

UDC 621.454-501.22:
629.7.036.3.014.16

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-238

リフトジェットエンジン JR-100 H の動特性について

西尾健二・遠藤征紀・杉山七契

越沼 威・大畑敏美

1971 年 5 月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 報 告

- TR-216 横風中の3次元乱流ジェットの変曲と発達
Bending and Development Three-dimensional Turbulent Jets in a Gross Wind 1970年9月 遠藤 浩, 中村正義
- TR-217 人工粘性付 LAX-WENDROFF およびその
変形差分法に関する数値実験
Numerical Test on LAX-Wendroff Difference
Scheme with Artificial Viscosity and Its
Variations by the Two-Step Method 1970年9月 安喜隆幸
- TR-218 軸流回転機の翼の振動について
II 翼根部による振動減衰
On the Vibration of Axial-flow Turbo-
machine Blade. II Vibration Damping
Capacity of the Blade Mounting 1970年10月 宮地敏雄, 星谷昌二
祖父江靖, 網千三郎
熊谷隆王
- TR-219 二次元非圧縮性乱流境界層の近似について
On an Approximation of Two-Dimensional
Incompressible Turbulent Boundary Layer 1970年10月 尾形吉和
- TR-220T Application of Dorodnitsyn's Technique
to Compressible Two-Dimensional Airfoil
Theories at Transonic Speeds 1970年10月 Junzo SATO
- TR-221 先端のぶいフレヤつき物体の空力特性
Aerodynamic Characteristics of a Flared
Body with Blunt Nose 1970年10月 谷 喬, 河本 巖
柳原盛三, 野田順一
樋口 博 (東京大学)
- TR-222 東北地方太平洋沿岸航空路上における乱気流
観測
Measurements and Analysis of Atmospheric
Turbulence on the Pacific Coast Air Route
of the Tohoku District 1970年9月 竹内和之, 山根皓三郎
矢沢健司, 小野幸一
外崎得雄
- TR-223 球の仮想質量の円筒境界干渉
Cylindrical Boundary Interference on Virtual
Mass of a Sphere 1970年9月 河野長正
- TR-224 吹出しをともなう鈍頭物体の衝撃波離脱距離
Shock Stand-off-Distance with Mass Injection 1970年12月 吉永 崇
- TR-225 NAL-35 DT 型ロケットの構造試験
Results of Structural Experiments on NAL-
35 DT Rocket Vehicle 1970年11月 ロケット構造研究グルー
プ
- TR-226 薄い片持後退角翼の遷音速フラッタ特性にお
よぼす集中質量の位置の影響について
Some Effects of Systematically Varied Loca-
tion of One Concentrated Mass on Transo-
nic Flutter Characteristics of Sweptback
Thin Cantilever Wings 1970年11月 中井暎一, 森田甫之
高木俊朗
- TR-227 高負荷燃焼器の空気孔からの流れについて(II)
一二孔の実験および簡単な解析方法—
Investigation of Air Stream from Combustor-
Liner Air-Entry Holes (II) Experiments
with Paired Air-Entry Holes and A
Numerical Analysis— 1970年12月 相波哲朗, 井上真幸
- TR-228 自由飛行模型 FFM-10 の運動特性と飛しよ
う試験におけるデータ処理法
Flight Dynamics of Free-Flight Model
FFM-10 and Data Analysis Method for
Free-flight Tests 1970年12月 高島一明
- TR-229 単発 STOL 実験機 (FA-200 XS) について
Development of the FA-200 XS Experi-
mental Airplane 1970年12月 飛行実験部
- TR-230 アナログトルク平衡方式による浮動振り子型加
速度計の研究
Study on the Analog Torque Rebalance
Floated Pendulum Type Accelerometers
for Guidance and Control Applications 1971年1月 大月正男, 鈴木孝雄
円居繁治

リフトジェットエンジン JR 100H の動特性について

西尾健二**・遠藤征紀**・杉山七契**
越沼 威**・大畑敏美**

Dynamic Characteristic of Lift Jet Engine JR100 H

By Kenji NISHIO, Masanori ENDO, Nanahisa SUGIYAMA,
Takeshi KOSHINUMA and Toshimi OHATA

The calculation of dynamic characteristic of an engine is not easily performed because the dynamic characteristic is the complex and combined result of the performances of compressor, combustor, turbine and other engine components.

In this paper we first showed a numerical method to get the engine transfer function when the static performance and the geometrical dimension of the engine are known. Then we obtained the engine transfer functions of JR 100H experimentally by three methods, that is, transient response method, frequency response method and random signal method.

Next, we compared the results of numerical method and the experimental methods and further made the comparative discussion between the three experimental methods. Consequently we could know the effects of each component performance on the transfer function and that the random signal method is most practical and accurate.

1. まえがき

VTOL 機に使用するリフトジェットエンジンの応答性は、VTOL 機の高度制御の性能を左右するきわめて重要な因子となっている。このためリフトジェットエンジンは、軽量化により推力重量比と応答性を向上することに、設計の重点がおかれている。エンジンの応答性は、エンジンが、圧縮機、燃焼器、タービン等の統合されたものであるため、簡単に表わすのは難しく、種々の近似計算法とシミュレーションの試みがなされている。本報告は、定常点におけるエンジン特性値および幾何学的形状寸法から計算によりエンジンの動特性を推定する方法について述べ、さらに、不規則信号法、周波数応答法、過渡応答法により実験的に JR 100H エンジンの動特性を求め、さきの計算結果との比較検討を行なったものである。

2. リフトエンジン JR 100H について

リフトジェットエンジン JR 100H は、VTOL 機

* 昭和 46 年 3 月 23 日受付

** 原動機部

表 1 JR 100H 主要要目表

エンジン形式	ターボジェット	
圧縮機	6 段軸流	
燃焼器	環型噴霧式	
タービン	1 段軸流	
ベアリング	2 個 (ボールおよびローラ)	
スタータ	エアインピンチ式	
エンジン姿勢	垂直	
(性能)		
推力 (kg)	抽気なし	1520
	抽気時	1439
燃料消費率 (kg/hr/kg)	抽気なし	1.13
	抽気時	1.15
圧縮機 (6 段軸流圧縮機)	空気量 (kg/s)	27.5
	圧力比	3.9
	回転速度 (r.p.m.)	13500
	抽気量 (kg/s)	1.5
燃焼器 (環型燃焼器)	空気量 (kg/s)	26
	出口温度 (°C)	850
タービン (1 段軸流タービン)	ガス量 (kg/s)	26
	圧力比	2.02

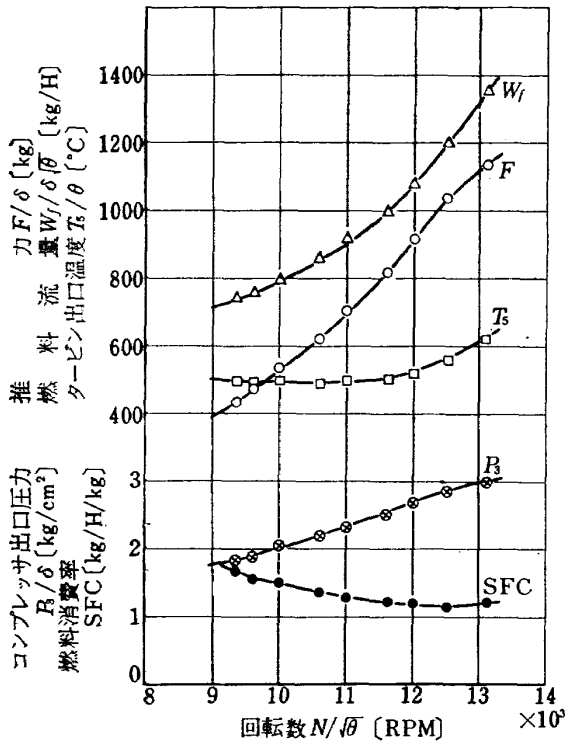


図 1 JR 100 H 静特性

の研究の一環として行なわれたエンジンによる高度制御の研究に使用するために研究試作されたもので、その要目は表 1 のとおりである。その静特性を図 1 に示す。

3. エンジン伝達関数について

伝達関数は本来その動作が線形微分方程式で記述される要素への入力信号とその出力信号を関係づけるものである。したがって伝達関数は線形系にしか使えない。しかし、伝達関数を用いての系の設計、解析に関する研究はほぼ完成された状態にあるから、ある要素が制御系の一つの構成要素として用いられた場合における系の安定性、応答速度、定常偏差などを知るためにも、また、あらかじめ定められた過渡特性、静特性を有する系の設計にも、伝達関数は有効に使われる。したがってジェットエンジンの伝達関数を求めることができれば、ジェットエンジン自体の制御はもとより、ジェットエンジンを用いた制御系の設計、解析にも非常に有効なものとなる。しかも実験的に求めるのではなく、設計段階において知ることのできるエンジン静特性から計算により求めることができれば、いっそう便利なことは明白であろう。一般に伝達関数の入力としては燃料流量をとり、出力としてはエンジン回転数 N 、推力 F 、コンプレッサ出口圧力 P_3 、タービン出口温度 T_5 をとる。しかしながらジェットエンジンの燃

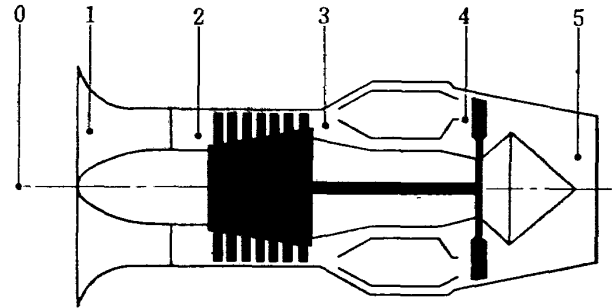


図 2 添字の示すエンジンの個所

表 2 記号

N :	エンジン回転数 (rad/s or r.p.m.)
W_f :	燃料流量 (kg/s)
W_a :	空気流量 (kg/s)
W_g :	ガス流量 (kg/s)
P :	全圧 (kg/cm ²)
Q :	余剰トルク (kg·cm)
I :	ロータ部極慣性モーメント (kg·cm·s ²)
T :	全温 (°K)
θ :	標準温度と局部温度との比
δ :	標準圧力と局部圧力との比
K :	ゲイン
T_E :	エンジン時定数 (sec)
a, b, c, d :	一次進み成分
π :	コンプレッサ圧力比
H :	エンタルピ (kcal/kg)
η_c :	コンプレッサ効率
η_t :	タービン効率
η_b :	燃焼効率
A_t :	タービンノズル面積 (cm ²)
A_e :	ジェットノズル面積 (cm ²)
J :	仕事の熱当量 (kcal/m·kg)

料流量の変化に対するこれらの出力変数の応答は非線形微分方程式で結びつけられている。そこで線形な系についてのみ使用しうる伝達関数を求めるには、入力としての燃料流量の変化を微小な範囲内に限って、その範囲内では入力と出力が線形な微分方程式で結びつけられると仮定しなければならない。そこでこの非線形微分方程式をある独立な状態変数に関して、定常点の近傍で展開して線形化し、それによって微小な燃料流量の変化に対するジェットエンジンの伝達関数を求めることになる。

以下 4. 章ではその計算法を示す。計算に使われる文字および添字の対応する個所を図 2、表 2 に示す。添字 0 は環境、1 はエンジン入口、2 はコンプレッサ

入口, 3はコンプレッサ出口, 4はタービン入口, 5はタービン出口を示す。

幾何学的形状が一定のジェットエンジンが一定の周囲温度, 圧力および一定の機体速度のもとで定常運転状態にあるときには, ただ一つの状態変数を指定すれば, その時の他の状態変数はすべて定まる。今, 定常運転状態にあるジェットエンジンのスロットルを開いて燃料を急激に増加(減少)させた場合にはエネルギーの平衡がくずれてエンジンの回転部には加速(減速)トルクが働き, その回転速度は刻々変化する。同時にエンジンの各状態変数も変化するが, この変化は熱力学的にも流体力学的にも連続的で平衡状態を維持しながら進行するものとする。このような過渡状態においては回転部分のエネルギーの平衡がくずれるので, エンジンの状態を決定するにはもう一つ新しく独立な状態変数を決めなくてはならない。そこでこれらの独立変数として修正エンジン回転数 N_c と修正燃料流量 W_{fc} をえらぶ。すると状態変数の一つであるエンジン回転部に加わる余剰トルク Q は

$$Q_c = Q_c(N_c, W_{fc}) \quad (3.1)$$

と表わされる。 Q_c を N_c, W_{fc} に関して定常点の近傍で展開し, 2次以上の微小項を省略して線形化すれば,

$$\Delta Q_c = \left(\frac{\partial Q_c}{\partial N_c} \right)_{W_{fc}} \cdot \Delta N_c + \left(\frac{\partial Q_c}{\partial W_{fc}} \right)_{N_c} \cdot \Delta W_{fc} \quad (3.2)$$

回転部の運動は I を回転部の極慣性モーメントとすれば,

$$\frac{I}{J} \frac{d(\Delta N_c)}{dt} = \frac{\Delta Q_c}{\sqrt{\theta_2}} \quad (3.3)$$

(3.2), (3.3) 式より,

$$\begin{aligned} \frac{I}{J} \frac{d(\Delta N_c)}{dt} - \frac{\delta_2}{\sqrt{\theta_2}} \left(\frac{\partial Q_c}{\partial N_c} \right) \cdot \Delta N_c \\ = \frac{\delta_2}{\sqrt{\theta_2}} \left(\frac{\partial Q_c}{\partial W_{fc}} \right) \cdot \Delta W_{fc} \end{aligned} \quad (3.4)^*$$

(3.4) 式の両辺をラプラス変換して

$$\Delta N_c(S) = \frac{K_E}{1 + T_E S} \cdot \Delta W_{fc}(S) \quad (3.5)$$

* 以下定常点における偏微分は, N_c に関する偏微分は W_{fc} 一定のもとであり, W_{fc} に関する偏微分は N_c 一定のもとであるのは明らかであるから,

$\left(\frac{\partial Q_c}{\partial N_c} \right)_{W_{fc}}$ は $\left(\frac{\partial Q_c}{\partial N_c} \right)$ と省略し, $\left(\frac{\partial Q_c}{\partial W_{fc}} \right)_{N_c}$ は $\left(\frac{\partial Q_c}{\partial W_{fc}} \right)$ と記す。

$$\begin{cases} T_E = -I\sqrt{\theta_2} / \left(\frac{\partial Q_c}{\partial N_c} \right) \cdot J \cdot \delta_2 \\ K_E = - \left(\frac{\partial Q_c}{\partial W_{fc}} \right) / \left(\frac{\partial Q_c}{\partial N_c} \right) \end{cases} \quad (3.6)$$

(3.5) (3.6) は入力 $\Delta W_{fc}(S)$ と出力 $\Delta N_c(S)$ の関係式であり, (3.5) 式における $K_E/(1 + T_E S)$ が修正回転数 N_c の修正燃料流量 W_{fc} に対する伝達関数である。 K_E はエンジンゲイン定数, T_E はエンジン時定数と呼ばれる。

同様にして, 修正推力 F_c も2つの独立な状態変数 N_c および W_{fc} により,

$$F_c = F_c(N_c, W_{fc}) \quad (3.7)$$

と表わされる。定常点の近傍で展開して2次以上の微小項を省略すれば,

$$\Delta F_c = \left(\frac{\partial F_c}{\partial N_c} \right) \cdot \Delta N_c + \left(\frac{\partial F_c}{\partial W_{fc}} \right) \cdot \Delta W_{fc} \quad (3.8)$$

(3.5) 式を (3.8) 式に代入して

$$\Delta F_c(S) = K_F \frac{1 + a T_E S}{1 + T_E S} \Delta W_{fc}(S) \quad (3.9)$$

$$\begin{cases} K_F = \left(\frac{\partial F_c}{\partial W_{fc}} \right) - \frac{\left(\frac{\partial F_c}{\partial N_c} \right) \cdot \left(\frac{\partial Q_c}{\partial W_{fc}} \right)}{\left(\frac{\partial Q_c}{\partial N_c} \right)} \\ a = 1 \left/ \left[1 - \frac{\left(\frac{\partial F_c}{\partial N_c} \right) \cdot \left(\frac{\partial Q_c}{\partial W_{fc}} \right)}{\left(\frac{\partial F_c}{\partial W_{fc}} \right) \cdot \left(\frac{\partial Q_c}{\partial N_c} \right)} \right] \right. \end{cases} \quad (3.10)$$

を得る。

全く同様にして修正タービン入口温度 T_{4c} は

$$T_{4c} = T_{4c}/\theta_2 = T_{4c}(N_c, W_{fc}) \quad (3.11)$$

と表わされる。そして

$$\Delta \left(\frac{T_4}{\theta_2} \right) = \left(\frac{\partial T_{4c}}{\partial N_c} \right) \cdot \Delta N_c + \left(\frac{\partial T_{4c}}{\partial W_{fc}} \right) \Delta W_{fc} \quad (3.12)$$

$$\Delta T_{4c}(S) = K_{T4} \frac{1 + b T_E S}{1 + T_E S} \Delta W_{fc}(S) \quad (3.13)$$

$$\begin{cases} K_{T4} = \left(\frac{\partial T_{4c}}{\partial W_{fc}} \right) - \frac{\left(\frac{\partial T_{4c}}{\partial N_c} \right) \cdot \left(\frac{\partial Q_c}{\partial W_{fc}} \right)}{\left(\frac{\partial Q_c}{\partial N_c} \right)} \\ b = 1 \left/ \left[1 - \frac{\left(\frac{\partial T_{4c}}{\partial N_c} \right) \cdot \left(\frac{\partial Q_c}{\partial W_{fc}} \right)}{\left(\frac{\partial T_{4c}}{\partial W_{fc}} \right) \cdot \left(\frac{\partial Q_c}{\partial N_c} \right)} \right] \right. \end{cases} \quad (3.14)$$

修正タービン出口温度 T_{bc} については

$$\Delta\left(\frac{T_b}{\theta_2}\right) = \left(\frac{\partial T_{bc}}{\partial N_c}\right) \cdot \Delta N_c + \left(\frac{\partial T_{bc}}{\partial W_{fc}}\right) \cdot \Delta W_{fc} \quad (3.15)$$

$$\Delta T_{bc}(S) = K_{Tb} \frac{1+cT_{ES}}{1+T_{ES}} \Delta W_{fc}(S) \quad (3.16)$$

$$\left\{ \begin{aligned} K_{Tb} &= \left(\frac{\partial T_{bc}}{\partial W_{fc}}\right) - \frac{\left(\frac{\partial T_{bc}}{\partial N_c}\right) \cdot \left(\frac{\partial Q_c}{\partial W_{fc}}\right)}{\left(\frac{\partial Q_c}{\partial N_c}\right)} \\ c &= 1 \left/ \left\{ 1 - \frac{\left(\frac{\partial T_{bc}}{\partial N_c}\right) \cdot \left(\frac{\partial Q_c}{\partial W_{fc}}\right)}{\left(\frac{\partial T_{bc}}{\partial W_{fc}}\right) \cdot \left(\frac{\partial Q_c}{\partial N_c}\right)} \right\} \right. \end{aligned} \right. \quad (3.17)$$

コンプレッサ圧力比 π については

$$\Delta\pi = \left(\frac{\partial\pi}{\partial N_c}\right) \cdot \Delta N_c + \left(\frac{\partial\pi}{\partial W_{fc}}\right) \Delta W_{fc} \quad (3.18)$$

$$\Delta\pi(S) = K\pi \frac{1+dT_{ES}}{1+T_{ES}} \Delta W_{fc}(S) \quad (3.19)$$

$$\left\{ \begin{aligned} K\pi &= \left(\frac{\partial\pi}{\partial W_{fc}}\right) - \frac{\left(\frac{\partial\pi}{\partial N_c}\right) \cdot \left(\frac{\partial Q_c}{\partial W_{fc}}\right)}{\left(\frac{\partial Q_c}{\partial N_c}\right)} \\ d &= 1 \left/ \left\{ 1 - \frac{\left(\frac{\partial\pi}{\partial N_c}\right) \cdot \left(\frac{\partial Q_c}{\partial W_{fc}}\right)}{\left(\frac{\partial\pi}{\partial W_{fc}}\right) \cdot \left(\frac{\partial Q_c}{\partial N_c}\right)} \right\} \right. \end{aligned} \right. \quad (3.20)$$

(3.5)~(3.20) 式が修正燃料流量を入力としたときのエンジン状態変数 (X とする) に対するエンジン伝達関数を与えるが、実際に計算するには $\partial X/\partial N_c$, $\partial X/\partial W_{fc}$ などが求まらなくてはならない。これらの値は 4. 章で求められるが、一般に定常点によって異なる値をとるからエンジン伝達関数もまた定常点によって異なってくる。

また (3.5)~(3.20) 式を見ると、修正回転数 N_c に対する伝達関数のみが一次おくれ形の伝達関数であるのに対して、それ以外の状態変数に対する伝達関数は一次進みおくれ形の伝達関数を有していることがわかる。図 3 にステップ状の燃料流量を入力として与えたときの一次おくれ形の伝達関数を有する状態変数 (N_c) および一次進みおくれ形の伝達関数を有する状態変数の応答のしかたを示した。一次進みおくれ形の伝達関数を有する場合には (3.9)~(3.20) 式における a, b, c, d が 1 より大きい小さいかによって、時刻 $t=0$ においてエンジン状態変数のとる値が新たな

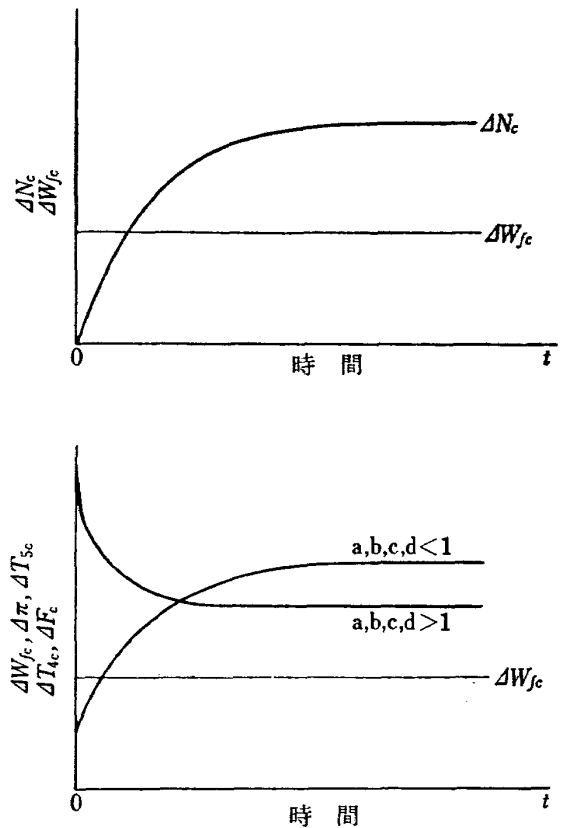


図 3 エンジン諸変数のステップ応答

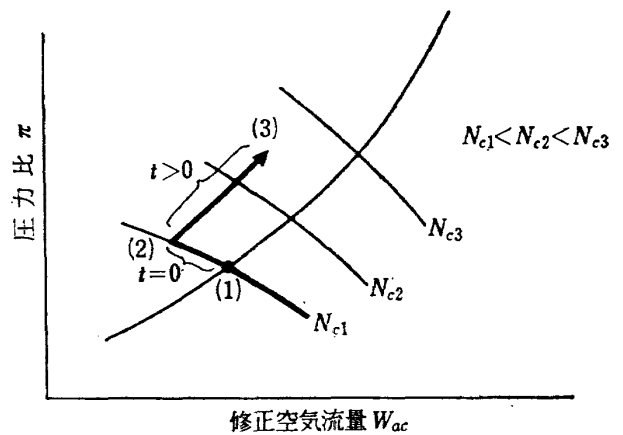


図 4 エンジン加速時のコンプレッサ・マップ上の経路

定常点においてとる値よりも大きいか (オーバーシュート) 小さいか (アンダーシュート) が定まる。燃料をステップ状にあたえエンジンを加速する状態をコンプレッサマップ上で表わすと図 4 に示すように、最初に (1), (2), (3) の径路をたどる。このように $t=0$ におけるエンジンの状態変数は回転数が変化しない前におこるため、オーバーシュートがおこるかどうかは、 $t>0$ において N_c が変化しはじめた時に、ジャンプした量が増す方向に行くか、減少する方向に行くかによって定まる。

4. エンジン伝達関数の計算

3. で述べたエンジン伝達関数を実際に求めるには、それに含まれる定数すなわち、エンジン時定数 T_E 、一次進み成分 a, b, c, d 、エンジンゲイン定数 $K_E, K_F, K_{T4}, K_{T6}, K_\pi$ などを計算しなければならない。そしてそれらは $(\partial Q/\partial W_{fc})$, $(\partial Q/\partial N_c)$, $(\partial F_c/\partial W_{fc})$, $(\partial F_c/\partial N_c)$, $(\partial T_{4c}/\partial W_{fc})$, $(\partial T_{4c}/\partial N_c)$, $(\partial T_{6c}/\partial W_{fc})$, $(\partial T_{6c}/\partial N_c)$, $(\partial \pi/\partial W_{fc})$, $(\partial \pi/\partial N_c)$ を計算すれば求まる。

その一つの方法は、あらかじめ実験的に得られたデータをグラフ表示したものから求める方法である。すなわち N_c または W_{fc} のいずれかを一定として他方を変化させたときのエンジン状態変数の変化を示したデータにより定常点近傍における勾配を求める。この方法は、簡単に伝達関数を求めることができる特徴もっているが、データとして与えられた曲線から、定常点付近のこう配を求めた点に難点があり、精度の高い値が得にくい。第2の方法は過渡状態におけるエンジンの加減速経路について、各時点ごとにエンジン要素間のマッチングをとりながら計算する方法である。この方法は理想的な方法で精度の高い値を得られるが、エンジン要素の特性があらかじめ良くわかっている必要があり、計算機の必要がある。第3の方法は、文献(1)に報告されているような、定常点におけるエンジン特性値および幾何学的形状寸法から計算によって求める方法である。この方法は上にあげた偏微分係数、したがってエンジン伝達関数に影響を与える因子が式の形ではっきり示される点に特徴があり、周囲温度、機体速度などが伝達関数におよぼす影響なども式の形で表現できる。以下に示す計算法はこの方法を修正したものであり大略の計算は文献(1)に従っている。文献(1)においては、定常点から微小な変動をして加減速する経路を、事実上コンプレッサ圧力比が回転数のみに依存するとして計算している。それゆえ実際のエンジンで起っている現象、すなわちコンプレッサ圧力比がエンジン回転数 N_c のみでなく、空気流量 W_{ac} にも依存するという事実と密接な関係にある状態変数の伝達関数、たとえばコンプレッサ圧力比 π 、推力 F 、タービン入口温度 T_4 、タービン出口温度 T_5 の伝達関数にはかなりの誤差を生ずるものと思われる。そこで本報告では上記のようなコンプレッサ特性曲線の性質を考え合わせた場合の偏微分係数の計算法を示し、さらに新しく推力、コンプレッサ圧力比、タービン出口温度などの燃料流量に対する伝達関数の計

算法を示した。その後で JR 100H に関するデータを用いて実際にその伝達関数を求めた。

計算にあたって用いた主な仮定は

- (1) エンジンは計算の対象となる全運転範囲内においてタービン部においてチョーク状態にあるとする。
- (2) 過渡状態にあっても、エンジン内部において流量および圧力の連続が保たれ、かつ静的条件下で得られる効率、圧力損失、空燃比などの値が変わらないものとする。
- (3) 空気あるいは燃焼ガスの比熱は、エンジン各部分に応じて変わるが作動点によっては変わらないとする。
- (4) $H_2/H_0=1$, $P_2/P_0=1$, すなわちラムによる圧力あるいは温度の上昇はないものとした。

まず定常状態においてエンジンの各構成要素における熱力学的、流体力学的な関係式を列挙する。

コンプレッサ特性曲線を

$$\pi = \pi(W_{ac}, N_c) \quad (4.1)$$

と表わす。

コンプレッサ効率の定義式より

$$\frac{H_3 - H_2}{H_2} = \frac{1}{\eta_c} (\pi^{r_c'} - 1) \quad (4.2)$$

$$\text{ただし } r_c' = (r_c - 1)/r_c$$

加速(減速)パワーはタービン出力とコンプレッサ吸収動力の差であるから

$$QN = W_g(H_4 - H_5) - W_a(H_3 - H_2) \quad (4.3)$$

燃焼器での燃料燃焼によるエンタルピー増加により

$$W_g H_4 - W_a H_3 = \eta_b h W_f \quad (4.4)$$

タービン効率の定義式より

$$\frac{H_4 - H_5}{H_4} = \eta_t \left[1 - \left(\frac{P_5}{P_4} \right)^{r_t'} \right] \quad (4.5)$$

$$r_t' = (r - 1)/r_t$$

タービン部において燃焼ガス流量がチョークしているとの仮定により、

$$W_g = A_t \frac{P_4}{\sqrt{T_4}} \sqrt{\frac{gr_t}{R}} \left(\frac{r_t + 1}{2} \right)^{(1+r_t)/2(1-r_t)} \quad (4.6)$$

$$= C_t \frac{A_t P_4}{\sqrt{H_4}}$$

ただし

$$C_t = \sqrt{\frac{gr_t C_{pt}}{R}} \left(\frac{r_t + 1}{2} \right)^{(1+r_t)/2(1-r_t)}$$

ジェットノズルにおけるジェットガス流量について $P_5 < 2P_0$ の場合に用いられる Fliegner の近似式より

$$W_g = A_e \sqrt{\frac{2gP_0}{RT_0}} (P_5 - P_0) \\ = C_N A_e \sqrt{\frac{P_0}{H_5}} (P_5 - P_0) \quad (4.7)$$

ただし

$$C_N = \sqrt{\frac{2gC_{PN}}{R}}$$

空燃比を λ , 抽気率を μ , とすれば

$$W_g = r_f W_a \quad (4.8)$$

ただし

$$r_f = \left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) (1 - \mu)$$

燃焼器での圧力損失を l_p とすれば

$$P_4 = l_p P_3 \quad (4.9)$$

効率もまた独立な状態変数 W_{fc} , N_c によって表わされるから

$$\eta_c, \eta_t, \eta_b = f(N_c, W_{fc}) \quad (4.10)$$

(4.1)~(4.10) 式は 14 個の未知数を含み 12 個の式があるから, われわれのえらんだ独立な二つの状態変数 N_c , W_{fc} をきめると残りの 12 個の状態変数はすべて定まる。そして(4.1)~(4.10) 式の 1 次の項までの微小変動量を計算すれば, 二つの独立な状態変数 W_{fc} , N_c に微小な変動 ΔW_{fc} , ΔN_c を与えたときの他の状態変数の微小変動量を ΔW_{fc} , ΔN_c を線形結合した形で得られる。式(4.1)~(4.10) 式の微小変動量を計算し, さらに ε, ϕ を(4.11) 式のように定義しそれを用いて整理すると(4.13)~(4.21) 式を得る。

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = \frac{H_2}{H_2 + \frac{h\eta_b W_f}{W_a}} \\ \phi = \frac{r_f H_4}{H_2 \frac{h\eta_b W_f}{W_a}} \end{array} \right. \quad (4.11)$$

ε, ϕ は連立方程式

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(\phi-1)}{\varepsilon} = \frac{1}{\eta_c} \left[\left(\frac{1}{l_p} \frac{P_4}{P_0} \frac{P_0}{P_2} \right)^{r_c'} - 1 \right] \\ \frac{\phi-1}{\phi} = \frac{1}{\eta_t} \left[1 - \left\{ \left(\frac{C_t}{C_N} \right)^2 \left(\frac{A_t}{A_e} \right)^2 \frac{P_4}{\phi} + \frac{P_0}{P_4} \right\} \right]^{r_t'} \end{array} \right. \quad (4.12)$$

で結びつけられる。

$$\frac{\Delta \eta_c}{\eta_c} + \frac{1}{1 - \frac{H_2}{H_3}} \left(\frac{\Delta H_3}{H_3} \right)' = r_c' \frac{1}{1 - \frac{1}{\pi r_t'}} \frac{\Delta \pi}{\pi} \quad (4.13)$$

$$\frac{\Delta \pi}{\pi} = \left(\frac{\partial \pi}{\partial W_{ac}} \right) \frac{\Delta W_{ac}}{W_{ac}} + \left(\frac{\partial \pi}{\partial N_c} \right) \frac{\Delta N_c}{N_c} \quad (4.14)$$

$$\frac{\Delta W_{ac}}{W_{ac}} = \left(\frac{\Delta P_4}{P_4} \right)' - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta H_4}{H_4} \right)' \quad (4.15)$$

$$\left(\frac{\Delta P_4}{P_4} \right)' = \frac{\Delta \pi}{\pi} = \left(\frac{\Delta P_3}{P_3} \right)' \quad (4.16)$$

$$-\frac{1}{\phi} \left(\frac{\Delta H_5}{H_5} \right)' + \frac{1}{\phi} \left(\frac{\Delta H_4}{H_4} \right)' = \left(1 - \frac{1}{\phi}\right) \frac{\Delta \eta_t}{\eta_t} \\ - r_t' \eta_t \left(\frac{P_5}{P_4} \right)^{r_t'} \left\{ \left(\frac{\Delta P_5}{P_5} \right)' - \left(\frac{\Delta P_4}{P_4} \right)' \right\} \quad (4.17)$$

$$\frac{\Delta W_{ac}}{W_{ac}} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{1 - \frac{P_4}{P_5} \frac{P_0}{P_4}} \left(\frac{\Delta P_5}{P_5} \right)' - \left(\frac{\Delta H_5}{H_5} \right)' \right\} \quad (4.18)$$

$$\frac{N_c}{h\eta_b W_{fc}} \Delta Q = \frac{\Delta W_{fc}}{W_{fc}} + \frac{\Delta \eta_b}{\eta_b} - \frac{\Delta W_{ac}}{W_{ac}} \\ - \frac{1}{1 - \varepsilon} \left(\frac{\Delta H_5}{H_5} \right)' \quad (4.19)$$

$$\left(\frac{\phi}{1 - \varepsilon} - \frac{H_3}{H_2} \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \right) \frac{\Delta W_{ac}}{W_{ac}} + \frac{\phi}{1 - \varepsilon} \left(\frac{\Delta H_4}{H_4} \right)' \\ - \frac{H_3}{H_2} \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \left(\frac{\Delta H_3}{H_3} \right)' = \frac{\Delta W_{fc}}{W_{fc}} + \frac{\Delta \eta_b}{\eta_b} \quad (4.20)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta \eta_c}{\eta_c} = \left(\frac{\partial \eta_c / \eta_c}{\partial N_c / N_c} \right) \frac{\Delta N_c}{N_c} + \left(\frac{\partial \eta_c / \eta_c}{\partial W_{fc} / W_{fc}} \right) \frac{\Delta W_{fc}}{W_{fc}} \\ \frac{\Delta \eta_t}{\eta_t} = \left(\frac{\partial \eta_t / \eta_t}{\partial N_c / N_c} \right) \frac{\Delta N_c}{N_c} + \left(\frac{\partial \eta_t / \eta_t}{\partial W_{fc} / W_{fc}} \right) \frac{\Delta W_{fc}}{W_{fc}} \\ \frac{\Delta \eta_b}{\eta_b} = \left(\frac{\partial \eta_b / \eta_b}{\partial N_c / N_c} \right) \frac{\Delta N_c}{N_c} + \left(\frac{\partial \eta_b / \eta_b}{\partial W_{fc} / W_{fc}} \right) \frac{\Delta W_{fc}}{W_{fc}} \end{array} \right. \quad (4.21)$$

ただし上式中 ()' の記号は例えば

$$\left(\frac{\Delta H_3}{H_3} \right)' = \frac{\Delta \left(\frac{H_3}{\theta_2} \right)}{\frac{H_3}{\theta_2}}$$

のように修正された量の変動率を示す。

さらに

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \frac{r_c'}{\eta_c} \pi^{r_c'} = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} r_c' \left(\frac{\phi - 1}{\varepsilon} + \frac{1}{\eta_c} \right) \\ C_2 = \frac{r_t'}{2} \eta_t \left(\frac{P_5}{P_4} \right)^{r_t'} = \frac{r_t'}{2} \left(\eta_t - \frac{\phi - 1}{\phi} \right) \\ C_3 = \frac{H_3 - H_2}{H_2} = \frac{\phi - 1}{\varepsilon} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} C_4 &= \frac{\phi}{1-\varepsilon}, \quad C_5 = \frac{1}{\phi}, \quad C_6 = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \\ C_7 &= \frac{1}{1-\frac{P_0}{P_b}} \\ &= \frac{1}{\left\{ 1 - \frac{1}{l_p \left(\eta_c \frac{\phi-1}{\varepsilon} + 1 \right)^{\frac{1}{r_c'}} \left(1 - \frac{\phi-1}{\eta_t \phi} \right)^{\frac{1}{r_t'}} \right\}} \\ A &= \frac{C_4 C_5 C_7}{C_5 C_7 - 2C_2} \left\{ 2C_2 - \frac{4C_2}{C_7} + \frac{C_5 - C_2}{C_4} \right. \\ &\quad \left. - \frac{C_1(C_5 - C_2)}{C_4} \xi \right\} \end{aligned} \right. \quad (4.22)$$

$$\left(\frac{\frac{\partial \pi}{\pi}}{\frac{\partial W_{ac}}{W_{ac}}} \right)_{N_c} = \xi, \quad \left(\frac{\frac{\partial \pi}{\pi}}{\frac{\partial N_c}{N_c}} \right)_{W_{ac}} = \zeta$$

と おい て ΔQ_c , $\Delta \pi$, $(\Delta H_3)'$, $(\Delta H_4)'$, ΔF_c など を, ΔN_c , ΔW_{fc} につい て 解 く と

$$\Delta Q_c = I_N \Delta N_c + I_{Wf} \Delta W_{fc} \quad (4.23)$$

た だ し

$$I_N = \frac{H_s(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \frac{W_{ac}}{N_c^2} \left[u \zeta + w \left(\frac{\partial \eta_c / \eta_c}{\partial N_c / N_c} \right) + x \left(\frac{\partial \eta_t / \eta_t}{\partial N_c / N_c} \right) + y \left(\frac{\partial \eta_b / \eta_b}{\partial N_c / N_c} \right) \right] \quad (4.24)$$

$$I_{Wf} = \frac{h \eta_b}{N_c} \left[v + w \left(\frac{\partial \eta_c / \eta_c}{\partial W_{fc} / W_{fc}} \right) + x \left(\frac{\partial \eta_t / \eta_t}{\partial W_{fc} / W_{fc}} \right) + y \left(\frac{\partial \eta_b / \eta_b}{\partial W_{fc} / W_{fc}} \right) \right] \quad (4.25)$$

$$\left\{ \begin{aligned} u &= \frac{C_1 C_5 C_7 (C_5 - C_2)}{2C_2 - C_5 C_7} - \frac{(2C_4 - C_1)(1-A)}{(C_1 - 2C_4)\xi + 2C_4 - 1} \\ v &= 1 + \frac{C_5 C_7 (C_5 - C_2)}{2C_2 - C_5 C_7} + \frac{1-A}{(C_1 - 2C_4)\xi + 2C_4 - 1} \\ w &= \frac{C_3 C_5 C_6 C_7 (C_5 - C_2)}{C_5 C_7 - 2C_2} - \frac{C_3 C_6 (1-A)}{(C_1 - 2C_4)\xi + 2C_4 - 1} \\ x &= \frac{C_4 C_5 C_7 (C_5 - 1)}{2C_2 - C_5 C_7} \\ y &= 1 + \frac{C_5 C_7 (C_5 - C_2)}{2C_2 - C_5 C_7} + \frac{1-A}{(C_1 - 2C_4)\xi + 2C_4 - 1} \end{aligned} \right. \quad (4.26)$$

同 様 に し て

$$\Delta W_{ac} = \frac{W_{ac}}{N_c} C_N \Delta N_c + \frac{W_{ac}}{W_{fc}} C_{Wf} \Delta W_{fc}$$

$$\left\{ \begin{aligned} C_N &= \frac{1}{(C_1 - 2C_4)\xi + 2C_4 - 1} \left\{ (2C_4 - 1)\zeta + C_3 C_6 \left(\frac{\partial \eta_c / \eta_c}{\partial N_c / N_c} \right) - \left(\frac{\partial \eta_b / \eta_b}{\partial N_c / N_c} \right) \right\} \\ C_{Wf} &= \frac{1}{(C_1 - 2C_4)\xi + 2C_4 - 1} \left\{ -1 + C_3 C_6 \left(\frac{\partial \eta_c / \eta_c}{\partial W_{fc} / W_{fc}} \right) - \left(\frac{\partial \eta_b / \eta_b}{\partial W_{fc} / W_{fc}} \right) \right\} \end{aligned} \right. \quad (4.27)$$

$K_1 = 2C_2 - C_5 C_7$, $K_2 = C_5 - C_2$ と お け ば

$$\Delta \pi = G_N \Delta N_c + G_{Wf} \Delta W_{fc} \quad (4.28)$$

$$\left\{ \begin{aligned} G_N &= \frac{\pi}{N_c} (C_N \xi + \zeta) \\ G_{Wf} &= \frac{\pi}{W_{fc}} \xi C_{Wf} = \frac{h \eta_b}{H_s} \frac{\pi}{W_{ac}} \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \xi C_{Wf} \end{aligned} \right. \quad (4.29)$$

$$\Delta \left(\frac{H_4}{\theta_2} \right) = E_N \Delta N_c + E_{Wf} \Delta W_{fc} \quad (4.30)$$

$$\left\{ \begin{aligned} E_N &= \left[\frac{C_N (C_1 \xi - 1)}{Q_4} + \frac{C_1}{C_4} \zeta + \frac{1}{C_4} \left(\frac{\partial \eta_b / \eta_b}{\partial N_c / N_c} \right) - \frac{C_3 C_6}{C_4} \left(\frac{\partial \eta_c / \eta_c}{\partial N_c / N_c} \right) \right] \frac{H_s \phi}{r_f \varepsilon N_c} \\ E_{Wf} &= \left[\frac{1 + C_{Wf} (C_1 \xi - 1)}{C_4} + \frac{1}{C_4} \left(\frac{\partial \eta_b / \eta_b}{\partial W_{fc} / W_{fc}} \right) - \frac{C_3 C_6}{C_4} \left(\frac{\partial \eta_c / \eta_c}{\partial W_{fc} / W_{fc}} \right) \right] \frac{h \eta_b \phi}{r_f (1-\varepsilon) W_{ac}} \end{aligned} \right. \quad (4.31)$$

$$\Delta \left(\frac{H_5}{\theta_2} \right) = D_N \Delta N_c + D_{Wf} \Delta W_{fc} \quad (4.32)$$

$$\left\{ \begin{aligned} D_N &= \left[- \left(\frac{A \cdot C_N}{C_4 C_5} + \frac{K_2 C_7}{K_1 C_4} C_1 \zeta \right) + \frac{C_7 (1 - C_5)}{K_1} \right. \\ &\quad \times \left(\frac{\partial \eta_t / \eta_t}{\partial N_c / N_c} \right) + \frac{K_2 C_3 C_6 C_7}{K_1 C_4} \left(\frac{\partial \eta_c / \eta_c}{\partial N_c / N_c} \right) \\ &\quad \left. - \frac{K_2 C_7}{K_1 C_4} \left(\frac{\partial \eta_b / \eta_b}{\partial N_c / N_c} \right) \right] \frac{H_s}{r_f \varepsilon N_c} \\ D_{Wf} &= \left[- \left(\frac{A \cdot C_{Wf}}{C_4 C_5} + \frac{K_2 C_7}{K_1 C_4} \right) + \frac{C_7 (1 - C_5)}{K_1} \right. \\ &\quad \times \left(\frac{\partial \eta_t / \eta_t}{\partial W_{fc} / W_{fc}} \right) + \frac{K_2 C_3 C_6 C_7}{K_1 C_4} \left(\frac{\partial \eta_c / \eta_c}{\partial W_{fc} / W_{fc}} \right) \\ &\quad \left. - \frac{K_2 C_7}{K_1 C_4} \left(\frac{\partial \eta_b / \eta_b}{\partial W_{fc} / W_{fc}} \right) \right] \frac{h \eta_b}{r_f (1-\varepsilon) W_{ac}} \end{aligned} \right. \quad (4.33)$$

次 に 推 力 F_c の 微 小 変 動 分 ΔF_c を ΔW_{fc} , ΔN_c に よ っ て あ ら わ し て み る。推 力 F は V_j を ジェットノズル出口における流速とし, かつノズルはチョークしていないとすれば

$$F = \frac{1}{g} V_j W_g \quad (4.34)$$

故に

$$\Delta F/F = \Delta F_c/F_c = \left(\frac{\Delta V_j}{V_j} + \frac{\Delta W_g}{W_g} \right) \quad (4.35)$$

いっぽう

$$\begin{aligned} V_j &= \sqrt{2gJ(H_5 - H_0)} = 91.5\sqrt{H_5 - H_0} \\ \therefore \frac{\Delta V_j}{V_j} &= \frac{1}{2(1 - H_4/H_5 H_0/H_4)} \frac{\Delta H_5}{H_5} \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{(1 - H_4/H_5 H_0/H_4)} \left(\frac{\Delta H_5}{H_5} \right)' \\ &= \frac{\theta_2 N_c}{2H_5(1 - r_{f\epsilon})} D_N \frac{\Delta N_c}{N_c} \\ &\quad + \frac{\theta_2 W_{fc}}{2H_5(1 - r_{f\epsilon})} D_{Wf} \frac{\Delta W_{fc}}{W_{fc}} \quad (4.36) \end{aligned}$$

また

$$\frac{\Delta W_g}{W_g} = \frac{\Delta W_{ac}}{W_{ac}} = C_N \frac{\Delta N_c}{N_c} + C_{Wf} \frac{\Delta W_{fc}}{W_{fc}} \quad (4.37)$$

$$D_N' = D_N \frac{r_{f\epsilon} N_c}{H_s} \quad \text{および} \quad D_{Wf}' = D_{Wf} \frac{r_{f\epsilon}(1 - \epsilon) W_{ac}}{h\eta_b}$$

とおき (4.36), (4.37) 式を (4.35) 式に代入すると

$$\begin{aligned} \Delta F_c &= \left\{ \frac{D_N'}{2(1 - r_{f\epsilon} H_0/H_2)} + C_N \right\} \frac{F_c}{N_c} \Delta N_c \\ &\quad + \left\{ \frac{D_{Wf}'}{2(1 - r_{f\epsilon} H_0/H_2)} + C_{Wf} \right\} \frac{F_c}{W_{fc}} \Delta W_{fc} \\ &= \left\{ \frac{D_N'}{2(1 - r_{f\epsilon})} + C_N \right\} \frac{91.5 l_p C_t A_t P_s \pi}{g N_c} \\ &\quad \times \sqrt{\frac{1}{\phi} (1 - r_{f\epsilon})} \Delta N_c + \left\{ \frac{D_{Wf}'}{2(1 - r_{f\epsilon})} + C_{Wf} \right\} \\ &\quad \times \frac{91.5 l_p C_t A_t P_s \pi h \eta_b \epsilon}{g W_{ac} H_s (1 - \epsilon)} \Delta W_{fc} \quad (4.38) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \Delta F_c &= \left\{ \frac{D_N'}{2(1 - r_{f\epsilon})} + C_N \right\} \frac{F_c}{N_c} \Delta N_c + \left\{ \frac{D_{Wf}'}{2(1 - r_{f\epsilon})} \right. \\ &\quad \left. + C_{Wf} \right\} \frac{F_c}{W_{fc}} \Delta W_{fc} \\ &= \frac{91.5 l_p C_t A_t P_s}{g} \left\{ \frac{D_N'}{2(1 - r_{f\epsilon})} + C_N \right\} \\ &\quad \times \sqrt{\frac{1}{\phi} (1 - r_{f\epsilon})} \frac{\pi}{N_c} \Delta N_c \\ &\quad + \frac{91.5 l_p C_t A_t P_s h \eta_b \epsilon}{g H_s (1 - \epsilon)} \left\{ \frac{D_{Wf}'}{2(1 - r_{f\epsilon})} + C_{Wf} \right\} \\ &\quad \times \sqrt{\frac{1}{\phi} (1 - r_{f\epsilon})} \frac{\pi}{W_{ac}} \Delta W_{fc} \quad (4.38) \end{aligned}$$

次に (3.2) 式と (3.23) 式, (3.8) 式と (4.38) 式, (3.12) 式と (4.30) 式, (3.15) 式と (4.32) 式 (3.18) 式と (4.28) 式を比較すれば

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_c}{\partial N_c}, \quad \frac{\partial Q_c}{\partial W_{fc}}, \quad \frac{\partial \pi}{\partial N_c}, \quad \frac{\partial \pi}{\partial W_{fc}}, \quad \frac{\partial T_{4c}}{\partial N_c}, \\ \frac{\partial T_{4c}}{\partial W_{fc}}, \quad \frac{\partial T_{5c}}{\partial N_c}, \quad \frac{\partial T_{5c}}{\partial W_{fc}}, \quad \frac{\partial F_c}{\partial N_c}, \quad \frac{\partial F_c}{\partial W_{fc}} \end{aligned}$$

が得られ, したがってエンジン伝達関数が求められる。

なお, (3.6) 式と (4.24) 式より, エンジン時定数 T_E は

$$T_E = I\sqrt{\theta_2}/\delta_2 \cdot V_1 \left(N_c, m_{ap}, \frac{A_t}{A_e}, \eta_t, \frac{\partial \eta_t/\eta_t}{\partial N_c/N_c} \right)$$

m_{ap} : コンプレッサ特性曲線上に示されたコンプレッサに関する静特性

V : 関数

また実燃料流量に対する実回転数の増加を示すゲイン K_E' は

$$K_E' = V_2/\delta_2$$

同様に

$$K_F' = V_3/\sqrt{\theta_2}, \quad K_{T4}' = V_4\sqrt{\theta_2}/\delta_2$$

$$K_{T5}' = V_5\sqrt{\theta_2}/\delta_2, \quad K_{\pi}' = V_6/\delta_2\sqrt{\theta_2}$$

ただし V_i は V と同様に $m_{ap}, N_c, A_t/A_e, \eta_c, \eta_t$ の関数である。

以上のようにして, 動特性を求めようとするエンジンの幾何学的形状寸法およびエンジン静特性が与えられたときに平衡点近傍の微小な変動に対する伝達関数を計算する式が得られた。次に JR 100H に関するこれらのデータを用いて実際にその伝達関数を求めてみる。計算に用いられた諸数値を表 3 に, コンプレッサ特性を図 5 に, コンプレッサ効率, タービン効率, 燃焼効率を図 6 に, その変化率を図 7 に示した。図 8 に計算の流れ図を示す。図中, 計算式の番号も付記してある。

計算結果は図 31~図 35 に実線で示した。図 31 は回転数に対する伝達関数を示すものであり, エンジン時定数 T_E を修正回転数 N_c に対してプロットした。またエンジンゲイン K_E も同様に図 36 にプロットした*。これよりエンジン時定数 T_E およびエンジンゲイン K_E は修正回転数 N_c の増加とともに減少することがわかる。これは, 回転数の高い定常点においては, 回転数の低い定常点よりも回転数の増加

* エンジンゲイン定数 K_E は燃料流量に対する回転数の静性曲線の勾配から容易に得られるので, この方法によって得た値をプロットした。以下, 推力ゲイン K_F , 圧力比ゲイン K_{π} などのもこのようにして得た値を示した。

表 3 計算に用いた定数

極慣性モーメント	I	0.1375 kg·m·s ²
燃料発熱量	h	10500 kcal/kg
ジェットノズル面積	A_e	0.133 m ²
タービンノズル面積	A_t	0.0595 m ²

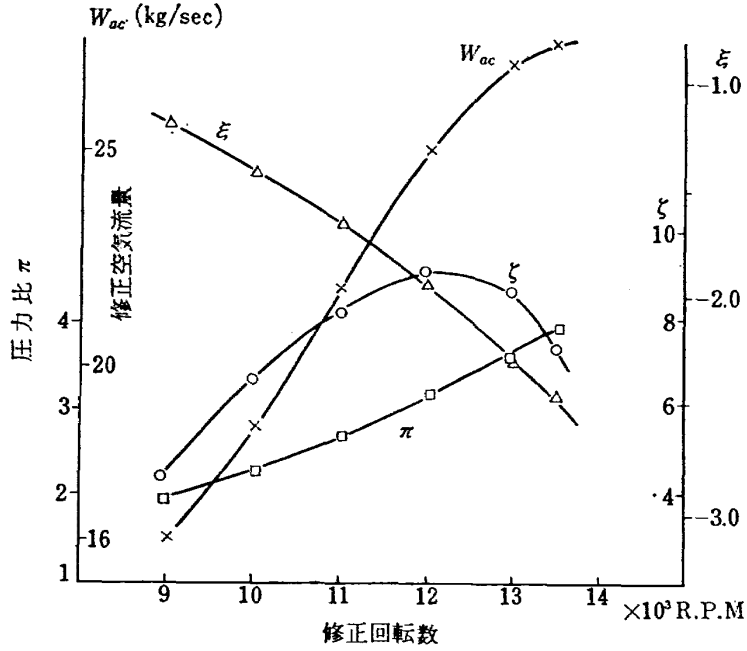


図 5 コンプレッサ特性

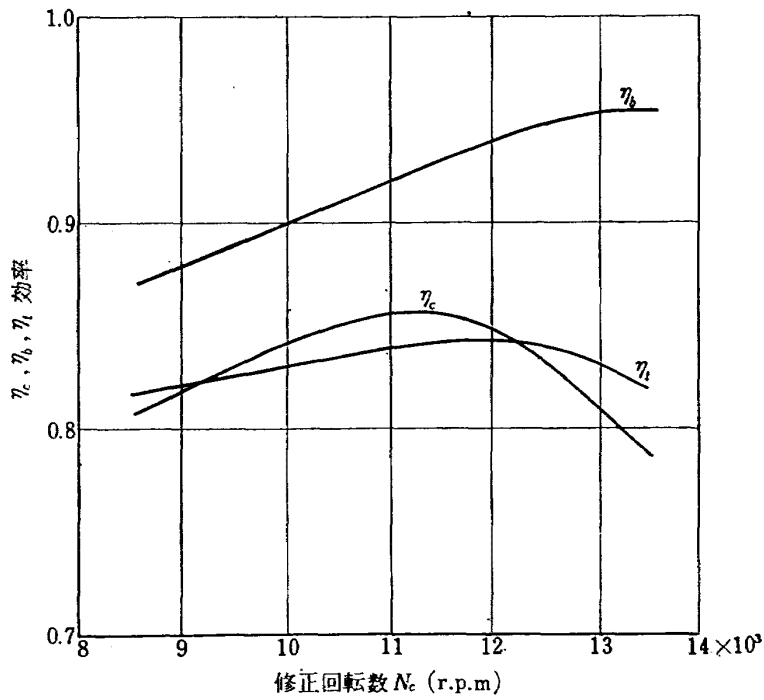


図 6 コンプレッサ, 燃焼器, タービンの効率

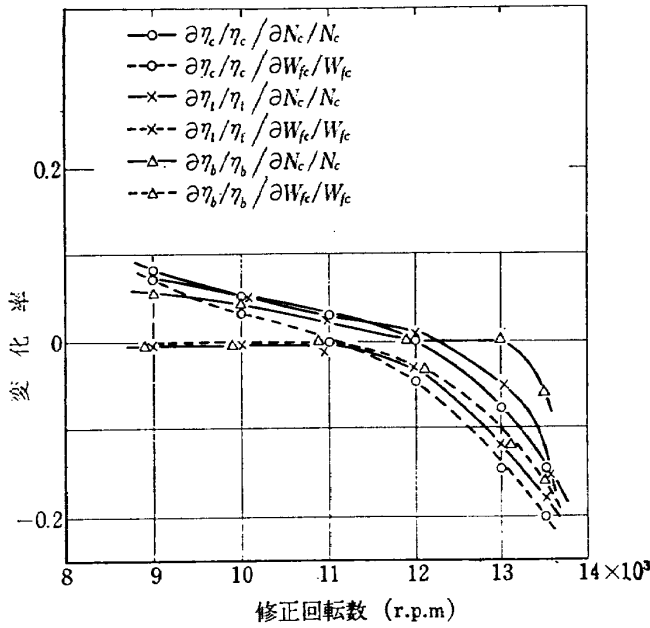


図 7 効率の変化率

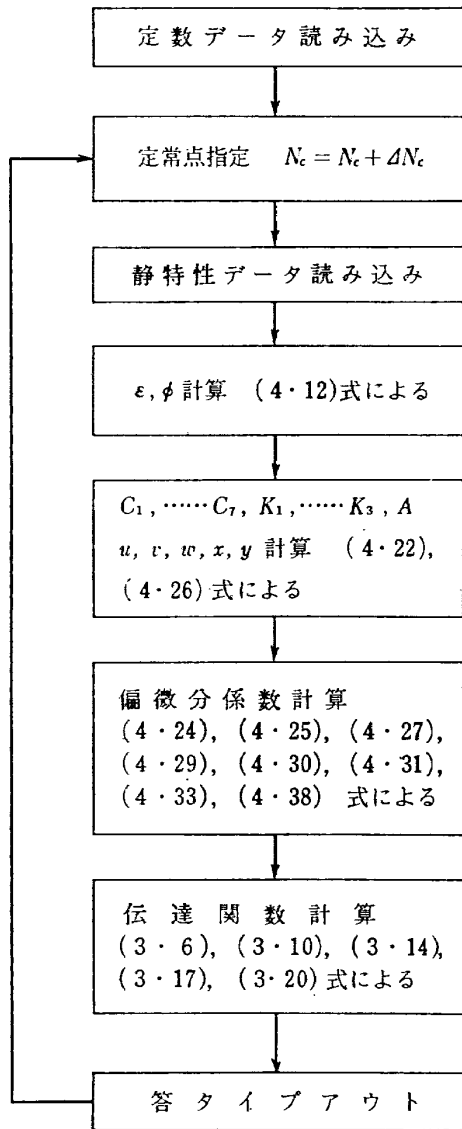


図 8 伝達関数計算流れ図

(減少)によるコンプレッサ仕事の増加率(減少率)がタービンにおける動力の発生率(減少率)よりも高いことによるものである。

またデータとしては上記の計算と同じ JR 100H に関するものを用い、計算方法としては文献 1) に従って計算した結果を図 31~33 中に一点鎖線で示した。これによればエンジン時定数については、どちらの方法によってもほぼ同様の傾向の結果を得るが、推力の進み成分 a とか、タービン入口温度の進み成分 b などにはかなりの差異がある。せなわち、文献 1) にしたがって計算された a, b の値の、回転数に対する変化がわれわれの方法によって計算されたものよりずっと少なくなっている。これは 4. 章の初めに述べたように、文献 1) ではコンプレッサマップ上回転数一定の曲線上における状態量の変化を事実上無視しているためであり、回転数一定の線の勾配が回転数によって大きな差異のあることが考慮されていないためである。

5. 実験方法, データ処理法

動特性測定の手法には種々あり、それぞれに長所、欠点がある。ある系の動特性の測定にあたって、どの手法を用いるかは、測定対象の性質、結果の表現形式と精度、試験信号と計測機器の問題、雑音の影響、データ整理の難易、等を考慮して適当に選択される。ここでは JR 100H エンジンの精度の高い動特性を得ることを目標とし、あわせて、種々の動特性測定法がジェットエンジンの動特性の測定という見地から見た場合に、どのような得失を持つかをも考察するために三つの代表的な手法をとりあげて実験を進めた。それらは過渡応答法、周波数応答法、不規則信号法である。

データ処理の過程においては、電子計算機は欠くことができない。特に、不規則信号法は近年の電子計算機の大型化、高速化およびその周辺機器の進歩によりはじめて可能となった手法である。また、過渡応答法、周波数応答法においても、計算の迅速化、高精度化のためにも、それは有用である。

結果は周波数特性線図、伝達関数形として得ることとした。3. 章で述べたようにエンジンの動特性は非線形であるが、状態変化が微小な範囲では線形とみなすことができる。したがって、上述の三つの手法において、試験信号すなわち燃料流量をある定常点付近で微小に変化させた場合、エンジンの応答特性は線形であり、周波数応答特性、伝達関数は不変であるとみなせる。このことから、実験において試験信号の変動域

は SN 比のかねあいのもとにできるだけ小さくし、結果の整理において、周波数応答特性および伝達関数はエンジン回転数の関数としてまとめた。

5.1 実験装置

実験装置の系統図を図 9 に示す。試験信号はスロットルレバー、各種の関数発生器（オシレータ、ノイズ発生器）および加算増幅器によって発生し、電気-油圧式燃料制御器に加えられ、エンジンを動作させる。エンジンの入力信号として燃料制御器出口における燃料流量を検出しており、燃料制御器の応答特性はこの実験においては直接は関係はないが、その周波数特性は図 10 のとおりであり、実験周波数範囲ではほぼフラットである。

エンジンの各状態変数の計測にあたって計測機器の応答性への考慮は重要である。通常、計測機器の折点周波数が測定対象のそれより 1 デカード以上離れていることが望ましい。そこで、燃料流量は流路に設けたオリフィス前後の差圧として高出力ストレンゲージ差圧力検出器で計測した。その他の圧力計測はきわめて短いパイプに高出力ストレンゲージ圧力検出器を結合して行い、応答性に問題はない。温度計測系については、応答性の速い温度計は得られていないということから、温度検出器自身の応答特性を考慮して、計測値から真値を推定するという方法をとらざるをえない。ここでは保護管付き CA 熱電対温度計を用いた。回転数はエンジンロータ 1 回転につき 60 パルスのパ

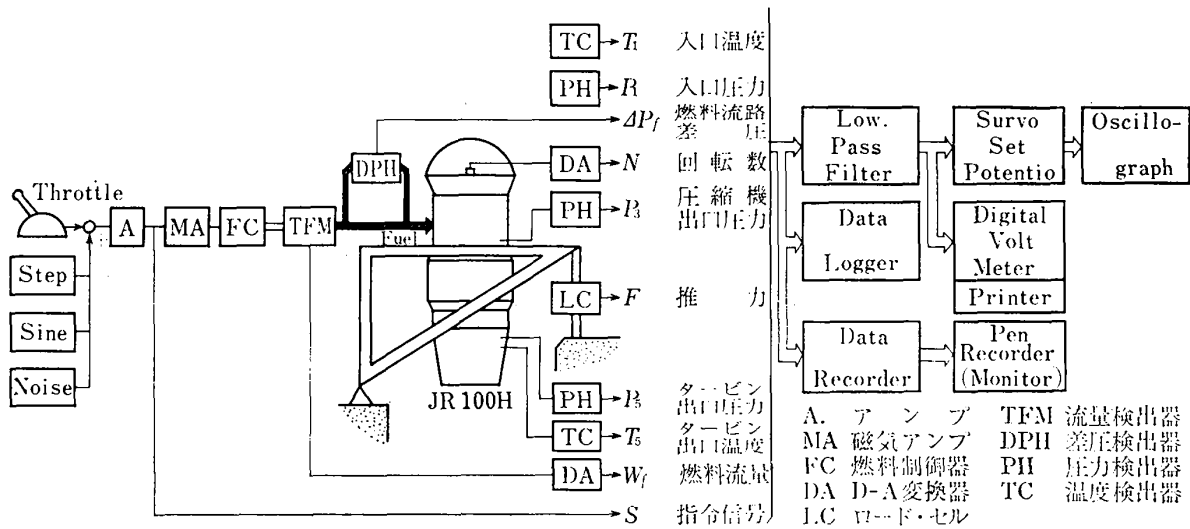


図 9 実験装置系統図

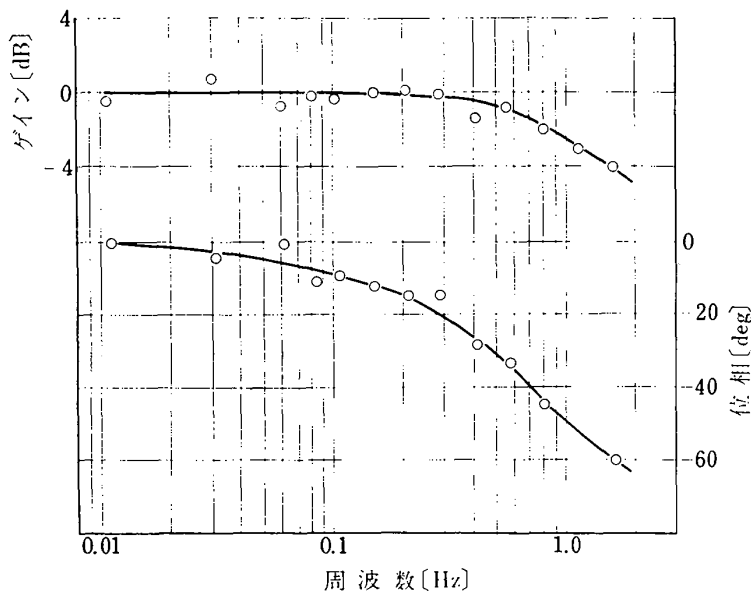


図 10 電気-油圧式燃料制御器周波数特性

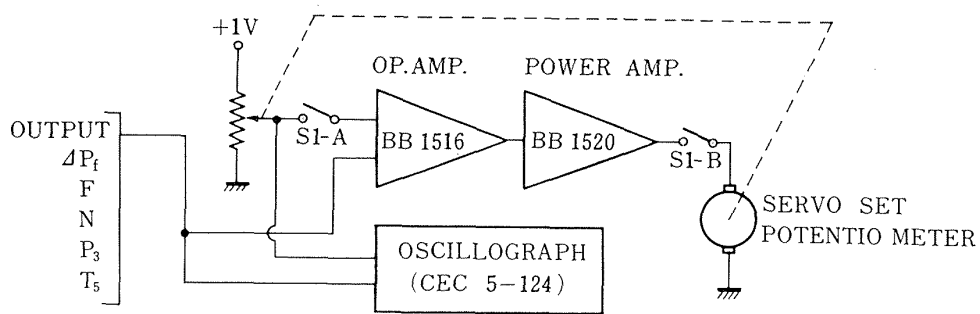


図 11 サーボセットポテンシオ回路図

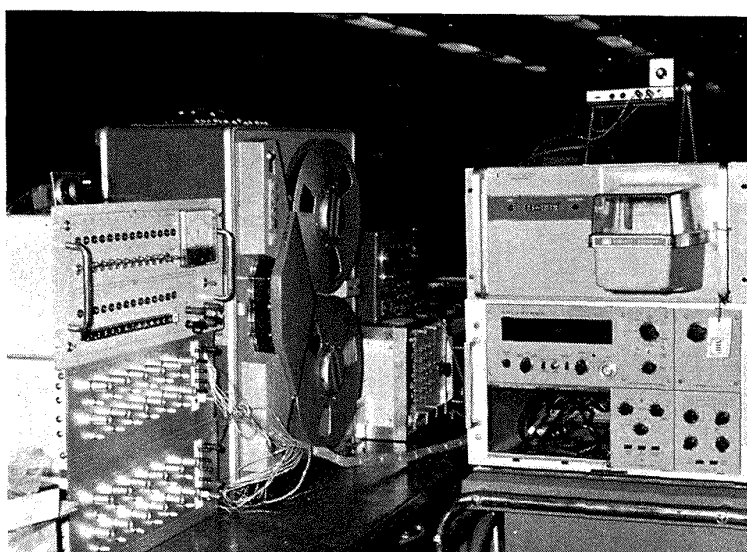


図 12 計測装置

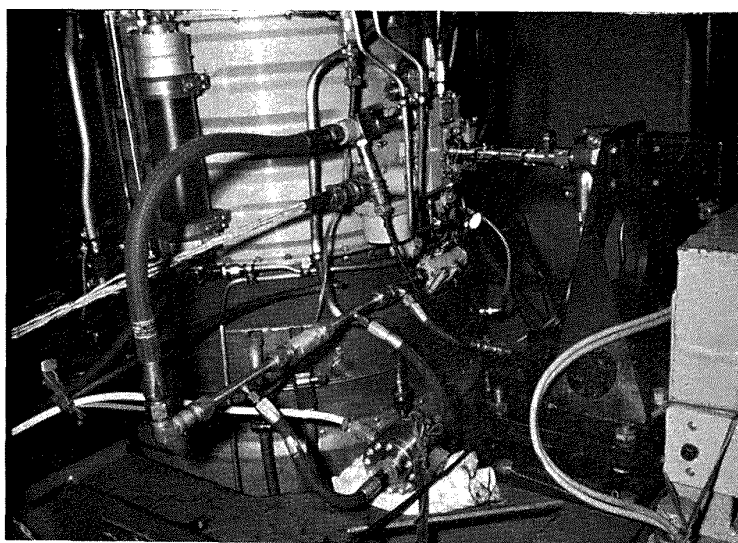


図 13 燃料制御器, 差圧流量計

ルス列を DA 変換して得ており、DA 変換器の応答性は時定数が約 0.044 秒（折点周波数 3.64 c/s）程度のものである。推力はストレンゲージを用いたロードセルで計測した。

過渡応答法、周波数応答法において、測定精度を向上させるためには、雑音信号の除去と信号の変化分のみの検出を行うことが良い。そのために折点周波数 15 c/s のローパスフィルタおよびサーボセットポテンシオを用いた。サーボセットポテンシオの回路を図 11 に示す。エンジンのある定常状態において S1-A, S1-B をセットすれば、オシログラフへの出力は自動的にゼロとなるようにサーボセットポテンシオが動作し、以後 S1-A, S1-B を切るとオシログラフには信号の変化分のみが記録される。これにより迅速な実験が可能となり、オシログラフの感度も上げることができるので高精度のデータを得ることができた。また、この時の絶対値はデジタルボルトメータとプリンタによりタイプアウトさせた。

不規則信号法においては、検出器出力は増幅器を経て、直接、データレコーダに記録して処理をした。測定精度向上のための方策はデータ処理の段階で行った。

エンジンの定常状態における各変数の精密な計測値は既設のデータロガー設備より得た。これは今回の計測値の較正值として使用した。

図 12 は計測機器の外観を示す。図 13 は実験装置の燃料制御器、差圧流量計の部分を示す。

5.2 過渡応答法

試験信号はエンジン回転数が表 4 に示す変化をするようにステップ状に加えた。しかし、エンジンの入力信号つまり燃料流量はステップ状には変化しえないので、通常の意味での過渡応答法は適用できない。ここでは、エンジンの伝達関数を適当な形で仮定して計算される入出力関係が、実際の入出力関係にきわめて近

表 4 過渡応答法試験信号

定常回転数	ステップ
9500 rpm	500 rpm
10000	
10500	
11000	
11500	
12000	
12500	

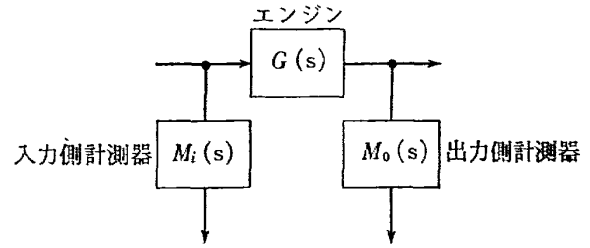


図 14 計測系ブロック図

い時、その伝達関数をエンジンの伝達関数とみなすという方法をとった。この計算のため、オシロペーパー上のデータはグラフィコン装置（曲線、グラフなどを数値テープに変換する装置）により数値テープとし、デジタル計算機で処理をした。

エンジンの諸変数の伝達関数は、回転数の関数であるとみなし、微小変動による線形化を行なうと一次おくれあるいは一次進みおくれ特性として表わせるので、測定対象および計測機器が構成する図 14 のような系を考えると、任意の入力信号に対する出力信号は近似的に計算することができる（付録 1）。したがって、計算出力と実際の出力との二乗偏差を誤差の評価量とし、測定対象を一次進みおくれ特性とした時に含まれるパラメータ（おくれ時定数、進み時定数、むだ時間）を操作量として、極値探索を行い、最小の二乗偏差を生ずるパラメータ値によって伝達関数を推定することができる。この場合、パラメータ駆動の試行論理が問題となるが、ここではオフライン処理をするということ、収束が確実であること、パラメータ数が少ないこと、およそのパラメータ値が知られていること、等から次の方法をとった。それは適当な数個のパラメータ値について二乗偏差を計算し、常にその中に最小値を含むようにパラメータの値巾をせばめていくという方法である。なお、操作パラメータは実際には一つである。なぜなら、エンジン回転数の応答は一次おくれ系であり、おくれ時定数のみを仮定すればよい、また、他の状態変数の応答は一次進みおくれ系であるが、そのおくれ時定数はエンジン回転数の応答から決定された値と一致するため進み時定数のみを仮定すればよい、むだ時間は不規則信号法などで正確に測定されるので、その値を用いることができるからである。

図 15 にデータ処理の流れ線図を示す。

5.3 周波数応答法

試験信号はエンジン回転数が表 5 に示す変化をするように正弦波状に加えた。データはオシロペーパーか

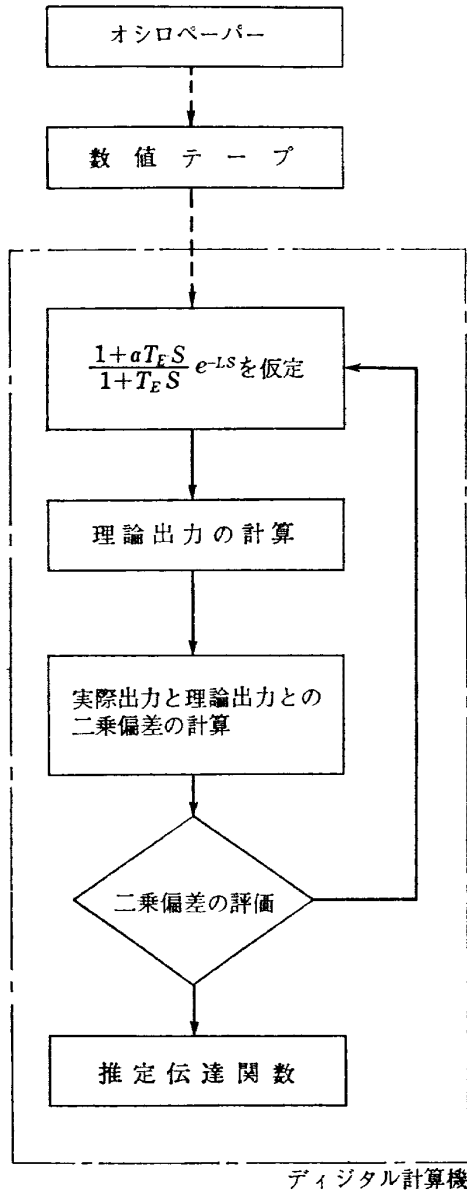


図 15 過渡応答法データ処理流れ線図

表 5 周波数応答法試験信号

定常回転数	振 幅	周 波 数		
rpm	rpm	0.01	0.20	2.26
9500	±200	0.03	0.28	3.24
10500		0.06	0.40	4.52
11500		0.08	0.56	6.40
12500		0.10	0.80	9.05
		0.12	1.13	12.80
		0.15	1.60 c/s	

ら振幅、位相をよみとり、周波数特性線図を得た。

5.4 不規則信号法

試験信号はエンジン回転数が表6に示す変化をするように不規則信号で加えた。この信号は二値雑音発生

表 6 不規則信号法試験信号

定常回転数	変 動 域
9500 rpm 10500 11500 12500	±100 rpm

表 7 不規則信号法定数

対 象	回転数、タービン出口温度	推力、圧縮機出口圧力
サンプリング周期: Δ	0.0395 s	0.0159 s
サンプリング点数: n	2048	2048
相関関数計算点数: m	256	256
周波数計算点数: k	5m	12m
周波数間隔: $1/k\Delta$	0.02 c/s	0.02 c/s
折りまげ周波数: $1/2\Delta$	13 c/s	48 c/s

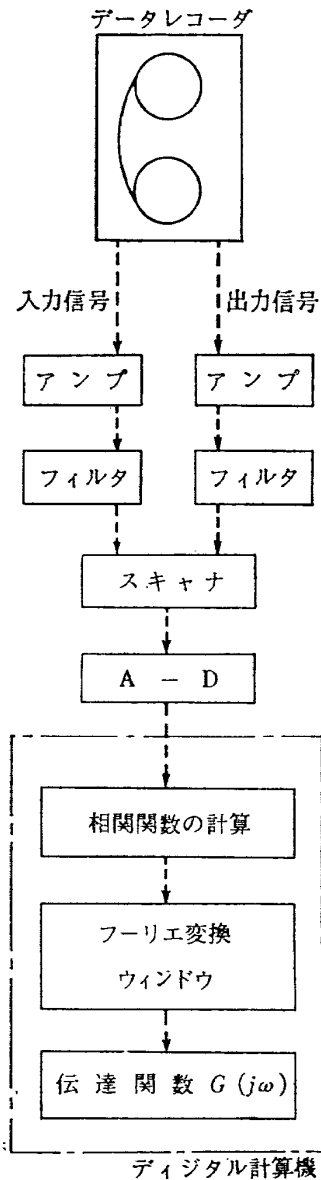


図 16 不規則信号法データ処理流れ線図

器とフィルターとを組合せて発生した、バンド幅 1kc の白色性不規則信号である。記録はデータレコーダ（周波数変調方式、帯域 0~5kc、14 チャンネル）で行ない、処理は AD 変換器を介してデジタル計算機で行なった。

自己相関関数、相互相関関数、信号の周波数スペクトル、系の周波数応答特性は付録 2 に示すように計算される。この計算において、一つの信号についての、サンプリング周期 Δ 、サンプリング数 n 、相関関数計算点数 m 、周波数計算点数 k は次のことを考察して決めた。 Δ, n, m, k について一般に次のことが言える。

- (i) n は大きいほど結果の統計的性質は向上するが、計算機の容量、計算時間から制限をうける。
- (ii) m は大きいほどウィンドウの帯域を狭くし周波数スペクトルのバイアスを小さくするが、分散は増大する。通常 $n/m \approx 10$ 程度とする。
- (iii) $1/k\Delta$ は計算される周波数の間隔であり、 $1/\Delta$ は最高周波数を示し、 $1/2\Delta$ が折り曲げ周波数となっているから、 Δ は対象のスペクトルの帯域、アリアス効果を考慮して決定しなければならない。

これらのことから、 Δ, n, m, k は表 7 に示すような値とした。図 16 にデータ処理の流れ線図を示す。

この手法は外部雑音の混入に影響されにくいのであるが、計算時間の短縮と結果の分散の抑止のために、雑音成分はできるだけ排除した方がよい。このため、データ処理の段階で 15c/s のフィルタを用いた。

6. 実験結果

図 17~図 20 に周波数応答法による結果を示す。これらの図はエンジンの定常回転数をパラメータとした燃料流量に対するエンジン回転数、推力、コンプレッサ出口圧力、タービン出口温度の周波数特性線図である。図中の点線は漸近線であり、おくれ時定数、進み時定数の算出の目安となる。なお、計測機器の応答特性の影響を除去するための補正を次のように行なった。ここで応答特性を問題にすべき計測器は、回転数計測のための DA 変換器と温度計測のための熱電対温度計である。DA 変換器の応答特性は実測により時定数 0.044 秒の一次おくれ系であることがわかった。図 17 はこれにもとずいた補正がなされている。一方、熱電対温度計の応答性は、その形状、材質、取り付け方法、被测流体の種類、流速などの影響を受けやすく、実測も困難である。しかし、(i) 熱電対温度

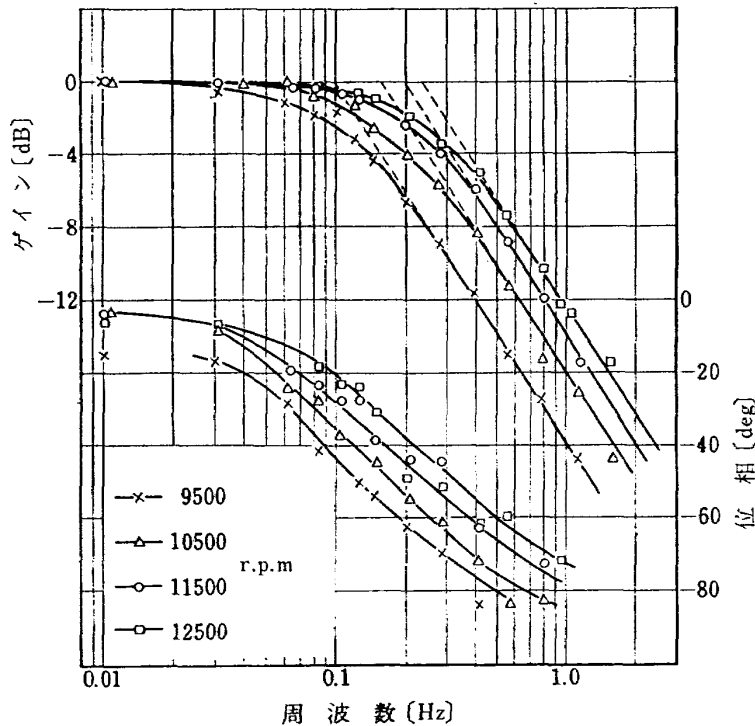


図 17 エンジン回転数の周波数特性
(周波数応答法による)

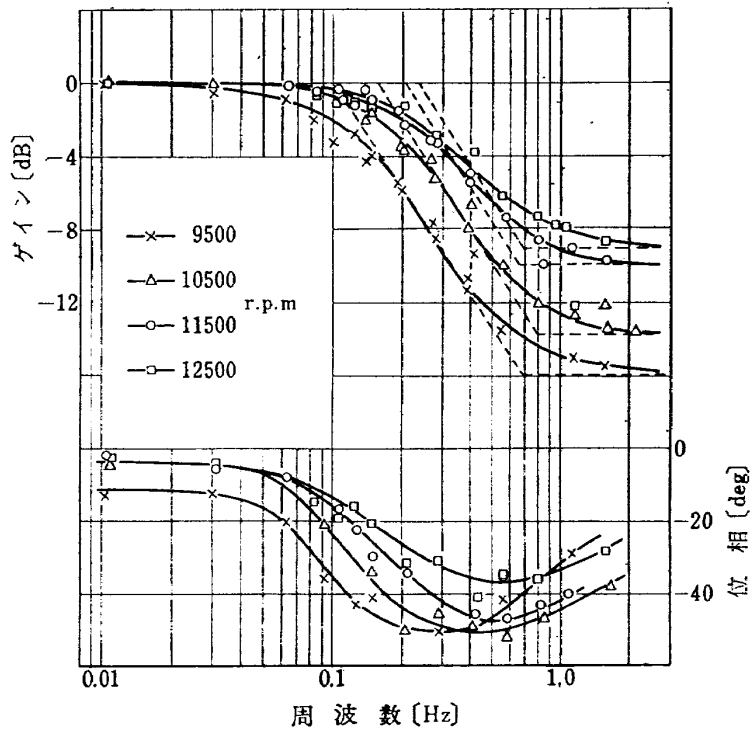


図 18 推力の周波数特性
(周波数応答法による)

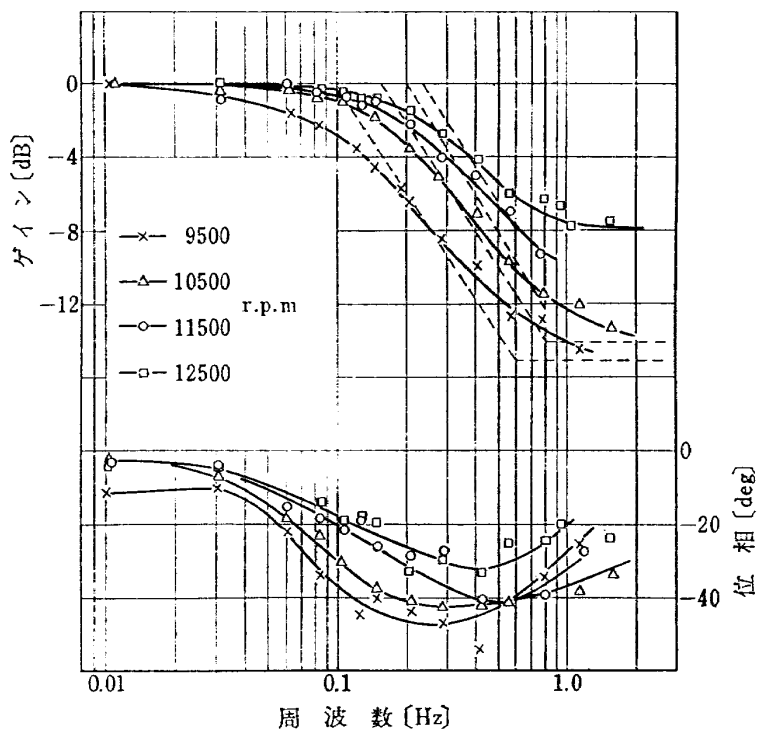


図 19 コンプレッサ出口圧力の周波数特性
(周波数応答法による)

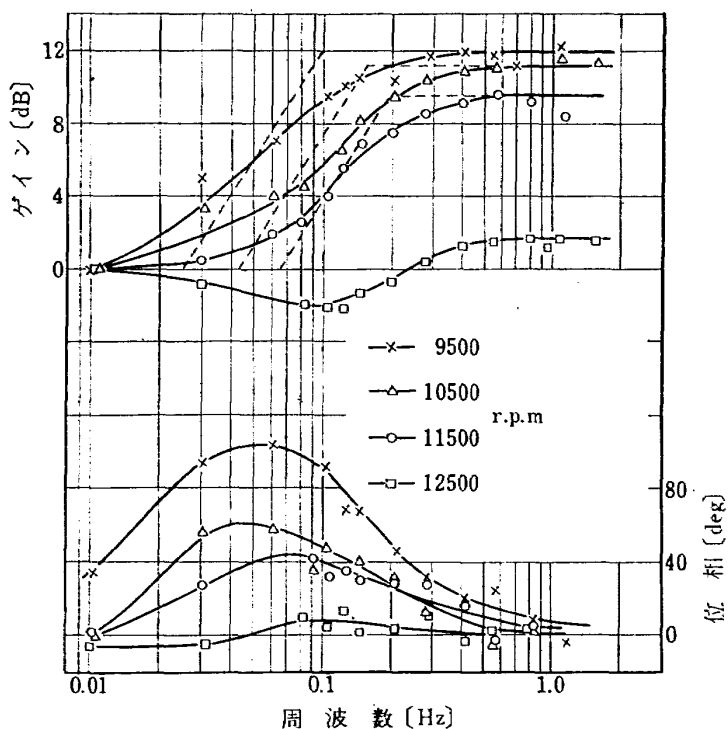
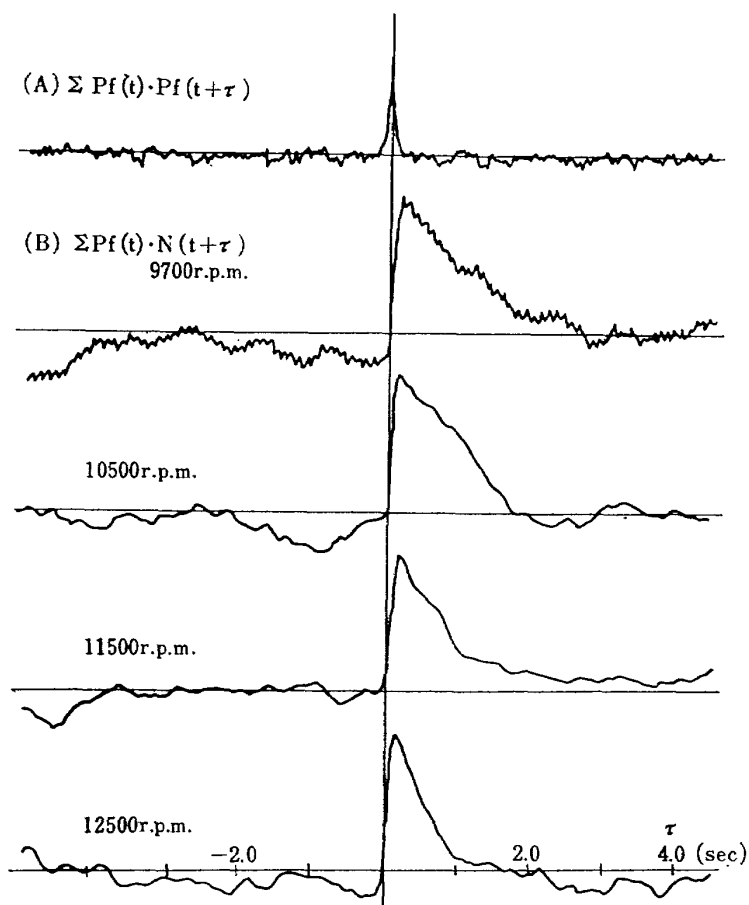


図 20 タービン出口温度の周波数特性
(周波数応答法による)



(A) 燃料流量自己相関関数
(B) 燃料流量エンジン回転数間の相互相関関数

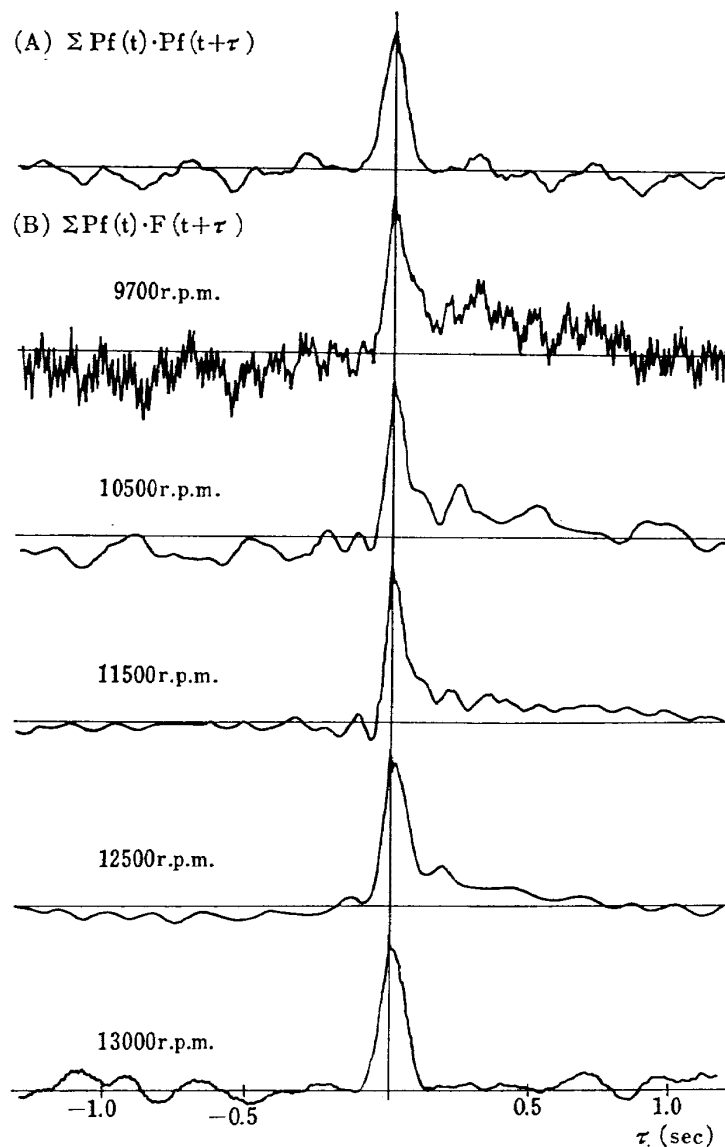
図 21

計の応答特性は一次おくれ系と仮定してもよく、(ii) 補正後の周波数特性は一次進みおくれ系の性質をもち、(iii) そのおくれ時定数は既知である。(他の状態変数のおくれ時定数と共通である)、ということから、最も妥当な結果を生ずるように温度計の時定数を決定して補正をするという方法がとれる。これによると、温度計の時定数はエンジン回転数 9500 rpm において 1.14 秒, 10500 rpm において 0.75 秒, 11500 rpm において 0.70 秒であった。図 20 はこのような方法による補正がなされている。

3. 章に述べたごとく、状態の微小な変化の範囲ではエンジン回転数は一次おくれ系となり、推力、コン

プレッサ出口圧力、タービン出口温度は一次進みおくれ系となるということが、これらの図から明らかである。特にゲイン特性は測定値のばらつきも少なく、端的にそれらの性質をあらわしている。一般に周波数応答法においてゲイン特性の精度は良く、位相特性の精度は悪くなるといわれている。

図 21~図 24 は不規則信号法における入力信号の自己相関関数, 入力-出力信号間の相互相関関数を示している。自己相関関数(図中(A))はエンジン回転数が 9700 rpm の時のものを示したが、他の回転数においてもほぼ同じである。また、計測機器の応答特性に対する補正はここではなされていない。



(A) 燃料流量自己相関関数
(B) 燃料流量-推力間の相互相関関数

図 22

これらの図はそのまま、(A) のようなインパルス入力に対する応答波形は (B) のようになることを示しており、時間領域における応答特性を知ることができる。また、自己相関関数のピークと相関関数のピークとの時間的ずれは、エンジン内部の現象伝播におけるむだ時間の存在を示している。計測機器の応答特性(この場合は計測器のむだ時間)の影響の小さい図 22, 図 23 から推測すると、推力およびコンプレッサ出口圧力の応答は 0.01 秒程度のむだ時間をもつものと思われる。

図 25~図 28 は不規則信号法による周波数特性線図である。周波数応答法による結果との比較を容易にするために、同じスケールで表わしてある。図中の細線は漸近線であり、おくれ時定数進み時定数の算出の目やすになる。図 25, 図 28 において、周波数応答法における計測機器のための補正と同等の補正がなされている。なお、計算結果にばらつきの多い 2, 3 のデータは省略した。これらはエンジン定常回転数が低いときのもので、この領域においては計測値の SN が悪くなるため、統計的性質が劣化したものと思われる。

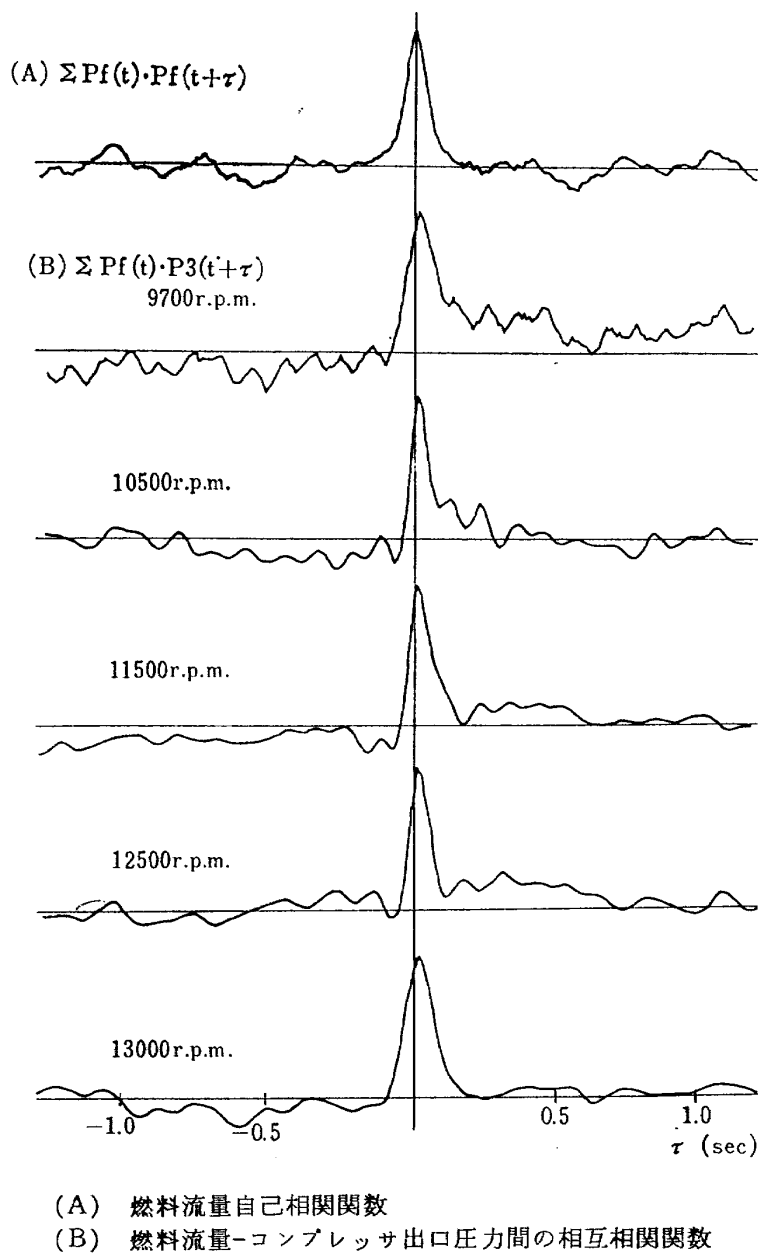
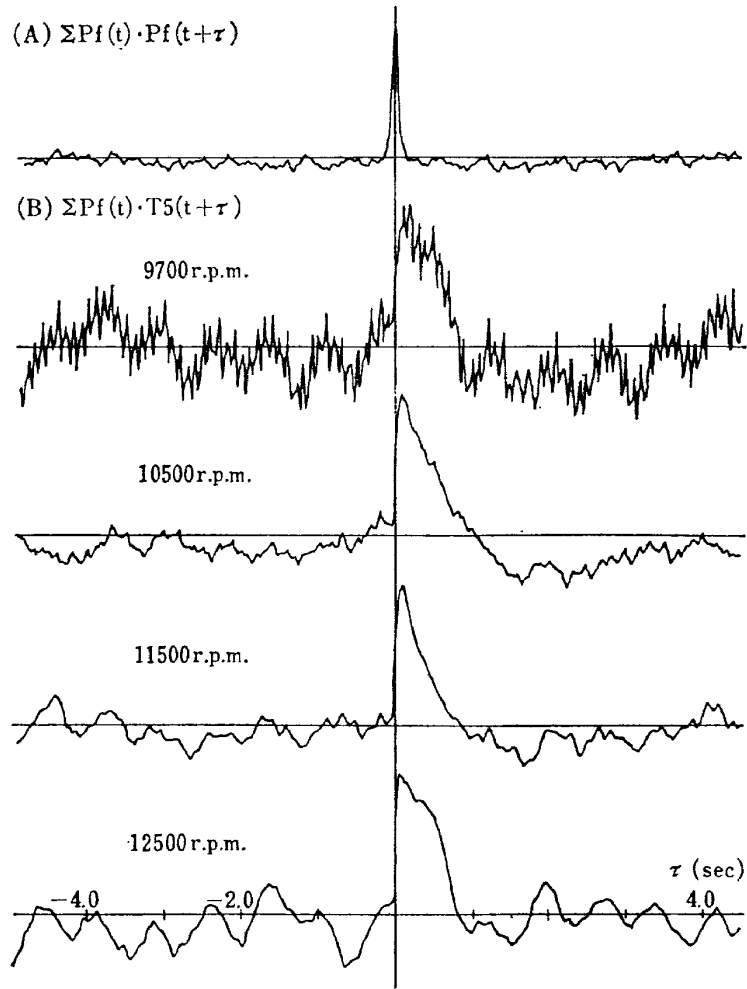


図 23



(A) 燃料流量自己相関関数
(B) 燃料流量-タービン出口温度間の相互相関関数

図 24

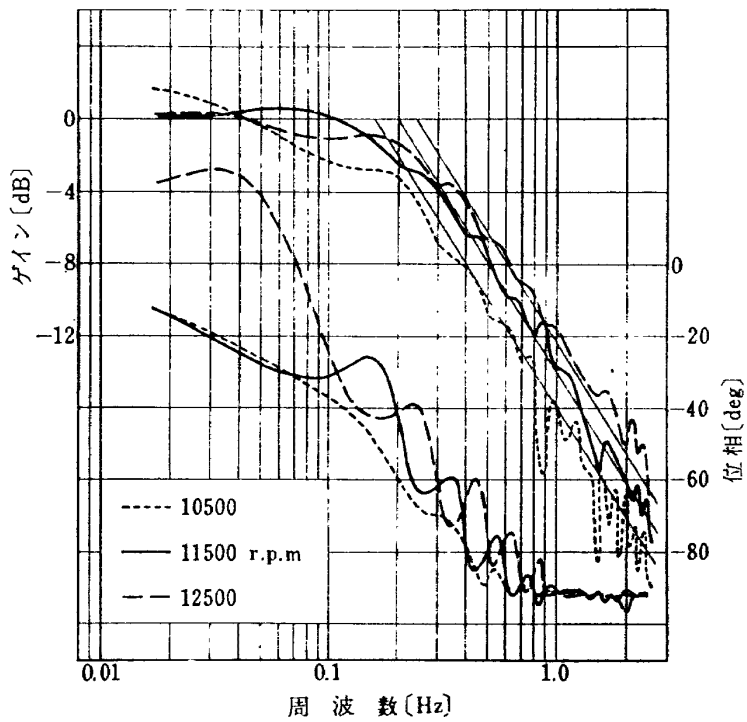


図 25 エンジン回転数の周波数特性
(不規則信号法による)

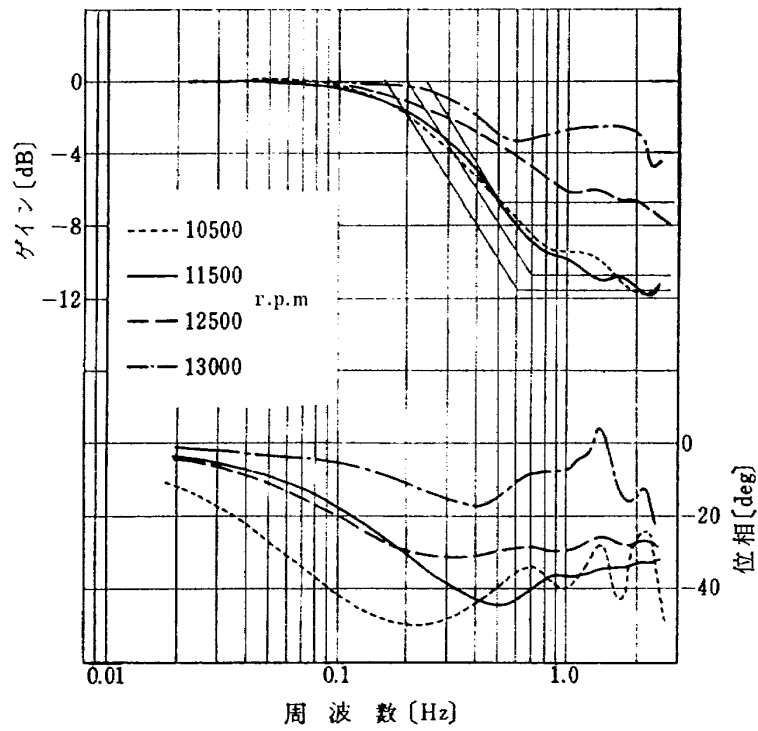


図 26 推力の周波数特性
(不規則信号法による)

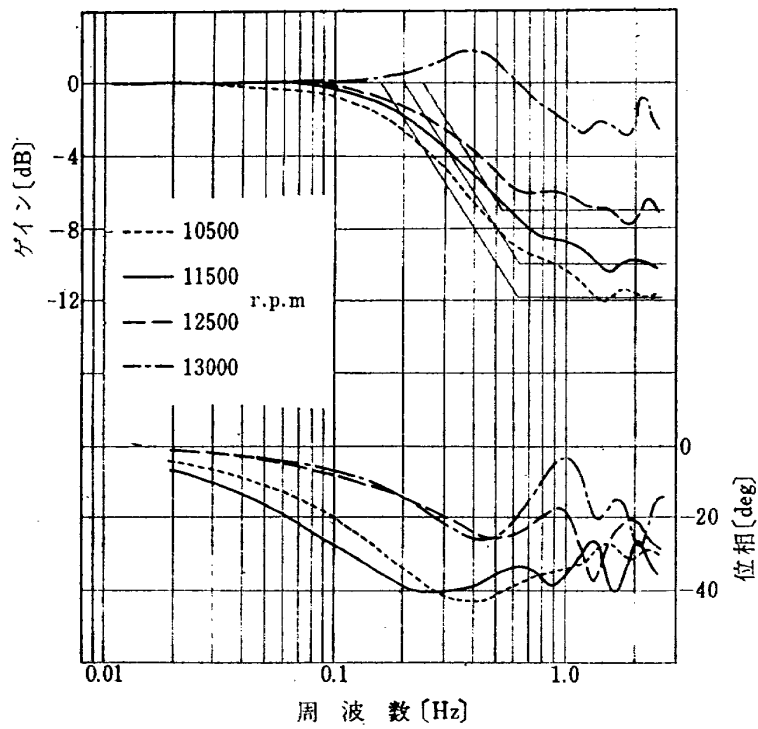


図 27 コンプレッサ出口圧力の周波数特性
(不規則信号法による)

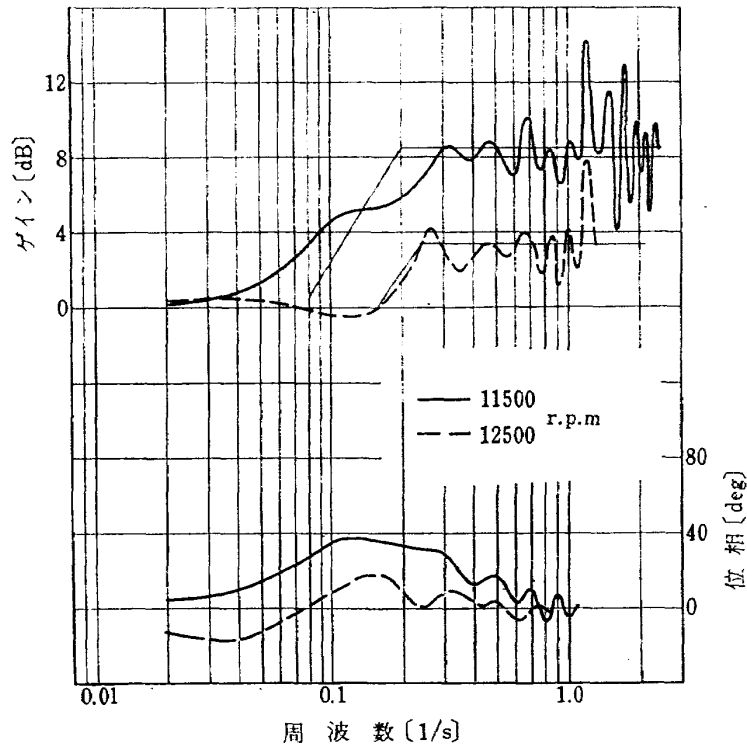


図 28 タービン出口温度の周波数特性
(不規則信号法による)

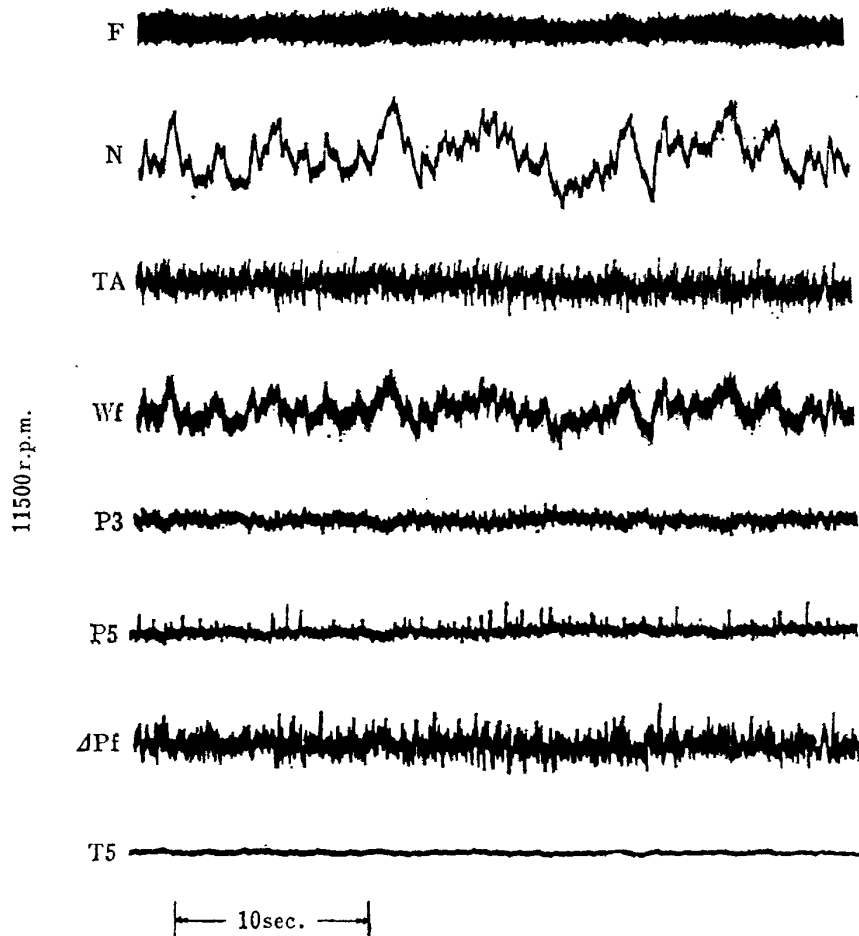


図 29 不規則信号法データ例

図 29 は不規則信号法のデータの一例である。図 30 は入力信号として用いた試験信号（燃料制御器出口における燃料流量）の周波数スペクトルである。

図 31～図 36 は過渡応答法による結果である（ただし、タービン入口温度の測定はエンジンに損傷を与える危険があるので、図 33 に実験値はない）。各状態変数の応答における時定数 (T_E)、あるいは時定数比 (a, b, c, d) とエンジン定常回転数との関係を示している。ここで定常回転数は、回転数の変化の midpoint と

した。データ処理における計測機器に対する補正は前記と同等に行なった。入力信号が加速ステップの場合と、減速ステップの場合とは区別して記し、あわせて周波数応答法、不規則信号法から得られた結果も記した。

図 31 はデータのばらつきも少なく、加速ステップ、減速ステップについての差異もはっきりしているが、図 32, 34, 35 はデータがばらつき、おおよその傾向を知る程度である。これはエンジン回転数の伝達関

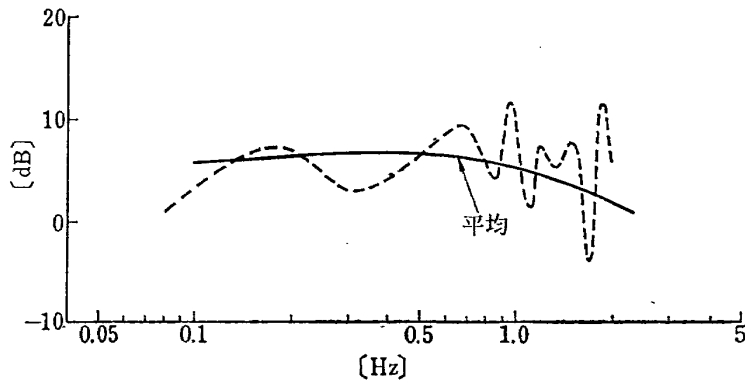


図 30 試験信号の周波数スペクトル

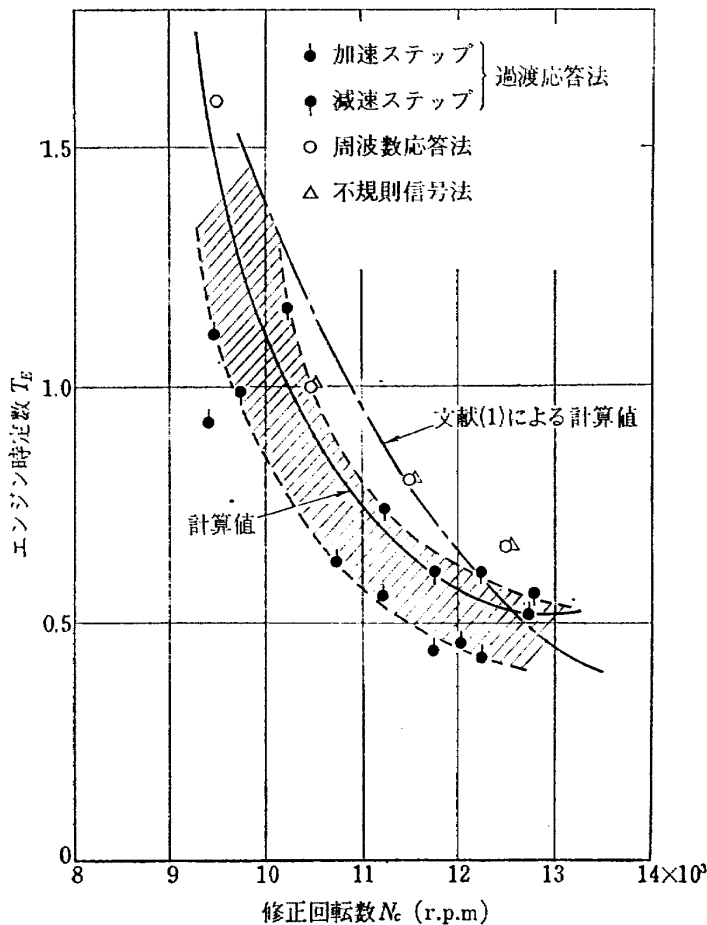


図 31 エンジン時定数

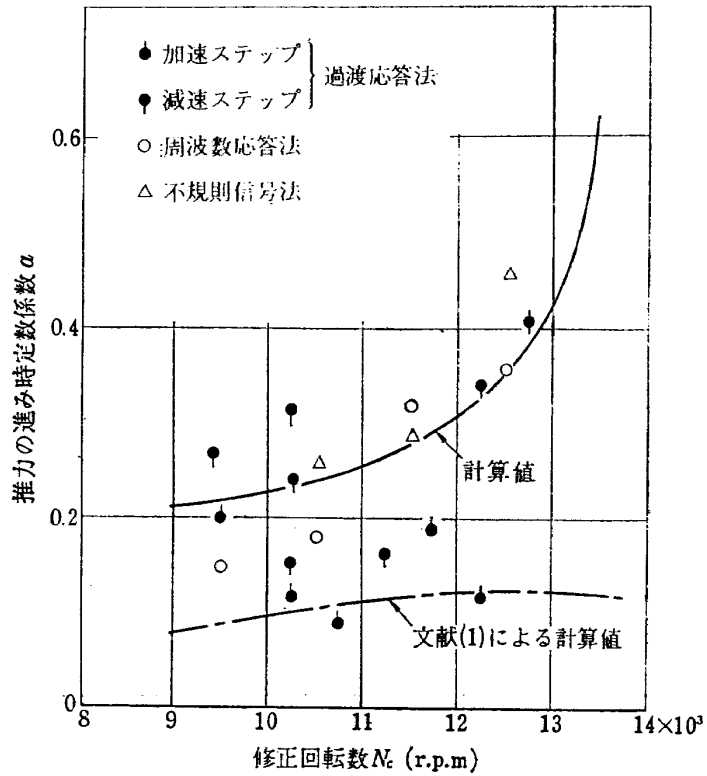


図 32 推力の伝達関数

$$K_F \frac{1+aT_{ES}}{1+T_{ES}}$$

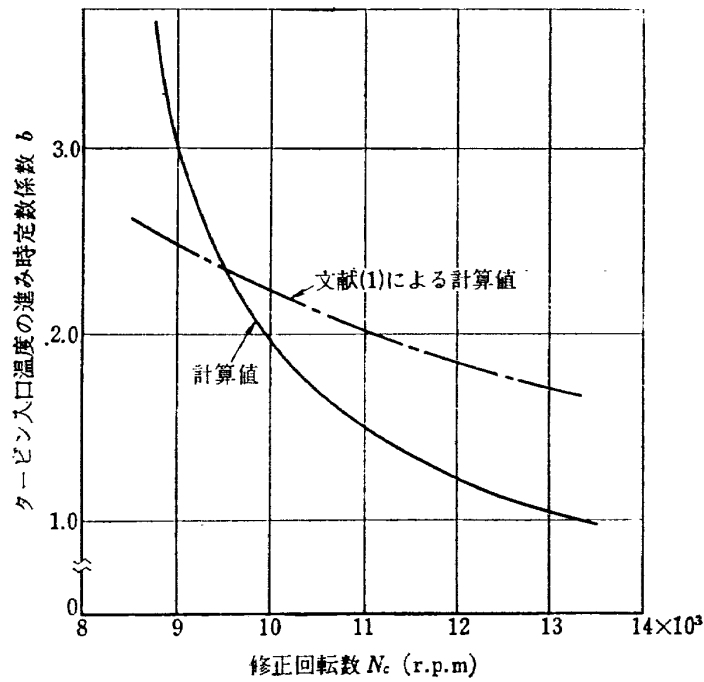


図 33 タービン入口温度の伝達関数

$$K_{T4} \frac{1+bT_{ES}}{1+T_{ES}}$$

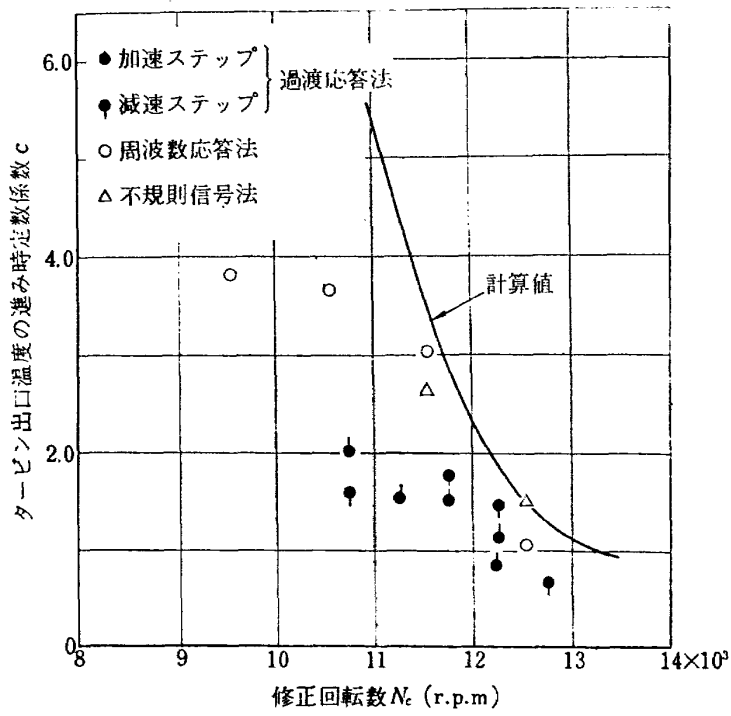


図 34 タービン出口温度の伝達関数

$$K_{Tb} \frac{1+cT_{ES}}{1+T_{ES}}$$

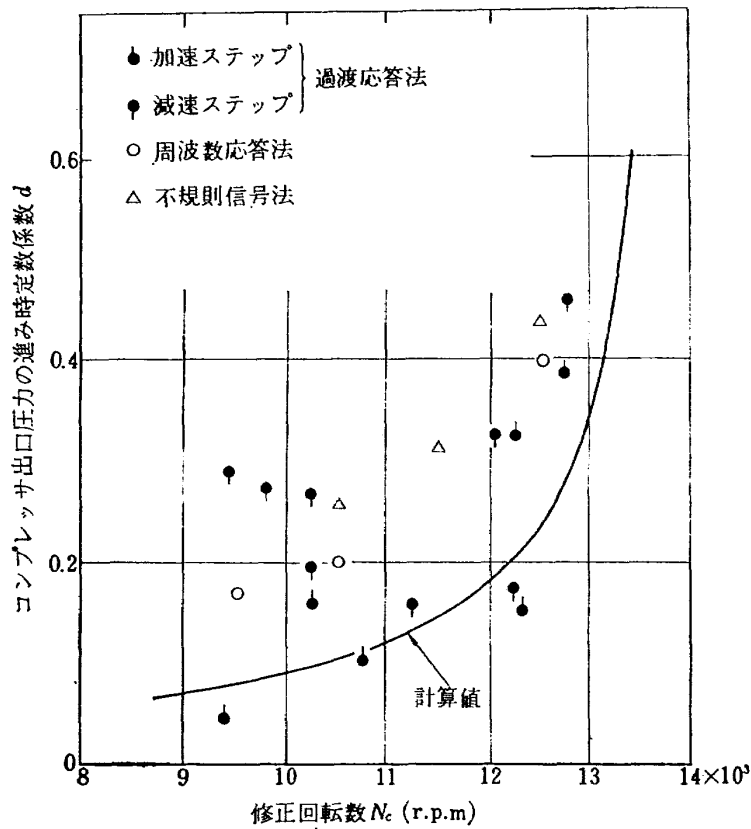


図 35 コンプレッサ出口圧力の伝達関数

$$K_T \frac{1+dT_{ES}}{1+T_{ES}}$$

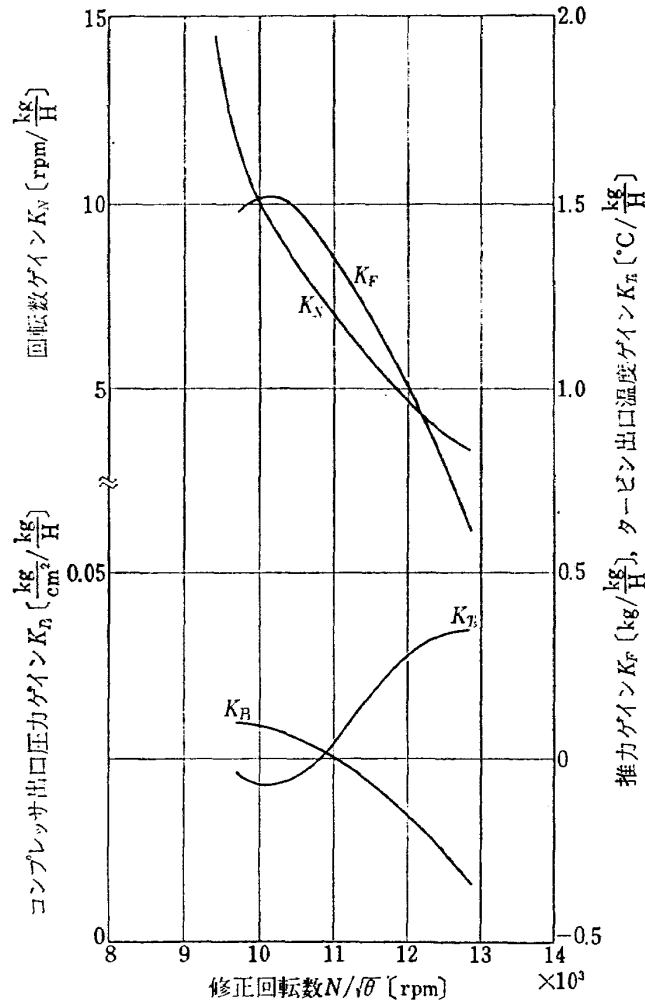


図 36 エンジンゲイン

数が一次おくれ系であるのに対して、他のものは一次進みおくれ系であることによる。一般に数値計算において、進み要素をもつ系は、その影響度が大きいほど、計算結果のばらつきは増す。

7. ま と め

先の実験結果と 4. 章の計算結果とを比較したものを図 31～図 35 に示す。図中の実線は計算結果をあらわしている。

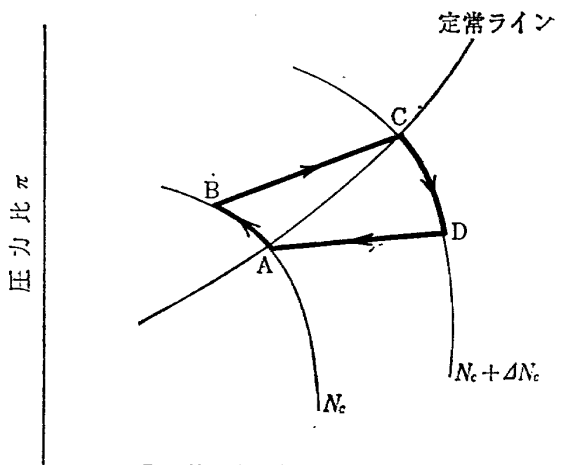
(1) エンジン回転数の伝達関数

図 31 において、エンジンの時定数は、周波数応答法と不規則信号法で求めた値はよく一致する。過渡応答法で求めた値は低めにでる。また、過渡応答法により求めた値も、加速と減速では著しい差がある。計算値は、周波数応答法、不規則信号法より求めた値と、過渡応答法で求めた値(斜線で示した範囲)の中間の値となる。この理由は現在までに得られたデータでは、明らかにすることはできないが、計算において仮

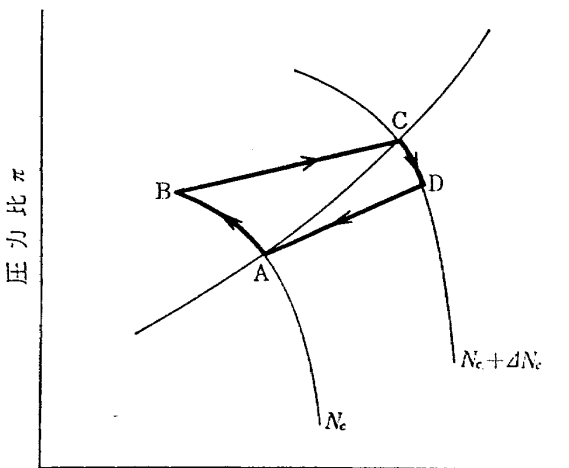
定としてあげた 4. 章の (2) 影響があるものと思われる。

つぎに過渡応答法において、加速時と減速時との時定数が異なる理由について考察する。いまステップ状に燃料が変化したとすると、そのコンプレッサマップ上の作動点の経路は、図 37 (a) および (b) の 2 とおりが考えられる。図 37(a) のように加速時に ABC の経路をとり、減速時に CDA の経路をとるとすると、BC 経路の方が DA 経路よりも回転数の変化に対するコンプレッサ仕事の増加率すなわち余剰トルクの減少率 ((3.6) 式の T_E の式における $(\partial Q/\partial N_c)_{w_{sc}}$) が大きいので時定数が短くなる。一方、加速減速の経路が図 37(b) に示すようであればこの逆の結果となる。D 点と B 点の相対的位置関係は計算で簡単に求めることはできないが、図 31 の実験値から判断すると図 37 (a) に示した経路をとるものと考えられる。

また不規則信号法により得たデータ(図 21～図 24)より、燃料噴射後エンジン回転数が上昇するまでに約



(a) 空気流量 W_{ac}



(b) 空気流量 W_{ac}

図 37 減加速時の経路

0.01 秒のむだ時間が存在することがわかった。これは燃料系配管によるおくれと燃焼関係のおくれの合計と考えられる。したがって、エンジン回転数に対する伝達関数は次の式であらわされる。

$$K_E \frac{e^{-0.01S}}{1 + T_E S}$$

ただし K_E : 回転数のゲイン

T_E : エンジン時定数

(2) 推力の伝達関数

推力の伝達関数を図 32 に示す。伝達関数の定数 a は進み成分をあらわし、燃料のステップ状の変化に対する、ガス温度、空気流量、圧力の変化量によってその値がきまる。実験値と計算値を比較すると計算による値が全般的にやや大きく出ているが傾向としては一致している。その相違は、過渡状態におけるエンジン諸要素の特性変化によるものと思われる。

推力のむだ時間は図 22 より 0.01 秒が得られる。

したがって、推力の伝達関数は次の式であらわされる。

$$K_F \frac{1 + aT_E S}{1 + T_E S} \cdot e^{-0.01S}$$

ただし K_F : 推力のゲイン

図 32 において a の値について減速ステップと加速ステップとを比較すると、一般に加速ステップの方が低い値を示す。これは図 37 の回転数一定とした時の空気流量と圧力比の関係を示す曲線の勾配が、定常点を境にして変わっていることが原因の一つと考えられる(付録 3)。

(3) タービン入口温度の伝達関数

タービン入口温度については、実験値がないので計算値のみを示すが、図 33 において、進み成分 b は回転数の低い領域では 1 以上で、回転数が高くなると 1 に近づく、 b が 1 以上であることは、ステップ状に燃料を入れた時、オーバーシュートを生じることを意味する。

(4) タービン出口温度の伝達関数

タービン出口温度の伝達関数における進み成分は図 34 に示す値が得られた。タービン入口ガス温度と同様に低い回転数領域において、きわめて大きいオーバーシュートを生じ、高い回転数領域ではそれが無い。オーバーシュートの量が大きい値を示すということは、燃料をステップ状に入れた場合、温度のジャンプ量が有限であるということから逆に、定常点の温度がステップ状に燃料が入る前と後では、あまり変りないことを意味する。このことは図 38 の JR 100H の静特性においてタービン出口温度が低回転数領域において殆んど変化してないというデータとも一致する。

タービン入口温度と出口温度のオーバーシュート量の関係は、エンジン制御における温度検出器を考える場合、考慮する必要がある。

タービン出口温度の伝達関数は次の形であらわされる。

$$K_{Tb} \frac{1 + cT_E S}{1 + T_E S} e^{-0.01S}$$

(5) 実験方法について

まず、過渡応答法は比較的簡便な手法であると言える。雑音の除去、信号の変化分のみを検出を行なうために計測時における煩雑さはあるが、実験時間も比較的短かくてよく、結果の整理も容易である。しかし、結果にばらつきが多く(特に進み要素をもつ系に)、精度は期待できず、おおよその動特性を知る程度にとどまる。

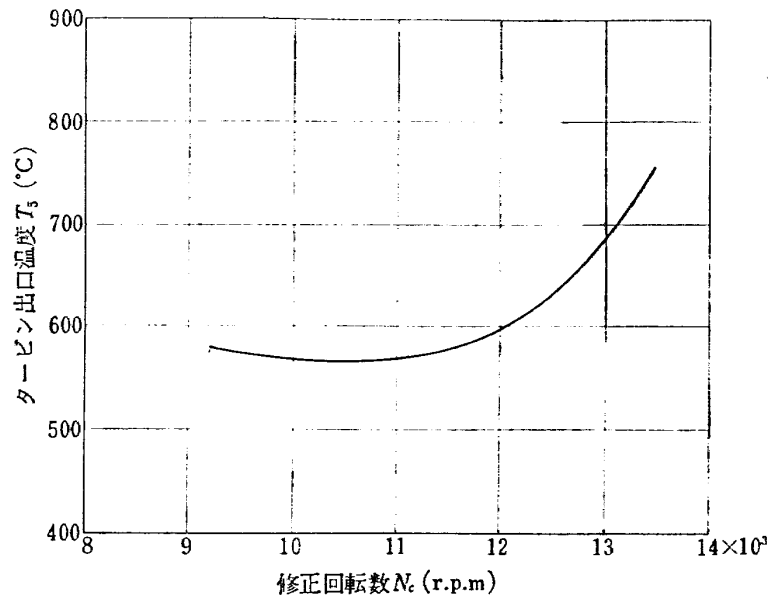


図 38 タービン出口温度

周波数応答法は実験および結果の整理に労力を要し容易な手法とは言えない。計測時における煩雑さは過渡応答法の場合と同程度であるが、きわめて長い実験時間を要し、時にはエンジンに損傷を与え、多少の危険を伴うことでもある。しかし、結果の信頼性は高く、周波数領域における特性を直接得られるという特色がある。

不規則信号法は高価な計測機器およびデータ処理器を必要とするが、上に述べたような欠点の少ない有利な手法である。つまり、実験時間は極めて短かくてよく、計測も容易で、結果も時間領域（インパルス応答特性、むだ時間）および周波数領域にわたってよい精度で得られる。また、短い実験時間はエンジンの厳しい動作領域における試験をも可能にしている。

最近の種々の計測機器、データ処理器の進歩は著しく、計測あるいはデータ処理における人の労力を軽減しており、この面における比較検討はあまり意味が無い。例えば、周波数応答法においてはサーボアナライザ、不規則信号法においては実時間相関器、スペクトルアナライザ等を用いるならば、実時間で対象の動特性を知ることができる。しかし、計測、データ処理をこのように自動化しても、実験の難易、結果の性質についての上記述べたような長所欠点はなお存在する。このように考えると、ジェットエンジンの動特性試験法としては、不規則信号法が好ましい方法であると思われる。

8. むすび

実験にあたって、原動機部性能研究室、鳥崎忠雄室

長の指導を受け、また同研究室各位の協力をいただいた。またエンジンの運転その他につき石川島播磨重工業株式会社田無工場の協力を得た。

文 献

- 1) "Analysis of Effect of Variations in Primary Variables on Time Constant and Turbine Inlet Temperature Overshoot of Turbojet Engine" Heidmann, Marcus. F. NACA TN 2182
- 2) "Evaluation of Three Methods for Determining Dynamic Characteristics of A Turbojet Engine" Gene J. Delio NACA TN 2634
- 3) "X-J 3 の動特性試験について" 浜谷 博, 第 730 回航空原動機講演会前刷 1965.2.25
- 4) "不規則信号論と動特性推定" 宮川ほか, コロナ社, 1969

付 録 1

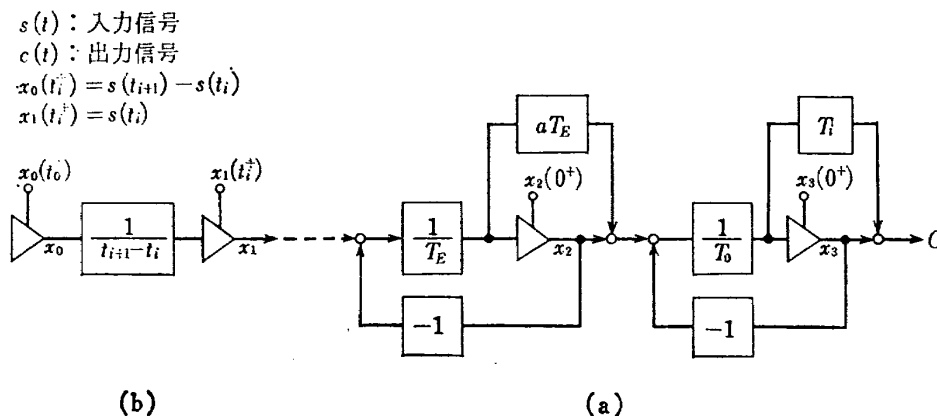
図 12 から、計測機器も含めた系の伝達関数 $F(S)$ は

$$F(S) = G(S) \cdot M_0(S) \cdot M_i^{-1}(S)$$

とあらわすことができる。ここで、エンジン伝達関数 $G(S)$ は一次おくれ進み特性、計測機器は一次おくれ特性とみなすと、

$$F(S) = \frac{1 + aT_E S}{1 + T_E S} \cdot \frac{1 + T_i S}{1 + T_0 S} \quad (A.1)$$

となる。この系の状態変数線図は付図 1(a) のようになる。また、任意の入力信号を $t = t_i (i=0, 1, 2, \dots, n)$ なる時点でのサンプル値で折線近似する場合、その状



付 図 1

状態変数線図は $t_i \leq t \leq t_{i+1} (i=0, 1, 2 \dots n)$ において、付図 1 (b) のようにあらわすことができるから、この両者を結合して、任意入力に対する系の応答出力は次のように計算される。

$$x = (x_0, x_1, x_2, x_3)' \quad (A.2)$$

とおけば、状態変数線図から $t_i \leq t \leq t_{i+1}$ において

$$\dot{x} = Ax \quad (A.3)$$

$$c = Bx \quad (A.4)$$

ただし

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{P} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_E} & -\frac{1}{T_E} & 0 \\ 0 & \frac{a}{T_0} & \frac{1-a}{T_0} & -\frac{1}{T_0} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{T_i}{T_0} \\ \frac{(1-a)T_i}{T_0} \\ 1 - \frac{T_i}{T_0} \end{pmatrix}$$

$$P = t_{i+1} - t_i \quad (A.5)$$

(A.3), (A.5) により遷移行列は

$$\Phi(\lambda) = \mathcal{L}^{-1}[IS - A]^{-1} = [\phi_{ij}] \quad (A.6)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \phi_{21} & 1 & 0 & 0 \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} & 0 \\ \phi_{41} & \phi_{42} & \phi_{43} & \phi_{44} \end{pmatrix}$$

ただし

$$\phi_{21} = \lambda/P$$

$$\phi_{33} = e^{-\lambda/T_E}, \quad \phi_{32} = 1 - \phi_{33}, \quad \phi_{31} = \phi_{21} - \frac{T_E}{P} \phi_{32}$$

$$\phi_{44} = e^{-\lambda/T_E}$$

$$\phi_{43} = \begin{cases} \frac{(1-a)T_E}{T_E - T_0} (\phi_{33} - \phi_{44}) & T_E \neq T_0 \\ \frac{(1-a)}{T_E} \cdot \phi_{33} \cdot \lambda & T_E = T_0 \end{cases}$$

$$\phi_{42} = 1 - \phi_{43} - \phi_{44}$$

$$\phi_{41} = \phi_{21} + \frac{aT_E - T_E - T_0}{P} \phi_{42} + \frac{aT_E - T_0}{P} \phi_{43} \quad (A.7)$$

したがって、 $t_i \leq t \leq t_{i+1}$ において

$$x(t) = \Phi(t - t_i) x(t_i^+) \quad (A.8)$$

$$x(t_i^+) = \begin{pmatrix} s(t_{i+1}) - s(t_i) \\ s(t_i) \\ x_2(t_i) \\ x_3(t_i) \end{pmatrix} \quad (A.9)$$

と表わすことができる。ここで $x(t_i^+)$ は時刻 t_i における各積分器の初期値である。

(A.8), (A.9) 式は繰り返し方程式であるので、入力信号 $s(t_i) (i=0, 1, 2 \dots n)$ を与えれば、任意の時刻における状態ベクトル $x(t)$ は定まり、(A.4) 式により、出力信号 $c(t)$ は計算される。

付 録 2

有限長の離散値データにもとづく相関関数の推定値 $\hat{\phi}(m\Delta)$ 、周波数スペクトルの推定値 $\hat{\phi}(2\pi k j / K\Delta)$ 、系の周波数特性の推定値 $\hat{G}(2\pi k j / K\Delta)$ は次式で計算される。

$$\hat{\phi}_{ss}(m\Delta) = \frac{1}{N\Delta} \sum_{n=0}^{N-1} S(\overline{n-m\Delta}) \cdot S(n\Delta) \quad (B.1)$$

$$\hat{\phi}_{sc}(m\Delta) = \frac{1}{N\Delta} \sum_{n=0}^{N-1} S(\overline{n-m\Delta}) \cdot C(n\Delta) \quad (B.2)$$

$$\hat{\phi}_{ss}\left(\frac{2\pi k}{K\Delta}\cdot j\right)=\frac{1}{2\pi}\sum_{k'=0}^{K-1}\left\{D(\overline{k-k'}\cdot\frac{2\pi j}{K\Delta})\right. \\ \left.\times\sum_{m=0}^{K-1}\hat{\phi}_{ss}(m\Delta)e^{-\frac{2\pi mk}{K}i}\right\} \quad (B.3)$$

$$\hat{\phi}_{sc}\left(\frac{2\pi k}{K\Delta}\cdot j\right)=\frac{1}{2\pi}\sum_{k'=0}^{K-1}\left\{D(\overline{k-k'}\cdot\frac{2\pi j}{K\Delta})\right. \\ \left.\times\sum_{m=0}^{K-1}\hat{\phi}_{sc}(m\Delta)e^{-\frac{2\pi mk}{K}j}\right\} \quad (B.4)$$

$$\hat{G}\left(\frac{2\pi k}{K\Delta}\cdot j\right)=\hat{\phi}_{sc}\left(\frac{2\pi k}{K\Delta}j\right)/\hat{\phi}_{ss}\left(\frac{2\pi k}{K\Delta}\cdot j\right) \quad (B.5)$$

ただし Δ : サンプル周期, N : 原信号のサンプリング数, M : 相関関数の計算点数, K : 周波数の計算点数, $n=0,1,2,\dots,N-1$, $m=0,1,2,\dots,M-1$, $k=0,1,2,\dots,K-1$, $k'=0,1,2,\dots,K-1$, j : 虚数単位。ここで $m\Delta, n\Delta$ は時刻を, $2\pi k/K\Delta$ は周波数を示すことになる。

(B.3), (B.4) 式における後半の項を

$$\varphi_F(k)=\sum_{m=0}^{K-1}\hat{\phi}(m\Delta)e^{-\frac{2\pi mk}{K}j} \quad (B.6)$$

とおけば, $\phi_F(k)$ は $\hat{\phi}(m\Delta)$ の有限フーリエ変換である。この計算は FFT (高速フーリエ変換法) などのプログラム法を用いると, デジタル計算機で迅速に計算される。また, $\varphi(m\Delta)$ は $0\leq m\leq M-1$ で定義される関数であるので, (B.6) 式の計算は通常は $K=M$ で行う。しかし, 一般に相関関数は $m\geq M$ において $\hat{\phi}(m\Delta)\sim 0$ とみなしてよい場合が多く, このような時 $\hat{\phi}(M\Delta), \hat{\phi}(M+1\Delta), \hat{\phi}(M+2\Delta), \dots, \hat{\phi}(K\Delta)=0$ として, $K>M$ の場合にも (B.6) 式を適用してもよい。 K の値は計算される $\varphi_F(k)$ のきざみ, つまり周波数間隔を決定するので, $K>M$ としなければならない場合もある。

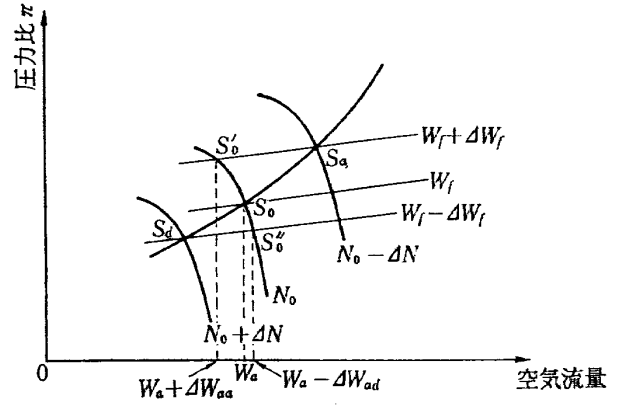
(B.3), (B.4) における $D(\overline{k-k'}\cdot 2\pi i/K\Delta)$ はウィンドーである。その種類も多いが, ここでは次式で表わせる赤池のウィンドーを用いた。

$$D\left(\overline{k-k'}\cdot\frac{2\pi}{M\Delta}\cdot j\right)=\begin{cases} 0.64 & |k-k'|=0 \\ 0.24 & |k-k'|=1 \\ -0.06 & |k-k'|=2 \\ 0 & |k-k'|=3, 4, \dots, K-1 \end{cases}$$

付録 3

推力の進み成分 a とコンプレッサマップ上 N_c -一定線の勾配との関係について

記号を次のように定める。 W_g : ノズルにおけるガ



付図 2

ス流量, W_a : 空気流量, W_f : 燃料流量, π : コンプレッサ圧力比, F : 推力, T_b : タービン出口温度, V_j : ノズルにおける流速, T_0 : 外気温度, K_F : 推力のゲイン, ΔW_a : 空気流量の変化, ΔF° : N 一定の線に沿って $t=0$ に起こる推力の変化, ΔF : 推力の変化, ΔW_f : 燃料の変化。

推力の進み成分 a がコンプレッサマップ上 N 一定の線の勾配とどのような関係にあるかを調べるために, ごくおおまかな考察を行なってみる。

いま付図 2 に示すようにエンジン回転数 N_0 , 空気流量 W_a の定常点で作動していたものが $t=0$ において加えられたステップ状の燃料流量の変化 ΔW_f のために, 加速時には S_0, S_0', S_a の経路を, 減速時には S_0, S_0'', S_a の経路をたどって新しい定常回転数 $N_0 + \Delta N$, または $N_0 - \Delta N$ でおちつくものとする。 $t=0$ において N 一定の線上で起こる W_a の変化のうち加速時のそれを ΔW_{aa} , 減速時のそれを ΔW_{ad} とする。

推力 F は, ノズルがチョークしていなければ

$$F = \frac{1}{g} W_g V_j \doteq K (W_a + W_f) \sqrt{T_b - T_0} \quad (C.1)$$

で計算される。

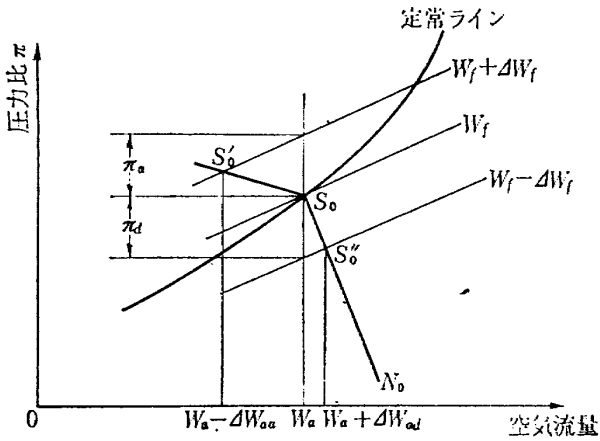
$t=0$ において加えられた ΔW_f によって W_a, W_f, T_b, F に起こる変化量をそれぞれ $\Delta W_a, \Delta W_f, \Delta T_b, \Delta F$ とする。本文 (3.16) 式から $t=0$ において T_b におこる変化 $\Delta T_b (= \Delta(T_b - T_0))$ は

$$\Delta(T_b - T_0) = CK_{T_b} \Delta W_f \quad (C.2)$$

これらの変化量を (C.1) 式に代入して $t=0$ における F の変化 ΔF° を求めると

$$\Delta F^\circ \doteq +K \left(\frac{CK_{T_b} W_g}{2\sqrt{T_b - T_0}} + \sqrt{T_b - T_0} \right) \Delta W_f \\ - K \sqrt{T_b - T_0} \Delta W_a \quad (C.3)$$

いっぽう ΔW_f によって起こる F の最終的变化は



付 図 3

$$|\Delta F| = K_F \Delta W_f \quad (C.4)$$

だから、推力の進み成分 (a) は (C.3), (C.4) 式より

$$a \doteq \frac{K}{K_F} \left(\frac{CK_{T_5} W_f}{2\sqrt{T_5 - T_0}} + \sqrt{T_5 - T_0} \right) - \frac{K}{K_F} \sqrt{T_5 - T_0} \frac{\Delta W_a}{\Delta W_f} \quad (C.5)$$

と求まる。ただし

$$\Delta W_a \begin{cases} \Delta W_{aa} \text{ (加速時)} \\ \Delta W_{ad} \text{ (減速時)} \end{cases}$$

(C.5) 式より a の値は $t=0$ において起こる W_a の変化 ΔW_a と ΔW_f との比の影響を受け、それが大きいほど小さくなることわかる。

次にコンプレッサマップ上 N 一定の線の勾配と、 $\Delta W_a / \Delta W_f$ の大きさとの関係を知るために付図3のように N 一定の曲線を定常ラインから上側 (π の大きい側) と、定常ラインから下側 (π の小さい側) とに分け、それぞれを直線で近似した場合について考える。

それぞれの直接部分の勾配は実際の場合と同様、上側で小さく下側で大きくとっている。 S'_0, S''_0 は定常点 S_0 における燃料流量 W_f に、それぞれ同じ大きさのステップ燃料変化 $\pm \Delta W_f$ を加えたときの N 一定曲線上の移動点である。通常、 S_0 近傍で $W_f + \Delta W_f$ 一定、 W_f 一定、 $W_f - \Delta W_f$ 一定の線はほぼ平行であり、図の π_a, π_d に大差はない。それゆえ、図の ΔW_{aa} は ΔW_{ad} より大きくなり、したがって

$$\Delta W_{aa} / \Delta W_f > \Delta W_{ad} / \Delta W_f \quad (C.6)$$

である。したがって (C.5) 式より加速時の a を a_a 、減速時の a を a_d とすれば

$$a_a > a_d$$

となる。

- | | | | |
|----------|---|---------|---|
| TR-231 | 高温タービンノズル翼二次元翼列試験
(第1報 対流冷却翼の実験結果について)
Two-Dimensional Cascade Test of an Air-Cooled Turbine Nozzle
(Part 1 On the Experimental Results of a Convection-Cooled Blade) | 1971年1月 | 吉田豊明, 高原北雄
能瀬弘幸, 井上重雄
三村富嗣雄, 臼井 弘 |
| TR-232 | 高温タービンノズル翼二次元翼列試験
(第2報 対流冷却翼の数値計算およびアナログ法による翼表面温度分布について)
Two-Dimensional Cascade Test of an Air-Cooled Turbine Nozzle
(Part 2 On the Temperature Distributions of a Convection-Cooled Blade by Numerical Calculation and Analogue Simulation Test) | 1971年1月 | 吉田豊明, 高原北雄
能瀬弘幸, 井上重雄
三村富嗣雄, 臼井 弘 |
| TR-233 | P S D法の大气乱れに対する航空機強度設計への応用とその問題点
Studies on PSD Method to Aircraft Structural Design for Atmospheric Turbulence | 1971年1月 | 竹内和之, 山根皓三郎 |
| TR-234 | Green 関数をラプラス方程式に適用した解法による冷却タービン翼の温度分布の計算
A Calculation of Temperature Distribution with applying Green Function to Two-Dimensional Laplace's equation | 1971年1月 | 西村英明 |
| TR-235 | 自動着陸実験
(1) 電波高度計の性能試験
Preliminary Experiments for Automatic Landing
(1) On the Performance Tests of Radio Altimeters | 1971年4月 | 樋口一雄, 堀川勇壮
森 幹彦, 小川 鉦一
真柳光美, 渡辺 顕
名越孝行 |
| TR-236 T | Small-Strain Deformations Superposed on Finite Deformations of Highly Elastic Incompressible Materials, Part I Constitutive Equation | 1971年7月 | Tastuzo Koga |
| TR-237 | 自由飛行模型 FFM-10 による縦の動安定特性の飛しよう実験
Free Flight tests on Longitudinal Dynamics Characteristics of FFM-10 Model | 1971年4月 | 河崎俊夫, 塙 武敏
斎藤秀夫, 高島 一明
河本 巖 |

航空宇宙技術研究所報告 238 号

昭和 46 年 5 月 発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町 1880
電話武蔵野三鷹(0422)44-9171(代表) ㊞182

印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川 2-27-12
