

UDC 629.72.018.74 :  
533.6.011.3/5 :  
533.6.013.417 :

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-228

自由飛行模型 FFM-10 の運動特性と  
飛しょう試験におけるデータ処理法

高 島 一 明

1970 年 12 月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 報 告

- |        |   |          |                                  |
|--------|---|----------|----------------------------------|
| TR-205 | 差分法による2次元非定常ノズル流の数値計算<br>Finite Difference Calculations of Two-dimensional Nonsteady Nozzle Flows   | 1970年8月  | 石黒登美子                            |
| TR-206 | 航空機の横操縦を行なう人間の動特性についてのシミュレータ実験(1自由度の場合)<br>A Simulator Experiment to Investigate Human Behavior in Tracking Tasks   | 1970年8月  | 別府護郎, 坂井紀穂<br>吉田純一               |
| TR-207 | 境界層内圧力変動による板の振動解析(I)<br>—周辺単純支持板—<br>Response Analysis of the Simply Supported Plate to Boundary Layer Pressure Fluctuations  | 1970年9月  | 藤森義典                             |
| TR-208 | ガスタービン燃焼器<br>Gas Turbine Combustors   | 1970年9月  | 鈴木邦男, 田丸卓隆<br>堀内正司, 齊藤           |
| TR-209 | フライングテストベッド用偏向ジェットパイプの模型実験<br>Model Test on Deflected Jet Pipes of NAL Flying Test Bed  | 1970年10月 | 田辺義一                             |
| TR-210 | 自由飛行模型FFM-10の空力特性について<br>On the Aerodynamic Characteristics of a free Flight Model FFM-10   | 1970年8月  | 河崎俊夫, 齊藤秀夫<br>河本巖                |
| TR-211 | ジェット・フラップ・ローターのホバ特性に関する一模型実験<br>A Model Test on Hovering Characteristics of Jet-Flapped Rotor   | 1970年9月  | 古茂田真幸, 戸田亘洋<br>岡遠一, 高沢金吾         |
| TR-212 | 二重噴流の空力的騒音<br>Aerodynamic Noise of a Circular Double Jet  | 1970年10月 | 河野長正                             |
| TR-213 | シンバルエンジン駆動用DPF方式油圧サーボの試作研究<br>A Study of Gimbal-Engine Actuated Hydraulic Servomechanism with DPF Hydro-mechanical Compensation Network   | 1970年9月  | 畑山茂樹, 興石肇                        |
| TR-214 | 軸流圧縮機動翼機植込部の疲労についての実験的研究(隙間のあるピン接合)<br>Experimental Investigation of Fatigue Strength of Axial Flow Compressor Blade Root —Pin Joint Lug Having Clearance between Pin and Pin-Hole— | 1970年9月  | 池田為治, 山岸崇                        |
| TR-215 | ジェット輸送機の操縦のタスク・アナリシス<br>Task Analysis of Jet Transport(DC-8)  | 1970年10月 | 樋口一雄, 百名盛之<br>三好範子, 岡部正典<br>川原弘清 |
| TR-216 | 横風中の3次元乱流ジェットの湾曲と発達<br>Bending and Development Three-dimensional Turbulent Jets in a Gross Wind   | 1970年9月  | 遠藤浩, 中村正義                        |
| TR-217 | 人工粘性付LAX-WENDROFFおよびその変形差分法に関する数値実験<br>Numerical Test on Lax-Wendroff Difference Scheme with Artificial Viscosity and Its Variations by the Two-Step Method                         | 1970年9月  | 安喜隆幸                             |

# 自由飛行模型FFM-10の運動特性と 飛しょう試験におけるデータ処理法\*

高 島 一 明\*\*

## Flight Dynamics of Free-flight Model FFM-10 and Data Analysis Method for Free-flight Tests

By

Kazuaki TAKASHIMA

The flight path and longitudinal dynamic characteristics of free-flight model FFM-10 were investigated prior to flight test.

The dispersion of the range due to thrust misalignment, ground wind and aerodynamic asymmetries of the model was determined. The dispersion by the last-named cause can be eliminated by slow rolling of the FFM-10 in flight, while slow rolling causes little effect upon dispersion due to thrust misalignment and ground wind. The influence of the roll rate which brings about coupling between pitch mode and yaw mode was investigated analytically. Deceleration by as much as  $6g \sim 7g$  caused by drag at Mach number 1.3 gives such a small reduction of frequency of short period mode that the flight speed can be assumed to be constant.

The procedure of analyzing flight data is briefly described

### 1. ま え が き

FFM-10はロケットエンジンを持ち、 $60^\circ$ 後退角三角翼の航空機模型で大気中を自由飛行させ、じょう乱を与えて動特性、安定微係数を得る実験<sup>1)~5)</sup>を行なうための自由飛行模型である。到達最高マッハ数は1.3であり、超音速領域で1回、高亜音速領域で1回、計2回の縦のじょう乱を与えるように計画された。この自由飛行模型の設計にあたって空力的部門、構造的部門からおもに機体の形状、構造等について多くの検討が行なわれ報告されている<sup>6)7)8)</sup>。

ここでは飛しょう試験にさきだって計算したFFM-10の飛しょう性能、運動性能、特に推力線不整、風等による分散、空力的不整量の影響とその軽減法等について説明するとともに、じょう乱を受けた際の運動および安定微係数を求めるためのデータ処理法等につい

て調べた結果を報告する。飛しょう試験結果はテレメータ観測結果、光学観測結果の詳しい解析が行なわれた後発表される予定である。

当初、飛しょう試験を予定したFFM-10は2機で、1号機は発煙剤酸化チタンを塔載するのみでじょう乱用ロケット、テレメータ等を塔載せず、飛しょうの正常性、安定性を確める模型であり、2号機にじょう乱用ロケット、テレメータ等を塔載して本来の目的の試験を行なうことになっていた。従ってここでの飛しょう、運動計算はすべて2号機を対象としたが飛しょう性能については当然1号機にもあてはまるものである。

### 2. 記 号

$a$  : 加速度

$A$  : 定数

$b$  :  $\rho S U_0 C_D / (2m)$ , 翼幅

$B, B_1, B_2$  : 定数

$\bar{c}$  : 平均翼弦長

\* 昭和45年10月12日受付

\*\* 空気力学第二部

$D$ : 重心からの距離  
 $F_p$ : じょう乱ロケットの推力  
 $g$ : 重力加速度  
 $I_x, I_y, I_z, I_{xz}$ : 機体軸  $X, Y, Z$  軸まわりの慣性モーメントと慣性乗積  
 $I_{sp}$ : 比推力  
 $k$ : 正整数  
 $k_1$ :  $\bar{c}/(2U)$   
 $k_2$ :  $b/(2U)$   
 $l_1, l_2$ : 重心と  $Z$  方向加速度計の距離  
 $l_p$ : 重心とじょう乱用ロケットの作用点間の距離  
 $L$ : 推力線と機軸とのずれ  
 $m$ : FFM-10の質量  
 $M$ : マッハ数  
 $P$ : 振動データの極値  
 $q$ : 動圧  
 $S$ : 翼面積  
 $t$ : 時間  
 $t_f$ : FFM-10の飛しょう時間  
 $t_1, t_k, t'_k$ : 振動データが極値をとる時の時間  
 $V_R$ : 機体の大気に対する相対速度  
 $\alpha$ : 迎角  
 $\beta$ : 横滑り角  
 $\delta$ : 対応するエルロン操舵量  
 $\varepsilon$ : 位相角, 推力線の傾むき角  
 $\zeta$ : 減衰比  
 $\theta_l$ : 射角  
 $\theta_i$ : 着水時の入射角  
 $\lambda$ : 特性方程式の変数  
 $\rho$ : 空気密度  
 $\omega$ : 角振動数  
 $\Omega$ : 角振動数

## 添 字

$\alpha$ : 縦揺れモード  
 $\beta$ : 偏揺れモード  
 $CG$ : 重心  
 $r$ : 真値  
 $\left. \begin{matrix} x, y, z \\ x, y, z \end{matrix} \right\} X, Y, Z$  方向  
 $\circ$ : 初期値または一定値

## 座標軸, 空気力, 変数

$x, y, z$ : 固定軸系に対する座標  
 $X, Y, Z$ : 機体軸系に対する座標  
 $X, Y, Z$ : 機体軸各軸方向の空気力

$L, M, N$ : 機体軸各軸まわりの空気力モーメント  
 $P, Q, R$ : 機体軸各軸まわりの回転速度  
 $p, q, r$ : 回転速度のじょう乱部分  
 $U, V, W$ : 機体軸各軸方向の速度  
 $u, v, w$ : 速度のじょう乱部分  
 $\phi, \theta, \psi$ : オイラー角

## 空力係数, 安定微係数

$C_D$ : 抗力係数  
 $C_L$ : 揚力係数  
 $C_Y$ : 横力係数  
 $C_l$ : 横揺れモーメント係数  
 $C_m$ : 縦揺れモーメント係数  
 $C_n$ : 偏揺れモーメント係数  
 $C_{L\alpha}, C_{Y\beta}, C_{l\beta}, C_{l\delta}, C_{m\alpha}, C_{n\beta}, C_{mw},$   
 $\frac{\partial C_L}{\partial \alpha}, \frac{\partial C_Y}{\partial \beta}, \dots$

$C_{lp}, C_{mq}, C_{m\dot{\alpha}}, C_{nr}, C_{np}, C_{mw}, C_{n\dot{\beta}},$   
 $\frac{\partial C_l}{\partial \left(\frac{b\beta}{2U}\right)}, \frac{\partial C_m}{\partial \left(\frac{\bar{c}q}{2U}\right)}, \dots$

$L_\alpha \frac{qSCL_\alpha}{m}$

$M_\alpha, M_q, M_w, M_{\dot{w}},$

$\frac{1}{I_Y} qS\bar{c}C_{m\alpha}, \frac{1}{I_Y} qS\bar{c} \frac{\bar{c}}{2V} C_{mq}, \dots$

$N_\beta, N_r, N_p$

$\frac{1}{I_Z} qSbC_{n\beta}, \frac{1}{I_Z} qSb \frac{b}{2V} C_{nr}, \dots$

## 3. 飛しょう性能

## 3.1 標準飛しょう径路と分散

FFM-10の飛しょう試験にさきだち、飛しょう性能、種々の不整量の影響等を空力的、構造的設計と並行して計算した。設計の途中の段階では未知の量があり、また途中で設計変更が行なわれる場合もあったから実際に計算した結果はすべてが最終的な FFM-10の仕様によるものではない。またここで述べる計算結果のすべてが同じ条件によるものではないが、結果に対する比較、検討は行なえる。

図1は FFM-10の外形である。主翼は60°後退角の三角翼で水平尾翼はなく、垂直尾翼も60°後退角の三角翼である。胴体は直径10cmの円柱で、先端は半頂角10°の円錐になっている。最終的な諸元は表1に示されている、さらに表1には飛しょう性能計算の際に使用した数値、条件等も並記してある。図2は計算に使用した空力係数のうちの主要なものを示す。これは風

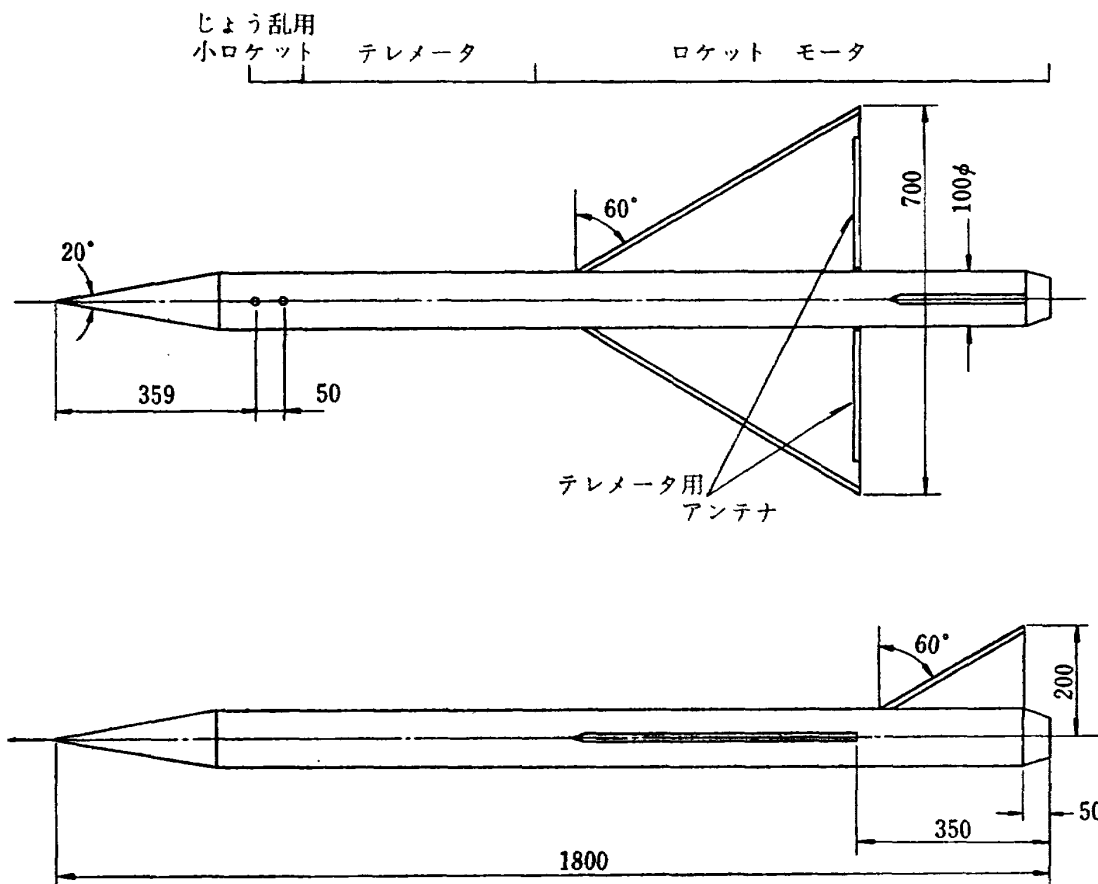


図 1 FFM-10 形状

表 1 FFM-10 諸元

	最 終	計 算 (i)	計 算 (ii)
標準射角	13°	15°	15°
重量(燃焼前)	16.48	16	16.347
“ ( “ 後) <i>kg</i>	13.61 (推定)	12.87	13.217
翼面積( <i>m</i> <sup>2</sup> )	0.212	同 左	同 左
平均翼弦長 ( <i>m</i> )	0.404	同 左	同 左
推 力	ロケットモータの燃焼試験による推力曲線 右の場合よりやや性能は悪い。	<i>Isp</i> = 230秒 推力 300Kg 燃焼時間 2.4秒	同 左
空力係数	図 2 の破線。その他 <i>C<sub>lp</sub></i> , <i>C<sub>lq</sub></i> , <i>C<sub>ma</sub></i> , <i>C<sub>mq</sub></i> , <i>C<sub>nβ</sub></i> , <i>C<sub>nr</sub></i> , <i>C<sub>yβ</sub></i> 等をマッハ数をパラメータとして与える。	図 2 の実線。その他 <i>C<sub>lp</sub></i> , <i>C<sub>lq</sub></i> , <i>C<sub>nβ</sub></i> , <i>C<sub>yβ</sub></i> を一定値として与える。	最終値と同じ
計算内容		風, 推力線不整, 空力不整等に使用。	射角変化に使用

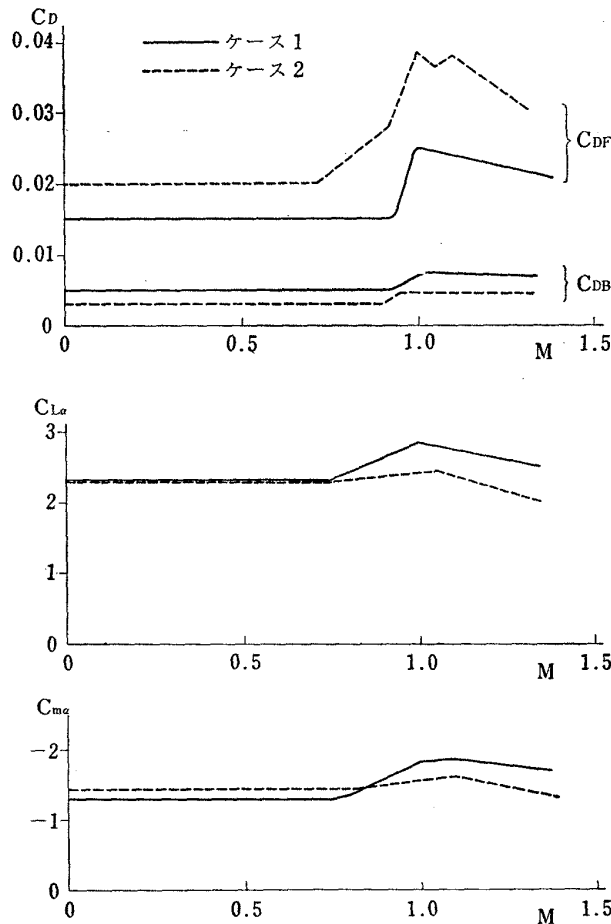
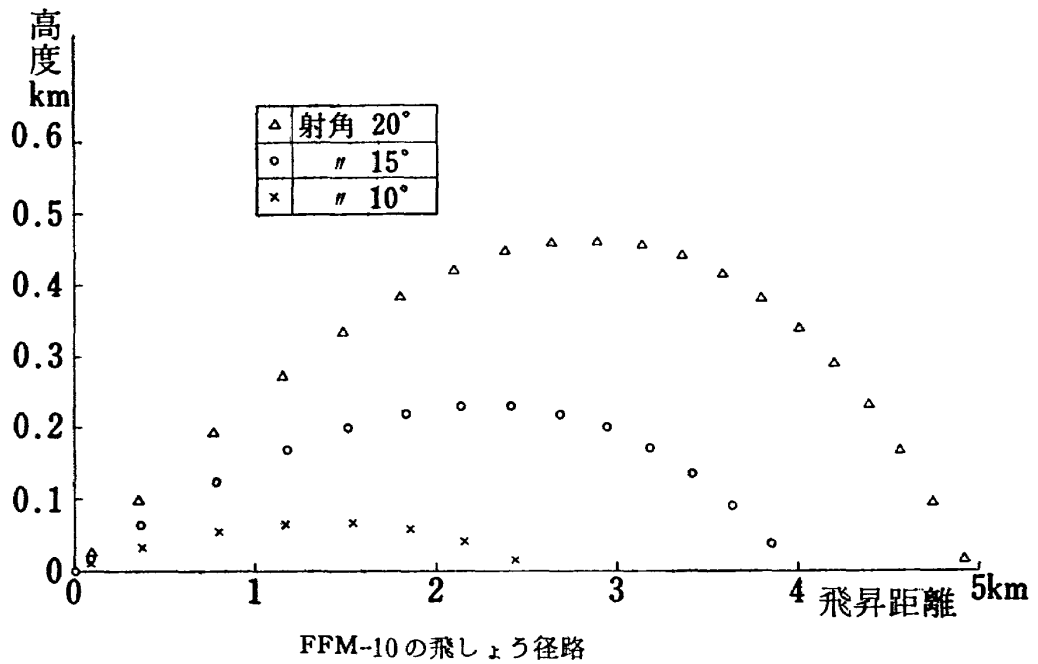


図 2 空力係数



胴試験および理論計算から得られたもの<sup>6)7)</sup>を図のような折線近似でおきかえたものである。実線は計算の初期の段階で使用したものであり、破線は比較の後期に使用したもので、空力弾性的なたわみの影響や模型に取付けられたエルロン等の影響も考慮されている。

FFM-10 のような自由飛行模型に対する運動方程式は次式で与えられる<sup>9)</sup>。

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \frac{T+X}{m} - g \sin \theta + RV - QW \\ \dot{V} &= \frac{Y}{m} + g \cos \theta \sin \phi + PW - RU \\ \dot{W} &= \frac{Z}{m} + g \cos \theta \cos \phi + QU - PV \\ \dot{P} &= \frac{1}{I_X} [L - (I_Z - I_Y) QR] \\ &\quad + \frac{I_{XZ}}{I_X} (\dot{R} + P Q) \\ \dot{Q} &= \frac{1}{I_Y} [M - (I_X - I_Z) RP] \\ &\quad + \frac{I_{XZ}}{I_Y} (R^2 - P^2) \\ \dot{R} &= \frac{1}{I_Z} [N - (I_Y - I_X) PQ] \\ &\quad + \frac{I_{XZ}}{I_Z} (\dot{P} - QR) \\ \dot{\phi} &= P + Q \sin \phi \tan \theta + R \cos \phi \tan \theta \\ \dot{\theta} &= Q \cos \phi - R \sin \phi \\ \dot{\psi} &= \frac{1}{\cos \theta} (Q \sin \phi + R \cos \phi) \\ \dot{x} &= U \cos \theta \cos \phi + V (\sin \phi \sin \theta \cos \phi \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} & - \cos \phi \sin \phi) + W (\cos \phi \sin \theta \cos \phi \\ & + \sin \phi \sin \phi) \\ \dot{y} &= U \cos \theta \sin \phi + V (\sin \phi \sin \theta \sin \phi \\ & + \cos \phi \cos \phi) + W (\cos \phi \sin \theta \sin \phi \\ & - \sin \phi \cos \phi) \\ \dot{Z} &= -U \sin \theta + V \sin \phi \cos \theta + W \cos \phi \cos \theta \\ \dot{m} &= -\frac{1}{g} \cdot \frac{T}{I_{SP}} \end{aligned}$$

ここで  $T$  は推力,  $X, Y, Z, L, M, N$  は空気力で次式で与えられる。

$$\begin{aligned} X &= qS(-C_D \cos \beta \cos \alpha + C_{L\alpha} \alpha \sin \alpha) \\ Y &= qS(-C_D \sin \beta + C_{Y\beta} \beta) \\ Z &= qS(-C_D \cos \beta \sin \alpha - C_{L\alpha} \alpha \cos \alpha) \\ L &= qSb(C_{l0} + C_{l\dot{p}} k_2 P + C_{l\beta} \beta) \\ M &= qS\bar{c} [C_{m\alpha} \alpha + k_1 (C_{m\dot{q}} Q + C_{m\dot{\alpha}} \dot{\alpha})] \\ N &= qSb [C_{n\beta} \beta + k_2 (C_{n\dot{r}} R + C_{n\dot{p}} P + C_{n\dot{\beta}} \dot{\beta})] \end{aligned} \tag{2}$$

ただし

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{W}{U}, \beta = \frac{V}{U}, \dot{\alpha} = \frac{\dot{W}}{U}, k_1 = \frac{\bar{c}}{2U}, \\ k_2 &= \frac{b}{2U} \end{aligned} \tag{3}$$

である。

上式は電子計算機を使用して数値的に容易に解ける。図3は飛しょう径路の一例である。射角15°で到達距離4km, 高度230m程度である。射角の増減にともない到達距離, 高度, 飛しょう時間等いずれも増減する。図は推業点火時を基準にし1秒毎にプロットしたもので射角15°の場合は約14.5秒で着水する。標準射

角を比較的小さい値に選んであるのは風の影響、飛しょう距離と危険区域、水平に近い姿勢でしょう乱を与えること等を考えた結果である。マッハ数の変化は図4に示される。点火後 2.4秒で最高マッハ数 1.3に達し、以後徐々に減速される。減速度は最高 $65\text{m/s}^2$ 程度である。

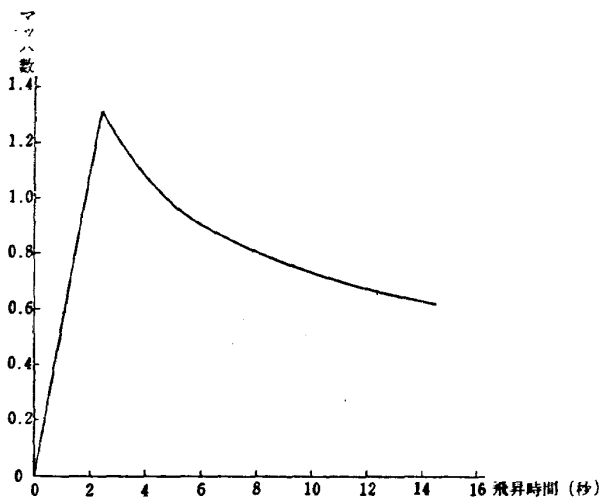


図4 マッハ数変化

実際に製作された自由飛行模型は完全に理想的なものではなく、種々の製作上誤差を伴っている。そのうちのいくつかは直接飛しょう径路に影響を与える。この場合のおもなものとして

- (1) 重量の違い
- (2) 推薬量の違い
- (3) 射角設定時の誤差
- (4) 推力線と機軸の不一致
- (5) 発射時の風
- (6) 空力的な不整量

等が考えられる。(1)~(3)は注意深く作業することによって誤差を小さくでき、また正確に測定することによって誤差量を知ることができるが、(4)~(6)に対しては、その大きさを事前を知ることは困難である。ここでは(4)~(6)の大きさを仮定して、それらが飛しょう径路におよぼす影響について調べてみた。

### 3.2 推力線不整の影響

推力線と機軸の不一致の状態は図5に示される。一般には推力はノズル附近のある点を作用点として機軸と角度 $\epsilon$ を持って働く。つまり推力線は重心を通らない。この推力は図のように機軸に平行で機軸から $L$ だけずれて働く力 $T_1$ と、重心を通って機軸に直角に働く力 $T_2$ にわけられる。理想的な状態の推力は $T'$ で表わされるから前者の場合は推力飛しょう中、常に距離 $L$ のために機体にモーメントが働くことであり、後者の場合は推力飛しょう中常に力 $T_2$ が働くことである。そこで図5に示したように機軸から $L$ だけずれて機軸に平行に推力が働く場合を推力線のずれと呼び、推力が

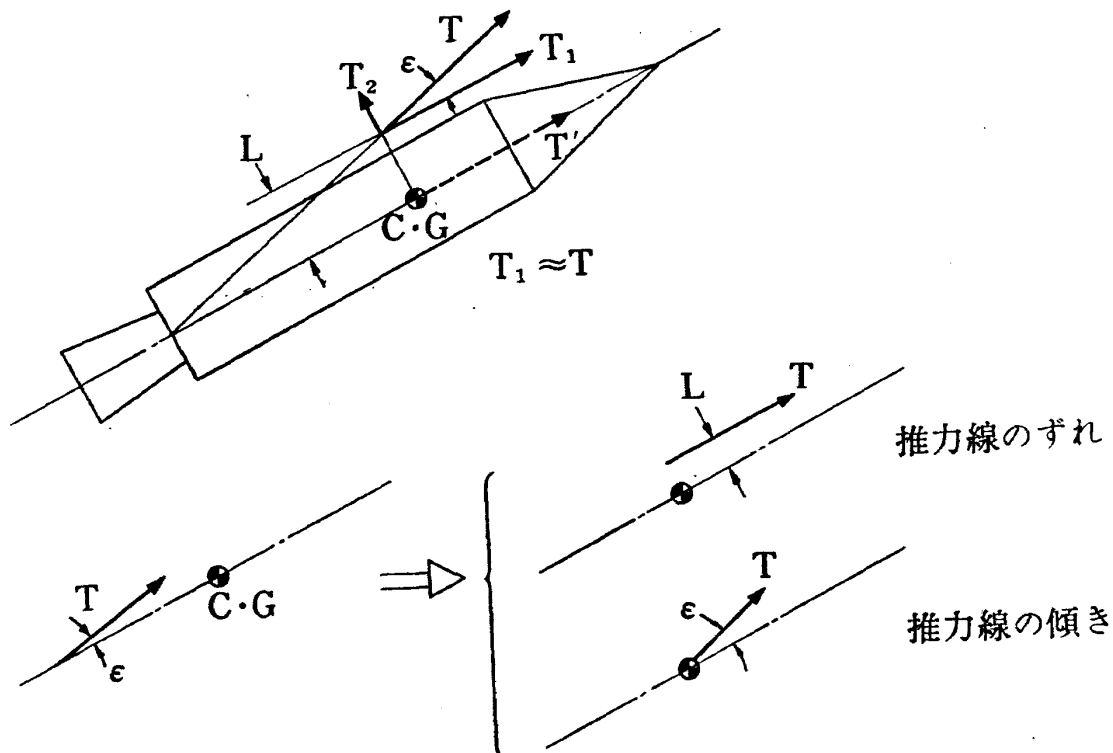


図5 推力線と機軸の関係



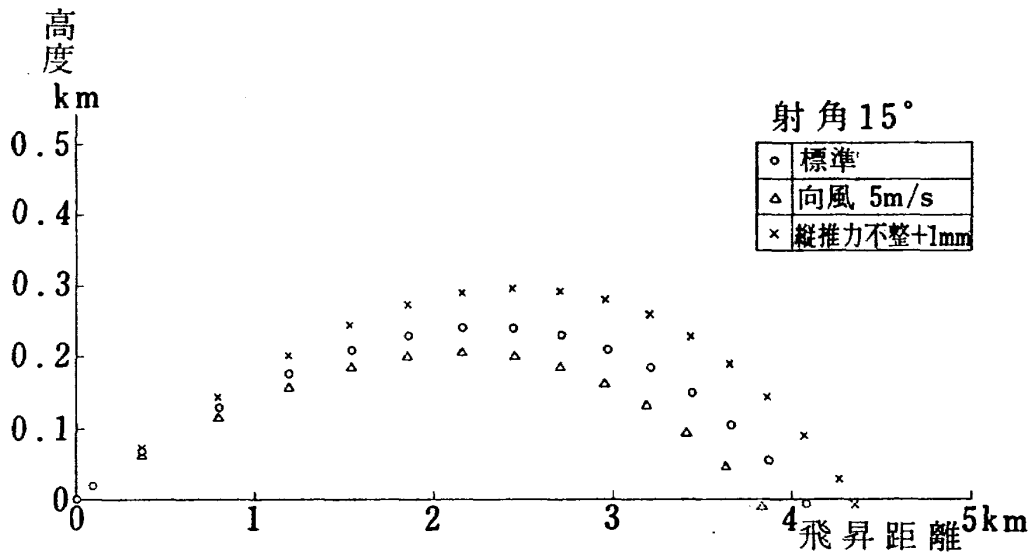


図 6 (a) 飛しょう距離の分散

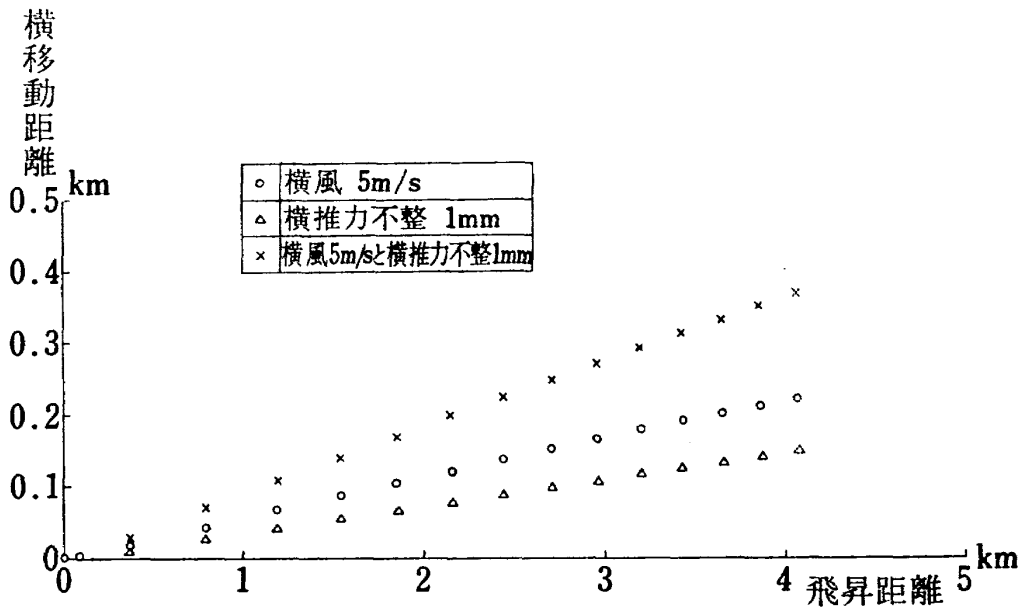


図 6 (b) 横方向への着水点のずれ

重心を通過して機軸と角度 $\varepsilon$ だけ傾いて働く場合を推力線の傾きと呼ぶことにする。一般の場合は常にこの二つの場合に分けられる。これ等が飛しょう径路に与える影響はすでに詳しく調べられている<sup>10)</sup>。それによると推力線の傾きがある場合は機体に回転を与えて分散を小さくできるが、推力線のずれの場合は非常に早い回転を与えない限り分散を小さくすることは困難である。推力線の不整を逆に利用して機体の姿勢を制御しようとする試みが二次噴射、ジンバルエンジン等である。

図 6 (a) は Z 方向に 1mm の推力線のずれがあり、推力飛しょう中頭上げモーメントが働いている場合の飛しょう径路を示す。当然ではあるが標準状態よりもよ

く飛び、その大きさは 280m である。また -Y 方向に 1mm ずれて推力線が働く場合は着水点は横方向に移動し、その大きさは 150m で、図 6 (b) に示されている。通常の小型ロケットの推力線不整量はノズル位置で機軸と  $1/500$  程度の傾きを持つと言われている。この値を用いて FFM-10 の場合について重心附近でのずれの量を求めると 1.5mm 程度になるから、推力線のずれによる影響を考える時は図 6, (a), (b) の値の 2 ~ 1.5 倍程度をとる必要がある。

推力線の傾きによる飛しょう径路への影響は後で説明する。

### 3.3 発射時の風の影響

発射時の風の影響についてもすでに多くの研究があ

る 11)~13)。飛しょう径路が風の影響を受ける原因は、いわゆるウエザ コック スタビリティである。機体がランチャを離れた直後の比較的進行速度のおそい時期に強い風を受けると、機体と周囲の気流の間に大きい迎角を生じる。通常機体の静安定は正であるから、この迎角を零にするように機体の姿勢をかえる空力的モーメントが発生し、結果的に径路がずれる、もし発射時の風の方向、大きさを予測することができれば、その場合の径路のずれを計算して逆にそのずれを零にするようにランチャの方位角、射角を標準状態から変更させればよい。

風は通常固定軸に対して測定される。一方機体にくわわる空気力は大气と機体との相対的な運動によって生じるから、風の影響による空気力を計算するためには固定軸系で得られた風の成分を機体軸系に換算する必要があり次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} WVU &= WVX\cos\theta\cos\phi + WVY\cos\theta\sin\phi + WVZ\sin\theta \\ WVV &= WVX(\sin\phi\sin\theta\cos\phi - \cos\phi\sin\phi) + WVY(\sin\phi\sin\theta\sin\phi + \cos\phi\cos\phi) + WVZ\sin\theta\cos\theta \\ WVW &= WVX(\cos\phi\sin\theta\cos\phi + \sin\phi\sin\phi) + WVY(\cos\phi\sin\theta\sin\phi - \sin\phi\cos\phi) + WVZ\cos\theta\cos\theta \end{aligned} \right\} (4)$$

ここで  $WVX, WVY, WVZ$  は発射時の機体の方位を基準にした固定座標系での風の成分で、追(向)風、横風、下降(上昇)風に対応し、 $WVU, WVV, WVW$  は機体軸系での風の成分である。空気力を計算するために

$$\left. \begin{aligned} V_R^2 &= (U + WVU)^2 + (V + WVV)^2 + (W + WVW)^2 \\ q &= 0.5 \rho S V_R^2 \\ \alpha &= \frac{W + WVW}{U + WVU}, \beta = \frac{V + WVV}{U + WVU} \end{aligned} \right\} (5)$$

となり、これ等の式を (2), (3) 式に代入すればよい。

図 6 (a) に 5m/s の一様な向風が吹いている場合の飛しょう径路を示す。飛しょう距離は 280m 減少する。また 5m/s の一様な横風が吹いている場合は図 6 (b) に示されるように着水点は 220 m 風上の方にずれる。すでにのべた推力線不整の影響と風の影響はその原因がまったく異なるから、それらが同時に働いた場合は各々が別々に働いた場合の和と考えるとよいことが予想されるが計算結果もその考えが妥当であることを示し図 6 (b) に示されている。横方向の推力線のずれ 1mm と

横風 5m/s とがともに存在した場合の着水点のずれは両者が別々に働いた場合の和で、370m である。

表 2 FFM-10 の分散

	飛しょう距離	横方向のずれ
標準 (射角 15°)	4.0611Km	0
推力線 ずれ Z 方向 1mm,	106.9	0
"                    , $C_l=0.001$	105.2	0.4
推力線 ずれ Y 方向 -1mm,	99.9	3.7
"                    , $C_l=0.001$	97.7	2.8
向風 5m/s	92.1	0
追風 5m/s	106.7	0
横風 5m/s ,	99.6	5.4
"                    , $C_l=0.001$	99.3	5.4
下降風 2m/s	108.3	0
"                    , $C_l=0.001$	108.3	0
上昇風 2m/s ,	90.4	0
"                    , $C_l=0.001$	90.3	0
横風 5m/s と 推力線 ずれ Y 方向 -1mm	99.0	9.1
推力線 傾き XY 面内 0.002rad	100	0.5
"                    , $C_l=0.001$	99.6	0.3

表 2 に種々の場合の着水点のずれを標準飛しょう距離に対する百分率で示す。この表で  $C_l=0.001$  はエルロン方式によって機体に回転を与えた場合であるが、推力線ずれの影響を軽減させているとは言えない。むしろ真直に飛しょうするものには横方向の分散を、横へずれるものには縦方向の分散を与えているといえる。

風は向風、追風、横風のほかにも上昇風、下降風についても調べた。射角が比較的小さいので向風、追風等に比し、上下風の影響が大きいと考えられるからであるが実際の風の起る頻度としては向風、追風の場合の方がはるかに大きい。上下風は 2m/s の大きさのものが一様に吹いているとして計算したが表に示すように、かなり大きい着水点のずれをもたらしている。また回転によって飛しょう径路におよぼす風の影響は殆んど変化しない。

推力線の傾きが飛しょう径路に与える影響について

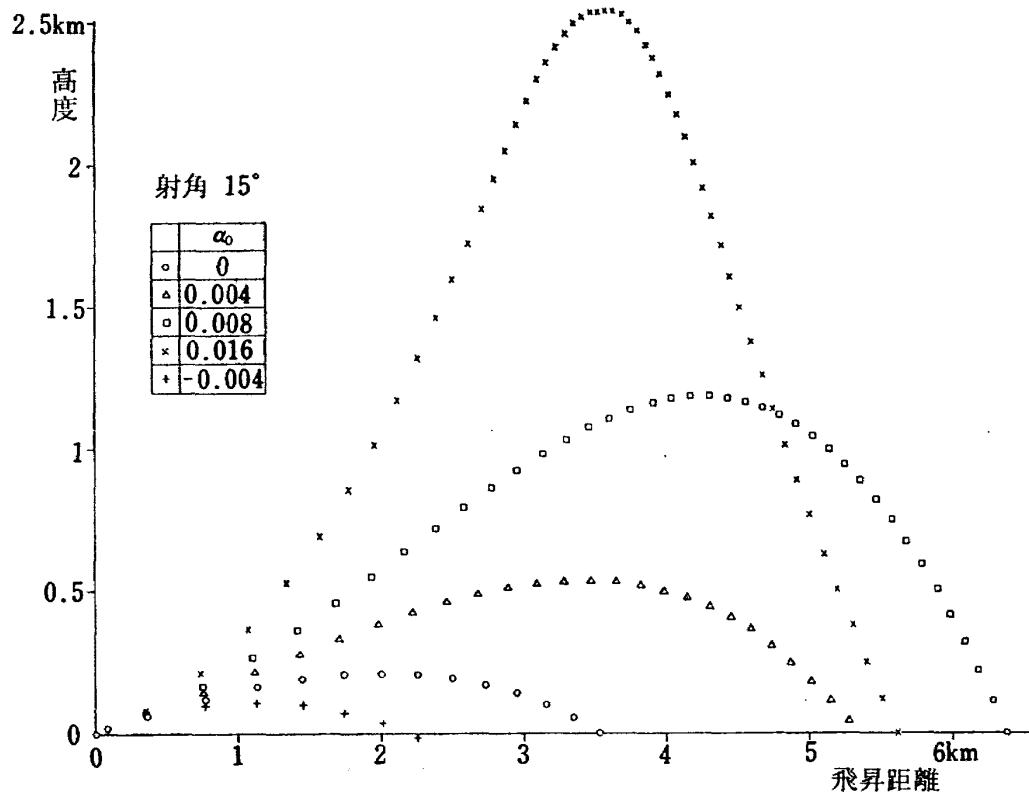


図 7 空力的不整の飛しょう径路に与える影響

は、 $0.002\text{rad}$ の横方向の傾きによって $20\text{m}$ 程度着水点がずれるだけであり、さらに機体に回転を与えることによってこの値は半減するから推力線傾きの影響は分散に関しては考える必要はない。

### 3.4 空力的不整量の影響

空力的不整は $C_L=0$ を与える迎角と $C_m=0$ を与える迎角の値が異なることで、原因としては垂直尾翼のため水平面に対する機体の対称性がないこと、および何らかの製作上の誤差で翼面自身が上下対称でないこと等が考えられる。空力的不整量は小さいほど良いが、製作上の問題があり、ある程度の存在は避けられない。短周期モードに対する機体の応答はきわめて早いから、常に縦揺れモーメント係数 $C_m$ は零と考えてよく、空力的不整があると不整量に相当した零でない揚力係数 $C_L$ を持って機体は飛しょうする。即ち飛しょう径路は無揚力の弾道径路でなく揚力飛しょう径路となる。この場合の揚力係数またはそれに相当した迎角の値を知ることは風洞実験では非常に困難なことが予想される。第一に風洞模型と飛しょう用模型は同一のものでないから製作誤差に対する検討はできない。第二に特殊な場合を除いて空力的不整量は風洞実験の誤差と同程度の小さな量だからである。小さな揚力係数

ではあっても飛しょう中の動圧が高いことと、飛しょう中常に揚力が働くため飛しょう径路は大きな影響をうける。

飛しょう径路を計算するには不整量を一定の迎角で与えることにし、(2)式で揚力の関係している部分の迎角のみ

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_0 \quad \alpha_0: \text{不整量} \quad (6)$$

とおけばよい。図7は種々の大きさの不整量に対する飛しょう径路の変化を示したものである。 $\alpha_0=0.004\text{rad}$ はほぼ $C_L=0.01$ に相当し、この程度の小さな揚力係数でも飛しょう距離は大きく伸びる。 $\alpha_0$ をさらに大きくすると飛しょう距離はさらに大きくなるが、ある限度があり、さらに大きい $\alpha_0$ に対しては高度が増加する。もう少し大きい $\alpha_0$ の場合はこの図には示していないが、いわゆる宙返りを行なうようになってくる。その場合は機体が射点に戻ってくる可能性もあり非常に危険である。

推力線不整、風等が推力飛しょう中で比較的進行速度のおそい時に縦揺れモーメントを発生して機体の姿勢を変化させ、飛しょう径路の変化、到達地点の変化をもたらすのとは異なり、空力的不整の影響は飛しょう中常にZ方向の力を発生して飛しょう径路に影響を与

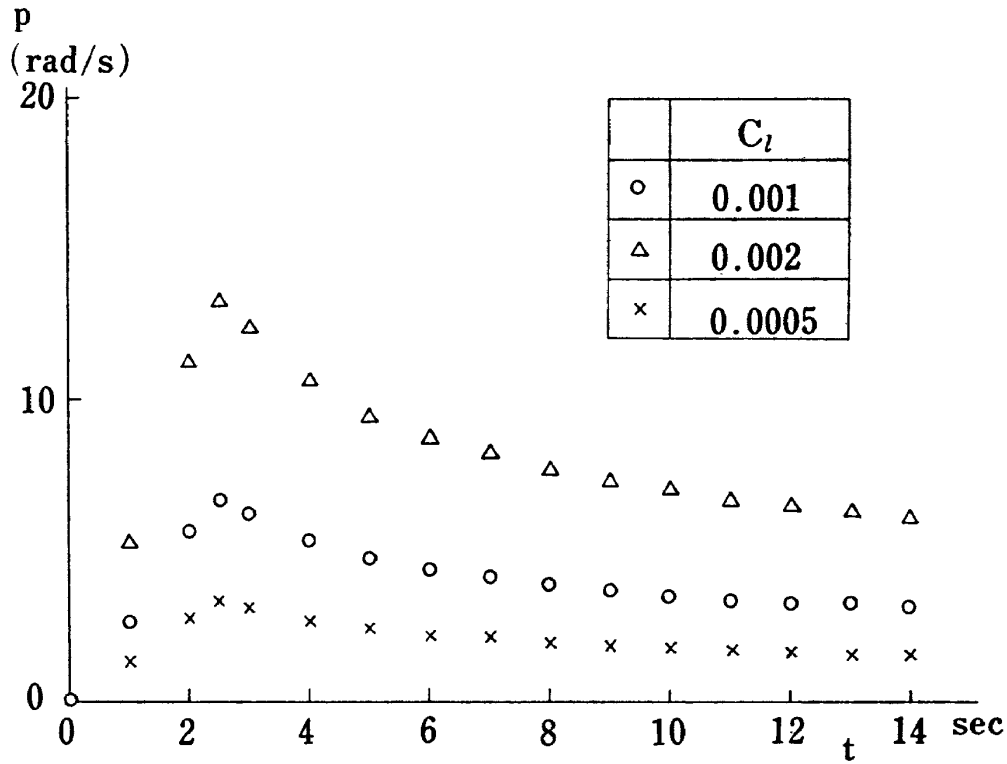


図 8 旋 転 速 度

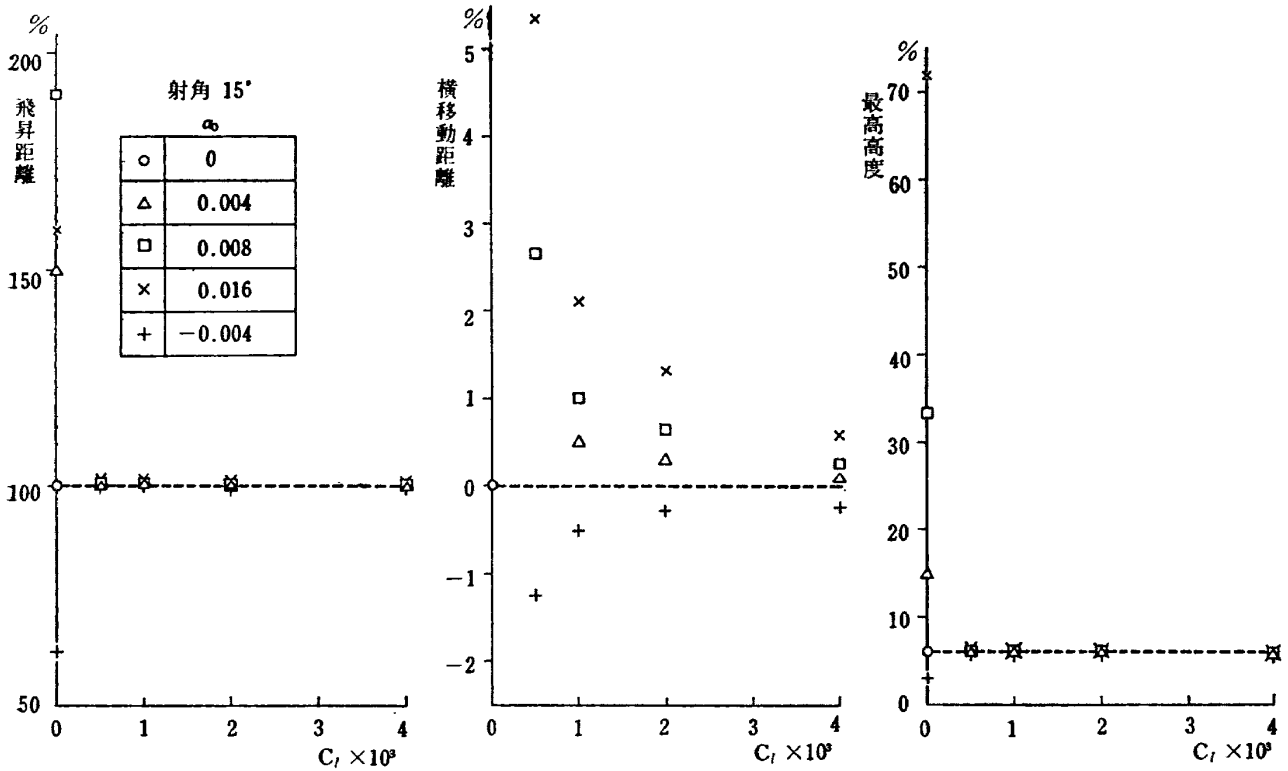


図 9 旋 転 に よ る 空 力 的 不 整 の 影 響 軽 減

え、それを累積したものが到達地点の変化となる。従って前二者の場合、到達地点のずれは燃焼終了時の標準径路角と実際の飛しょう径路角との差から類推できるが空力的不整の場合は不可能である。

空力的不整の影響を軽減する簡単な方法は機体に回転を与えて飛しょう中に働いている不整量の揚力による影響を平均化し、全体として無揚力飛しょう径路とほぼ同じ径路をとらせるものである。回転の与え方としては推力を利用するもの、空気力を利用するもの等種々考えられるが空気力を利用することとし、両翼端にくさび状の物を相反的につけてエルロンの働きを行なわせ、横揺れモーメントを発生させることにした。この場合得られる回転速度は

$$p = -\frac{C_{l0}}{C_{lp}} \left( \frac{2U}{b} \right) \quad (7)$$

$C_{l0}$  はエルロンによる横揺れモーメント係数である。 $C_{l0}$ 、 $C_{lp}$  がマッハ数に対してほぼ一定とすると、回転速度は飛行速度  $U$  に比例するからマッハ数と同じ変化をする。図8は種々の横揺れモーメント係数  $C_l$  に対して回転速度の変化を示したものである。全体の変化は図4のマッハ数変化と同じ傾向である。

この場合の到達地点、横方向移動距離、高度等は図9となる。最高速度時に1秒間半回転のゆるやかな回転を行なう程度の小さな横揺れモーメント係数  $C_l = 0.0005$  を与えた場合でも到達地点は標準径路の場合と同じである。横方向移動距離は小さい横揺れモーメント係数の場合大きいがモーメント係数を増加させれば減少する。つまり回転を機体を与えることによって空力的不整の影響はほとんどなくなるといえる。

所が強い回転を与えると縦の動安定特性を求める際、縦、横運動の干渉を招くことになる。そのためには回転速度をできるだけ小さくする必要がある。一方機体は左右対称ではあるが製作上の誤差のため完全に対称とはいえない。小型ロケットの飛しょう試験では自由飛行時にゆるやかに回転するのが普通である。その場合、機体に固有の横揺れモーメント係数の大きさが問題であるが観測の結果から見て  $\pm 0.0005$  以下と思われる。今横揺れモーメント係数  $0.0005$  を与えるエルロンを取付けると最悪の場合には機体固有のものと打ち消し合って回転せずに飛しょうすることが予想されるから、強制的に与える横揺れモーメント係数は製作誤差によるものの影響を受けない程度の大きさにしなければならない。そこで  $C_l = 0.001$  を与えることにした。実際の FFM-10 の持つ横揺れモーメント係数は  $0.0005 \sim 0.0015$  の範囲内にあると考えられる。

以上、飛しょう径路に強い影響を与える三種類の量について検討したが最も強い影響を示す空力的不整の場合は上述の通り回転によって影響を零にできる。また推力線不整、風による分散は先に検討した場合の2倍をとってもそれぞれ飛しょう距離の10%程度であるから、着水点の左右に各1Km (25%) 程度の危険領域を考えれば安全な飛しょう試験が行なえると予想される。

## 4. 運動特性

### 4.1 じょう乱に対する応答

すでに述べたが FFM-10 の縦の動安定特性を求めるため、頭部に2ケのじょう乱用ロケットがおかれ主ロケット燃焼終了後それらを順次点火して Z 方向に2度じょう乱を与えるようになっている。

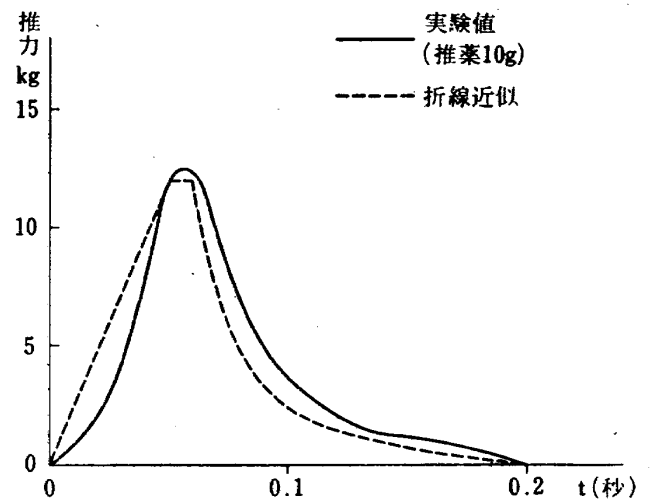


図10 じょう乱用パルス

じょう乱用ロケットの推力曲線は完全なパルスではなく図10のようなもので最大値12kg、持続時間0.2秒である。このじょう乱を受けた場合 FFM-10 がどのような応答をするか予め検討しておく必要がある。一般に縦の運動特性は二次系で表わされるがそのためには速度一定とか縦、横運動の干渉なし等の仮定が必要である。今回の場合すでに求められたように最高マッハ数付近で  $6g \sim 7g$  の減速度が予想され、速度一定の仮定は成立しない。また飛しょう径路に与える空力的不整の影響軽減のため横揺れモーメント係数  $0.001 \pm 0.0005$  を持ち強制的に回転させられているから縦、横運動の干渉が無視できない。

じょう乱を受けた時の機体の運動を解くには先の(1)式のうち  $U, V, W, P, Q, R$  の6ケの未知数に関する式のみでよいといえるが加速度計に感じる信号を計算するには更に  $\phi, \theta, \psi$  の式が必要である。

最も簡単な場合として機体は水平に一定速度で定常

的に飛ばし、回転はないとする。ある状態からの微小変化量に対する運動方程式は(1), (2)式から

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\alpha} + \frac{L_\alpha}{U_0} \dot{\alpha} - q &= \frac{F_p}{m} \\ \dot{q} - M_{qq} q - M_{\alpha q} \dot{\alpha} - M_{\alpha\alpha} \alpha &= -\frac{l_p F_p}{I_Y} \end{aligned} \right\} (8)$$

但し  $F_p$  は強制的なじょう乱の力,  $l_p$  はその力の作用点と重心間の距離 (前向き正) である。特性方程式は

$$\lambda^2 + \left( \frac{L_\alpha}{U_0} - M_{qq} - M_{\alpha q} \right) \lambda - \left( M_{\alpha\alpha} + \frac{L_\alpha M_{qq}}{U_0} \right) = 0 \quad (9)$$

となり, 2次系で表わせる。

$$\left( \frac{L_\alpha}{U_0} - M_{qq} - M_{\alpha q} \right)^2 + 4 \left( M_{\alpha\alpha} + \frac{L_\alpha M_{qq}}{U_0} \right) \leq 0$$

によって振動, 臨界減衰, 過減衰の解が得られる。また  $L_\alpha M_{qq}/U_0$  は  $M_{\alpha\alpha}$  に比して小さいので通常省略する。

今回の飛ばし試験では,  $\alpha, q$  等は測定せず, Z 方向の加速度を測定し, その結果から必要な空力係数を求めることにした。

加速度計の信号は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} a_x &= a_{xCG} - \frac{1}{g} \left[ x_x(q^2 + r^2) + y_x(\dot{r} - pq) - z_x(\dot{q} + pr) \right] \\ a_y &= a_{yCG} - \frac{1}{g} \left[ y_y(r^2 + p^2) + z_y(\dot{p} - qr) - x_y(\dot{r} + pq) \right] \\ a_z &= a_{zCG} - \frac{1}{g} \left[ z_z(p^2 + q^2) + x_z(\dot{q} - pr) - y_z(\dot{p} + qr) \right] \end{aligned} \right\} (10)$$

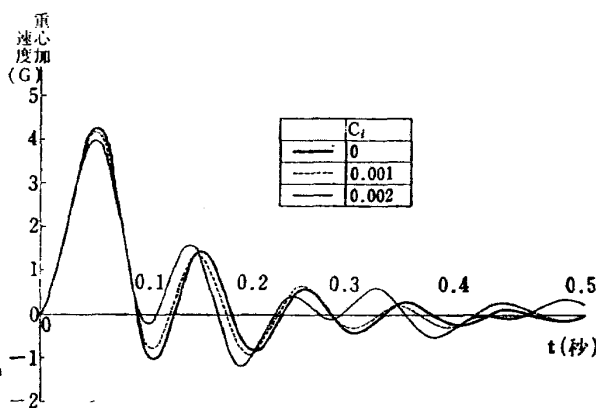


図 11 じょう乱に対する応答

但し  $x_x, y_x, z_x$  は X 方向の加速度を感じる加速度計の位置を表わしている。他の記号も同様な意味を持っている。図 11 は初期マッハ数を最高マッハ数とし図 10 のじょう乱を受けた時の重心の加速度変化を 6 自由度の方程式 (1) の解から求めたものである。0.2 秒でじょう乱は消滅するからそれ以後の振動は自由振動であり, 回転のない場合 ( $C_i = 0$ ) は速度変化の影響があ

るが, はば 2 次系の減衰振動と同じで固有振動数 67.8 rad/sec, 減衰比 0.11 である。回転のある場合は波形の崩れと振動数の変化がおこり, 特に  $C_i = 0.002$  の場合の応答は極めて複雑である。これは縦, 横運動の干渉によるものである。

#### 4.2 回転の影響

回転速度によって縦, 横運動の干渉がどの程度変化するかを調べてみる。考えている時間内では速度一定とし, また回転速度も一定で  $p_0$  とする。V, W, Q, R についての式を考え, ある状態からの微小変化に対する運動方程式を求めると

$$\left. \begin{aligned} \dot{\beta} - \frac{Y_\beta}{U} \beta - p_0 \alpha + r &= 0 \\ p_0 \beta + \dot{\alpha} + \frac{L_\alpha}{U} \alpha - q &= 0 \\ -M_{\alpha\alpha} \alpha + \dot{q} - M_{qq} q + \frac{I_X - I_Z}{I_Y} r p_0 &= 0 \\ -N_p \beta + \frac{I_Y - I_X}{I_Z} p_0 q + \dot{r} - \frac{N_r}{I_Z} r &= N_p p_0 \end{aligned} \right\} (11)$$

この特性方程式は, 各係数が  $p_0$  の関数である 4 次式で Phillips によって研究された<sup>14)</sup>。その結論の主なものは

- (1)  $p_0$  が小さい場合は縦の振動と横の振動との干渉はなく, 各振動数は回転のない場合の振動数と同じである。
- (2)  $p_0$  が大きいと各振動数は無回転時の振動数より一方は高く, 一方は低くなる。
- (3) ある  $p_0$  の範囲で解が発散モードになる場合があり, その場合低い方の危険回転速度は

$$\sqrt{\frac{qS \bar{c} C_{ma}}{I_X - I_Z}} \text{ か } \sqrt{\frac{qS b C_{np}}{I_Y - I_X}}$$

の小さい方で近似できる。

今回の試験の場合は "3° の発散モードを示す状態からは遠く離れるようにしてあり" 1° と 2° の中間領域と考えられる。

(11) 式で  $Y_\beta/U, L_\alpha/U, M_{qq}, N_r$ , 等, 特性方程式上で減衰を表わす項となるものを省略し, さらに

$$\frac{I_X - I_Z}{I_Y} = -1 \quad \frac{I_Y - I_X}{I_Z} = 1 \quad (12)$$

とおき, 左辺のみを考えることにすると

$$\left. \begin{aligned} \dot{\beta} + r - p_0 \alpha &= 0 \\ \dot{\alpha} + p_0 \beta - q &= 0 \\ \dot{q} + \omega_\alpha^2 \alpha - p_0 r &= 0 \\ \dot{r} - \omega_\beta^2 \beta + p_0 q &= 0 \end{aligned} \right\} (13)$$

特性方程式は

$$\lambda^4 + (\omega_\alpha^2 + \omega_\beta^2 + 2p_o^2)\lambda^2 + (\omega_\alpha^2 - p_o^2)(\omega_\beta^2 - p_o^2) = 0$$

$$\therefore \frac{\lambda}{\omega_\alpha} = \pm \sqrt{\frac{-\left[1 + \eta^2 + 2\left(\frac{p_o}{\omega_\alpha}\right)^2\right] \pm \sqrt{\left[1 + \eta^2 + 2\left(\frac{p_o}{\omega_\alpha}\right)^2\right]^2 - 4\left(1 - \frac{p_o^2}{\omega_\alpha^2}\right)\left(\eta^2 - \frac{p_o^2}{\omega_\alpha^2}\right)}}{2}} \quad (14)$$

$\eta$ は偏揺れモードの振動数 $\omega_\beta$ と、縦揺れモードの振動数 $\omega_\alpha$ との比である。

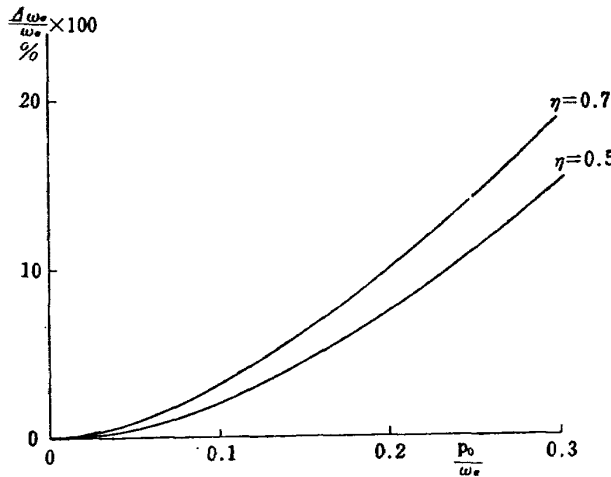


図 12 回転による短周期振動数の変化

今 $\omega_\alpha$ は $\omega_\beta$ より大きいと仮定し、 $p_o/\omega_\alpha$ を横軸に、絶対値の大きい方の $\lambda$ と $\omega_\alpha$ との差を縦軸にプロットすると図12となる。この図は減衰項を無視して得たものであるが小さい減衰項の存在する場合ならば使用できる。FFM-10の場合減衰比は小さいことが予想され、 $\omega_\alpha$ 、 $\omega_\beta$ 、 $p_o$ の計算値から縦揺れモードの振動数に生じる誤差の程度を求めると、最高の場合6%である。このことは静安定微係数 $C_{m\alpha}$ の計算に際して12%の誤差をもたらすから回転の影響を無視して単純なデータ処理を行なうことは場合によっては許されない。

次にじょう乱に対する応答波形のくずれについて考えて見る。回転の存在する場合のじょう乱に対する応答の式は

$$Ae^{-\zeta_\alpha \Omega'_\alpha t} \sin(\Omega'_\alpha t + \epsilon_\alpha) + Be^{-\zeta_\beta \Omega'_\beta t} \sin(\Omega'_\beta t + \epsilon_\beta)$$

$$\Omega'_\alpha = \Omega_\beta \sqrt{1 - \zeta_\alpha^2}$$

$$\Omega'_\beta = \Omega_\beta \sqrt{1 - \zeta_\beta^2}$$

で表わせる。 $\Omega_\alpha$ 、 $\Omega_\beta$ は減衰のある場合の(14)式に相当するものから得られる根で、それぞれ縦揺れモード、偏揺れモードの固有振動数を表わし、さきの無回転時の $\omega_\alpha$ 、 $\omega_\beta$ と区別した。

上式は2種の振動を合成したものであるが各振動の振幅比を求めると波形のくずれを予想できる。そのためには各振動モードの減衰比、固有振動数を知る必要

があり複雑になるから、各振動モードの係数比、即ちモード比を調べてみる。モード比は、特性根の位置とモード比の関係から簡単に計算でき、減衰のない場合を考えると

$$\frac{B}{A} = \frac{\Omega_\alpha}{\Omega_\beta} \cdot \frac{\Omega_\beta^2 - (\omega_\beta^2 - p_o^2)}{\Omega_\alpha^2 - (\omega_\beta^2 - p_o^2)} \quad (15)$$

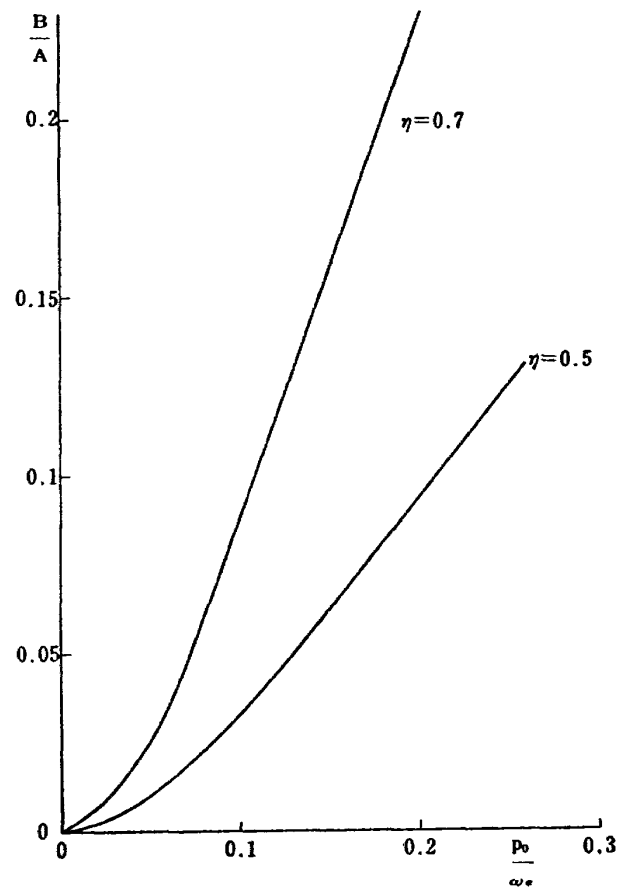


図 13 回転によるモード比の変化

図13は回転速度によってモード比がどのように変化するかを示す。FFM-10の場合 $\eta=0.5$ 、 $p_o/\omega_\alpha=0.18$ 程度だからモード比は最高で8%程度になる。

### 4.3 速度変化の影響

FFM-10の主ロケットエンジン燃焼終了後、じょう乱を与えて動特性をみるわけであるが、その際機体は抗力によって時々刻々減速されているから通常運動解析の際に用いられる速度一定の仮定は成立しない。その影響を調べる。

まづ速度変化を表わす式は

$$\begin{aligned} \dot{U} &= -\frac{qSC_D}{m} - g \sin \theta = -\frac{b}{U_0} U^2 \\ U &= \frac{U_0}{1+bt} \\ b &= \left( \frac{\rho U_0^2 S}{2m} C_D \right) \frac{1}{U_0} \end{aligned} \quad (16)$$

ここで機体はほぼ水平に飛しょうとしており重力の影響は抗力成分に比して小さく、無視した。また考えている時間が短かいからその範囲内で速度変化による空力係数の変化は無視できるとした。bは時間の逆数の単位を持ち、初期減速度と初期速度との比である。FFM-10では0.2sec<sup>-1</sup>以下である。

縦の短周期運動を表わす運動方程式は

$$\begin{aligned} \dot{w} - Uq - Z_w w &= 0 \\ \dot{q} - M_q q - M_{\dot{w}} \dot{w} - M_w w &= 0 \\ \therefore \ddot{w} - \dot{w} \left( Z_w + \frac{\dot{U}}{U} + M_q + U M_{\dot{w}} \right) + w \left( -\dot{Z}_w \right. \\ &\quad \left. + \frac{\dot{U}}{U} Z_w + M_q Z_w - U M_w \right) = 0 \end{aligned}$$

かっこ内の各項の大きさを比較して小さいものを省略すると結局次式を得る。

$$\ddot{\alpha} + \dot{\alpha} \left( \frac{L_\alpha}{U} - M_q - M_{\dot{\alpha}} \right) - \alpha M_\alpha = 0 \quad (17)$$

これは速度一定で得られる短周期運動の運動方程式(9)と同じ形である。αの係数は分子に空気力計算のためのU<sup>2</sup>の因子を含み、一方分母については、L<sub>α</sub>の項はUを持ち、M<sub>q</sub>、M<sub>α̇</sub>の項は無次元振動数によるUの因子を持つ。即ちαの係数は速度に比例する。またαの係数は速度の二乗に比例する。(16)の結果を代入すると

$$\ddot{\alpha} + \frac{2\zeta_0 \omega_0}{1+bt} \dot{\alpha} + \frac{\omega_0^2}{(1+bt)^2} \alpha = 0 \quad (18)$$

と書ける。ここでζ<sub>0</sub>、ω<sub>0</sub>はU=U<sub>0</sub>の時、即ち初期速度の状態での短周期運動の減衰比と固有振動数である。

(18)式は変数係数の常微分方程式であるが

$$y = l_n(1+bt) \quad (19)$$

とおくと次の定数係数の常微分方程式になる<sup>15)</sup>。

$$\frac{d^2 \alpha}{dy^2} + \left( \frac{2\zeta_0 \omega_0 - b}{b} \right) \frac{d\alpha}{dy} + \frac{\omega_0^2}{b^2} \alpha = 0 \quad (20)$$

振動解は

$$\begin{aligned} \alpha &= A e^{-\frac{2\zeta_0 \omega_0 - b}{2b} y} \sin \left[ \frac{\omega_0}{b} \sqrt{1 - \left( \frac{2\zeta_0 \omega_0 - b}{2\omega_0} \right)^2} y + \epsilon \right] \\ &= A(1+bt)^{-\frac{2\zeta_0 \omega_0 - b}{2b}} \sin \left[ \frac{\omega_0}{b} \sqrt{1 - \left( \frac{2\zeta_0 \omega_0 - b}{2\omega_0} \right)^2} \right] \end{aligned}$$

$$\times l_n(1+bt) + \epsilon \quad (21)$$

振動数に相当するものは正弦成分のかつこ内を微分して得られ、それは時間の増加につれて減少する。減少の程度を示すものが図14である。b=0.2だと3周期目には初めの振動数に比べて6%減少する。図14には速度Uの変化状況を示してないが、Uの変化はこの図では識別できないほど振動数変化と同じである。

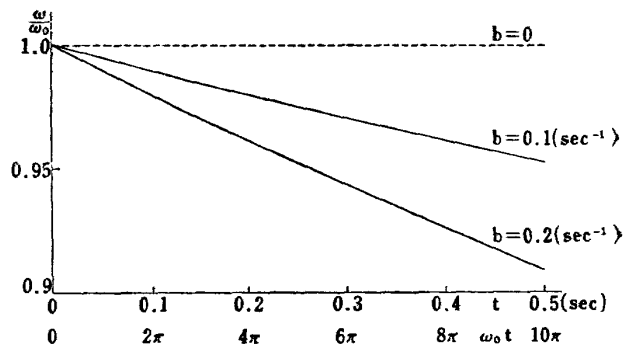


図 14 時間変化係数系のωの変化

振動応答の解析手順を考えると、最初の周期と終りの周期を平均する操作があり、また問題としている速度(マッハ数)も応答の間に変化しているから応答の中心附近での値を採用することになる。そうすると速度Uと振動数ωの変化状況が殆ど同じだから速度変化による誤差はきわめて小さい。図15にこの関係を示す。

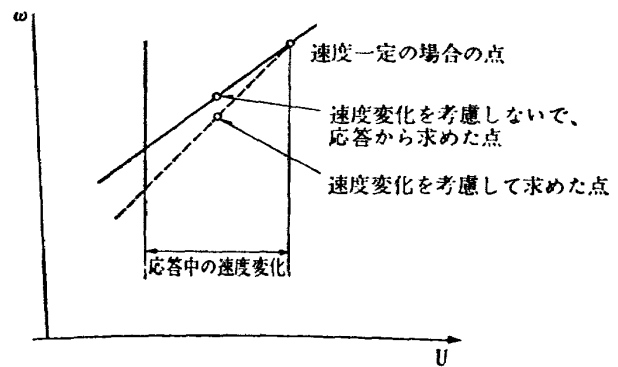


図 15 速度変化の影響、概念図

ここでC<sub>mα</sub>は応答中のマッハ数変化によってその値を変えないとした。従って短周期運動の振動数は速度に比例している。

振幅または減衰比についても同じような考えから速度変化の影響は小さいと言える。

### 5. データ処理

今回の飛しょう試験は速度を求めるためのX方向の



加速度1チャンネルと、じょう乱時の運動解析用に Z 方向の加速度2チャンネルを測定するのみである。必要な諸量を求めるためのデータ処理の式を導いておく。

まづ速度を求める。X 方向の加速度計は最初ランチャの上で  $\theta_1$  の角度を水平面に対して持っている。従って質量ばね系の加速度計ではおもりは中心位置からずれているが機体は静止しているから、その時の加速度計の指示を零とする。発射後、機体の姿勢変化とともに加速度計の姿勢も変化し、零点も移動する。加速度計の指示  $a_M$  と、機体に働いている真の加速度  $a_T$  の間の関係は

$$a_T = a_M - g \sin \theta + g \sin \theta_1 \quad (22)$$

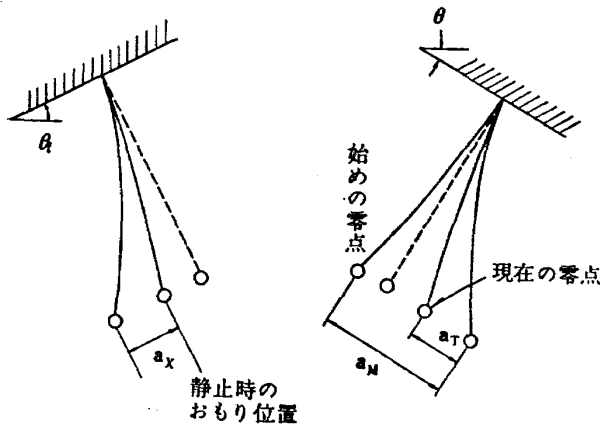


図 16 加速度計の零点変化

図16はこの関係を説明したものである。所が(22)式の  $\theta$  の値は未知の量である。 $\theta$  を求めるには予め計算した飛しょう径路の結果を利用すればよい。またはかなり近似的な方法であるが飛しょう中、姿勢変化による重力成分の変化が線型であると仮定し、着水時の入射角と打上げ時の射角が等しいとすると(真空中の飛しょう径路の場合)

$$\sin \theta_1 - \sin \theta = \frac{\sin \theta_1 - \sin \theta_t}{t_f} = \frac{2 \sin \theta_1}{t_f} t$$

$$\therefore U = \int_0^t a_x \cos \theta dt + \int_0^t \frac{2 \sin \theta_1}{t_f} t g dt \quad (23)$$

同じような考えから抗力係数は

$$C_D = \frac{m}{qS} \left( a_x \cos \theta + g \frac{2 \sin \theta_1}{t_f} t \right) \quad (24)$$

となる。

じょう乱に対する応答は短周期運動で、例えば図17(a)のような減衰振動である。じょう乱消滅後の自由振動部分がこのようにゆるやかな減衰振動の場合は次のようにして簡単にデータ処理ができる。

振動データは

$$A' + Ae^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega t + \varepsilon) \quad (25)$$

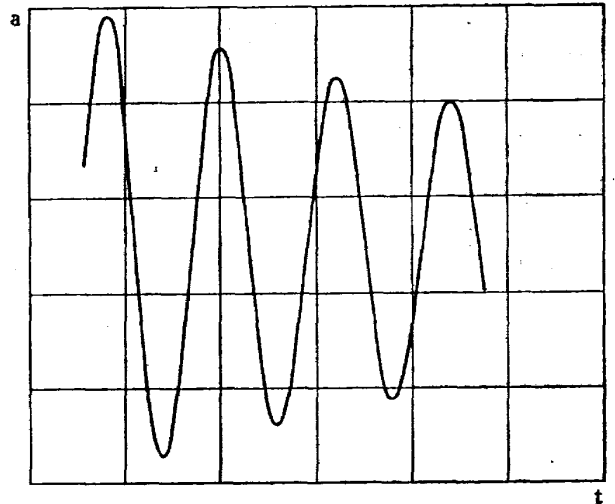


図 17(a) 加速度データ

$$\omega = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

とかける。これが極値をとる時の時間は

$$t_k = \frac{1}{\omega} \left( \frac{(2k-1)\pi - \varepsilon}{2} \right)$$

$$\therefore k = \frac{\omega}{\pi} t_k + \left( \frac{\varepsilon}{\pi} + \frac{1}{2} \right) \quad (26)$$

即ち極値をとる時間を横軸に、縦軸にその順番をプロットすれば一本の直線が得られ、直線の勾配から角振動数  $\omega$  が求まる。図17(b)にこれを示す。固有振動数は減衰比が小さいと

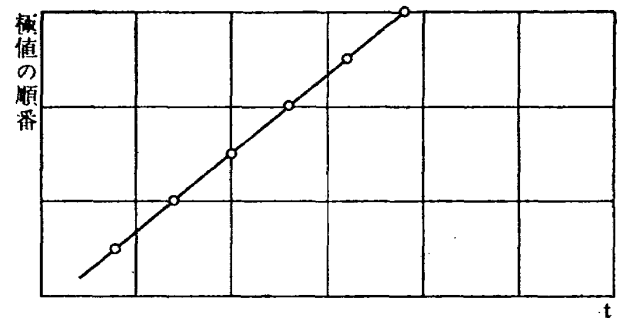


図 17(b) 振動数の求め方

$$\omega_n = \frac{\omega}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \approx \omega \quad (27)$$

これは見かけの角振動数であり、回転速度が大きい場合は4.2で述べた効果の補正が必要である。その場合

$$\omega_T = \omega_n (1 + \Delta \omega_n) \quad (28)$$

$\Delta \omega_n$  は図12で得られた値である。

静安定微係数は

$$C_{ma} = -\frac{I_Y}{qS \bar{c}} \omega_T^2 \quad (29)$$

次に減衰比および動安定微係数を求める。データの山側の極値は

$$A' + Ae^{-\zeta\omega_n t_1}, A' + Ae^{-\zeta\omega_n (t_1 + \frac{2\pi}{\omega})},$$

$$A' + Ae^{-\zeta\omega_n (t_1 + \frac{4\pi}{\omega})} \dots\dots$$

谷側の極値は

$$A' + Ae^{-\zeta\omega_n (t_1 + \frac{\pi}{\omega})}, A' + Ae^{-\zeta\omega_n (t_1 + \frac{3\pi}{\omega})},$$

$$\dots\dots$$

横軸に極値の順番を、縦軸に山側の極値、および谷側の極値の負値をプロットし、それぞれを結ぶ2本の曲線を書き、その平均値を求めると

$$Ae^{-\zeta\omega_n t_1}, Ae^{-\zeta\omega_n (t_1 + \frac{\pi}{\omega})}, Ae^{-\zeta\omega_n (t_1 + \frac{2\pi}{\omega})},$$

$$\dots\dots$$

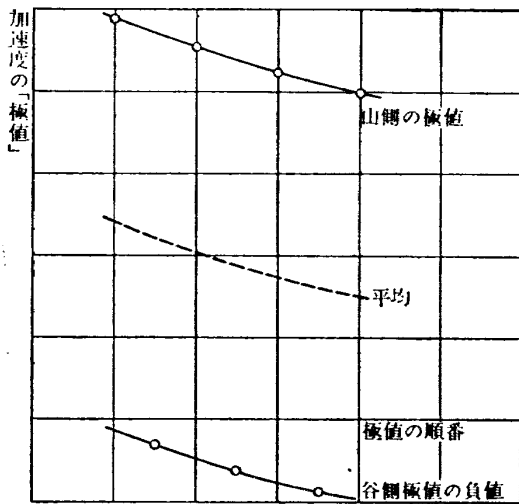


図 17(c) 減衰比の求め方

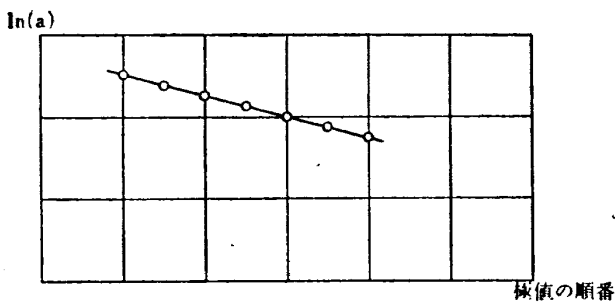


図 17(d) 減衰比の求め方

図17(c)にこれを示す。次に縦軸に上の値の自然対数を、横軸は極値の順番を前と同様にとると

$$\ln A - \zeta\omega_n (t_1 + \frac{n\pi}{\omega}) \quad n=0, 1, 2, \dots\dots$$

をプロットしたことになり、図17(d)のような直線を得る。 $\omega_n/\omega \approx 1$ として、直線の勾配から

$$\zeta = \frac{1}{\pi} \times (\text{勾配}) \quad (30)$$

一方

$$2\zeta\omega_n = \frac{L_\alpha}{U} - Mq - M_\alpha$$

であるから

$$C_{mq} + C_{m\alpha} = -\left(2\zeta\omega_n - \frac{qSC_{L\alpha}}{m}\right) \frac{I_Y}{qS\bar{c}} \cdot \frac{2V}{\bar{c}} \quad (31)$$

ここで  $C_{L\alpha}$  は風洞試験結果を使ってもよく、また次にのべる方法で飛しょう試験から求めた結果を使ってもよい。

Z 方向の加速度を2ヶ所で測定しているから各々の応答の違いから  $C_{L\alpha}$  を求めることができる。

重心における加速度は

$$a_{zCG} = U(\dot{\alpha} - q) = Ae^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega t + \epsilon)$$

と書ける。一定項は以下の解析で不必要だから省略する。運動方程式から

$$\dot{\alpha} + \frac{L_\alpha}{U}\alpha - q = 0$$

$$\therefore \alpha = -\frac{A}{L_\alpha} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega t + \epsilon)$$

$$q = Ae^{-\zeta\omega_n t} \left[ \left( \frac{\zeta\omega_n}{L_\alpha} - \frac{1}{U} \right) \sin(\omega t + \epsilon) - \frac{1}{L_\alpha} \omega \cos(\omega t + \epsilon) \right]$$

$$\dot{q} = Ae^{-\zeta\omega_n t} [B_1 \sin(\omega t + \epsilon) + B_2 \cos(\omega t + \epsilon)]$$

但し

$$B_1 = -\zeta\omega_n \left( \frac{\zeta\omega_n}{L_\alpha} - \frac{1}{U} \right) + \frac{\omega^2}{L_\alpha} = \frac{\omega_n^2}{L_\alpha} (1 - 2\zeta^2) + \frac{\zeta\omega}{U}$$

$$B_2 = \frac{2\zeta\omega_n}{L_\alpha} \omega - \frac{\omega}{U}$$

加速度計の位置が重心から  $l_1, l_2$  の点にあるとすると各々の信号は

$$a_{z1} = a_{zCG} - l_1 \dot{q}$$

$$a_{z2} = a_{zCG} - l_2 \dot{q}$$

各々の位置での振動データの極値は

$$P_{1k} = A \sqrt{(1 - l_1 B_1)^2 + l_1^2 B_2^2} \cdot e^{-\zeta\omega_n t_k}$$

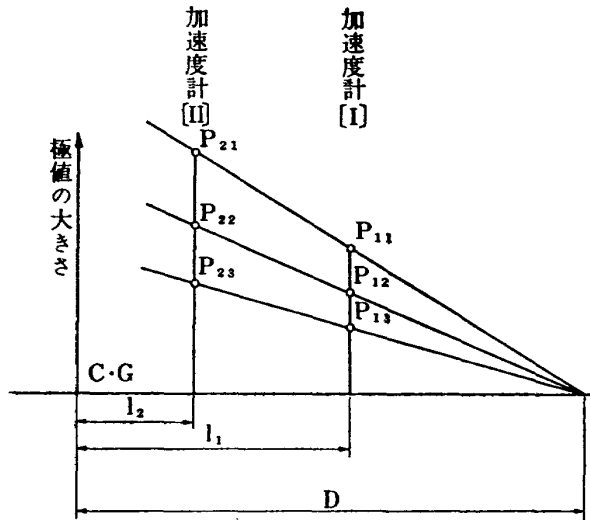
$$\approx A (l_1 B_1 - 1) e^{-\zeta\omega_n t_k}$$

$$P_{2k} = A \sqrt{(1 - l_2 B_1)^2 + l_2^2 B_2^2} \cdot e^{-\zeta\omega_n t'_k}$$

$$\approx A (l_2 B_1 - 1) e^{-\zeta\omega_n t'_k}$$

ここで  $t_k \approx t'_k$  である。

この極値のいくつかを加速度計の位置に相当した点で図18のようにプロットし、2点を結ぶ線と横軸との交点を求めると一点に集中する。

図 18  $C_{L\alpha}$  の求め方

図の  $D$  は

$$D = \frac{l_1 P_2 - l_2 P_1}{P_2 - P_1} = \frac{1}{B_1} = \frac{L_\alpha}{\omega_n^2 (1 - 2\zeta^2)}$$

$\zeta$  が小さいと

$$D \approx \frac{L_\alpha}{\omega_n^2} = -\frac{L_\alpha}{M_\alpha} \quad (32)$$

とかける。

この  $D$  を使って

$$\left. \begin{aligned} C_{L\alpha} &= \frac{m\omega_n^2 D}{qS} \\ -\frac{dC_m}{dC_L} &= \frac{I_y}{m\bar{c}} \cdot \frac{1}{D} \end{aligned} \right\} (33)$$

が得られる。

じょう乱による応答が消滅した後は機体は定常的に飛しょうしており。揚力はほとんど零であるが加速度計の指示から若干の揚力も計算できる。

$$C_L = \frac{m}{qS} (g \cos \theta - g \cos \theta_l - a_z) \quad (34)$$

零点の変化は前と同様に考慮してある。

回転速度の測定はアンテナの偏波面を利用する。翼後縁のテレメータ信号送信用アンテナが指向性を持ち、受信電波の強さは機体のバンク角  $0^\circ$ ,  $180^\circ$  の時最大に、 $90^\circ$ ,  $270^\circ$  の時最小になる。受信装置内の AGC 信号は受信電波の強弱に比例した信号であるから、これを記録しておけば機体の回転に応じて正弦波状のデータが得られ、その極値間隔から回転速度の概略値がわかる。

じょう乱消滅後の応答は自由振動で、これが図 17 (a) のようなゆるやかな減衰振動の場合は上記のように簡単に空力微係数を求めることができる。応答が振動的でない場合は  $C_{m\alpha}$ ,  $C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$  を簡単に求めることはできない。しかしじょう乱入力の方がはっきりわかっている場合はフーリエ解析法、積分法、アナログ

マッチング法等を利用して空力微係数を求めることができる。これ等については多くの報告が発表されている (16)~(20)。

## 6. 結 論

(1) 自由飛行模型 FFM-10 の飛しょう径路を種々の射角に対して求めた。標準射角  $15^\circ$  で飛しょう距離 4 km, 飛しょう時間 14.5 秒, 最高マッハ数 1.3 である。

(2) 風, 推力線不整, 空力的不整による飛しょう径路への影響を調べた。前二者の場合, おこりうる状態は飛しょう距離の 10% 程度の分散である。空力的不整の場合は飛しょう径路が大きく変化することがありうるが機体に若干の回転を与えることによってその影響を除去できる。

(3) (2) の場合, 回転をおこさせるための横揺れモーメント係数は 0.001 が適当である。

(4) じょう乱による機体の縦方向の動特性を調べた。最高マッハ数で短周期運動角振動数  $\omega_n = 67.8 \text{ rad/sec}$ , 減衰比 0.11 である。

(5) 動特性を調べる際, 回転の影響を無視できない場合が存在し, その際の影響を調べ, 補正法を与えた。

(6) じょう乱による応答を調べる際, 厳密には抗力によって速度が時々刻々減少していて, その速度変化が応答に与える影響は若干存在するが, データ処理の際, 平均化の操作によってその影響をほとんどなくすることができる。

(7) 自由飛行試験におけるデータ処理法を示した。X,  $Z_1$ ,  $Z_2$  の加速度を知ることにより空力係数  $C_D$ ,  $C_L$ ,  $C_{L\alpha}$ ,  $C_{m\alpha}$ ,  $C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$ ,  $dC_m/dC_L$  等が得られる。

## 参 考 文 献

- 1) A. F. Donovan; High Speed Problems of Aircraft and Experimental Methods, (1961) Princeton Univ. Press
- 2) G. K. Hunt; Free-flight Model Measurements of the Dynamic Stability of a Supersonic Strike Aircraft (TSR2), A. R. C. C. P. 918 (1967)
- 3) S. Hoffman and W. S. Blanchard; Free-flight Investigation at Supersonic Speeds of the Stability and Drag of a  $79^\circ$  Clipped Delta Boost-glide Configuration Including an Analog Study of Coupled Motions during the Flight, NASA TM X-425 (1961)

- 4) C. L. Gillis and J. L. Mitchell; Determination of Longitudinal Stability and Control Characteristics from Free-flight Model Tests with Results at Transonic Speeds for Three Airplane Configurations, NACA TR-1337(1957)
- 5) J. A. Hamilton and P. A. Hulton; Free-flight Techniques for High Speed Aerodynamic Research, J. Royal Aerc. Soc. vol 60 (1956) pp 151~185
- 6) 河崎俊夫, 斎藤秀夫, 河本巖; 自由飛行模型 FFM-10 の空力特性について, 航技研報告 TR-210(1970)
- 7) 河崎俊夫, 河本巖, 戸田勲; 自由飛行模型 FFM-10 の空力微係数におよぼす機体弾性変形の影響について, 航技研資料 TM-188 (1970)
- 8) 堀武敏ほか; 自由飛行模型 FFM-10 の強度について, 航技研報告発行予定
- 9) B. Etkin; Dynamics of Flight, John Wiley & Sons, Inc. (1958)
- 10) J. B. Rosser; Mathematical Theory of Rocket Flight, Mcgraw-Hill (1947)
- 11) R. L. James; A Three Dimensional Trajectory Simulation Using Six Degrees of Freedom with Arbitrary Wind, NASA TN D-641 (1967)
- 12) 毛利浩; 風があるときのロケットの運動の近似解析およびランチャ角修正法, 航技研報告 TR-131 (1967)
- 13) 戸川隼人, 石黒登美子; 地上付近の風の影響による小型ロケットの姿勢変化, 航技研資料 TM-72 (1965)
- 14) W. H. Phillips; Effect of Steady Rolling on Longitudinal and Directional Stability NACA TN 1627 (1948)
- 15) S. B. Gates and A. W. Thorpe; Notes on the Analysis of Stability in Accelerated motion, A. R. C. R & M 3394 (1965)
- 16) H. Greenbery; A Survey of Methods for Determining Stability Parameters of an Aeroplane from Dynamic Flight Measurements, NACA TN 2340 (1951)
- 17) C. R. Huss and J. J. Donegan; Method and Tables for Determining the Time Response to a Unit Impulse from Frequency-Response Data and for Determining the Fourier Transform of a Function of Time, NACA TN 3598 (1956)
- 18) M. Shinbrot; On the Analysis of Linear and Nonlinear Dynamical Systems from Transient-response data, NACA TN 3228 (1954)
- 19) J. J. Donegan; Matrix Methods for Determining the Longitudinal-stability Derivatives of an Airplane from Transient Flight Data, NACA TR 1169 (1954)
- 20) G. T. Chapman and D. B. Kirk; A Method for Extracting Aerodynamic Coefficients from Free-flight Data, AIAA J. vol 8(1970) pp 753~758

TR-218	軸流回転機の翼の振動について II 翼根部による振動減衰 On the Vibration of Axial-flow Toubomachine Blade. II Vibration Damping Capacity of the Blade Mounting	1970年10月	宮地敏雄, 星谷昌二 祖父江靖, 網十三郎 熊谷隆王
TR-219	二次元非圧縮性乱流境界層の近似について On an Approximation of Two-Dimensional in Compressible Turbulent Boundary Layer	1970年10月	尾形吉和
TR-220	Application of Dorodmtsyn's Technique to Compressible Two-D-mensional Airfoil Theories at Transonics Speeds	1970年10月	Juzo SATO
TR-221	先端のにぶいフレヤつき物体の空力特性 Aerodynamic Characteristics of a Flared Body with Blunt Nose	1970年10月	谷 喬, 河本 巖 樋原盛一, 野田順一 榭口 博 (東京大学)
TR-222	東北地方大平洋沿岸航空路上における乱気流観測 Mesurements and Analysis of Atmospheric Turbulence on the Pacific Coast Air Route of the TOHOKU District	1970年9月	竹内和之, 山根皓三郎 矢沢健司, 小野幸一 外崎得雄
TR-223	球の仮想質量の円筒境界干渉 Cylindrical Boundary Interference on Virtual of a Sphere	1970年9月	河野長正
TR-224	吹出しをともなう鈍頭物体の衝撃波離脱距離 Shock Stand-off-Distance with Mass Injection	1970年12月	吉永 崇
TR-225	NAL-35DT 型ロケットの構造試験 Results of Structural Experiments on NAL-35DT Rocket Vehicle	1970年11月	ロケット構造研究グループ
TR-226	薄い片持後退角翼の遷音速フラッタ特性におよぼす集中質量の位置の影響について Some Effects of Systematically Varied Location of One Concentrated Mass on Transonic Flutter Characteristics of Sweptback Thin Cantilever Wings	1970年11月	中井暎一, 森田甫之 高木俊朗
TR-227	高負荷燃焼器の空気孔からの流れについて (II) 一二孔の実験および簡単な解析方法— Investigation of Air Stream from Combustor Liner Air-Entry Holes (II) —Experiments with Piared Air entry Holes and a Numerical Analysis—	1970年12月	相波哲朗, 井上真幸

---

## 航空宇宙技術研究所報告 228号

昭和45年12月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野三鷹(0422)44-9171(代表) ㊦182

印刷所 第一印刷株式会社  
東京都新宿区富久町58

---

