

UDC 533.6.013.12:  
533.692

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-198

低マッハ数における翼型の翼型抗力の計算

河崎俊夫・石田洋治

1970年5月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

## 既 刊 報 告

TR-176	軸流回転機の翼の振動について (I) 固有振動数、振動形および振動応力分布 On the Vibration of Turbomachine Blades (I) Natural Frequency Mode and Stress Distribution	1969年7月 宮地敏雄, 星谷昌二 祖父江靖, 網干三郎 岩部柱相, 武田克己
TR-177	固体ロケットモータの推力大きさ制御の研究 —特性と小型モータによる実験— Thrust Magnitude Control of Solid Rocket Motors —Characteristic Analysis and Small Motor Tests—	1969年7月 五代富文, 湯沢克宜 伊藤克弥, 西村久雄
TR-178	測度最大の可制御領域を与える二次形式評価 関数の最適重みマトリックスに対する必要条件 Necessary Conditions for the Optimal Weighting Matrices of Quadratic Performance Index to Maximize the Measure of the Contrallable Set	1969年7月 川幡長勝
TR-179	テフロンの非定常アブレーションの測定 Measurements of Transient Ablation of Teflon	1969年8月 野村茂昭
TR-180	鈴鹿山脈付近における乱気流の観測 Measurements and Analysis of Atmospheric Turbulence over the Suzuka	1969年8月 竹内和之, 小野幸一 山根皓三郎, 岡遠一 外崎得雄
TR-181	振動翼における表面非定常圧力の測定 —失速フラッタの研究(III)— Unsteady Surface Pressure on an Oscillating Aerofoil at High Mean Angles of Attack with Special Reference to Stall Flutter	1969年8月 中村泰治, 磐貝紘二 江尻宏
TR-182	点束縛のある板の振動について On the Natural Vibration of Plates Restrained at Several Points	1969年9月 塙武敏, 多田保夫 泉日出夫, 越出慎一
TR-183	軸流圧縮機動翼取付部の強度についての実験的研究 —隙間のあるピン接合部— Experimental Investigation of Strength of Axial Flow Compressor Blade Root —Pin Joint Lug having Clearance between Pin and Pin Hole—	1969年9月 池田為治, 山岸崇
TR-184	An Improved Method of Designing and Calculating the Minimal Wave Drag Configuration by Supersonic and Moment-of-Area Rules	1969年10月 Kenneth K. Yoshikawa
TR-185	FRP ロケットノーズコーンの赤外線輻射による加熱実験 Thermal Characteristics of FRP Rocket Nosecone	1969年11月 小川鑑一, 遠藤修司
TR-186	ロケット搭載用伝送線路型アンテナの解析 The Analysis Transmission-line Rocket Antennas	1969年12月 田畠淨治, 桜井善雄 三浦雅男, 松崎良継 塚本憲男
TR-187	ホール効果を用いた地磁気式姿勢計の研究 A Magnetic Attitude Measuring Instrument Applying the Hall Effect	1969年12月 木村茂, 田畠淨治 松崎良継
TR-188	浮動型1自由度積分ジャイロの不等弾性誤差 Analysis of the Anisoelastic Errors of a Floated Single Degree of Freedom Integrating	1970年1月 大月正男, 新宮博公 田畠淨治, 鈴木孝雄 円居繁治

# 低マッハ数における翼型の翼型抗力の計算\*

河崎俊夫\*\*・石田洋治\*\*

## A Calculation of the Profile Drag of Airfoils at Low Mach Numbers

By Toshio KAWASAKI and Yoji ISHIDA

A method for calculating the profile drag of airfoils at low Mach numbers is presented. In this method the calculated or experimental pressure distributions on airfoils must be given in advance. The method consists of 1) calculation of laminar boundary layer by Thwaites' method, 2) prediction of instability point by Schlichting-Urtich's correlation curve, 3) prediction of transition point by Granville's correlation curve, 4) calculation of turbulent boundary layer by Head's method, and 5) calculation of wake by means of the Squire-Young relation. The procedure that predicts the instability point first and then predicts transition point seems to be more reasonable from the physical point of view.

In this method, an approximate treatment of laminar separation bubbles which occur near the leading edge of airfoils was also studied. It was shown that an approximation is reasonable, at least to the "short bubbles".

Profile drag has been calculated by this method for several airfoils at various lift coefficients and Reynolds numbers. Comparison of the results with available experimental data show good agreement. The error based on calculated drag values is 3.7%.

### 1. 序

翼型の翼型抗力を正確に知ることは、翼型の設計上きわめて重要である。実験的に抵抗の値を正確に求めることはもちろん必要であるが、理論的にかなりよい精度で翼型抗力が評価できることも、非常に望ましいことである。このような要求から翼型抗力を近似的に計算する式が、いくつか与えられた<sup>1)</sup>。しかし、これらの方法では乱流境界層の運動量厚の計算においてあらじ近似を用いているので、運動量厚が精度よく求められないために、翼型抗力が正確に計算されないという欠点があった。

最近 Cebeci と Smith<sup>2)</sup>は、現在存在している境界層理論を組合させて翼型抗力を計算する方法を発表した。その方法は、1) 層流境界層、2) 遷移の判定、3) 乱流境界層、それに 4) ウエークの四つの部分から成立っている。1) については Thwaites<sup>3)</sup> の方法、2) は Michel<sup>4)</sup> の曲線、3) は Head<sup>5)</sup> の方法、そして 4) は Squire と Young<sup>6)</sup> の方法がそれぞれ用い

られた。この計算法を用いて Cebeci et. al は多くの翼型の抵抗を計算して実験結果と比較し、その精度について詳しく検討した。それによると計算された抵抗値の精度は、遷移点の位置に大きく依存し、実験的に決定された遷移点を用いて計算した結果は実験値とよく一致するが、理論的に（すなわち Michel の曲線を用いて）決定された遷移点を用いると、計算結果は実験値よりかなり低くなる。そして後者の場合には、計算結果を 1.1 倍すると実験値とよく一致することが示された。

Cebeci と Smith の方法は、実験結果とよく一致する結果を与えることと、翼型抗力を計算する場合の方法と問題点を提示したことにおいてすぐれているが、次の点で不満がある。

i) 遷移点の判定法は Michel の曲線を用いているが、これによると「レイノルズ数の増加とともに翼面上の遷移点は前縁に向かって移動する」という実験的事実が必ずしも十分に反映されない。

ii) i) と関連して、計算された抵抗値が実験値と比較してかなり低くなるために、実験値との一致をよくするために係数 1.1 をかけなければならない。

\* 昭和 45 年 4 月 3 日受付

\*\* 空気力学第二部

- iii) 乱流境界層の計算において用いられる補助式が複雑である。

本報告は以上の点を改良することを目的としている。したがって、遷移点の判定法と乱流境界層の補助式を除くほかの計算法は、Cebeci と Smith のものと同じである。遷移点の判定法は、Schlichting の教科書<sup>7)</sup>に与えられたものを用いた。これによれば上記 i), ii) の問題点は十分よく解決される。計算された抵抗値は適当な修正係数などをかけることなしに、実験値とよく一致する。また、乱流境界層の補助式は、Patel と Green<sup>8)</sup>によって提唱されたものを用いた。

本報告ではさらに、層流はく離が生じた場合の Cebeci et al の仮定（層流はく離が起つたら、そこからただちに乱流境界層が始まる）の妥当性を、いわゆる「短いはく離バブル」現象のデータを基にして検討した。

## 2. 記号

$U$	境界層外の速度
$U$	無次元速度 ( $=U/U_\infty$ )
$U_\infty$	自由流の速度
$u$	境界層中の速度
$c$	翼弦長
$x, s$	前方よどみ点から表面に沿って測った距離
$x$	無次元長さ ( $=x/c$ )
$y$	壁から垂直に測った距離
$\delta$	境界層の厚さ
$\bar{\delta}$	無次元境界層厚さ ( $=\delta/c$ )
$\delta^*$	排除厚 ( $=\int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$ )
$\theta$	運動量厚 ( $=\int_0^\infty \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$ )
$\bar{\theta}$	無次元運動量厚 ( $=\theta/c$ )
$\theta_\infty$	ウェークの運動量厚
$\bar{\theta}_\infty$	ウェークの無次元運動量厚 ( $=\theta_\infty/c$ )
$H$	形状形数 ( $=\delta^*/\theta$ )
$\Delta H$	遷移点における形状係数の不連続変化量
$R_c$	レイノルズ数 $U_\infty c / \nu$
$R_{\delta^*}$	レイノルズ数 $U_\infty \delta^* / \nu$
$R_\theta$	レイノルズ数 $U_\infty \theta / \nu$
$R_x$	レイノルズ数 $U_\infty x / \nu$
$\nu$	動粘性係数
$\alpha$	迎角
$C_f$	表面摩擦係数
$C_L$	翼型の揚力係数

$C_L$  翼型の揚力係数

添字

$sp$  はく離点

$i$  不安定点

$t$  遷移点

$T$  翼後縁

## 3. 計算法

翼型抗力を計算する際に広く用いられる公式は、Squire と Young によって与えられた。それによると、翼型抗力を計算するためには、翼後縁における境界層の運動量厚と、形状係数および後縁における境界層外の速度とを知ることが必要である。そのためには翼の前方よどみ点から始まる翼上下面の境界層の成長が、正確に評価できなければならない。翼表面上の境界層は一般に、よどみ点から層流境界層として発達し、やがて境界層内の微少擾乱が増幅され始める不安定点に達し、そこからある距離において増幅された擾乱の振動が高い振動数を持つ、不規則な振動へと変化する点、すなわち遷移点に到達する。その後は乱流境界層となって成長を続け、 $C_L$  の値がおだやかで圧力上昇が厳しくないならば、はく離を起すことなく後縁に達する。後縁からはウェークが発達する。計算法はこの境界層の成長に従って、次のように分けられる；i) 層流境界層、ii) 不安定点の判定、iii) 遷移点の判定、iv) 乱流境界層、v) ウェーク。以下おののについて述べる。

### 3.1 層流境界層

層流境界層の計算は、Thwaites の方法を用いる。それによれば運動量厚  $\theta$  は

$$\left(\frac{\theta}{c}\right)^2 = \frac{0.45}{R_c \cdot (U/U_\infty)^6} \int_0^{x/c} \left(\frac{U}{U_\infty}\right)^5 d\left(\frac{x}{c}\right) \quad (1)$$

から計算される。形状係数  $H$  は、パラメータ  $K$

$$K = -\frac{\theta^2}{\nu} \frac{dU}{dx} = -R_c \cdot \bar{\theta}^2 \frac{dU}{dx} \quad (2)$$

の関数として与えられる。

層流はく離は、 $K=+0.09$  すなわち

$$\left(\frac{\theta}{c}\right)_{sp} = \left\{ \frac{-0.09}{R_c \cdot dU/dx} \right\}^{\frac{1}{6}} \quad (3)$$

で与えられる。はく離点では  $H=3.55$  である。本報告においても、層流はく離が起ると、そこからただちに乱流境界層が始まる仮定する。

### 3.2 不安定点の判定

前方よどみ点から始まる層流境界層がある程度発達

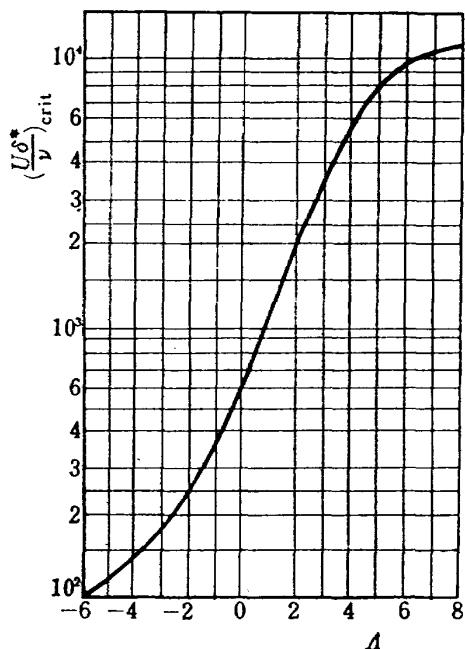


図 1 不安定点判定曲線

すると、境界層内の微小擾乱が増幅され始まる点（不安定点）に達する。その判定条件は<sup>7)</sup>排除厚さのレイノルズ数  $(R_{\delta^*})_i$  と、形状パラメータ  $A (= R_c \cdot \delta^* \cdot (dU/dx))$  の相関曲線（図 1）によって与えられる。本報告では図 1 の曲線を次の式で近似した。

$$\left. \begin{aligned} \log_{10}(R_{\delta^*})_i &= 2.810 + 0.244A \\ &\quad + |A+0.5|^2(0.033 - 0.0021 \cdot |A+0.5|) \end{aligned} \right\} \quad A < -0.5 \\ \left. \begin{aligned} \log_{10}(R_{\delta^*})_i &= 2.810 + 0.244A \quad -0.5 \leq A \leq 3.1 \\ \log_{10}(R_{\delta^*})_i &= 2.810 + 0.244A \end{aligned} \right\} \quad A > 3.1 \quad (4)$$

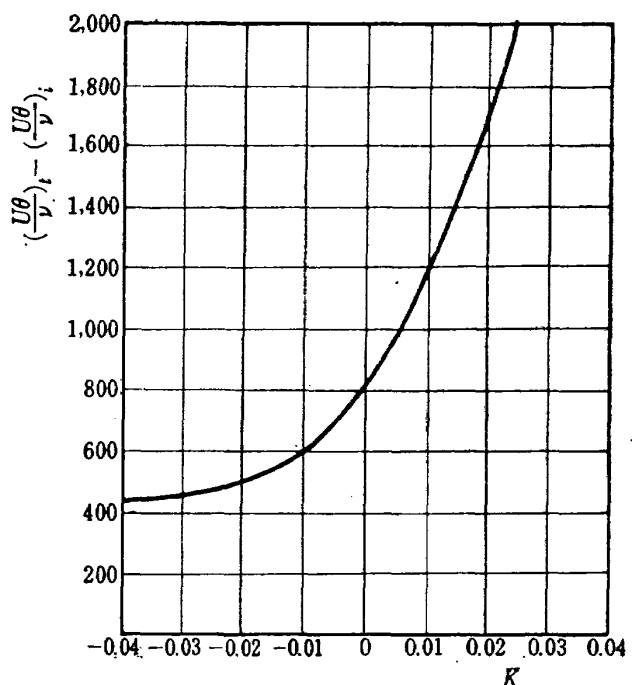


図 2 遷移点の判定曲線

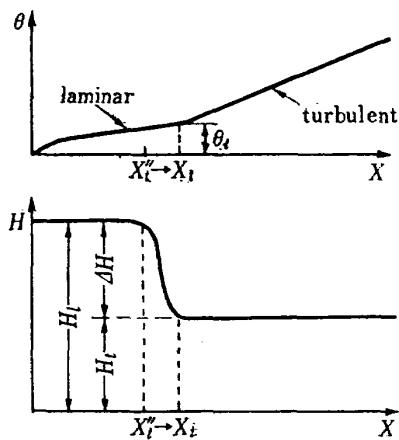
### 3.3 遷移点の判定

不安定点を過ぎても、ただちに遷移が起るわけではなく、その間に擾乱が増大する距離が必要である。これは<sup>7)</sup>、不安定点と遷移点における運動量厚レイノルズ数の差  $(R_\theta)_t - (R_\theta)_i$  と、形状パラメータ  $K' (= -K)$  の平均値  $\bar{K}$ ,

$$\bar{K} = \frac{1}{\bar{x}_t - \bar{x}_i} \int_{\bar{x}_i}^{\bar{x}_t} K'(x) dx \quad (5)$$

との相関曲線によって与えられる（図 2）。本報告ではこの曲線を次の式で近似した。

$$\begin{aligned} (R_\theta)_t - (R_\theta)_i &= 655 + 310(u-0.5) \\ &\quad + 210u(u-1) + 60u(u-1)(u-0.5) \end{aligned} \quad (6)$$

図 3 遷移点における形状係数の不連続量  $\Delta H$

ここに、

$$u=1+\bar{K}/0.02$$

である。

運動量厚  $\theta$  は遷移点で連続であると仮定する。形状係数  $H$  は、遷移点で  $\Delta H$  だけ不連続的に変化するものとする。 $\Delta H$  は Truckenbrodt の実験的な関係(図 3)によって与えられる<sup>9)</sup>。

### 3.4 乱流境界層

乱流境界層の計算は、Cebeci と Smith の方法と同様に、Head の方法を用いて行なう。この方法は比較的広い範囲の境界層に対して、よい結果を与えることが報告されている<sup>9)</sup>。さて、乱流境界層の運動量積分方程式は、

$$\frac{d\theta}{dx} + (H+2) \frac{\theta}{U} \frac{dU}{dx} = \frac{C_f}{2} \quad (7)$$

である。境界層外の速度  $U$  が与えられれば、(7) 式は  $\theta$ ,  $H$  および  $C_f$  に関する式となる。それゆえ方程式が解かれるためには、 $H$  と  $C_f$  に対する補助式が必要である。 $C_f$  に対しては、Ludwieg-Tillmann<sup>10)</sup> の式、

$$C_f = 0.246 \exp(-1.561 H) R_s^{-0.268} \quad (8)$$

を用いる。 $H$  に対しては、Head のエントレメント理論にもとづく関係式

$$\frac{1}{U} \frac{d}{dx}(U\theta H_1) = F(H) \quad (9)$$

を用いる。ここで、

$$H_1 = (\delta - \delta^*)/\theta \quad (10)$$

であり、 $H_1$  と  $H$  の間には

$$H_1 = G(H) \quad (11)$$

なる関係がある。関数  $G(H)$ ,  $F(H)$  は、ここでは

$$G(H) = 2H/(H-1) \quad (12)$$

$$F(H) = 0.025H - 0.022 \quad (13)$$

で与えられる。(12) 式は Patel<sup>8)</sup>によって境界層の速度分布が幂乗法則、 $u/U = (y/\delta)^{1/n}$  で与えられる場合に対して導かれたもので、 $H \leq 2.2$  の範囲では Head の実験曲線とよく一致する(図 4)。(13) 式は Green<sup>8)</sup>によって図 5 に示したようなクロスプロットによって導かれたもので、同じく  $H \leq 2.2$  に対して妥当なものである。(7) から (13) までの式は、 $\theta$  と  $H$  の連立方程式として解くために十分な方程式系を

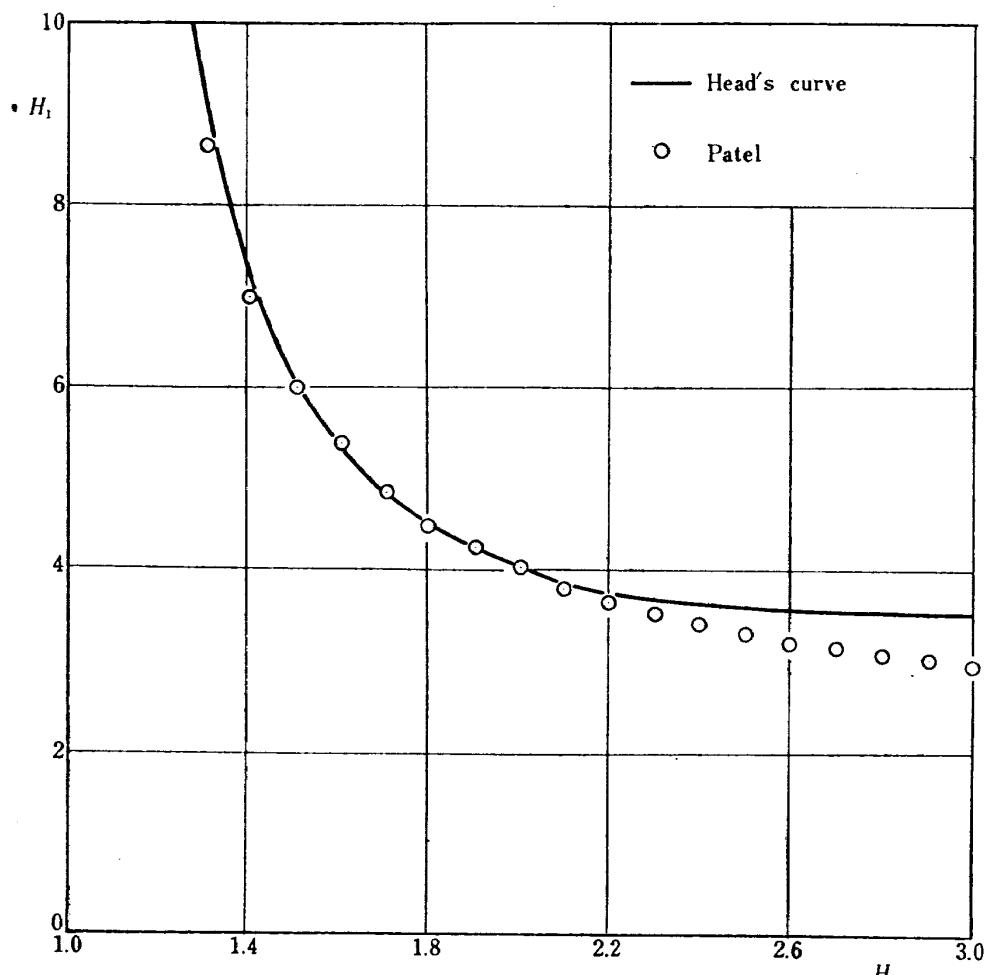
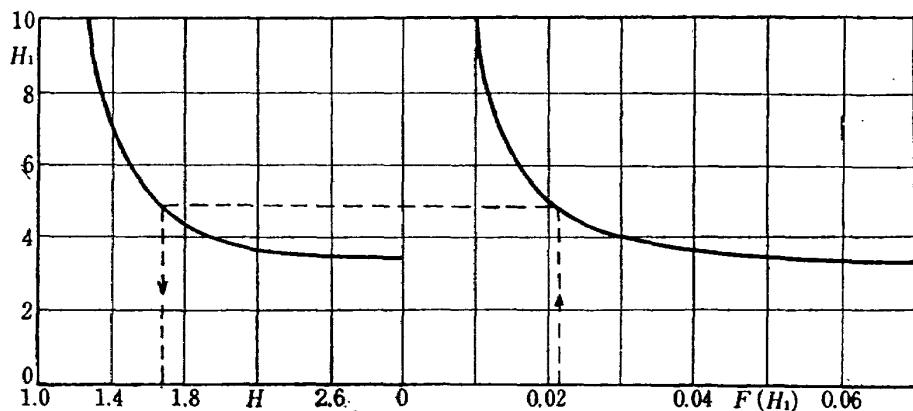


図 4  $H \sim H_1$  の曲線

図 5  $F(H) \sim H$  の関係を求めるためのクロスプロットの図

与える。

### 3.5 ウェーク

翼型抗力  $C_D$  は、

$$C_D = 2\bar{\theta}_\infty \quad (14)$$

によって与えられるが、 $\bar{\theta}_\infty$  を求めるためにウェークの計算が必要となる。ここで  $\bar{\theta}_\infty$  はウェークの運動量厚である。ウェークでは表面摩擦が 0 になることに注意して (7) 式を積分し、実験的に導かれた一つの関係を用いることにより、Squire と Young は、

$$\frac{1}{2} \bar{\theta}_\infty = \bar{\theta}_T U_T \frac{H_T + b}{2} \quad (15)$$

を導いた。したがって、(14) と (15) とから

$$C_D = 2 \sum \bar{\theta}_T U_T \frac{H_T + b}{2} \quad (16)$$

となる。ここでは  $\Sigma$  上面と下面の和を示す。

(16) 式からわかるように、翼型抗力は後縁における運動量厚と形状係数のほかに、後縁における速度にも依存するので、理論的なポテンシヤル流の速度分布を用いるときには注意が必要である。なぜならポテンシヤル流理論によれば、有限な後縁角の場合には後縁は常によどみ点になり、速度が 0 になってしまうので (16) 式が無意味になってしまうからである。したがって、この場合には粘性を考慮して後縁における速度を適当な方法で修正することが必要となる。本報告では、後縁付近（たとえば 95% 弦長点）の速度を直線的に後縁まで外そうした値をもって後縁における速度の値とした。このような操作による誤差は、文献 2) の評価法によれば小さいと考えられる。

### 4. 層流はく離

本計算法で翼型面上の境界層を計算していくと、層流から乱流への遷移の前に「層流はく離」が判定されることが生じる。特に比較的揚力係数  $C_L$  が大きいときに前縁付近で生じることが多い。この場合はいわ

ゆる前縁はく離現象を反映しているものと考えられる。前縁付近での層流はく離は通常翼型の失速現象、特に前縁失速と薄翼失速に関連して起るものであって、翼型の設計では重要な問題の一つである。層流はく離後の境界層流れには二つの型があることが知られている。それははく離点における排除厚さのレイノルズ数  $R_{st}$  によって区別される。 $R_{st}$  がおよそ 500 以上ならば、はく離した境界層は遷移を起して乱流になり、乱流混合によって再び表面に付着するのであり、このはく離した流れの下には通常層流はく離バブルとよばれるものが存在している。その弦長方向の拡がりは、たしかに弦長の 1% のオーダーであり、したがって「短いバブル」と呼ばれる。一方、 $R_{st} < 500$  ならば短いバブルは形成されず、長いバブル（その弦長方向の拡がりは低迎角で形成される時には弦長の数 % であるが、迎角の増加とともに急速に大きくなる）が形成される（谷、Owen & Klanfer の判定条件）。

翼型の抵抗を計算する立場からは、これら二つのバブルの出現が、圧力分布（すなわち境界層外の速度分布）にどのような影響を及ぼすかが一番問題である。これまでなされた解析（たとえば、Crabtree<sup>19)</sup> や谷<sup>20)</sup>によれば、短いバブルの出現は非常に限られた領域を除いては、付着流の場合の翼面上の圧力分布にほとんど影響を及ぼさない。それゆえ翼型の揚力、抗力およびピッチングモーメントにはほとんど影響を及ぼさないであろう。一方、長いバブルの出現は圧力分布を付着流のそれとは全く異なったようにする。すなわち前縁付近の鋭い最大負圧は実現されず、レベルの低い平らな負圧がバブルの長さにわたって広がっている。

上の事実から、層流はく離が起った時に短いバブルが形成されるような場合 ( $R_{st} > 500$ ) には、非粘性流理論による圧力分布を用いて境界層の計算を行ない、翼型抗力を求めることが第一近似として許されること

がわかる。短いバブルの出現は乱流境界層を発生させるための手段にすぎないのであり、それは通常の遷移現象の特別な場合であると考えるのである。この考え方から Cebeci と Smith のように、層流はく離が起るとただちにそこから乱流へ遷移するという仮定が導かれる。その際運動量厚  $\theta$  は連続であるとし、形状係数は通常の遷移の場合と同じく

$$H=3.55-\Delta H \quad (17)$$

のように  $\Delta H$  だけ不連続的に変化すのものとする。ここではく離点においては  $H=3.55$  とし、 $\Delta H$  は Truckenbrodt の実験的曲線（図 3）を使って求めるものとする。一方、長いバブルが形成される場合には、もはや非粘性速度分布を用いることは許されない。この場合には別のアプローチが必要となるので、本報告では取扱わないことにする。結局、本報告では層流はく離の取扱いを次のようにした。はく離点における  $R_{st}$  が 500 以上ならば、上記の取扱い方で境界層の計算を進める。 $R_{st}$  が 400 以下ならば、長いバブルが発生したものと見なして計算をやめる（実際はこの場合には上記の取扱い方で計算を進めることができない。なお、400 という値は、短いバブルが存在しないような  $R_{st}$  の上限として選んだ。 $400 < R_{st} < 500$  に対しては、短いバブルも長いバブルも存在する。それに対応して計算がうまく行ったり失敗したり

するようである）。

このような層流はく離の近似的取扱い方の妥当性は、それを用いてはく離バブルを含む領域での境界層のふるまいを計算することによって確かめられる。図 6 は NACA 64 A 006 翼型の前縁付近の速度分布を示す<sup>13)</sup>。実験的速度分布、変形された実験的速度分布および非粘性速度分布の三つが示されている。図 7 はこの速度分布を用いて計算した形状係数のふるまいを示す。はく離点以後の  $H$  を示してある ( $H$  の一番初めの値は (17) 式から求めたものである。後出の図 9 の場合も同じ)。実験的速度分布と非粘性速度分布に対するはく離位置が異なっているが、それは速度分布の差異によるものである。しかし  $H$  のふるまいは両者の速度分布に対して著しい差異はなく、はく離後急激に減少し 1.7~1.8 まで下った後、再びゆるやかに上昇してピークに達し、以後ゆるやかに減少するという傾向を示している。このような  $H$  のふるまいの傾向は実験的に求められたもの<sup>17)</sup>とよく一致している。また  $s/c=.008$  以後では三つの速度分布に対して計算された  $H$  の値はほとんど一致している。このことは、はく離バブルの発生による速度分布の変化の影響が、すでにこの領域では消失していることを示すものと考えられる。

図 8 は RAE 101 翼型の速度分布<sup>18)</sup>を示す。二つの

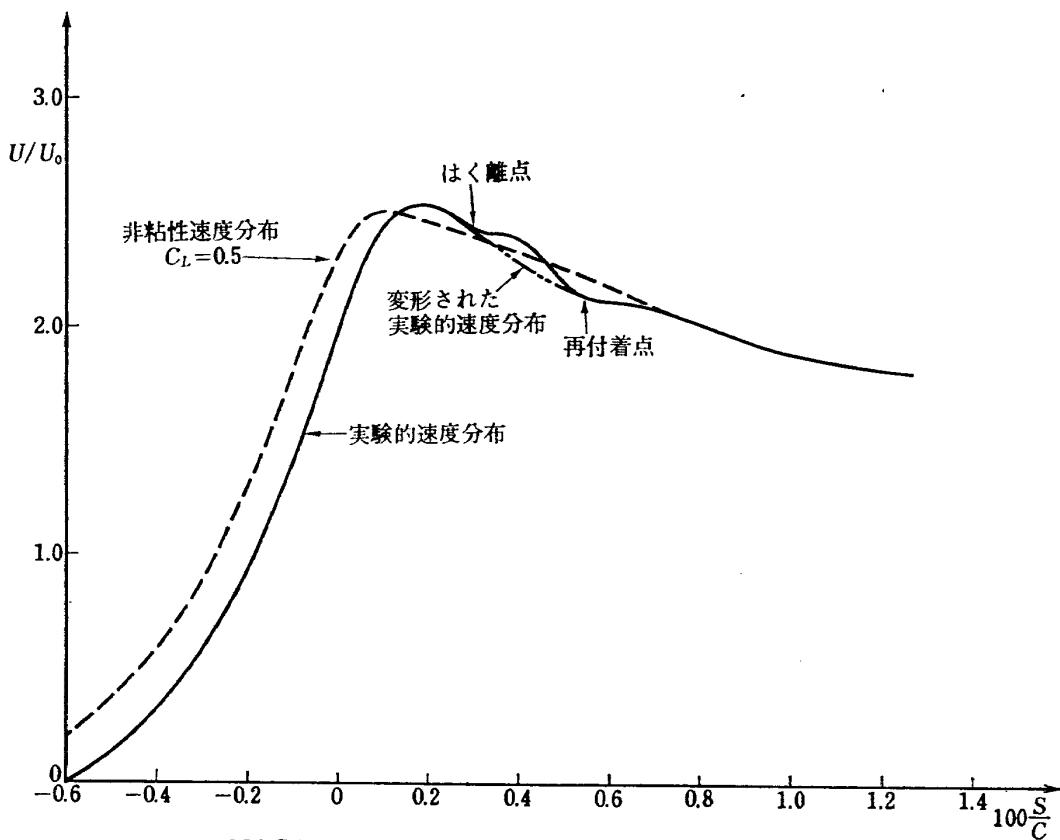


図 6 NACA 64 A 006 翼型速度分布；  $\alpha=4.50$ ,  $R_c=5.8 \times 10^6$

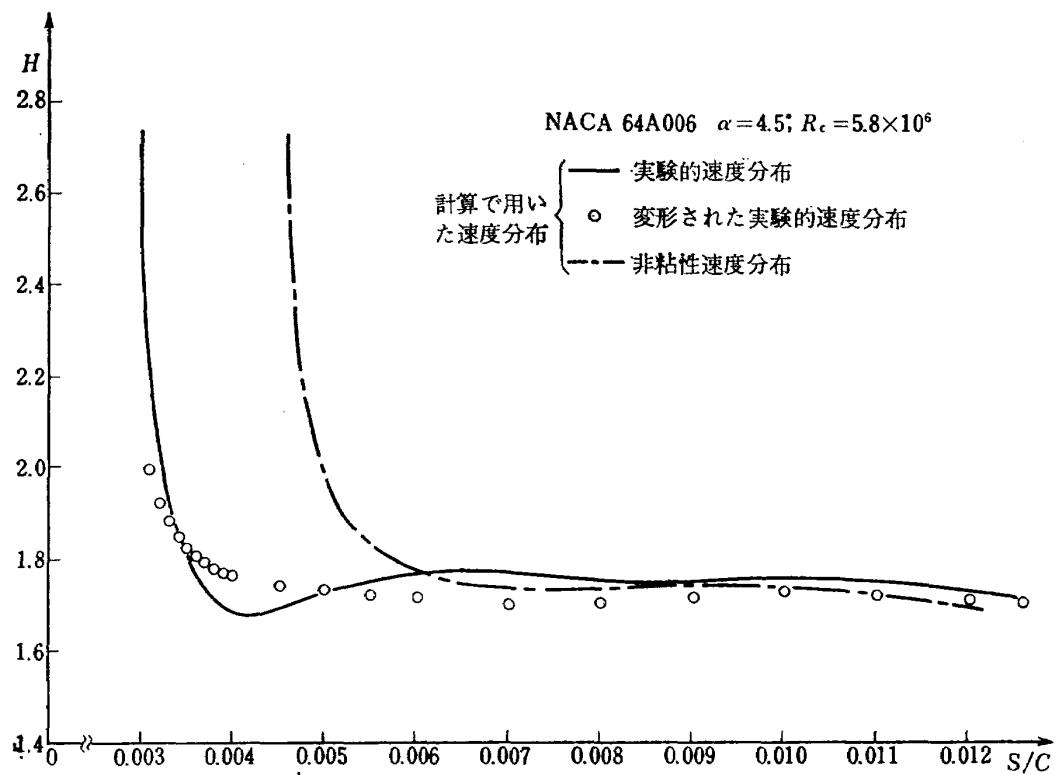


図 7 層流はく離バブルにおける形状係数の計算値

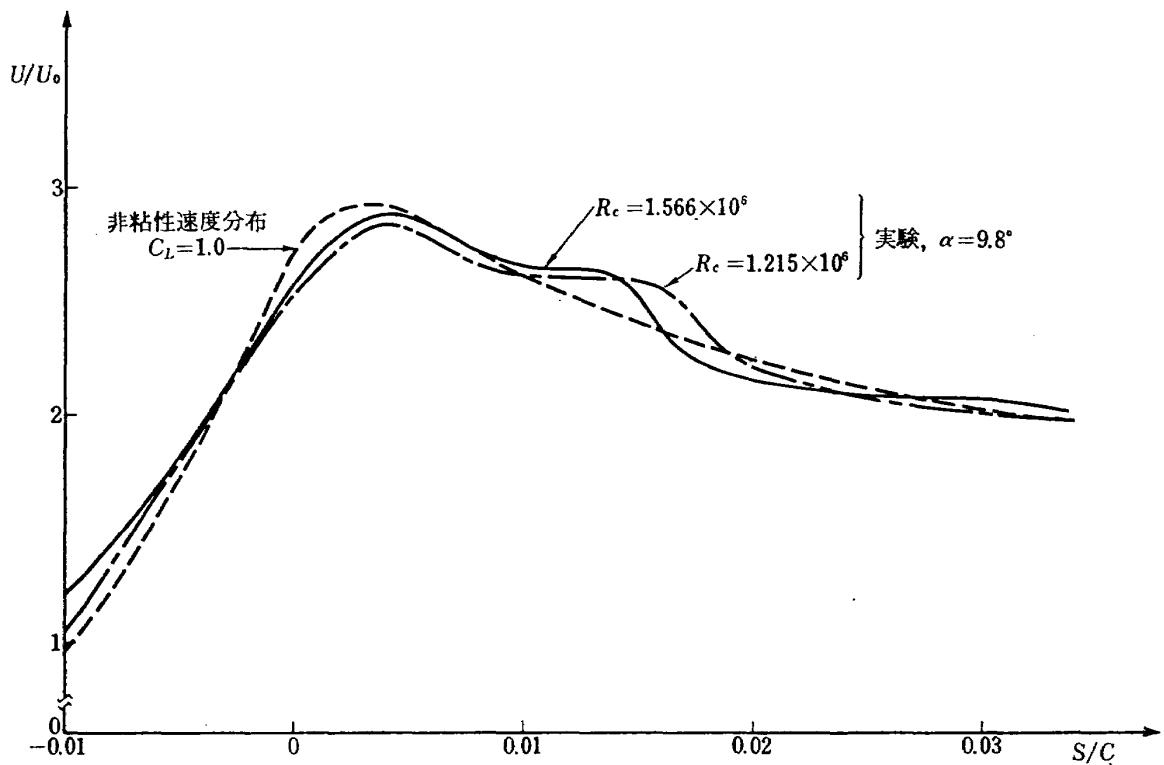


図 8 RAE 101 翼型の速度分布

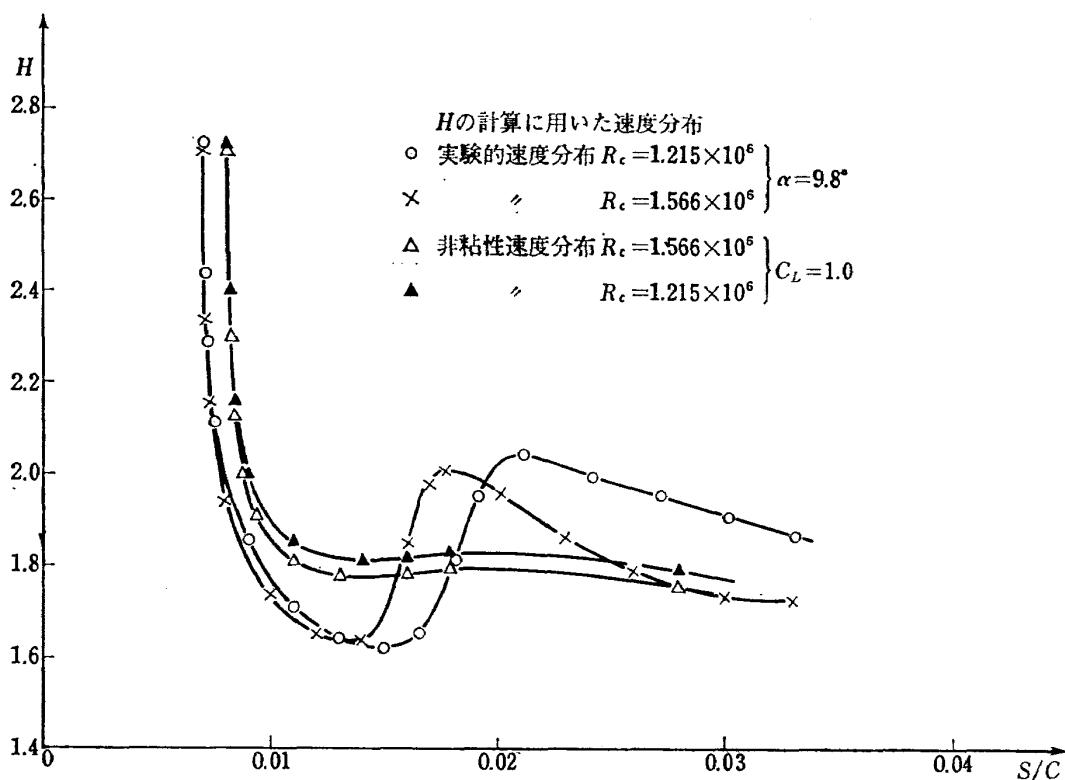


図 9 層流はく離バブルにおける形状係数の計算値 (RAE 101 翼型)

実験的速度分布 ( $\alpha=9.8^\circ$ ,  $R_c=1.215 \times 10^6$  と  $1.566 \times 10^6$ ) と、非粘性速度分布 ( $C_L=1.0$ ) が示されている。これらの速度分布に対して  $H$  を計算すると図 9 のようになる。ここでも同じくはく離後の  $H$  を示してある。二つの実験的速度分布に対しては  $H$  ははく離後急激に減少し、その後再び上昇してピークに達し、以後なだらかに減少する。すでに述べたように、このような  $H$  のふるまいは実験的に求められたものとよく一致する。 $R_c=1.215 \times 10^6$  の場合、ピーク後の  $H$  の下がり方がゆるやかなのは、この場合ははく離バブルが長いバブルに近いものであることにに対応していると考えられる。非粘性速度分布に対しては  $H$  のふるまいは変化にとぼしい。バブルの占める領域においては両者の  $H$  のふるまいは一致していないが、バブル位置からすこし離れた所 ( $s/c=0.03$ ) では非常によく一致している ( $R_c=1.215 \times 10^6$  の場合は別である)。このことはやはり、バブルの影響が限られたものであることを示している。

以上の 2 例から、短いバブルの発生による速度分布の変化の影響は、バブルの広がり程度のせまい領域に限られており、それ以外の領域では非粘性速度分布を用いて境界層の計算をした場合とほとんど同じになることがわかる。このことから、上述の層流はく離が起

った場合の取扱い方が第一近似として妥当であるといえる。

## 5. 結果と検討

文献 2) の計算結果と比較するため、六つの翼型について翼型抗力の計算を行なった。その結果を表 1 に示す。そこでは翼型抗力の計算値と、理論的に決められた遷移点の位置とが比較されている。翼型抗力に関しては両者の一致は比較的良好であるが、若干異なっている結果もある。なお表 1 には実験的に求められた翼型抗力も<sup>11)</sup>示されている。ここで注意すべきことは文献 2) の計算結果は実験値との一致をよくするために、経験定数 1.1 をかけているということである。本報告の計算結果にはこのような定数をかけていない。

文献 2) の結果と本報告の結果の相違の理由としては、用いている境界層外速度分布の相違や、判定された遷移点位置の相違などがあげられる。速度分布のちがいは運動量厚のちがいをもたらし、そのちがいが遷移点位置の判定に効果を持つと考えられる。しかし、速度分布に関しては、既存の計算法の間に著しい精度の差があるとは考えられない。したがって速度分布の影響は、少なくとも層流部分に関しては小さいと考えてよい。遷移点の位置に関しては、その判定法のちが

表 1 翼型抗力係数と遷移点位置 (\* 印は層流はく離を示す)

翼型	レイノルズ数 $R_c \times 10^{-6}$	揚力係数 $C_L$	遷移点(理論値)				翼型抗力係数		
			Ref. 2		本方法		計算値 Ref. 2	$C_D \times 10^3$ 本方法	実験値 $C_D \times 10^3$
			$(X_{tr})_U$	$(X_{tr})_L$	$(X_{tr})_U$	$(X_{tr})_L$			
NACA 4412	3	-.211	.747	.028	.693	.013*	7.61	7.54	7.80
		-.0255	.667	.045	.628	.030*	7.13	6.92	7.10
		.190	.641	.097	.563	.073*	6.47	6.50	6.80
		.410	.484	.144	.487	.196	6.93	6.30	6.75
		-.211	.747	.028	.623	.013*	6.50	6.80	6.90
		-.0255	.667	.045	.560	.030*	6.14	6.35	6.45
	6	.190	.587	.080	.485	.073*	6.00	6.04	6.30
		.410	.484	.110	.426	.133	6.09	5.95	6.25
		-.211	.721	.028	.593	.013*	6.05	6.40	6.60
		-.0255	.641	.045	.525	.030*	5.76	6.00	6.20
		.190	.534	.080	.457	.066	5.73	5.71	6.05
		.410	.484	.093	.397	.113	5.67	5.73	6.00
NACA 23012	3	-.4	.661	.031	.60	.01*	8.05	8.05	8.30
		-.2	.483	.062	.47	.02*	7.92	7.70	7.85
		-.1	.425	.098	.42	.05	7.84	7.50	7.75
		0	.358	.20	.38	.31	7.62	6.50	7.75
		.1	.308	.452	.34	.41	6.69	6.25	6.60
		.2	.266	.570	.30	.51	6.55	6.10	6.50
		.4	.207	.708	.20*	.70	6.65	6.25	6.70
		.6	.166	.721	.16*	.80	7.38	6.60	7.30
		-.4	.600	.028	.48	.01*	7.18	7.40	7.50
	6	-.2	.450	.050	.37	.02*	7.06	7.14	7.35
		-.1	.392	.059	.32	.05	7.09	6.95	7.25
		0	.333	.075	.28	.085	7.13	6.92	7.10
		.1	.283	.422	.25	.31	6.00	6.20	6.15
		.2	.250	.521	.22	.41	5.87	6.04	6.15
		.4	.186	.708	.18	.58	5.83	5.90	6.20
		.6	.153	.721	.15	.72	6.48	6.00	6.42
		-.3	.590	.09	.56	.09	6.19	5.80	5.8
		-.2	.59	.32	.53	.17	4.84	5.35	5.5
NACA 64 <sub>1</sub> -012	9	0	.50	.50	.46	.46	4.21	4.25	4.2
		.2	.23	.58	.17	.53	5.30	5.35	5.0
		.4	.09	.60	.045	.58	6.10	6.16	6.2
		.6	.09	.67	.015	.61	6.80	7.00	7.0
		-.3	.68	.046	.59	.015*	6.35	6.29	6.2
		-.2	.64	.09	.57	.02*	5.86	6.05	6.0
		0	.60	.14	.53	.12	4.10	5.33	4.2
		.2	.59	.50	.46	.42	4.19	4.44	4.2
		.4	.37	.59	.19	.53	4.77	5.52	5.0
NACA 64 <sub>1</sub> -212	9	.6	.09	.65	.08	.55	6.72	6.62	6.9
		-.3	.68	.046	.64	.005*	6.60	6.41	6.9
		-.2	.68	.046	.62	.01*	6.32	6.05	6.5
		0	.65	.046	.57	.02*	5.85	5.64	5.8
		.2	.60	.14	.51	.095	5.20	5.30	4.9
		.4	.51	.50	.44	.42	4.27	4.55	4.5
NACA 64 <sub>1</sub> -412	6	.6	.37	.59	.22	.52	5.70	5.68	5.8
		-.3	.73	.046	.64	.005*	6.60	6.41	6.9
		-.2	.68	.046	.62	.01*	6.32	6.05	6.5
		0	.65	.046	.57	.02*	5.85	5.64	5.8
		.2	.60	.14	.51	.095	5.20	5.30	4.9
		.4	.51	.50	.44	.42	4.27	4.55	4.5
	6	.6	.37	.59	.22	.52	5.70	5.68	5.8
		-.6	.76	.036	—	—	7.35	—	7.30
		-.4	.614	.084	.54	.12	6.65	6.51	6.70
		-.2	.466	.194	.42	.20	6.30	6.18	6.00
		-1.6	.352	.200	.403	.235	5.95	6.10	5.95
		0	.300	.300	.31	.31	6.10	6.00	6.00
NACA 0012	6	.16	.200	.352	.235	.403	5.95	6.10	5.95
		.2	.194	.466	.20	.42	6.35	6.18	6.00
		.4	.084	.614	.12	.54	6.80	6.51	6.70
		.6	.036	.760	—	—	7.35	—	7.30

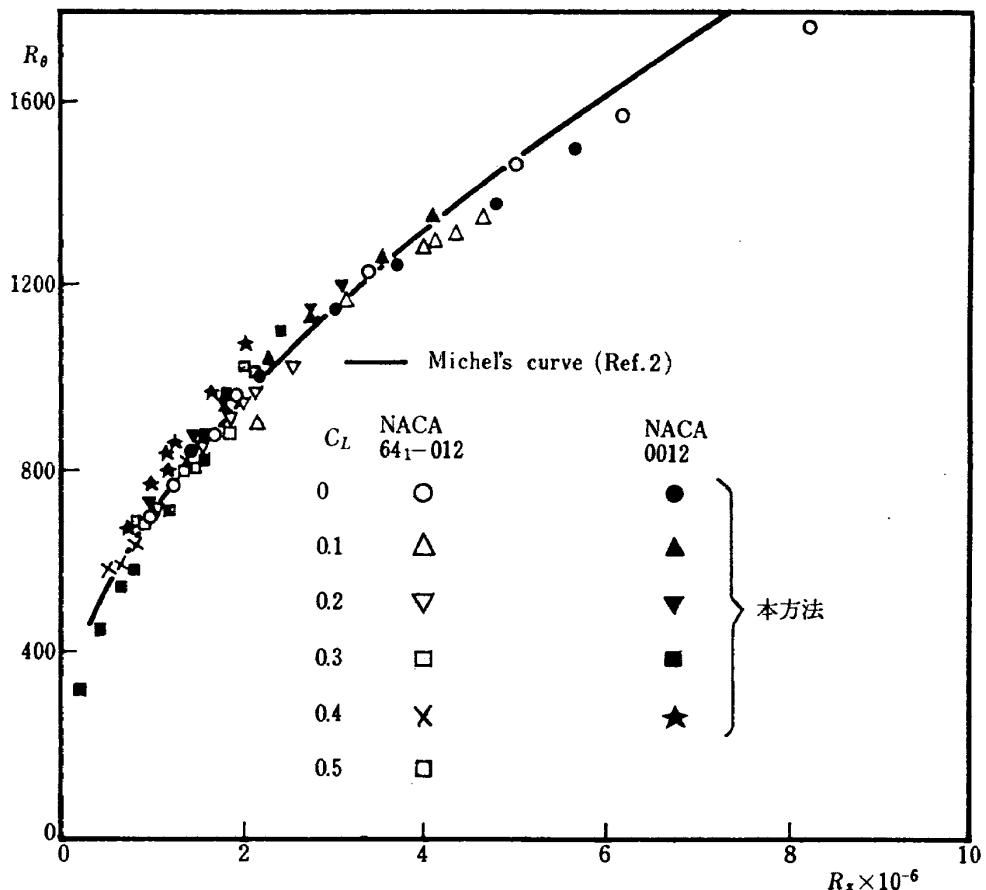


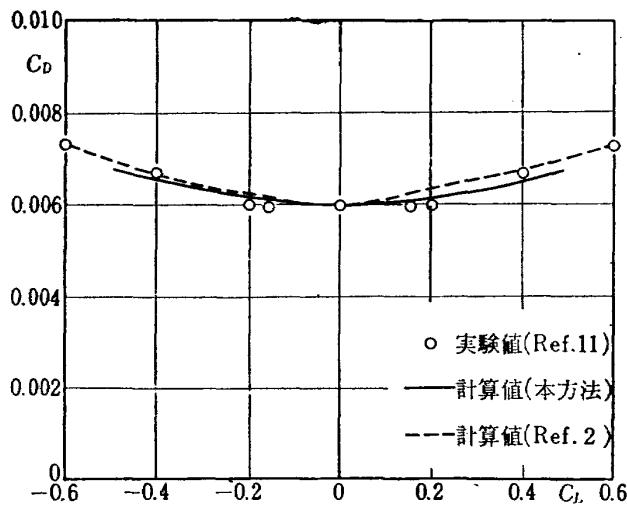
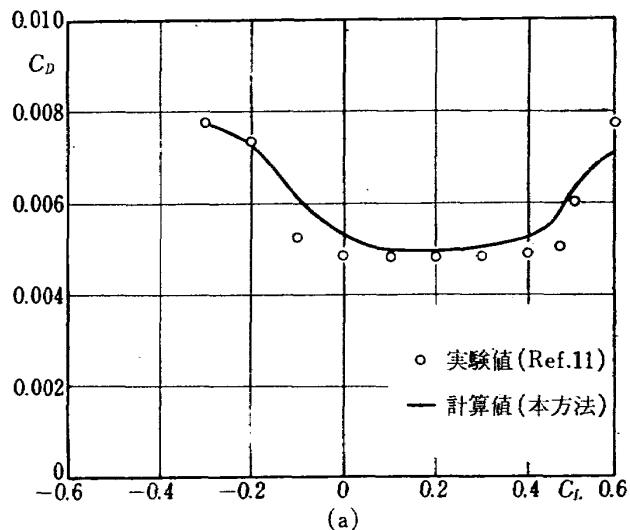
図 10 Michel の曲線と本報告の遷移点データ

いの方が大きな影響を持っている。文献 2) では、Michel の曲線を用いて遷移点の判定を行なっている。この曲線は、遷移点における運動量厚レイノルズ数  $R_{st}$  と、遷移点距離  $x_t$  に基づくレイノルズ数  $R_{xt}$  との関係を示すものである。本報告の判定法による遷移点位置を、 $R_{st}$  対  $R_{xt}$  の関係に直してプロットすると図 10 のようになる。Michel の曲線をはさんでかなりのちばりがあることがわかる。同じ速度分布を用いても、両者の判定法は異なった遷移点を予知するわけである。

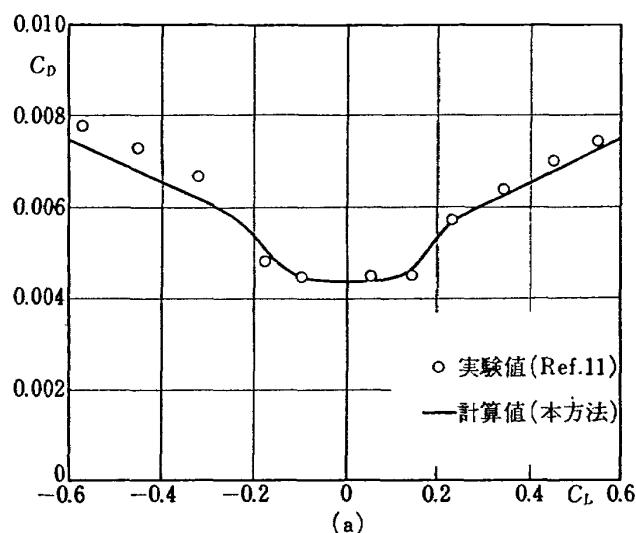
遷移点の位置は計算された抵抗値に重要な影響を及ぼす。たとえば、文献 2) において Michel の曲線を用いて遷移点を決めた場合、計算された抵抗値は実験値よりかなり小さくなることが指摘されており、実験値との一致をよくするために計算値に経験定数 1.1 をかける必要があることは前に述べた。一方実験的に決めた遷移点を用いた場合には、計算値は実験値とよく一致することが報告されている。しかし各翼型について遷移点を実験的に求めることは容易ではない。理論的に決定された遷移点を用いて計算した抵抗値が、実験値とよく一致することがのぞましいわけである。こ

の点に関連して、すでに述べたように文献 2) では計算値が実験値より約 10% 小さいことを示しているが、この誤差は少し大きすぎるようと思われる。本報告の計算値は実験値と 10% も異なることはほとんどない。この意味からは、本報告の遷移点判定法がより妥当なものであると言える。

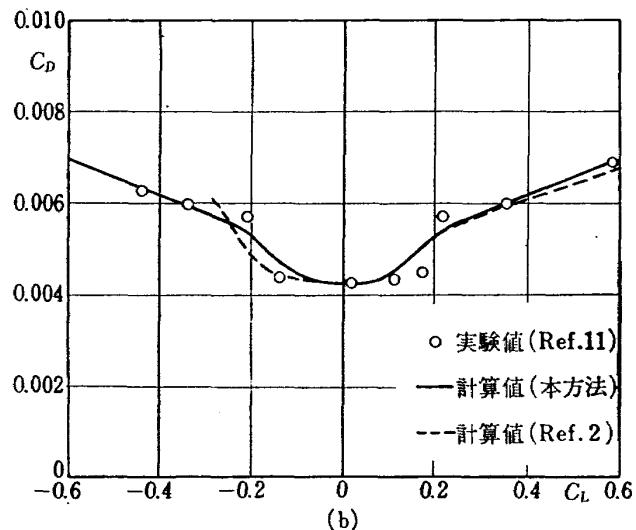
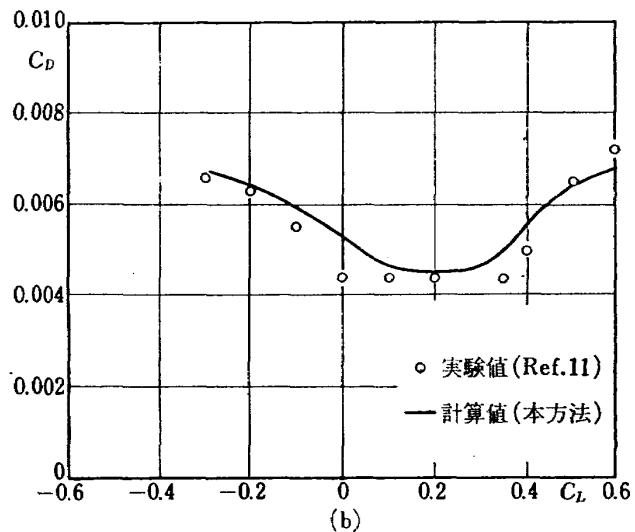
図 11 から図 16 までは、本報告の計算結果と実験値<sup>11)</sup>との比較が示されている。なお本報告で用いた速度分布は、文献 12) の計算法を用いて計算された。図 11 は、NACA 0012 翼型の抵抗を示している。実験値との一致は非常によい。参考のため文献 2) の計算結果を示してある。図 12 は NACA 64\_1-012 翼型の抵抗を示す。同図 (a) は  $R_c=6 \times 10^6$  の場合であるが、 $C_L < -0.3$  の  $C_L$  を除いては実験値とよく一致している。NACA 6 系翼型の特徴である「バケット現象」もよく反映されていることがわかる。同図 (b) は  $R_c=9 \times 10^6$  の場合である。バケット現象を余りよく反映しなくなるが、実験値との一致はやはり良好である。文献 2) の結果も示されている。図 13 は NACA 64\_1-212 翼型の抵抗を示す。 $R_c=3 \times 10^6$  (同図 (a)) の場合には実験値との一致はよい。 $R_c=6 \times$

図 11 NACA 0012 翼型の抵抗;  $R_e=6 \times 10^6$ 

(a)

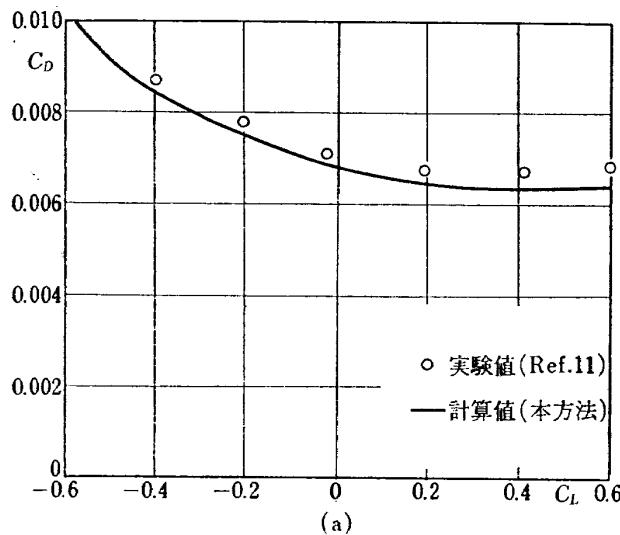


(a)

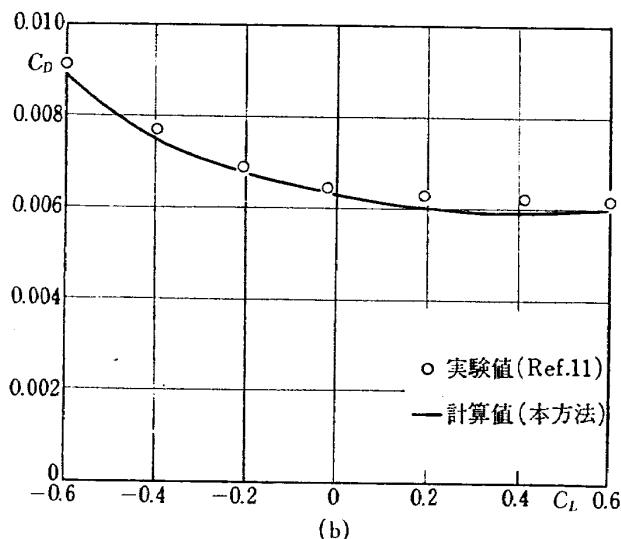
図 12 NACA 64<sub>1</sub>-012 翼型の抵抗;  
(a)  $R_e=6 \times 10^6$ , (b)  $R_e=9 \times 10^6$ 図 13 NACA 64<sub>1</sub>-212 翼型の抵抗;  
(a)  $R_e=3 \times 10^6$ , (b)  $R_e=6 \times 10^6$ 

$10^6$  (同図 (b)) の場合は実験値との一致は余りよくない。しかし定性的な傾向は十分よく一致している。図 14 は、NACA 4412 翼型の抵抗を示す。 $R_e=3 \times 10^6$  (同図 (a)),  $R_e=6 \times 10^6$  (同図 (b)) の場合とも実験値との一致は良好である。図 15 は NACA 23012 翼型の抵抗を示している。 $R_e=3 \times 10^6$  (同図 (a)) の場合には実験値との一致は余りよくない。 $R_e=6 \times 10^6$  (同図 (b)) の場合は実験値との一致はよくなっている。また図 16 は NACA 64<sub>1</sub>-412 翼型の抵抗を示している。 $R_e=3 \times 10^6$  (同図 (a)),  $R_e=6 \times 10^6$  (同図 (b)) の場合とも、実験値との一致は良好である。さらに  $R_e=9 \times 10^6$  (同図 (c)) の場合も一致は非常によい。

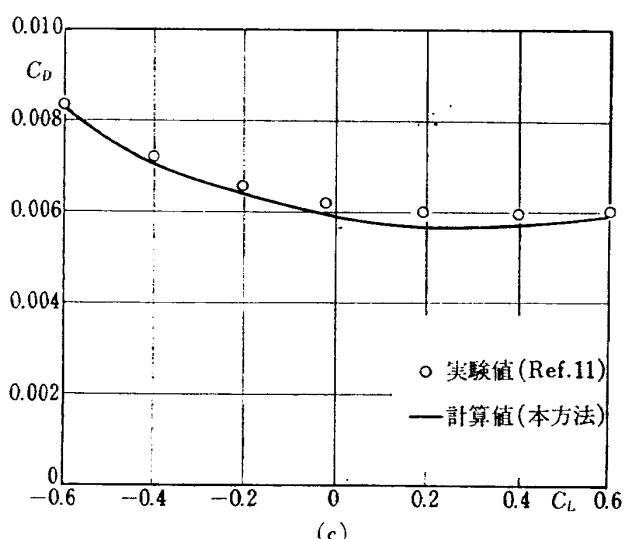
なお、上記のいくつかの翼型においては、遷移点に先立って層流はく離が予知された。この場合の取扱い



(a)

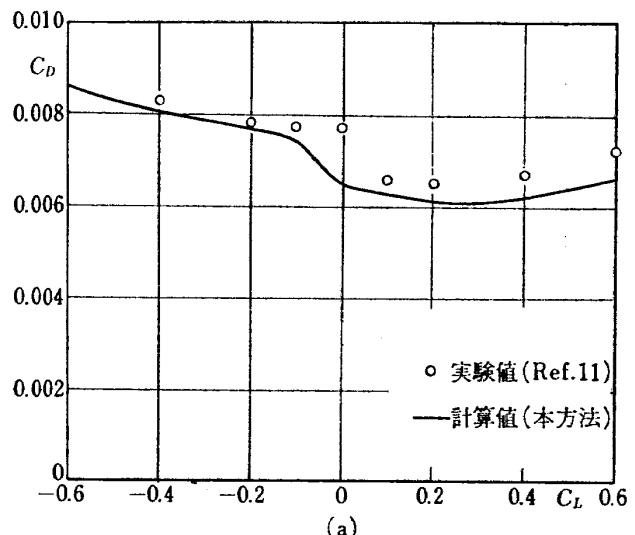


(b)

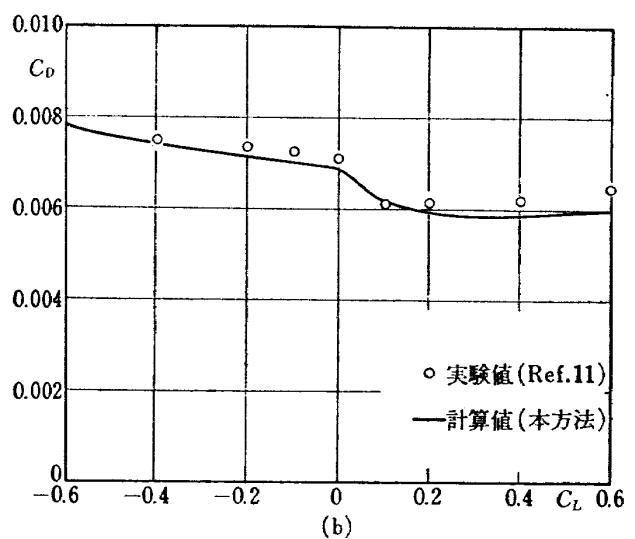


(c)

図 14 NACA 4412 翼型の抵抗;  
 (a)  $R_e=3 \times 10^6$ , (b)  $R_e=6 \times 10^6$   
 (c)  $R_e=9 \times 10^6$



(a)



(b)

図 15 NACA 23012 翼型の抵抗;

(a)  $R_e=3 \times 10^6$ , (b)  $=6 \times 10^6$

は 4. で述べた通りである。

図 17 は揚力係数  $C_L$  が大きい場合の NACA 63009 翼型の抵抗を計算した結果を示す。この翼型は図に示した  $C_L (> 0.5)$  の範囲では、前縁はく離現象が見られる。予想される通り  $C_L$  が大きくなると実験値<sup>11)</sup>との一致は悪くなる。その理由は、一つには境界層計算のための速度分布として非粘性速度分布を用いており、それが実際の速度分布を十分よく予知しえないからであり、一つには境界層（ウェークも含めて）の計算法そのものが、大きい  $C_L$  に対応する境界層の実際のふるまいを、十分よく予知しえないからであろう。非粘性流理論では当然のことであるが、境界層のはく離による圧力分布（したがって速度分布）の変化を予知できないから、層流境界層の「長いはく離バブル」や、翼後縁付近から起る乱流境界層のはく離などが発

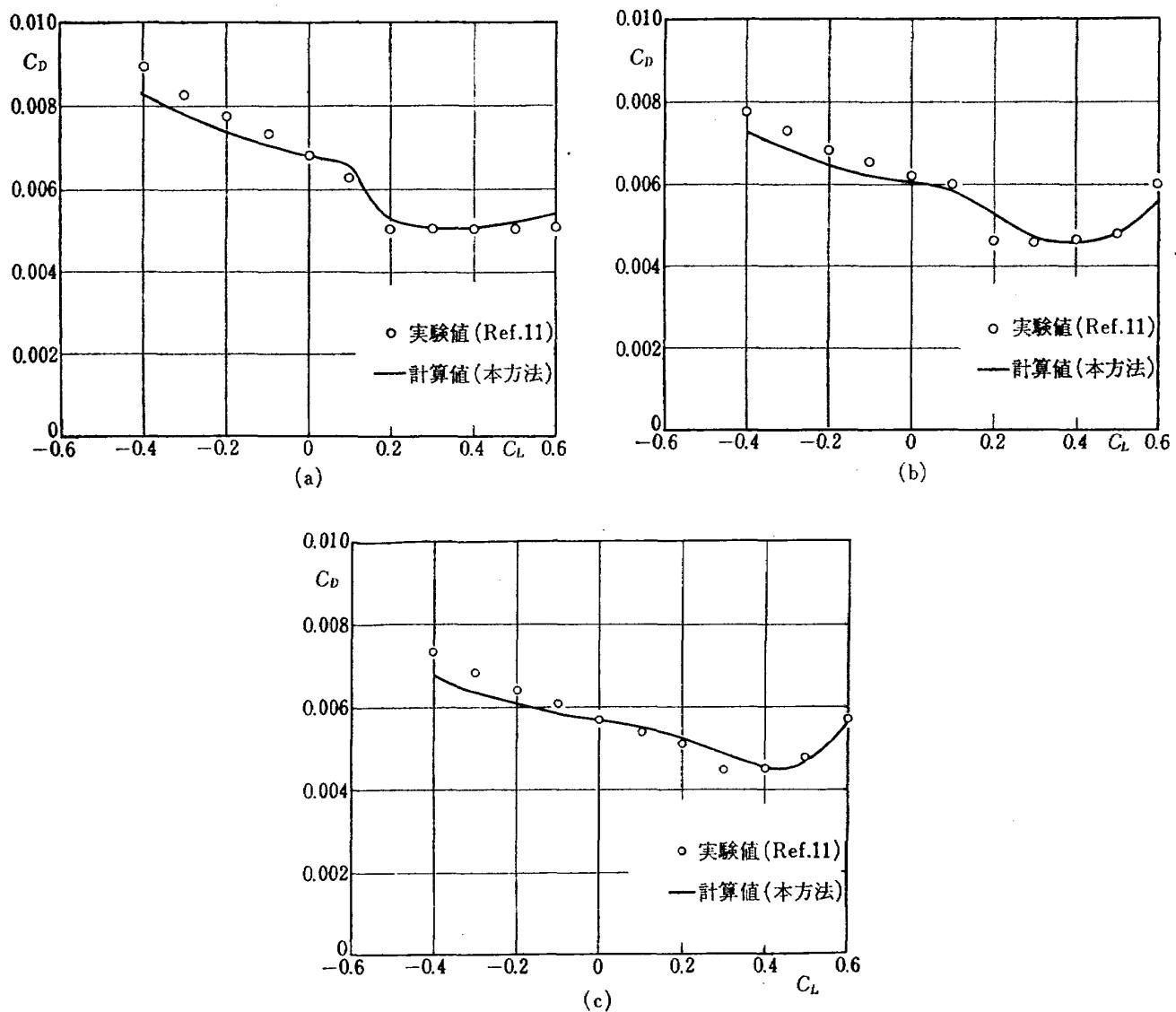


図 16 NACA 64-412 翼型の抵抗;  
(a)  $R_c=3\times 10^6$ , (b)  $R_c=6\times 10^6$   
(c)  $R_c=9\times 10^6$

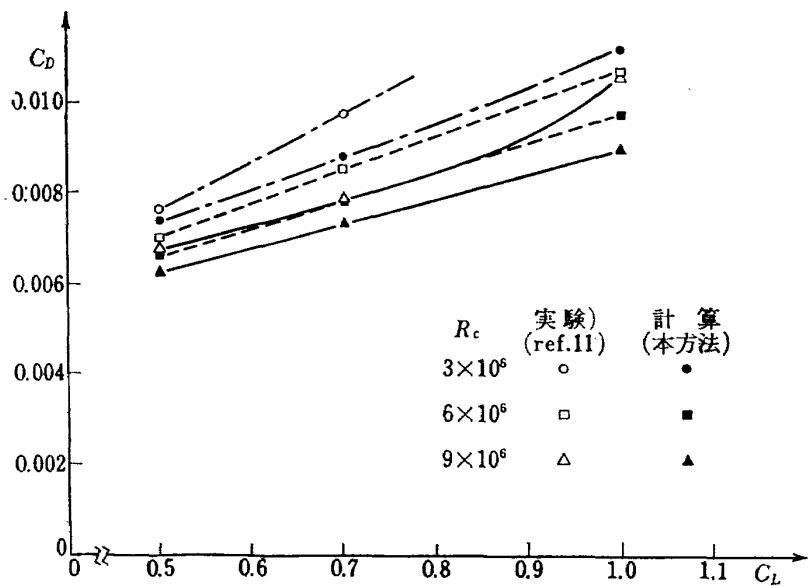


図 17 NACA 63009 翼型の抵抗

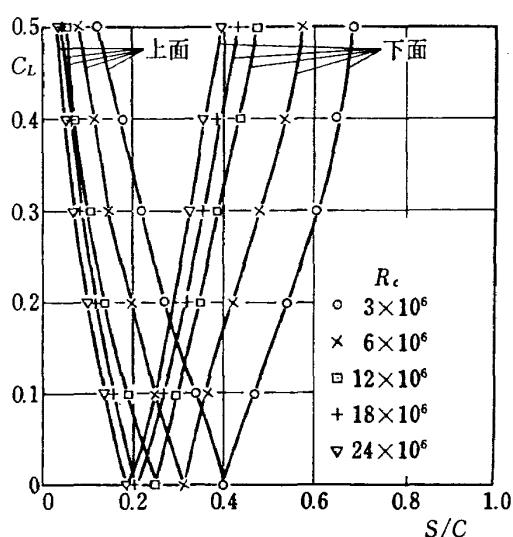


図 18(a) NACA 0012 翼型の遷移点(理論値)

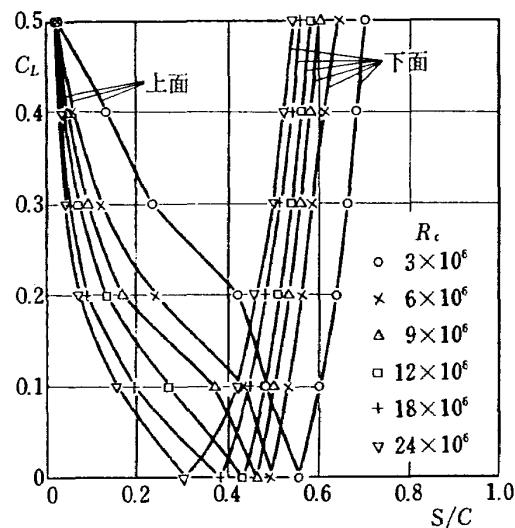


図 18(b) NACA 64-012 翼型の遷移点(理調値)

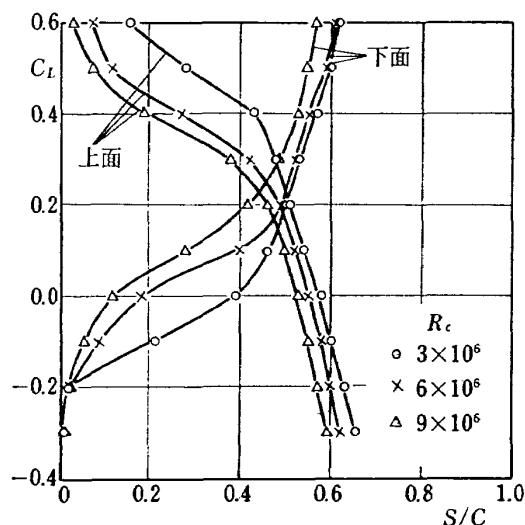
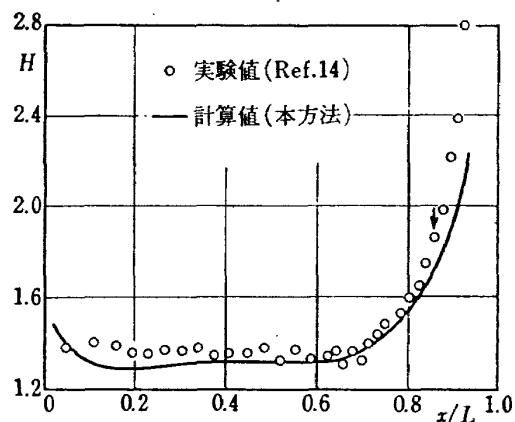


図 18(c) NACA 64-212 翼型の遷移点(理論値)

生するような  $C_L$  では、非粘性速度分布を用いる本計算法の適用はもはや不適当である。また実際の実験的速度分布を用いても、そのような場合の境界層の実際のふるまいが現在の境界層理論によって十分よく計算される可能性は小さいであろう。したがって、大きな  $C_L$  の場合の速度分布や境界層の計算の信頼できる方法の確立とともに、翼型の抵抗を計算する方法の確立が、次の課題であろう。

図 18 (a), (b), (c) はそれぞれ NACA 0012, NACA 64-012, NACA 64-212 翼型に対する理論的に決定された遷移点位置を、 $R_e$  をパラメータとして  $C_L$  に対してプロットしたものである。NACA 6 系翼型はいわゆる「バケット現象」を起すことが知られているが、これは遷移点の移動を見ることにより説明される。NACA 64-012 翼型の場合には、 $C_L=0.2$  ( $C_D$  が急に増す  $C_L$  に対応する) 付近で、翼上面の遷移点が急激に前線に向かって前進することがわかる。また NACA 64-212 翼型の場合には、 $C_L=-0.1$  と 0.5 付近で遷移点の急な前進が見られる。この遷移点の大きな前進が抵抗の急な上昇をもたらすことは明らかであろう。

図 19 と図 20 は、本報告で用いた乱流境界層の計算法のチェックと、乱流境界層のはく離点の予知の可能性を見るために、計算結果と実験値との比較を示したものである。図 19 は Schubauer と Klebanoff<sup>14)</sup> の実験結果と比較したものである。計算値は実験値より若干小さ目であるが、文献 5) で報告されている計算値とはよく一致している。またはく離付近の形状係数の急激な上昇も計算値はかなりよく反映している。同図において矢印で示された位置は、Stratford<sup>15)</sup>の乱流境界層のはく離判定条件

図 19 Schubauer & Klebanoff<sup>14)</sup> の実験値と本報告の乱流境界層計算法による計算値との比較

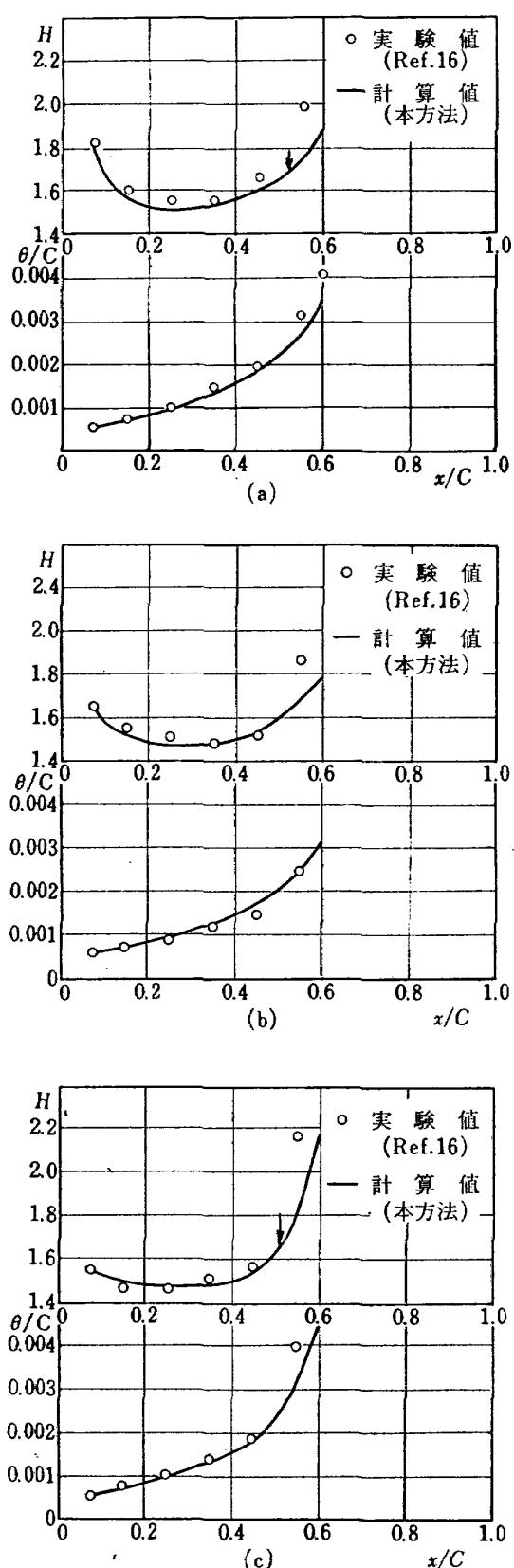


図 20 NACA 65(216)-222 翼型に対する von-Doenhoff と Tetervin の実験値と本方法による計算値との比較

- (a)  $\alpha=8.1^\circ$ ,  $R_c=0.92 \times 10^6$
- (b)  $\alpha=8.1^\circ$ ,  $R_c=2.67 \times 10^6$
- (c)  $\alpha=10.1^\circ$ ,  $R_c=2.64 \times 10^6$

$$C_p \left( x \frac{dC_p}{dx} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.39 (10^{-6} R)^{\frac{1}{10}} \quad (18)$$

(ここで  $C_p$  は圧力係数,  $x$  は前方よどみ点からの距離,  $R$  はレイノルズ数  $U_\infty x / \nu$  である) から求めたはく離点の位置 ( $x_{sp}/L=0.855$ ,  $L$  は基準長) である。一方  $H=1.8$  ではく離が生じると仮定して計算値からはく離点を求めるとき,  $x/L=0.88$  となる。したがってこの場合には Stratford の判定条件とほぼ同じ精度ではく離点が判定できる。また図 20 は von Doenhoff と Tetervin<sup>16)</sup> の実験結果と計算値とを比較したものである。この図からはく離付近を除いては実験値との一致は良好であることがわかる。はく離付近での一致が悪いのははく離点判定の点で不利であるが、形状係数はこの領域では急激に増加する傾向を持つので、実際にははく離点の位置はそれほど大きな誤差をともなわずに求められる。たとえば同図 (a) と (c) に示した矢印は、(18) 式にしたがって求めたはく離点位置であって、それぞれ  $x/c=0.535$ ,  $x/c=0.508$  である。前と同様に  $H=1.8$  ではく離が起るとして計算値からその位置を求めてみると、それぞれ  $x/c=0.570$ ,  $x/c=0.550$  となる。一方実験的に決められたはく離点位置はそれぞれ  $x/c=0.55$ ,  $x/c=0.54$  である。これらの数値の間には 8% 以上の差異はない。

上の検討から、 $H=1.8$  ではく離が起るとして  $H$  の計算値からはく離点を決めるることは、Stratford の判定法((18)式)と同程度の精度を持つことがわかる。それゆえ少なくとも実用の範囲では十分に良好な判定法として適用できるものと考えられる。

図 21 は本報告で計算された翼型抗力と文献 11)に示された対応する実験値との相関を示したものである。このデータに基づき相対誤差を求めるとき 3.7% になる。

## 6. 結 論

実験的なデータを全く用いることなく、現在利用できる理論を組合せて、翼型抗力を誤差 3.7% の精度で計算できる計算法が示された。本計算法による抵抗値は適当な経験定数などをかけることなく実験値とよく一致する。このことと、翼型表面上の遷移点のふるまいを十分よく反映することの 2 点から、本報告で採用した遷移点判定法の妥当性が確かめられる。層流はく離が層流から乱流への遷移に先立つて予知される場合には、はく離点でただちに乱流境界層が始まるものと仮定したが、この仮定は短い層流はく離バブルを含

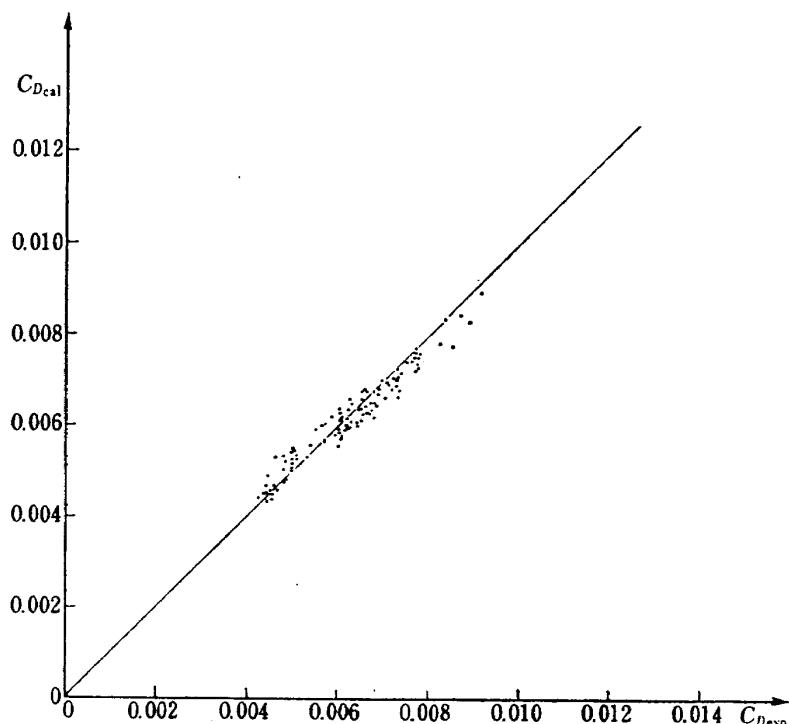


図 21

む境界層に対しては、近似的に正しい結果を与えることが示された。また本計算法ははく離付近の乱流境界層に対してもかなりよく計算することができる。はく離点の判定も、 $H=1.8$  ではなく離が起るとすると、Stratford の判定法と同程度の精度でできることが示された。

以上から本計算法は実用の範囲では、十分良好な計算法であると考えられる。

## 文 献

- 1) B. Thwaites; Incompressible Aerodynamics (1960) pp. 179-187, Oxford Univ. Press.
- 2) T. Cebeci & A.M.O. Smith; Calculation of Profile Drag of Airfoils at Low Mach Numbers. J. Aircraft. Vol. 5 No. 6 1968 pp. 535-542.
- 3) B. Thwaites; Approximate calculation of laminar boundary layer. Aero. Quart. Vol. 1 1949 pp. 245-280.
- 4) A.M.O. Smith & N. Gamberoni; Transition, Pressure Gradient and Stability Theory. Douglas Aircraft Co. Rep. ES 26388, 1956.
- 5) M.R. Head; Entrainment in the turbulent boundary layer. A.R.C. R&M 3152, 1960.
- 6) H.B. Squire & A.D. Young; The Calculation of the Profile Drag of Airfoils. A.R.C R&M 1838, 1938.
- 7) H. Schlichting; Boundary Layer Theory. (1960) McGraw Hill.
- 8) J.E. Green; The prediction of turbulent boundary layer development in compressible flow. J. Fluid Mech. Vol. 31, 1968 pp. 753-778. Patel の式はこの中に述べられている.
- 9) B.G.J. Thompson; A critical review of existing method of calculating the turbulent boundary layer. A.R.C R&M 3447, 1964.
- 10) H. Ludwieg & W. Tillmann; Untersuchungen über die Wandschubspannung in turbulenten Reibungsschichten. Ing. Arch. Vol. 17, 1949, pp. 288-299.
- 11) I.A. Abbot & A.E. von Doenhoff; Theory of Wing Sections. (1958) McGraw Hill.
- 12) 河崎俊夫; 翼型及び翼列まわりのボテンシャル流について. 運研報告 1-4, 1957, pp. 127-136.
- 13) G.B. McCullough & D.E. Gault; Boundary-layer and stalling characteristics of the NACA 64 A006 airfoil section. NACA TN 1923, 1949.
- 14) G.B. Schubauer & P.S. Klebanoff; Investigation of separation of the turbulent boundary layer. NACA Rep. 1031, 1951.
- 15) B.S. Stratford; The prediction of separation of the turbulent boundary layer. J. Fluid Mech. Vo. 5, 1959, pp. 1-16.
- 16) A.E. von Doenhoff & N. Teterin; Determination of general relations for the behaviour of turbulent boundary layer. NACA Rep. 772, 1943.
- 17) R.A. Wallis; Boundary layer transition at the leading edge of thin wings and its effect on general nose separation. Advances in Aeronautical Sciences 3, (1962), pp. 161-184 Pergamon Press.

- 18) L.F. Crabtree; The Formation of Regions of Separated Flow on Wing Surfaces. Part I and Part II. A.R.C. R&M 3122, 1959.
- 19) L.F. Crabtree; Effects of Leading-Edge Separation on Thin Wings in Two-Dimensional Incompressible Flow. Jour. Aero. Sci. 24, 1957, pp. 597-604.
- 20) I. Tani; Low-Speed Flows Involving Bubble Separations. Progress in Aeronautical Sciences. Vol. 5 (1964), pp. 70-103, Pergamon Press.

TR-189	誘導制御を含んだロケットの運動のハイブリッドシミュレーション The Hybrid Simulation of Guided and Controlled Flight of Rocket	1970年1月 輿石肇, 中正夫 森英彦, 大石晃 冠昭夫, 本間幸造
TR-190	超音速における鈍い物体の干渉 Interaction of Blunt Bodies in Supersonic Flow	1970年2月 谷喬, 河本巖 榎原盛三, 野田順一
TR-191	Nearly-Free-Molecule-Flow の物体抵抗 Drag Measurement in Nearly-Free-Molecule-Flow Regime	1970年2月 恩地瑛, 山本稀義
TR-192T	Transient Couette Flume of Rarebied Binary Gas Mixtures	1970年3月 Katsuhisa Koura
TR-193	サーボ弁の非線形流量特性を考慮した油圧サーボ系のシミュレーション研究 Simulations Study of Hydraulic Servo System with Consideration of Non-Linear Flow Characteristic of Servo Valve	1970年3月 輿石肇, 鈴木崇弘 中村光義
TR-194	直接式誘導法を用いた誘導システムの誤差 —観測および制御システムの誤差の影響— Guidance Errons —The Effects of the Navigation and Contral Systems on the Guided Trajectories—	1970年5月 松島弘一, 新田慶活 大坪孔治, 志甫徹
TR-195	箱型主翼構造模型のひずみ分布とたわみに関する計算と実験 Results of Strain and Deflection Measurements Carried out on Model Wings and their Comparison with Calculated Results	1970年5月 久能和夫
TR-196	回転式動安定測定装置による遷音速試験 Dynamic Stability Test-in Transonic Wind Tunnel Rotary System	1970年5月 小橋安次郎, 河野長正 西武徳, 宮沢政文
TR-197T	Wind Tunnel Investigations of the STOL Airplane with Attention to the Relations between the Aerodynamic Characteristics and thir Wake Structure	May. 1970 Norio Inumaru, Kiyomi Kitamura, Nagakatsu Kawahata, Hitoshi Takahashi, Tomoaki Suzuki

## 航空宇宙技術研究所報告 198号

昭和45年5月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武藏野三鷹(0422)44-9171(代表)番182

印刷所 株式会社 東京プレス  
東京都板橋区桜川 2~27~12

Printed in Japan

This document is provided by JAXA.