

UDC 551.556 :  
629.73 : 015.4 :  
629.73.017.1

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-233

PSD 法の大気乱れに対する航空機強度設計への  
応用とその問題点

竹内和之・山根皓三郎

1971年1月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-208	ガスタービン燃焼器 Gas Turbine Combustors	1970年9月 鈴木邦男, 田丸卓隆 堀内正司, 斎藤義一
TR-209	フライングテストベッド用偏向ジェットパイプの模型実験 Mode Test on Deflected Jet Pipes of NAL Flying Test Bed	1970年10月 田辺義一
TR-210	自由飛行模型 FFM-10 の空力特性について On the Aerodynamic Characteristics of a Free Flight Model FFM-10	1970年8月 河崎俊夫, 斎藤秀夫 河本巣
TR-211	ジェット・フラップ・ローターのホバ特性に関する一模型実験 A Model Test on Hovering Characteristics of Jet-Flapped Rotor	1970年9月 古茂田真幸, 戸田亘洋 岡遠一, 高沢金吾
TR-212	二重噴流の空力的騒音 Aerodynamic Noise of a Circular Double Jet	1970年10月 河野長正
TR-213	ジンバルエンジン駆動用 DPF 方式油圧サーボの試作研究 A Study of Gimbal-Engine Actuated Hydraulic Servomechanism with DPF Hydromechanical Compensation Network	1970年9月 畑山茂樹, 興石肇
TR-214	軸流圧縮機動翼機植込部の疲労についての実験的研究(隙間のあるピン接合) Experimental Investigation of Fatigue Strength of Axial Flow Compressor Blade Root—Pin Joint Lug Having Clearance between Pin and Pin-Hole—	1970年9月 池田為治, 山岸崇
TR-215	ジェット輸送機の操縦のタスク・アナリシス Task Analysis of Jet Transport (DC-8)	1970年10月 橋口一雄, 百名盛之 三好範子, 岡部正典 川原弘靖
TR-216	横風中の3次元乱流ジェットの弯曲と発達 Bending and Development Three-dimensional Turbulent Jets in a Gross Wind	1970年9月 遠藤浩, 中村正義
TR-217	人工粘性付 LAX-WENDROFF およびその変形差分法に関する数値実験 Numerical Test on Lax-Wendroff Difference Scheme with Artificial Viscosity and Its Variations by the Two-Step Method.	1970年9月 安喜隆幸
TR-218	軸流回転機の翼の振動について II 翼根部による振動減衰 On the Vibration of Axial-flow Turbomachine Blade. II Vibration Damping Capacity of the Blade Mounting.	1970年10月 宮地敏雄, 星谷昌二 祖父江靖, 綱干三郎 熊谷隆王
TR-219	二次元非圧縮性乱流境界層の近似について On am Approximation of Two-Dimensional Incompressible Turbulent Boundary Layer	1970年10月 尾形吉和
TR-220	T Application of Dorodnitsyn's Technique to Compressible Two-Dimensional Airfoil Theories at Transonic Speeds	1970年10月 Junzo SATO
TR-221	先端のにぶいフレヤつき物体の空力特性 Aerodynamic Charateristics of a Flared Body with Blunt Nose	1970年10月 谷喬, 河本巣 榎原盛一, 野田順一 橋口博(東京大学)
TR-222	東北地方太平洋沿岸航空路上における乱気流観測 Mesurements and Analysis of Atmospheric Turbulence on the Pacific Coast Air Route of the TOHOKU District	1970年9月 竹内和之, 山根皓三郎 矢沢健司, 小野幸一 外崎得雄
TR-223	球の仮想質量の円筒境界干涉 Cylindrical Boundary Interference on Virtual Mass of a Sphere	1970年9月 河野長正

# PSD 法の大気乱れに対する航空機強度設計への 応用とその問題点\*

竹内和之\*\*・山根皓三郎\*\*

## Studies on PSD Method for Aircraft Structural Design for Atmospheric Turbulence

By Kazuyuki TAKEUCHI and Kosaburo YAMANE

### Abstract

The currently adopted gust criterion for airplane structural strength is based on discrete gusts of the (1-cos) type.

However, with the increase of airplane speed and the structural flexibility, the discrete gust criterion has been thought to be insufficient for the examination of gust loads and structural strength, especially for civil transport. This problem was discussed at the 8th meeting of the Airworthiness Committee of the International Civil Aviation Organization, and a power spectral density (PSD) method was proposed by the USA.

This report presents some of the comments on the proposed PSD method and the calculated results on the YS-11 twin turboprop transport by this method.

### 1. はじめに

航空機、特に最近の大型、高速の輸送機の構造強度にとって、大気の乱れ<sup>注1)</sup> (atmospheric turbulence) は最も重要な荷重要因の一つである。これはさまざまの突風事故によっても認識されてきたものであり、最近では、航空機構造の強度設計において、大気の乱れに対する考慮をより精密に行なうことが要求されるようになってきた。

不規則な大気乱れに対する航空機の強度設計を合理的に行なうためには統計的手法を用いることが必要で、近年大気の乱れに関する資料の蓄積および統計的手法の発達、実用化にともなって、乱気流速度の PSD (power spectral density) と乱気流の強さ<sup>注2)</sup> の確率密度関数によって、大気乱れの特性を表わす方法が一般化しつつある。

この乱気流の PSD を大気乱れに対する航空機構造の強度設計に適用する方法の一つが、第8回 ICAO 耐空性委員会で米国から提案され、<sup>14), 15)</sup> 現在各国で検討中であるが、わが国でも当研究所と日本航空機製造

(株)が協力して、この方法を YS-11 に適用し、問題点を検討することとなった。

本報告は、大気乱れの PSD 法について概略を述べ、YS-11 への適用例を示して、PSD 法に含まれる問題点、および現在の突風強度規定について検討を加えたものである。

### 2. 大気乱れの表示式

世界各地を飛行する航空機が、いつ、どこで、どのような（強さ、波長、広がり等）大気の乱れに遭遇するか、また大気の乱れに遭遇した航空機の部材がどのような応力状態となり、どれほど危険になるのかを予知するためには、まず大気の乱れの様相を知らなければならない。

#### 2.1 乱気流のモデル（付録 A, B 参照）

大気の乱れには、前線付近の乱れ、台風または発達

注 1) 大気の乱れに関して、“突風”と“乱気流”的言葉の使い分けは、航空関係ではあまり明確ではないが、本報告では、連続した大気の乱れ (continuous turbulence) を乱気流、孤立した乱れ (discrete gust) を突風と呼び、航空機に影響を及ぼすような外乱を総称して大気の乱れと呼ぶこととした。

注 2) 乱気流速度の二乗平均値の平方根

\* 昭和45年12月1日

\*\* 機体第一部

した低気圧内での乱れ、積乱雲中での乱れ、ジェット気流周辺での乱れ、あるいは地形の影響によって生じた乱れ等、その発生した気象条件あるいは場所によって種々に分けて考えられる。しかし、航空機に影響を及ぼすような大気の乱れをすべて総括して考えると、大気はある広がりを持った乱気流の集まりであり、そのおののの乱気流内では、乱気流速度は近似的にガウス分布に従って連続不規則に変化し、homogeneousかつ isotropic であると考えられる<sup>11)</sup>。

このおののの乱気流内での乱気流速度の垂直成分  $w$ <sup>注1)</sup> のモデルとして、PSD<sup>2), 8), 9)</sup> の形で提案されている代表的なものはつぎの2つである。(図1参照)

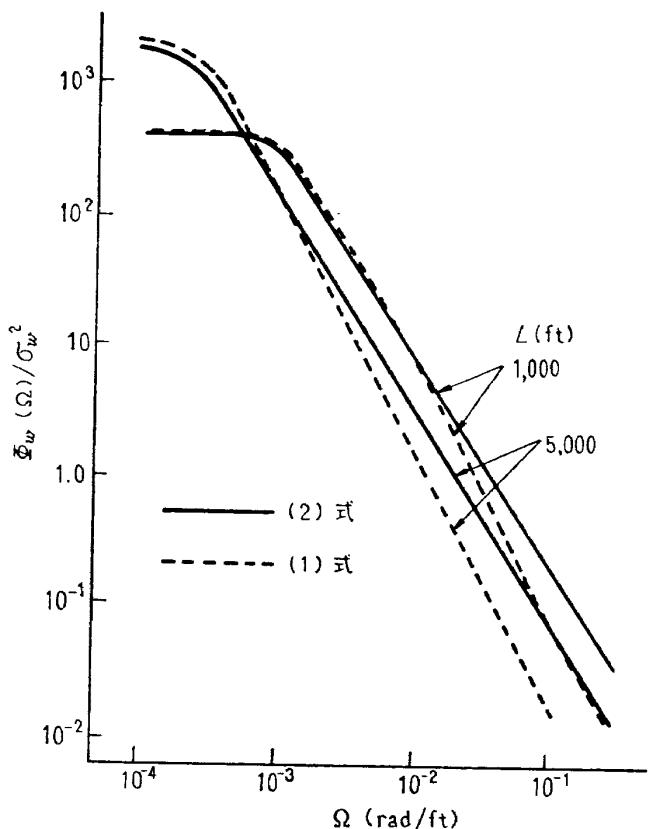


図1  $\Phi_w(\Omega)$  の形

$$\Phi_w(\Omega) = \sigma_w^2 \frac{L}{\pi} \frac{1+3L^2\Omega^2}{(1+L^2\Omega^2)^2} \quad (1)$$

$$\Phi_w(\Omega) = \sigma_w^2 \frac{L}{\pi} \frac{1+8/3(1.339L\Omega)^{11/6}}{[1+(1.339L\Omega)^2]^{11/6}} \quad (2)$$

ただし、 $\Phi_w(\Omega)$ : 乱気流の垂直速度成分  $w$  の PSD  
 $\sigma_w$  : 乱気流の垂直速度成分  $w$  の rms 値<sup>注2)</sup>  
 $L$  : 乱気流の尺度 (scale of turbulence)  
 $\Omega$  : 波数 (reduced frequency)  
 $\Omega = 2\pi/\lambda$  ( $\lambda$  は波長)

(1) 式は Hugh L. Dryden<sup>1)</sup> が風胴内の乱気流について提案した式であり、(2) 式は Theodore von Kármán が導いた式である。式の形が簡単で取り扱いやすいということから、最近まで乱気流の解析にはほとんど(1)式が用いられてきたが、(1)式と(2)式を詳細に比較し、理論的にも、また計測値と対応させて実験的にも、(2)式の方がより良いことを Houbolt<sup>10)</sup> らが指摘してから、最近では(2)式を用いることが多くなっているようであり、ICAO の耐空性委員会の提案<sup>11)</sup>でも、(2)式を ( $L=2,500$  ft として) 採用している。

(1), (2)式中の  $\sigma_w$  は、おののの乱気流を区別してその強さを示すものであるが、種々の強さの乱気流の集まりから成る大気の乱れを全体的に理解するためには、航空機が運航中にどのような強さの乱気流に、どのようなひん度で遭遇するか、すなわち、航空機の航路に沿っての乱気流の強さ  $\sigma_w$  の確率分布を知らなければならない。

## 2.2 乱気流の強さの分布

乱気流の強さ  $\sigma_w$  の分布を示す  $\sigma_w$  の確率密度関数  $\hat{f}(\sigma_w)$ <sup>注3)</sup> として広く用いられているのは、Harry Press<sup>6)</sup> の提案した(3)式である。

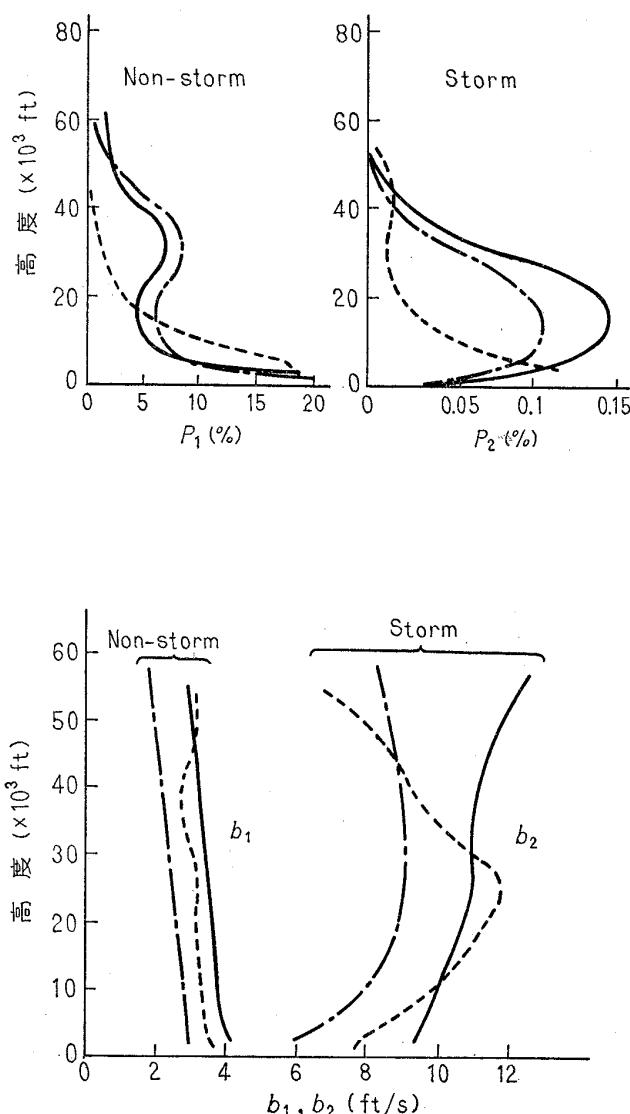
$$\begin{aligned} \hat{f}(\sigma_w) = & \frac{P_1}{b_1} \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\sigma_w^2/2b_1^2} \\ & + \frac{P_2}{b_2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\sigma_w^2/2b_2^2} \end{aligned} \quad (3)$$

(3)式は、乱気流を non-storm turbulence の場合 (右辺第1項) と storm turbulence の場合 (右辺第2項) に分け、その他の場合には航空機に影響を及ぼすほどの強さの乱気流はないと考えて提案された式で、おののの場合の  $\sigma_w$  の rms 値を  $b_1, b_2$  とし、おののの乱気流に航空機が遭遇している時間割合を  $P_1, P_2$  としている。 $P_1, P_2, b_1, b_2$  の値については、多くの人が過去の実測資料を基として検討した結果を発表して

注1) 亂気流を isotropic と考えると、乱気流の左右速度成分も垂直速度成分と同様に取り扱うことができる。

注2) root mean square

注3)  $\hat{f}(\sigma_w)$  は確率密度関数であるから  $\int_0^\infty \hat{f}(\sigma_w) d\sigma_w$  は1にならなければならない。しかし(3)式では non-storm turbulence および storm turbulence の場合以外の  $\sigma_w$  は航空機に影響を及ぼさないほど小さいと考えて省いてあるので、1にならない。したがって演算中に  $\hat{f}(\sigma_w)$  の取り扱いには注意を要する。

図 2  $P_1, P_2, b_1, b_2$  の値

いる(図2注1)参照)。その最も代表的なものは、米国軍用規格<sup>9)</sup>において Gust Load Spectra として規定しているものであって、図中の実線で示す。その他 Prichard<sup>16)</sup>の提案した値(図中的一点鎖線), Hoblit<sup>14)</sup>らの提案した値(図中の破線)を同時に示すが、おのおの相当の隔たりがあって、どのような値がよいかということは一概に断定できないのが現状である。

### 3. 大気乱れに対する航空機強度解析の PSD 法

大気の乱れを 2.1 節で示す乱気流速度の PSD と 2.2 節で示す乱気流の強さの確率密度関数で表わし、乱気流速度の確率分布がガウス則に従うものとすれば、乱気流に対する航空機の応答が線形であるという仮定のもとにその周波数応答関数を用いて、機体の可撓性による効果も含めて、大気の乱れによって航空機の部材に生じる力、応力、あるいは変位を、統計量と

してその確率分布で与えることができる。したがって、ある一定の強度限界を持つ部材の強度余裕は、部材の応力が許容応力を越える単位時間当たりの平均回数、あるいはその確率を用いて統計的に表わされ、この値を充分安全なほど低い値に押えて設計すればよいこととなる。

このような乱気流に対する航空機構造強度設計の方法(大気乱れの PSD 法)は、従来の設計方法、すなわちある特定の突風(たとえば、翼弦の 25 倍の波長を持つ 50 ft/sec の単一孤立突風)に対して部材の応力を計算し、構造部材のすべてに一定の安全率を用いて部材の強度を定める方法よりも合理的<sup>注2)</sup>であると考えられる。

このような大気乱れの PSD 法を実際に用いる場合の具体的な方法として、その代表的な方法である Design Envelope Criterion と Flight Profile Criterion をつぎに述べる。

以下、乱気流は航空機の進行方向にのみ不規則な速度分布をなし、翼幅方向には一様の速度分布を持つものとして取り扱うこととする(図 3 参照)。また説明簡単化のため、乱気流は垂直方向成分のみ働くものとする。

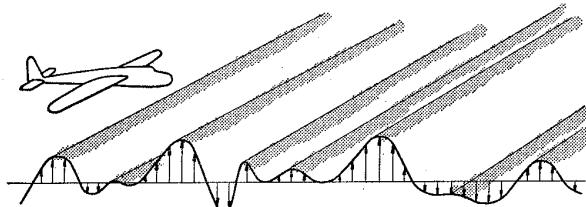


図 3 亂気流の形

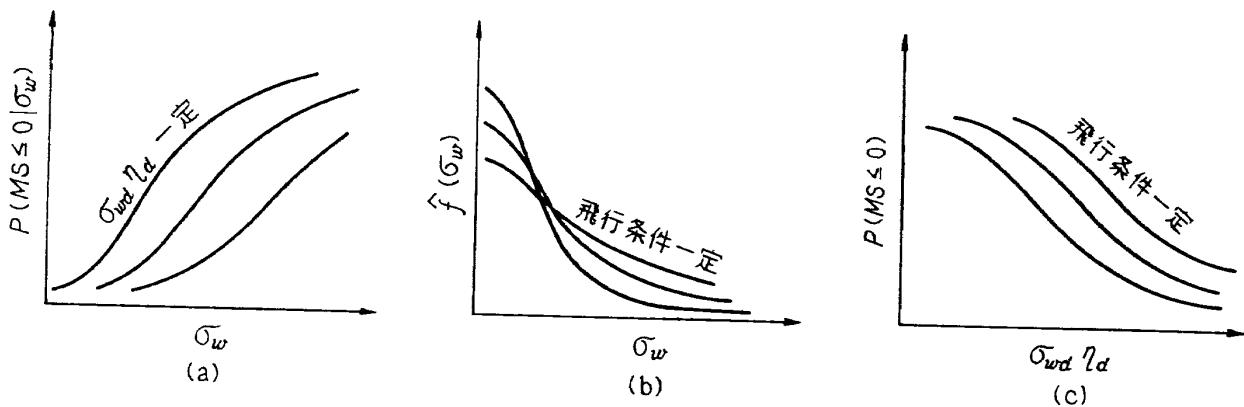
#### 3.1 Design Envelope Criterion

Design Envelope Criterion は、航空機の部材強度の設計基準を飛行条件ごとに規定する方法である。

まずははじめに、機体の部材は上下方向乱気流によって軸応力のみが生じ、破壊は引張り側のみで起きる場合について考えることとする。乱気流に対する機体の応答を線形と仮定すれば、強さ  $\sigma_w$  の乱気流によって任意の部材に生じる応力  $f$  の rms 値  $\sigma_{f/w}$  は(4)式で表わされる。(付録 C 参照)

注 1) これ等は VG カウンターあるいは VGH カウンターによる垂直方向乱気流速度についての資料であるが、乱気流を isotropic と考えると、この資料は左右方向乱気流速度に対しても使用することができる。

注 2) 機体の撓性を考慮する場合には外力の周波数特性が重要であり、予想される外力の周波数特性を合理的に考慮しなければならない。

図 4  $P(MS \leq 0)$  と  $\sigma_{wd}\eta_d$  との関係

$$\sigma_{f/w} = \bar{A}_{f/w} \cdot \sigma_w \quad (4)$$

ただし、

$$\bar{A}_{f/w} = \left[ \frac{1}{\sigma_w^2} \int_0^\infty \Phi_w(\omega) \cdot |H_{f/w}(\omega)|^2 d\omega \right]^{1/2}$$

ここに、 $H_{f/w}(\omega)$  は乱気流の垂直速度成分  $w$  に対する部材応力の周波数応答関数である。また  $\omega$  は角周波数で、波数  $\Omega$  ((1), (2) 式参照) と (5) 式で結ばれる。(付録 A 参照)

$$\omega = V\Omega \quad (V: \text{航空機の対気真速度}) \quad (5)$$

さて、ガウス分布に従う強さ  $\sigma_w$  の乱気流によって部材に生じる応力  $f$  の確率密度関数  $p(f|\sigma_w)$ <sup>注 1)</sup> は (4) 式の関係を用いて (6) 式で表わされる。

$$\begin{aligned} p(f|\sigma_w) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{f/w}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{f - \bar{f}}{\sigma_{f/w}} \right)^2 \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \bar{A}_{f/w} \cdot \sigma_w} \\ &\times \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{f - \bar{f}}{\bar{A}_{f/w} \cdot \sigma_w} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (6)$$

ただし、 $\bar{f}$ : 定常飛行時の部材の応力

したがって、部材の応力  $f$  が強さ  $\sigma_w$  の乱気流によって許容応力  $F_f$  を越える確率  $P(MS \leq 0|\sigma_w)$  は (7) 式で与えられ、ある一定の飛行条件のもとで遭遇するあらゆる強さの乱気流によって部材の応力が許容応力を越える確率  $P(MS \leq 0)$  は、 $\sigma_w$  の確率密度関数  $\hat{f}(\sigma_w)$  を用いて (8) 式で与えられる。

$$\begin{aligned} P(MS \leq 0|\sigma_w) &= P(f \geq F_f|\sigma_w) \\ &= \int_{F_f}^{\infty} p(f|\sigma_w) df \\ &= \int_{F_f}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \bar{A}_{f/w} \cdot \sigma_w} \\ &\times \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{f - \bar{f}}{\bar{A}_{f/w} \cdot \sigma_w} \right)^2 \right] df \end{aligned} \quad (7)$$

$$P(MS \leq 0) = P(f \geq F_f)$$

$$= \int_0^{\infty} P(MS \leq 0|\sigma_w) \cdot \hat{f}(\sigma_w) d\sigma_w \quad (8)$$

ここで、(9) 式のように  $\eta$  を定義すると、(7) 式は (10) 式のように表わすことができる。

$$\eta = \frac{f - \bar{f}}{\sigma_{f/w}} = \frac{f - \bar{f}}{\bar{A}_{f/w}} \cdot \frac{1}{\sigma_w} \quad (9)$$

$$P(MS \leq 0|\sigma_w) = \int_{\frac{\sigma_w \eta_d}{\sigma_w}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \eta^2 \right] d\eta \quad (10)$$

ただし、

$$\sigma_{wd}\eta_d = \frac{F_f - \bar{f}}{\bar{A}_{f/w}} \quad (11)$$

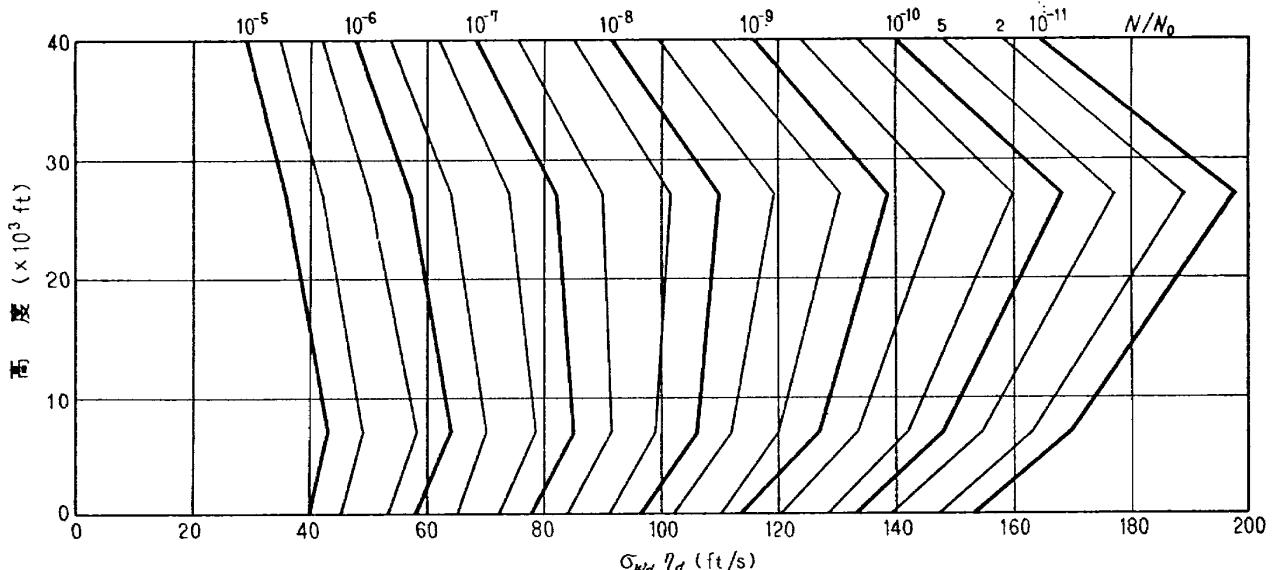
すなわち、(8) 式の右辺に含まれる  $P(MS \leq 0|\sigma_w)$  は  $\sigma_{wd}\eta_d$  のみの関数である(図 4-(a))。また  $\hat{f}(\sigma_w)$  は航空機の強度特性とは関係がない(図 4-(b))。したがって (8) 式の  $P(MS \leq 0)$  は  $\sigma_{wd}\eta_d$  のみによって定まる(図 4-(c))。一方、乱気流速度  $w$  はガウス分布に従うこと、および (8) 式右辺の積分がガウス分布の積分であることから (12) 式が成立する。

$$\begin{aligned} P(MS \leq 0|\sigma_w) &= P(w \geq \sigma_{wd}\eta_d|\sigma_w) \\ P(MS \leq 0) &= P(w \geq \sigma_{wd}\eta_d) \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (12)$$

すなわち、(11) 式で定義される  $\sigma_{wd}\eta_d$  は、一定の飛行条件のもとでの部材の強度余裕(部材の応力が許容応力を越える確率を意味し、これは同じ条件のもとに乱気流速度が  $\sigma_{wd}\eta_d$  を越える確率と等しくなる)を一義的に表わす。いいかえると、この  $\sigma_{wd}\eta_d$  を各部材について一定となるように設計すると、その飛行条件での各部材の強度余裕が一定となるわけである。

注 1)  $p(f|\sigma_w)$  は、 $\sigma_w$  の値が与えられたときの  $f$  の条件付き確率密度関数<sup>13), 18)</sup>を表わす。

注 2)  $MS$  は margin of safety を表わす。

図 5  $\sigma_{wd}\eta_d$  と高度との関係

以上は、航空機の飛行条件が一定の場合 ( $\hat{f}(\sigma_w)$  が同じ場合) についてであるが、 $\hat{f}(\sigma_w)$  が異なる場合には  $\sigma_{wd}\eta_d$  を同じに設計しても  $P(MS \leq 0)$  を等しく設計したことにはならない。いま  $\hat{f}(\sigma_w)$  として(3)式を採用し、(3)式に含まれる  $P_1, P_2, b_1, b_2$  の値を図 2 のように高度の関数として与えることとすると、 $P(MS \leq 0)$  を等しくするための  $\sigma_{wd}\eta_d$  の値は高度の関数となる。この  $\sigma_{wd}\eta_d$  と高度との関係を考えるために、exceedance ratio  $N/N_0$  を用いる方法が提案されている<sup>14)</sup>。

すなわち、一定の飛行条件のもとで航空機が遭遇するあらゆる強さの乱気流によって、部材の応力  $f$  が許容応力  $F_f$  を正勾配で越える単位時間当たりの平均回数  $N(F_f)$  は、 $\sigma_w$  が一定の乱気流内では部材の応力がガウス分布をなすことから、(13)式で表わされる<sup>3), 6)</sup>。

$$N(F_f) = \int_0^\infty N_0 \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{F_f - \bar{F}}{A_{f/w} \cdot \sigma_w}\right)^2\right] \cdot \hat{f}(\sigma_w) d\sigma_w \quad (13)$$

ただし、 $N_0$  はその部材の応力が  $\bar{f}$  を正勾配で横ぎる単位時間当たりの平均回数で、(14)式で計算される。

$$N_0 = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{\int_0^\infty \omega^2 \cdot \Phi_f(\omega) d\omega}{\int_0^\infty \Phi_f(\omega) d\omega} \right)^{1/2} \quad (14)$$

$\hat{f}(\sigma_w)$  として(3)式を採用し、(11)式の関係を用いると (13)式から (15)式<sup>注)</sup>が得られる。

$$\frac{N(F_f)}{N_0} = P_1 \exp\left[-\frac{\sigma_{wd}\eta_d}{b_1}\right] + P_2 \exp\left[-\frac{\sigma_{wd}\eta_d}{b_2}\right] \quad (15)$$

$N(F_f)$  は部材の応力が単位時間に  $F_f$  を越える回数を表わすものであるから、 $N(F_f)$  を部材の強度余裕を示す値として考えることができる ( $P(MS \leq 0)$  とは別の考え方となる)。したがって、 $N_0$  を一定と仮定すれば(15)式の  $N(F_f)/N_0$  が一定となる関係が  $\sigma_{wd}\eta_d$  と高度との関係を示すこととなる。

いま、 $\hat{f}(\sigma_w)$  の  $P_1, P_2, b_1, b_2$  として図 2 に破線で示す値を採用して若干修正すると<sup>14)</sup>、 $N(F_f)/N_0$  が一定となる  $\sigma_{wd}\eta_d$  と高度との関係は図 5 となり、 $\sigma_{wd}\eta_d$  の高度による変化の傾向を知ることができる。

以上は  $\sigma_{wd}\eta_d$  の定め方に対する一つの考え方であるが、実際に  $\sigma_{wd}\eta_d$  をどのような値に規定すべきかは、今までに安全に飛行し、また良く使われた種々の航空機の構造強度を PSD 法で解析してみて定めるべきであり、参考文献 14), 15)においては、4.4 節(2)項に示す 3 種の航空機について解析した結果、 $\sigma_{wd}\eta_d$  としてつぎのような値を提案している。

- (1) 設計巡航速度  $V_a$  に対しては  $N/N_0$  が  $1.2 \times 10^{-6}$  となるような  $\sigma_{wd}\eta_d$
- (2) 設計急降下速度  $V_D$  に対しては  $V_a$  における  $\sigma_{wd}\eta_d$  の 0.5 倍
- (3) 最大突風に対する設計速度  $V_B$  に対しては  $V_a$

注) ここでは、軸応力に関する exceedance ratio として(15)式が導びかれたが、剪断応力、外力、重心位置の加速度、あるいは乱気流速度等の exceedance ratio に対しても(15)式は適用される。

における  $\sigma_{wa}\eta_a$  の 1.32 倍

(4)  $V_C, V_D, V_B$  の中間の速度では内挿によって定まる値

以上は説明の簡単化のために、部材応力が軸応力のみの場合を考えたが、実際の航空機構造の強度の検討には、軸応力と剪断応力の組合せ応力に対する考慮を必要とする場合が多い。乱気流は不規則な現象であって、それによって部材に生じる軸応力と剪断応力の間の位相差もまた不規則となる。したがって、この場合にはつぎに示すように、2種の応力間の位相差も考慮に入れた統計的解析を行なわなければならぬ。

強さ  $\sigma_w$  の乱気流によって部材に生じる軸応力  $f$  と剪断応力  $\xi$  の結合確率密度関数  $p(f, \xi | \sigma_w)$  は (16) 式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} p(f, \xi | \sigma_w) &= \frac{1}{2\pi \cdot \sigma_{f/w} \cdot \sigma_{\xi/w} \cdot \sqrt{1 - \rho^2_{f, \xi/w}}} \cdot e^{-G/2} \\ G &= \frac{1}{(1 - \rho^2_{f, \xi/w})} \left[ \left( \frac{f - \bar{f}}{\sigma_{f/w}} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{2\rho_{f, \xi/w}(f - \bar{f})(\xi - \bar{\xi})}{\sigma_{f/w} \cdot \sigma_{\xi/w}} + \left( \frac{\xi - \bar{\xi}}{\sigma_{\xi/w}} \right)^2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

ここで、乱気流  $w$  による応力  $f$  および  $\xi$  の rms 値  $\sigma_{f/w}, \sigma_{\xi/w}$  はともに (4) 式の関係で与えられ、 $f$  と  $\xi$  の相関係数  $\rho_{f, \xi/w}$  は (17) 式で計算することができる。(付録C参照)

$$\rho_{f, \xi/w} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_w(\omega) \cdot H_{f/w}(\omega) \cdot H_{\xi/w}^*(\omega) d\omega}{2 \cdot \sigma_w^2 \cdot \bar{A}_{f/w} \cdot \bar{A}_{\xi/w}} \quad (17)$$

したがって、強さ  $\sigma_w$  の乱気流に対して部材の強度余裕が正、あるいは負となる確率、すなわち、 $(f, \xi)$  が部材の許容応力の領域を越えない確率  $P(MS > 0 | \sigma_w)$  および越える確率  $P(MS \leq 0 | \sigma_w)$  は (18) 式で表わされ(図6参照)、一定の飛行条件のもとで遭遇するあらゆる強さの乱気流に対して  $(f, \xi)$  が許容応力の領域を越える確率  $P(MS \leq 0)$  は、軸応力のみの場合と同様に (19) 式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} P(MS > 0 | \sigma_w) &= \iint_R p(f, \xi | \sigma_w) df d\xi \\ P(MS \leq 0 | \sigma_w) &= 1 - P(MS > 0 | \sigma_w) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$P(MS \leq 0) = \int_0^{\infty} P(MS \leq 0 | \sigma_w) \cdot \hat{f}(\sigma_w) d\sigma_w \quad (19)$$

ただし、(18) 式の積分範囲  $R$  は許容応力の内側の領域を示し、この  $R$  は、挫屈等を起こさない状態であれば、たとえば最大剪断応力説を用いて求めることができる。

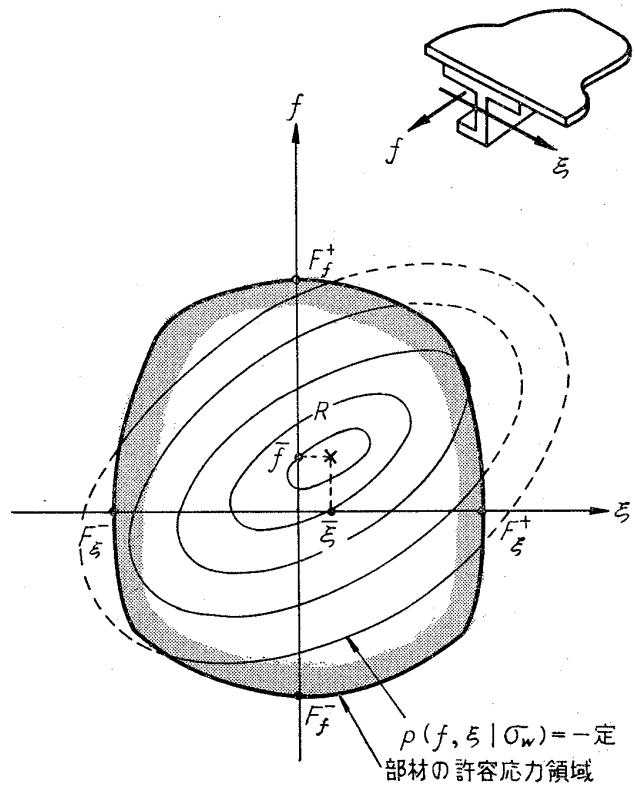


図 6 応力の結合確率密度関数と部材の強さ

組合せ応力の場合には、応力の確率密度関数が (16) 式にみられるように 2 次元分布であるため、1 次元ガウス分布のときのように一つのパラメータ  $\sigma_{wa}\eta_a$  のみで部材の強度余裕が負となる確率  $P(MS \leq 0)$  を規定することができない。そこで、1 次元ガウス分布に従った仮想的な軸応力を考え、これに対して (6) ~ (8) 式から得られる  $P(MS \leq 0)$  が、実際の  $(f, \xi)$  応力の場合 (16) ~ (19) 式から得られる  $P(MS \leq 0)$  と等しくなるように  $\sigma_{wa}\eta_a$  を定め、これを用いて  $(f, \xi)$  の組合せ応力解析の場合の  $P(MS \leq 0)$  を代表する  $\sigma_{wa}\eta_a$  とすれば、組合せ応力の場合も 1 次元応力の場合と同等の  $\sigma_{wa}\eta_a$  を定めることができる。これを簡単に行なうための近似的な方法も提案されている<sup>14), 15)</sup>。

### 3.2 Flight Profile Criterion

Design Envelope Criterion は、各種の飛行条件に対して部材強度の設計基準を規定しようとする考え方であるが、航空機の運航状態を考えると、ある種の飛行条件ではひん繁に飛行し、ある種の飛行条件ではほとんど飛行しないということがあり得るので、航空機の運航状態をあらかじめ合理的に推定できる場合には、各飛行条件に重みをかけ、その全体に対して航空機構造の強度を評価した方が合理的であると考えられる。

注) \* 印は共軛複素数を表わす。

このように、各種の飛行条件が航空機の全使用期間に占める割合を考慮して構造強度を評価する、あるいは構造強度の設計基準を定める方法を Flight Profile Criterion と呼ぶ。

航空機がある飛行条件  $j$  で飛行した場合、部材の応力  $f$  が許容応力  $F_f$  を越える 1 時間当たりの平均回数  $G_j(MS \leq 0)$  は、(13) 式の  $N(F_f)$  を用いて (20) 式で表わされる。

$$G_j(MS \leq 0) = 3600 \cdot N(F_f) \quad (20)$$

航空機が離陸してから着陸するまでの flight profile を飛行条件  $j$  の組合わせで表わし、航空機の全使用期間を通じてその運航状態を各種の flight profile  $i$  の組合わせで表わすこととすると、航空機の全使用期間を通して、1 時間飛行中に部材の応力が許容応力を越える平均回数  $N_p$  は (21) 式で与えられる。

$$N_p = \sum_i \left[ \sum_j G_{ij}(MS \leq 0) \cdot t_{ij} \right] t_i \quad (21)$$

ただし、

$t_i$ :  $i$  番目の flight profile が航空機の全使用時間に占める時間割合

$t_{ij}$ :  $j$  番目の飛行条件が  $i$  番目の flight profile の中で占める時間割合

この  $N_p$  を各部材について充分安全なほど低い値に押えて設計すればよいこととなる。

### 3.3 垂直および左右の乱気流を同時に考慮する場合

以上は乱気流の垂直速度成分  $w$  に対する航空機の構造強度について述べたが、左右方向速度成分  $v$  に対しても、垂直速度成分の場合と全く同じ手法を用いることができる。

また、乱気流の垂直速度成分  $w$  と左右速度成分  $v$  の両者を考慮する場合には、乱気流が isotropic であると仮定すれば、 $w$  と  $v$  の両者によって部材に生じる応力と、乱気流の 1 方向成分によって生じる応力の間には (22) 式の関係が導かれる<sup>15)</sup>。

$$\begin{aligned} \sigma^2_{f/w, v} &= \sigma^2_{f/w} + \sigma^2_{f/v} \\ \sigma^2_{\xi/w, v} &= \sigma^2_{\xi/w} + \sigma^2_{\xi/v} \\ p_{f, \xi/w, v} &= \frac{\rho_{f, \xi/w} \cdot \sigma_{f/w} \cdot \sigma_{\xi/w} + \rho_{f, \xi/v} \cdot \sigma_{f/v} \cdot \sigma_{\xi/v}}{\sigma_{f/w, v} \cdot \sigma_{\xi/w, v}} \end{aligned} \quad (22)$$

ここに、 $\sigma_{f/w, v}$ ,  $\sigma_{\xi/w, v}$  はそれぞれ  $w$  と  $v$  の両者によって部材に生じる応力  $f$  および  $\xi$  の rms 値であり、 $p_{f, \xi/w, v}$  は  $w$  と  $v$  の両者によって生じる  $f$  と  $\xi$  の相関係数である。

したがって、(22) 式の関係を用いて、乱気流の垂直速度成分と左右速度成分の両者が働く場合について

も、1 方向速度成分の場合と同様に計算を行なうことができる。

### 4. YS-11 についての計算例

国産双発ターボプロップ輸送機 YS-11 (表 1, 図 7 参照) は、1969年4月現在82機が就航しており、飛行時間の総計は約24万時間に達しているが、現在まで、大気の乱れのために生じた構造上の破損事故は報告されていない。

このように、現在安全に飛行している輸送機の大気乱れに対する強度余裕を PSD 法で検討し、将来設計

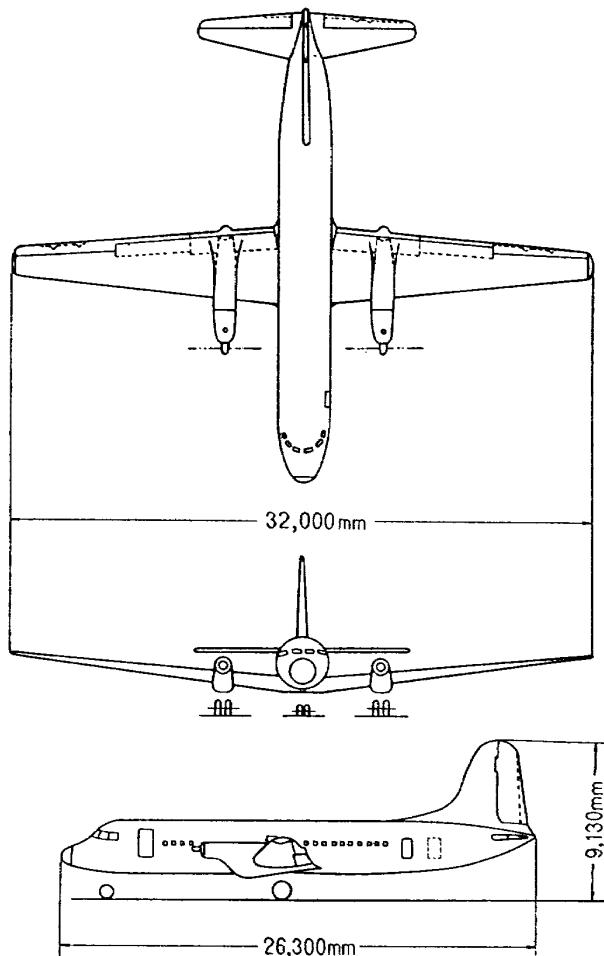


図 7 YS-11 三面図

表 1 YS-11 主要諸元

	主翼	水平尾翼
アスペクト比	10.8	6.5
テーバー比	0.336	0.35
翼面積 ( $m^2$ )	94.8	22.1
MAC (m)	3.204	

表 2 主翼の区分および重量分布

主翼区分(翼断面 mm)	1,100 (0~2,200)	2,900 (~3,600)	5,100 (~6,600)	8,100 (~9,600)	10,850 (~12,100)	13,350 (~14,600)
機体重量 (kg)						
20,650	440	2,430	765	250	130	80
22,800	440	2,430	1,370	580	130	80

基準を定める場合の資料とするために、YS-11 に対し 3.1 節の Design Envelope Criterion の方法によって  $\sigma_{wd\eta_d}$  を計算した。

#### 4.1 計算方法

計算の大筋は 3.1 節に示すとおりであるが、具体的な計算手段、用いた仮定等は以下のとおりである。

(1) 乱気流は、翼幅方向には一様な速度分布をなし、飛行径路に沿って不規則に変動するものとして、その垂直速度成分のみが航空機に働くものとした。(図 3 参照)

(2) 乱気流の PSD は、(2) 式に示す Theodore von Kármán の式を  $L=2,500 \text{ ft}$  として用い、乱気流の強さ  $\sigma_w$  の確率密度関数 ((3) 式) に含まれる  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  の値は Hoblit らの提案した図 2 の破線で示す値を用いた。これは参考文献 14), 15) で採用した方法と同じである。

(3) 乱気流に対する部材応力の周波数応答関数  $H_{f/w}(\omega)$ ,  $H_{\xi/w}(\omega)$  を求めるために、乱気流に対する主翼の曲げモーメント応答  $H_{M/w}(\omega)$ , 剪断力応答  $H_{S/w}(\omega)$ , および捩りモーメント応答  $H_{T/w}(\omega)$  の計算は宗田清、矢野機<sup>12)</sup>によって行なわれたものを用いた。これは機体運動の自由度を機体の上下移動、機体の縦揺れ運動、主翼の曲げ 1 次モード、主翼の捩り 1 次モード、(前部胴体は剛体として)後部胴体の上下曲げ 1 次モードの 5 自由度とし、主翼は片翼について表 2 に示す 6 区分に、後部胴体は表 3 に示す 6 区分に分け、各区分における剛性値は実験値を用いている。空気力は主翼および水平尾翼に対してのみ考慮し、2 次元非定常空気力を用いている。

(4) 外力によって部材に生じる軸応力  $f$  および剪断応力  $\xi$  は (23), (24) 式によって求めた。

$$f = K_M \cdot M \quad (23)$$

$$\xi = K_S \cdot S + K_T \cdot T \quad (24)$$

ただし、 $M, S, T$  はそれぞれ曲げモーメント、剪断力および捩りモーメントであり、 $K_M, K_S, K_T$  はそれぞれ単位の  $M, S, T$  によって部材に生じる応力(実験値)である。

(5) 破壊応力は、破壊の様相(たとえば挫屈、塑

性変形など)によって外力と線形に結びつかない。そこで、線形計算を行なう便宜上、つぎに述べるような仮想破壊応力  $\hat{F}$  を用いた。すなわち、たとえば上曲げによって主翼上面が挫屈破壊する場合には、実際の破壊荷重と  $K_M$  によって (23) 式で結ばれる応力を仮想破壊応力  $\hat{F}$  とした。(図 8 参照)

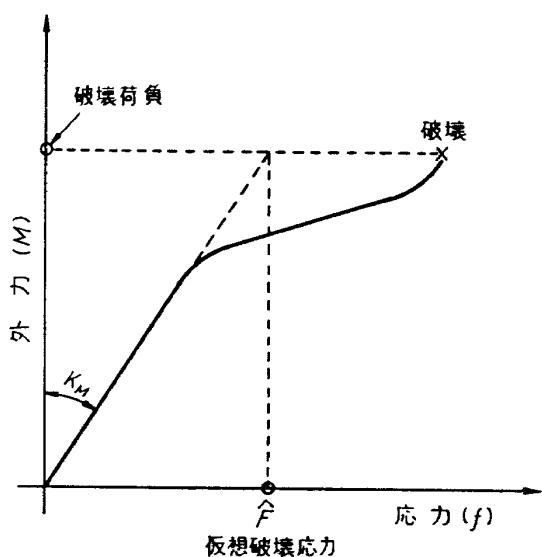


図 8 仮想破壊応力

(6)  $\sigma_{wd\eta_d}$  の計算は (11) 式によって行なった。しかしこれは部材応力が 1 方向の応力でのみ許容応力<sup>13)</sup>を越える(たとえば、引張り応力でのみ許容応力を越え、圧縮応力では絶対に越えない)とした場合(図 9 (a) の場合)に部材の強度余裕が負となる確率  $P(MS \leq 0)$  と一義的に結びつくものである。応力が正負 2 方向のいずれでも許容応力  $F_f^+, F_f^-$  を越える場合(図 9 (b) の場合)には、 $F_f^+, F_f^-$  それぞれに対して  $\sigma_{wd\eta_d}$  が (11) 式より形式的に計算されるが、 $P(MS \leq 0)$  とは一義的に結びつかない。このような場合、 $P(MS \leq 0)$  と  $\sigma_{wd\eta_d}$  とを一義的に結びつけるためには、(25) 式に示すような新らたな許容応力  $F_f^*$  を用いて  $\sigma_{wd\eta_d}$  を計算するのが合理的と考えられる。

注) 項目 (5) で定めた仮想破壊応力の 1/1.5 倍をその部材の許容応力とした。

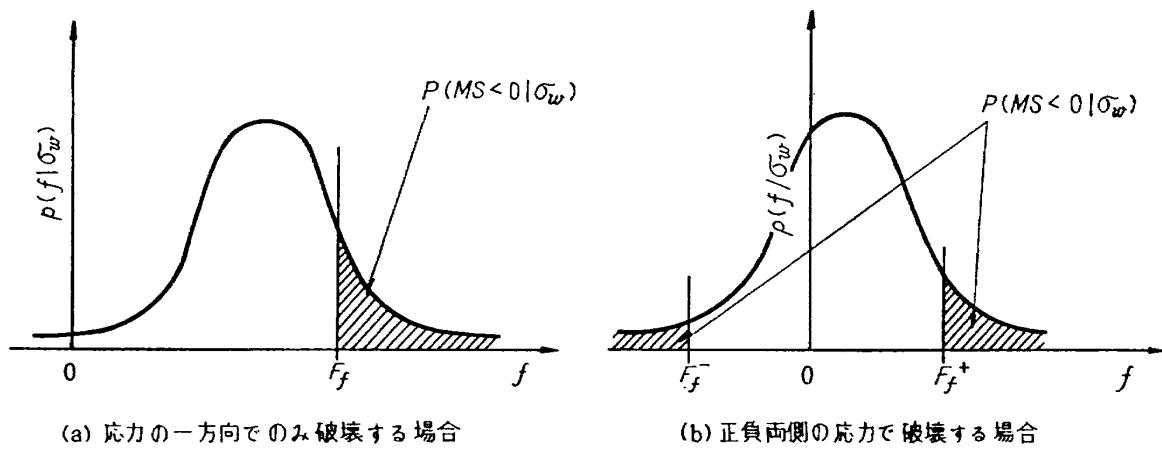


図 9 破壊の様相による部材強度余裕の違

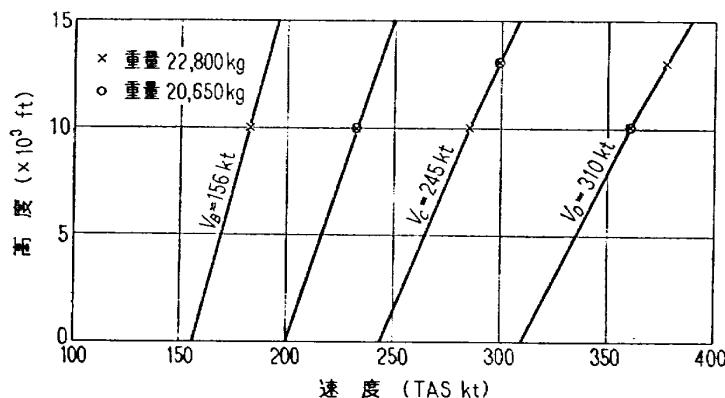


図 10 飛行条件

$$\begin{aligned}
 P(MS \leq 0 | \sigma_w) &= \int_{-\infty}^{F_f^-} p(f | \sigma_w) df \\
 &+ \int_{F_f^+}^{\infty} p(f | \sigma_w) df \\
 &= \int_{F_f^*}^{\infty} p(f | \sigma_w) df \quad (25)
 \end{aligned}$$

しかし、実際の計算では、正負 2 種の許容応力に対して計算した  $\sigma_{w\eta_d}$  の小さいものと、 $F_f^*$  を用いて計算した  $\sigma_{w\eta_d}$  とはほとんど差がなく、(25) 式の計算は不要であった。

(7) 応力の周波数応答関数から (4) 式によって  $\bar{A}_{f/w}$ ,  $\bar{A}_{\xi/w}$  を計算する場合、計算する周波数の範囲および区分求積の場合の分割の間隔については充分検討した結果、0~10 c/s の範囲で 0.1 c/s ごとに分割して計算を行なった。この計算を含めて、すべての計算は電子計算機 HITAC 5020 によって行なった。

#### 4.2 飛行条件

Design Envelope Analysis を行なう場合の飛行条件としては、4 種の飛行速度 (EAS), 2 種の高度, 2 種の重量状態の組合せとして、図 10 に示す 9 種とした。

速度 (EAS) 310 kt は  $V_D$ , 245 kt は  $V_O$ , 156 kt は  $V_B$  である。高度は 10,000 ft および 13,000 ft の 2 種、重量は 20,650 kg (最大零燃料重量 + 余裕燃料) および 22,800 kg (設計離陸重量) の 2 種とした。ただし、この重量の差は翼内タンク中の燃料の差のみによるもので、他の個所の重量分布は同じ (19% MAC) とした。胴体の重量分布および各重量状態における主翼の重量分布を表 2, 表 3 に示す。

#### 4.3 対象部材

主翼箱形梁を構成する外板、縦通材、桁フランジ、

表 3 胴体の区分および重量分布 (Max. Payload 時、尾翼を含む)

胴体区分 (mm)	-2.23 ~1.08	~3.48	~5.88	~8.32	~10.48	~12.90
重 量 (kg)	708.2	636.8	596.6	596.6	271.6	201.8

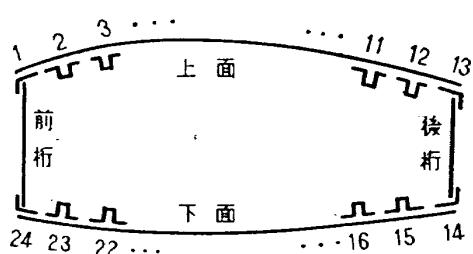


図 11 主翼断面および縦通材番号

桁ウェブを対象として計算を行なった(図11参照)。翼幅方向の位置は、翼断面 1, 100, 2, 900, 5, 100, 8, 100, 10, 850 mm の 5 断面とした。以下、計算部材位置は翼断面および縦通材番号で表わすこととする。

水平定常飛行時の主翼各断面における曲げモーメント  $\bar{M}$ 、剪断力  $\bar{S}$ 、捩りモーメント  $\bar{T}$  の値を、各飛行条件について、表4に示す。

また、単位の荷重によって部材に生じる応力  $K_{f/M}$ 、

$K_{\xi/S}$ ,  $K_{\xi/T}$ (4.1節(4)項目参照)および部材の仮想破壊応力  $\hat{F}_f$ ,  $\hat{F}_{\xi}$ (4.1節(5)項目参照)を表5、表6に示す。

#### 4.4 計算結果

##### (1) 周波数応答関数

垂直方向乱気流速度に対する主翼の周波数応答関数の計算結果の一例を図12に示す。図の(a), (b), (c)は各振動モードについて、一般化座標における変位の周波数応答を示し、(d)は曲げモーメント、剪断力、および捩りモーメントの周波数応答を示している<sup>22)</sup>。

##### (2) 軸応力あるいは剪断応力のみが働く場合

乱気流の PSD、乱気流に対する主翼部材の周波数応答、部材の許容応力および水平定常飛行時の応力を用いて、軸応力のみ、あるいは剪断応力のみが部材に働くとした場合の  $\sigma_{wind}$  を(11)式から計算し、また

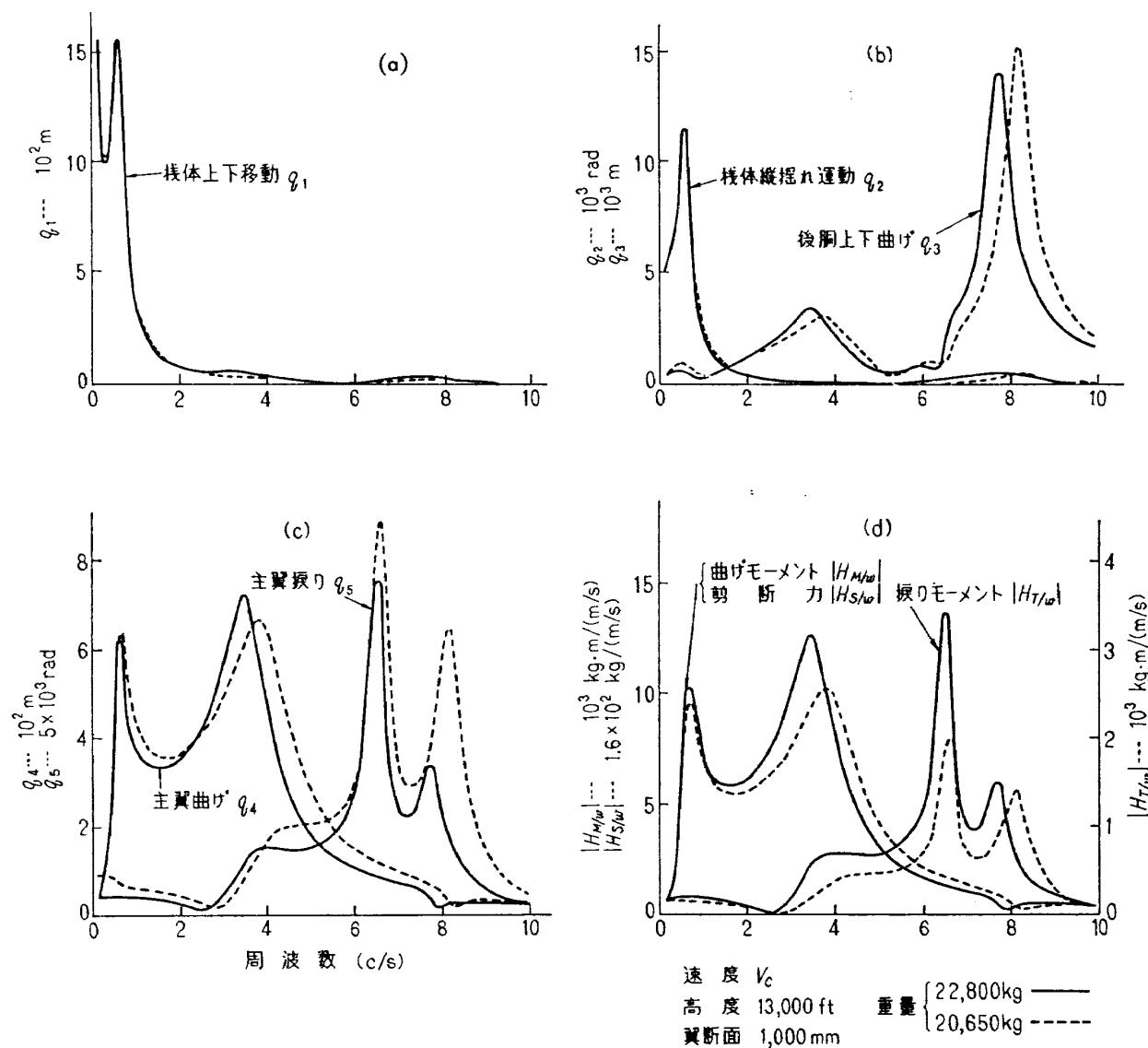


図 12 周波数応答関数

表 4 1—g 飛行時の荷重  $\bar{M}$ ,  $\bar{S}$ ,  $\bar{T}$ 

荷重の種類	重量 (kg)	速度 (kt. EAS)	翼断面 (mm)				
			1,100	2,900	5,100	8,100	10,850
曲げモーメント	22,800	310 ( $V_D$ )	-36.3	-28.0	-18.0	-6.87	-1.67
		245 ( $V_G$ )	-36.6	-28.8	-18.3	-7.41	-1.87
		200	-36.7	-29.1	-18.6	-7.69	-1.97
		156 ( $V_B$ )	-36.7	-29.2	-18.9	-7.91	-2.05
$\bar{M} \times 10^3$ kg·m	20,650	310 ( $V_D$ )	-35.9	-27.4	-16.3	-1.03	-1.44
		245 ( $V_G$ )	-36.3	-28.2	-17.2	-6.60	-1.64
		200	-36.3	-28.4	-17.5	-6.86	-1.74
剪断力	22,800	310 ( $V_D$ )	-5.23	-4.50	-4.39	-2.68	-1.14
		245 ( $V_G$ )	-4.96	-4.37	-4.40	-2.79	-1.25
		200	-4.80	-4.29	-4.41	-2.86	-1.31
		156 ( $V_B$ )	-4.66	-4.22	-4.41	-2.91	-1.35
$\bar{S} \times 10^3$ kg	20,650	310 ( $V_D$ )	-5.28	-4.70	-4.49	-2.43	-0.99
		245 ( $V_G$ )	-5.04	-4.60	-4.53	-2.57	-1.10
		200	-4.86	-4.50	-4.51	-2.62	-1.16
捩りモーメント	22,800	310 ( $V_D$ )	-7.8	-5.0	-1.5	-0.9	-0.5
		245 ( $V_G$ )	-4.5	-2.4	0.5	0.2	0
		200	-2.6	-1.0	1.6	0.8	0.2
		156 ( $V_B$ )	-1.3	0.2	2.4	2.0	0.8
$\bar{T} \times 10^3$ kg·m	20,650	310 ( $V_D$ )	-8.0	-5.1	-1.5	-1.1	-0.7
		345 ( $V_G$ )	-4.8	-2.5	0.4	0	-0.1
		200	-2.9	-1.1	1.5	0.7	0.2

(重心位置: 19% MAC)

表 5 縦通材および桁フランジの  $K_{f/M}$ ,  $\hat{F}_f$ 

部材		翼断面 (mm) 強度特性	1,100	2,800	5,100	8,100	10,850	
上 面	縦通材	桁フランジ 1	$K_{f/M}$ $\hat{F}_f$	.157 -.398	.182 -.373	.257 -.300	.490 -.276	.900 -.169
		4	$K_{f/M}$ $\hat{F}_f$	.166 -.371	.185 -.439	.256 -.317	-.261	-.109
		5	$K_{f/M}$ $\hat{F}_f$	.167 -.371	.189 -.439	.271 -.317	.499 -.261	.915 -.109
		6	$K_{f/M}$ $\hat{F}_f$	.168 -.370	.192 -.431	.272 -.310		
		7	$K_{f/M}$ $\hat{F}_f$	.168 -.365	.194 -.424	.280 -.308	.505 -.247	.980 -.108
		8	$K_{f/M}$ $\hat{F}_f$		.191 .415	.280 -.300		4.00 -.107
		9	$K_{f/M}$ $\hat{F}_f$	.161 -.357	.186 -.407	.274 -.295	.505 -.245	.985 -.105
		10	$K_{f/M}$ $\hat{F}_f$	.155 -.354	.179 -.397	.259 -.290		
		11	$K_{f/M}$ $\hat{F}_f$	.147 -.349	.169 -.389	.250 -.282	.472 -.250	.910 -.103
		12	$K_{f/M}$ $\hat{F}_f$	.138 -.345	.159 -.381	.229 -.276		
		13	$K_{f/M}$ $\hat{F}_f$	.131 -.857	.153 -.321	.224 -.339	.466 -.254	.880 -.144
下 面	縦通材	桁フランジ 14	$K_{f/M}$ $\hat{F}_f$	-.171 .393	-.221 .422	-.297 .361	-.493 .295	-.995 .230
		15	$K_{f/M}$ $\hat{F}_f$	-.172 .387	-.217 .413	-.295 .354		
		16	$K_{f/M}$ $\hat{F}_f$	-.176 .383	-.222 .402	-.297 .344	-.483 .291	-1.00 .220
		17	$K_{f/M}$ $\hat{F}_f$	-.177 .378	-.225 .398	-.300 .342		
		18	$K_{f/M}$ $\hat{F}_f$	-.177 .375	-.225 .391	-.302 .338	-.507 .286	-1.05 .215
		20	$K_{f/M}$ $F_f$	-.171 .365	-.213 .375	-.283 .320	-.478 .277	-1.02 .259
		21	$K_{f/M}$ $\hat{F}_f$	-.165 .363	-.205 .369	-.271 .315		
		22	$K_{f/M}$ $\hat{F}_f$	-.157 .357	-.196 .360	-.259 .310	-.432 .276	-.965 .207
		24	$K_{f/M}$ $F_f$	-.141 .351	-.189 .356	-.255 .303	-.437 .274	-.930 .212

 $K_{f/M} \dots \times 10^2 \text{ (kg/m}^3\text{)}/(\text{kg}\cdot\text{m})$  $\hat{F}_f \dots \times 10^8 \text{ (kg/m}^3\text{)}$

表 6 外板および桁ウェブの  $K_{\epsilon/S}$ ,  $K_{\epsilon/T}$ ,  $\hat{F}_{\epsilon}$ 

部材		翼断面 (mm) 強度特性	1,100	2,900	5,100	8,100	10,850	
桁 ウ エ ブ	前		$K_{\epsilon/S}$	.235	.260	.365	.510	.995
	$K_{\epsilon/T}$	.171	.225	.325	.525	1.20		
	$\hat{F}_{\epsilon}$	.158	.167	.169	.174	.144		
外 面	後	$K_{\epsilon/S}$	.198	.225	.480	.630	1.08	
		$K_{\epsilon/T}$	.123	.160	.365	.595	1.20	
		$\hat{F}_{\epsilon}$	.167	.175	.165	.171	.144	
外 板	上面	5 6 9 10 11 12	$K_{\epsilon/S}$	.043 .090 .177	.095 .105 .200	.128 .122 .235	.155 .200 .310	.335 .390 .620
		$K_{\epsilon/T}$	.171	.225	.290	.475	1.20	
		$\hat{F}_{\epsilon}$	.195	.202	.207	.183	.144	
		14 15 16 17 20 21 22 23	$K_{\epsilon/S}$	.198 .100 .030 .116	.215 .107 .054 .159	.280 .120 .081 .225	.345 .144 .138 .540	.680 .345 .235 .900
		$K_{\epsilon/T}$	.154	.205	.290	.465	1.20	
		$\hat{F}_{\epsilon}$	.195	.202	.196	.183	.144	

 $K_{\epsilon/S} \dots \times 10^3 \text{ (kg/m}^3\text{)/(kg)}$  $K_{\epsilon/T} \dots \times 10^8 \text{ (kg/m}^3\text{)/(kg·m)}$  $\hat{F}_{\epsilon} \dots \times 10^8 \text{ (kg/m}^4\text{)}$

表 7 主翼部材の  $\sigma_{\text{wind}}$ 

(a) 速度:  $V_D$   
 高度: 13,000 ft  
 重量: 22,800 kg

翼断面 (mm) 縦通材番号	1,100	2,900	5,100	8,100	10,850
24-1	( 58)	( 57)	( 53)	( 62)	( 61)
13-14	( 80)	( 75)	( 37)	( 47)	( 55)
1	38	44	42	60	67
4	33	54	46		
5	52	52	42	55	39
6	32 (228) .39	49 (155) .62	40 (211) 1.0	(238)	(167)
7	31	48	39	51	35
8		47	37		34
9	32 (171) .71	48 (147) .66	38 (222) 1.0	50 (183) 1.0	33 (168) 1.0
10	33	48	40		
11	35 (100) .92	51 (99) .87	40 (111) 1.0	56 (115) 1.0	36 (102) 1.0
12	37	53	44		
13	42	45	58	58	57
14	33	40	44	65	85
15	32 (95) -.93	40 (89) -.91	43 (86) -1.0	(102)	( 93)
16	31	37	41	65	80
17	30 (168) -.79	36 (153) -.71	40 (213) -1.0	(257)	(191)
18	30	35	40	60	74
20	30 (268) -.29	36 (202) -.41	40 (321) -1.0	62 (269) -1.0	74 (285) -1.0
21	32	37	42		
22	33 (150) -.83	38 (116) -.84	43 (109) -1.0	70 ( 62) -1.0	78 ( 68) -1.0
24	37	39	43	69	83

(m/s)

表 7 主翼部材の  $\sigma_{wd}\eta_d$ (b) 速度:  $V_D$ 

高度: 10,000 ft

重量: 22,800 kg

翼断面 (mm) 縦通材番号	1,100	2,900	5,100	8,100	10,850
24- 1	( 58)	( 57)	( 53)	( 62)	( 60)
13-14	( 79)	( 75)	( 36)	( 47)	( 55)
1	38	43	41	30	66
4	32	53	46		
5	32	51	41	54	38
6	31 (227) .39	49 (154) .61	40 (209) 1.0	(236)	(159)
7	31	47	38	50	35
8		47	37		33
9	32 (170) .71	47 (146) .66	37 (220) 1.0	50 (181) 1.0	33 (167) 1.0
10	33	48	39		
11	34 (100) .90	50 ( 92) 1.0	40 (110) 1.0	55 (114) 1.0	36 (101) 1.0
12	37	53	43		
13	41	45	57	57	56
14	33	40	44	64	84
15	32 ( 94) -.93	40 ( 88) -.90	43 ( 85) -1.0	(101)	( 92)
16	31	37	41	65	79
17	30 (167)	36 (153)	40 (211)	(255)	(189)
18	30	35	39	60	73
20	30 (266) -.28	36 (200) -.40	40 (318) -1.0	62 (266) -1.0	73 (283) -1.0
21	31	37	41		
22	33 (149) -.83	38 (115) -.84	43 (108) -1.0	69 ( 62) -1.0	77 ( 67) -1.0
24	37	39	42	68	82

(m/s)

表 7 主翼部材の  $\sigma_{wd}\eta_d$ 

(c) 速度:  $V_D$   
 高度: 10,000 ft  
 重量: 20,650 kg

翼断面 (mm) 縦通材番号	1,100	2,900	5,100	8,100	10,850
24- 1	( 66)	( 65)	( 65)	( 70)	( 44)
13-14	( 91)	( 85)	( 45)	( 54)	( 40)
1	41	46	41	46	50
4	35	57	45		
5	34	54	41	42	29
6	34 (276)	.41 (184)	.65 (259)	1.0	(268) (143)
7	33	50	38	39	27
8		50	37		<b>26</b>
9	34 (202)	.73 (175)	.69 (272)	1.0	38 (205) (122) 1.0
10	36	51	39		
11	37 (115)	.91 (107)	.89 (136)	1.0	42 (129) ( 75) 1.0
12	40	56	42		
13	45	48	56	44	43
14	36	42	43	49	63
15	35 (108)	-.94 (102)	.92 (105)	-1.0	(115) ( 68)
16	33	40	40	50	60
17	33 (196)	-.81 (181)	.73 (261)	-1.0	(289) (139)
18	32	37	39	46	55
20	33 (323)	-.30 (245)	.43 (393)	-1.0	47 (302) (302) -1.0
21	34	39	41		
22	35 (174)	-.85 (134)	.86 (134)	-1.0	53 ( 70) ( 50) -1.0
24	40	42	42	52	<b>62</b>

(m/s)

表 7 主翼部材の  $\sigma_{w\delta\eta_d}$ (d) 速度:  $V_c$ 

高度: 13,000 ft

重量: 22,800 kg

翼断面 (mm) 縦通材番号	1,100	2,900	5,100	8,100	10,850
24- 1	( 80)	( 78)	( 73)	( 84)	( 82)
13-14	(107)	(100)	( 51)	( 64)	( 75)
1	48	56	53	76	84
4	42	68	59		
5	41	65	53	69	48
6	40 (318) .43	62 (212) .65	51 (282) 1.0	(318)	(269)
7	40	60	49	63	43
8		60	47		41
9	41 (233) .74	60 (201) .69	48 (297) 1.0	63 (244) 1.0	41 (229) 1.0
10	42	61	50		
11	44 (136) .91	64 (125) .89	51 (148) 1.0	71 (153) 1.0	45 (139) 1.0
12	48	68	55		
13	53	57	74	73	71
14	43	51	56	82	107
15	41 (127) -.94	51 (119) -.92	55 (115) -1.0	(136)	(126)
16	40	47	53	82	101
17	39 (227) -.81	46 (208) -.74	52 (286) -1.0	(343)	(260)
18	38	45	50	76	93
20	39 (374) -.33	46 (280) -.45	51 (429) -1.0	78 (359) -1.0	93 (388) -1.0
21	40	47	53		
22	42 (202) -.85	48 (156) -.86	55 (147) -1.0	88 ( 83) -1.0	98 ( 92) -1.0
24	47	50	54	86	105

(m/s)

表 7 主翼部材の  $\sigma_{wd}\eta_d$ 

(e) 速度:  $V_c$   
 高度: 13,000 ft  
 重量: 20,650 kg

翼断面 (mm) 綫通材番号	1,100	2,900	5,100	8,100	10,850				
24- 1	( 90)	( 89)	( 89)	( 95)	( 61)				
13-14	(121)	(114)	( 62)	( 73)	( 56)				
1	52	56	52	58	63				
4	45	72	57						
5	44	69	52	53	37				
6	43 (381)	.46 (249)	66 .68 (347)	50 1.0	(359)	(199)			
7	43	64	48	49	33				
8		64	46		32				
9	44 (271)	.77	64 (235)	.72 47 (365)	1.0	48 (275)	1.0	32 (169)	1.0
10	46	65	49						
11	48 (155)	.92	68 (143)	.90 49 (182)	1.0	54 (173)	1.0	34 (103)	1.0
12	51	72	54						
13	57	61	71	55	54				
14	46	54	54	62	80				
15	45 (145)	-.95	54 (136)	-.93 54 (141)	-1.0	(154)		( 94)	
16	43	50	51	63	75				
17	42 (262)	-.83	49 (243)	-.76 50 (351)	-1.0	(387)		(193)	
18	41	48	49	58	70				
20	42 (451)	-.36	49 (335)	-.48 50 (527)	-1.0	60 (404)	-1.0	70 (287)	-1.0
21	43	50	51						
22	45 (232)	-.87	51 (179)	-.87 53 (180)	-1.0	67 ( 94)	-1.0	73 ( 69)	-1.0
24	51	35	53	66	79				

(m/s)

表 7 主翼部材の  $\sigma_{wd}\eta_d$ (f) 速度;  $V_c$ 

高度: 10,000 ft

重量: 22,800 kg

翼断面 継通材番号 (mm)	1,100	2,900	5,100	8,100	10,850		
24- 1	( 79)	( 77)	( 72)	( 83)	( 81)		
13-14	(105)	( 99)	( 50)	( 63)	( 74)		
1	48	55	52	75	83		
4	41	67	58				
5	40	64	53	68	47		
6	40 (309)	.41 (208)	62 .64	51 (279) 1.0	(314)	(265)	
7	39	60	48	62	43		
8		59	47		41		
9	40 (229)	.73	60 (197)	.68	47 (293) 1.0	62 (241) 1.0	41 (226) 1.0
10	42	61	50				
11	44 (134)	.91	63 (123)	.88	50 (146) 1.0	69 (151) 1.0	44 (137) 1.0
12	47	67	55				
13	52	57	73	72	70		
14	42	50	55	80	105		
15	41 (126)	-.94	50 (118)	-.91	54 (114) -1.0	(135)	(124)
16	39	47	52	81	99		
17	38 (223)	-.80	45 (204)	-.72	51 (282) -1.0	(339)	(257)
18	38	44	50	75	91		
20	38 (362)	-.31	45 (272)	-.43	50 (423) -1.0	77 (354) -1.0	92 (383) -1.0
21	40	46	52				
22	41 (199)	-.84	48 (154)	-.85	54 (145) -1.0	87 ( 82) -1.0	97 ( 91) -1.0
24	47	49	54	85	103		

(m/s)

表 7 主翼部材の  $\sigma_{wd}\eta_d$ 

(g) 速度: 200 kt EAS

高度: 10,000 ft

重量: 22,800 kg

翼断面 (mm) 縦通材番号	1,100	2,900	5,100	8,100	10.850
24- 1	( 98)	( 96)	( 91)	(103)	(101)
13-14	(130)	(122)	( 64)	( 80)	( 92)
1	58	67	64	90	100
4	50	82	70		
5	49	78	64	82	57
6	48 (354) .40	75 (242) .61	62 (348) 1.0	(391)	(331)
7	48	72	59	75	51
8		72	57		49
9	49 (271) .70	73 (231) .65	57 (366) 1.0	75 (300) 1.0	49 (282) 1.0
10	51	74	60		
11	53 (164) .89	77 (150) .86	61 (183) 1.0	84 (188) 1.0	53 (171) 1.0
12	57	81	66		
13	64	69	88	87	85
14	51	61	67	97	127
15	50 (154) -.92	61 (143) -.90	66 (143) -.90	(168)	(155)
16	48	57	63	98	120
17	46 (266) -.77	55 (240) -.70	62 (352) -1.0	(422)	(321)
18	46	54	60	90	111
20	46 (411) -.30	55 (310) -.41	61 (520) -1.0	94 (441) -1.0	111 (478) -1.0
21	43	57	63		
22	51 (239) -.82	58 (185) -.83	66 (181) -1.0	105 (102) -1.0	117 (113) -1.0
24	57	60	65	103	125

(m/s)

表 7 主翼部材の  $\sigma_{\text{wind}}$ 

(h) 速度: 200 kt EAS  
 高度: 10,000 ft  
 重量: 20,650 kg

翼断面 (mm) 縦通材番号	1,100	2,900	5,100	8,100	10,850
24- 1	(111)	(107)	(110)	(118)	( 76)
13-14	(147)	(137)	( 78)	( 91)	( 70)
1	63	71	62	69	75
4	54	87	68		
5	53	83	62	63	43
6	52 (414) .43	79 (280) .64	60 (426) 1.0	(442)	(247)
7	51	77	57	58	39
8		76	55		38
9	53 (311) .72	77 (266) .68	56 (448) 1.0	57 (339) 1.0	37 (211) 1.0
10	55	78	58		
11	58 (186) .90	82 (169) .88	59 (224) 1.0	64 (213) 1.0	40 (129) 1.0
12	62	86	64		
13	69	73	85	66	64
14	55	65	65	74	95
15	54 (174) -.93	64 (162) -.91	64 (174) -1.0	(190)	(116)
16	51	60	61	75	90
17	50 (304) -.79	59 (276) -.72	60 (431) -1.0	(477)	(240)
18	50	57	58	69	83
20	50 (484) -.33	58 (363) -.44	59 (641) -1.0	71 (498) -1.0	83 (356) -1.0
21	52	60	61		
22	54 (272) -.84	62 (210) -.84	64 (221) -1.0	80 (116) -1.0	87 ( 86) -1.0
24	61	64	63	78	94

(m/s) .

表 7 主翼部材の  $\sigma_{\text{wind}}$ (i) 速度:  $V_B$ 

高度: 10,000 ft

重量: 22,800 kg

翼断面 (mm) 縦通材番号	1,100	2,900	5,100	8,100	10,850
24- 1	(129)	(125)	(121)	(142)	(142)
12-14	(170)	(158)	( 86)	(111)	(129)
1	76	87	82	116	129
4	65	106	91		
5	64	101	82	106	73
6	63 (429) .38	97 (299) .59	80 (451) 1.0	(491)	(415)
7	62	94	76	97	65
8		93	73		63
9	63 (337) .67	94 (287) .63	74 (472) 1.0	96 (385) 1.0	62 (360) 1.0
10	66	96	78		
11	69 (211) .88	100 (192) .84	79 (242) 1.0	108 (255) 1.0	68 (234) 1.0
12	74	105	86		
13	83	89	114	112	109
14	67	79	87	126	164
15	65 (200) -.91	79 (185) -.88	85 (189) -1.0	(228)	(215)
16	62	74	81	127	155
17	60 (334) -.75	72 (299) -.67	80 (454) -1.0	(527)	(404)
18	60	70	78	117	143
20	60 (496) -.30	71 (376) -.40	79 (663) -1.0	121 (549) -1.0	143 (583) -1.0
21	63	73	82		
22	66 (303) -.80	75 (235) -.81	85 (239) -1.0	136 (139) -1.0	151 (159) -1.0
24	74	78	84	133	162

(m/s)

参考資料として、軸応力と剪断応力の間の相関係数を(17)式から計算した。結果を表7に示す。同表中、左側は軸応力のみに対する  $\sigma_{w\alpha\eta_d}$  の値、同じく左側( )内は剪断応力のみに対する  $\sigma_{w\alpha\eta_d}$  の値である。軸応力と剪断応力の間の相関係数  $\rho_{s,\epsilon/w}$  を数例について計算したものを右側に示す。

各飛行条件における  $\sigma_{w\alpha\eta_d}$  の最小値は表7に太字で

表 8  $\sigma_{w\alpha\eta_d}$  の最小値

高度(ft)		10,000		13,000	
重量(kg)		22,800	20,650	22,800	20,650
$V_D$	30 (1)	26 (2)	30 (1)		
	36 (3)	40 (4)	37 (3)		
$V_c$	38 (1)		38 (1)	32 (2)	
	50 (3)		51 (3)	56 (4)	
200 kt EAS	46 (1)	37 (2)			
	64 (3)	70 (4)			
$V_B$	60 (1)				
	86 (3)				

上段は軸応力  
} 下段は剪断応力  
に対する  $\sigma_{w\alpha\eta_d}$ (m/s) の最小値

(翼断面)	(縦通材番号)
(1)..... 1,100	18
(2)..... 10,850	9
(3)..... 5,100	13—14
(4)..... 10,850	13—14

示してあるが、これをまとめて、その部材位置とともに表8に示す。

速度  $V_0$  における  $\sigma_{w\alpha\eta_d}$  の最小値は 32 m/s であり、これを文献(4)の Fig. 13-3 に示された Lockheed Model 749 (Constellation), 188 (Electra) および Boeing Model 720 B の  $\sigma_{w\alpha\eta_d}$  と比較するために、同図に YS-11 の値を添えて図13に示した。この図から YS-11 は他の機種と比べ充分安全な設計となっていると考えられる。

飛行高度による  $\sigma_{w\alpha\eta_d}$  の差は、計算した 10,000 ft と 13,000 ft の範囲では、ほとんど見られなかった。

航空機の重量 22,800 kg と 20,650 kg の違いは、翼内燃料の重量分布の差(表2参照)のみによるものであるが、これが  $\sigma_{w\alpha\eta_d}$  に及ぼす影響は図14に見られるとおりである。図14は横軸に重量 22,800 kg のときの  $\sigma_{w\alpha\eta_d}$ 、縦軸に重量 20,650 kg のときの  $\sigma_{w\alpha\eta_d}$  をとって、速度  $V_c$ 、高度 13,000 ft の場合を表わしたものである。

同図に見られるように、1つの翼断面内では重量 20,650 kg と 22,800 kg の場合の  $\sigma_{w\alpha\eta_d}$  の比はほぼ一定であるが、翼断面ごとにこの比は異なっている。すなわち、軸応力に対する  $\sigma_{w\alpha\eta_d}$  は、翼端では 20,650 kg の場合の方が小さく、翼付根では 22,800 kg の場合の方が小さくなっている。一方剪断応力に関しては、翼端および翼付根とも軸応力の場合と同じ傾向を示しているが、重量増加のある翼断面 5,100 および 8,100 mm で  $\sigma_{w\alpha\eta_d}$  (20,650 kg)/ $\sigma_{w\alpha\eta_d}$  (22,800 kg) の

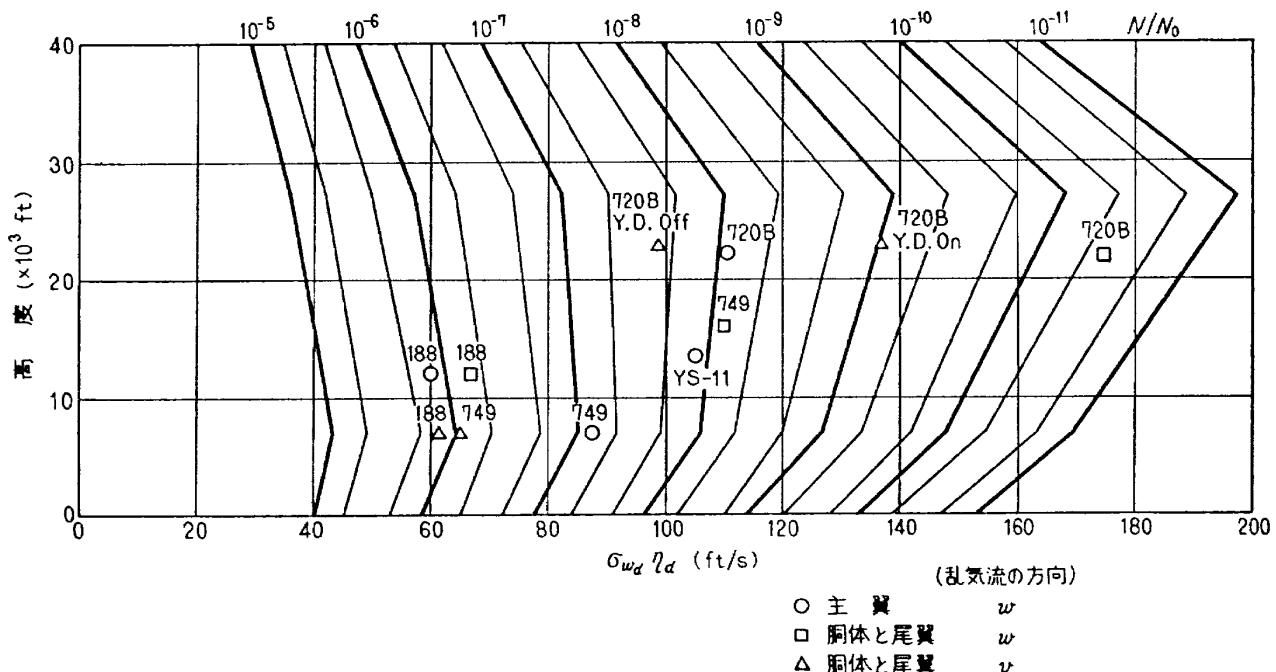
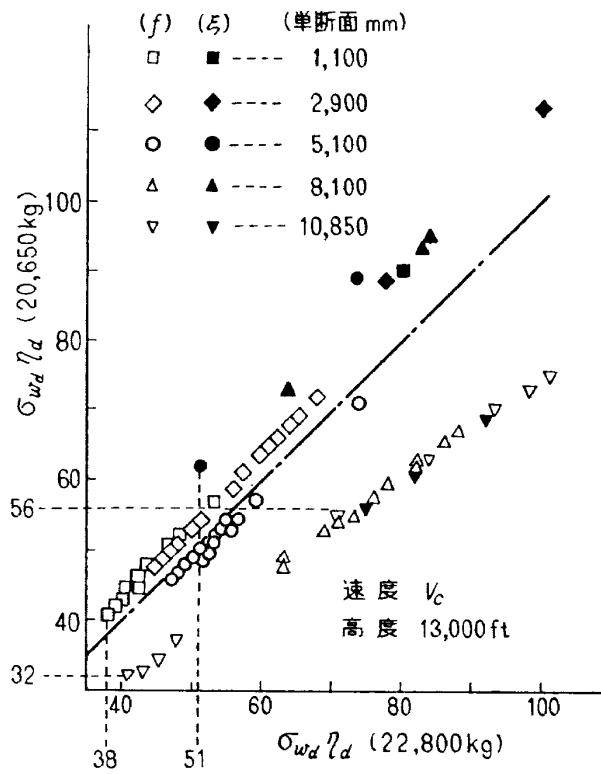


図 13 PSD 法による解析結果の比較

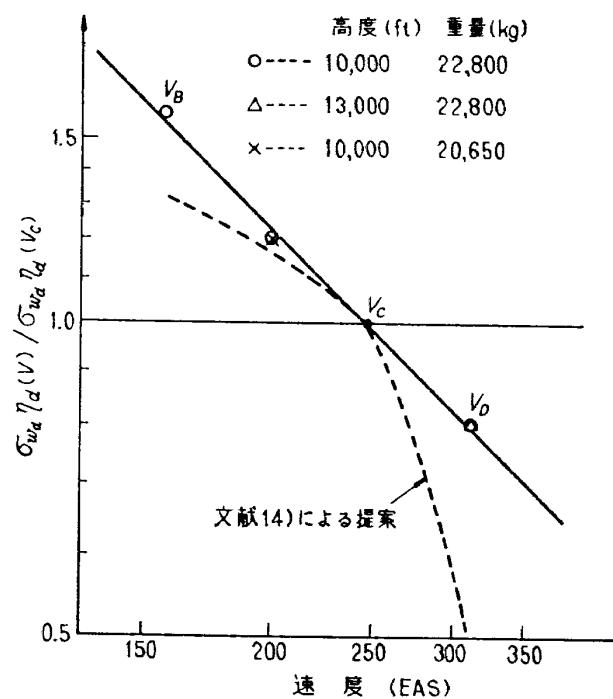
図 14  $\sigma_{wd}\eta_d$  と重量との関係

比が最も大きい。結局、表 8 に示すように、重量 20,650 kg の場合は軸応力および剪断応力のいずれに対しても翼端が最も危険となり、重量 22,800 kg の場合には、軸応力に対しては翼付根、剪断応力に対しては翼中央 (5,100 mm) が最も危険となるというよう、重量分布の違いによって危険断面がはっきりと異なっている。なお、この傾向は、他の速度および高度においても同じであった。

つぎに、航空機の飛行速度が部材の強度余裕に及ぼす影響をみるために、同一飛行高度および重量のもとで、速度  $V_D$ ,  $V_B$  あるいは 200 kt EAS における  $\sigma_{wd}\eta_d$  と、速度  $V_C$  における  $\sigma_{wd}\eta_d$  との比  $\sigma_{wd}\eta_d(V)/\sigma_{wd}\eta_d(V_C)$  を計算した。その結果、各部材位置によるばらつきは小さく、同一飛行条件のもとでは  $\sigma_{wd}\eta_d(V)/\sigma_{wd}\eta_d(V_C)$  はほぼ一定であった。図 15 は横軸に飛行速度 (EAS), 縦軸に  $\sigma_{wd}\eta_d(V)/\sigma_{wd}\eta_d(V_C)$  を、ともに対数表示したものであるが、いずれの飛行高度および重量の場合も各点は直線で結ばれ、その勾配はほぼ -1 に等しい。すなわち、 $\sigma_{wd}\eta_d$  は飛行速度に反比例することを示しており、これは従来の単一孤立突風に対する突風荷重の算定式 (26) 式<sup>18)</sup>において  $U_{de}$  が飛行速度に反比例することと一致している。

$$n = 1 + \frac{K_g \cdot U_{de} \cdot V \cdot \alpha}{31.1(W/S)} \quad (26)$$

ただし、

図 15  $\sigma_{wd}\eta_d$  の速度との関係

$$K_g = \frac{0.88 \mu_g}{5.3 + \mu_g} : \text{ 突風軽減係数}$$

$$\mu_g = \frac{0.88 \mu_g}{5.3 + \mu_g} : \text{ 飛行機質量比}$$

$U_{de}$ : 有効突風速度 (m/s)

$\rho$  : 空気密度 ( $\text{kg} \cdot \text{s}^2/\text{m}^4$ )

$W/S$ : 翼面荷重 ( $\text{kg}/\text{m}^2$ )

$\bar{c}$  : 平均幾何学的翼弦 (m)

$g$  : 重力の加速度 ( $\text{m}/\text{s}^2$ )

$V$  : 等価対気速度 (EAS, kt)

$\alpha$  : 揚力傾斜

図 15 の点線は、飛行速度と  $\sigma_{wd}\eta_d$  との関係についての文献 14) の提案<sup>注)</sup>を示したものであるが、YS-11 の解析結果では、この提案よりも充分安全側となっている。

### (3) 軸応力と剪断応力の両者を考えた場合

以上は、軸応力のみ、あるいは剪断応力のみが部材に働くと仮定した場合の解析結果であるが、縦通材と外板の組合せからなる部材断面に、軸応力と剪断応力が互いに不規則な位相差をもって負荷し、両者の組合せ応力で破壊を論じる場合には、3.1 節後半で述べたように、応力の確率分布を  $f$  と  $g$  の結合確率密

注) この提案は、単一孤立突風の考え方にもとづいた従来の突風強度規定における飛行速度と  $U_{de}$  との関係と同じ関係をそのまま用いたものである。3.1 節参照

度関数で表わさなければならない。(図 6 参照)

$f$  と  $\xi$  の結合確率密度関数を (16) 式のように 2 次元ガウス分布とした場合、その分布を特性づける  $\sigma_f$ ,  $\sigma_\xi$ ,  $\bar{f}$  および  $\bar{\xi}$  は部材によって異なるので、応力の結合確率分布と部材の許容応力の領域との関係を一般的に比較するために、軸応力のみの場合と同様に(27)式の変数変換を行ない、 $p(f, \xi)$  を  $f$ ,  $\xi$  とともに分散が 1, 平均値が零の分布  $p(\eta_f, \eta_\xi)$  に書き換えると、(16)式は (28) 式となる。

$$\left. \begin{aligned} (f - \bar{f})/\sigma_f/\omega &= \eta_f \\ (\xi - \bar{\xi})/\sigma_\xi/\omega &= \eta_\xi \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

$$p(\eta_f, \eta_\xi) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2_{f,\xi}/\omega}} \exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho^2_{f,\xi}/\omega)} (\eta_f^2 - 2\rho_{f,\xi}/\omega \eta_f \eta_\xi + \eta_\xi^2)\right] \quad (28)$$

一方、部材の許容応力の領域は、たとえば最大剪断応力説を用いた場合 (29) 式で表わされるが、(27) 式を用いると (30) 式となる。

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{f}{2F_\xi}\right)^2 + \left(\frac{\xi}{F_\xi}\right)^2 &= 1 \\ F_f^+(f - F_f^+) &= -\xi^2 \\ F_f^-(f - F_f^-) &= \xi^2 \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\eta_f + \frac{\bar{f}}{\bar{A}_{f/\omega}} - \frac{1}{\sigma_\omega}}{\frac{2F_\xi}{\bar{A}_{f/\omega}} - \frac{1}{\sigma_\omega}}\right)^2 + \left(\frac{\eta_\xi + \frac{\bar{\xi}}{\bar{A}_{\xi/\omega}} - \frac{1}{\sigma_\omega}}{\frac{F_\xi}{\bar{A}_{\xi/\omega}} - \frac{1}{\sigma_\omega}}\right)^2 &= 1 \\ \left(\eta_f - \frac{F_f^+ - \bar{f}}{\bar{A}_{f/\omega}} - \frac{1}{\sigma_\omega}\right)^2 &= -\frac{\bar{A}_{\xi/\omega}^2}{\bar{A}_{f/\omega} F_f^+} \\ \sigma_\omega \left(\eta_\xi + \frac{\bar{\xi}}{\bar{A}_{\xi/\omega}} - \frac{1}{\sigma_\omega}\right)^2 & \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

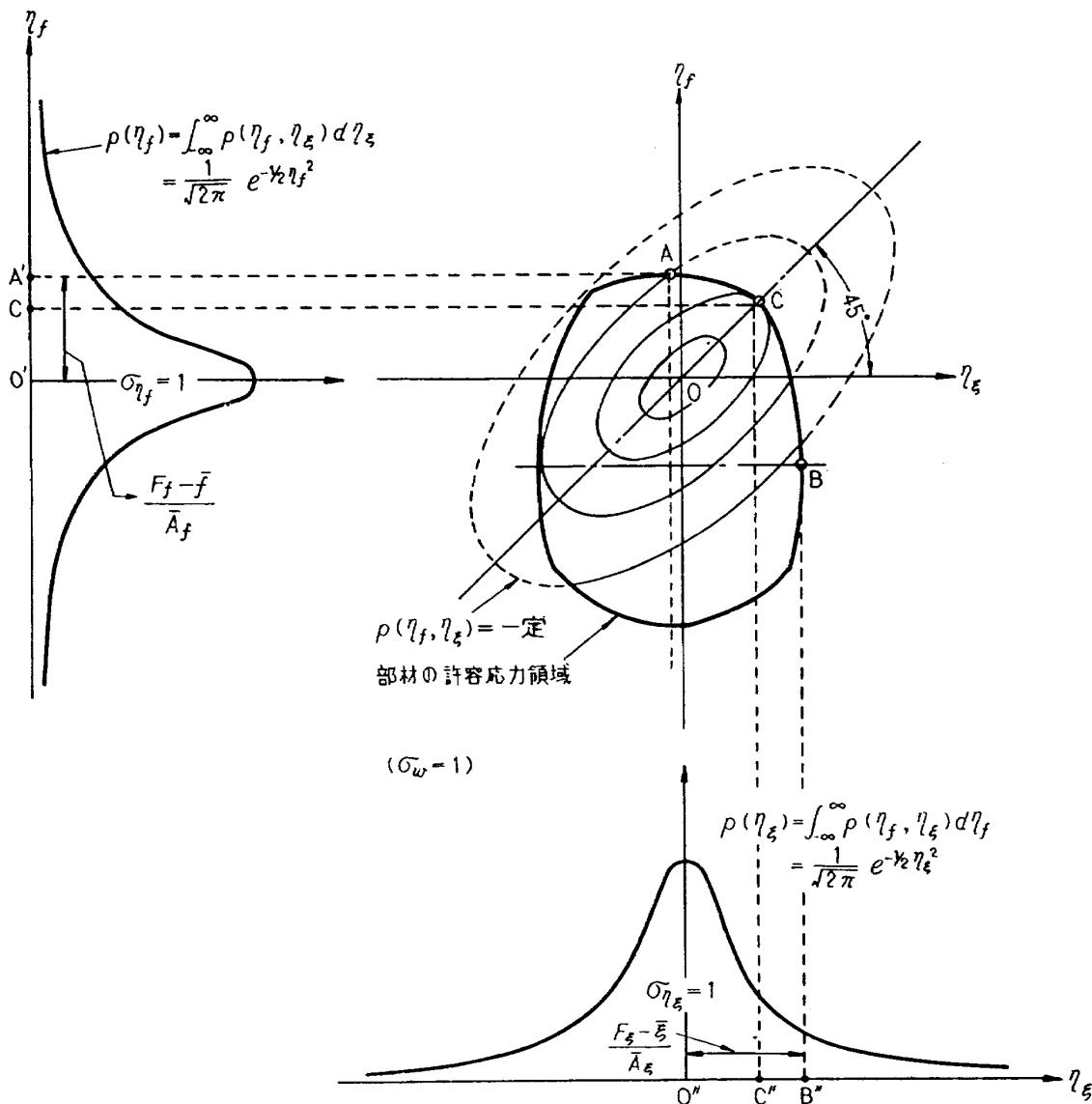


図 16 標準化した応力の結合確率分布と部材の強さ

$$\left( \eta_f - \frac{F_f - \bar{f}}{\bar{A}_{f/w}} \cdot \frac{1}{\sigma_w} \right) = \frac{\bar{A}_{\xi/w}^2}{\bar{A}_{f/w} F_f} \cdot \sigma_w \left( \eta_\xi + \frac{\bar{\xi}}{\bar{A}_{\xi/w}} \cdot \frac{1}{\sigma_w} \right)^2$$

図 16 は、標準化した応力の確率分布 ((28) 式) と部材の許容応力の領域 ((30) 式) との関係を  $\sigma_w=1$  として図示したものである。

(28) 式からわかるとおり、 $p(\eta_f, \eta_\xi)$  が一定となる確率分布の等高線は、一般に  $\eta_\xi$  軸に対して  $45^\circ$  傾いた橢円となり、 $\rho_f, \xi/w=0$  の場合は円となる。

$\rho_f, \xi/w=\pm 1$  の場合は、 $f$  と  $\xi$  の間に位相差がない、 $f$  の値が定まると  $\xi$  の値も一義的に定まって、結局、 $p(f, \xi)$  は  $\eta_f = \pm \eta_\xi$  の線上に 1 次元分布をなす。

応力の結合確率分布  $p(\eta_f, \eta_\xi)$  の  $\eta_f$  軸および  $\eta_\xi$  軸への投影は (31) 式となり、当然これは 3.1 節前半で 1 応力成分のみによる破壊の場合の  $\sigma_{w\alpha}\eta_d$  を定めるために用いた軸応力あるいは剪断応力それぞれの 1 次元確率分布と同じものである。

$$\left. \begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} p(\eta_f, \eta_\xi) d\eta_\xi = p(\eta_f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\eta_f^2\right] \\ \int_{-\infty}^{\infty} p(\eta_f, \eta_\xi) d\eta_f = p(\eta_\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\eta_\xi^2\right] \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

図の点 A の縦座標  $\bar{O}'\bar{A}'$  および点 B の横座標  $\bar{O}''\bar{B}''$  はそれぞれ軸応力のみ、あるいは剪断応力のみが部材に働くとした場合の  $\sigma_{w\alpha}\eta_d$  の値となっている。

図 17 には、図 16 と同じ手法で、応力の結合確率分布と部材の許容応力の領域の関係を、実際の部材について、いくつか代表例を示した。

図 17 の (a) および (b) は  $|\rho_f, \xi/w|=1$  の例で、(a) の場合、組合せ応力  $(f, \xi)$  に対して  $\sigma_{w\alpha}\eta_d$  は  $\bar{O}\bar{C}' = \bar{O}\bar{C}'' = 40 \text{ m/s}$  となり、剪断応力のみに対する  $\sigma_{w\alpha}\eta_d$  の値  $\bar{O}\bar{B}'' = 50 \text{ m/s}$  (軸応力のみに対してはさらに大きく、 $\bar{O}\bar{A}' = 58 \text{ m/s}$ ) よりも 20% ほど減少している。

これに対して (b) の場合では、剪断応力のみに対する  $\sigma_{w\alpha}\eta_d$  ( $\bar{O}\bar{B}'' = 122 \text{ m/s}$ ) が軸応力のみに対する  $\sigma_{w\alpha}\eta_d$  ( $\bar{O}\bar{A}' = 26 \text{ m/s}$ ) よりもはるかに大きく、このような場合には  $\bar{O}\bar{A}'$  と  $\bar{O}\bar{C}' (= \bar{O}\bar{C}'')$  とがほとんど等しくなり、組合せ応力  $(f, \xi)$  に対して  $\sigma_{w\alpha}\eta_d$  を求めても、軸応力のみに対して  $\sigma_{w\alpha}\eta_d$  を求めてもほとんど差がない。

YS-11 の解析の結果、翼断面 5,100 mm より外側の翼断面では  $|\rho_f, \xi/w|$  はすべて 1 であり、前桁に近い翼

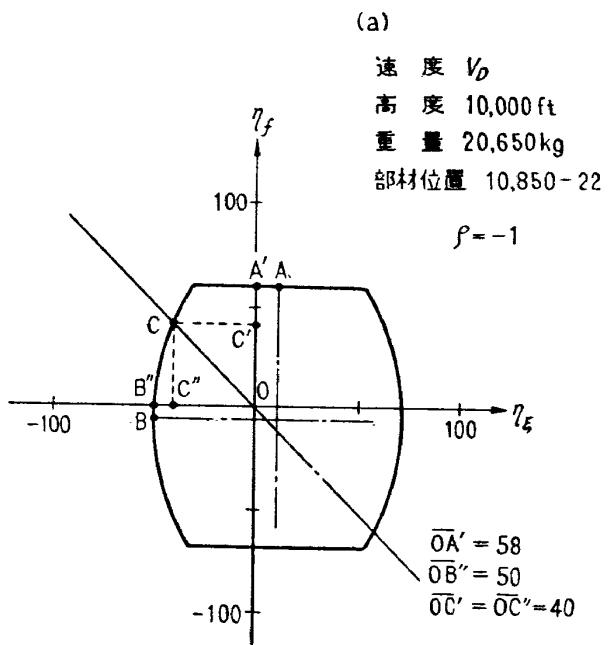


図 17 応力の結合確率分布と  
部材の強さの代表例

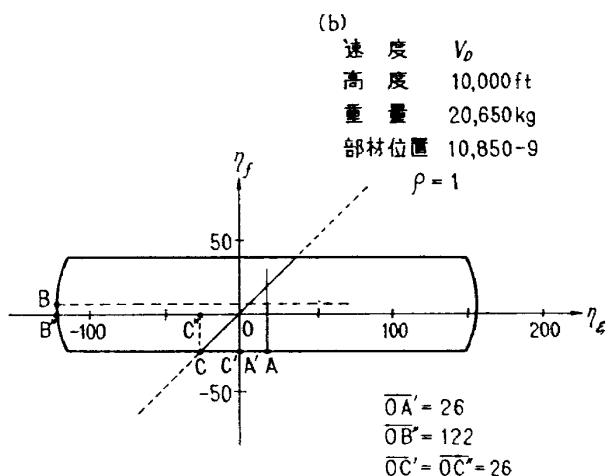


図 17 つづき

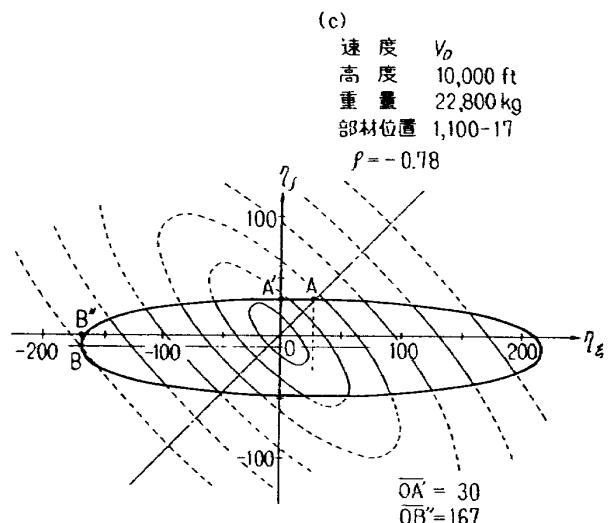


図 17 つづき

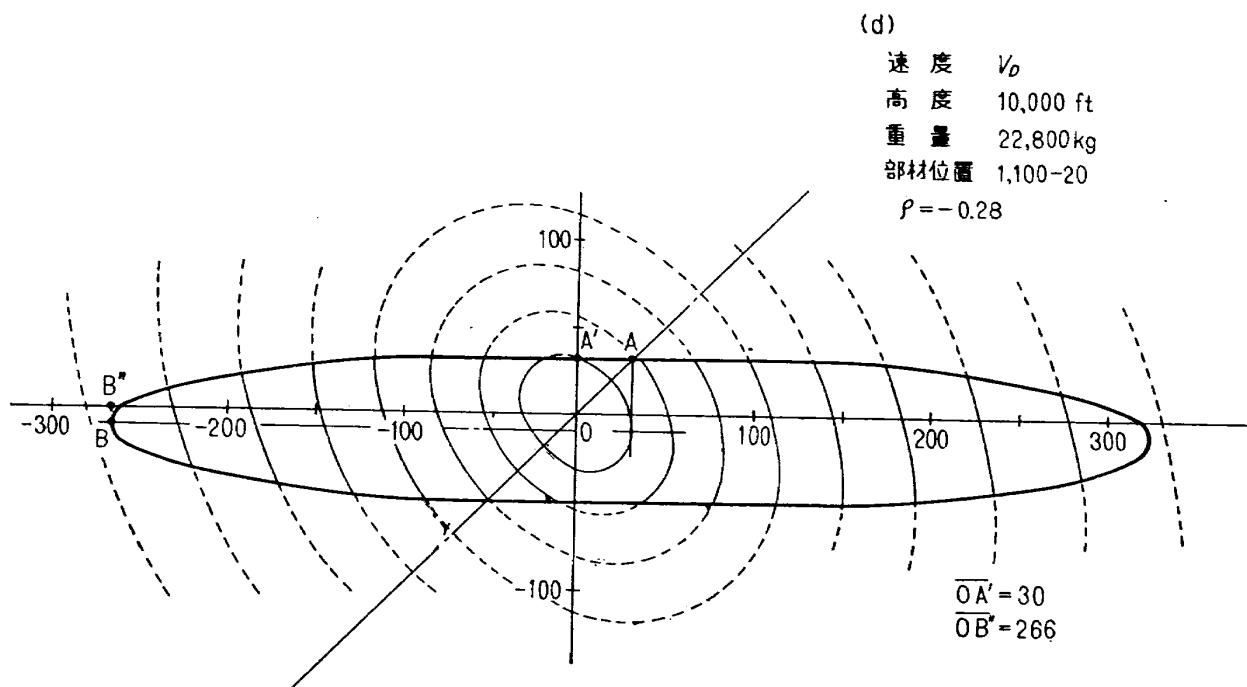


図 17 つづき

(e)

速度  $V_D$   
高度 10,000 ft  
重量 22,800 kg  
部材位置 2,900-11  
 $\rho = 0.87$

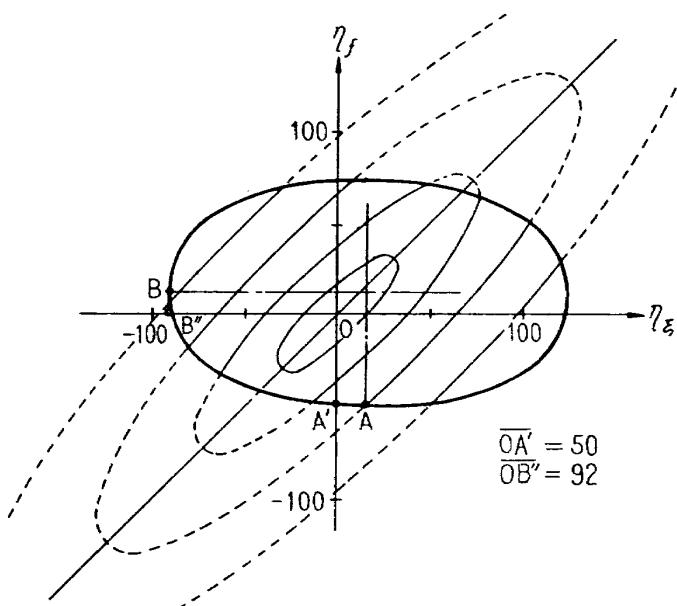


図 17 つづき

下面以外では、ほとんど、剪断応力のみに対する  $\sigma_{w\eta_d}$   $\eta_d$  が軸応力のみに対する  $\sigma_{w\eta_d}$  よりもはるかに大きな値を示した。

翼断面 1,100 および 2,900 mm では、相関係数は  $|\rho_s, \varepsilon/w| < 1$  のさまざまな値となったが、ほとんどの縦通材位置で、剪断応力のみに対する  $\sigma_{w\eta_d}$  が軸応

力のみに対する  $\sigma_{w\eta_d}$  よりも数倍大きい値を示した。

図 17 の (c), (d), (e) に  $\rho_s, \varepsilon/w = -0.78, -0.28, 0.87$  の場合の例を示す。

$|\rho_s, \varepsilon/w| \neq 1$  の場合においても、(c), (d) のように剪断応力のみに対する  $\sigma_{w\eta_d}$  が軸応力のみに対する  $\sigma_{w\eta_d}$  よりもはるかに大きければ、近似的に (32) 式の関

係がなりたつと考えられるので、組合せ応力  $(f, \xi)$  に対する  $\sigma_{wd\eta_d}$  は軸応力のみに対する  $\sigma_{wd\eta_d}$  を用いて充分代用されるものと考えられる。

$$\begin{aligned} \iint_R p(\eta_f, \eta_\xi) d\eta_f d\eta_\xi &= \int_{-\infty}^{\sigma_{wd\eta_d}(f)} p(\eta_f, \eta_\xi) d\eta_\xi \\ &= \int_{-\infty}^{\sigma_{wd\eta_d}(f)} p(\eta_f) d\eta_f \quad (32) \end{aligned}$$

ただし、 $\sigma_{wd\eta_d(f)}$ : 軸応力のみに対する  $\sigma_{wd\eta_d}$   
しかし、図 17 (e) に示すように、軸応力のみに対する  $\sigma_{wd\eta_d}$  と剪断応力のみに対する  $\sigma_{wd\eta_d}$  が同程度の大きさを持つ場合には、組合せ応力  $(f, \xi)$  に対して  $\sigma_{wd\eta_d}$  を求めなければならない。

#### (4) 応力の PSD

$\sigma_{wd\eta_d}$  および  $\rho_{f, \xi/w}$  の計算精度を調べるために、(4) 式および (17) 式の積分の内側で与えられる  $f$  および  $\xi$  の PSD  $\Phi_f, \Phi_\xi$  ならびに CSD (cross spectral density)  $\Phi_{f, \xi}$  の代表例を図 18 に示した。

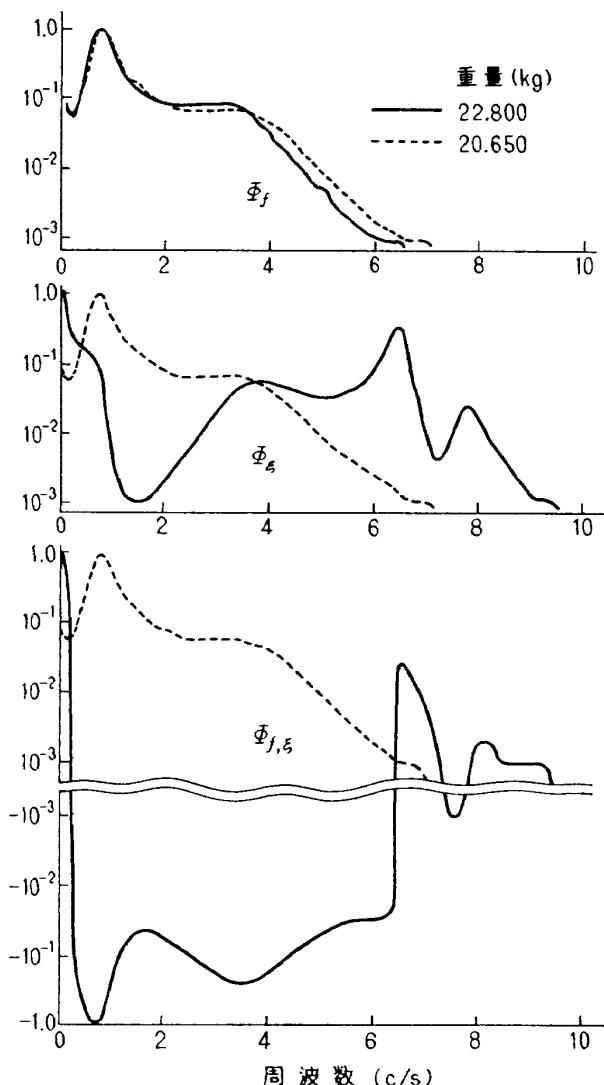


図 18 応力の PSD および CSD 計算例

density)  $\Phi_{f, \xi}$  の代表例を図 18 に示した。

同図の縦軸はその最高値に対する比で表わしあるが、 $\Phi_f, \Phi_\xi$  および  $\Phi_{f, \xi}$  のいずれにおいても、10 c/s 近辺ではスペクトル密度がその最高値に対して 1/1000 以下となっており、(4) 式および (17) 式の積分範囲を 10 c/s までとしたことは充分であったことがわかる。また、区分求積の場合の分割の間隔は 0.1 c/s としたが、これはスペクトル密度のピーク値を精度よく推定するために妥当な値であったことが図からわかる。

## 5. 考 察

### 5.1 大気乱れの PSD 法に含まれる問題点

大気乱れの PSD 法<sup>注)</sup>を YS-11 に適用すると、一応 4.4 節のような計算結果が得られたが、このような PSD 法を航空機構造の強度設計に採用する、あるいは耐空性基準に採用するには、次のような多くの問題点が存在する。

#### (1) 大気の乱れを規定する方法について

PSD 法では、大気乱れの形態をすべて continuous turbulence として統計的に処理している。しかし、機体に破壊を生じるような、非常にまれな、非常に激しい大気の乱れが、ガウス分布に従う continuous turbulence の経過の中で生じると考えるのが妥当であるかどうか疑問である。このように激しい大気の乱れは、例えばジェット気流の境界における wind shear のように、discrete gust と考える方が妥当で、実際に生じた大気乱れによる破壊事故も discrete gust によるものが多いようである。

また、現在  $P_1, P_2, b_1, b_2$  の値に対して、かなり異なる値が提案されていることからもわかるように(図 2 参照)，航空機の設計に普遍的に用いられる乱気流の強さの確率分布 ( $f(\sigma_w)$ ) を定めることは非常に困難である。

#### (2) 乱気流に対する航空機の応答について

乱気流に対する航空機の応答を線形と仮定しなければ PSD 法は適用できない。しかしこの仮定は、小撓み振動を論じる場合には合理的であるが、破壊を生じるほどの大撓みの場合への適用の妥当性には疑問がある。制限荷重以下の荷重が問題となるような、たとえば疲れ荷重に対して PSD 法を適用して疲れ寿命の算定方法を確立すること、あるいは、比較的弱い乱気流に遭遇したときの乗り心地および自動操縦の問題等は

注) 本章でいう PSD 法とは、3 章で説明した、あるいは文献 14), 15) に準ずる方法を指す。

PSD 法を合理的に用いられる問題であると考えられる。

また、乱気流速度の rms 値と部材応力の rms 値とを関係づける (4) 式は (33) 式から導びかれており(付録C参照)，乱気流は定常で無限に続くという仮定に基づいている。

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{f/w}(\tau) \cdot w(t-\tau) d\tau \quad (33)$$

ただし、 $h_{f/w}$ : 乱気流速度  $w$  に対する部材応力  $f$  のインパルス応答関数

$t, \tau$ : 時間

しかし、2.1 節で述べたように、大気の乱れは有限の大きさの定常な乱気流の集まりから成るとみなされるので、乱気流の大きさと航空機の運動のダンピングの値によっては、航空機が乱気流に突入したとき、および乱気流から出たときの過渡的な影響が結果に作用するものと思われる。

さらに、以上の問題は別としても、乱気流に対する航空機の応答を設計の段階で正確に求めることは非常に困難である。

### (3) 構造強度のバラツキについて

構造強度は、外荷重と同様、本質的には統計的性質を持つものである。材料の種類、破壊の様相(引張り、圧縮、剪断、挫屈等)によって、また設計製作法あるいは破壊理論の不確かさ等によって、構造強度にはそれぞれのバラツキを考慮して処理すべきものである。特に、剪断挫屈等による破壊現象に対して許容応力の領域を定めることは困難であるが、挫屈を考慮に入れないと簡単に定めた許容応力の領域に対して、軸応力と剪断応力の結合確率分布を用いた煩雑な方法を適用することには疑問がある。

これは強度設計上の安全率と密接に関連する問題であるから、耐空性基準における安全率の問題と思想を統一して考えなければならない。

### 5.2 突風強度規定について

大気乱れの PSD 法は、大気の乱れによって機体に負荷する荷重を統計的に処理する新しい方法であるが、計算上の細かい問題を別としても、5.1 節に述べたように多くの問題が存在する。

したがって、大気乱れに対する強度設計をより合理的に行なうためには、次のような問題について今後さらに研究が進められなければならないと考えられる。

(1) 機体に破壊を生じるような非常に激しい大気の乱れに対する航空機の強度の検討には、discrete gust の考え方がなお必要と考えられるので、この方法を突風の波形およびひん度、機体の撓性等を考慮す

ることによって改良することを検討する。

(2) 大気乱れの PSD 法は種々の問題点を含むが、強度を検討する手段としての有用性も認められるので、さらに検討を進める。

(3) 上記の (1), (2) 項に加えて、大気乱れと操舵の組合せの効果、垂直、左右、前後方向の大気乱れの組合せ効果、大気乱れの翼幅方向の不規則な分布の効果等についても検討を進める。

## 6. おわりに

本稿は、ICAO の第 8 回耐空性委員会(1968年)において“大気乱れの PSD 法を YS-11 に適用した場合にどのような結果が得られるかを検討すること”が宿題として日本に出され、それに対して計算した結果をもととしてまとめたものである。この宿題計算において、YS-11 の周波数応答の計算は、4.1 節で述べたようにすべて宗田清、矢野機\* 両氏によって行なわれたものである。

本稿をまとめるにあたって、鷺津久一郎\*\*, 相馬清二\*\*\*両氏のお話を参考にさせて頂いたところが多く、また上山忠夫、荒木浩、武田峻\*\*\*\*の各氏には種々御指導、御討論を頂いた。資料の整理、計算の実行に当たっては、外崎得雄君\*\*\*\*の御協力を得た。ここに厚く感謝する次第である。

## 参考文献

- 1) Dryden, H.L.: Turbulence Investigation at the National Bureau of Standards, Fifth International Congress for Applied Mechanics, 1938
- 2) Kolmogoroff, A. N.: The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds Numbers, C.R. Acad. Soi. U.S.S.R., 1941
- 3) Rice, S.O.: Mathematical Analysis of Random Noise, BSTJ. July 1944, Jan. 1945
- 4) Donely, P.: Summary of Information Relating to Gust Loads on Airplanes, NACA R 997, 1950
- 5) Pratt, K.G. and Walker, W.G.: A Revised Gust-Load Formula and a Reevaluation of V-G Data Taken on Civil Transport Airplanes from 1933 to 1950, NACA R 1206, 1954

\* 日本航空機製造(株)

\*\* 東京大学

\*\*\* 気象研究所

\*\*\*\* 航空宇宙技術研究所

- 6) Press, H., Meadows, M.T. and Hadlock, I.: A Reevaluation of Data on Atmospheric Turbulence and Airplane Gust Loads for Application in Spectral Calculations, NACA R 1272, 1956
- 7) Etkin, A.: Dynamics of Flight, John-Wiley, 1959
- 8) Zbrozek, J.K.: The Relation between the Discrete Gust and Power Spectra Presentations of Atmospheric Turbulence, with a Suggested Model of Low-Altitude Turbulence, A.R.C. R and M 3216, 1960
- 9) Military Specification, Airplane Strength and Rigidity Reliability Requirements, MIL A-8866 (AGS) 18, May 1960
- 10) Houbolt, J.C., Steiner, R. and Pratt, K.G.: Dynamic Response of Airplanes to Atmospheric Turbulence Including Flight Data on Input and Response, NASA TR R-199, June 1964
- 11) Taylor, J.: Manual on Aircraft Loads, AGARDograph 83, Pergamon Press, 1965
- 12) Bolotin, V.V.: Statistical Methods in Structural Mechanics, Lockheed Missiles and Space Company, 1965
- 13) Papoulis, A.: Probability, Random Variables, and Stochastic Processes, McGraw-Hill, 1965
- 14) Hoblit, F.M., Paul, N., Shelton, J.D. and Ashford, F.E.: Development of a Power-Spectral Gust Design Procedure for Civil Aircraft, FAA-ADS-53, Jan. 1966
- 15) Fuller, J.R., Richmond, L.D., Larkins, C.D. and Russell, S.W.: Contributions to the Development of a Power-Spectral Gust Design Procedure for Civil Aircraft, FAA-ADS-54, Jan. 1966
- 16) Pritchard, F.E.: A Statistical Model of Atmospheric Turbulence and a Review of the Assumptions Necessary for its Use, The AGARD Specialists' Meeting on Stability and Control, Sept. 1966
- 17) Airworthiness Committee Report of the Seventh Meeting, Montreal, 22 Nov.—15 Dec. 1966, International Civil Aviation Organization Report Doc. 8653-AN/887, 1966
- 18) 耐空性審査要領, 運輸省令第45号, 昭和35年
- 19) 竹内和之, 小野幸一, 山根皓三郎: 高度 500 フィートないし 10,000 フィートにおける上下突風の測定および解析, 航空宇宙技術研究所報告 TR-58, 1964 年
- 20) 小野幸一, 山根皓三郎: 垂直突風および航空機の突風応答に関する実験的研究, 航空宇宙技術研究所報告 TR-89, 1965 年
- 21) 竹内和之, 山根皓三郎: 航空機に関する突風について, 日本航空学会誌, 第16巻, 第 173 号, 1968 年
- 22) 宗田清, 矢野機: 航空機構造設計の信頼性に関する研究, 船舶技術研究所, 研究委託報告書, 1969 年
- 23) 竹内和之, 小野幸一, 山根皓三郎, 岡達一, 外崎得雄: 鈴鹿山脈付近における乱気流の観測, 航空宇宙技術研究所報告, TR-180, 1969 年
- 24) 竹内和之, 小野幸一, 山根皓三郎, 矢沢健司, 外崎得雄: 東北地方太平洋沿岸航空路上における乱気流観測, 航空宇宙技術研究所報告, TR-222

### 付録 A 亂気流の PSD 表示<sup>11)</sup>

乱気流の PSD 表示とは、本文 2.1 節で述べたように、大気の乱れを homogeneous かつ isotropic で一定の乱れの強さ  $\sigma^2$  を持つ乱気流の集まりと考えて、1 つの乱気流内での全パワー  $\sigma^2$  を各周波数成分ごとにスペクトル分解して表わす方法である。

乱気流を規定するのは、乱れの尺度と、空気の単位質量ごとの運動エネルギーである。乱れのエネルギーの波長に対する分布の代表的な形を図 A.1 に示す。横軸は波長の逆数  $k$  で、縦軸は  $k$  と乱れのエネルギーとの積をその最大値に対する比で表わしている。

乱れのエネルギーの分布は、つきの 3 つの部分から成り立っていると考えられている。

- (1) 長い波長の範囲では、入力エネルギーの大部分が乱れのエネルギーとなっている。
- (2) 中間波長の範囲では、ほとんど入力エネルギーではなく、大きな渦が小さい渦に分裂してエネルギーが分散していく。
- (3) 短い波長の範囲では、粘性によって乱れのエネルギーが熱に変換されていく。

これ等はそれぞれ energy input, inertial subrange, viscous subrange と呼ばれている。Zbrozek<sup>8)</sup> は、inertial subrange と viscous subrange の境は 1 cm 程度の波長であることを示した。航空機にとって、大気の乱れはもちろん、他の場合 (Buffeting など) でも、1 cm 以下の波長の乱れのエネルギーは非常に小さくて、viscous subrange は問題とならない。

Inertial subrange に対して、Kolmogoroff は単位質量ごとの乱れのエネルギー密度  $\frac{1}{2}\Phi(k)$  ( $\Phi(k)$  は乱気流の PSD) は波長の逆数  $k$  の  $-5/3$  乗に比例することを示した。

乱気流を解析的に表現する場合、乱気流は一般に空間位置および時間の関数で、気流方向 (航空機の進行

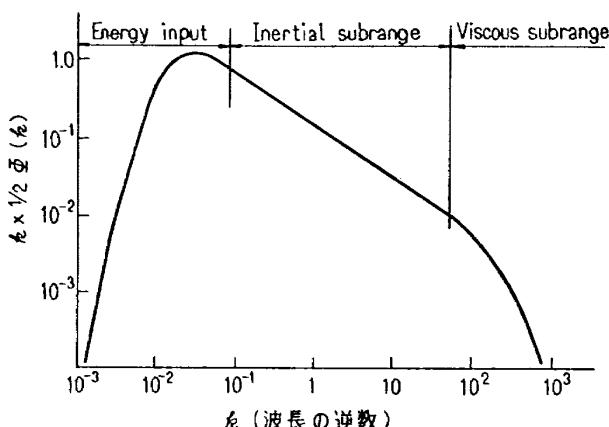


図 A.1 大気乱れの波長による傾向

方向)  $x$ 、気流に対して左右方向 (翼幅方向)  $y$ 、および垂直方向  $z$  にそれぞれ不規則な速度成分  $u(x, y, z: t)$ ,  $v(x, y, z: t)$ ,  $w(x, y, z: t)$  を持ち、このように複雑な乱れの場を完全に表現することは非常に困難である。

そこで、航空機が飛行中に遭遇する乱気流を考える場合、航空機の速度が乱気流速度の時間的変化に比べ充分速いとすれば、乱気流速度の空間分布を任意の瞬間に永久に凍結させ、そのような乱れの場の中を航空機が飛行するという frozen pattern の仮定<sup>12)</sup>が採用できる。

このような乱気流速度のある瞬間ににおける空間的不規則分布に対して、空間の任意の固定点における乱気流速度の時間に対する不規則な変化が考えられるが、G.I. Taylor は、乱気流が homogeneous かつ isotropic で、気流の持つ運動エネルギー  $\frac{1}{2}U^2$  が乱気流の気流方向速度成分のエネルギー  $\frac{1}{2}\sigma_u^2$  に比べて充分大きければ、乱気流速度の空間分布と時間的変化は (A.1) 式によって関係づけられ、両者とも波長に対する乱気流のエネルギーの分布は等しいことを示した。

$$x = Ut \quad (A1)$$

ただし、 $x$ : 気流方向座標軸

$U$ : 気流速度

$t$ : 時間

航空機に対する大気の乱れに関する限り、乱気流が homogeneous かつ isotropic であるという基本的な条件を除いて  $U^2 \gg \sigma_u^2$  はほとんど問題なく成立する。したがって、乱気流を PSD 表示する場合、frozen pattern の仮定を用いて乱気流速度の空間的不規則分布を考えても、任意の固定点における乱気流速度の時間的不規則変化も考えても、両者は (A1) 式の関係によって同等に取り扱うことができる。

J. Taylor<sup>11)</sup> は、homogeneous かつ isotropic な乱気流に対して、気流方向 ( $x$  方向)、気流に対して左右方向 ( $y$  方向)、気流に対して垂直方向 ( $z$  方向) の乱気流速度成分  $u, v, w$  の気流に沿った直線 ( $x$  軸) 上の分布の PSD  $\Phi_u(k)$ ,  $\Phi_v(k)$ ,  $\Phi_w(k)$ ,  $x-y$  面内での  $v$  あるいは  $w$  の 2 次元 PSD  $\Phi_v(k_1, k_2)$ ,  $\Phi_w(k_1, k_2)$ , および乱気流の 3 次元速度ベクトルの  $x$  軸に沿った分布の PSD  $\Phi(k)$  をそれぞれ (A2), (A3), (A4), (A5) 式で表現した。

$$\Phi_u(k) = \sigma_u^2 L \frac{4}{(1 + 4\pi^2 a^2 k^2)^{n+1/2}} \quad (A2)$$

$$\Phi_v(k) = \Phi_w(k) = \sigma_w^3 L \frac{2[1+8\pi^2 a^2 k^2(n+1)]}{(1+4\pi^2 a^2 k^2)^{n+3/2}} \quad (A3)$$

$$\begin{aligned} \Phi_v(k_1, k_2) &= \Phi_w(k_1, k_2) \\ &= \sigma_w^3 \frac{32 n(n+1) \pi^2 a^4 (k_1^2 + k_2^2)}{[1+4\pi^2 a^2 (k_1^2 + k_2^2)]^{n+2}} \end{aligned} \quad (A4)$$

$$\begin{aligned} \Phi(k) &= \sigma_u^3 L \frac{4(2n+3)(2n+1)(2\pi a k)^4}{(1+4\pi^2 a^2 k^2)^{n+5/2}} \\ \sigma^2 &= 3 \sigma_u^3 \end{aligned} \quad (A5)$$

ただし、

$$a = \frac{\Gamma(n)}{\sqrt{\pi} \Gamma(n+\frac{1}{2})} L \quad \Gamma: \text{ガンマ関数}$$

$L$  は乱れの代表的な大きさを示すパラメータで、乱気流の尺度 (scale of turbulence) と呼ばれている。これは長さの単位を持ち、その定義としては、 $k\Phi(k)$  が最大となる  $k$  の逆数をとる方法、 $\int_0^k \Phi(k) dk = \int_k^\infty \Phi(k) dk$  となる  $k$  の逆数をとる方法、あるいは単に数学的便宜から、乱気流速度の気流方向成分  $u$  あるいは垂直方向成分  $w$  の自己相関関数注)  $R_u(r), R_w(r)$  を用いて (A6) 式で定義する方法などがある。

$$L = \int_0^\infty \frac{R_u(r)}{\sigma_u^3} dr = 2 \int_0^\infty \frac{R_w(r)}{\sigma_w^3} dr \quad (A6)$$

通常最後の方法が一般によく用いられており、ここでも (A6) 式で  $L$  を定義している。

$n$  は式の導入に用いた係数である。 $n=1/2$  とおくと、 $a=L$  となり、(A2), (A3), (A4), (A5) 式はそれぞれ (A7), (A8), (A9), (A10) 式となる。

$$\Phi_u(k) = \sigma_u^3 L \frac{4}{1+(2\pi k L)^2} \quad (A7)$$

$$\Phi_w(k) = \sigma_w^3 L \frac{2[1+3(2\pi k L)^2]}{[1+(2\pi k L)^2]^2} \quad (A8)$$

$$\Phi_w(k_1, k_2) = \sigma_w^3 L^4 \frac{24\pi^2 (k_1^2 + k_2^2)}{[1+4\pi^2 L^2 (k_1^2 + k_2^2)]^{5/2}} \quad (A9)$$

注) 自己相関関数  $R_u(r)$  は、 $r$  だけ離れた場所での  $u$  の相関の度合いを示す統計量で、(a) 式で定義され、(b) 式によって  $u$  の PSD  $\Phi_u(k)$  と関係づけられる。

$$\begin{aligned} R_u(r) &= u(x+r) \cdot u(x) \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u(x+r:t) u(x:t) dt \end{aligned} \quad (a)$$

$$\begin{aligned} \Phi_u(k) &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_u(r) \cdot e^{-i\omega_k r} dr \\ R_u(r) &= \frac{\pi}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_u(k) \cdot e^{i\omega_k r} dk \end{aligned} \quad (b)$$

$$\left. \begin{aligned} \Phi(k) &= \sigma_u^3 L \frac{32(2\pi k L)^4}{[1+(2\pi k L)^2]^3} \\ \sigma^2 &= 3 \cdot \sigma_u^3 \end{aligned} \right\} \quad (A10)$$

これに相当する自己相関関数は (A11), (A12) 式となる。

$$R_u(r) = \sigma_u^3 \cdot e^{-r/L} \quad (A11)$$

$$R_w(r) = \sigma_w^3 \cdot (1-r/2L) \cdot e^{-r/L} \quad (A12)$$

(A8) 式は Dryden が与えた式と一致する。

$n=1/3$  とおくと、

$a=L \cdot \Gamma(1/3)/\sqrt{\pi} \Gamma(5/6)=1.339 L$  となり、(A2)～(A5) 式およびそれに相当する自己相関関数は、(A13)～(A16) および (A17), (A18) 式となる。

$$\Phi_u(k) = \sigma_u^3 L \frac{4}{[1+(2\pi \times 1.339 L k)^2]^{5/6}} \quad (A13)$$

$$\Phi_w(k) = \sigma_w^3 L \frac{2[1+\frac{8}{3}(2\pi \times 1.339 L k)^2]}{[1+(2\pi \times 1.339 L k)^2]^{11/6}} \quad (A14)$$

$$\begin{aligned} \Phi_w(k_1, k_2) &= \frac{128}{9} \sigma_w^3 \\ &\quad \frac{\pi^2 (1.339 L)^4 (k_1^2 + k_2^2)}{[1+(2\pi \times 1.339 L)^2 (k_1^2 + k_2^2)]^{7/3}} \end{aligned} \quad (A15)$$

$$\begin{aligned} \Phi(k) &= \frac{220}{9} \sigma_u^3 L \frac{(2\pi \times 1.339 L k)^4}{[1+(2\pi \times 1.339 L k)^2]^{17/6}} \\ \sigma^2 &= 3 \cdot \sigma_u^3 \end{aligned} \quad (A16)$$

$$R_u(r) = \sigma_u^3 \cdot 2^{2/3} \cdot \left(\frac{r}{a}\right)^{1/3} \frac{K_{1/3}(r/a)}{\Gamma(1/3)} \quad (A17)$$

$$R_w(r) = \sigma_w^3 \cdot 2^{2/3} \left(\frac{r}{a}\right)^{1/3} \frac{K_{1/3}(r/a) - \frac{1}{2}(r/a) K_{2/3}(r/a)}{\Gamma(1/3)} \quad (A18)$$

ただし、 $K$ : ベッセル関数

(A14) 式は Theodore von Kármán が提案した式と同じである。 $k$  の代わりに  $\Omega (=2\pi k)$  を用いて (A14) 式を書き換えると (A19) 式となる。

$$\Phi_w(\Omega) = \sigma_w^3 \frac{L}{\pi} \frac{1+\frac{8}{3}(1.339 L \Omega)^2}{[1+(1.339 L \Omega)^2]^{11/6}} \quad (A19)$$

(A8) 式と (A14) 式とを比べると、inertial sub-range にあると考えられる  $k$  の大きなところで、(A8) 式では  $\Phi_w(k)$  が  $k^{-2}$  に比例し、(A14) 式では  $k^{-5/3}$  に比例しているので、Kolmogoroff の  $-5/3$  乗説から (A14) 式の方が正しいと考えられる。

## 付録 B 亂気流の PSD 計測

航空機の飛行径路に沿って、乱気流速度分布を測定する代表的な方法は、機体の先端に突き出した棒に取り付けた風向計と、機体の重心位置に付けた加速度計および角速度計によって、風向、航空機の姿勢および運動を同時に連続計測し、乱気流速度の垂直成分  $w$  あるいは左右成分  $v$  を (B1) 式、(B2) 式で計算する方法である。(図 B.1 参照)

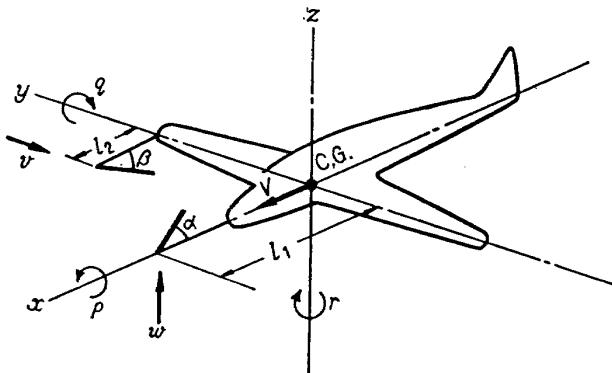


図 B.1 乱気流速度と機体運動の座標系

$$w = V\alpha - V \int q dt + l_1 q - \int a_z dt \quad (B1)$$

$$v = V\beta + V \int r dt - l_2 r - \int a_y dt - g \int \int p dt dt \quad (B2)$$

ただし、 $\alpha, \beta$ : それぞれ機体の迎え角および横すべり角  
 $a_x, a_y$ : それぞれ機体重心位置の垂直および左右方向加速度

$p, q, r$ : それぞれ機体重心位置まわりの横揺れ、縦揺れおよび偏揺れ角速度

$l_1, l_2$ : それぞれ迎え角計および横すべり角計の  $y$  軸からの距離

$g$ : 重力加速度

$V$ : 対気真速度

この (B1) 式から計算して得られた乱気流の垂直速度成分の時系列から求めた  $w$  の PSD  $\Phi_w(\Omega)$  の代表的なものを図 B.2<sup>10)</sup> に示す。

同図は高度 5,000 ft での clear air turbulence, 高度 15,000 ft での cumulus clouds turbulence および高度 40,000 ft での thunder storm turbulence の測定例である。この図から、3 種の乱気流は、その強さ  $\sigma_w$  は異なるが、 $\Phi_w(\Omega)$  の傾向は波長が 100 ft から 5,000 ft の間では  $\Omega$  が増すと一様に減少しており、その減少の仕方は  $\Omega^{-5/3}$  に比例している。これは Kolmogoroff の説と一致する。この比例限界および比例範囲以外で

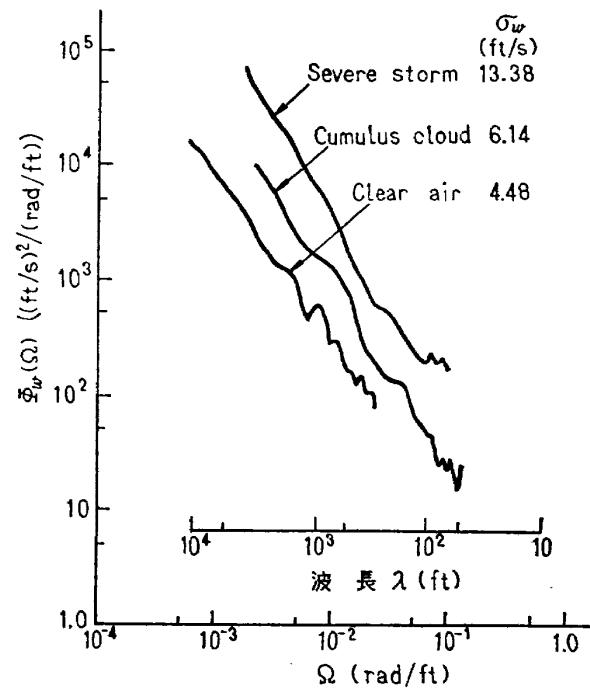


図 B.2 垂直乱気流の PSD 実測例

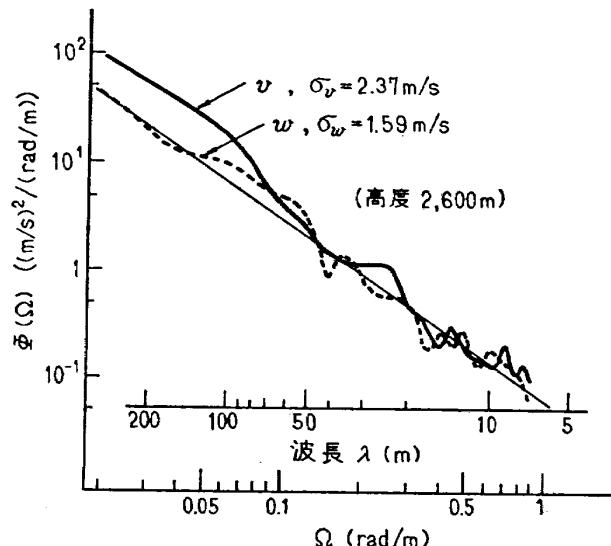


図 B.3 垂直および左右乱気流の PSD 実測例

の  $\Phi(\Omega)$  の形状についてははっきりしないが、波長が非常に長くなると  $\Phi(\Omega)$  は平坦になるようである。

一方図 B.3<sup>11)</sup> は、激しい山岳性乱気流の垂直および左右方向速度成分  $w, v$  を同時に計測し、その PSD  $\Phi_w$  と  $\Phi_v$  を比較したものであるが、 $w$  と  $v$  では乱れの強さに違いのあることが認められる。このように、地形の影響など特殊な条件のもとでは、乱気流が isotropic であるという仮定が成り立たないことに注意しなければならない。

## 付録 C 不規則な入力に対する線形系の応答



図 C.1 線形系への入力と出力

いま図 C.1 に示すように線形な系に入力  $w$  が働き、それによって出力  $f, \xi, \dots$  が生じる場合を考える。

ただし、出入力の平均値はすべて零とする。

入力  $w$  に対する出力  $f$  および  $\xi$  のインパルス応答関数をそれぞれ  $h_{f/w}(t)$ ,  $h_{\xi/w}(t)$  とし、周波数応答関数を  $H_{f/w}(\omega)$ ,  $H_{\xi/w}(\omega)$  とすると、両者の間に (C1) 式の関係が存在し、系の出力はインパルス応答関数を用いて (C2) 式で与えられる。

$$H_{f/w}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{f/w}(t) e^{-i\omega t} dt \quad (\text{C1. a})$$

$$H_{\xi/w}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{\xi/w}(t) e^{-i\omega t} dt \quad (\text{C1. b})$$

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{f/w}(\tau) \cdot w(t-\tau) d\tau \quad (\text{C2. a})$$

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{\xi/w}(\tau) \cdot w(t-\tau) d\tau \quad (\text{C2. b})$$

線形な系への入力が弱定常確率過程の場合には、出入力の相関関数はすべて時間差のみの関数となる。したがって、 $w, f$  および  $\xi$  の自己相関関数  $R_{w,w}(\tau)$ ,  $R_{f,f}(\tau)$ ,  $R_{\xi,\xi}(\tau)$  ならびに  $f$  と  $\xi$  の相互相関関数  $R_{f,\xi}(\tau)$  は (C3) 式で表わされ、それぞれの PSD  $\Phi_{w,w}(\omega)$ ,  $\Phi_{f,f}(\omega)$ ,  $\Phi_{\xi,\xi}(\omega)$  および CSD  $\Phi_{f,\xi}(\omega)$  と (C4) 式で結ばれる。

$$R_{w,w}(\tau) = \overline{w(t+\tau) \cdot w(t)} \quad (\text{C3. a})$$

$$R_{f,f}(\tau) = \overline{f(t+\tau) \cdot f(t)} \quad (\text{C3. b})$$

$$R_{\xi,\xi}(\tau) = \overline{\xi(t+\tau) \cdot \xi(t)} \quad (\text{C3. c})$$

$$R_{f,\xi}(\tau) = \overline{f(t+\tau) \cdot \xi(t)} \quad (\text{C3. d})$$

$$\Phi_{w,w}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{w,w}(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (\text{C4. a})$$

$$\Phi_{f,f}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{f,f}(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (\text{C4. b})$$

$$\Phi_{\xi,\xi}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{\xi,\xi}(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (\text{C4. c})$$

$$\Phi_{f,\xi}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{f,\xi}(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (\text{C4. d})$$

$$R_{w,w}(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{w,w}(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} d\omega \quad (\text{C4. e})$$

$$R_{f,f}(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{f,f}(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} d\omega \quad (\text{C4. f})$$

$$R_{\xi,\xi}(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{\xi,\xi}(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} d\omega \quad (\text{C4. g})$$

$$R_{f,\xi}(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{f,\xi}(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} d\omega \quad (\text{C4. h})$$

(C2) 式を用いて、(C3. d) 式の相互相関関数  $R_{f,\xi}(\tau)$  を書きなおすとつきのようになる。

$$\begin{aligned} R_{f,\xi}(\tau) &= \overline{f(t+\tau) \cdot \xi(t)} \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_T^T f(t+\tau) \cdot \xi(t) df \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left[ \int_{-T}^T \left[ \int_{-\infty}^{\infty} h_{f/w}(\tau_1) \cdot \right. \right. \\ &\quad \left. \left. w(t+\tau-\tau_1) d\tau_1 \right] d\tau \right] \\ &\quad \times \left[ \int_{-\infty}^{\infty} h_{\xi/w}(\tau_2) \cdot w(t-\tau_2) d\tau_2 \right] dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_{f/w}(\tau_1) \cdot h_{\xi/w}(\tau_2) \cdot \\ &\quad \times \left[ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T w(t+\tau-\tau_1) \cdot \right. \\ &\quad \left. w(t-\tau_2) dt \right] d\tau_1 d\tau_2 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_{f/w}(\tau_1) \cdot h_{\xi/w}(\tau_2) \cdot \\ &\quad R_{w,w}(\tau-\tau_1+\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \end{aligned}$$

上式を (C4. d) 式に代入し、 $\tau-\tau_1+\tau_2=\tau_3$  と置き換えると、 $\Phi_{f,\xi}(\omega)$  は (C5. a) 式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \Phi_{f,\xi}(\omega) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{f,\xi}(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_{f/w}(\tau_1) \cdot h_{\xi/w}(\tau_2) \cdot \\ &\quad \left[ \int_{-\infty}^{\infty} R_{w,w}(\tau_3) \cdot \right. \\ &\quad \left. \times \exp \left[ -i\omega(\tau_3 + \tau_1 - \tau_2) \right] d\tau_3 \right] d\tau_1 d\tau_2 \\ &= \left[ \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{w,w}(\tau_3) \cdot e^{-i\omega\tau_3} d\tau_3 \right] \cdot \\ &\quad \left[ \int_{-\infty}^{\infty} h_{f/w}(\tau_1) e^{-i\omega\tau_1} d\tau_1 \right] \cdot \\ &\quad \left[ \int_{-\infty}^{\infty} h_{\xi/w}(\tau_2) \cdot e^{i\omega\tau_2} d\tau_2 \right] \\ &= \Phi_{w,w}(\omega) \cdot H_{f/w}(\omega) \cdot H^*_{\xi/w}(\omega) \end{aligned} \quad (\text{C5. a})$$

ここで  $f=\xi$  とおくと、(C5. a) 式は (C5. b),  
(C5. c) 式となる。

$$\begin{aligned}\Phi_{f,f}(\omega) &= \Phi_{\omega,\omega}(\omega) \cdot H_{f/\omega}(\omega) \cdot H_{f/\omega}^*(\omega) \\ &= \Phi_{\omega,\omega}(\omega) \cdot |H_{f/\omega}(\omega)|^2 \quad (\text{C5. b})\end{aligned}$$

$$\Phi_{\xi,\xi}(\omega) = \Phi_{\omega,\omega}(\omega) \cdot |H_{\xi/\omega}(\omega)|^2 \quad (\text{C5. c})$$

すなわち、(C5. b), (C5. c) 式は、線形系における入力の PSD と出力の PSD の間の関係を、また (C5. a) 式は入力の PSD と出力相互の CSD の間の関係を、系の周波数応答関数を用いて示している。

また、入力の rms 値と出力の rms 値との関係は以上の結果を用いてつぎのように導びかれる。

$$\begin{aligned}\sigma_{f/\omega}^2 &= \bar{f}^2 = R_{f,f}(\tau) \Big|_{\tau=0} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{f,f}(\omega) \cdot \\ &\quad \times e^{i\omega\tau} d\omega \Big|_{\tau=0} \\ &= \int_0^{\infty} \Phi_{f,f}(\omega) d\omega \\ &= \int_0^{\infty} \Phi_{\omega,\omega}(\omega) \cdot |H_{f/\omega}(\omega)|^2 d\omega\end{aligned}$$

すなわち、

$$\sigma_{f/\omega} = \sigma_{\omega} \cdot \bar{A}_{f/\omega},$$

$$\bar{A}_{f/\omega} = \left[ \frac{1}{\sigma_{\omega}^2} \int_0^{\infty} \Phi_{\omega,\omega}(\omega) \cdot |H_{f/\omega}(\omega)|^2 d\omega \right]^{1/2} \quad (\text{C6. a})$$

同様にして、

$$\sigma_{\xi/\omega} = \sigma_{\omega} \cdot \bar{A}_{\xi/\omega},$$

$$\bar{A}_{\xi/\omega} = \left[ \frac{1}{\sigma_{\omega}^2} \int_0^{\infty} \Phi_{\omega,\omega}(\omega) \cdot |H_{\xi/\omega}(\omega)|^2 d\omega \right]^{1/2} \quad (\text{C6. b})$$

さらに、 $f$  と  $\xi$  の相関係数  $\rho_{f,\xi/\omega}$  は、(C6. a), (C6. b) 式の誘導と同様の方法を用いて、(C6. c) 式のように表わされる。

$$\begin{aligned}\sigma_{f,\xi/\omega} &= \frac{\bar{f} \cdot \bar{\xi}}{\sqrt{\bar{f}^2 \cdot \bar{\xi}^2}} = \frac{1}{\sigma_f \cdot \sigma_{\xi}} R_{f,\xi}(\tau) \Big|_{\tau=0} \\ &= \frac{1}{2 \sigma_{\omega} \bar{A}_{f/\omega} \sigma_{\omega} \bar{A}_{\xi/\omega}} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{f,\xi}(\omega) \cdot \\ &\quad \times e^{i\omega\tau} d\omega \Big|_{\tau=0} \\ &= \frac{1}{2 \sigma_{\omega}^2 \bar{A}_{f/\omega} \bar{A}_{\xi/\omega}} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{\omega,\omega}(\omega) \cdot \\ &\quad H_{f/\omega}(\omega) \cdot H_{\xi/\omega}^*(\omega) d\omega \quad (\text{C6. c})\end{aligned}$$

TR-224	吹出しをともなう鈍頭物体の衝撃波離脱距離 Shock Stand-off-Distance with Mass Injection	1970年12月 吉永 崇
TR-225	NAL-35 DT型ロケットの構造試験 Results of Structural Experiments on NAL-35 DT Rocket Vehicle	1970年11月 ロケット構造研究グループ
TR-226	薄い片持後退角翼の遷音速フラッタ特性におよぼす集中質量の位置の影響について Some Effects of Systematically Varied Location of One Concentrated Mass on Transonic Flutter Characteristics of Sweptback Thin Cantilever Wings	1970年11月 中井暎一, 森田甫之 高木俊朗
TR-227	高負荷燃焼器の空気孔からの流れについて(II) —二孔の実験および簡単な解析方法— Investigation of Air Stream from Combustor-Liner Air-Entry Holes (II) —Experiments with Paired Air-Entry Holes and A Numerical Analysis—	1970年12月 相波哲朗, 井上真幸
TR-228	自由飛行模型 FFM-10 の運動特性と飛しよ試験におけるデータ処理法 Flight Dynamics of Free-Flight Model FFM-10 and Data Analysis Method for Free-flight Tests	1970年12月 高島一明
TR-229	単発 STOL 実験機 (FA-200 XS) について Development of the FA-200 XS Experimental-Airplane	1970年12月 飛行実験部
TR-230	アナログトルク平衡方式による浮動振子型加速度計の研究 Study on the Analog Torque Rebalance Floated Pendulum Type Accelerometers for Guidance and Control Applications	1971年1月 大月正男, 鈴木孝雄 円居繁治
TR-231	高温タービンノズル翼二次元翼列試験 (第1報対流冷却翼の実験結果について) Two-Dimensional Cascade Test of an Air-Cooled Turbine Nozzle (Part I On the Experimental Results of a Convection-Cooled Blade)	1971年1月 吉田 豊明, 高原 北雄 能瀬弘幸, 井上重雄 三村富嗣雄, 曽井 弘
TR-232	高温タービンノズル翼二次元翼列試験 (第2報対流冷却翼の数値計算およびアナログ法による翼表面温度分布について) Two-Dimensional Cascade Test of an Air-Cooled Turbine Nozzle (Part II On the Temperature Distributions of a Convection-Cooled Blade by Numerical Calculation and Analog Simulation Test)	1971年1月 吉田 豊明, 高原 北雄 能瀬弘幸, 井上重雄 三村富嗣雄, 曽井 弘

## 航空宇宙技術研究所報告 233号

昭和46年1月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武藏野三鷹(0422)44-9171(代表)番182

印刷所 有限会社啓文堂松本印刷  
東京都文京区水道2-7-5

Printed in Japan

This document is provided by JAXA.