

UDC 621.454-253:
534.11

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-218

軸流回転機の翼の振動について

(II) 翼根部による振動減衰

宮地敏雄・星谷昌二・祖父江 靖

網干三郎・熊谷隆王

1970年10月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 報 告

- T-195 箱型主翼構造模型のひずみ分布とたわみに関する計算と実験
Results of Strains and Deflection Measurements Carried out on Model Wings and their Comparison with Calculated Results 1970年5月 久能和夫
- TR-196 回転式動安定測定装置による遷音速試験
Dynamic Stability Test in Transonic Wind Tunnel Rotary System 1970年5月 小橋安次郎, 河野長正
西武徳, 宮沢政文
- TR-197 T Wind Tunnel Investigations of the STOL Airplane, with Attention to the Relations between the Aerodynamic Characteristics and their Wake Structure May. 1970 Norio Inumaru
Kiyomi Kitamura
Nagakatsu Kawahata
Hitoshi Takahashi
Tomoaki Suzuki
- TR-198 低マッハ数における翼型の翼型抗力の計算
A Calculation of the Profile Drag of Airfoils at Low Mach Numbers 1970年5月 河崎俊夫, 石田洋治
- TR-199 鈍い頭部を有する円筒物体まわりの超音速流れ
Supersonic Flow Fields around Cylindrical Bodies with Blunt Nose 1970年6月 河本 巖
- TR-200 フライングテストベッドの高度制御システムの検討
(II) シミュレーションによる二、三の問題点の検討
Analytical and simulation Studies on the Height Control System of Flying Test Bed (II) On Some Problems 1970年6月 堀川勇壮, 甲斐忠夫
- TR-201 FA-200 改機の風洞試験
(III) 地面効果
Low Speed Wind Tunnel Test of the FA-200-XS Airplane Model Influenced with Ground Effects 1970年7月 広末健一, 高橋 宏
小野孝次, 桑野尚明
- TR-202 過酸化水素分解ロケットモータの実験
The Experimental Investigation of Monopropellant Hydrogen Peroxide Reactor 1970年7月 清水昭紀, 種村利春
- TR-203 固体ロケット多分力テストスタンドの精度について
On the Accuracy of the Multi-Component Test Stand 1970年7月 石井進一, 山田 晃
西信夫, 引地豊三
工藤賢司
- TR-204 ジェットエンジン燃焼器の燃焼性能の研究
Investigation of Combustion Performance of Turbojet Combustor 1970年7月 大塚貞吉, 堀内正司
本間幸吉
- TR-205 差分法による2次元非定常ノズル流の数値計算
Finite Difference Calculations of Two-dimensional Nonsteady Nozzle Flows 1970年8月 石黒登美子
- TR-206 航空機の横操縦を行なう人間の動特性についてのシミュレータ実験(1自由度の場合)
A Simulator Experiment to Investigate the Human Behavior in Tracking Task 1970年8月 別府護郎, 坂井紀穂
吉田純一
- TR-207 境界層内圧力変動による板の振動解析(I)
一周辺単純支持板
Response Analysis of the Simply Supported Plate to Boundary Layer Pressure Fluctuations 1970年9月 藤森義典
- TR-208 ガスタービン燃焼器
Gas Turbine Combustors 1970年9月 鈴木邦男, 田丸 卓
堀内正司, 斎藤 隆

軸流回転機の翼の振動について*

(II) 翼根部による振動減衰

宮地敏雄**・星谷昌二**・祖父江靖**
網干三郎**・熊谷隆王**

On the Vibration of Axial-flow Turbomachine Blades

II. The Vibration Damping Capacity of the Blade Mounting

By Toshio MIYACHI, Syoji HOSHIYA, Yasushi SOFUE,
Saburo AMIHOSHI and Takao KUMAGAI

An investigation was conducted to evaluate the vibration damping capacity of the rotor blade mounting. An equipment for measuring vibration characteristics of rotating blades in a vacuum chamber was devised in which vibration of the blade was induced by the pair of circular electric magnets. Sixteen blades which have two different chord length and five types of mounting were tested in this equipment. The method consists of measuring the logarithmic damping of the rotating blade system and calculating damping capacity of the mounting by the theory of forced vibration of the blade system. By this experiment, following results were obtained.

(1) The damping capacity of the dove-tail type or the de Laval type (ball root type) mounting is large compared with that of tightly fixed mounting at low rotor speed, but decreases rapidly with increase in the rotor speed and approaches to the value of tightly fixed mounting.

(2) The pin joint type mounting has the largest damping capacity when clearance ratio is 1 to 2%.

(3) The damping capacity of loose mounting is considerably dependent on vibration amplitude at low rotor speed, but this amplitude dependency disappears at high rotor speed.

(4) The logarithmic damping of the blade system is approximately proportional to the chord length for the aerodynamically similar (the same span and the same thickness ratio) blade.

1. まえがき

軸流圧縮機あるいは軸流タービンの運転中に翼に生ずる振動応力は翼に作用する空力的な力と翼の振動特性によって決まる。当然のことながら、同じ空力的な力を受ける、質量分布と剛性分布が等しい翼においては翼とその支持部（翼根部）から成る系の振動減衰が大きいほど振動応力は低い値となる。またフラック発生限界は高くなる。

翼と翼根部から成る系において1サイクルの振動中に構造的な減衰によって消散されるエネルギーは翼部

で材料の内部摩擦によって失われるものと、翼根部の構造減衰によって失われるものとに分けられる。この系の振動減衰を大きくするためにはこれらを大きくすれば良いが、軸流圧縮機あるいはタービンの翼に使用される金属材料の内部摩擦はきわめて小さく、翼が翼車あるいはケーシングに取付けられている場合は翼の材料の内部摩擦によって消散されるエネルギーより、翼根部で消散されるエネルギーの方がかなり大きくなることが多い。金属材料の内部摩擦を現在の値より画期的に大きくすることは望み薄と考えられているから、金属材料を使用する限りは翼根部による振動減衰に大部分を依存しなければならない。

以上のような考え方に基づいて翼根部による振動減

* 昭和45年8月1日受付

** 原動機部

衰について行なわれた研究としては Hanson らの実験¹⁾と石田らの実験²⁾の二つがあげられる。このうち Hanson らの実験は回転している翼模型を空気のジェットあるいは鋼球の衝突によって加振し、共振法または自然減衰法によって対数減衰率を測定したもので、これにより翼の回転速度と対数減衰率の関係を求めている。石田らの実験は両端に翼根部の構造を持つ翼模型に遠心力に相等する引張り荷重を翼根部ブロックを介して静的に加えておき、動電式の加振を行ない、自然減衰法によって対数減衰率を測定したものである。そして引張り荷重と1サイクルの振動中に翼根部で消散されるエネルギーとの関係を求めている。これらの研究により各種の翼根部による振動減衰はかなり明らかにされているが、いずれも限られた種類と寸法の翼模型についての実験であるため、それらの結果から一般の翼の対数減衰率を推定することはむずかしい。設計に応用するための資料としては翼根部による振動減衰に対する寸法効果、各種の型の翼根部の最適寸法などが明らかにされる必要がある。

本実験では5種類の翼根部を持つ、翼長は同じで翼弦長が20mm および40mm である2系列の翼模型について回転中の対数減衰率を測定した。これによって各種の翼根部が1サイクルの振動中に消散させるエネルギー（以下、振動減衰能と呼ぶ）と翼の回転速度との関係、翼根部の振動減衰能に対する寸法効果などを明らかにした。そして翼長と翼厚比が同じ翼において翼弦長を短くすることによる共振時の振動応力の増加率は静的な曲げ応力の増加率よりも大きくなることを示した。またピンジョイント型翼根部については振動減衰能を最大にするピン穴とピンとのすきま比があることを明らかにした。

2. 翼根部による振動減衰作用

翼根部に任意の弾性をもつ、回転している翼の振動エネルギーは翼部の曲げ歪みエネルギー U_m 、翼部に作用する遠心力によって貯えられるエネルギー U_c および翼根部の歪みエネルギー U_r の和に等しい。 U_m 、 U_c および U_r はそれぞれ次式のように表わされる(図1参照)。

なお、ここでは簡単のために $x-z$ 面内の振動だけについて考える。

$$U_m = \int_{z_0}^{z_n} \frac{M^2}{2EI} dz \quad (1)$$

$$U_c = \int_{z_0}^{z_n} \frac{F_z}{2} \left(\frac{dx}{dz} \right)^2 dz \quad (2)$$

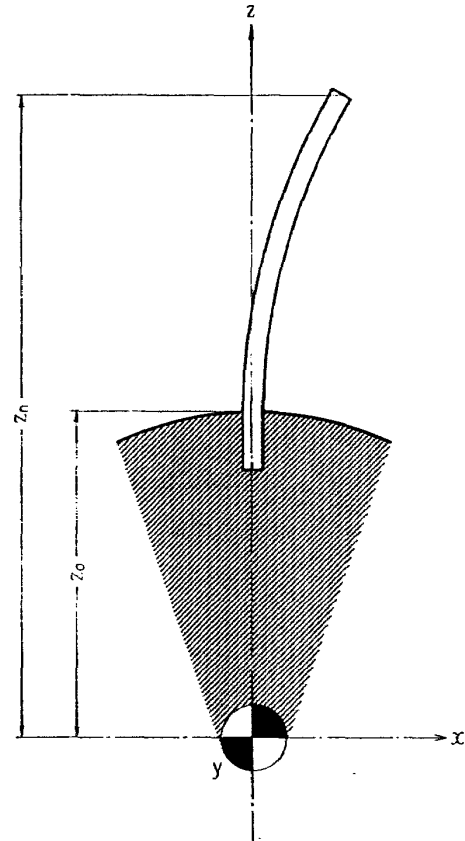


図 1

$$U_r = \frac{\kappa}{2} \left(\frac{dx}{dz} \right)_{z=z_0}^2 + \frac{\kappa}{2} (x)_{z=z_0}^2 \quad (3)$$

ここに、 z は回転軸中心からの距離、添字の0は翼根部を、 n は翼先端を示す。また、 M は曲げモーメント、 EI は翼の曲げ剛性、 F_z は遠心力によって断面に作用する引張り力、 κ と k はそれぞれ翼根部の傾きと変位に対するバネ定数である。なお、ここでは一平面 ($x-z$ 平面) 内の変形だけについて考える。

次に1サイクルの振動中に翼部および翼根部で消散されるエネルギーを、それぞれ ΔU_b 、 ΔU_r とすると、これらは次式のように表わされる。

$$\Delta U_b = 2\pi \xi_m U_m \quad (4)$$

$$\Delta U_r = \pi \xi_s \kappa \left(\frac{dx}{dz} \right)_{z=z_0}^2 + \pi \xi_k k (x)_{z=z_0}^2 \quad (5)$$

ここに、 ξ_m 、 ξ_s 、 ξ_k はそれぞれ翼の材料、翼根部の傾き、および翼根部の変位の内部摩擦である。すなわち、翼の材料の複素弾性係数 \bar{E} 、翼根部の傾きおよび変位の複素バネ定数 $\bar{\kappa}$ および \bar{k} は、それぞれ次のような式で表わされるものとする。

$$\left. \begin{aligned} \bar{E} &= E(1+i\xi_m) & i &= \sqrt{-1} \\ \bar{\kappa} &= \kappa(1+i\xi_s) \\ \bar{k} &= k(1+i\xi_k) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

一方、翼と翼根部から成る全系の振動の対数減衰率

λ は次のように表わされる。

$$\lambda = \frac{\Delta U_t}{2U_t} = \frac{\Delta U_b + \Delta U_r}{2(U_m + U_c + U_r)} \quad (7)$$

ここに、 U_t は翼と翼根部の振動のエネルギー、 ΔU_t は翼と翼根部で1サイクルの振動によって失われるエネルギーである。ただし、ここでは対数減衰率の定義として次の式を採用した。

$$\lambda = \frac{1}{N} \log_e \frac{A_0}{A_n} \quad (8)$$

ここに、 N は振幅 A_0 が A_n に減衰するまでの振動数である。

実際の軸流圧縮機あるいはタービンの翼で上述のエネルギーの割合がどのようになっているか検討してみると、後述するように多くの場合 U_m と U_c との和は U_r に比べて十分大きい。また、翼に用いられる金属材料の ξ_m の値は $10^{-4} \sim 10^{-3}$ の程度である。もし翼根部の内部摩擦 ξ_r および ξ_k が ξ_m と同程度の値であれば、対数減衰率の値は $\pi \xi_m$ すなわち約 $3 \times 10^{-4} \sim 3 \times 10^{-3}$ の程度となるはずである。ところが、翼車、ケーシングあるいは振動試験用取付金具に取付けられた翼の対数減衰率は 10^{-2} の程度であることが多い。この事実は ΔU_r が ΔU_b に比べてかなり大きい値になっていることを示している。そしてそのためには ξ_r あるいは ξ_k の値は 10^{-1} の程度でなければならないことが後述の計算から明らかになる。

ΔU_r を大きくすることができれば、対数減衰率を大きくすることに有効であるが、そのためには κ および k を小さく、 ξ_r および ξ_k を大きくすれば良い。すなわち、翼根部はできるだけ変形しやすく、また変形に対する摩擦がなるべく大きい構造とすることが振動減衰のために望ましいわけである。なぜならば、翼根部で消散されるエネルギーは(5)式によって表わされるが、単位のモーメントあるいは力が作用したときの $(dx/dz)_{z=z_0}$ および $(x)_{z=z_0}$ はそれぞれ κ および k に反比例するからである。以上のことから、翼根部の振動減衰能を表わすには、翼根部に作用するモーメントを M_r とし、 $\Delta U_r/M_r^2$ を用いることが適当であると考えられる。厳密に言えば、翼根部で消散されるエネルギーは(5)式の通りモーメントによる傾きの項と、せん断力による変位の項の和となっているから $\Delta U_r/M_r^2$ で表わしても同じ形状の翼部の一つの振動形についてだけしか比較できないことになるが、一般に、せん断力による項はモーメントによる項に比べて小さいから、このような量で振動減衰能を表

わすことは意味がある。対数減衰率は翼部と翼根部の両方の性質から定まるが、 $\Delta U_r/M_r^2$ は一つの翼根部については固有のもので、遠心力によって翼根部に作用する引張り荷重が同じならば、翼部が変わっても変わらないものと考えられる。

以上に述べたエネルギーその他を求めめるために翼根部の弾性と内部摩擦、翼の材料の内部摩擦を考慮した強制振動の計算を行なった。これの詳細については付録に述べる。

3. 実験装置および実験方法

3.1 翼模型

翼部は翼弦長 40 mm、厚さ 3.2 mm の長方形断面をもつ翼長 120 mm のものと、翼長は同じで翼弦長 20 mm、厚さ 1.6 mm の長方形断面をもつものの2種類である。翼根部の形状は固定型、 0° ダブテイル型、 30° ダブテイル型、ドラパル型およびピンジョイント型の5種類で、図2および図3にそれぞれ翼弦長 40 mm と 20 mm のものを示した。翼弦長が異なるものの翼根部の形状は翼弦長に比例した相似形になるべく近い形にしてある。ピンジョイント型のピン穴とピンのすきま比は 0.5%、1%、2%、4% の4種類とした。翼模型の材質はすべて S45C 焼入れ焼もどしである。この翼模型のうち固定型、 0° ダブテイル型、 30° ダブテイル型およびドラパル型は1個の翼車に取付け、ピンジョイント型は、ピン穴とピンのすきま比の異なるもの4枚を1個の翼車に取付けて、後述する回転翼振動試験装置の中で回転される。なお、環状電磁石による加振を容易にするために、翼面は回転面と一致するように取付けてある。

3.2 回転翼振動試験装置

図4に示すような装置で、翼車、一對の環状電磁石、これらを納める真空槽、真空ポンプ、駆動用空気タービン、振動応力測定用スリッピングなどから構成されている⁵⁾。環状電磁石は同じ特性のものを1個づつ、両側の磁極と翼のすきまが等しくなるように配置してある。この環状電磁石は直流電流を流すコイルと交流電流を流すコイルを1個ずつもっている。これらのコイルに適当な電流を流すことによって、翼模型の両側の磁界は交流磁界に直流磁界のバイアスを与えたものとし、交流電流の周波数と等しい周波数の加振力が翼模型に作用するようにしている。

実験中の真空槽内の真空度は最も悪い場合で 8mm-Hg 程度であるが、空気力が減衰能の測定値に与える影響は無視し得る。

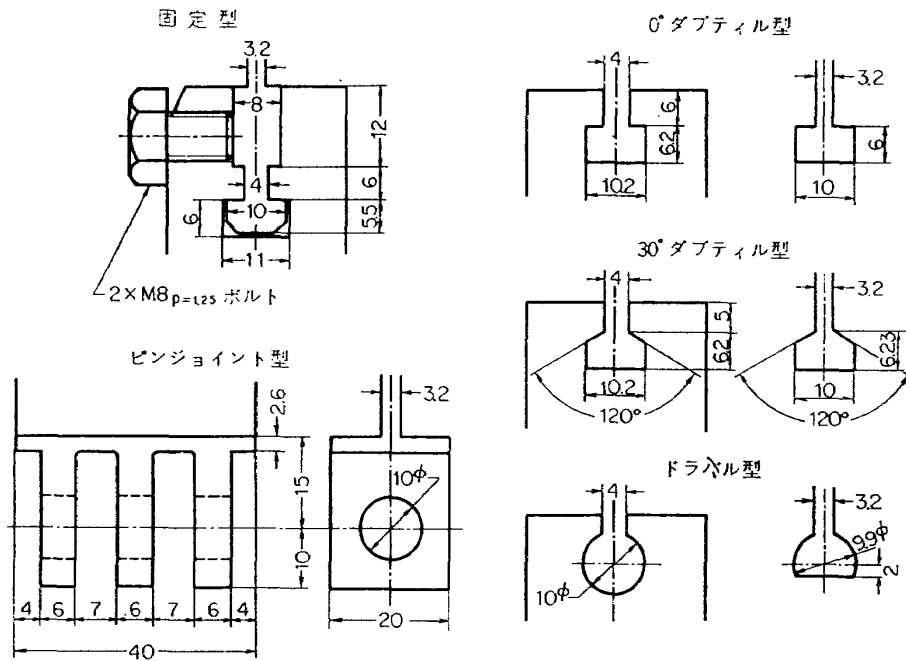


図 2 翼根部の形状 (C=40 mm)

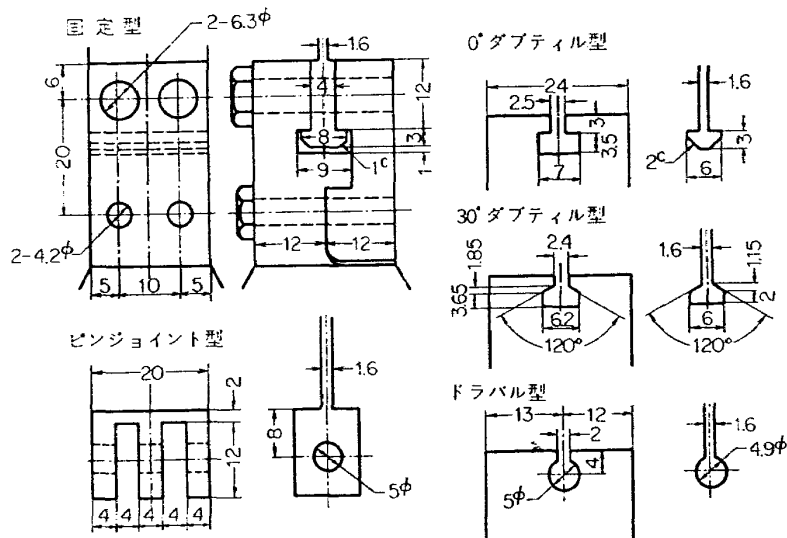


図 3 翼根部の形状 (C=20 mm)

3.3 振動歪の測定

電磁石による加振を行なっているため翼の表面に歪ゲージを接着して歪を測定しようとする時、電磁誘導によって歪ゲージに加振電流の周波数の起電力が生ずる。この起電力は歪による信号と同程度あるいはそれ以上にもなる。この起電力の周波数と振動歪の周波数とは当然同じであるから、歪による信号だけを分離して測定することはできない。このような理由により本

実験では歪ゲージによる測定は行なわず、チタン酸バリウム磁器の圧電素子を翼模型の表面に接着し、それに発生する圧電気をスリッピングを通して測定する方法によって振動歪を求めた。使用した圧電素子は長さ 20 mm、幅 5 mm、厚さ約 0.3 mm のもので、振動歪 10^{-4} (片振幅) に対して増幅器の入力端子に 10 V peak 程度の電圧を発生する。これに対して電磁誘導による起電力は数 mV 程度であるから、圧電素子

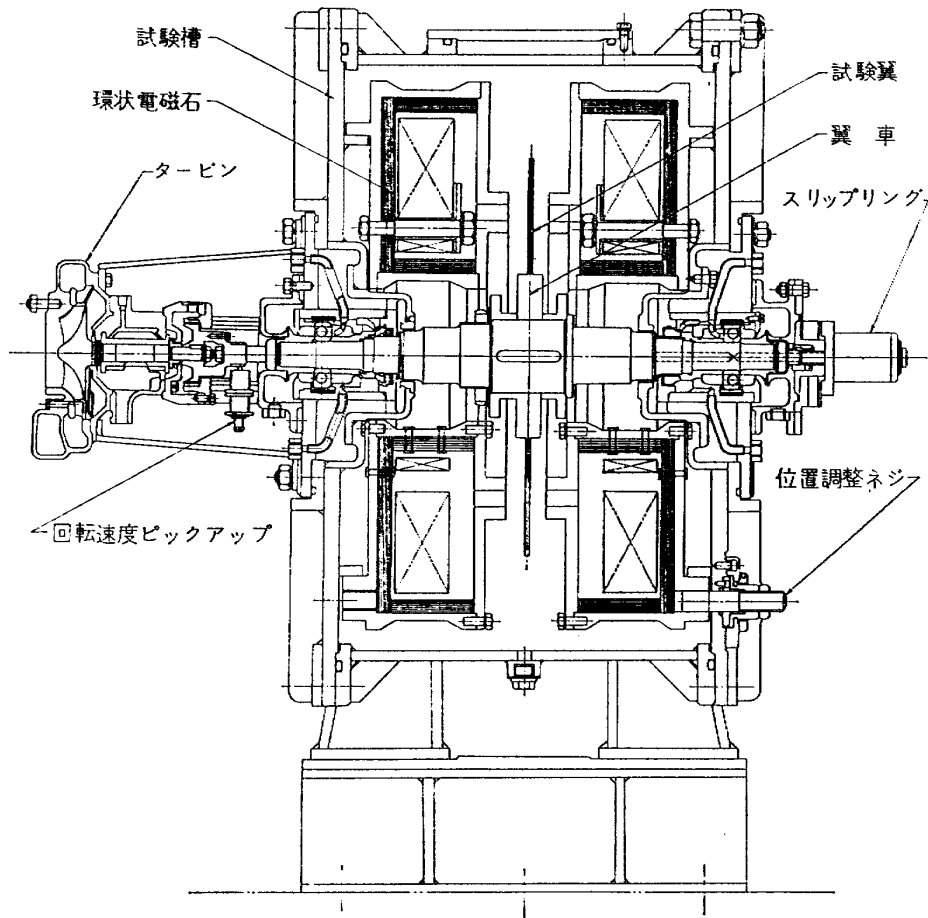


図4 回転翼振動試験装置

からの信号に対して無視して差支えない。なお、増幅器の入力並列インピーダンスはケーブルなどの浮遊容量を含めて $10\text{ M}\Omega$ および約 300 pF である。

翼模型に接着した圧電素子の検定は、実験の前後に翼根部を取付金具に固定し、取付金具を加振機にのせて加振し、翼断面の中立軸に対して圧電素子と対称の位置に接着した歪ゲージによって測定される歪振幅と圧電素子が増幅器の入力端子に与える電圧との関係を求めることによって行なった。ドラバル型と 0° および 30° ダブテイル型の翼根部は取付金具による固定が容易でないので、圧電素子の加振機上での検定は行なわず、他の検定を行なったものの平均値をもつものとして振動歪を求めた。なお、圧電素子は翼模型1枚に2枚ずつ接着した。

3.4 環境電磁石の加振力

本実験に用いたような形状の電磁石の翼模型に対する加振力を計算によって求めることは困難である。そこで固定型の翼根部をもつ翼模型が回転していない場合に、電磁石に流す交流および直流電流と、翼表面に接着した圧電素子によって測定される振動歪の関係を

実験に使用される範囲のいくつかの周波数において求めた。そして振動歪と対数減衰率の実測値を利用し、付録に述べるような強制振動の計算によって翼に作用している加振力を求めた。なお、実際の加振力は翼の先端から下に分布する力であるが、ここでは翼先端に作用する集中荷重に換算して表示する。このような分布力と集中荷重では振動形および曲げ応力分布に差を生じ、それによって加振力の評価に誤差が生ずることが考えられる。そこで加振点を翼高さの中央まで変えた場合について計算を行なったところ、1次曲げと2次曲げの間の反共振周波数（翼弦長 20 mm のもので約 400 Hz 、 40 mm のもので約 800 Hz ）の付近を除けば、このような誤差は小さいことが確かめられた。

3.5 翼模型の振動減衰能の測定

図5に回転中の翼模型の振動減衰能を測定するための実験装置の系統図を示す。図中の発振器の発振周波数はレベルレコーダの記録紙の送りと連動して変化できる。これによって翼模型の共振曲線を自動記録させる。また、加振を停止した後の歪振幅の減衰曲線を記録するためにはレベルレコーダと発振器との連動

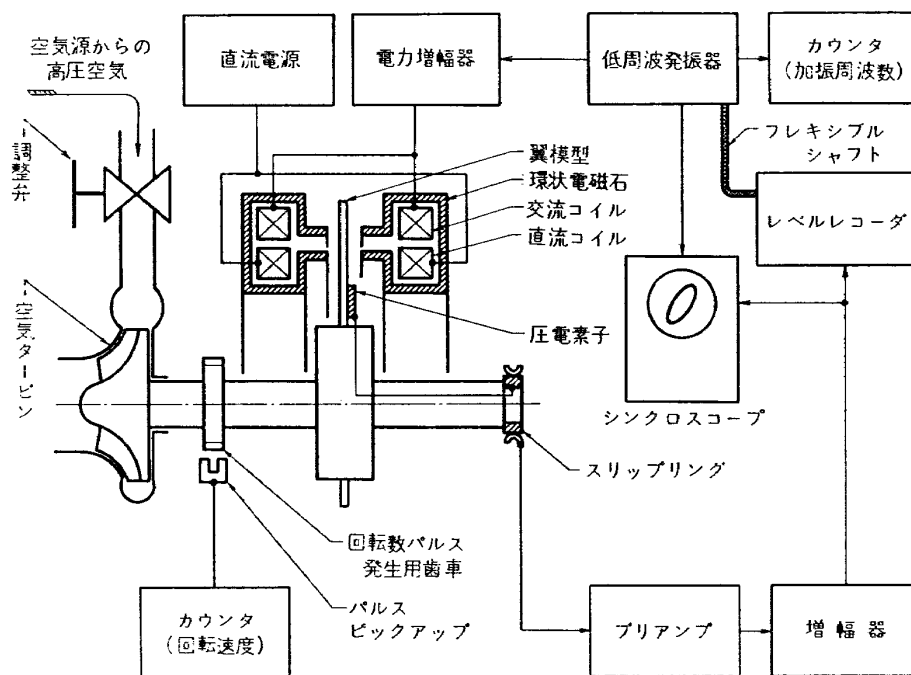


図5 計測系統図

は解いて、レベルレコーダーの記録紙を走らせて行なう。あるいは電磁オシログラフによって振動歪の波形を記録する。

実際の測定には自然減衰法と共振法の両方を用いたが、自然減衰法による測定値はバラッキが大きく、十分な再現性が得られなかったので、本報告には主として共振法によって測定した結果について述べる。

実験は翼車の回転速度を一定に保っておき、電磁石に流す電流も一定として発振周波数を翼の固有振動数付近で変化させ、共振曲線を自動記録させる方法によって行なった。そして歪振幅が共振曲線の最大値より $1/\sqrt{2}$ に下がった所の周波数幅から減衰能を求める。翼の固有振動数は後述するように回転速度によって変化するから、共振曲線を自動記録させている間の回転速度の変動が測定結果に影響する。このような回転速度の変動の影響を除くために、測定中は計数型の回転計を監視しており、もし回転数が測定値に影響を与える程度に変動した場合には測定をやり直している。実験を行なった回転速度の範囲は固定型以外のものについては最低 2000 または 3000 rpm から最高 8000 rpm までである。減衰能の測定を行なった振動数は、翼弦長 40 mm のものについては 1 次曲げ固有振動数のみ、翼弦長 20 mm のものについては 1 次曲げおよび 2 次曲げ固有振動数である。また、減衰能の振幅依存性を求めるために電磁石に流す電流を変えることにより加振力を変えて実験を行なった。加振力の上限は電

磁石に流し得る最大電流によって制限されるほか、翼模型と磁極とのすきまは翼の振幅が最も大きくなった場合にも接触する危険が無い値としなければならないことによって制限される。また加振力の下限は回転部分のつりあい、真空槽内の空気の影響、軸受の振動などによって誘起される振動よりも、電磁石の加振力によって生ずる振動の方がじゅうぶん大きくなければ測定ができない、ということによって制限される。このため加振力の範囲はあまり広くは取れず、最小値と最大値の比は 4 ないし 8 となっている。

3.6 翼の材料の内部摩擦の測定

細長い試験片を両端自由の境界条件における 1 次曲げ固有振動の節の位置で細い糸によってつり下げ、真空槽内で小型の電磁石により一端を加振し、他端の振幅を電磁型ピックアップで検出する装置を組立てた。この装置を用い翼模型と同じ材質の試験片の内部摩擦を自然減衰法によって測定した。試験片の寸法は長さ約 120 mm、幅 18 mm、厚さ 3.2 mm および 1.6 mm の 2 種類である。上述のような測定方法では、つり下げ点の位置を計算によって求められた振動の節の位置の前後にわずかずつ変えた場合の測定を行ない、減衰が最も小さくなる位置を求めた。この測定によって求められた対数減衰率は、厚さ 3.2 mm のものが 3.0×10^{-4} 、厚さ 1.6 mm のものが 3.7×10^{-4} である。二つの試験片の対数減衰率の測定値の差は、つり

糸によって失われるエネルギーの試験片の振動エネルギーに対する割合が、厚さの薄い試験片の方が大きいことによるものと考えられる。後述する強制振動の計算に用いる値としては厚さ 3.2mm の試験片によって得られた値を採用する。

なお、測定の際の振動数は厚さ 3.2mm のものでは約 1200 Hz、厚さ 1.6mm のものでは約 600 Hz である。

4. 実験結果と考察

4.1 固有振動数

各種の翼模型の固有振動数の回転速度による変化を

図 6.1～図 6.6 に示した。図 6.1 には固定型、ダブルテイル型およびドラバル型翼根部をもつ翼弦長 40mm の翼模型の 1 次曲げ固有振動数の実測値と翼根部の弾性が回転速度に無関係で一定であるとして求めた計算値を示した。計算に用いた翼根部の弾性としては固定型翼根部の形状と材質から計算によって求めた値（翼根部に作用する曲げモーメントに対して 1.7×10^{-7} rad/kg·mm、せん断力に対して 3.3×10^{-5} mm/kg）を採用した。1 次曲げ固有振動数は回転速度の増加ともなっておりかなり大幅に増加している。これは主として翼部に作用する遠心力によるものであるが、固定型以外の翼根部では翼根部の剛性が遠心力による引張荷

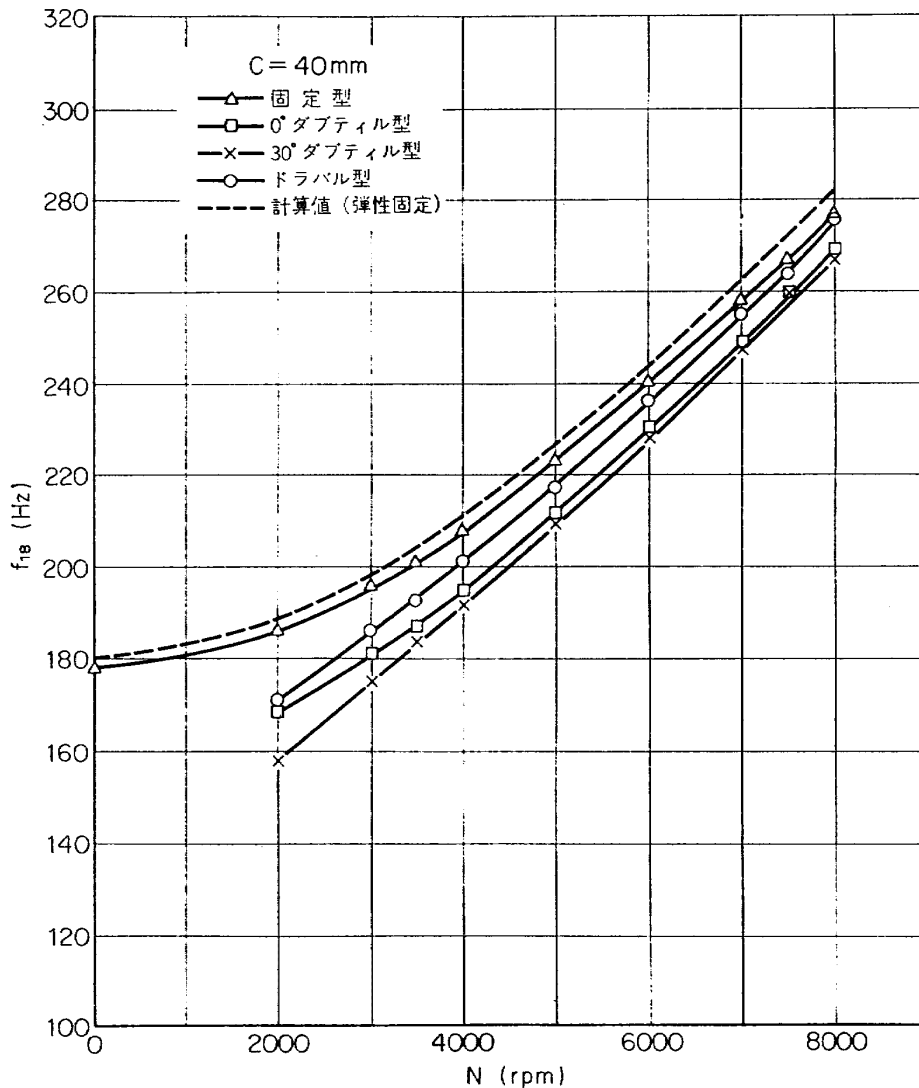


図 6.1 1 次曲げ固有振動数 (C=40 mm, 固定型など)

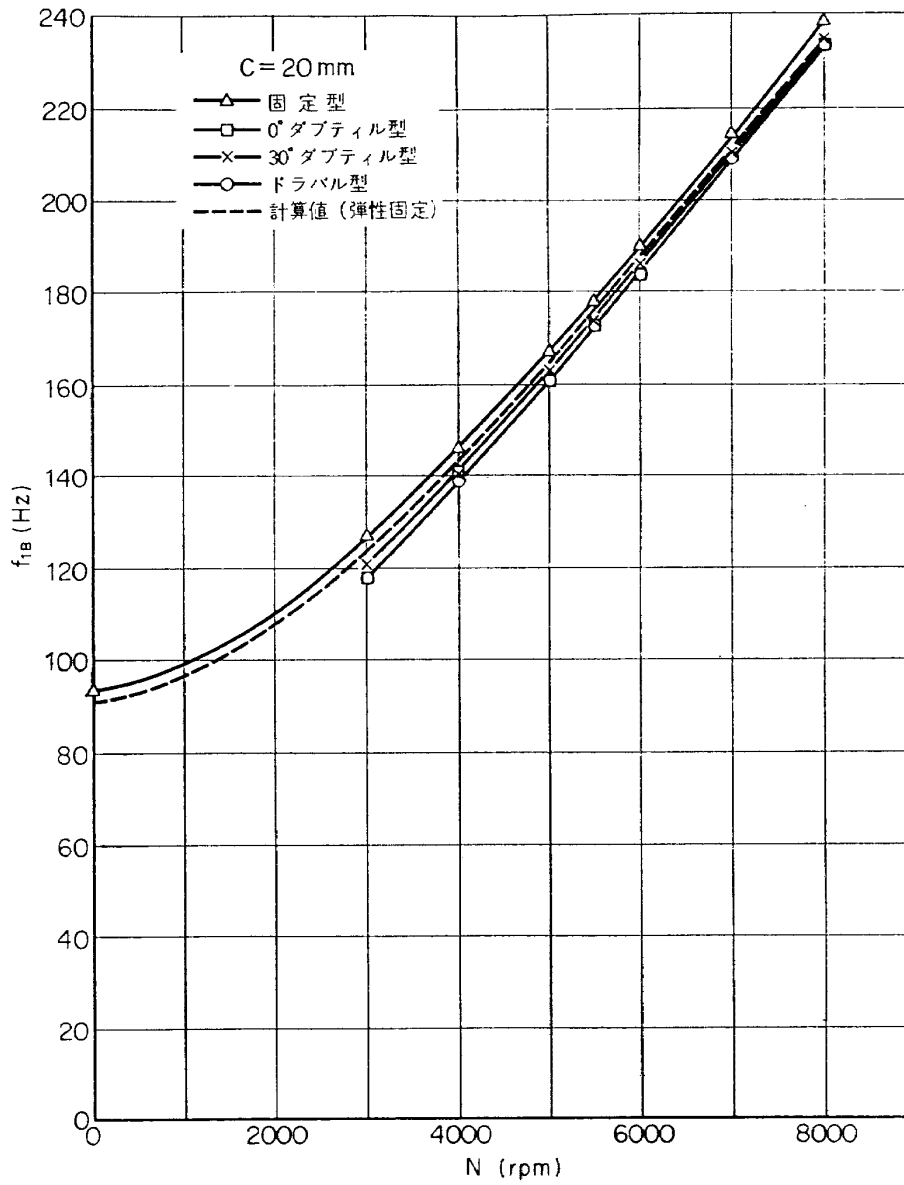


図 6.2 1次曲げ固有振動数 ($C=20$ mm, 固定型など)

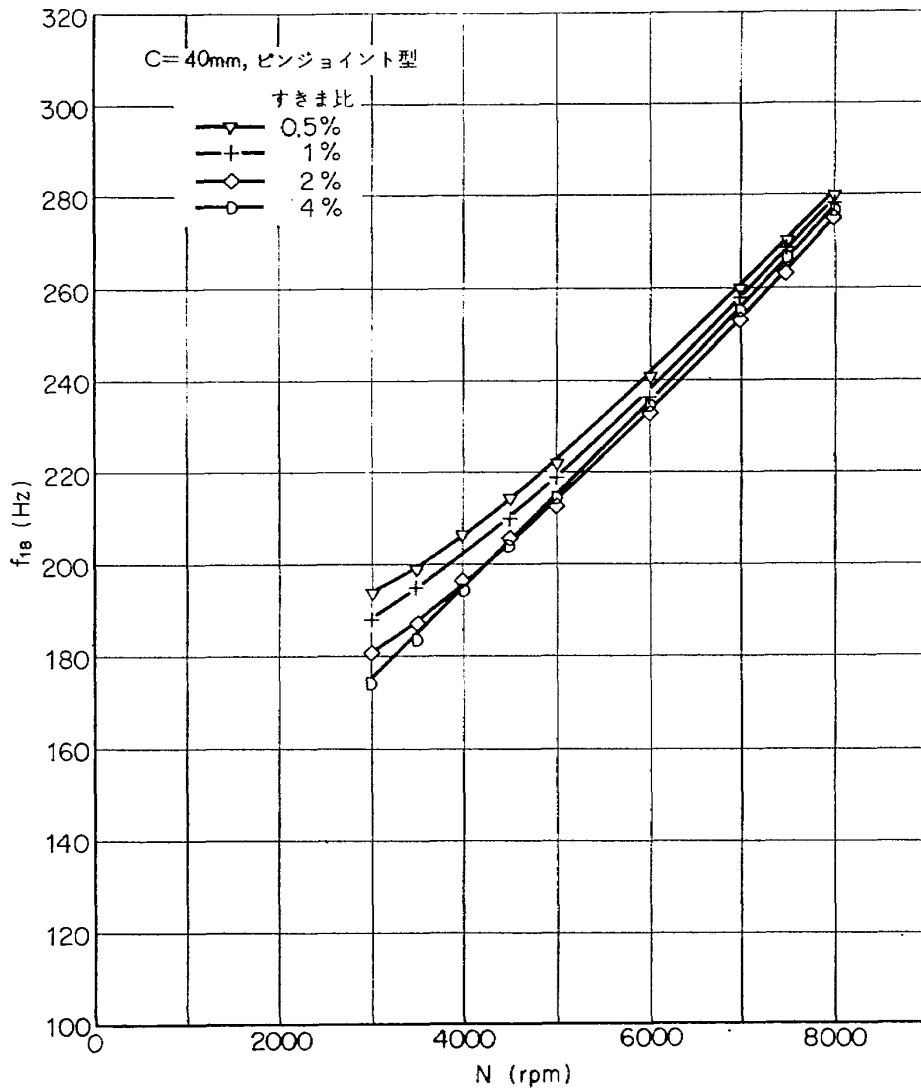


図 6.3 1次曲げ固有振動数 (C=40 mm, ピンジョイント型)

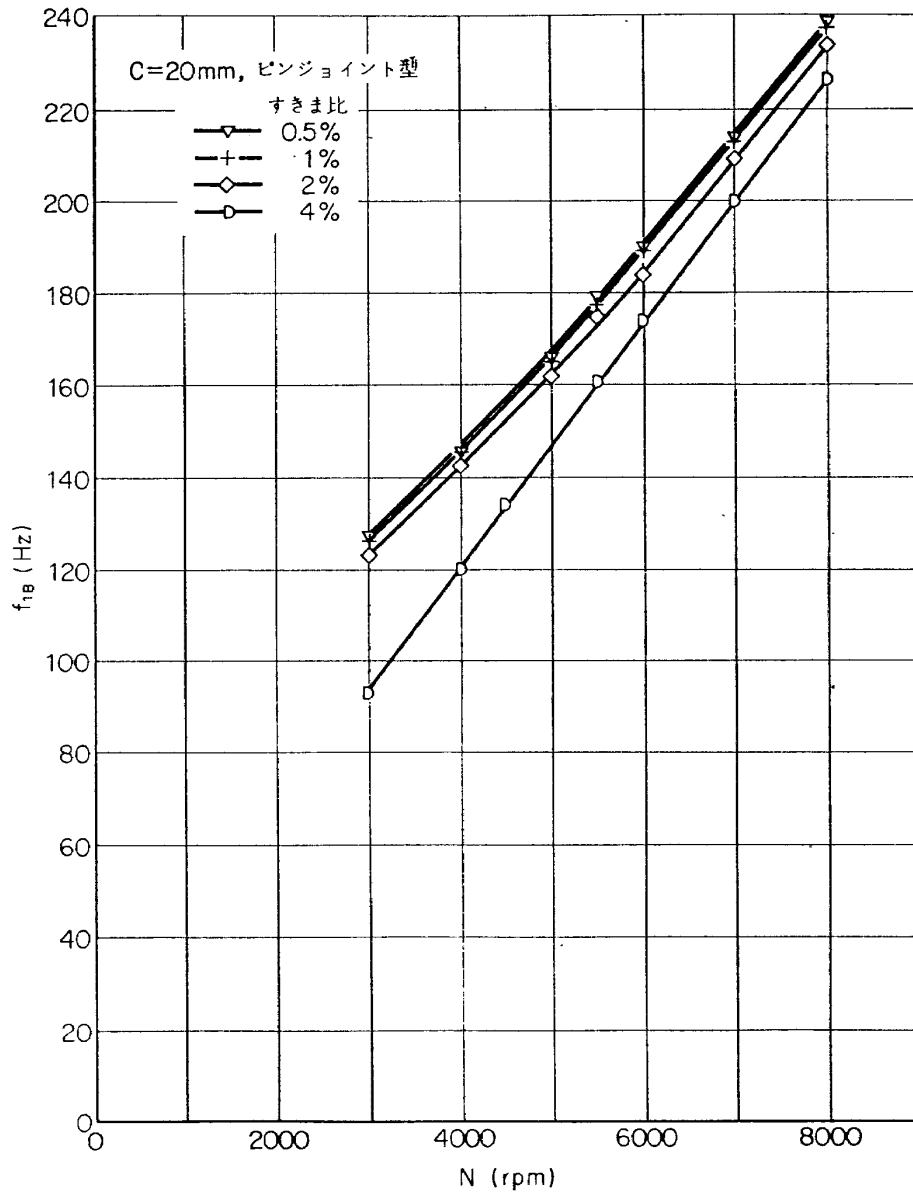


図 6.4 1次曲げ固有振動数 (C=20 mm, ピンジョイント型)

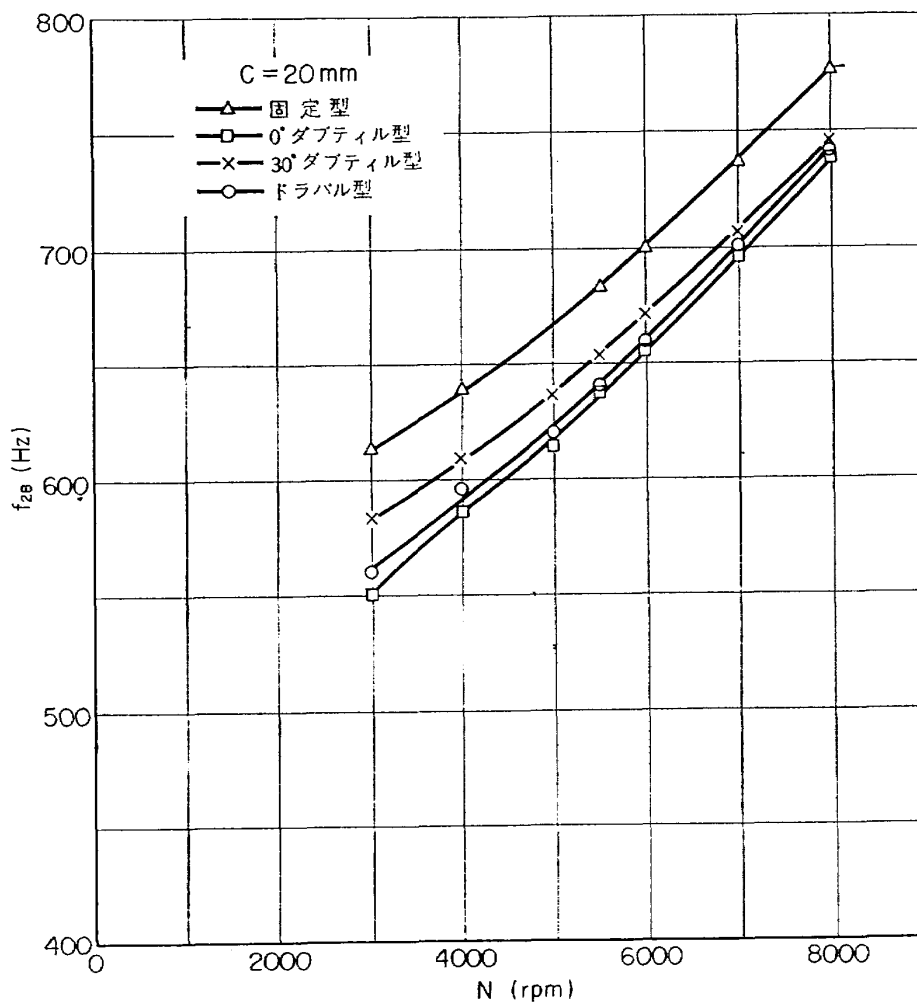


図 6.5 2次曲げ固有振動数 (C=20 mm, 固定型など)

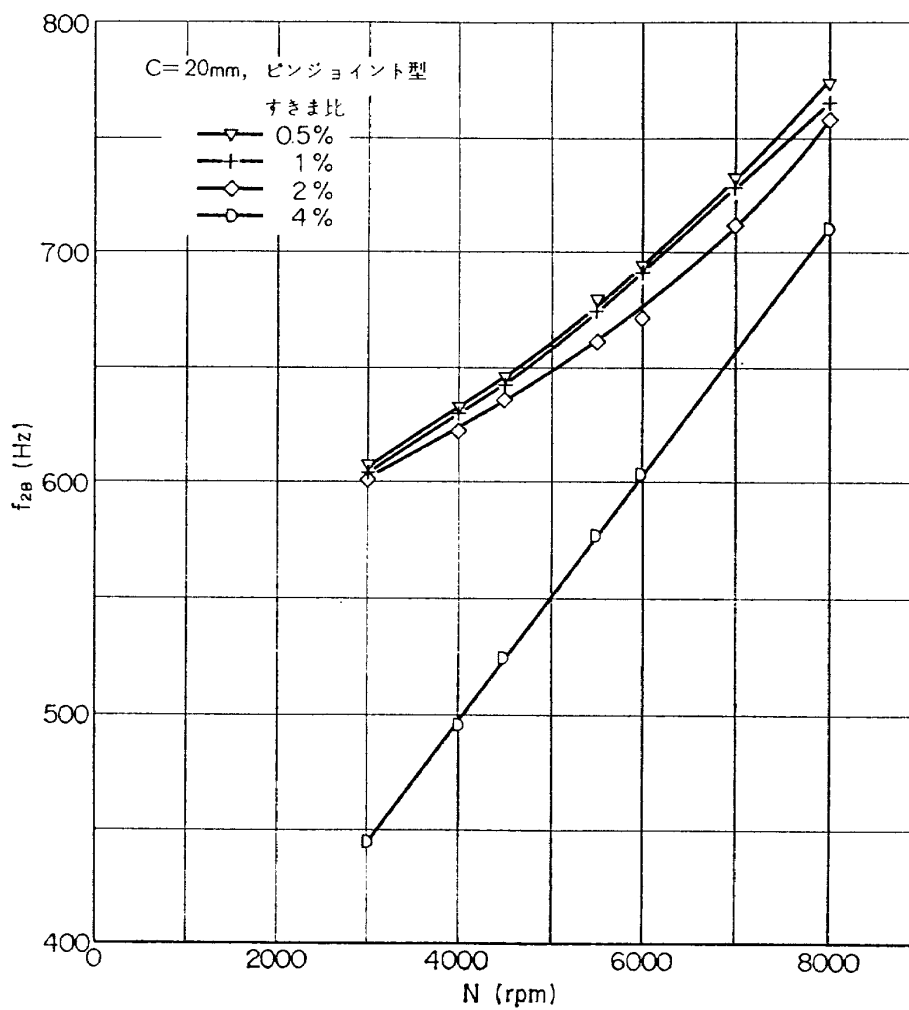


図 6.6 2次曲げ固有振動数 (C=20 mm, ピンジョイント型)

重の増大にともなって増加することも影響している。これは図 6.1 に示した固定型とそれ以外のものの実測値および翼根部の弾性が一定であるとして求めた計算値を比較してみれば明らかである。

図 6.2 には翼弦長 20 mm のものについて同様に示した。計算に用いた翼根部の弾性は翼弦長 40 mm のものと同様に固定型翼根部の形状と材質から計算によって求めた値（曲げモーメントに対して 6.0×10^{-7} rad/kg·mm, せん断力に対して 2.4×10^{-4} mm/kg）を採用した。翼弦長 20 mm のものでは翼弦長 40 mm のものほど翼根部の弾性の変化の影響が見られない。これは翼長を一定とし翼断面と翼根部の形状を相似として、翼弦長に比例して寸法を変えた場合、翼部の剛性は翼弦長の 4 乗に比例するが、ダブルテイル型、ドラバル型、あるいはピンジョイント型などの翼根部の剛性は翼弦長の 3 乗に比例するため、翼弦長の大きいものほど翼根部の剛性が相対的に小さくなり、翼根部の剛性が遠心力によって同じ変化率で変化したとしても、その影響が大きく表われるためと考えられる。ダブルテイル型、ドラバル型あるいはピンジョイント型などの翼根部において剛性が翼弦長の 3 乗に比例するという根拠は、図 7 に示すように翼がかたむいたときに生ずる復原モーメントは翼根部と翼車の植込溝の接触点と遠心力の作用線との距離に遠心力を掛けたものとなるが、遠心力は翼弦長の 2 乗に比例し、接触点と遠

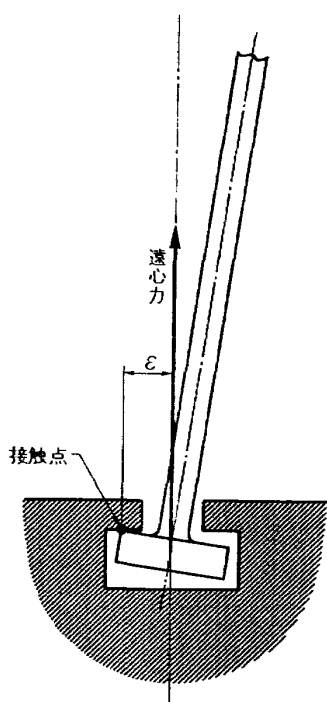


図 7

心力の作用線の距離 ϵ は翼弦長の 1 乗に比例すると考えられるからである。

図 6.3 および図 6.4 にはピンジョイント型翼根部をもつものについて示した。これによるとピン穴とピンとのすきま比が大きいものほど 1 次曲げ固有振動数は低く、また、回転速度による固有振動数の変化率は大きいことがわかる。これも翼根部の剛性の変化によるものである。

なお、図 6.1 と図 6.2 を比較すると固定型が最も高い固有振動数をもつという点では一致しているが、他の種類では固有振動数の順位が異なっている。また、図 6.3 で高い回転速度においてはすきま比 4 % のものの方がすきま比 2 % のものより固有振動数が高くなっている。これらの原因は翼部の寸法のわずかな相違と、翼弦長 40 mm のものと 20 mm のものでは翼根部の形状が完全には相似でないことであると考えられる。

次に翼弦長 20 mm の翼模型の 2 次曲げ固有振動数について図 6.5 および図 6.6 に示した。図 6.5 の固定型などについてみると 2 次曲げ固有振動数が高い順序は固定型、30° ダブルテイル型、ドラバル型、0° ダブルテイル型となっており、図 6.2 に示した 1 次曲げ固有振動数の高い順序と一致している。図 6.6 に示したピンジョイント型についても 1 次曲げ固有振動数と同様にすきま比の大きいものほど 2 次曲げ固有振動数が低くなっている。

4.2 減衰能の回転速度による変化

翼根部の形状が異なる翼模型について加振力を一定とした場合の対数減衰率と回転速度との関係および $\Delta U_r / M_r^2$ と遠心力によって翼根部に作用する引張り荷重との関係を図 8～図 10 に示した。これらの図には固定型、ドラバル型、30° ダブルテイル型およびピンジョイント型のすきま比が 1 % と 2 % のものを示した。これによると 1 次曲げ振動についてはドラバル型ならびに 30° ダブルテイル型は低い回転速度において固定型より数倍大きい減衰能を示しているが、回転速度が高くなると減衰能は急激に低下し、5000 rpm 以上では固定型とほぼ等しい値となることがわかる。また、ピンジョイント型のすきま比 1 % のものと 2 % のものを比較すると、低い回転速度においてはすきま比 2 % のものが大きい減衰能をもっているが、高い回転速度においてはほとんど差が無くなっている。図 8 および図 9 には示していないが、0° ダブルテイル型は 30° ダブルテイル型より低い回転速度で減衰能が低下する（図 13 および図 14 参照）。また、ピンジョイント

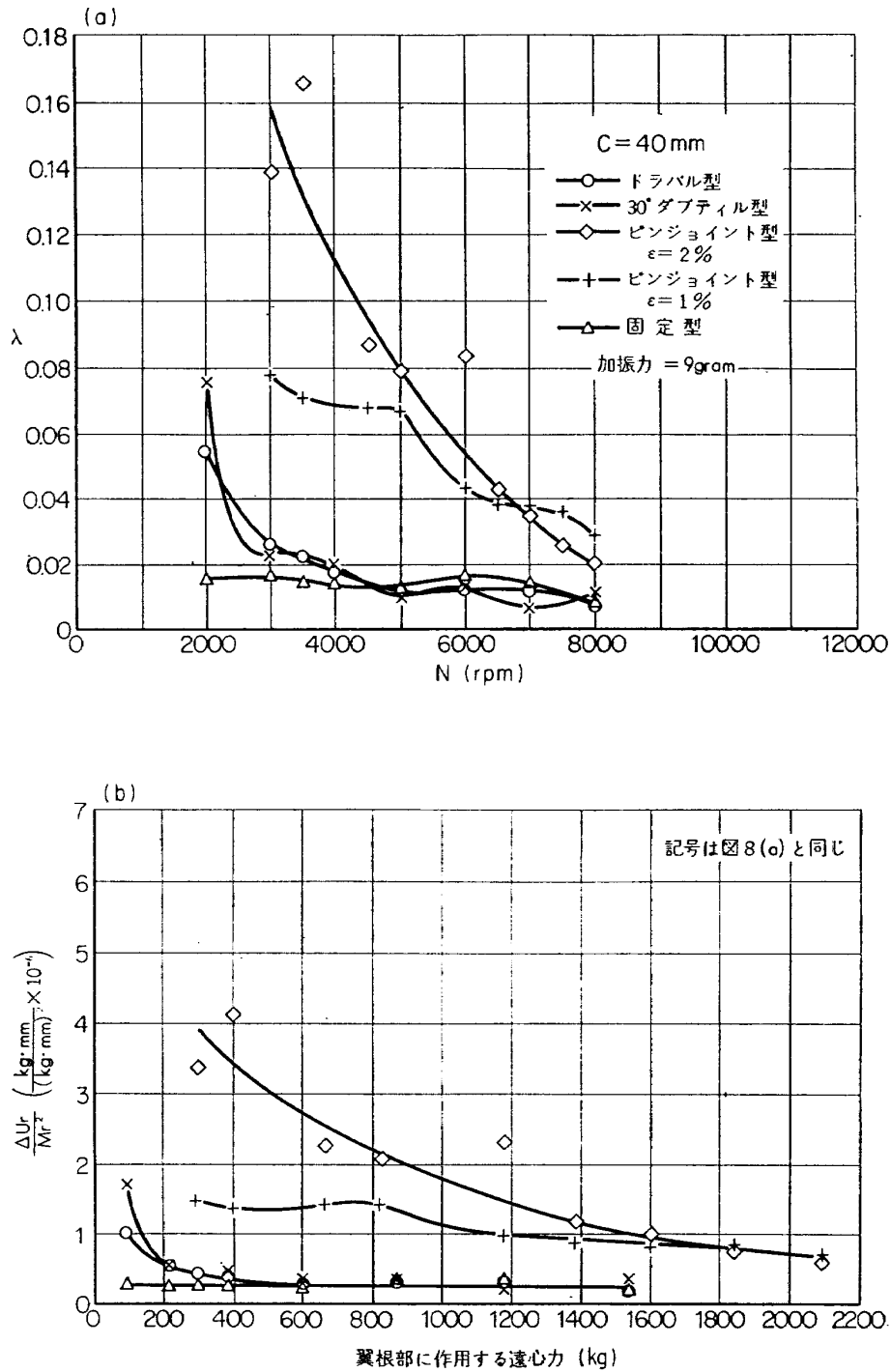


図 8 C=40 mm, 1次曲げ固有振動における値

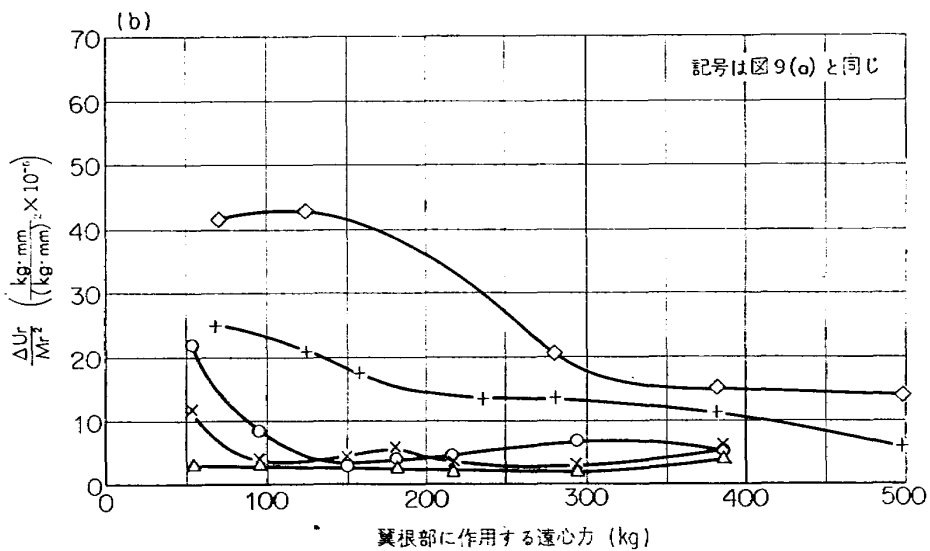
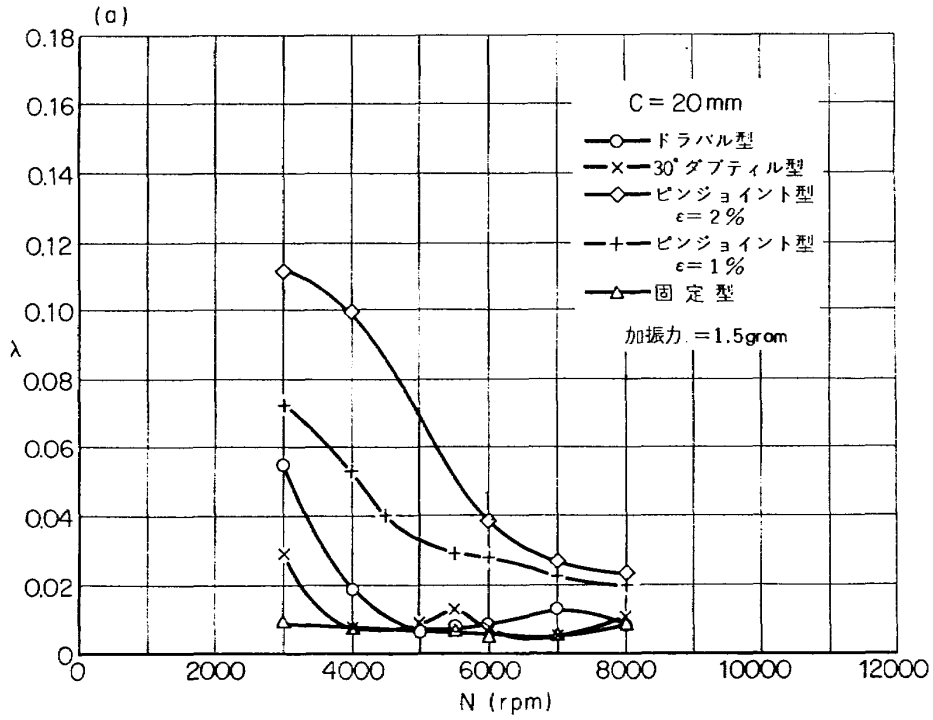


図 9 C=20 mm, 1次曲げ固有振動における値

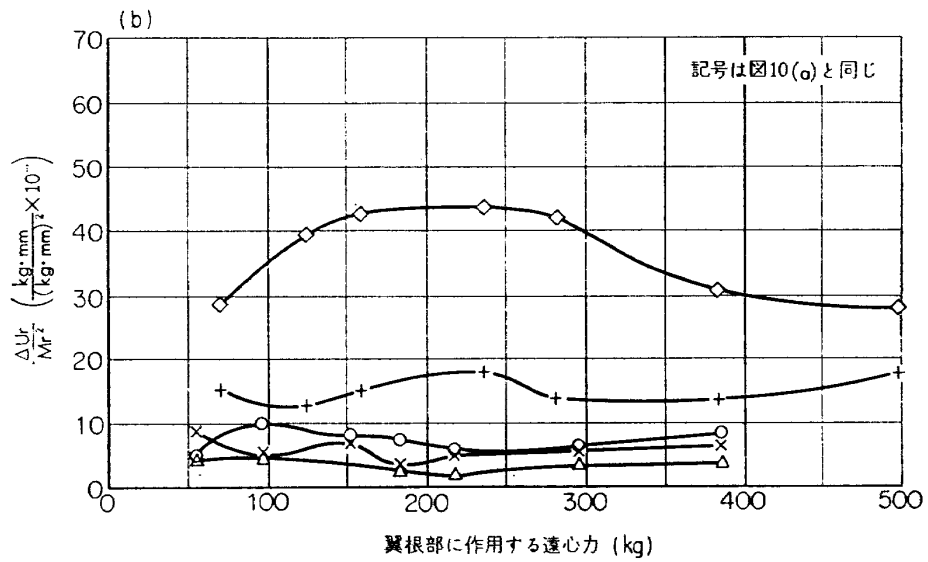
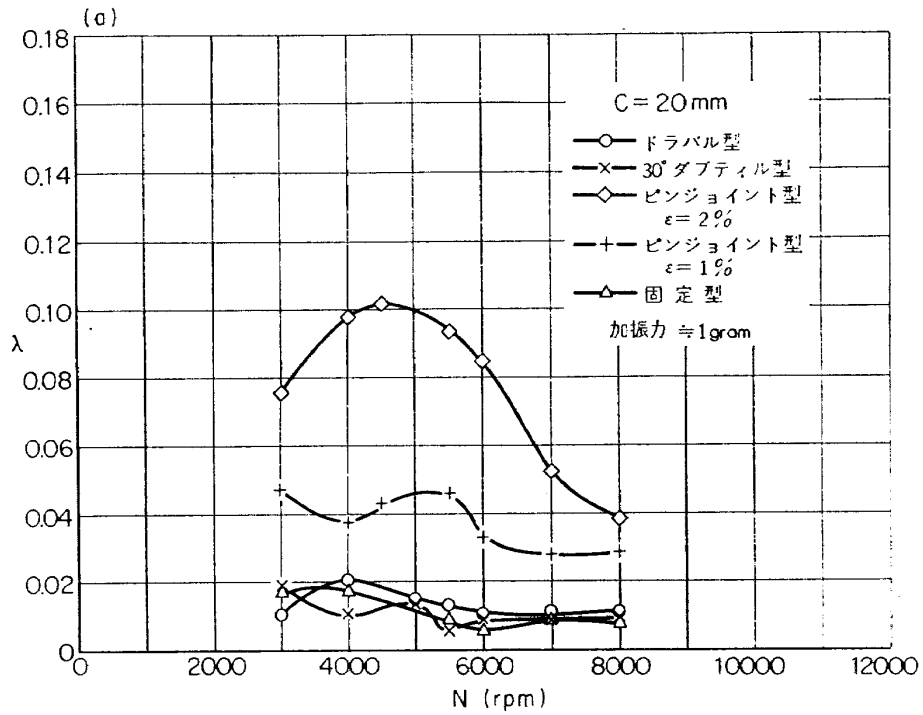


図 10 C=20 mm, 2次曲げ固有振動における値

型のすきま比 0.5% および 4% のものは、実験を行なった回転速度においてすきま比 1% および 2% のものより減衰能が低いという結果が得られた (図 19, 20, 25 および 26 参照)。以上に述べたような傾向は翼弦長 40 mm のものも 20 mm のものもほとんど同様である。翼弦長 40 mm のものと 20 mm のものの定量的な比較については 4.5 節で述べる。

図 10 には翼弦長 20 mm のものの 2 次曲げ固有振動における対数減衰率と $\Delta U_r / M_r^2$ を示した。これらの図と図 8 および図 9 の 1 次曲げ固有振動におけるものを比較すると、回転速度が高い範囲では 2 次曲げにおける値の方がやや大きい程度で、あまり差が無いが、回転速度が低い範囲では 2 次曲げにおける値が 1 次曲げにおける値より低くなっている。このような傾向が現われるのは翼根部に作用する曲げモーメントとせん断力の関係が 1 次曲げと 2 次曲げとでは異なることによると考えられる。

4.3 減衰能の振幅依存性

構造減衰には一般に振幅依存性があるが、翼根部のようなすべりところがりをともなう構造ではこれが著しく現われることが予想される。以下に加振力を変えて測定した結果を示す。図 11~26 の (a) には加振力をパラメーターとして減衰能と翼根部に作用する引張荷重との関係を示した。また同図の (b) には翼根部に作用する引張荷重をパラメーターとして減衰能と加振力との関係を示した。なお、これらの図の縦軸のスケールは翼弦長 40 mm のものと 20 mm のものでは異なることに注意されたい。次にこれらの結果について検討する。

固定型 (図 11, 12) では減衰能の値は翼根部に作用する引張荷重にかかわらずほぼ一定で、振幅依存性はほとんど認められない。

0° ダブテイル型 (図 13, 14) では翼根部に作用する引張荷重が本実験で最も小さい値のときには減衰能が固定型より大きく、また振幅依存性が認められるが、引張荷重が大きくなると減衰能は固定型の値に近いほぼ一定の値に近づき、振幅依存性は弱くなる。

30° ダブテイル型 (図 15, 16) では 0° ダブテイル型より少し大きい引張荷重まで固定型より大きい減衰能をもっており、振幅依存性も残っている。

ドラパル型 (図 17, 18) については 30° ダブテイル型と良く似た結果が得られているが、更に少し大きい引張荷重まで大きい減衰能と振幅依存性が保たれている。このように 0° ダブテイル型、30° ダブテイル型およびドラパル型ではいずれも翼根部に作用する引張荷重が小さい場合には固定型より減衰能が大きく、また振幅依存性も強いが、引張荷重が増加すると減衰能は減少して固定型の値に近い一定の値に近づき、振幅依存性は弱くなる。以上のような実験結果の傾向は定性的には次のように説明できる。ダブテイル型あるいはドラパル型の翼根部において遠心力による引張荷重が或る値以上になると、接触面全体が一様にするような形のすべりは起こらなくなり、1 サイクルの振動の間に接触面の一部に微小なすべりを生じては再び元にもどるといった形のすべりが残るが、すべりの量としては小さく、固定型の接触面で生ずるすべりと同じ程度になるものと考えられる。接触面全体のすべりが起こらなくなる面圧の値は接触面と引張荷重方向との

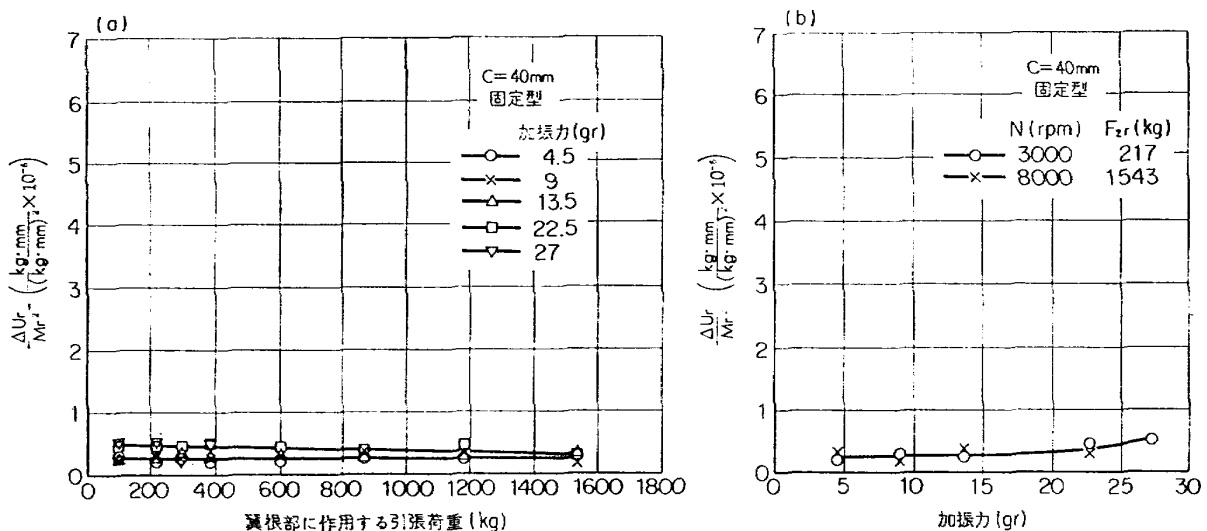


図 11

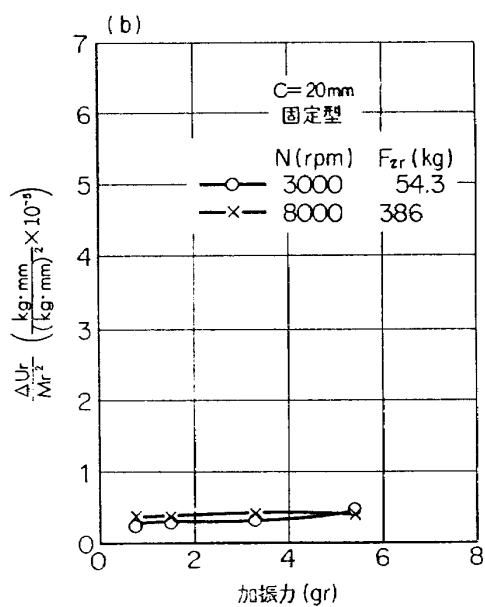
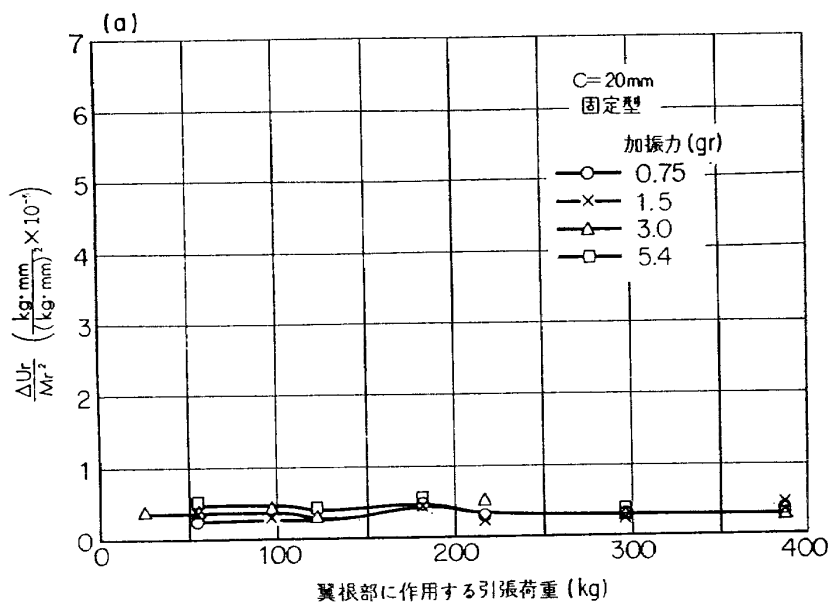


図 12

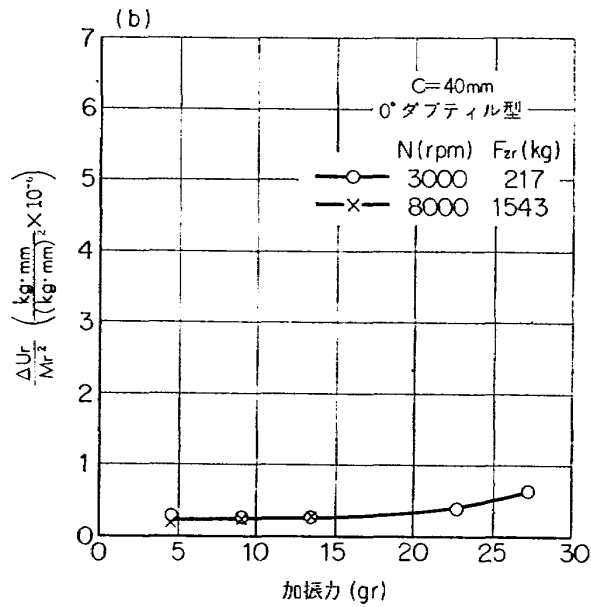
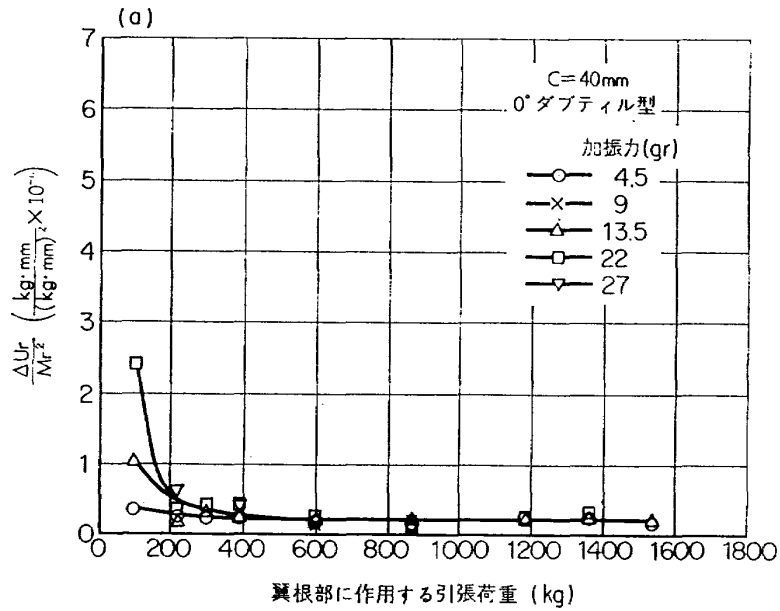


図 13

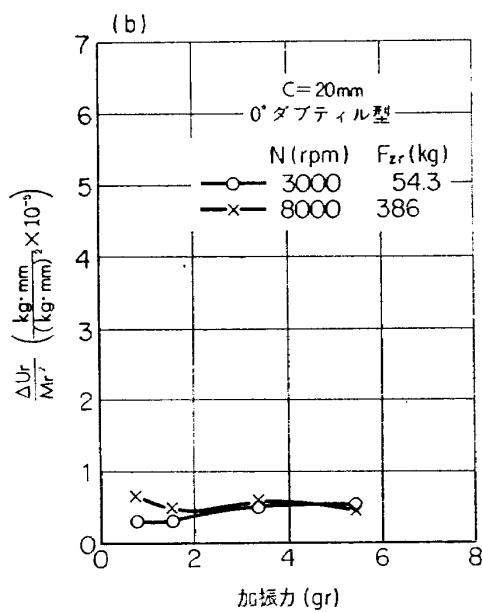
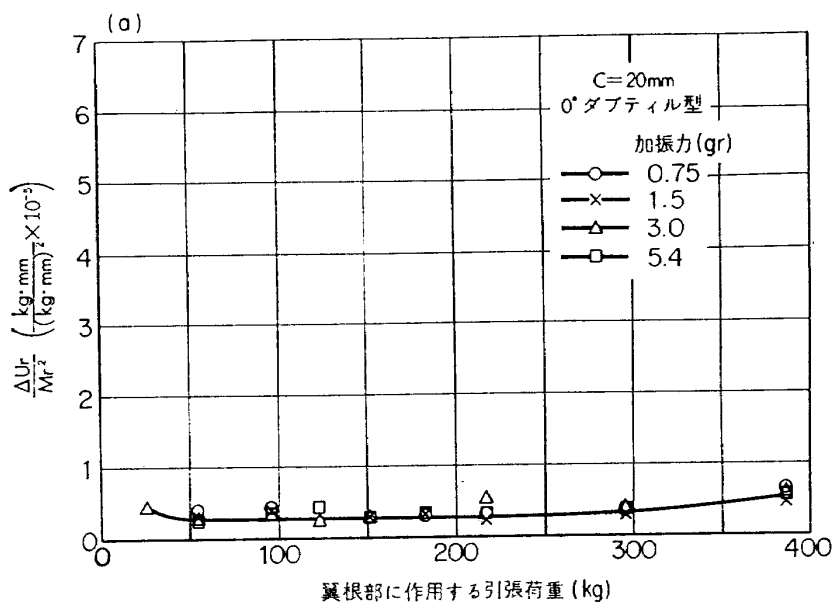


図 14

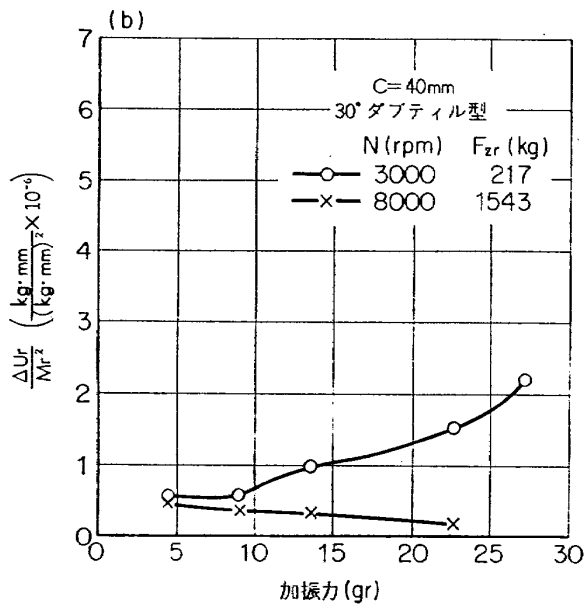
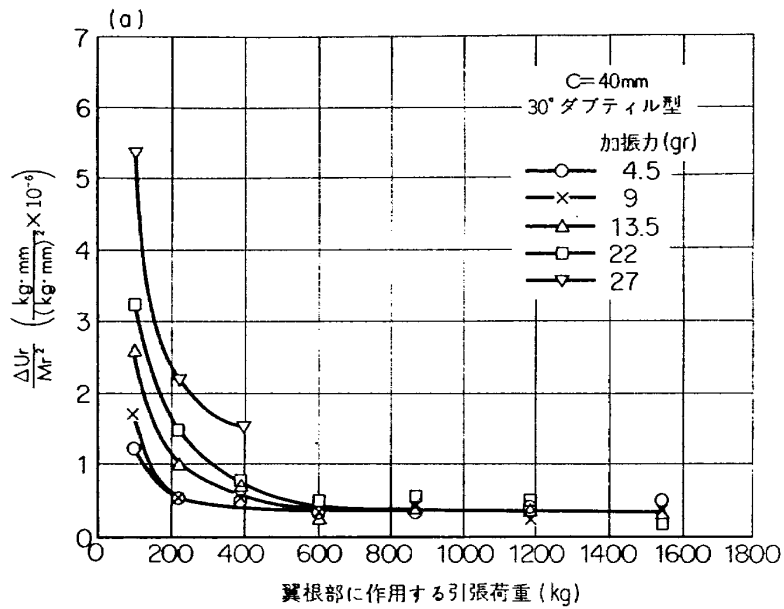


図 15

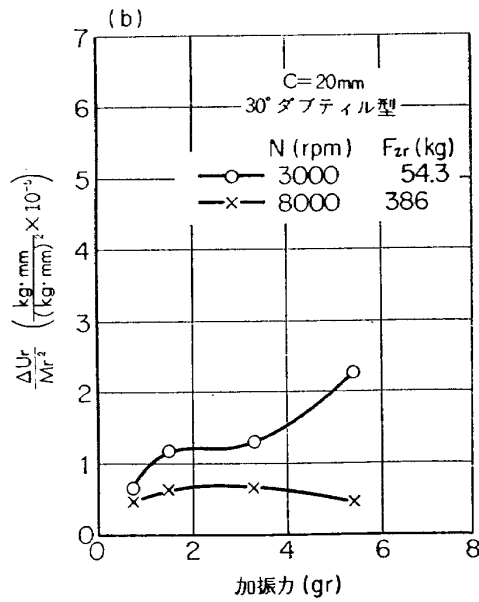
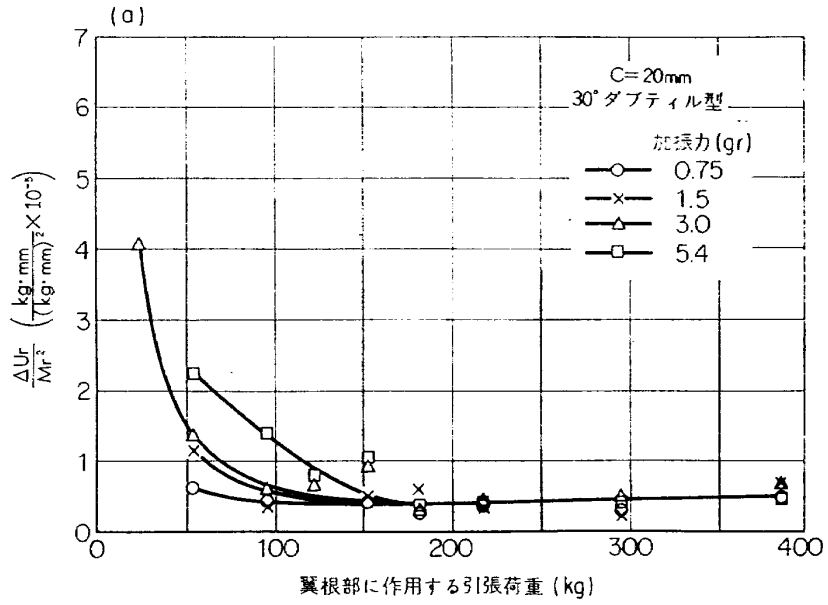


図 16

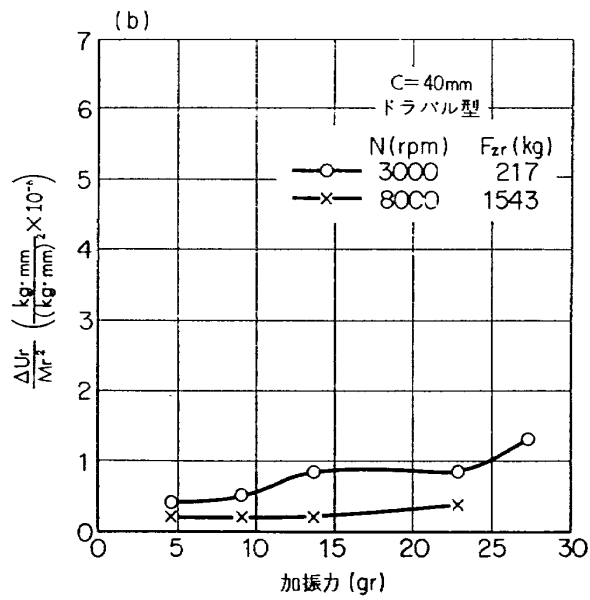
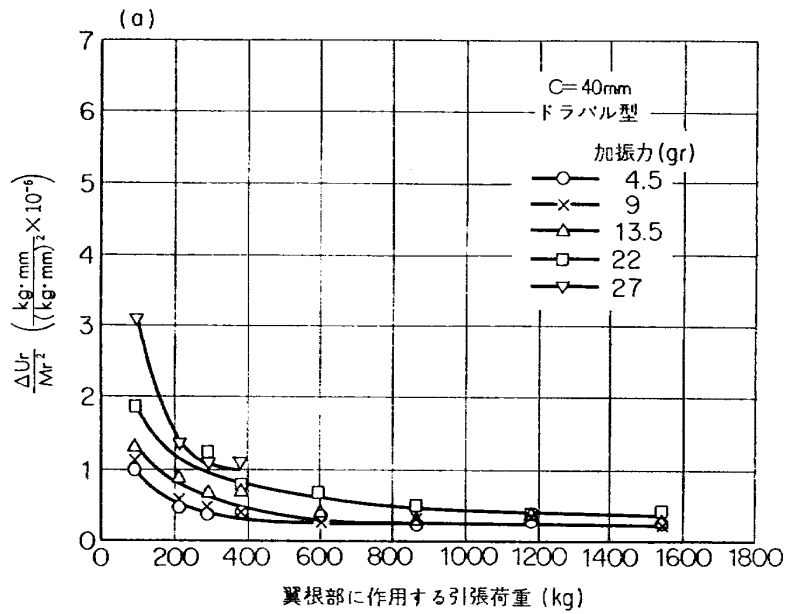


図 17

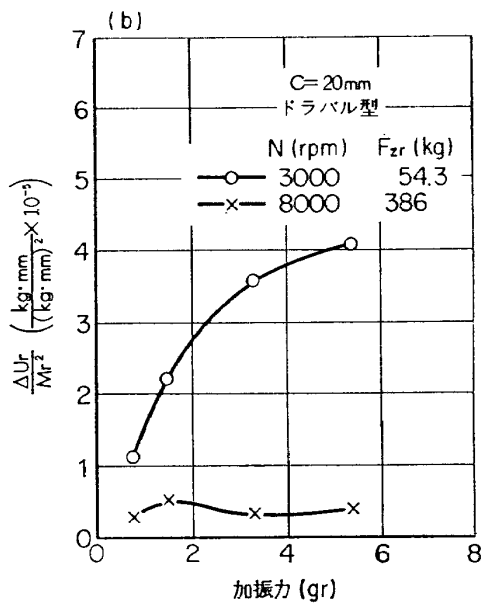
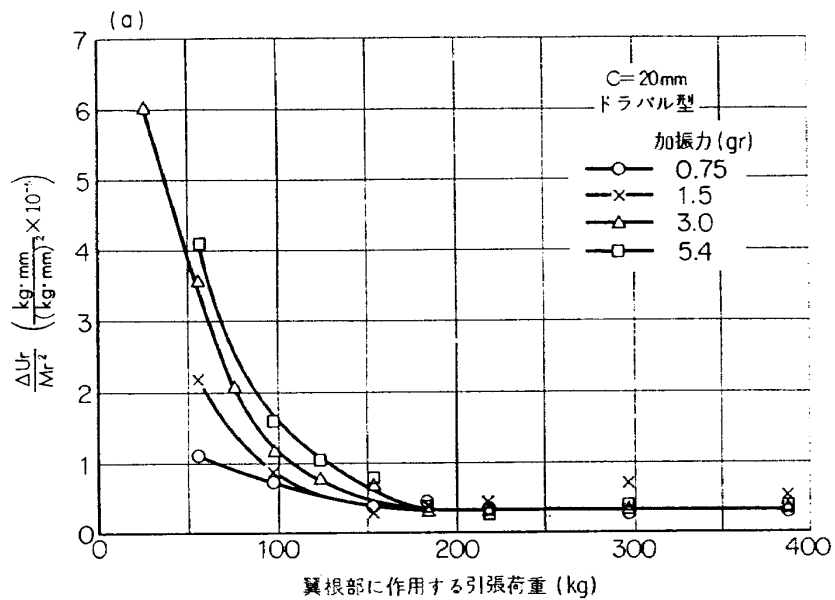


図 18

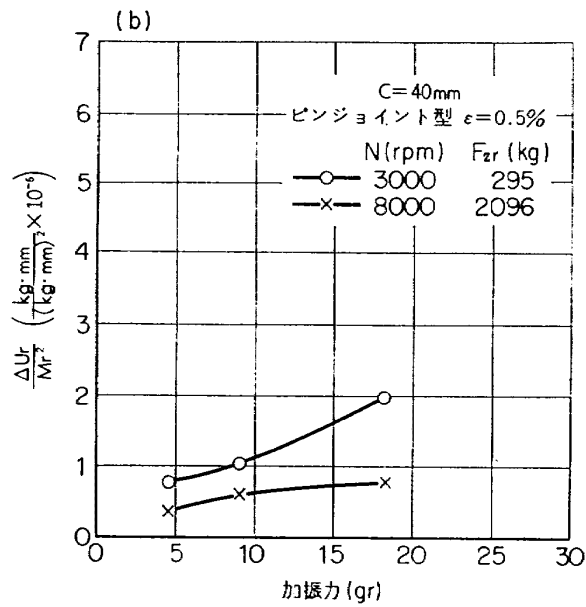
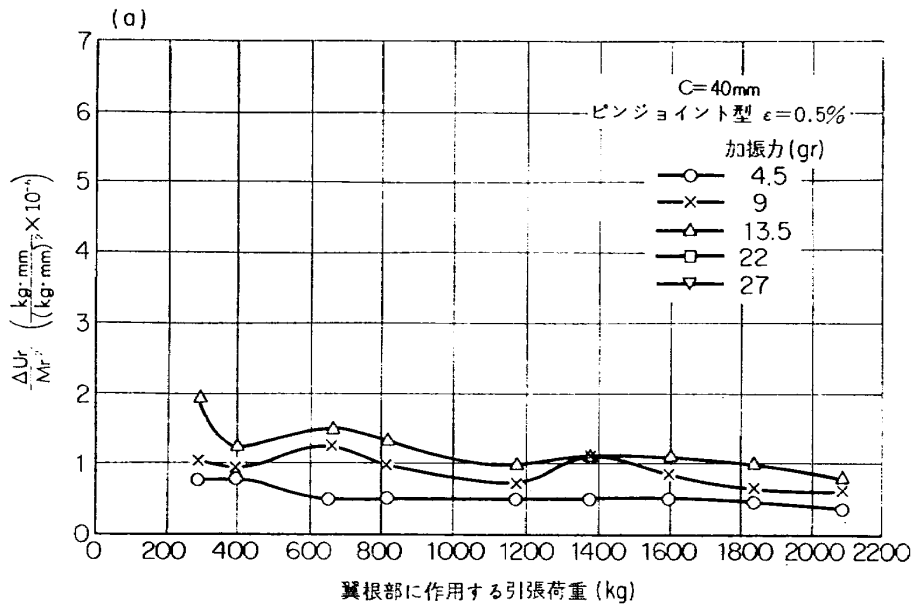


図 19

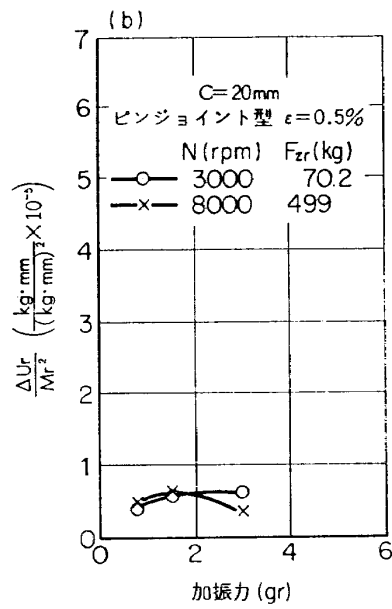
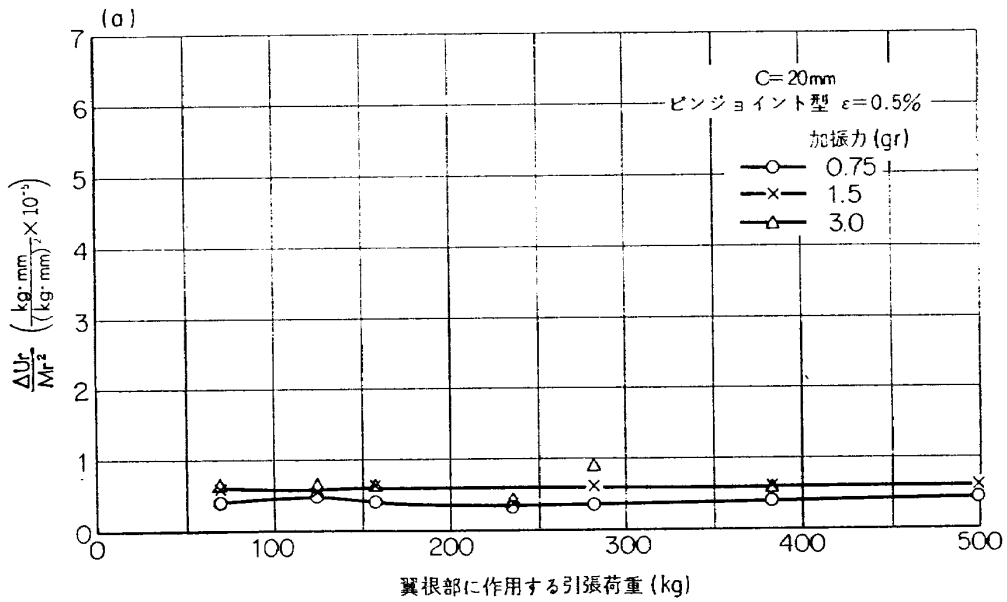


図 20

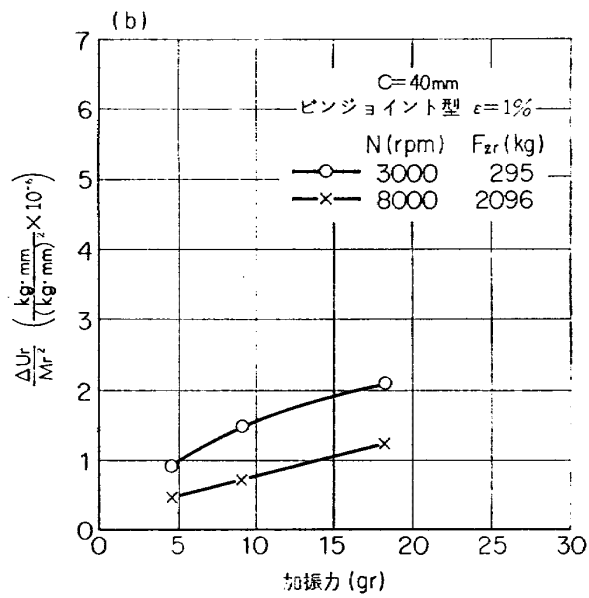
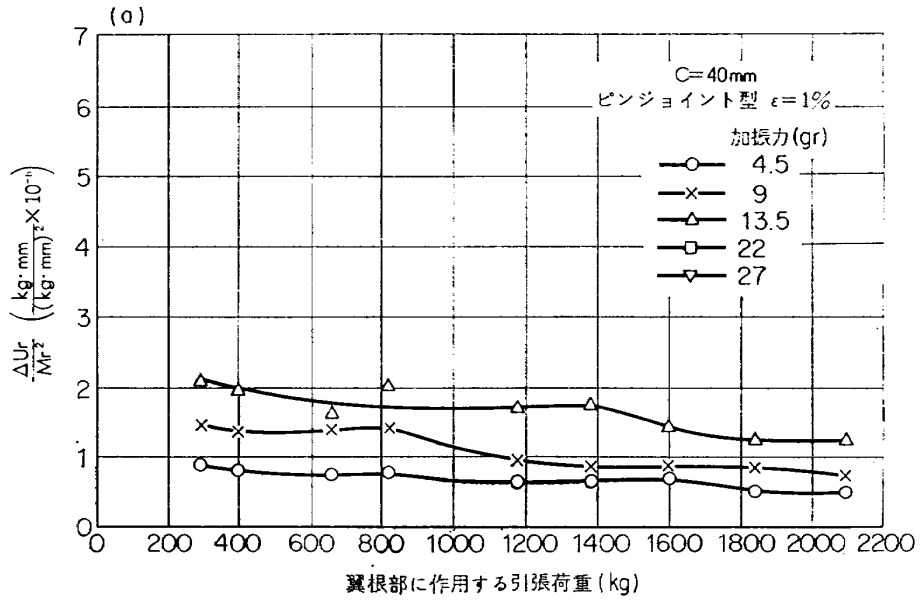


図 21

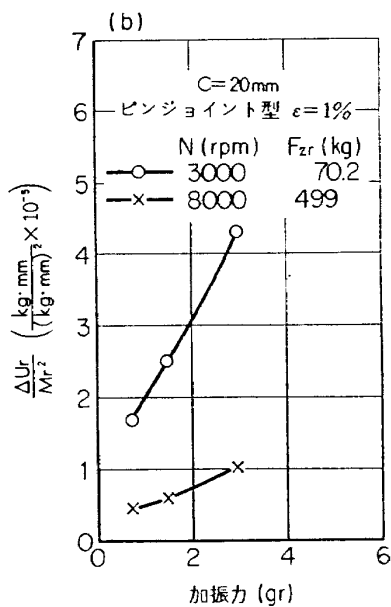
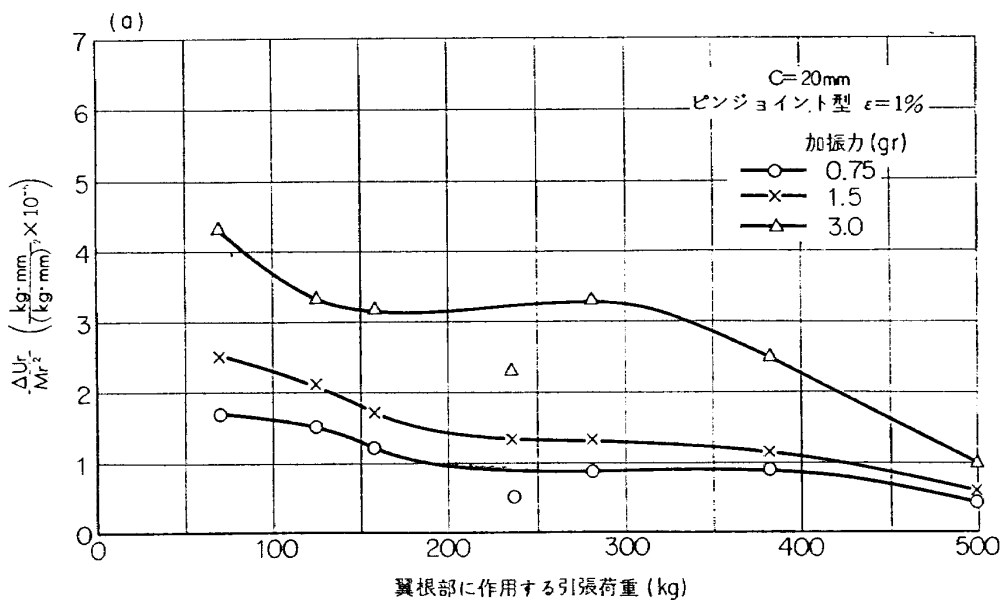


図 22

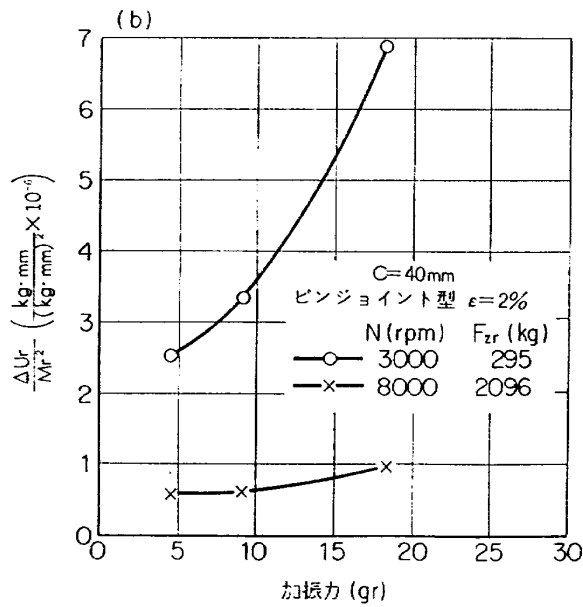
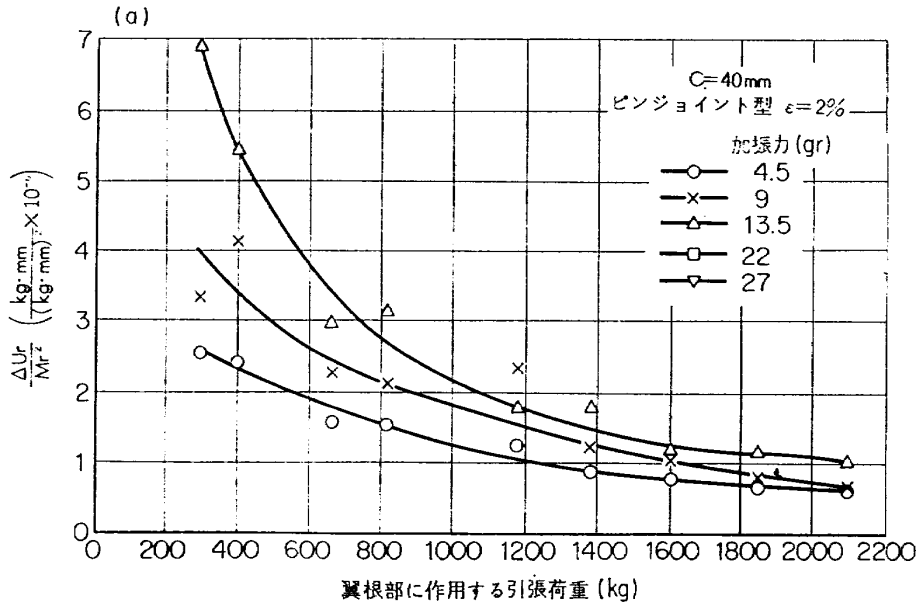


図 23

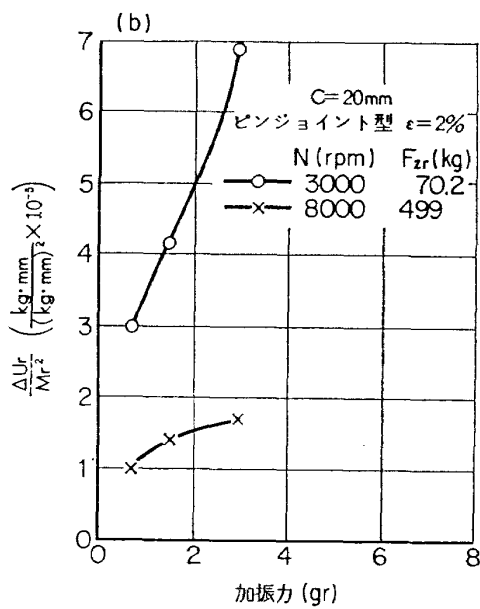
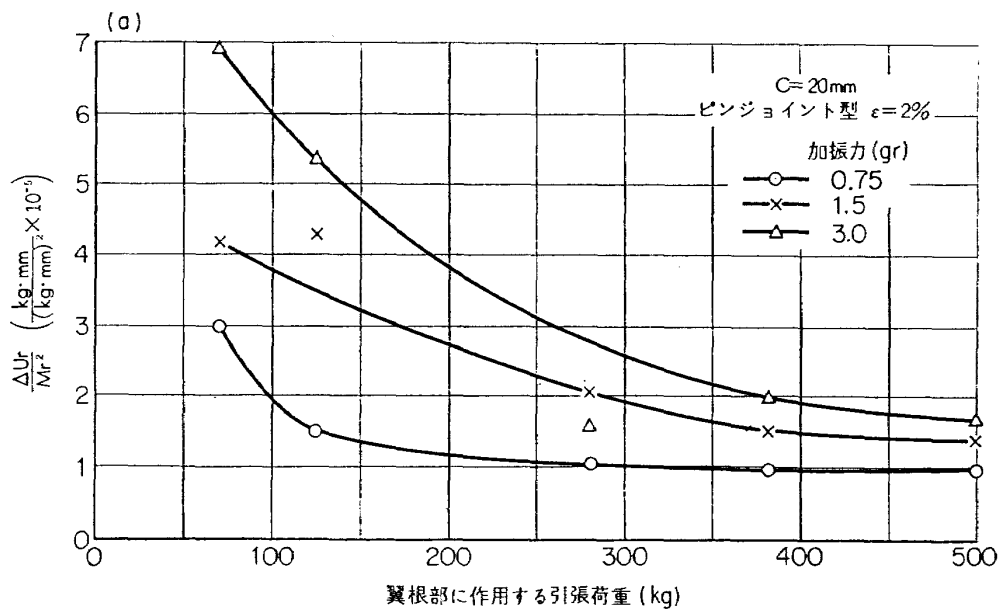


図 24

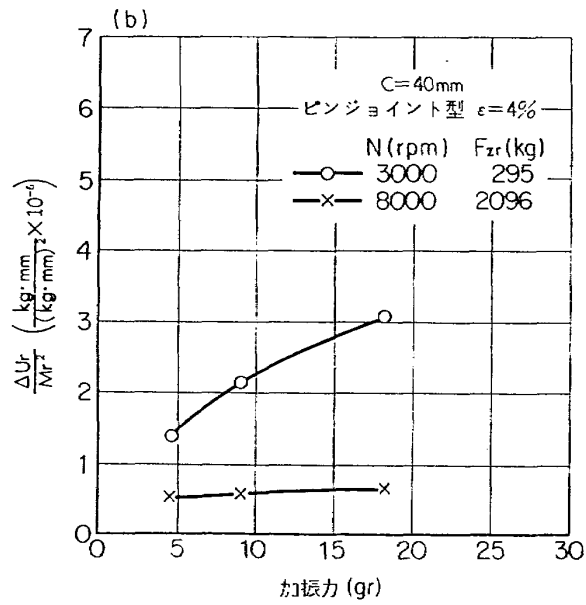
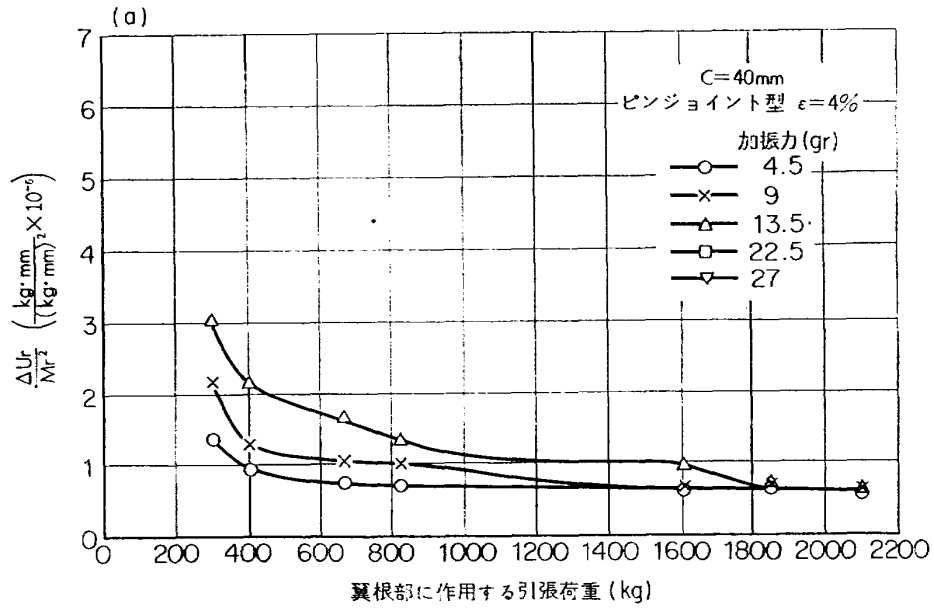
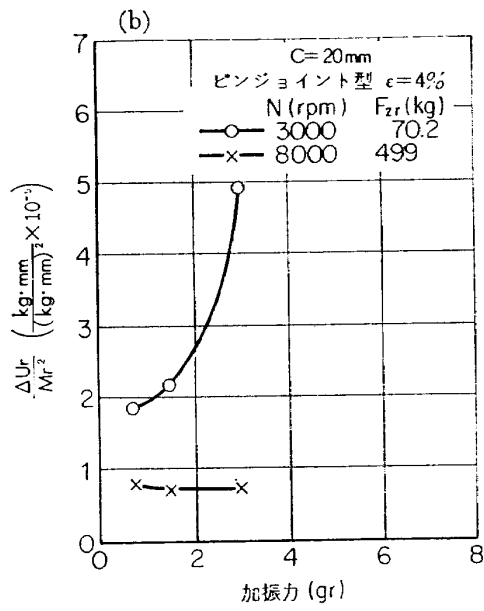
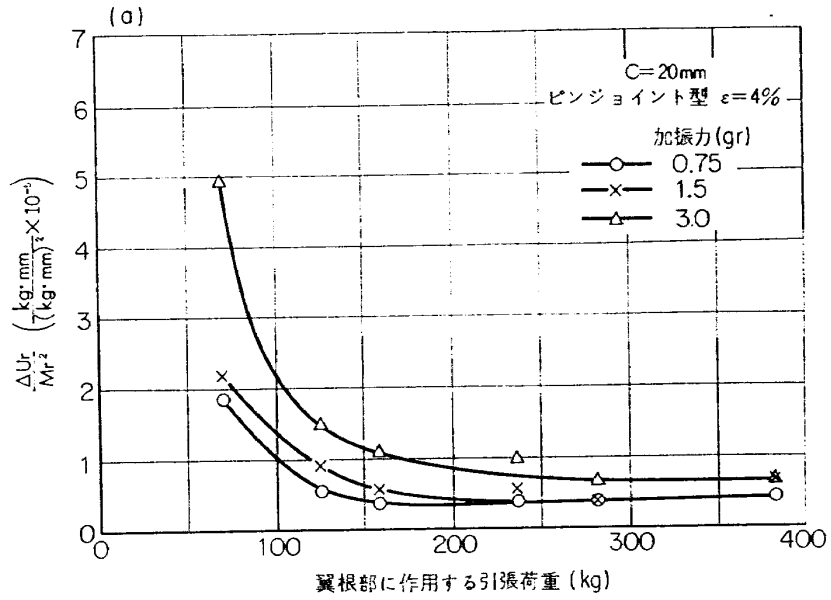


図 25



26 図

成す角度、接触面の曲率、接触面での摩擦係数ならびに翼根部に作用するモーメントとせん断力の振幅によって変ると考えられるが、本実験の範囲では 0° ダブテイル型で約 2 kg/mm^2 , 30° ダブテイル型およびドラバル型で約 3 kg/mm^2 となっている。なお、これらの結果を求める際に翼の根元近くで測定された振動応力は翼弦長 40 mm のものでも 20 mm のものでも最大片振幅 6 kg/mm^2 程度である。この振動応力の値から翼根部に作用しているモーメントを計算すると、翼弦長 40 mm のもので片振幅約 $500 \text{ kg}\cdot\text{mm}$, 20 mm のもので約 $60 \text{ kg}\cdot\text{mm}$ となる。また、翼の先端の片振幅は翼弦長 40 mm のもので約 1 mm , 20 mm のもので約 2 mm となる。

次に図 19 以後に示したピンジョイント型では、すきま比 2% のものが最も大きい減衰能をもっており、すきま比 1% のものがこれに次いでいる。すきま比 0.5% および 4% のものは本実験の引張荷重の範囲ではすきま比 1% および 2% のものより減衰能が小さい。この結果は翼弦長 40 mm および 20 mm のものにおいてほとんど同様に現われている。ピンジョイント型においては本実験の引張荷重の範囲で減衰能が一定の値に近づき、振幅依存性が無くなる傾向は明瞭に現われていない。また、すきま比 $1\sim 2\%$ のものの減衰能は引張荷重が小さい範囲でも大きい範囲でも他の型の 2 倍ないしそれ以上大きい。これらの結果についてはおおよそ次のように説明することができる。ピンジョイント型翼根部においてもピンとピン穴との面圧の大きさからみて接触面全体の一様なすべりは起こらず、部分的な微小すべりが生じていると考えられるが、

このような接触面の微小すべりは適当なころがりをともなう場合に生じやすくなる。ところが、すきま比が小さ過ぎる場合にはピンとピン穴の接触角 (Hertz 接触の式によって求められる) が大きいため、ころがり抵抗が大きく、ころがりとそれにともなう微小すべりの量が小さい。また、すきま比が大き過ぎる場合にはころがり抵抗が小さいため完全なころがり接触に近い状態が保たれる。この二つの中間にころがりとすべりが共に生じて振動エネルギーの吸収を最も大きくするすきま比があると考えられる。なお、Hertz 接触の式によって求められる接触角は本実験の最高回転速度 8000 rpm において、すきま比 0.5% , 1% , 2% および 4% のものでそれぞれ約 65° , 45° , 32° および 22° となっている。

4.4 従来との比較

以上の結果を文献 1) および 2) に示された結果と比較すると定性的な傾向は大体において一致しているものが多いが、次に述べるいくつかの項目についてはかなり異なる結果が得られている。文献 1) および 2) には翼模型の詳細な寸法が明らかにされていないので定量的に比較することがむずかしいが、いずれの文献にも数種類の型式について記されているので、各種の型式について翼車の回転速度あるいは翼根部に作用する引張荷重による減衰能とその振幅依存性の変化のありさまなどについて比較することにする。図 27 に示した文献 1) のダブテイル型とドラバル型に関する結果と本実験の結果を比べると回転速度による減衰能の変化の傾向は良く似ている。ところが、これによるとダブテイル型の方がドラバル型の約 2 倍の対数減

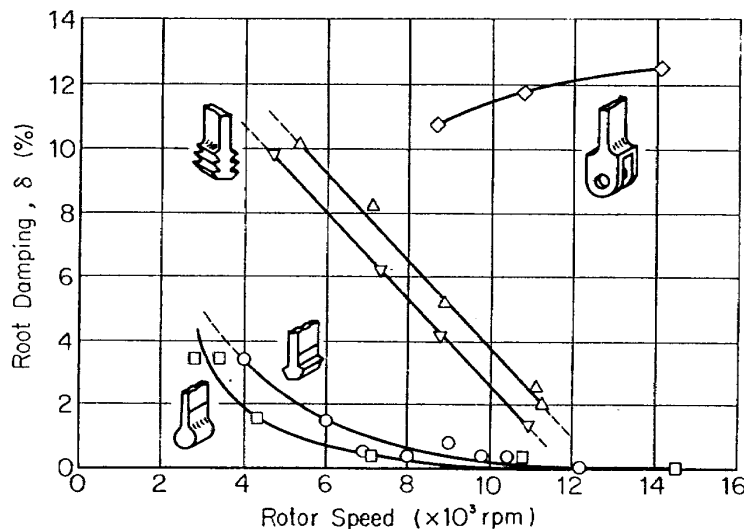


図 27 文献 (1) より引用

衰率を示しており、本実験の両者の間にあまり大きい差が認められず、むしろドラバル型の方がやや大きい減衰能をもつという結果とは異なる。これは翼根部の形状、寸法の差によるものと考えられるが、文献 1) にはダブルテイル型の接触面の角度、ドラバル型の翼車と翼のはめあいの程度などが記されていないので確定的なことはいえない。

ピンジョイント型については文献 1) に回転速度が高くなるほど対数減衰率が増加するという結果が示されている (図 26 参照)。また、回転速度が高い範囲における対数減衰率が他の型に比べてきわめて大きい値となっている。これらの点でも本実験の結果と異なるが、これは文献 1) のものでは翼と翼車のピンジョイントラグのはめあいをかなりきつくしていることによると推定される。

次に、文献 2) にはピンとピン穴のすきま比が大きいもの (6.5%~12.8%) において振幅が大きいほど減衰能が小さくなるという通常のものとは逆の振幅依存性が示されているが、本実験においてはすきま比が最も大きい 4% のものでもこのような傾向は全く現われていない。この相異が生ずる原因は次の通りであると推定される。文献 2) の実験ではすきま比が本実験より大きく、また、振幅が小さいためピンとピン穴は振動中ほぼ完全なころがり接触を保っていると考えられる。このような場合には文献 2) にも指摘されている通り、ころがり移動量は翼根部の傾きに比例するがころがり摩擦力が一定であるとすれば 1 サイクル中のエネルギー損失は傾きに比例する。翼根部の傾きは作用するモーメントに比例するから $\Delta U_r/M_r^2$ は振幅の増加とともに減少することになる。これに対し本実験ではすきま比が最も大きいものにおいても、すべりを生ずる状態になっていると考えられる。この場合にはすべりの量とすべり抵抗が正の振幅依存性をもつため、 $\Delta U_r/M_r^2$ に強い振幅依存性が現われることになる。

4.5 翼弦長の影響 (減衰能に対する寸法効果)

翼の長さは一定として、それ以外の寸法をすべて翼弦長に比例させて変えた場合に、対数減衰率あるいは $\Delta U_r/M_r^2$ がどのように変化するか考えてみる。まず、翼部の曲げ歪みエネルギー U_m 、遠心力によって貯えられるエネルギー U_c および翼根部の歪みエネルギーは前述の通りそれぞれ (1)、(2) および (3) 式によって表わされる。ここで、翼面荷重は翼弦長が変わっても変わらないものとし、したがって翼に作用する空気力は翼弦長に比例するものとする。この場

合、翼の長さが一定であるという条件を考慮すれば次の比例関係が成立する。

$$U_m \propto \frac{M^2}{EI} \propto \frac{c^2}{c^4} \propto \frac{1}{c^2} \quad (8)$$

$$U_c \propto F_z \cdot \left(\frac{dx}{dz}\right)^2 \propto F_z \cdot \left(\frac{M}{EI}\right)^2 \propto c^3 \cdot \left(\frac{c}{c^4}\right)^2 \propto \frac{1}{c^4} \quad (9)$$

次に、翼材料の内部摩擦および翼根部の内部摩擦は寸法によって変らないものと仮定する。また翼根部のせん断力による歪エネルギー ((3) 式の第 2 項) は曲げモーメントによる歪エネルギー (同式の第 1 項) よりじゅうぶん小さいものとすれば次の式が成立する。

$$U_r \propto \kappa \cdot \left(\frac{dx}{dz}\right)_{z=z_0}^2 \propto \kappa \cdot \left(\frac{M}{\kappa}\right)^2 \propto c^3 \cdot \left(\frac{c}{c^3}\right)^2 \propto \frac{1}{c} \quad (10)$$

遠心力が無い場合あるいは U_c が U_m に比較してじゅうぶん小さい場合には対数減衰率については次のようになる。

$$\lambda \propto \frac{\Delta U_r}{U_n} \propto \frac{1/c}{1/c^2} \propto c \quad (11)$$

また、 U_c が無視できない場合には次のようになる。

$$\lambda \propto \frac{\Delta U_r}{U_m + U_c} \propto \frac{1/c}{1/c^2 + \eta/c^4} \propto \frac{1}{1/c + \eta/c^3} \quad (12)$$

ここで、 $\eta = U_c/U_m$ である。

また、 $\Delta U_r/M_r^2$ については次のようになる。

$$\frac{\Delta U_r}{M_r^2} \propto \frac{\kappa \cdot \left(\frac{dx}{dz}\right)_{z=z_0}^2}{M^2} \propto \frac{\kappa \cdot \left(\frac{M}{\kappa}\right)^2}{M^2} \propto \frac{1}{\kappa} \propto \frac{1}{c^3} \quad (13)$$

以上のような単純化した考察によれば、対数減衰率は翼弦長の 1 乗に比例することになり、また、 $\Delta U_r/M_r^2$ は翼弦長の 3 乗に比例することになる。もしこの比例関係が成立するとすれば、共振状態における振動応力 σ_{res} は次の関係によって翼弦長の 3 乗に逆比例することになる。

$$\sigma_{res} \propto \frac{M}{\lambda z} \propto \frac{c^1}{c^1 \cdot c^3} \propto \frac{1}{c^3} \quad (14)$$

ここに z は翼断面の断面係数である。

次に本実験の結果とこのような単純な考察の結果とはどの程度一致しているか検討してみよう。まず、対数減衰率、 $\Delta U_r/M_r^2$ および翼根部の型式が同じで翼弦長が異なるもののこれらの値の比を表 1 と表 2 に示した。翼弦長 40 mm のものと 20 mm のものの対数減衰率の比が翼弦長の比の 1 乗すなわち 2 に近く、

表 1 対数減衰率とその翼弦長による変化

型式	固 定 型			0° ダブティル型			30° ダブティル型			ド ラ バ ル 型		
	λ_{40}	λ_{20}	$\lambda_{40}/\lambda_{20}$	λ_{40}	λ_{20}	$\lambda_{40}/\lambda_{20}$	λ_{40}	λ_{20}	$\lambda_{40}/\lambda_{20}$	λ_{40}	λ_{20}	$\lambda_{40}/\lambda_{20}$
3000	0.025	0.014	1.8	0.016	0.012	1.3	0.062	0.056	1.1	0.042	0.101	0.42
4000	0.026	0.010	2.6	0.019	0.008	2.4	0.032	0.032	1.0	0.033	0.035	0.94
6000	0.018	0.009	2.0	0.009	0.006	1.5	0.018	0.009	2.0	0.012	0.006	2.0
7000	0.019	0.007	2.7	0.009	0.006	1.5	0.015	0.007	2.1	0.013	0.007	1.9
8000	0.012	0.008	1.5	0.009	0.007	1.3	0.016	0.007	2.3	0.009	0.005	1.8
型式	ピ ン ジ ョ イ ン ト 型											
	すきま比 ; 0.5%			1%			2%			4%		
Nrpm	λ_{40}	λ_{20}	$\lambda_{40}/\lambda_{20}$	λ_{40}	λ_{20}	$\lambda_{40}/\lambda_{20}$	λ_{40}	λ_{20}	$\lambda_{40}/\lambda_{20}$	λ_{40}	λ_{20}	$\lambda_{40}/\lambda_{20}$
3000	0.096	0.018	5.3	0.11	0.12	0.92	0.29	0.19	1.5	0.099	0.089	1.1
6000	0.041	0.020	2.1	0.075	0.068	1.1	0.063	0.032	2.0		0.010	~
7000	0.045	0.013	3.4	0.060	0.049	1.2	0.039	0.035	1.1	0.026	0.009	2.9
8000	0.028	0.012	2.3	0.049	0.019	2.6	0.032	0.028	1.2	0.016	0.009	1.8

λ_{40} および λ_{20} はそれぞれ翼弦長 40 mm および 20 mm のものの対数減衰率である

表 2 $\Delta U_r/M_r^2$ とその翼弦長による変化

型式	固 定 型			0° ダブティル型			30° ダブティル型			ド ラ バ ル 型		
	μ_{40}	μ_{20}	μ_{20}/μ_{40}	μ_{40}	μ_{20}	μ_{20}/μ_{40}	μ_{40}	μ_{20}	μ_{20}/μ_{40}	μ_{40}	μ_{20}	μ_{20}/μ_{40}
3000	$\times 10^{-6}$ 0.43	$\times 10^{-6}$ 4.5	10.5	$\times 10^{-6}$ 0.39	$\times 10^{-6}$ 4.9	12.5	$\times 10^{-6}$ 1.5	$\times 10^{-6}$ 22	14.7	$\times 10^{-6}$ 0.86	$\times 10^{-6}$ 41	48
4000	0.48	3.8	7.9	0.46	3.4	7.4	0.80	14	17.5	0.70	16	23
6000	0.38	4.0	10.5	0.24	3.0	12.5	0.51	4.6	9.0	0.47	4.2	8.9
7000	0.44	3.0	6.8	0.26	3.4	13.1	0.43	3.9	9.1	0.31	4.0	12.9
8000	0.29	3.9	13.5	0.26	4.2	16.2	0.48	4.2	8.7	0.40	3.5	8.7
型式	ピ ン ジ ョ イ ン ト 型											
	すきま比 ; 0.5%			1%			2%			4%		
Nrpm	μ_{40}	μ_{20}	μ_{20}/μ_{40}	μ_{40}	μ_{20}	μ_{20}/μ_{40}	μ_{40}	μ_{20}	μ_{20}/μ_{40}	μ_{40}	μ_{20}	μ_{20}/μ_{40}
3000	$\times 10^{-6}$ 2.0	$\times 10^{-6}$ 6.3	3.2	$\times 10^{-6}$ 2.1	$\times 10^{-6}$ 43	20	$\times 10^{-6}$ 6.9	$\times 10^{-6}$ 69	10.0	$\times 10^{-6}$ 3.1	$\times 10^{-6}$ 49	15.8
6000	0.99	9.0	9.1	1.7	33	19.4	1.8	16	8.9		6.9	~
7000	1.1	5.9	5.4	1.4	25	17.8	1.1	20	18.2	0.99	6.5	6.6
8000	0.77	5.9	7.7	1.2	9.9	8.3	0.98	17	17.3	0.64	7.0	10.9

μ_{40} および μ_{20} はそれぞれ翼弦長 40 mm および 20 mm のものの $\Delta U_r/M_r^2$ ($\text{kg}\cdot\text{mm}/(\text{kg}\cdot\text{mm})^2$) である

$\Delta U_r/M_r^2$ の比が翼弦長の比の-3乗すなわち1/8に近くなっていけば上述の比例関係は成立していることになるわけである。なお、これらの表に示した値はいずれも加振力を最も大きくした場合のものである。

表1, 表2, 図8の(a), (b)あるいは図9の(a), (b)によると, ピンジョイント型以外のものでは回転速度が高くなり対数減衰率あるいは $\Delta U_r/M_r^2$ がほぼ一定の値まで低下した範囲において上述の比例関係がほぼ成立していることがわかる。

ピンジョイント型ではそれ以外の型ほど正確には比例関係が成立していないが, 最も高い回転速度の付近ではほぼ成立している。

回転速度が低く, 減衰能が固定型の値と比較してかなり大きい値となっている範囲ではピンジョイント型以外のものにおいても比例関係がくずれており, 規則的な関係は見出せない。

以上のような傾向が現われることから, 翼根部においてすべりが起こりにくい範囲では $\kappa \omega c^3$ および内部摩擦一定という関係がほぼ成立しているが, すべりが現われる範囲ではこの二つの関係は成立しなくなっていると推定される。

なお, 本実験においては翼弦長の異なる翼模型に対する加振力の最大値は翼弦長の比に等しくしておらず, 翼弦長 20 mm のものでは 40 mm のものの約 1/8 としているため, 振動応力は翼弦長が異なるものでもほぼ等しい値となっている。

5. 結 論

固定型, 0° ダブテイル型, 30° ダブテイル型, ドラバル型およびピンジョイント型の5種類の翼根部を持つ, 翼長は同じで翼弦長が 20 mm および 40 mm である2系列の翼模型について回転中の振動減衰能の測定を行ない, 次のような結果を得た。

(1) 0° ダブテイル型, 30° ダブテイル型およびドラバル型翼根部は低い回転速度においては固定型より大きい減衰能をもっているが, 回転速度が増加すると急激に減衰能が低下し, 或る回転速度以上では固定型とほぼ等しい減衰能をもつようになる。これらの3種類のうち, 0° ダブテイル型は最も低い回転速度で減衰能が減少し, 固定型の値に近づく。30° ダブテイル型とドラバル型は良く似た性質を示し, とともに低い回転速度における減衰能は 0° ダブテイル型より大きく, 減衰能が固定型の値に近づく回転速度も高い。

(2) ピンジョイント型翼根部においては, ピンとピン穴のすきま比を 1~2%としたものが最も大きい

減衰能をもち, すきま比がこの値より大き過ぎても, 小さ過ぎても減衰能は低下する。また, すきま比 1~2%のもの減衰能は本実験の回転速度のほとんど全範囲において他の型より大きく, 最も高い回転速度において他の型の約2倍となっている。

(3) 2次曲げ固有振動に対する減衰能は高い回転速度においては1次曲げ固有振動に対する値とほぼ等しいが, 低い回転速度では1次曲げに対する値よりやや低い値となる。

(4) 減衰能の振幅依存性は固定型ではあまり明瞭に現われないが, 他の型では回転速度が低い範囲において強く現われる。しかしながら, 回転速度が増加し, 減衰能が低下する範囲においては振幅依存性は弱くなる。

(5) 遠心力によって翼根部に作用する引張荷重が大きくなり, 翼車と翼根部の接触面全体が一様にすべり形のすべりが起こらなくなる範囲においては, 単純な考察によって得られる対数減衰率は翼弦長の1乗に比例し, $\Delta U_r/M_r^2$ は翼弦長の3乗に逆比例する, という関係がほぼ成立しているとみられる。したがって, 共振状態における振動応力は翼弦長の3乗に逆比例することになる。実際には減衰能の振幅依存性があるため, 翼弦長の乗に逆比例するほど急激には増加しないであろうが, いずれにしても翼の長さが等しい翼において翼弦長を小さくすることは振動応力の点で非常にきびしい条件になると考えられる。

本報告をおわるに当たり, 回転翼振動試験装置の計画については武内澄夫前原動機構造研究室長によるところが大きかったことを記し, 感謝の意を表する。

付録 片持翼の強制振動の計算について

本文に述べた通り翼模型に対する環状電磁石の加振力および翼根部で消散されるエネルギーを求めるために翼根部の弾性と内部摩擦などを考慮した片持翼の強制振動の計算を行なった。この計算方法は第1報⁴⁾に述べた固有振動についての計算方法を定常的な強制振動の場合に拡張したものである。

なお, 翼の材料の内部摩擦および翼根部の内部摩擦については材料の複素弾性係数および翼根部の複素バネ定数が, $\bar{E} = E(1 + i\epsilon_m)$, $\bar{\kappa} = \kappa(1 + i\epsilon_r)$ などの形で与えられるものとして計算した。また, 前報と同様に, ねじり振動は曲げ振動とは連成しないものとして計算しているが, レーシングワイヤで連結された翼列の計算との関連を便利にするために, ねじり振動に関

する要素も含めた 11 行列の 11 行列を用いる。

計算に使用する記号は次の通りである。

- A ; 断面積
 - \bar{E} ; 翼の材料の複素縦弾性係数, $E(1+i\xi_m)$
 - F_x, F_y ; 翼に作用する外力
 - F_z ; 断面に作用する遠心力
 - \bar{G} ; 翼の材料の複素横弾性係数, $G(1+i\xi_m)$
 - I_ξ, I_η ; 断面の主慣性モーメント, $I_\xi \leq I_\eta$
 - J ; 断面のねじり剛性定数
 - k_ξ, k_η ; せん断変形に関する断面の形状係数
 - M_x, M_y ; 曲げモーメント (図 A.1 参照)
 - M_z ; z 軸まわりのねじりモーメント
 - S_x, S_y ; せん断力
 - T_z ; 外部から作用するねじりモーメント
- $x-y-z$ 軸, $\xi-\eta$ 軸は図 A.1 の通りである。
- r ; 翼断面の取付角
 - ϕ ; z 軸まわりのねじり振動角変位
 - ρ ; 翼の材料の密度
 - Ω ; 翼車の回転角速度
 - ω ; 振動の円振動数

Holzer-Myklestad の方法を適用するために、翼を下端から上端まで $z_0, z_1, z_2 \dots z_n$ において z 軸に垂直な $n+1$ 個の断面で区切り、 $\Delta z_1 = z_1 - z_0, \Delta z_2 = z_2$

$-z_1, \dots, \Delta z_n = z_n - z_{n-1}$ の n 個の区間に分割する。各区間に分布している質量はその両端に 1/2 ずつ集中しているものとし、各区間は質量のない様なはりと考える。

ここで、 i 番目の断面の上側の状態ベクトル Y_i を次のように定義する。

$$Y_i = \begin{pmatrix} y \\ dy/dz \\ M_y \\ S_y \\ \dots \\ x \\ dx/dz \\ M_x \\ S_x \\ \dots \\ \phi \\ M_z \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}_i \quad (A.1)$$

円振動数 ω の定常的な強制振動において Y_i と Y_{i+1} とは次のような関係で結びつけることができる。

$$Y_{i+1} = (M \cdot V \cdot E \cdot V^{-1})_{i+1} \cdot Y_i \quad (A.2)$$

ここに、 E_{i+1} は $i+1$ 番目の区間の剛性を表わす行列で次の形のものである。

$$E_{i+1} = \begin{pmatrix} 1 & \Delta z & \frac{\Delta z^2}{2\bar{E}I_\xi} & \frac{-\Delta z^3}{6\bar{E}I_\xi} + \frac{\Delta z}{k_\xi \bar{G}A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \frac{\Delta z}{\bar{E}I_\xi} & \frac{-\Delta z^2}{2\bar{E}I_\xi} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\Delta z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta z & \frac{\Delta z^2}{2\bar{E}I_\eta} & \frac{-\Delta z^3}{6\bar{E}I_\eta} + \frac{\Delta z}{k_\eta \bar{G}A} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{\Delta z}{\bar{E}I_\eta} & \frac{-\Delta z^2}{2\bar{E}I_\eta} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\Delta z & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{\Delta z}{GJ} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{i+1} \quad (A.3)$$

次に、 V_{i+1} は座標系を $\xi-\eta$ 軸から $x-y$ 軸に平行な座標軸に変換する行列である。

付 表 計 算 例

翼 模 型	C=40 mm		C=20 mm			
k_x kg/mm, $\kappa_x \frac{\text{kg}\cdot\text{mm}}{\text{rad}}$	3.0×10 ⁴ , 5.8×10 ⁶		4.1×10 ³ , 1.68×10 ⁶			
ξ_k, ξ_k	0.3, 0.3		0.3, 0.3			
振 動 形	1 次 曲 げ		1 次 曲 げ		2 次 曲 げ	
回 転 速 度 rpm	0	8000	0	8000	0	8000
振 動 数 H_z	182.3	284.7	91.6	234.9	566.7	757.4
先端の振幅 mm	0.0524	0.0275	1.67	0.191	0.0210	0.0220
測定位置の 振動応力 kg/mm ²	0.35	0.21	5.6	1.1	0.21	0.14
M_r kg·mm	28.9	18.8	57.9	14.5	4.52	2.92
U_m kg·mm	6.42×10 ⁻³	2.27×10 ⁻³	0.412	0.0192	2.63×10 ⁻³	1.58×10 ⁻³
U_c kg·mm	0	1.92×10 ⁻³	0	0.0300	0	0.60×10 ⁻³
U_r kg·mm	1.54×10 ⁻⁴	0.86×10 ⁻⁴	4.84×10 ⁻³	0.756×10 ⁻³	6.38×10 ⁻⁵	3.94×10 ⁻⁵
U_i kg·mm	6.57×10 ⁻³	4.28×10 ⁻³	0.413	0.0500	2.70×10 ⁻³	2.22×10 ⁻³
U_i/M_r^2 $\frac{\text{kg}\cdot\text{mm}}{(\text{kg}/\text{mm})^2}$	7.9×10 ⁻⁶	12.1×10 ⁻⁶	1.23×10 ⁻⁴	2.37×10 ⁻⁴	1.32×10 ⁻⁴	2.66×10 ⁻⁴
ΔU_b kg·mm	4.03×10 ⁻⁶	2.63×10 ⁻⁶	2.59×10 ⁻⁴	0.31×10 ⁻⁴	1.65×10 ⁻⁶	1.37×10 ⁻⁶
ΔU_r kg·mm	2.95×10 ⁻⁴	1.62×10 ⁻⁴	9.37×10 ⁻³	1.46×10 ⁻⁴	1.22×10 ⁻⁴	0.76×10 ⁻⁴
λ	0.023	0.019	0.012	0.015	0.023	0.017

る。したがって対数減衰率の計算値が実測値と一致するためには翼根部の内部摩擦の値が翼の材料の内部摩擦と比較して非常に大きい値をもたなければならないことになる。ここでは、 ξ_r, ξ_k ともに 0.3 とした場合に計算値と実測値がほぼ一致している。

ここで計算によって求めた翼根部の弾性の値と、対数減衰率の実測値から求めた翼根部の内部摩擦の値の精度について疑問がもたれるかも知れないが、これらの値の誤差によって生ずる加振力の計算値の誤差は振動数が翼模型の固有振動数から 5% 以上はなれている場合にはきわめて小さいから、問題とならないと考えられる。

次に各種の翼根部をもつ翼模型について $\Delta U_r/M_r^2$ を求める。そのためにそれぞれの種類の翼根部の弾性を与えて前述のような計算を行ない、 U_i/M_r^2 を求めておき、次の関係を利用して対数減衰率の実測値から求める。

$$2\lambda \frac{U_i}{M_r^2} = \frac{\Delta U_i}{U_i} \cdot \frac{U_i}{M_r^2} = \frac{\Delta U_i}{M_r^2} = \frac{\Delta U_r}{M_r^2} \quad (\text{A. 11})$$

ΔU_r は ΔU_b に比べて十分大きいから $\Delta U_r/M_r^2$ は上の式によって十分な精度で求められる。

この計算において、一定の回転速度における定まった振動形については、 U_i/M_r^2 に対する翼根部の弾性

と内部摩擦の値の影響は少ないので、これらの値の精度の悪さは問題にならない。

本実験に用いたような、ねじれのない一様断面の翼の一平面内の曲げ振動についてならば、このような方法によらなくても良いのであるが、前報に述べた計算のプログラムをわずかに改造するのみで、この計算を行なうことができるので、この方法を用いた。空力的な加振力および減衰の評価が行なえれば、この方法は実機の翼の振動応力の予測にも応用できると考えられる。

参 考 文 献

- 1) M.P. Hanson, A.J. Meyer & S.S. Manson; A Method of Evaluating Loose-Blade Mounting as a Means of Suppressing Turbine and Compressor Blade Vibration, Proc. Soc. Exp. Stress Analys., Vol. X (1953) No. 2, p. 103
- 2) 石田, 北村, 塩入, 八田; 翼の振動の問題から見た軸流機械の翼の植え込み部の性質, 東大宇宙航研報告, 第1巻, 第3号(B), 1965年9月, p. 301
- 3) L.E. Goodman & J.H. Klumpp; Analysis of Slip Damping with Reference to Turbine

- Blade Vibration, J. of Appl. Mech., Vol. 23,
1956, p. 421
- 4) 宮地, 星谷, 祖父江; 軸流回転機の翼の振動
について (I) 固有振動数, 振動形および振動
応力分布, 航技研報告 TR-176, 1969年7月
- 5) 武内, 宮地, 星谷; 回転振動試験装置の計画,
構造および特性, 航技研資料 TM-74, 1966年
2月

- | | | | |
|--------|--|----------|---------------------------------------|
| TR-209 | フライングテストベッド用偏向ジェットパイ
プの模型実験
Mode Test on Deflected Jet Pipes of NAL
Flying Test Bed | 1970年10月 | 田辺 義一 |
| TR-210 | 自由飛行模型 FFM-10 の空力特性について
On the Aerodynamic Characteristics of a
Free Flight Model FFM-10 | 1970年 8月 | 河崎 俊夫, 齊藤 秀夫
河本 巖 |
| TR-211 | ジェット・フラップロータのホバ特性に関す
る一模型実験
A Model Test on Hovering Characteristics
of Jet-Flapped Rotor | 1970年 9月 | 吉田 真幸, 戸田 亘洋
岡 遠一, 高沢 金吾 |
| TR-212 | 二重噴流の空力的騒音
Aerodynamic Noise of a Circular Double
Jet | 1970年10月 | 河野 長正 |
| TR-213 | ジンバルエンジン駆動用 DPF 方式油圧サー
ボの試作研究
A Study of Gimbal-Engine Actuated
Hydraulic Servomechanism with DPF
Hydro-mechanical Compensation Network | 1970年 9月 | 畑山 茂樹, 興石 肇 |
| TR-214 | 軸流圧縮機動翼機取付部の疲労についての実
験的研究(隙間のあるピン接合ラグ)
Experimental Investigation of Fatigue
Strength of Axial Flow Compressor
Blade Root —Point Joint Lug Having
Clearance between Pin and Pin-Hole— | 1970年 9月 | 池田 為治, 山岸 崇 |
| TR-215 | ジェット輸送機の操縦のタスクアナリシス
Tax Analysis of Jet Transport(DC-8) | 1970年10月 | 樋口 一雄, 百名 盛之
三好 範子, 岡部 正典
川原 弘靖 |
| TR-216 | 横風中の3次元乱流ジェットの湾曲と発達
Bending and Development Three-dimensio-
nal Turbulent Jets in a Gross Wind | 1970年 9月 | 遠藤 浩, 中村 正義 |
| TR-217 | 人工粘性付 Lax-Wendroff およびその変形差
分法に関する数値実験
Numerical Test on Lax-Wendroff Difference
Scheme with Artificial Viscosity and Its
Variations by the Two-Step Method | 1970年 9月 | 安喜 隆幸 |

航空宇宙技術研究所報告218号

昭和45年10月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)44-9171(代表) 182

印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川2-27-12
