

UDC 518.6:
533.6.013.122:
533.6.011.3

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-248

亜音速流中における二次元翼上の圧力分布の粘性効果
を考慮に入れた計算法のプログラム

海老原正夫・石田洋治・小此木時雄

1971 年 11 月

航空宇宙技術研究所

NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 報 告

- | | | | |
|---------|--|-----------|---|
| TR-230 | アナログトルク平衡方式による浮動振子型加速度計の研究
Study on the Analog Torque Rebalance Floated Pendulum Type Accelerometers for Guidance and Control Applications | 1971年 1 月 | 大月 正 男, 鈴木 孝 雄
円 居 繁 治 |
| TR-231 | 高温タービンノズル翼二次元翼列試験
(第1報 対流冷却翼の実験結果について)
Two-Dimensional Cascade Test of an Air-Cooled Turbine Nozzle
(Part I On the Experimental Results of a Convection-Cooled Blade) | 1971年 1 月 | 吉田 豊 明, 高原 北 雄
能 瀬 弘 幸, 井 上 重 雄
三村富嗣雄, 臼 井 弘 |
| TR-232 | 高温タービンノズル翼二次元翼列試験
(第2報 対流冷却翼の数値計算およびアナログ法による翼表面温度分布について)
Two-Dimensional Cascade Test of an Air-Cooled Turbine Nozzle
(Part II On the Temperature Distributions of a Convection-Cooled Blade by Numerical Calculation and Analogue Simulation Test) | 1971年 1 月 | 吉田 豊 明, 高原 北 雄
能 瀬 弘 幸, 井 上 重 雄
三村富嗣雄, 臼 井 弘 |
| TR-233 | PSD 法の大気乱れに対する航空機強度設計への応用とその問題点
Studies on PSD Method to Aircraft Structural Design for Atmospheric Turbulence | 1971年 1 月 | 竹 内 和 之, 山根皓三郎 |
| TR-234 | Green 関数をラプラス方程式に適用した解法による冷却タービン翼の温度分布の計算
A Calculation of Temperature Distribution with Applying Green Function to Two-Dimensional Laplace's Equation | 1971年 1 月 | 西 村 英 明 |
| TR-235 | 自動着陸予備実験
(1) 電波高度計の性能試験
Preliminary Experiments for Automatic Landing
(1) On the Performance Tests of Radio Altimeters | 1971年 4 月 | 樋 口 一 雄, 堀 川 勇 壮
森 幹 彦, 小 川 鑛 一
真 柳 光 美, 渡 辺 顕
名 越 孝 行 |
| TR-236T | Small-Strain Deformations Superposed on Finite Deformations of Highly Elastic Incompressible Materials
—Part I Constitutive Equations— | June 1971 | Tastuzo KOGA |
| TR-237 | 自由飛行模型 FFM-10 による縦の動安定特性の飛しょう実験
Free Flight Tests on Longitudinal Dynamics Characteristic of FFM-10 Model | 1971年 4 月 | 河 崎 俊 夫, 堀 武 敏
齋 藤 秀 夫, 高 島 一 明
河 本 巖 |
| TR-238 | リフトジェットエンジン JR 100H の動特性について
Dynamic Characteristic of Lift Jet Engine JR 100H | 1971年 5 月 | 西 尾 健 二, 杉 山 七 契
大 畑 敏 美, 遠 藤 征 紀
越 沼 威 |
| TR-239 | 昇華アブレーションの直接解法
A Direct Calculation of Sublimating Ablation | 1971年 6 月 | 久保田弘敏 |
| TR-240T | A Method for the Calculation of Lifting Potential Flow Problems
—Part I Theoretical Basis— | July 1971 | Masao EBIHARA |
| TR-241 | YS-11A-500/600 型主翼疲れ試験
(I セーフライフ試験荷重と試験方式)
Full-Scale Fatigue Test of YS-11A-500/600 Turboprop Transport Wing
(I Safe-Lie Fatigue Test Loads and Test Method) | 1971年 7 月 | 竹 内 和 之, 野 原 利 雄
朝 田 洋 雄 |

亜音速流中における二次元翼上の圧力分布の粘性効果を を考慮に入れた計算法のプログラム*

海老原正夫**・石田 洋 治**・小此木時雄**

A Description of the Ideas Underlying a Computer Program for Predicting the Aerofoil Pressure Distributions in Sub-critical Viscous Flow

By Masao EBIHARA, Youji ISHIDA and Tokio OKONOGI

A description is given of the basic ideas on which a computer program is constructed for the calculation of aerofoil pressure distributions for sub-critical viscous attached flow.

The calculation is based on a compressibility correction formula obtained by modifying that given in ref. 11, and on the 'boundary-layer camber model' to account for viscous effects. The process by which the modification is effected is explained and the limitation of the boundary-layer camber model is discussed.

Comparison of the computed results with some of the available experimental data indicates that the method gives results with an accuracy sufficient for most practical applications.

1. 緒 言

航空機への適用を主眼とした空気力学の分野 (Air-craft Aerodynamics) では、現象は Navier-Stokes 方程式 (と連続の方程式, エネルギーの方程式, 状態方程式など。以下, Navier-Stokes 方程式を N-S 方程式と略記する) によって記述されると考えられている。したがって、与えられた形状の物体が与えられた運動を行なうとき、その物体のまわりに生ずる流れ場の N-S 方程式を解くことが我々の目的の一つであるが、N-S 方程式は数学的に複雑な形をしていて、その厳密解を得ることは現在のところ一般には不可能であり、多くの場合近似解しか得られない。このような近似解の精度の向上は我々の大きな目標の一つである。

高亜音速域を巡航領域とする航空機への適用を前提として二次元翼の特性を考えると、これに関連した流れ場の N-S 方程式に対して厳密解を得る方法は未

だ知られていないが、流れ場の基礎方程式を構成する各項のうち、空気の圧縮性および粘性に起因する項が翼型の特性に与える影響はきわめて大きなものであることがよく理解されており***、したがってこの影響を精度よく評価することはきわめて重要である。

翼型のまわりの流れ場が supercritical である、即ち流れ場の一部に超音速領域が存在するような場合には、一般に衝撃波の存在が予想され、したがって衝撃波と境界層との干渉が流れ場の特性を定める第一義的な要因となっている可能性を否定できないが、このような場合に対しては、圧縮性および粘性の影響を評価する実用的な方法は未だ見出されていない。

また、翼型上に大規模な流れの剝離領域が存在する場合に、流れ場の諸特性を精度よく計算せしめ得るような理論的方法も未だ見出されていないので、我々

*** 対象を subcritical cases に限っても、圧縮性のため翼型の揚力は、第一近似で非圧縮流中の値の $1/\sqrt{1-M_\infty^2}$ (M_∞ : 一様流マッハ数) 倍になるし、また、粘性のため生ずる揚力の減少は、剝離が生じていない場合でも、10%以上に達することは珍らしくない。

* 昭和46年 7 月29日 受付

** 空気力学第二部

は、以下の考察を wholly subsonic (即ち subcritical, 流れ場の各点で亜音速), attached flow の場合に限ることにする。

subcritical, attached flow の場合は、粘性の影響は非粘性流中において翼型の姿勢・形状を変えたものに相当するという考え方が、実用上十分な精度をもつ近似の範囲内で成立するので、翼型の特性に与える圧縮性の影響と粘性のそれとを分離して考えることができる。

まず圧縮性の影響の評価の方法について考えると、第一次近似では Prandtl-Glauert 法則あるいは Göthert 法則を用いればよいが、一樣流マッハ数 M_∞ が臨界マッハ数 M_{cr} に近づくとつれその精度が劣化するものは周知である。精度を維持するためには高次近似を求めていかなければならないが、第二次近似については、一般の翼型について成立する方法が Van Dyke²¹⁾ によって与えられている一方、第三次近似については、迎角なしの楕円上の crest における速度といったきわめて限られた場合にしか求められていない。Wilby は、Prandtl-Glauert 係数 $\beta = \sqrt{1 - M_\infty^2}$ を拡張した Küchemann-Weber の圧縮性修正係数 $\sqrt{1 - M_\infty^2(1 - C_{pi})}$ に示唆されて、上記 second-order, third-order effects を組み込んだ修正係数 $B = \sqrt{1 - M_\infty^2(1 - M_\infty C_{pi})}$ を見出し、これを用いた翼型上の速度の近似表現式を与えた¹⁾。修正係数を用いて圧縮性効果を評価する方法としては、現在のところこれが最も精度のよいものであると思われる。

圧縮性・非粘性流を厳密に、あるいは近似的に計算する方法は他に数多くあり、Sells²⁾ や、Magnus & Yoshihara³⁾ の厳密な数値解法、Tai⁴⁾ や、Murman & Cole⁵⁾ の近似的な数値解法などはそれらのうちの数例であるが、これらはいずれも多大の計算労力を要し、次に述べる粘性の効果の評価法の精度・適用範囲を考えると、これら精度の高い数値解法を用いることはあまり意味がないと判断される。

次に粘性の影響を考えてみると、その効果は、直接には物体表面に沿って発達する境界層およびその延長である wake の内部に限られ、又、全体的には、その境界層および wake の、外部の非粘性流に対する排除効果 (displacement effects) として表わし得ることはよく知られている。この考え方を Boundary-layer Displacement Model と呼ぶ。一方、対称翼が迎角なしで流れの中に置かれた場合の圧力分布について、境界層の影響は後縁附近を除いてほとんど無視し得るという実験的事実があり、また、理論的にも、翼型のま

わりの循環に与える影響として、境界層の翼上下面に関する非対称部分によるものの方が、対称部分によるものに比べ遙かに大きいことが言えるので、第一近似として、境界層の対称部分および wake を無視する考え方が可能である。この考え方を Boundary-layer Camber Model と呼ぶ。

このような boundary-layer displacement model や boundary-layer camber model によって粘性の影響を評価する試みが既に1930年代から始められていたことは Preston の報告⁶⁾に記述されており、この Preston の研究、その延長ともいえるべき Spence の研究^{7), 8)}などの展開があるが、主として揚力の計算法の精度向上に注意が向けられており、圧力分布に対する解析は第二義的なものであった。1960年代に入って、翼型の遷音速特性に関連して、翼型上の圧力分布の細部の特性に注意が向けられるようになり、また、境界層計算法の発達もあって、displacement model または camber model による圧力分布の計算が活発に行なわれるようになった。この場合、対象が翼型の亜音速・遷音速特性にあるので、圧力分布は圧縮性効果の評価法と粘性効果の評価法とを組み合わせる計算されるが、このような計算法の例として合衆国における Lockheed programme⁹⁾、英国における NPL programme¹⁰⁾、オランダにおける NLR programme¹¹⁾の三つが挙げられる。これら三者の内容については次節で概略を述べるが、いずれも subcritical, attached flow の場合のみ適用可能なものであり、この適用範囲内においても、例えば翼後縁近傍の流れ場に対して十分な精度をもたず、また、後縁近傍でなくとも、時として計算精度が十分でない場合が生ずる。したがってこれらの方法を改善してその精度をさらに向上させ、あるいは適用範囲を拡げる余地は未だ大いにある訳であるが、その限界を認識した上で、このような方法に基づく二次元翼上の圧力分布を求めるための実用計算プログラムを用意しておくことは、いろいろな面で多くの便宜を与えると判断される。そこでこのようなプログラムの作成を計画したが、既に利用可能な、等角写像による翼型のまわりの非圧縮ポテンシャル流れの計算法のプログラム*が作成されていることから、圧縮性の影響の評価の行ない方および境界層の影響の評価法については、この非圧縮流プログラムを利用しやすい NLR の方法にしたがうことにし、一方、境界層それ自体の計算は、NLR programme におけるとは別に、筆者の一人によって

* 河崎俊夫：任意翼型の圧力分布を求める計算のプログラム

開発された境界層計算法のプログラム¹²⁾を利用することにした。

このようにして作成された計算プログラムを用いて得られた結果を検討してみると、NLRの方法における圧縮性効果の評価法は、揚力を伴う場合の圧力分布に対しては精度がよくないことが明らかになったので、これに修正を加えて精度の改善を図った。

本報告では、このような計算プログラムの構成の経過と、それによる計算結果とについて述べる。以下、2. では基本的な考え方について解説し、3. では計算プログラム作成に際して逢着した問題点の主たるものとその解決の方法を述べ、4. では、厳密解、実験データなどとの比較により我々の計算法の精度を検討する。

記 号

- B : Wilby factor, (2.8) 式参照
 C_L : 揚力係数
 C_P : 圧力係数
 K : 圧縮性パラメタ, (2.7) 式参照
 M_∞ : 一様流マッハ数
 q : 翼型上の流速
 U_∞ : 一様流の流速
 u_1 : first-order のX方向擾乱速度
 u_2 : second-order のX方向擾乱速度
 X : 翼弦長方向座標
 Y : 翼弦長に垂直な方向の座標
 y : 翼型縦座標
 α : 迎角
 $\Delta\alpha$: 粘性効果による迎角の変化分
 β : Prandtl-Glauert factor
 δ^* : 境界層排除厚

添 字

- A : 反対称部分を表わす
 a : Görtner 法則における analogous wing に関する値を示す
 C : camber 効果
 c : 圧縮流中の値を示す
 i : 非圧縮流中の値を示す
 L : 翼下面に関係する量を表わす
 S : 対称部分を表わす
 U : 翼上面に関係する量を表わす
 W : wake に関係する量を表わす

2. 計算法の背景

2.1 粘性の影響の評価法—boundary-layer displacement model と boundary-layer camber model

緒言で述べたように、翼型のまわりの流れ場に対する流体の粘性の影響は、大規模な剥離が生じていない限り、全体として、境界層および wake の、外部の非粘性流に対する排除効果として表わすことができる。翼型の座標を Y_U , Y_L (翼型上面に関係した量は添字 U で、下面に関係した量は添字 L で、それぞれ表わすことにする)、翼型上の境界層の排除厚を δ_U^* , δ_L^* , wake のそれを δ_W^* とすると、翼型 Y_U , Y_L のまわりの粘性流は、以下の式で与えられる y_U , y_L なる座標をもつ翼型のまわりの非粘性流に対応すると考えるのである。

翼型に沿って

$$\left. \begin{aligned} y_U &= Y_U + \delta_U^* \\ y_L &= Y_L - \delta_L^* \end{aligned} \right\} \quad (2.1a)$$

wake に沿って

$$\left. \begin{aligned} y_U &= Y_W + \delta_{WU}^* \\ y_L &= Y_W - \delta_{WL}^* \end{aligned} \right\} \quad (2.1b)$$

ただし Y_W は wake の中心線の座標、 δ_{WU}^* は中心線より上の部分の排除厚、 δ_{WL}^* は下の部分の排除厚である。このような考え方を Boundary-layer Displacement Model と呼ぶことにする。

我々の対象としている subcritical, attached flow の場合、翼型に沿う境界層および wake の排除厚は高々翼弦長の 1~2% である^{6), 13), 14)} から、境界層の排除効果に対して薄翼理論的な取り扱いをすることができると考えられる。すなわち、

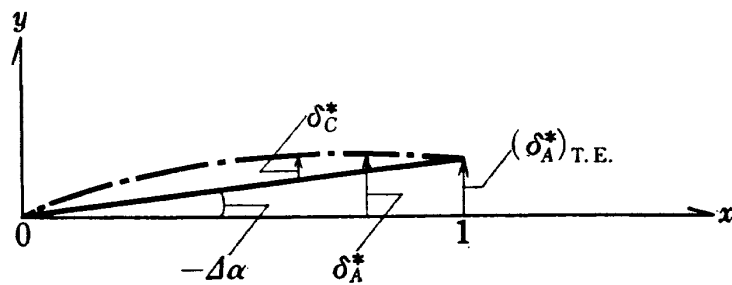
$$\delta_S^* = \frac{1}{2}(\delta_U^* + \delta_L^*) \quad (2.2a)$$

$$\delta_A^* = \frac{1}{2}(\delta_U^* - \delta_L^*) \quad (2.2b)$$

とおくと (2.1a) は

$$\left. \begin{aligned} y_U &= Y_U + \delta_S^* + \delta_A^* \\ y_L &= Y_L - \delta_S^* + \delta_A^* \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

となるが、境界層効果を、翼厚に対応する上下対称な項 δ_S^* の効果と、camber および迎角に対応する上下反対称な項 δ_A^* の効果との重ね合わせとして考えることができる。 δ_S^* の効果と、 δ_A^* の効果との大きさを考えてみると、対称翼が迎角なしで流れの中に置かれた場合に、翼型上の圧力分布に与える境界層および wake の影響は、後縁近傍を除いて殆んど無視し得る

図 1 δ_A^* の分解

程小さいという実験事実があり^{13), 15)}, また, 理論的にも, 翼型のまわりの循環に与える影響として, δ_A^* によるものの方が δ_S^* によるものに比べ遙かに大きいことが言える*ので, 境界層の対称部分および wake の影響を無視するという考え方が boundary-layer displacement model のよい近似として成立する。この考え方を Boundary-layer Camber Model と呼ぶことにする**。

δ_A^* は, 図 1 に示すように, 迎角変化 $\Delta\alpha$ と camber 効果を表わす δ_C^* とに分解することができる:

$$\Delta\alpha = -\text{Arctan}(\delta_A^*)_{T.E.}$$

$$\delta_C^* = \delta_A^* + X \cdot \tan\Delta\alpha$$

ただし, $(\delta_A^*)_{T.E.}$ は翼後縁 ($X=1$) における δ_A^* の値を示す。

boundary-layer camber model によれば, 迎角 α をもつ翼型 Y_U, Y_L のまわりの粘性流は, 迎角 $\alpha + \Delta\alpha$ をもつ翼型 y_U, y_L :

$$\left. \begin{aligned} y_U &= Y_U + \delta_C^* \\ y_L &= Y_L + \delta_C^* \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

のまわりの非粘性流に対応することになる。

2.2 圧縮性の影響の評価法

Van Dyke の second-order theory²¹⁾ によれば, 一様流マッハ数 M_∞ の流れにおける翼型 (座標 Y) 上の速度 q は

* Preston の計算⁶⁾ では, 粘性のため循環が非粘性流における値の $K_1 \cdot K_2$ 倍になると考え, K_1 を δ_A^* に基づく減少分, K_2 を Tailor の vorticity theorem が満たされるようにするための減少分, として与えている。 δ_S^* および wake は K_2 に関係するが, Joukowski 翼についての計算例では $K_1=0.93$, $K_2=0.94$ で, δ_S^* および wake を無視することによる K_2 の変化分は高々 0.5%, すなわち δ_A^* による影響の 1/10 以下である。

** この呼び方は文献 10 に用いられている。一方, displacement model については, この呼び方が用いられている例を知らない。

$$\begin{aligned} q/U_\infty &= 1 + u_1/\beta + (1/2)(K-1)u_1^2 \\ &+ K[u_2 + YY'' + (1/2)Y'^2] \end{aligned} \quad (2.5)$$

によって与えられる。ただし, u_1 および u_2 は, 非圧縮流の場合に薄翼近似によって得られる first-order および second-order の翼弦長方向 (X 方向) 擾乱速度 (を U_∞ で無次元化したもの) であり, ' は X についての微分を表わす。また,

$$\beta = \sqrt{1 - M_\infty^2} \quad (2.6)$$

$$K = \frac{(r+1)M_\infty^4 + 4\beta^2}{4\beta^4} \quad (2.7)$$

である。

Wilby は迎角なしの対称翼の crest における速度を調べることににより, 上記の表面速度の表現式において $u_1/\beta + (1/2)(K-1)u_1^2$ の代わりに, u_1/B を用いると精度の向上が得られることを示した¹⁾。ただし

$$B = \sqrt{1 - M_\infty^2(1 - M_\infty C_{Pi})} \quad (2.8)$$

であって, C_{Pi} は非圧縮流における圧力係数である。揚力を伴う場合もこの置き換えが精度の向上をもたらすことを期待し, かつ前縁における特異性を除去するため非圧縮流の場合の Riegels factor に対応するものを持込むと, 表面速度として

$$\frac{q}{U_\infty} = \frac{1 + u_1/B + Ku_2^*}{\sqrt{1 + KY'^2}}$$

が得られる。揚力を伴う場合には, 分母にある K の代わりに $1/B^2$ を用いるとよりよい精度が得られることが経験的に知られたので, 結局,

$$\frac{q}{U_\infty} = \frac{1 + u_1/B + Ku_2^*}{\sqrt{1 + (Y'/B)^2}} \quad (2.9)$$

によって圧縮流中の表面速度を評価することが提案された¹⁰⁾。ここに

$$u_2^* = u_2 + (YY')' \quad (2.10)$$

である。

一方オランダの NLR では, (2.9) の出発点となった Küchemann-Weber の式 (を Wilby factor B によって修正したもの):

$$\frac{q}{U_\infty} = \frac{1 + u_{1a}/\beta \cdot B}{\sqrt{1 + (Y'/B)^2}}$$

から同じく出発し, Göthert 法則における analogous wing (考えている翼型の縦座標を一樣に β 倍して得られる翼型) に対する first-order の擾乱速度 u_{1a} を, 同じ analogous wing 上の非圧縮流における厳密な表面速度 q_a/U_∞ から組み立てられる次の表現:

$$(q_a/U_\infty)\sqrt{1+(Y'_a)^2}-1$$

で置き換えることにより, 精度のよい速度表現式を得ることが試みられた。すなわち, それは

$$\frac{q}{U_\infty} = \frac{1 + [(q_a/U_\infty)\sqrt{1+(Y'_a)^2} - 1]/\beta \cdot B}{\sqrt{1+(Y'/B)^2}} \quad (2.11)$$

で与えられる。ただし $Y_a = \beta Y$ は analogous wing の座標である。

2.3 既存する二, 三の計算法の検討

緒言において, 圧縮性効果と粘性効果とを考慮した二次元翼上の圧力分布の計算法の例として, Lockheed programme⁹⁾, NPL programme¹⁰⁾, NLR programme¹¹⁾ の三つを挙げたが, ここではこれら三者の内容を概観してみる。

まず Lockheed 社によって開発されたプログラムは, 圧縮性効果の評価法として, (2.5) で与えられる Van Dyke の second-order theory を用い, また, 粘性効果の評価法としては, 境界層の対称部分および wake を考慮しない boundary-layer camber model を用いている。

翼型上の境界層の計算は, 乱流境界層に対して, Stewartson 変換, Ludwig-Tillman の表面摩擦公式, 運動量厚 θ と形状パラメタ H とに関する Maskell の実験式, の三者の組み合わせによる integral method を用いている。

層流部分の計算法については, 層流境界層の計算法が十分確立されていて, どの方法をとっても精度にあまり大きな差がないこと, 翼型上の境界層に層流部分の占める割合は比較的小さく, したがって圧力分布に対する影響も, 乱流部分に比べ相対的に小さいこと, などの理由でいずれのプログラムについても特に述べることをしないが, Lockheed programme の特徴は, 層流から乱流への遷移について, Schlichting-Ulrich による安定計算結果を利用した不安定点 (point of instability) の発見と, Granville による不安定点と遷移点との間の距離に関する実験曲線とから遷移点を見出すようにしていることである。遷移点を実験などにより既知の場合はこれを入力として与えることは勿論できる。

次に, 文献 10 に記述されている方法は, 英国の NPL の人々によって開発されたので, ここでは NPL

programme と呼ぶことにするが, この方法では, 圧縮性効果の評価法として (2.9) を用い, 粘性効果の評価法としては boundary-layer displacement model によっている。この場合, wake の排除厚 (上下対称と仮定される) を精度よく求めさせる方法が未だ見出されていないので, 翼型上の境界層の排除厚と滑らかな形でつながるようにこれを仮定して計算を行なった*。翼型上の乱流境界層の計算は, Nash & Macdonald の local equilibrium method¹⁹⁾ を用いている。層流から乱流への遷移点は入力として与えなければならない。

第三に, オランダの NLR で開発された方法は, 圧縮性効果の評価法として (2.11) を用い, 粘性効果の評価法として boundary-layer camber model を用いるものである。翼型上の乱流境界層の計算は, NPL programme におけると同様, Nash & Macdonald の local equilibrium method を用いている。遷移点の位置はあらかじめ指定しなければならない。

以上の三つのプログラムを比較してみると, Lockheed programme は, 圧縮性効果の評価法において他の二者に劣ると思われる, また, NLR programme は, 圧縮性効果の評価法は別として, boundary-layer camber model を用いている点において NPL programme (boundary-layer displacement model を用いている) に劣ると思われる。displacement model が camber model に優ると考えられるのは, 原理上前者の方が物理的実体に近いと判断されるからであるが, しかしながらその差が, 実際計算を行なった場合に, 両者において感知され得るほどの精度の差をもたらすものであるかどうかは不明である。実際, 圧力分布に第一義的な影響を与える循環の大きさのきめ方については, $(\delta_A^*)_{T.E.}$ だけ Y 方向に変位した翼後縁 (第1図参照) において非粘性流に対する Kutta の条件を適用しているという意味で, 両者とも同じである。この点に関してはむしろ, 非圧縮流の計算には厳密な方法を用いている NLR programme の方が, 近似的な薄翼理論による取り扱いをしている NPL programme よりも良い精度を有しているかもしれない。

前に述べたように, 圧縮性効果の評価法は, 薄翼理

* 実際には, 弦長方向の座標を X として, wake の排除厚 δ_w^* を X の三次式で与えている。 δ_w^* の細部の形状における誤差が翼型上の圧力分布に与える影響は, 仮定された δ_w^* の形状が翼型上の排除厚と後縁で滑らかにつながるという条件を満たす限り, 大きいものではないことが確かめられている¹⁶⁾。

論による取り扱いを基礎にして発展したが、これを粘性効果の評価法と組み合わせようとすれば、薄翼理論的な取り扱いが粘性効果の評価法に制限を課することになる。粘性効果の評価法として、Preston⁶⁾ や Spence⁷⁾ の方法が、原理的に、単純な displacement model や camber model よりも秀れているに拘わらず、文献 9, 10, 11 で後者のモデルが採用されたのは、このような背景によるものと想像される。

2.4 新しいプログラム

前節に述べたような既存の計算法を背景として、同様な計算プログラムの作成を計画した時点で、次の二つの計算プログラム：

河崎俊夫：任意翼型の圧力分布を求める計算のプログラム（文献 25 に基づく）

石田洋治：圧縮性流れにおける翼型抗力の計算のプログラム（文献 12 参照）

が既に利用可能であった。

これらのプログラムを活用するという観点から、前節に述べた三つの方法を比較してみると、圧縮性効果の評価法の行い方から NLR の方法にしたがうのがよいという結論が得られる。そこで、NLR の方法における圧縮性効果の評価法 (2.11) の精度を検討するため、若干の例について計算を行なった。図 2.a, b, c はその一例である。図 2.a, b は Nieuwland の方

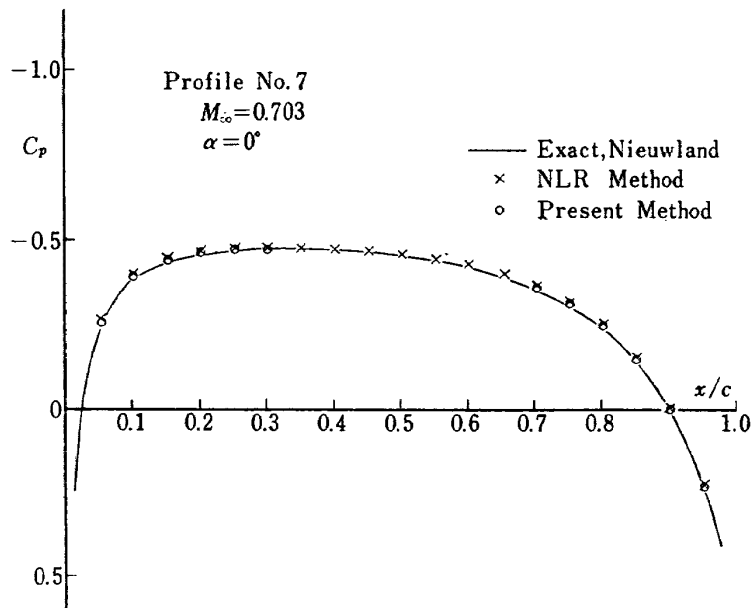


図 2(a) 圧縮性効果の評価法 (1)

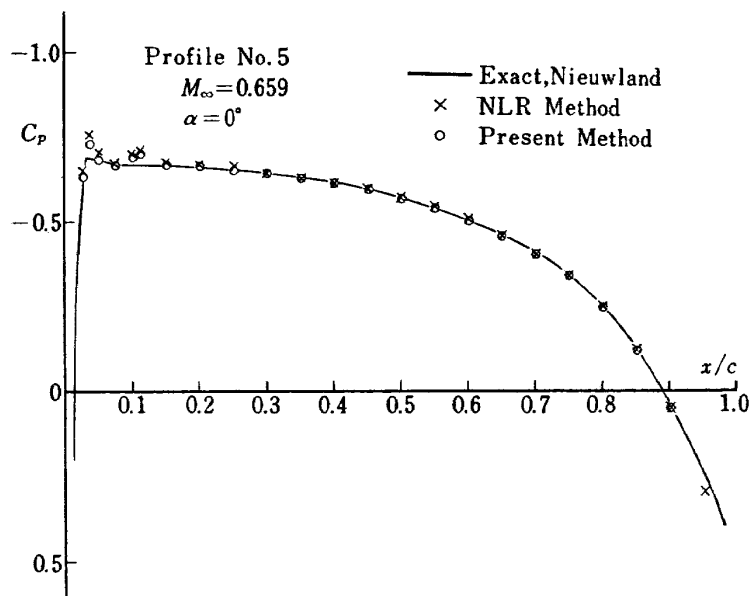


図 2(b) 圧縮性効果の評価法 (2)

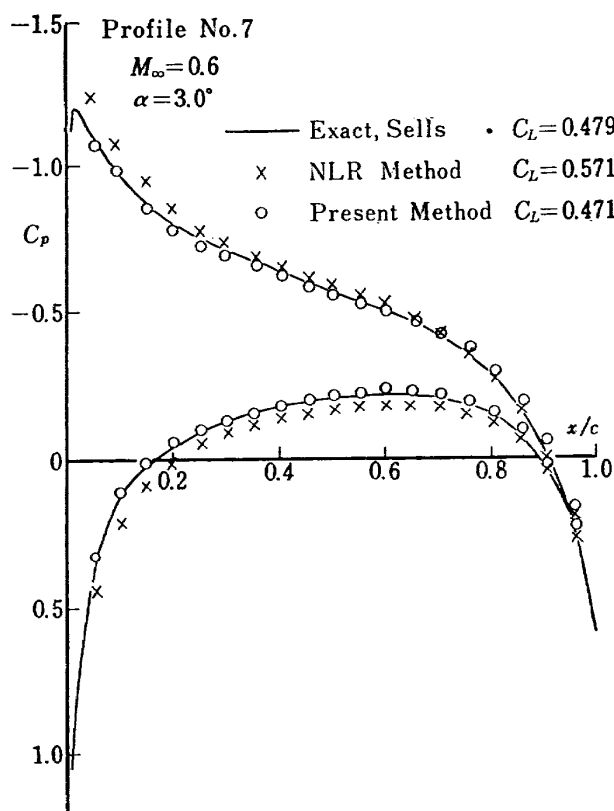


図 2(c) 圧縮性効果の評価法 (3)

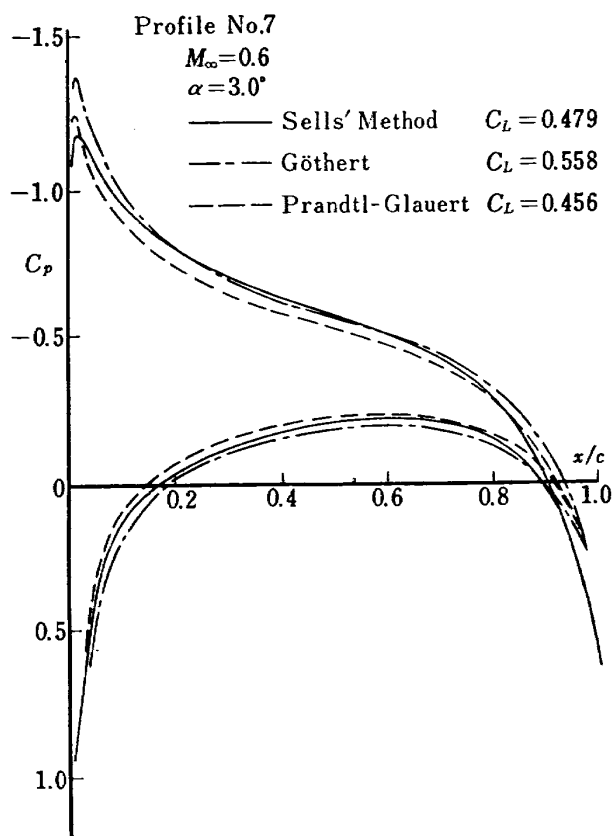


図 3 First-order theory の精度

法により計算された対称翼 (a では厚み比 13%, b では 18%) に対する厳密解¹⁷⁾ (いずれも迎角 $\alpha=0^\circ$, 一様流マッハ数は a では 0.703, b では 0.659) と, 式 (2.11) によって計算された結果 (図中 \times で示されている) とを, 圧力係数 C_p について比較したものであるが, 図から明らかなように, 一部の領域を除いて一致の程度は良好である。図 2.b において, 最大負圧点の近傍で精度が悪いのは, この部分における翼型の曲率の変化が急激であるため, (2.11) の q_a の算出における等角写像の方法の精度が不足することに原因があると思われる。NLR の人々が (2.11) の表現に導かれたのは, 薄翼理論による擾乱速度の計算が, 翼型の曲率が急激に変化するような場所では精度よい結果を与えないという事実から, これに代わるものを求めたことが一つの動機となっている。NLR では, q_a の算出に等角写像の方法ではなく, 翼の contour 上に vortex を分布させる方法を用いている。

図 2.c は, a における翼型の, $\alpha=3^\circ$, $M_\infty=0.6$ の場合の圧力分布について, Sells の方法による厳密解¹⁸⁾ (profile number 7 とか 5 とかいう呼称は文献 18 によったものである。翼型の詳細については文献 17, 18 を参照されたい) と, (2.11) による結果とを比較したものであるが, 明らかに両者の一致はよくない。

NLR の方法は, 厳密解に比べ揚力を 20% 近くも過大に与えており, これは Prandtl-Glauert 法則や, Göthert 法則などの第一次近似理論による計算値よりも精度の劣るものである。

図 3 は, 図 2.c と同じ場合について, Prandtl-Glauert 法則および Göthert 法則による結果を厳密解と比較したものであるが, これから, NLR の方法が何故精度がよくないかについての一つの示唆が得られる。

式 (2.9) で与えられる NPL の圧縮性効果評価法は, 揚力のある場合も比較的よい結果を与えることが確かめられているが¹⁰⁾, この方法は (2.9) の表現から明らかなように, Prandtl-Glauert 法則による結果を, (1) second-order effects を加え, (2) third-order 以上の higher-order および second-order effects の一部を, β を B で置き換えることにより算入し, (3) 前縁での特異性を除くため Riegels factor に類似の係数を作用させる, ことにより修正したものである。図 3 について言えば, 破線で示される結果が, 上記 (1), (2), (3) の修正によって, 実線で示される結果に近づくことになる。

一方, NLR の方法は, 2.2 で説明したように, いわば Göthert 法則と薄翼理論による組み合わせから得られる結果を基礎として, それを, (1) 薄翼理論によ

る擾乱速度の代わりに、非圧縮流中の厳密な表面速度から構成されるものを用い、かつ(2)係数 B を導入することによって、higher-order effects を考慮する。(3) 前縁での特異性を除くため、NPL programme における同じ係数を用いる、というやり方で修正している。

しかるに図3によれば、Göthert 法則による結果は、Prandtl-Glauert 法則による結果に比べ、翼弦長全体に亘って一様に load を増加せしめる傾向にある。したがって、もしも、Prandtl-Glauert 法則と組み合わせたとき良好な結果を与えるような圧縮性効果修正法をそのまま Göthert 法則と組み合わせて用いたならば、その結果は、図3における両法則の差とほぼ同じ量だけ load を厳密解よりも過大評価したものとなるであろう。図2.c の NLR 法による結果は、正にこのような推測を裏書きするようなものとなっている。

以上のような分析に基づいて、我々は、(2.11) に代わるものとして次の表現を用いることを試みた。

$$\frac{q}{U_\infty} = \frac{1 + [(q_i/U_\infty)\sqrt{1+Y'^2}-1]/B}{\sqrt{1+(Y'/B)^2}} \quad (2.12)$$

ここに q_i は、考えている翼型の非圧縮・非粘性流中における厳密な表面速度である。(2.12) の表現は、(2.11)において、 u_{1a} に対応する $(q_a/U_\infty)\sqrt{1+(Y'_a)^2}-1$ を u_1 に対応する $(q_i/U_\infty)\sqrt{1+(Y')^2}-1$ で置き換え、かつ因子 β を取り除くことにより得られたものである。

図2.a, b, c において、記号○で表わされている結果は、この(2.12)によって計算されたものである。図2.c から明らかなように、揚力を伴う場合に NLR の方法による結果に比べ大幅に改善されている(例えば、揚力係数について、NLR の方法は20%近く過大評価していたが、(2.12)によれば誤差は2%弱に縮小した。また、圧力分布の形からして、圧力中心に対する精度も大幅に改善されていることが想像できる)のみならず、図2.a, b から、揚力を伴わない対称な流れの場合も、差は小さいがどちらかといえば(2.12)の方が厳密解に近い結果を与えていることがわかる。

(2.12) の精度を更に検討するため、別の翼型について計算した例を図4, 5に示す。図4は、RAE 101 翼型の、 $M_\infty=0.655$, $\alpha=2^\circ$ の場合であって、厳密解は、文献10において NPL の方法(2.9)の精度を示すため与えられているものである。NPL の方法による揚力係数の値は0.338とのことで、我々の得た0.329よりは厳密解に近いが、両者の精度に大きな隔たりは無いと言うことができる。両者による圧力分布

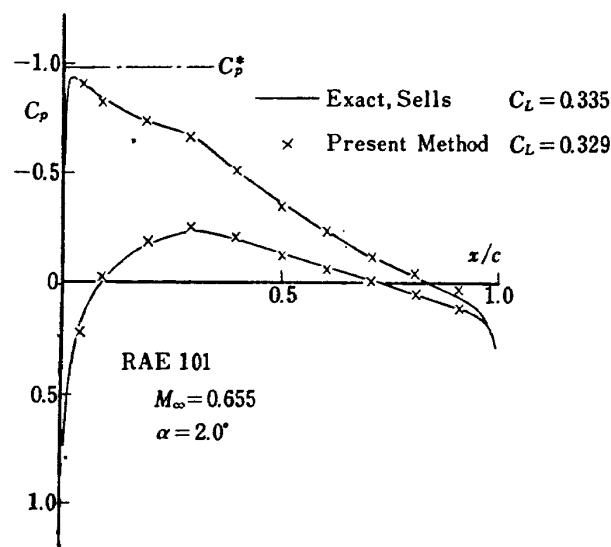


図4 厳密解との比較(1)

の形状の比較もこの結論を裏付けている。

図5は、supercritical case の例であって、厳密解は、高梨の計算²⁰⁾によるものである。図中 C_{P^*} は臨界圧力係数を示す。(2.12) は本質的にその適用が subcritical cases に限定されるにも拘わらず、図5における程度の小さな超音速領域を含む場合は未だ精度があまり悪化しない。

次に図6は、Prandtl-Glauert 法則、Göthert 法則、NLR の方法(2.11)、我々の方法(2.12)、を厳密解と比較したもので、図3を補う意味で与えた。厳密解は、図5におけると同じく高梨の計算によるもので、図5におけるよりも、supercritical の度合の大きい例である。

以上のようにして(2.12)の精度が確かめられたので、我々のプログラムにおける圧縮性効果評価法としてはこれを採用することにした。このプログラム化および境界層計算法のプログラムとの結合は、既に述べた二つの既存のプログラムの利用により直截に行なえるが、その際幾つかの問題が生ずる。それについては次節に述べることにして、最後に、我々の境界層計算法と、NPL および NLR のプログラムにおけるそれとの比較について若干述べておく。

NPL および NLR のプログラムに用いられている Nash & Macdonald の乱流境界層計算法¹⁹⁾は、運動量積分式に対する補助方程式として、equilibrium boundary-layers の族の間で成立する圧力勾配パラメタ $II(=(\delta^*/\tau_w)(dp/dx))$ と形状パラメタ G との間の函数関係を翼型上の境界層に対して適用するので、翼型上の各点で、いわば境界層が孤立して equilibrium の状態にあると考えるものである。この

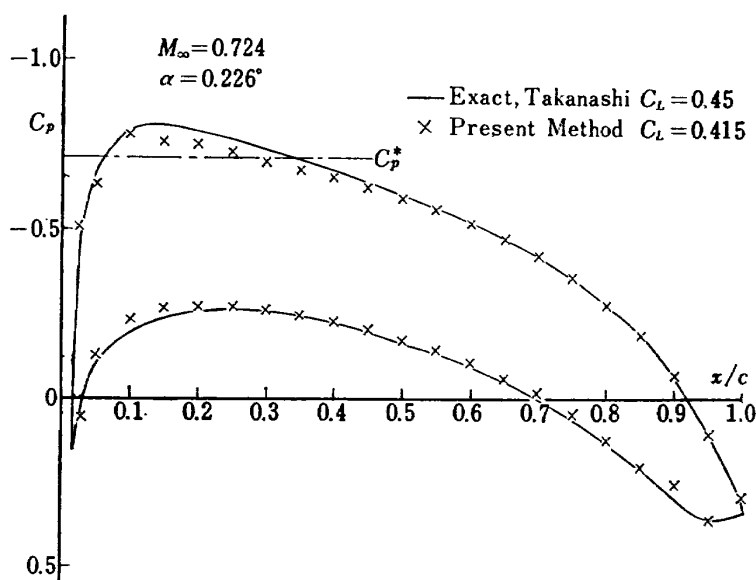


図 5 厳密解との比較 (2)

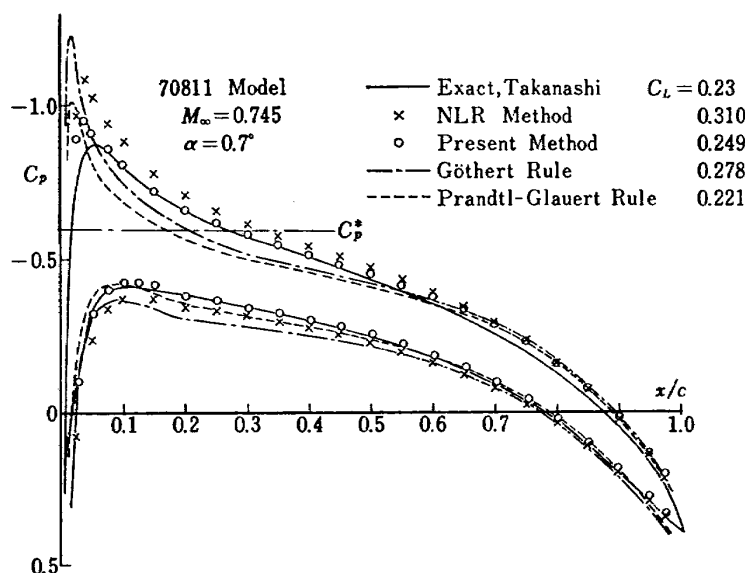


図 6 厳密解と各種の方法との比較

local equilibrium の考え方は、 Π が下流に行くにつれ単調に増加するような場合には、比較的よい精度で成立することが確かめられている。翼型上の圧力分布が roof-top type の場合はこれに相当し、このとき、運動量積分式を解いて得られる運動量厚 θ の計算精度は比較的よいが、形状パラメタ $H = \delta^*/\theta$ 、したがって排除厚 δ^* などの精度は、もともと local equilibrium の仮定がこれらの量について成立するか否かが不明確であるゆえに、保証されているものとは考えることができず、ましてや圧力分布が suction peak をもつようなものである場合は local equilibrium の仮定が成立し難くなるので、 θ そのものの精度もあまり保証されなくなる。一方、この方法の長所は、計算がきわめ

て簡単なことである。

次に、我々の乱流境界層計算法は、やはり運動量積分式を用いるものであるが、補助方程式として、Head の entrainment 理論を圧縮性流れの場合に拡張した Green の関係式を採用する。詳細は文献 12 に記述されているので、ここではこれ以上内容について触れないが、翼型上の排除厚について、この entrainment 理論および上記 local equilibrium method を用いて計算された結果と、実験において測定された結果とを比較した Firmin & Cook の研究¹⁴⁾によれば、entrainment 理論によって計算された結果は、翼後縁に至るまで測定値とよく一致する一方、local equilibrium method による結果は、後縁に近付くにつれ測定値と合わなく

なることが観察されている。Boundary-layer camber model の一つの欠点とも言えることであるが、この model においては、翼後縁における排除厚の大きさの全体の計算結果に与える影響はきわめて大きく、したがって後縁近傍における排除厚の計算精度が、圧力分布全体におよぼす影響は重大である。

Boundary-layer camber model の妥当性の問題と関連して、翼後縁附近においては、従来の境界層排除厚の定義に疑義の生ずるのは確かである⁶⁾が、差当ってそれを考えないことにして、後縁附近の排除厚に対する計算精度において我々の境界層計算法は、Nash & Macdonald の計算法よりも秀れていると主張することができる。

3. 計算プログラム構成における二、三の問題点

3.1 翼前縁近傍の速度分布

圧縮流中の翼型上の速度分布を与える (2.12) は、正の q_i に対して適用される関係である。一方、等角写像を用いた計算法からの出力は、翼型に沿って時計回りの向きを正としているので、前方岐点 P を出発点として、下面に沿っての速度は負の値をもっている。したがってこの部分に対しては、速度の符号を反転して (2.12) を適用する訳であるが、この際具合の悪いことが生ずる。それを図 7 によって説明すると、等角写像の方法から得られる q_i は、図において ABPCD のようになり、符号が負の部分 PCD を反転すればそれは PEF となる。ABP および PEF に (2.12) を適用して圧縮流中の速度 q_c を求めると、それぞれ AKQ および QGH が得られるが、(2.12)

から明らかなように、 $q_i=0$ のとき $q_c<0$ であるから、圧縮流中の速度分布 AKQGH は、二ヶ所の岐点をもつことになり現実と合わない。実際問題としても、境界層の計算は岐点から出発するから、岐点は一つきまるようになっていないと具合が悪い。

もともと (2.12) は、(2.9) および (2.11) と共に、前縁近傍では全然精度をもたないので、非圧縮流における岐点 P が正確にわかっても、(2.12) からだけでは圧縮流における岐点を求めることができない。幸い境界層特性およびそれが翼型全体の圧力分布に与える効果は、岐点の位置の小さな変動にはあまり影響を受けないので、この問題を次のように処理した。

今、仮りに翼の上面と下面を入れ換えて考えことすると、非圧縮流中の速度分布 PCD に対応する圧縮流中の速度分布は、QGH を x 軸（翼弦長方向座標軸）について反転した RIJ となるであろう。そこで、非圧縮流における速度分布において岐点 P の前後に一点ずつ B, C をとり、それに対応する圧縮流中の速度 K, I を求め、 K と I との間は、両者を直線で結ぶことにより近似する。すなわち、非圧縮流における速度分布 ABPCD に対応する圧縮流中の速度分布は、AKIJ で与えられると考えるのである。このようにすれば、圧縮流における岐点は、非圧縮流における岐点 P に極めて近い所に唯一つ定まり、そこから境界層計算を始めることができる。なお、 P の前後に二つより多くの点を取り、直線でなく、二次式あるいは三次式で補間することをも試みたが、この領域での速度変動は大きく、岐点が必ずしも唯一つに定まるようにはならないので、結局、最も簡単な直線補間の採用に帰着したものである。上述のように、圧縮性効果

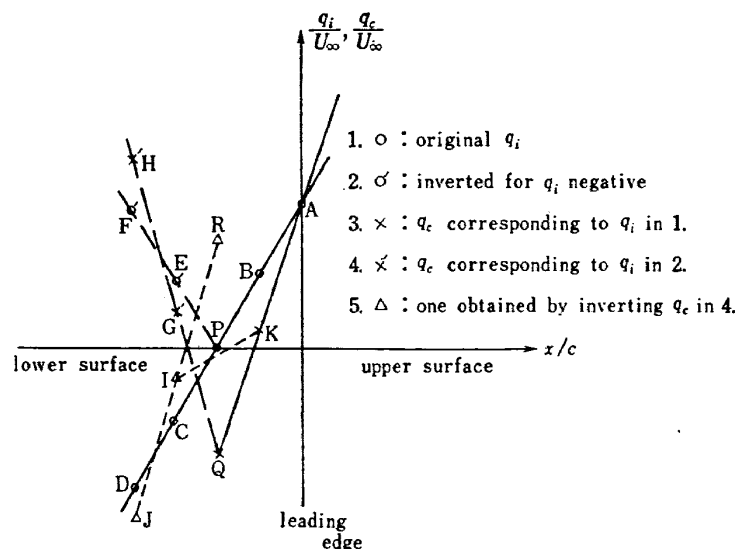
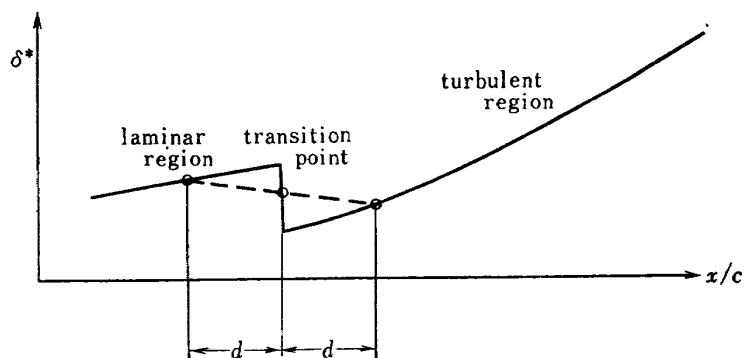


図 7 前縁近傍における q_c と q_i との対応


 図 8 遷移点前後における排除厚 δ^* の変化

評価法 (2.12) は、この領域で精度をもたないから、直線補間を行なったことが全体の結果に与える影響を云々することは大して意味がない。

3.2 翼後縁近傍における速度分布

通常、翼後縁近傍では境界層は十分に発達しているから、この領域における外部流速度勾配の変動に対して敏感に反応する。したがって、boundary-layer camber model では後縁における排除厚の精度がきわめて大きな影響をもつ事実とあいまって、境界層計算に際して、後縁近傍における圧力分布を正確に与えることが、プログラムの精度を維持する決め手となる。

境界層計算に用いる外部流圧力勾配は、ポテンシャル流れの計算結果を用いる訳であるが、等角写像による非圧縮流の計算では、cusped trailing-edge の場合を除いて、後縁が岐点となるから、圧縮流との対応において、前節に述べたものと同じ問題が生ずる。しかしながら、現実には、後縁近傍の流れは前縁附近のそれとは著しく異なり、後縁における流れの速度は決して零とならず、通常一様流のそれをやや下廻る程度 ($0.8 U_\infty \sim 1.0 U_\infty$) のものである^{6), 7), 13), 14), 15)}。

そこで我々のプログラムでは、95%~100%弦長の間の速度分布を、82.5%および95%弦長点における速度から直線的に外挿して与えることにした。

このやり方については議論の余地が十分あるが、もとも後縁近傍の速度なるものは、境界層の排除効果として粘性の影響を評価しようとする考え方の範囲内では正確に求めることのできないものであり、Spenceの方法⁷⁾などがあるにしても、後縁附近の速度を正確に求めることは、現時点では未だ解決されていない問題であるので、このようなやり方になってしまうのはやむを得ないところである。

3.3 遷移点前後における排除厚の不連続

層流から乱流への遷移領域において、境界層速度分布は層流タイプから乱流タイプへと連続的に変化し、

それに伴って、排除厚 δ^* は、大きくはあるが連続的に変化する。一方、我々の境界層計算法では、遷移は一点で起ると仮定するので、その点において δ^* が不連続に変化することとなる (図8の実線)。当然ながらこれは現実的ではなく、又、不連続のままでは圧力分布の計算に不都合なので、何らかの方法によってこれを取り除かなければならない。

我々のプログラムでは、図8に示すように、遷移点の前後にそれぞれ間隔 d をとり、その間の排除厚を直線によって近似することにした。 d として、2.5, 5, 10 各%弦長をとったときの計算例を図9に示す。図に見られるように、 d の大きさによる圧力分布の変

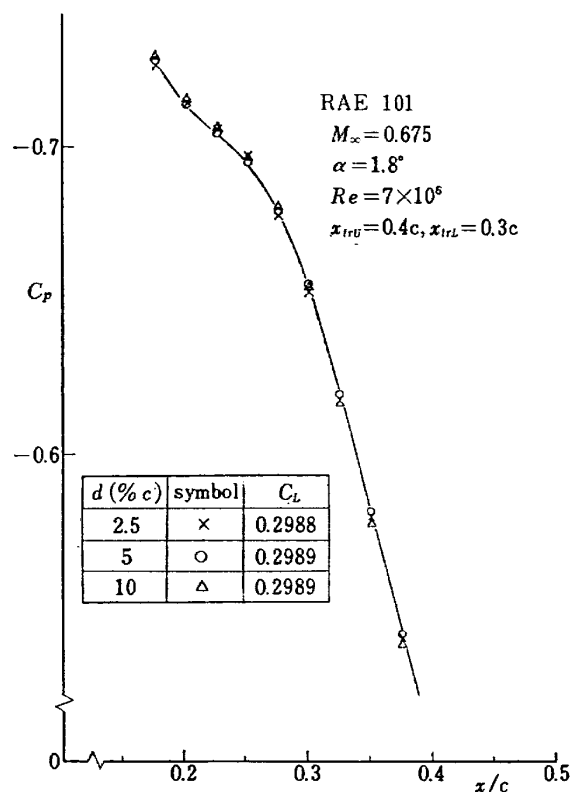


図 9 遷移点前後の fairing の影響

動は小さいので、これをある程度任意にとることができるが、我々のプログラムでは、 $d=5\%$ 弦長とした。

4. 計算例

まず、我々の計算プログラムのフロー・チャートを図 10 に示す。

境界層の計算には非粘性流の計算結果が入力として必要であり、又、非粘性流の計算には境界層計算結果が入力となるから、両者は相互に依存してきまることになる。従来は、非粘性流の計算と境界層の計算との間の iteration によって両者の間に調和をもたらすことが行なわれた^{9),10),11)}が、その結果は、boundary-layer displacement/camber model の範囲内では辻褃の合うものである一方、緒言で述べたように、我々の目標は Navier-Stokes 方程式の解を求めることであるという立場から判断すると、これらの model が、N-S 方程式によって記述されるモデルの一近似形に過ぎないことからして、iteration を行なうことにあまり大きな意味を見出すことができない¹⁵⁾。以下に述べる計算例からも窺えるように、第一回の計算、すなわち、非粘性→境界層→非粘性の 1 サイクルで得られる境界層排除効果の大きさは、displacement/camber model の精度が比較的保証されていると考えられる well-attached flow (翼型上の各点で、境界層が剥離から十分遠い状態にある) の場合には、例えば揚力に対して数%の減少をもたらす程度のものであるから、iteration を進めても、この効果の大きさに著しい違いが出てくると

は想像できない。

一方、例えば迎角が大きくて、境界層が翼後縁近傍で十分に発達し、乱流剥離に近づいているような状態では、境界層排除効果による圧力分布の変化は大きく、第一回の計算で、例えば揚力に 30% 近く減少を見ることも珍らしくないが、このような場合は、displacement/camber model の精度自体が劣化しているのであるから、iteration を進めても、得るところは少ないものと思われる。

以上のような理由で、以下に与える計算例は、1 サイクルの計算で得られたもの、すなわち文献 15 に言う second inviscid approximation に全て限ることとする。ただしプログラム自体は、使用者の希望回数だけ iteration を行なうように構成されている。

図 11 は、NPL programme による結果との比較であって、図中、記号 ○ で示される実験値、および実線で示される計算値は、文献 10 から引用したものである。記号 × で示される我々の計算値は、これら実験値および計算値とよく一致していることがわかる。図 11 (a) は一様流 マッハ数 $M_\infty=0.400$ の場合、(b) は $M_\infty=0.675$ の場合であるが、いずれについても、遷移点の位置は不明であるので、我々の計算では、上面 35%、下面 40% 各弦長点がそれであるとした。これらの位置を図中に矢印で示してある。後に示すように (図 16(a))、図 11 の場合は、遷移点位置の移動による圧力分布の変動は小さいと考えられる。

図 12, 13 は、NACA Rep. 832 に報告されている実験結果について計算してみたものであるが、測定値と計算値との差は大きい。計算に際しては、遷移点を、図中矢印で示したように、NACA 0015 に対しては上面 20% 下面 30% 各弦長点、NACA 4415 に対しては上面 30% 下面 40% 各弦長点、にそれぞれ置いたが、今の場合、境界層排除効果を表わす first inviscid approximation (粘性効果を全然考えないときの結果) と second inviscid approximation との差から窺えるように、翼型上の境界層の発達著しく、したがって後に見るように (図 16(b))、遷移点位置の誤差は、圧力分布の計算結果に比較的大きく影響すると考えられる。

図 12, 13 に引用された実験結果は、42 インチ×12 インチの固定壁風洞における 6 インチ弦長の二次元模型について得られたもので、上記のような模型上の境界層が十分発達した状態では、これと、風洞壁に沿う境界層との干渉に由来する風洞壁干渉効果が相当の大きさで存在するものと想像されるが、これについては

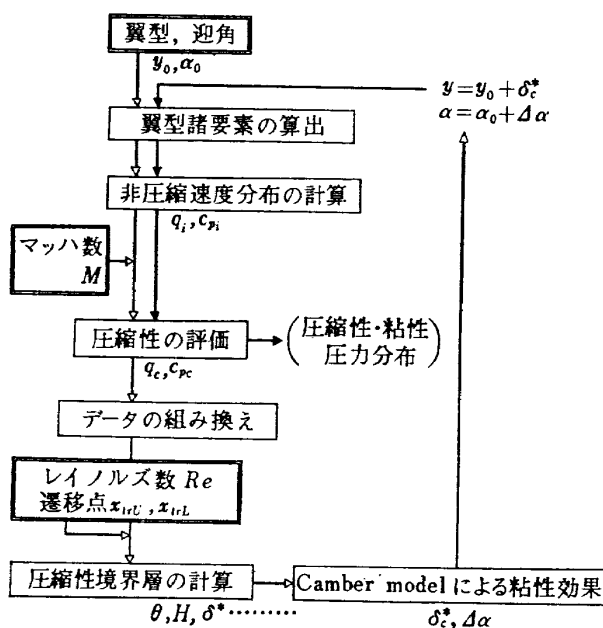


図 10 計算プログラムの構成

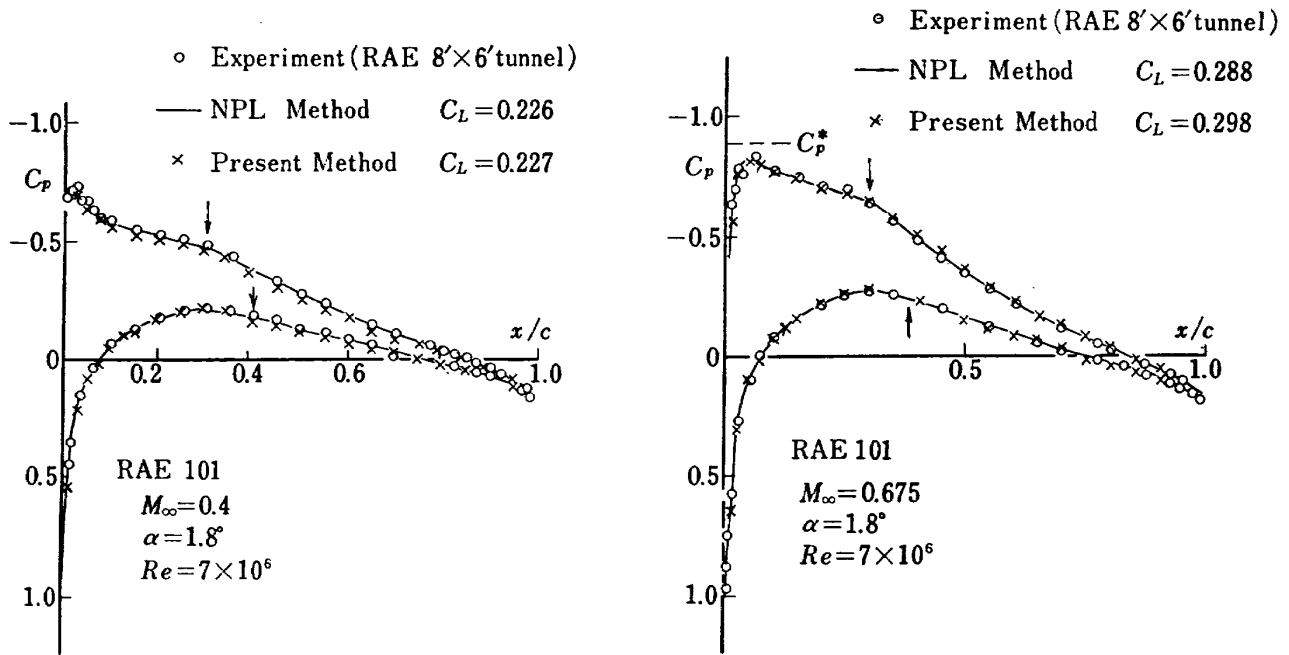


図 11(a) NPL 法との比較

図 11(b) NPL 法との比較 (2)

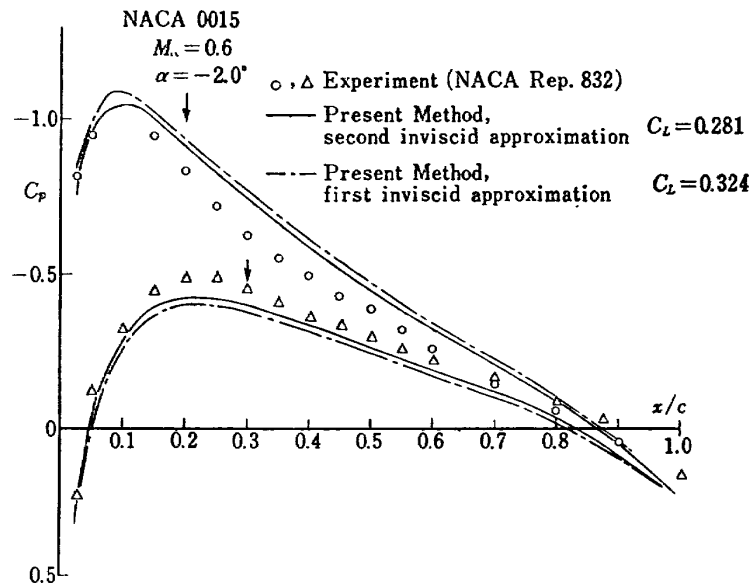


図 12 実験との比較 (1)

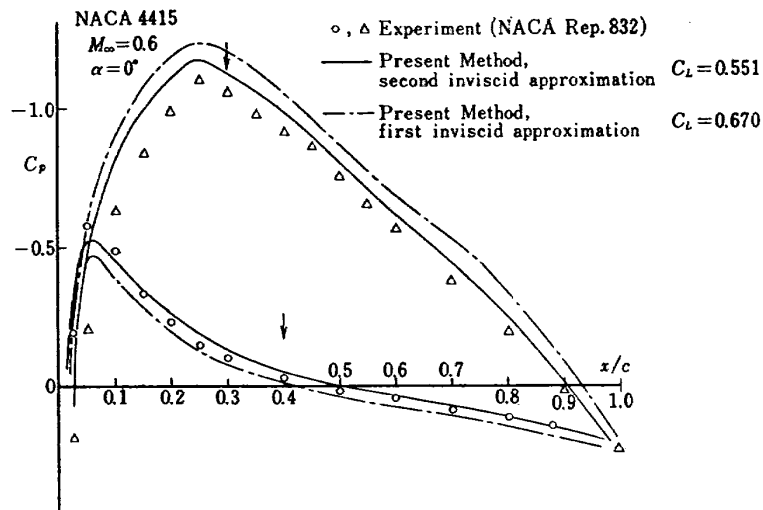


図 13 実験との比較 (2)

何の考慮もされていないようである。

図 12 の計算結果によれば $C_{L\alpha} \sim C_L/\alpha = 8.05$ となり、一方、非粘性流における理論的概算値を、よく知られた

$$C_{L\alpha} = \frac{1}{\beta} 2\pi \left(1 + 0.8 \frac{t}{c} \right)$$

により求めてみると $C_{L\alpha} = 8.81$ となる。前者は後者の 91% である。他方、second inviscid approximation における $C_L = 0.281$ と、first inviscid approximation における $C_L = 0.324$ との比をとると 87% となる。このことから、我々の計算値は妥当なものと考えることができる。

次に、図 14 は、航空宇宙技術研究所 2 m × 2 m 遷

音速風洞における測定値と、我々の計算結果との比較で、模型は、高梨により計算された翼型²⁰⁾によるものである。この例においても、測定値と計算値との懸隔は大きい、今の場合、この差の大部分が風洞壁干渉に起因するものであることは、壁干渉に対する適当な修正を施すことによって、実験結果と計算結果との一致の程度が著しく改善されることから結論できる。その 1 例が図 15 であって、風洞壁干渉²⁴⁾を考慮した計算結果（図中実線で示される）は測定値（図中、記号 ○ で示される）と比較的よく一致する。一方、壁干渉を考慮しない場合は、図において一点鎖線で示されるものとなるが、図 14 における一点鎖線と実線との差（境界層排除効果）と、図 15 における一点鎖線と実線

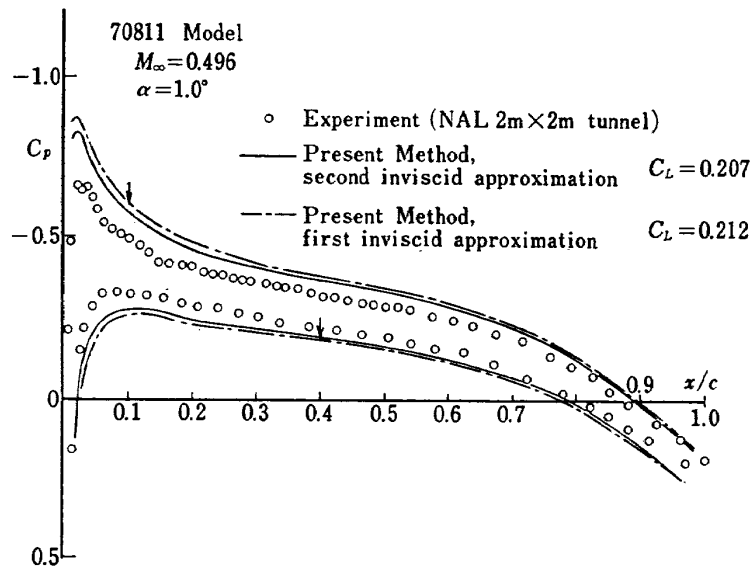


図 14 実験との比較 (3)

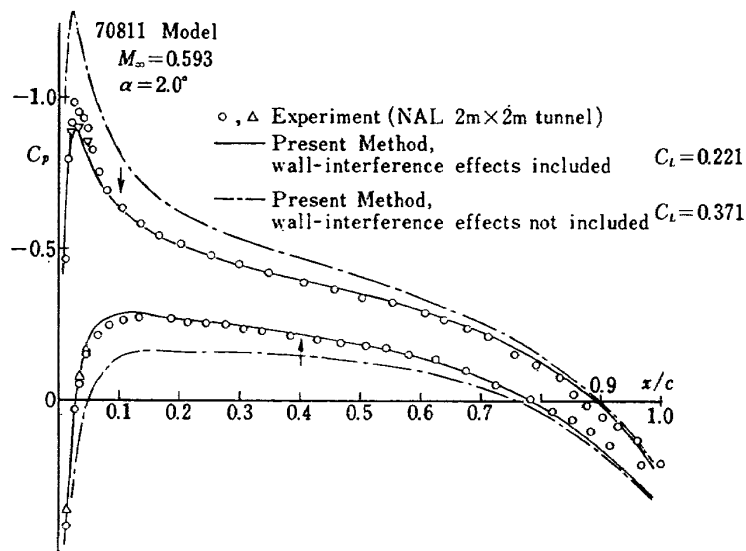


図 15 実験との比較 (4)

との差（壁干渉効果）とを比較するとき、壁干渉効果がいかに重大なものであるかが理解される。

最後に、図 16(a), (b) は、遷移点位置が圧力分布の形状に与える影響を示したもので、(a) はその影響が小さい例、(b) は大きい例、である。いずれも航空宇宙技術研究所 $2\text{ m} \times 2\text{ m}$ 遷音速風洞で実験された場合に対応する計算結果であって、図中に示した迎角の値は、幾何学的設定迎角のものである。計算は、これに対して風洞壁干渉による修正を施したものについて行なった。(a) は、翼下面の遷移点位置 x_{trL} を 40%弦長点に固定しておいて、上面の遷移点位置 x_{trU} を 10%弦長点から 30%弦長点に移動させた場合であるが、図から明らかなように、この場合圧力分布の変

化は小さく、揚力係数の変化も 5%以下である。このような傾向は、well-attached flow の特徴であって、(a) の場合、first inviscid approximation における揚力係数が 0.237 であることからわかるように、境界層排除効果は小さく、したがって遷移点位置の影響も小さい訳である。これに反して (b) では、first inviscid approximation における揚力係数が 0.763 であることから窺えるように、境界層、特に上面のそれは、45%弦長点附近から始まる急峻な圧力上昇のため著しく発達し、後縁近傍では乱流剥離に近い状態となっている。このため、翼上面において、45%弦長点から 47%弦長点への僅か 2%弦長の遷移点の移動によっても、翼面後部の境界層の厚さに大きな変化がもたらさ

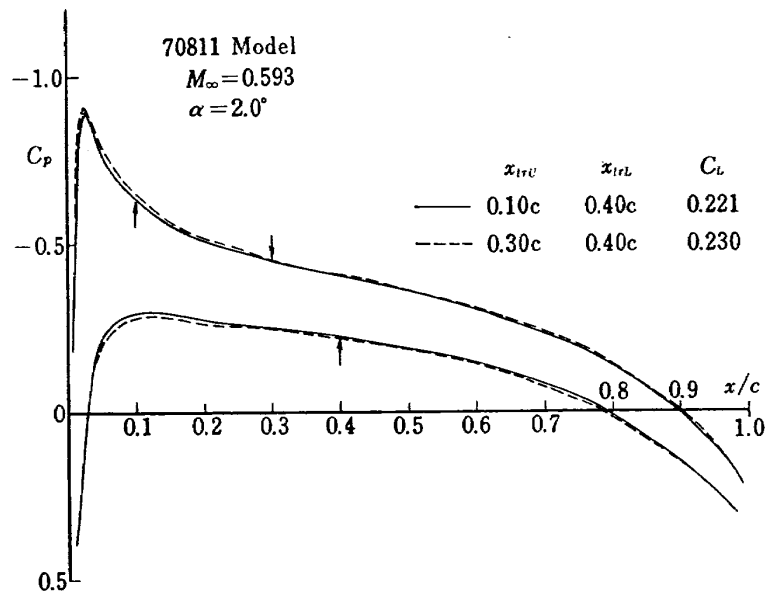


図 16(a) 遷移点位置の影響 (1)

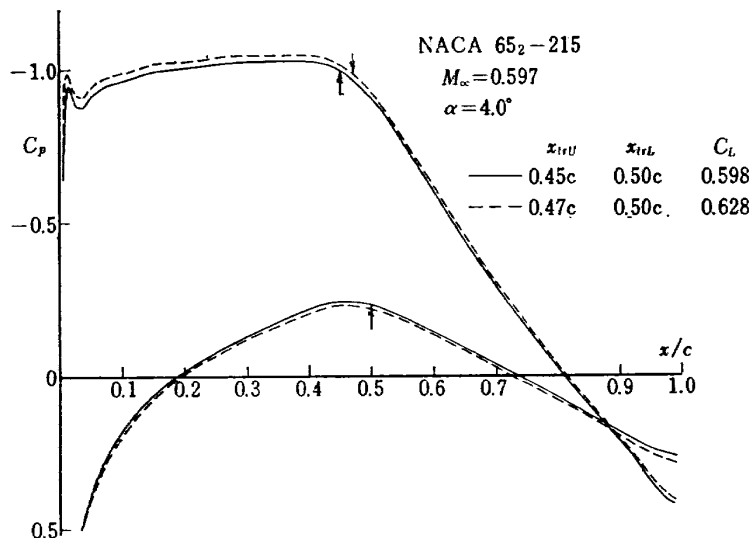


図 16(b) 遷移点位置の影響 (2)

れ、揚力係数に 5 % 程度の差を生じている。

5. 結 語

亜音速流中の二次元翼上の圧力分布を、subcritical, attached flow の場合について計算するプログラムを、圧縮性効果の評価法としては文献 11 における方法を修正したものを用い、また、粘性効果の評価法としては boundary-layer camber model を用いることにより構成した。このプログラムによる計算結果と、非粘性流における厳密解あるいは風洞試験結果との比較によれば、我々のプログラムは、実用上、十分な精度をもつものと考えられる。

我々のプログラムにおいて、今後改善を行なう余地のある主要な問題点としては、本文 3. で述べた、前方岐点附近の速度分布、翼後縁近傍の速度分布、および遷移点の三者が挙げられる。

前縁附近の速度分布を精度よく求めるためには、前方岐点の位置を正確に知ることが必要であるが、3. で述べたように、我々の方法はこの点に関して無力である。Van Dyke²¹⁾ は、薄翼理論に基づいて得られた second-order effects の前縁における特異性を除く方法 (edge correction) を与えたが、この方法によれば、岐点の位置を second-order まで正しく求めることができる。前縁半径の大きさが second-order であるから、岐点位置の誤差と前縁半径の大きさとの比は first-order となるが、岐点近傍での速度の変化が極めて大きいので、前縁半径に比べ first-order の岐点位置の変動といえども、速度分布の精度に与える影響は大きいものがある。我々の方法の原点である (2.11) あるいは (2.9) に用いられている edge-correction factor は、岐点位置に関して言えば、first-order の精度しか持たず、岐点位置の誤差は、前縁半径の大きさの程度であると考えられる。したがってこの場合、前縁附近の速度の精度は全く期待できないものとなる。これを改善するためには、Van Dyke の方法にしたがって second-order まで正しい edge-correction factor を見出し、これによって (2.9)、(2.11) と類似の圧縮性効果評価法を構成するか、あるいは、圧縮流中の厳密解を与える方法を採用するかせねばならない。

次に、後縁近傍に関する我々のプログラムの問題であるが、これには二つあって、一つは 3. で述べた境界層計算における入力としての非粘性流速度分布、他は、境界層排除効果を考慮して得られた、いわば出力としての速度分布、にそれぞれ関するものである。第一の問題に対しては、3.2 で述べたような便法によっ

てこれを回避することができるが、第二の問題については、boundary-layer camber model が本質的に非粘性流に対する考え方で計算を行なうものであるため、計算結果としての後縁近傍における圧力或は速度の値が、実際に観測されるものと大きくかけ離れてしまう点に対して、現在のところ対策がない。camber model の代わりに displacement model を用いればやや改善されるかに見えるが、粘性の影響を境界層の排除効果として評価する boundary-layer displacement model がそもそも後縁近傍で妥当性を失うかもしれない。このような観点から、後縁近傍の速度や圧力の計算を精度よく行なうためには、そこにおける流れの本質的な特性をまず把握することが大切であると考えられる。このような方向を目指すものとして、Spence²²⁾ や Riley & Stewartson²³⁾ の解析が見出されるが、我々のプログラムのような、実用を指向した計算法に組み込めるような情報が得られるまでには、さらに多くの研究成果を俟たなければならない。near wake を含めた trailing-edge region の解析は、今後の大きな課題の一つである。

最後に、遷移点の問題であるが、これは、我々のプログラムが self-contained ではない唯一の点であると言することができる。2. で触れた Lockheed programme のように、遷移点位置に関する判定をも計算プログラム中に含むようにすることは可能であるが、文献 9 にみられるようにその精度は良いとはいえず、また、遷移を点で起るとする考え方自体にも問題がある。Brebner & Bagley¹³⁾ の測定によれば、境界層の遷移によって、圧力分布に 'dip' の生ずることが観測されているが、我々の計算結果およびそれとの比較に用いられた実験結果は、この 'dip' の有無を示すほどの精度をもたない。前節における図 16(a), (b) の例もあり、遷移点位置の影響は場合によって異なるが、上述した後縁近傍における圧力分布の問題に比べれば、極端な場合を除いて、遷移点位置の影響は第二義的なものと言えるであろう。しかしながら、今後、計算精度の向上につれて、遷移領域の問題は重要性を増してくるものと思われる。

参 考 文 献

- 1) P.G. Wilby: The Calculation of Sub-critical Pressure Distributions on Symmetrical Aero-foils at Zero Incidence, NPL Aero Report 1208, 1967
- 2) C.C.L. Sells: Plane Subcritical Flow Past

- a Lifting Aerofoil, RAE Tech. Rep. 67146, 1967
- 3) R. Magnus & H. Yoshihara: Inviscid Transonic Flow over Airfoils, AIAA J. Vol. 8, No.12, 1970
- 4) Tsze C. Tai: Application of the Method of Integral Relations to Transonic Airfoil Problems, AIAA Paper No. 71-98, 1971
- 5) E.M. Murman & J.D. Cole: Calculation of Plane Steady Transonic Flows, AIAA J. Vol. 9, No. 1, 1971
- 6) J.H. Preston: The Calculation of Lift Taking Account of Boundary Layer, A.R.C. R & M No. 2725, 1949
- 7) D.A. Spence: Prediction of the Characteristics of Two-dimensional Airfoils, J. Aero. Sci. Vol. 21, No. 9, 1954
- 8) D.A. Spence & J.A. Beasley: The Calculation of Lift Slopes, Allowing for Boundary Layer, with Applications to the RAE 101 and 104 Aerofoils, A.R.C. R & M No. 3137, 1960
- 9) J.A. Bennett & S.H. Goradis: Methods for Analysis of Two-dimensional Airfoils, Lockheed-Georgia Co. ER 8591
- 10) R.C. Lock, B.J. Powell, C.C.L. Sells & P.G. Wilby: The Prediction of Aerofoil Pressure Distributions for Subcritical Viscous Flows, Paper No. 12 of AGARD C.P. No. 35, 1968
- 11) Th. E. Labrujere, W. Loeve & J.W. Slooff: An Approximate Method for the Determination of the Pressure Distribution on Wings in the Lower Critical Speed Range, Paper No. 17 of AGARD C.P. No. 35, 1968
- 12) 石田洋治: 圧縮性流れにおける翼型抗力の計算, 航空宇宙技術研究所報告 TR-253
- 13) G.G. Brebner & J.A. Bagley: Pressure and Boundary-layer Measurements on a Two-dimensional Wing at Low Speed, A.R.C. R & M No. 2886, 1952
- 14) M.C.P. Firmin & T.A. Cook: Detailed Exploration of the Compressible, Viscous Flow over Two-dimensional Aerofoils at High Reynolds Numbers, ICAS Paper No. 68-09, München, 1968
- 15) B. Thwaites (ed.): Incompressible Aerodynamics, Oxford University Press, 1960
- 16) B.J. Powell: The Calculation of the Pressure Distribution on a Thick Cambered Aerofoil at Subsonic Speeds Including the Effects of the Boundary Layer, NPL Aero Report 1238, 1967
- 17) J.W. Boerstael: Symmetrical Subsonic Potential Flows around Quasi-Elliptical Aerofoil Sections, NLR-TR 68016 U, 1968
- 18) J.J. Kacprzynski: A Study of Pressure Distributions Calculated with the Sells Method on a Series of Quasi-Elliptical Symmetrical Airfoils in Subcritical Flow, NRC Aeronautical Report LR-533, 1970
- 19) J.F. Nash & A.G.J. Macdonald: The Calculation of Momentum Thickness in a Turbulent Boundary Layer at Mach Numbers up to Unity, A.R.C. C.P. No. 963, 1967
- 20) 高梨 進: 衝撃波の生じない遷音速翼型の一系, 第二回日本航空宇宙学会年会前刷, 1971年4月
- 21) M.D. Van Dyke: Second-order Subsonic Airfoil Theory Including Edge Effects, NACA Rep. 1274, 1956
- 22) D.A. Spence: Wake Curvature and the Kutta Condition, J. Fluid Mech. Vol. 44 Part 4, 1970
- 23) N. Riley & K. Stewartson: Trailing-edge Flows, J. Fluid Mech. Vol. 39, Part 1, 1969
- 24) M. Ebihara: A Study of Subsonic Two-dimensional Wall Interference Effects in a Perforated Wind Tunnel with Particular Reference to the NAL 2m×2m Transonic Wind Tunnel — Inapplicability of the Conventional Boundary Condition. NAL Tech. Rep. 252 T, 1971
- 25) 河崎俊夫: 翼型及び翼列のまわりのポテンシャル流れについて, 運研報告 1-4 pp. 127~136, 1951

- | | | |
|--------|---|----------------------------|
| TR-242 | 熱線による3次元平均速度ベクトルとレイノルズ応力の測定
Measurement of Three-Dimensional Mean Velocity Vector and Reynolds Stress by Single Rotatable Hot-Wire | 1971年7月 林 良生, 中谷輝臣 |
| TR-243 | 揚力をもつ物体のまわりのポテンシャル流れの計算法 I その理論的基礎
A Method for the Calculation of Lifting Potential Flow Problems
—Part 1 Theoretical Basis— | 1971年7月 海老原正夫 |
| TR-244 | 超音速風洞における動安定微係数の測定
Measurements of Dynamic Stability Derivatives in Supersonic Blowdown Wind Tunnel | 1971年7月 高島一明, 榊原盛三
関根英夫 |
| TR-245 | ヘリコプタ高度・速度線図および臨界決定点の解析的推定法
An Analytical Method to Predict Height-Velocity Diagram Critical Decision Point of Rotorcraft | 1971年8月 古茂田真幸 |
| TR-246 | 梁の大変形問題の解析について
On Analysis of Large Deformation Problems of Beam | 1971年11月 泉 日出夫 |
| TR-247 | 任意物体のまわりの自由流線理論
On the Theory of Free Streamlines Past an Arbitrary Shape | 1971年9月 高橋 倅 |

航空宇宙技術研究所報告248号

昭和46年11月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表) 182

印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川 2-27-12
