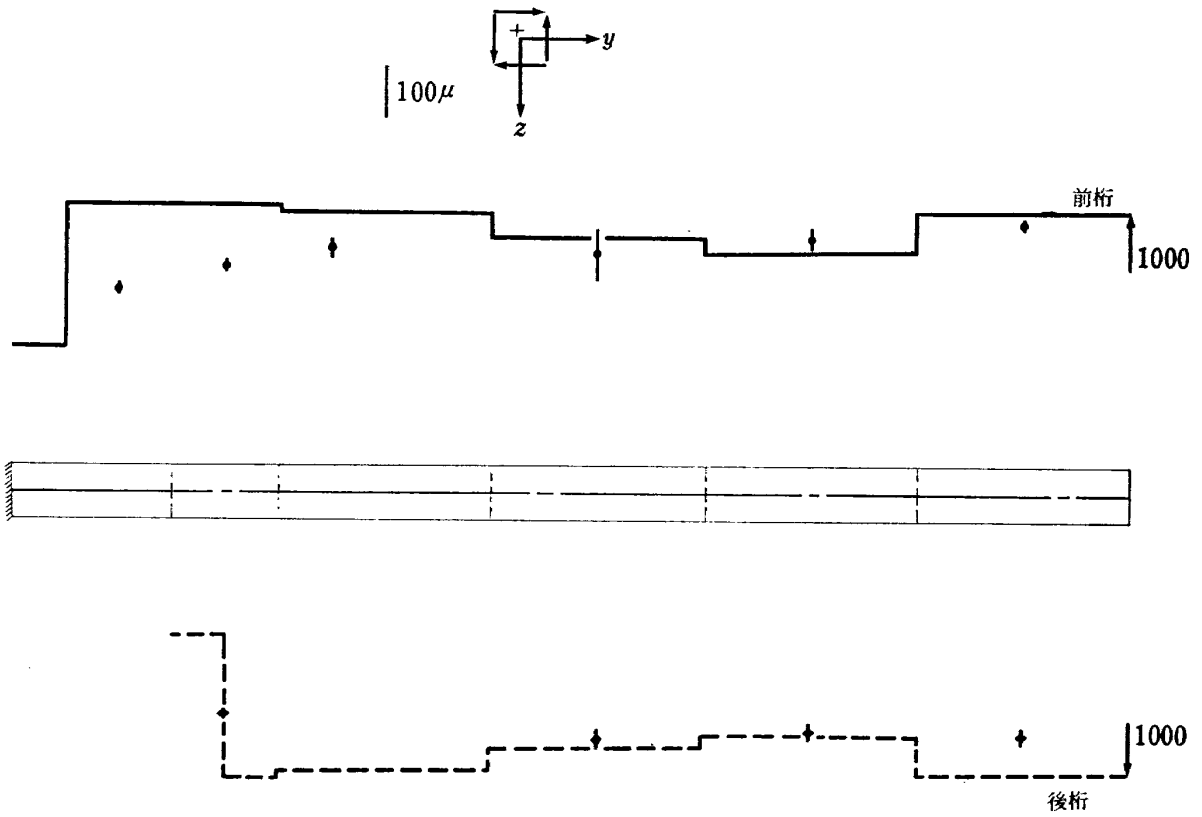


図 20-4 模型 No. 2 γyz

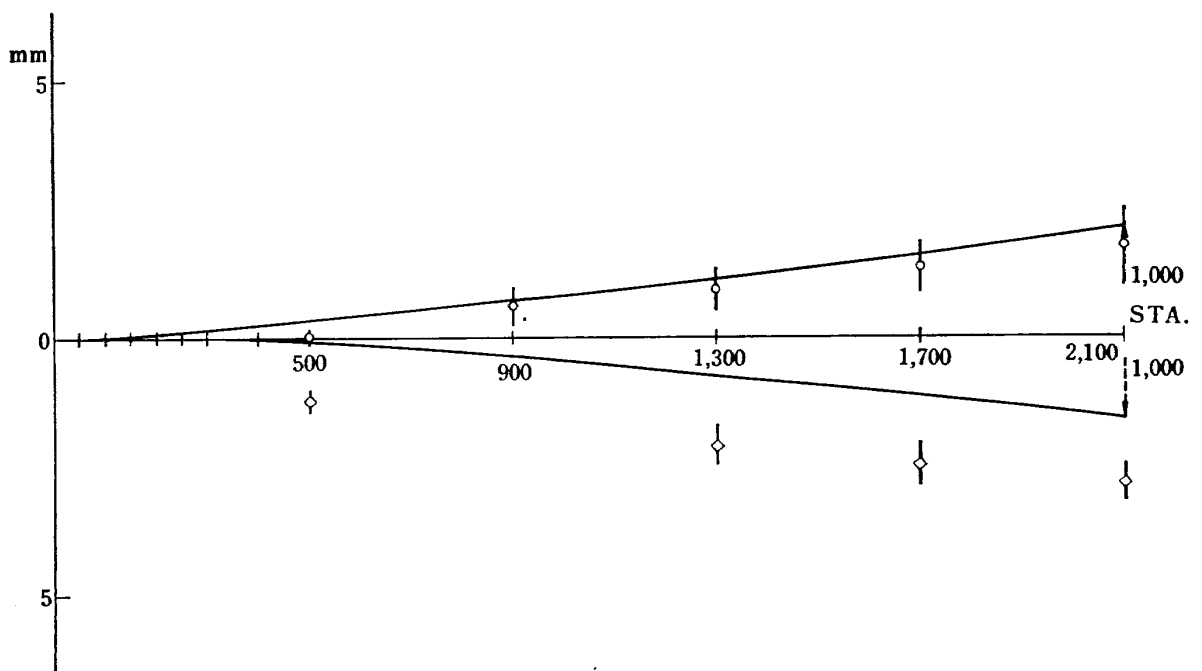


図 20-5 模型 No. 2 たわみ

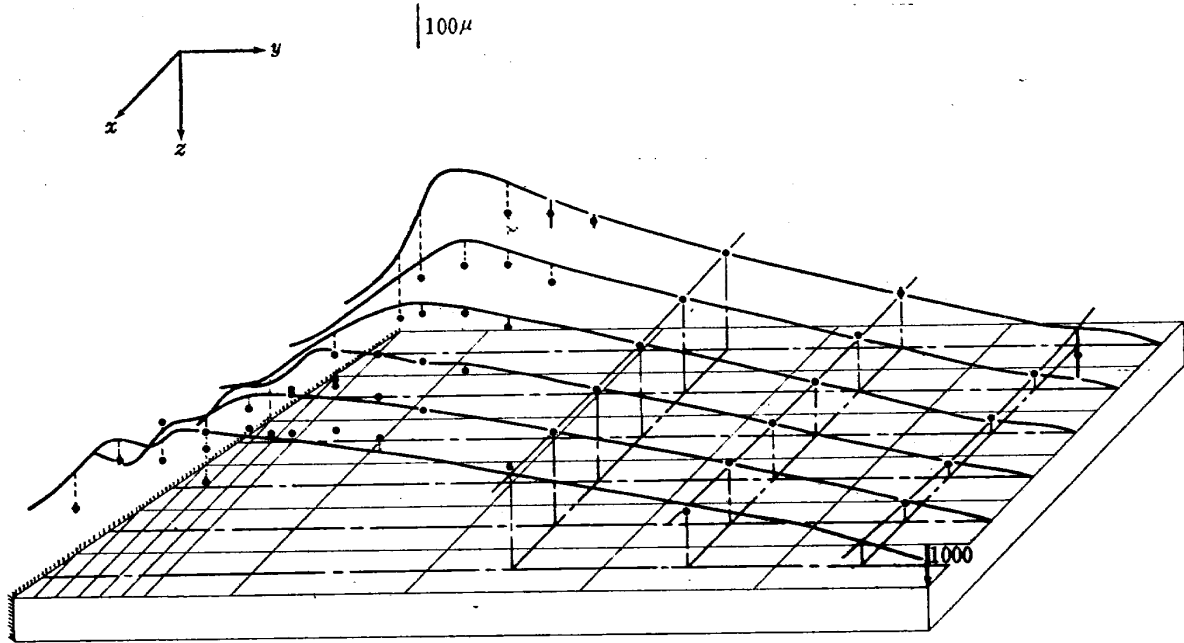


図 21-1 模型 No. 2 ϵ_y

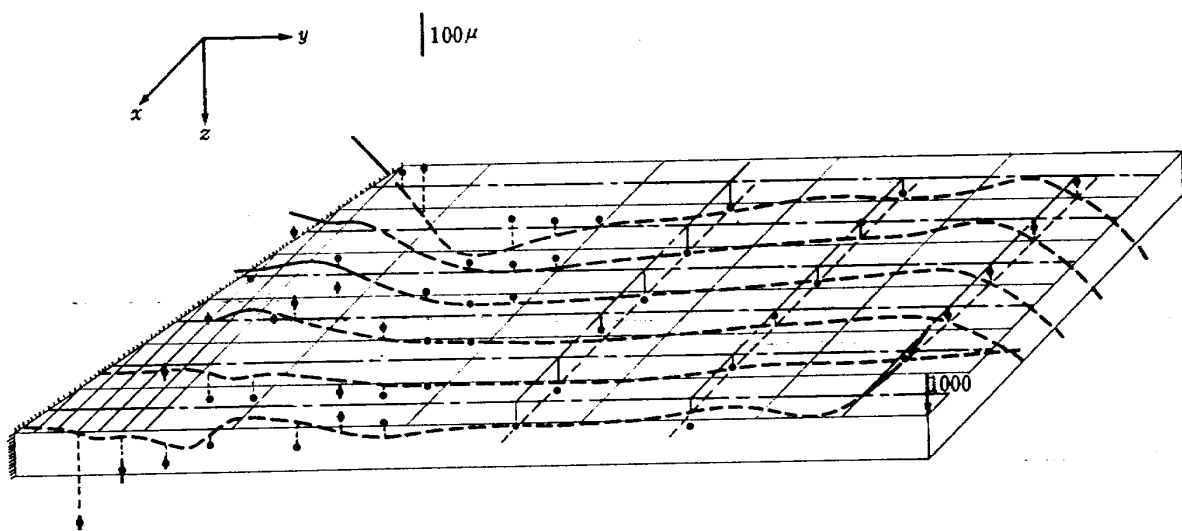


図 21-2 模型 No. 2 ϵ_x

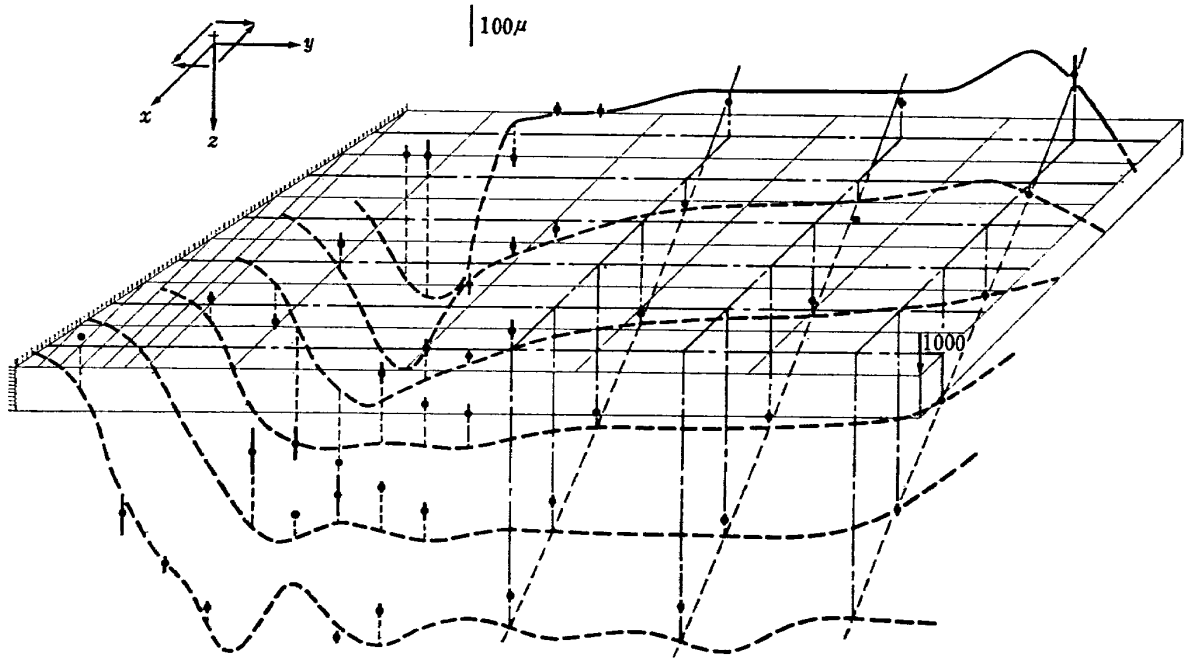


図 21-3 模型 No. 2 γ_{xy}

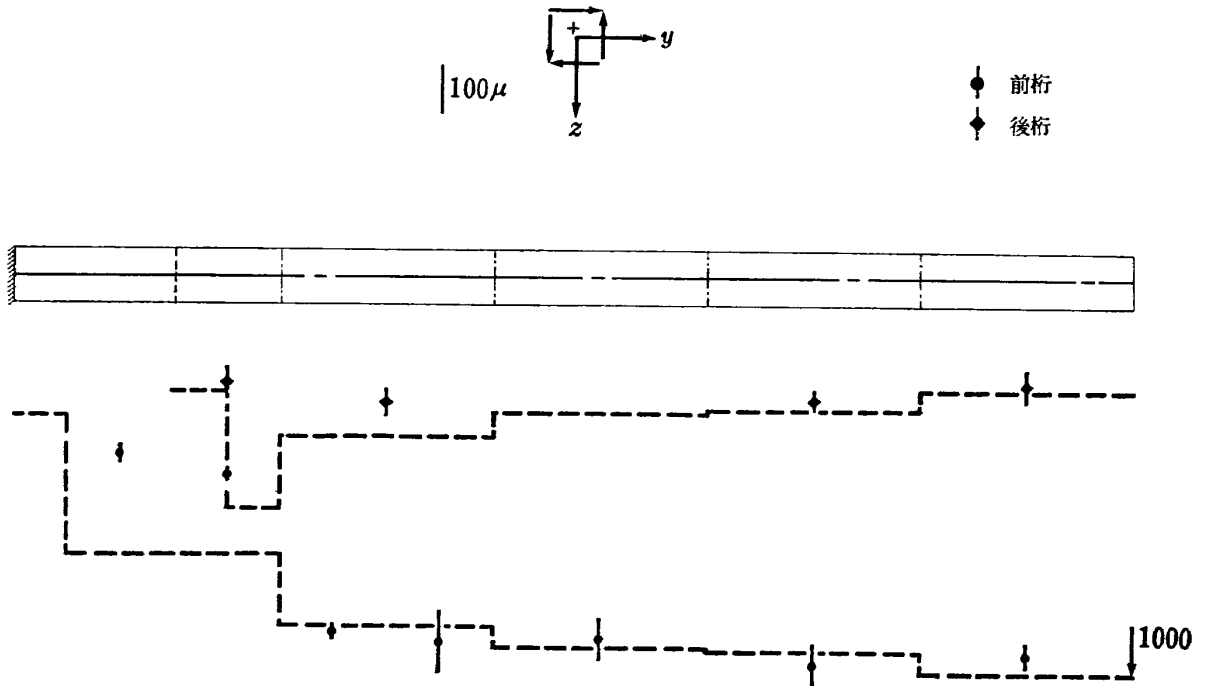


図 21-4 模型 No. 2 γ_{yz}

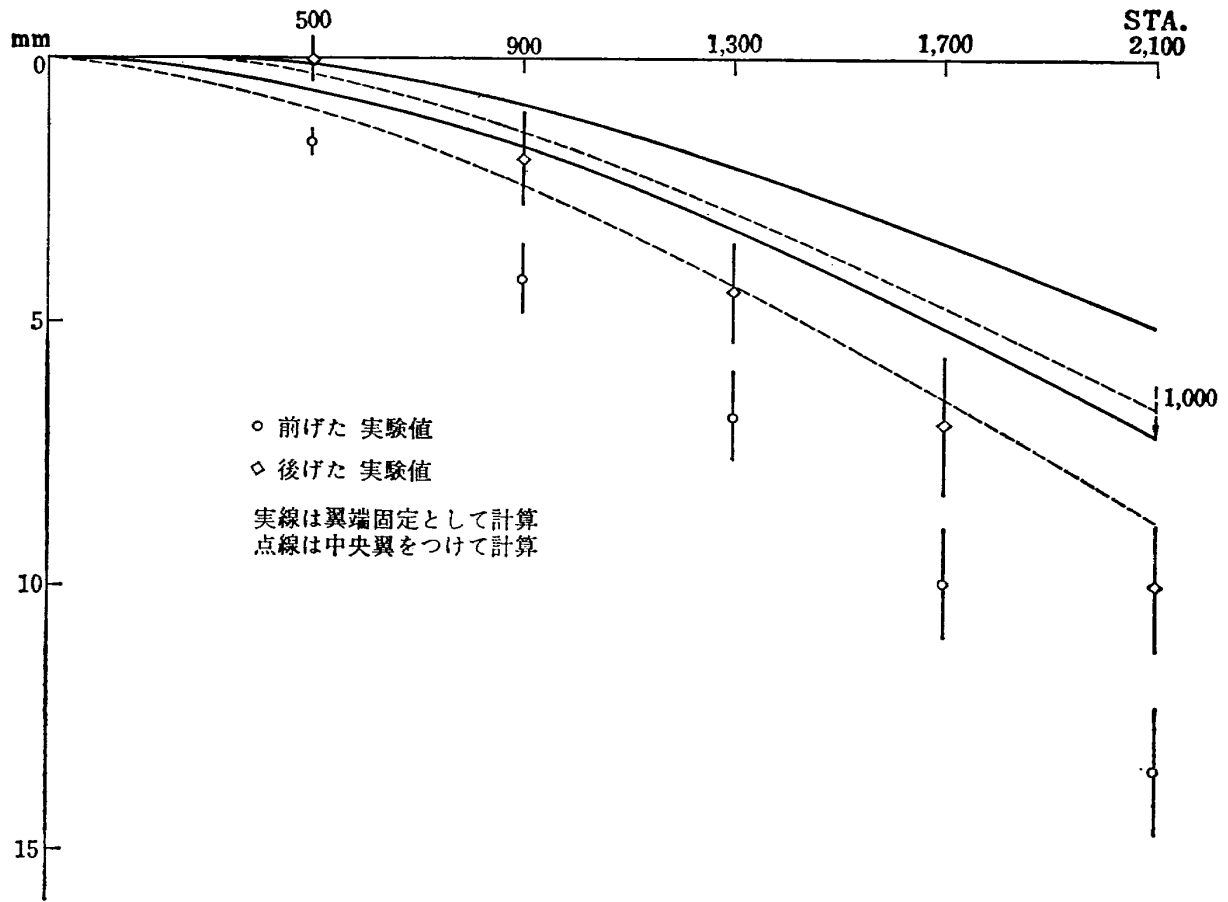


図 21-5 模型 No. 2 たわみ

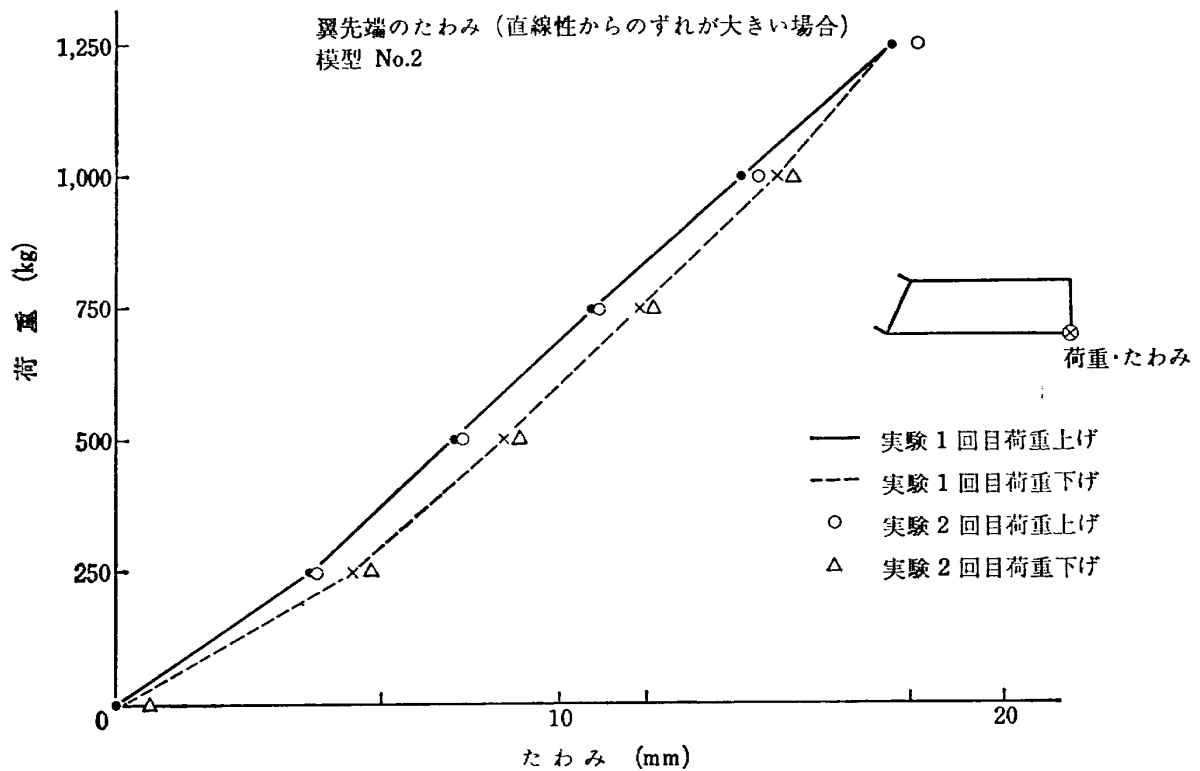


図 21-6 荷重たわみ曲線

TR-184T	An Improved Method of Designing and Calculating the Minimal Wave Drag Configuration by Supersonic and Moment of Area Rules	Oct. 1969	Kenneth K. Yoshikawa
TR-185	FRP ロケットノーズコーンの赤外線幅射による加熱実験 Thermal Characteristics of FRP Rocket Nosecone	1969年11月	小川 鉦一, 遠藤 修司
TR-186	ロケット搭載用伝送線路型アンテナの解析 The Analysis on Transmission-line Rocket Antennas	1969年12月	田畑 浄治, 桜井 善雄 三浦 雅男, 松崎 良継 塚本 憲男
TR-187	ホール効果を用いた地磁気式姿勢計の研究 A Magnetic Attitude Measuring Instrument Applying the Holl Effect	1969年12月	木村 茂, 田畑 浄治 松崎 良継
TR-188	浮動型1自由度積分ジャイロの不等弾性誤差 Analysis of the Anisoelastic Errors of a Floated Single Degree of Freedom integrating	1970年1月	大月 正男, 新宮 博公 田畑 浄治, 鈴木 孝雄 円居 繁治
TR-189	誘導制御を含んだロケットの運動のハイブリッドシミュレーション The Hybrid Simulation of Guided and Controlled Flight of Rocket	1970年1月	奥石 肇, 中 正夫 森 英彦, 大石 晃造 冠 昭夫, 本間 幸造
TR-190	超音速における鈍い物体の干渉 Interaction of Blunt Bodies in Supersonic Flow	1970年2月	谷 喬, 河本 巖 榊原 盛三, 野田 順一
TR-191	Nearly-Free-Molecule-Flow の物体の抵抗 Drag Measurement in Nearly-Free-Molecule Flow Regime	1970年2月	恩地 瑛, 山本 稀義
TR-192T	Transient Couette Flow of Rarefied Binary Gas Mixtures	Mar. 1970	Kathuhisa Koura
TR-193	サーボ弁の非線形流量特性を考慮した油圧サーボ系のシミュレーション研究 Simulation Study of Hydraulic Servo System with Consideration of non-linear flow characteristic of Servo Valve	1970年3月	奥石 肇, 鈴木 崇弘 中村 光義
TR-194	直接式誘導法を用いた誘導システムの誤差—観測および制御システムの誤差の影響— —The Effects of the Navigation and Control Systems on the Guided Trajectories—	1970年5月	松島 弘一, 新田 慶治 大坪 孔治, 志 甫 徹

航空宇宙技術研究所資料195号

昭和45年5月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)44-9171(代表) 182

印刷所 一誠社総合印刷株式会社
東京都武蔵野市御殿山1-6-10
