

UDC 539.384 :
624.042

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-250

はりの大変形解析

多田保夫・日下和夫

1971年10月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

はりの大変形解析*

多田保夫** 日下和夫**

Large Deflection of Cantilever Beams

By Yasuo TADA and Kazuo KUSAKA

In this study, finite element solution procedures are developed for the analysis of inextensible beam.

For this approach, nodal coordinates and direction cosines of a tangent vector in the deformed configuration have been adopted as nodal parameters. Element stiffness matrices are obtained from the nonlinear equations of equilibrium using Galerkin's method. In the numerical solution procedure, an iterative process must be applied using two alternative stiffness equations to ensure the convergence of solutions.

The results of a numerical calculation using this method compare reasonably well with those of experiment, as well as those obtained using the elliptical integral.

1. ま え が き

はりの大变形問題 (Elastica) は工学および応用数学上の典型的な非線形問題の一つとして18世紀から研究されてきた¹⁾。近年まではこの問題に対する唯一の有効な解法として楕円関数を用いる方法が一般に認められていた。²⁾ところが最近の電子計算機の急速な発達に伴い以前には不可能であった大量の複雑な数値計算が可能となり、構造解析の分野でも電子計算機を用いることを前提とした有限要素法が急激に広まりつつある。そこで上に述べた古典的な非線形問題を有限要素法、その中でも一般に広く用いられている変位法の手法を応用して解くことを試み良好な結果を得たのでこれについて報告する。

大变形問題においては非線形性のため線形問題の場合広く用いられている重ね合せが成り立たない。このため大变形の場合の解法として、まず線形計算によって解を求めこれを用いて改良された剛性方程式を立て、さらにこの解を用いて剛性マトリックスを修正しより改良された解を求めるという過程を繰り返行なって収束解を求める直接反復法や、幾何剛性マトリッ

クスを導入して荷重を漸増しつつ計算を行ない、一段階の荷重増分に対しては変形は線形であるとして最終荷重までの変位の総和を求め解とする増分法などが行なわれてきた。本解法は反復法の一つではあるが、線形計算から始めて漸次剛性マトリックスを修正する従来の直接反復法と異なり、変形後の節点の座標 (x , y) とその点の接線ベクトルの方向余弦 ($\cos\theta$, $\sin\theta$) を節点パラメタとして用い、 x と $\cos\theta$ および y と $\sin\theta$ に関する2個の連立剛性方程式を立てこの二つの式を交互に用いて収束解を求めるものである。要素の剛性マトリックスは非線形均合方程式の誤差項にガラキン法を適用して求め、これを組み合わせて全体の剛性方程式を導いた。

なお解析を進めるにあたって以下の仮定を用いた。

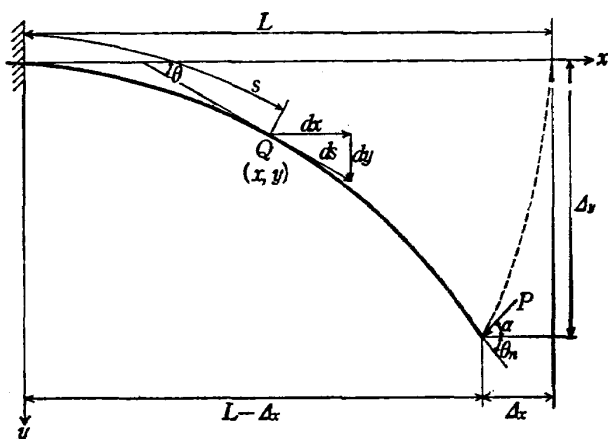
1. はりは不伸長である。
2. はりの曲げモーメントと曲率の関係は Bernoulli-Euler の仮定にしたがう。
3. はりの材料定数および断面定数は一定である。

2. 微分方程式の誘導

S , M , r , s , θ および EI をそれぞれはりのせん断力、曲げモーメント、変形後のはりの曲率半径、中心線に沿ってとった座標、傾きおよび曲げ剛性とする。

* 昭和46年3月15日受付

** 機体第二部



第1図 座 標 系

(第1図参照)

Bernonlli-Euler の仮定によればモーメントと曲率の関係は上の記号を用いて次式のように表わされる。

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI} = \frac{d\theta}{ds} \quad (1)$$

またせん断力とモーメントの関係は次式で与えられる。

$$\frac{dM}{ds} = -S \quad (2)$$

式(1)を微分し式(2)と組み合わせると次式を得る。

$$-\frac{S}{EI} = \frac{d^2\theta}{ds^2} \quad (3)$$

式(1)(2)および(3)は、はりの大変形問題(Elastica)における基礎式^{2), 3)}であり以下に述べる微分方程式の誘導およびその解法において重要な役割を果たすものである。

基本的なはりの大変形問題として第1図に示すように長さ L の片持はりの先端に任意の角度の傾きをもって荷重 P が作用する場合を考察する。

第1図を参照し式(1)に与えられたモーメントと曲率の関係を用いれば、変形後のはりの任意点 Q(x, y) におけるモーメントは次式のごとく表わされる。

$$M = EI \frac{d\theta}{ds} = P_y(L - \Delta_x - x) + P_x(\Delta_y - y) \quad (4)$$

ここに $P_y = P \sin \alpha$, $P_x = P \cos \alpha$

α : 荷重 P の作用方向と x 軸とのなす角

Δ_x : 自由端変位の x 方向成分

Δ_y : 自由端変位の y 方向成分

式(4)の両辺を s に関して微分し

$$\frac{d^2\theta}{ds^2} = -\frac{1}{EI} \left(P_y \frac{dx}{ds} + P_x \frac{dy}{ds} \right) \quad (5)$$

を得る。x および y 座標を s をパラメタとして表すと

$$\begin{cases} x = x(s) \\ y = y(s) \end{cases} \quad (6)$$

ここで定義から明らかなように x, y, s および θ は

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{ds} &= \cos \theta \\ \frac{dy}{ds} &= \sin \theta \\ \frac{dy/ds}{dx/ds} &= \tan \theta \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left(\frac{dx}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dy}{ds} \right)^2 = 1 \quad (8)$$

なる関係にある。式(7)から

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2x}{ds^2} &= -\sin \theta \frac{d\theta}{ds} = -\frac{dy}{ds} \frac{d\theta}{ds} \\ \frac{d^2y}{ds^2} &= \cos \theta \frac{d\theta}{ds} = \frac{dx}{ds} \frac{d\theta}{ds} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

となり、したがって式(8)および(9)から

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\theta}{ds} &= \frac{dx}{ds} \frac{d^2y}{ds^2} - \frac{dy}{ds} \frac{d^2x}{ds^2} \\ \frac{d^2\theta}{ds^2} &= \frac{dx}{ds} \frac{d^3y}{ds^3} - \frac{dy}{ds} \frac{d^3x}{ds^3} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

を得る。式(5)と式(10)の第2式を等置し次式を得る。

$$\frac{dx}{ds} \frac{d^3y}{ds^3} - \frac{dy}{ds} \frac{d^3x}{ds^3} = -\frac{1}{EI} \left(P_y \frac{dx}{ds} + P_x \frac{dy}{ds} \right) \quad (11)$$

ここで記号 f を次のように定義する。

$$f = \tan \theta = \frac{dy/ds}{dx/ds} = f(s) \quad (12)$$

区間 $0 \leq \theta < \pi/2$ において dx/ds が零でないことに注意すれば、式(11)は次式のごとく変形される。

$$\frac{d^3y}{ds^3} - f \frac{d^3x}{ds^3} + \frac{1}{EI} (P_y + P_x f) = 0 \quad (13)$$

上式の左辺を s に関して微分し

$$\frac{d^4y}{ds^4} - \frac{df}{ds} \frac{d^3x}{ds^3} - f \frac{d^4x}{ds^4} + \frac{P_x}{EI} \frac{df}{ds} = 0 \quad (14)$$

を得る。次に式(12)の関係を用いて上式より d^4x/ds^4 を消去し整理すれば、最終的な微分方程式として次式が求められる。

$$\begin{aligned} 2 \frac{d}{ds} \left(\frac{df}{ds} \frac{d^2x}{ds^2} \right) + \frac{d}{ds} \left(\frac{d^2f}{ds^2} \frac{dx}{ds} \right) \\ + \frac{P_x}{EI} \frac{df}{ds} = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

かくして問題は微分方程式(8)および(15)を以下の境界条件の下で解くことに帰着する。

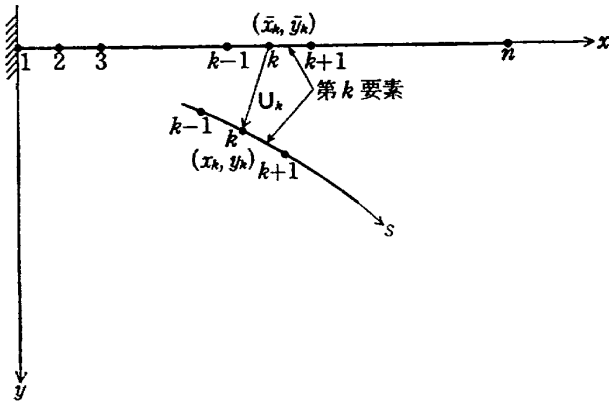
$$s=0; \quad x=0, \quad \frac{dx}{ds} = \cos \theta = 1$$

$$\begin{aligned} s=L; \quad M=EI \frac{d\theta}{ds} = 0, \quad s = -EI \frac{d^2\theta}{ds^2} \\ = P_y \cos \theta_s + P_x \sin \theta_s \end{aligned}$$

ここに θ_s は荷重点におけるはりの傾きである。

3. 要素剛性マトリックスの誘導

第2図に示すごとく、はりは $n-1$ 個の要素に分割



第2図 要素分割および変形前後の要素の関係

されているものとする。ここに n は節点の数である。

変形後の節点の座標 (x_k, y_k) は s_k をパラメタとして次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} x_k &= x(s_k) \\ y_k &= y(s_k) \end{aligned} \right\} \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad (16)$$

明らかに

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{ds} \Big|_{s_k} &= \cos \theta_k \\ \frac{dy}{ds} \Big|_{s_k} &= \sin \theta_k \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

は節点 k における接線ベクトルの方向余弦である。なお以下では“'”は式に使われている変数 s あるいは後で用いる変数 ξ に対応して d/ds あるいは $d/d\xi$ を意味するものとする。

さて \bar{x}_k, \bar{y}_k を変形前の節点 k の x および y 座標とする。考えているはり是不伸長を仮定しているからただちに $\bar{x}_k = s_k, \bar{y}_k = 0$ である。したがってもし、 $x_k = x(s_k), y_k = y(s_k)$ および $x' = x'(s_k), y' = y'(s_k)$ が求められたならば、節点 k の変位および傾きは次のように容易に求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} U_{kx} &= x_k - \bar{x}_k, \quad U_{ky} = y_k \\ \theta_k &= \tan^{-1} \left(\frac{y'_k}{x'_k} \right) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

ここに

U_{kx} : 節点 k の変位ベクトル U の x 成分

U_{ky} : 節点 k の変位ベクトル U の y 成分

次に以下の無次元量を導入する。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{s-s_k}{l_k} \quad (s_k \leq s \leq s_{k+1}) \\ x^* &= \frac{x}{L} \\ y^* &= \frac{y}{L} \\ f^* &= f \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

ここに

l_k : 第 k 番目のはり要素の長さ

上の無次元量を用いて(15)式を書き直すと

$$\begin{aligned} 2 \frac{d}{d\xi} \left(\frac{df^*}{d\xi} \frac{d^2 x^*}{d\xi^2} \right) + \frac{d}{d\xi} \left(\frac{d^2 f^*}{d\xi^2} \frac{dx^*}{d\xi} \right) \\ + \frac{P_s l_k^3}{EIL} \frac{df^*}{d\xi} = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

となる。

変形後の第 k 番目の要素内の任意の点の x 座標は Hermite の補間関数 $\phi_1^k, \phi_2^k, \phi_3^k, \phi_4^k$ を用いて近似される⁵⁾⁶⁾。無次元化された近似値を x_e^* で表わせば、 x_e^* は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} x_e^*(\xi) &= \phi_1^k(\xi) \frac{x_k}{L} + \phi_2^k(\xi) \frac{l_k}{L} \cos \theta_k + \phi_3^k(\xi) \frac{x_{k+1}}{L} \\ &\quad + \phi_4^k(\xi) \frac{l_k}{L} \cos \theta_{k+1} \end{aligned} \quad (21)$$

ただし節点における幾何学的連続条件を満たすために、上式中の ϕ_i^k ($i=1, 2, 3, 4$) は第1表に与えた Hermite の条件を満足するものでなければならない。

一方、式(8)および(12)から f は次のように表わされる。

$$f = \tan \theta = -\frac{y'}{x'} \sqrt{\frac{1-x'^2}{x'^2}} \quad (0 \leq \theta < \frac{\pi}{2})$$

あるいは式(19)の記号を用いて

$$f^* = \frac{y^{*'}}{x^{*'}} = \sqrt{\frac{(l_k/L)^2 - x^{*2}}{x^{*2}}} \quad (22)$$

式(22)の x^* を x_e^* によって近似的におきかえることによって f^* の近似値 f_e^* を得る。

$$f_e^* = \sqrt{\frac{(l_k/L)^2 - x_e^{*2}}{x_e^{*2}}} \quad (23)$$

同様に $f^{*'} \text{ と } f^{*''}$ の近似値 $f_e^{*'} \text{ および } f_e^{*''}$ を得る。

したがってこれらの近似値を用いて式(20)を書きかえらると

ξ	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	$\frac{d\phi_1}{d\xi}$	$\frac{d\phi_2}{d\xi}$	$\frac{d\phi_3}{d\xi}$	$\frac{d\phi_4}{d\xi}$
0	1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	1

第1表 補間関数の境界における値

$$2 \frac{d}{d\xi} \left(\frac{df_s^*}{d\xi} \frac{d^2 x_s^*}{d\xi^2} \right) + \frac{d}{d\xi} \left(\frac{d^2 f_s^*}{d\xi^2} \frac{dx_s^*}{d\xi} \right) + \frac{Px l_k^3}{EIL} \frac{df_s^*}{d\xi} = g(\xi, x_k, \cos \theta_k, x_{k+1}, \cos \theta_{k+1})$$

となる。この g は近似によって生じた誤差項である。上式を次のように略記する。

$$2(f_s^* x_s^{*''})' + (f_s^{*''} x_s^*)' + p_s f_s^* = g$$

ここに

$$p_s = \frac{P_s l_k^3}{EIL}$$

誤差項 g を最小にする方法については種々の論議があるが、ここでは ガラーキン法を適用⁵⁾⁶⁾ することにする。すなわち

$$\int_0^1 \phi_i^k [2(f_s^* x_s^{*''})' + (f_s^{*''} x_s^*)' + p_s f_s^*] d\xi = 0 \quad (i=1, 2, 3, 4) \quad (24)$$

となるが、この式の左辺の各項は部分積分によって以下のように変形される。

$$\begin{aligned} \int_0^1 2\phi_i^k (f_s^* x_s^{*''})' d\xi &= 2\phi_i^k f_s^* x_s^{*''} \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 \phi_i^k f_s^{*'} x_s^{*''} d\xi \\ \int_0^1 \phi_i^k (f_s^{*''} x_s^*)' d\xi &= \phi_i^k f_s^{*''} x_s^* \Big|_0^1 - \phi_i^k f_s^{*'} x_s^{*'} \Big|_0^1 + \int_0^1 f_s^{*'} (\phi_i^k x_s^{*'} + \phi_i^{k'} x_s^{*''}) d\xi \\ p_s \int_0^1 \phi_i^k f_s^* d\xi &= p_s \phi_i^k f_s^* \Big|_0^1 - p_s \int_0^1 \phi_i^{k'} f_s^{*'} d\xi \end{aligned}$$

式(7)(9)および(19)で与えられた関係を用いると上式の右辺のうち積分限界によって決まる項は、次のように近似的に表わされる。

$$\begin{aligned} 2\phi_i^k f_s^* x_s^{*''} \Big|_0^1 &\cong -2\phi_i^k \sec^2 \theta \sin \theta \left(\frac{d\theta}{ds} \right)^2 \frac{l_k^3}{L} \Big|_0^1 \\ \phi_i^k f_s^{*''} x_s^* \Big|_0^1 &\cong 2\phi_i^k \sec^2 \theta \sin \theta \left(\frac{d\theta}{ds} \right)^2 \frac{l_k^3}{L} \Big|_0^1 + \phi_i^k \sec \theta \frac{d^2 \theta}{ds^2} \frac{l_k^3}{L} \Big|_0^1 \\ \phi_i^{k'} f_s^{*'} x_s^{*'} \Big|_0^1 &\cong \phi_i^{k'} \sec \theta \frac{d\theta}{ds} \frac{l_k^2}{L} \Big|_0^1 \\ p_s \phi_i^k f_s^* \Big|_0^1 &\cong p_s \phi_i^k \tan \theta \Big|_0^1 \end{aligned}$$

また最終項の積分を次のように書きかえる。

$$p_s \int_0^1 \phi_i^{k'} f_s^{*'} d\xi = \bar{p}_s \int_0^1 h^* f_s^* \phi_i^{k'} x_s^{*'} d\xi$$

$$\text{ここに } \bar{p}_s = \frac{P_s l_k^2}{EI}$$

$$h^* = \sec \theta$$

上で導いた関係を用いると式(24)は次のようになる。

$$\begin{aligned} \int_0^1 f_s^{*'} \phi_i^{k''} x_s^{*'} d\xi - \int_0^1 f_s^{*'} \phi_i^{k'} x_s^{*''} d\xi \\ - \bar{p}_s \int_0^1 h^* f_s^* \phi_i^{k'} x_s^{*'} d\xi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= -\phi_i^k \sec \theta \frac{d^2 \theta}{ds^2} \frac{l_k^3}{L} \Big|_0^1 + \phi_i^{k'} \sec \theta \frac{d\theta}{ds} \frac{l_k^2}{L} \Big|_0^1 \\ &\quad - p_s \phi_i^k \tan \theta \Big|_0^1 \end{aligned} \quad (25)$$

式(5), (7)および(1)を用いて式(25)の右辺は次のように書きかえることができる。

$$\frac{l_k^3}{EIL} P_s \phi_i^k \Big|_0^1 + \frac{l_k^2}{EIL} \sec \theta M \phi_i^{k'} \Big|_0^1$$

したがって式(25)は最終的に次式のごとく表わされる。

$$\begin{aligned} \int_0^1 f_s^{*'} \phi_i^{k''} x_s^{*'} d\xi - \int_0^1 f_s^{*'} \phi_i^{k'} x_s^{*''} d\xi \\ - \frac{P_s l_k^2}{EI} \int_0^1 h^* f_s^* \phi_i^{k'} x_s^{*'} d\xi \\ = \frac{l_k^3}{EIL} P_s \phi_i^k \Big|_0^1 + \frac{l_k^2}{EIL} \sec \theta M \phi_i^{k'} \Big|_0^1 \end{aligned} \quad (26)$$

ϕ_i^k および $\phi_i^{k'}$ は Hermite の条件 (第1表参照) を満足するものであるから式(26)は次のようにマトリックス形式で表わすことができる。

$$\begin{aligned} \left[K_{ij}^k \right] \left\{ \delta^k \right\} - \left[\bar{K}_{ij}^k \right] \left\{ \delta^k \right\} - \left[\bar{p}_s \bar{K}_{ij}^k \right] \left\{ \delta^k \right\} = \left\{ F_k \right\} \\ (i, j=1, 2, 3, 4) \end{aligned} \quad (27)$$

上式において $\left[K_{ij}^k \right]$, $\left[\bar{K}_{ij}^k \right]$ および $\left[\bar{p}_s \bar{K}_{ij}^k \right]$ は 4 行 4 列の正方マトリックスであって、その成分はそれぞれ次の式(28)で示されているものである。

$$\left. \begin{aligned} K_{ij}^k &= \int_0^1 f_s^{*'} \phi_i^{k''} \phi_j^{k'} d\xi \\ \bar{K}_{ij}^k &= \int_0^1 f_s^{*'} \phi_i^{k'} \phi_j^{k''} d\xi \\ \bar{p}_s \bar{K}_{ij}^k &= \frac{P_s l_k^2}{EI} \int_0^1 h^* f_s^* \phi_i^{k'} \phi_j^{k'} d\xi \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$\left\{ \delta^k \right\}$ および $\left\{ F^k \right\}$ は列マトリックスであって、その成分はそれぞれ式(29)および式(30)で示されているものである。

$$\left\{ \delta^k \right\} = \left\{ \begin{aligned} &\frac{x_k}{L} \\ &\frac{x_k}{L} \cos \theta_k \\ &\frac{x_{k+1}}{L} \\ &\frac{x_{k+1}}{L} \cos \theta_{k+1} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

$$\left\{ F^k \right\} = \left\{ \begin{aligned} &-\frac{l_k^3}{EIL} P_s \\ &-\frac{l_k^2}{EIL} \sec \theta_k M_k \\ &\frac{l_k^3}{EIL} P_s \\ &\frac{l_k^2}{EIL} \sec \theta_{k+1} M_{k+1} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

式(28)(29)および式(30)の内容から明かなように式(27)は連立方程式群を与えるもので、これは通常の有限要素法(変位法)によって問題を解く場合に得られる剛性方程式と同一形式である。したがって式(28)で与えられる剛性マトリクスが算出できれば従来の方法と同様にして全体剛性方程式を組み立て解を求めることができる。この部分については後に計算法のところで説明する。

次に式(8)に与えられている関係を利用して式(27)に代わる剛性方程式を求めることにする。式(8)を無次元化すると

$$x^{*2} + y^{*2} = \left(\frac{l_k}{L}\right)^2 \quad (31)$$

となる。上式と式(19)から

$$x^{*'} = -\frac{y^{*'}}{x^{*'}} y^{*'} = -f^* y^{*'} \quad (32)$$

$$f^{*'} = \left(\frac{y^*}{x^*}\right)' = \frac{y^{*'} x^{*'} - y^* x^{*''}}{x^{*2}} \quad (33)$$

を得る。式(32)および式(33)の関係をを用いると式(25)の左辺の各項はそれぞれ次のように $y^{*'}$ および $y^{*''}$ の項で表わすことができる。

$$\int_0^1 f_{i,j}^{*'} \phi_i^{*'} x_{i,j}^{*'} d\xi = \int_0^1 \phi_i^{*'} (1 + f_{i,j}^{*2}) y_{i,j}^{*'} d\xi$$

$$\int_0^1 f_{i,j}^{*'} \phi_i^{*'} x_{i,j}^{*'} d\xi = - \int_0^1 \phi_i^{*'} f_{i,j}^{*'} f_{i,j}^{*2} y_{i,j}^{*'} d\xi$$

$$\frac{P_z l_k^2}{EI} \int_0^1 h^* f_{i,j}^{*'} \phi_i^{*'} x_{i,j}^{*'} d\xi = \frac{P_z l_k^2}{EI} \int_0^1 h^* \phi_i^{*'} y_{i,j}^{*'} d\xi$$

すなわち、このことはもし式(21)において $x_{i,j}^*(\xi)$ が $y_{i,j}^*(\xi)$ に置きかえられたならば式(27)を得たと同様な手法によって式(27)に代わる剛性方程式が得られることを示している。この場合、式(28)および式(29)の対応する項はそれぞれ次のように変えられる。

$$\left. \begin{aligned} K_{ij}^{*'} &= \int (1 + f_{i,j}^{*2}) \phi_i^{*'} \phi_j^{*'} d\xi \\ \bar{K}_{ij}^{*'} &= \int f_{i,j}^{*'} f_{i,j}^{*2} \phi_i^{*'} \phi_j^{*'} d\xi \\ \bar{p}_i \bar{K}_{ij}^{*'} &= \frac{P_z l_k^2}{EI} \int_0^1 h^* \phi_i^{*'} \phi_j^{*'} d\xi \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

$$\left\{ \delta^{*'} \right\} = \left\{ \begin{aligned} &\frac{y_k}{L} \\ &\frac{l_k}{L} \sin \theta_k \\ &\frac{y_{k+1}}{L} \\ &\frac{l_k}{L} \sin \theta_{k+1} \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

式(22)の $x_{i,j}^*$ によって表わされた関数 $f_{i,j}^*$ も次のように変えられる。

$$f_{i,j}^* = \sqrt{\frac{y_{i,j}^{*2}}{(l_k/L)^2 - y_{i,j}^{*2}}} \quad (36)$$

結局、式(27)は最終的には式(37)で示すように y の項で表わされる剛性方程式に置き換えられる。

$$\left\{ K_{ij}^{*'} \right\} \left\{ \delta^{*'} \right\} + \left\{ \bar{K}_{ij}^{*'} \right\} \left\{ \delta^{*'} \right\} - \left\{ \bar{p}_i \bar{K}_{ij}^{*'} \right\} \left\{ \delta^{*'} \right\} = \left\{ F^* \right\} \quad (37)$$

4. 計算法

剛性方程式(27)および(37)を解くためには先ず剛性マトリクスを計算する必要がある。このためには補間関数 ϕ_i^* および f^* を ξ の関数として表わさなければならない。ここでは ϕ_i^* を次のように3次の多項式にとる。

$$\phi_i^*(\xi) = a_{i1} + a_{i2}\xi + a_{i3}\xi^2 + a_{i4}\xi^3 \quad (i=1, 2, 3, 4) \quad (38)$$

上式中の16個の係数 a_{ij} は16個の Hermite の条件(第1表)から決定する。次に f^* であるが $f^* = \tan \theta$ であることに注意すれば、 f^* を ξ の関数で表わすことは θ を ξ の関数で表わすことと同等である。いま

$$\theta = \theta_k + \Delta\theta \quad (\theta_k \leq \theta \leq \theta_{k+1})$$

とおけば

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \cos(\theta_k + \Delta\theta) \\ &= \cos \theta_k \cos \Delta\theta - \sin \theta_k \sin \Delta\theta \end{aligned}$$

となる。 $\cos \Delta\theta$ および $\sin \Delta\theta$ をテイラー展開して

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \cos \theta_k \left(1 - \frac{\Delta\theta^2}{2} + \frac{\Delta\theta^4}{24} \dots \right) \\ &\quad - \sin \theta_k \left(\Delta\theta - \frac{\Delta\theta^3}{6} + \frac{\Delta\theta^5}{120} \dots \right) \end{aligned} \quad (39)$$

を得る。同様にして $\sin \theta$ は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \sin \theta_k \left(1 - \frac{\Delta\theta^2}{2} + \frac{\Delta\theta^4}{24} \dots \right) \\ &\quad + \cos \theta_k \left(\Delta\theta - \frac{\Delta\theta^3}{6} + \frac{\Delta\theta^5}{120} \dots \right) \end{aligned} \quad (40)$$

式(39)および式(40)を式(5)に代入し、さらに式(19)の関係をを用いて無次元化すれば

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \theta}{d\xi^2} &= -\frac{l_k^2}{EI} \cos \theta_k \left[P_z \left(1 - \frac{\Delta\theta^2}{2} + \frac{\Delta\theta^4}{24} \dots \right) \right. \\ &\quad \left. + P_z \left(\Delta\theta - \frac{\Delta\theta^3}{6} + \frac{\Delta\theta^5}{120} \dots \right) \right] \\ &\quad + \frac{l_k^2}{EI} \sin \theta_k \left[P_z \left(\Delta\theta - \frac{\Delta\theta^3}{6} + \frac{\Delta\theta^5}{120} \dots \right) \right. \\ &\quad \left. - P_z \left(1 - \frac{\Delta\theta^2}{2} + \frac{\Delta\theta^4}{24} \dots \right) \right] \end{aligned} \quad (41)$$

を得る。 $\Delta\theta$ を近似的に次式で表わすことにする。

$$\Delta\theta = (\theta_{k+1} - \theta_k) \xi = \beta \xi \quad (0 \leq \xi \leq 1) \quad (42)$$

この近似は節点数を十分多くとれば満足すべき結果を与えるものである。式(42)を式(41)に代入し積分すれば θ は ξ の関数として表わされる。この際生じる2個の積分定数は次の境界条件によって決定できる。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= 0; & \theta &= \theta_k \\ \xi &= 1; & \theta &= \theta_{k+1} \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

すなわち、先ず節点における傾き θ_k および θ_{k+1} を仮定し、それを用いて θ を ξ の函数として表わす。これと式 (38) で定めた ϕ_i^k によって、与えられた α および P に対する要素剛性マトリックスはすべて計算することができる。これをすべての要素 ($n-1$ 個) について計算し全体の剛性マトリックスを組み立てることは、通常の有限要素法の手法と同様である。かくして得られる剛性方程式 (連立方程式群) を解けば、解が求められるわけである。しかし、上述の計算過程から明らかなように最初に節点の傾き θ_k を仮定しているため、繰り返し計算 (iteration) によって解を求めることが必要である。 θ_k が解であるならば式 (27) および式 (37) を同時に満足すべきであるから、繰り返し計算にはこの両式を交互に用いればよい。このようにすれば θ_k が収束した段階では式 (27) から θ_k および x_k が、式 (37) からは近似的に同じ θ_k および y_k が得られる。なお収束の判定は θ_k については式 (27) および式 (37) の最終結果、 x_k については式 (27) の最終結果と前回の結果、 y_k については式 (37) の最終結果と前回の結果を比較し、これ等の 3 つの値が同時に許容誤差範囲にある場合解が収束したものとする。

これまで述べた計算法を以下に要約する。

1) 補間函数の 16 個の係数 $a_{ij}(i, j=1, 2, 3, 4)$ を Hermite の条件によって決定する。

2) 全節点の傾き θ_k を仮定し、 $\cos \beta_i$ および $\sin \beta_i$ のテイラー展開において適当な項数を用いて式 (41) から θ を ξ の函数として表わす。

3) 要素剛性マトリックス

$$\begin{bmatrix} K_{ij}^k \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \bar{K}_{ij}^k \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \bar{p}_x \bar{K}_{ij}^k \end{bmatrix}$$

を計算する。

4) はり全体の剛性マトリックスを組み立て、それを用いて節点の座標値およびその点における接線ベクトルの方向余弦を求める。

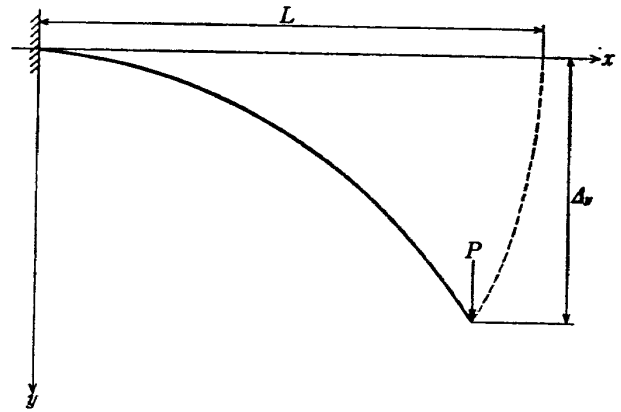
5) 4) の結果から θ_k を計算しこの θ_k を 2) の入力データとする。2) から 5) まで過程を θ_k , x_k および y_k が許容誤差範囲に収束するまで繰り返す。

なお 3, 4, 5 の繰り返し過程では式 (27) および式 (37) を交互に用いなければならない。

5. 計算および実験

5.1 計算

第 3 図に示すように自由端に $\alpha = \pi/2$ の角度で集中荷重を受ける片持はりについて計算をおこなった。この荷重条件を選んだのは、すでに楕円積分を用いた解⁷⁾ が報じられており比較に便利なためである。



第 3 図 計算および実験例

ここでは節点数は 21 個をとり、各要素は均等に分割した。各節点の傾き θ_k については先端の傾き θ_0 を仮定して入力とし、それをはりが放物線状に変形するものとしてプログラム上で各節点に配分して定めた。この最初の θ_0 の値は、 $PL^2/EI=0.5$ の場合の線形理論による解を用いた。荷重がさらに増大した場合についてはそれ以前の結果を参考にして適当に定めた。

第 2 表に $PL^2/EI=4.0$ の場合の全節点の無次元化された座標値を示す。第 4 図はその場合のはりのたわみ曲線である。なお第 2 表および第 4 図には実験結果を併記してある。第 3 表に PL^2/EI を種々変えた場合の自由端の傾き (θ°) および座標値 (x/L , y/L) を示す。第 5 図は第 3 表の値および楕円積分による解を比較して示してある。

5.2 実験

計算例と対応するよう第 6 図に示す実験をおこなった。試験片は板厚 1mm, 幅 10mm, 全長 500mm のスプリング鋼で、そのうち 100mm を固定治具ではさみ片持はりの長さは 400mm とした。自重によるたわみの影響を防ぐためはり先端における荷重方向は水平方向とし、第 7 図に示すように糸と滑車を用いて荷重方向を垂直方向に変え重錘を用いて所定の荷重を負荷した。この場合の糸と滑車との間の摩擦力は荷重に比較して無視できるオーダーであった。実験は 2 種類の試験片について各 2 回、50g きざみの荷重で最高荷重 550g まで負荷した。第 8 図(a)~(d)にその一例を示す。実験中のたわみ計測は自由端 (荷重点) についてのみおこない、他の節点の座標値は後で記録のスライドから読み取ったものである。第 2 表および第 3 表に示した実験値はこのようにして得た 4 回の実験値の算術平均値である。なお実験荷重の換算に用いた縦弾性係数 E は $2.17 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$ で、この値はたわみ実験終了後の試験片について引張試験をおこない算出したものである。

6. 考 察

第3表および第5図をみるとすべての荷重条件に対して、荷重端の y 座標値は計算値と実験値が5%以内で合っている。一方 x 座標値については荷重が小さい場合両者の差が認められ(最大14%), 荷重が大きい場合は y 座標値と同程度に合っている。この原因の一つとして考えられるものに繰り返し計算の解の収束判定基準がある。式(18)で与えられているように節点 k の変位ベクトル U_k の x , y 方向の成分はそれぞれ

$$U_{kx} = x_k - \bar{x}_k, \quad U_{ky} = y_k - \bar{y}_k$$

である。ここに (\bar{x}_k, \bar{y}_k) は変形前の節点 k の座標である。しかるに $\bar{y}_k=0$ であるから、 $U_{ky}=y_k$ となり、式(37)から得られる y_k について収束判定をおこなうことは変位成分 U_{ky} について収束判定をおこなうことにはかならない。一方 $x_k = U_{kx} + \bar{x}_k$ ($U_{kx} < 0, \bar{x}_k \geq 0$)であり荷重が小さい場合すなわち変位成分 U_{kx} の絶対値が \bar{x}_k に比較して小さい場合、式(27)から得られる x_k について y_k と同精度の収束判定をおこなっても U_{kx} は U_k と同精度に収束するとはいえない。荷重が大きい場合 U_{kx} の絶対値と x_k の値が同程度になり、 x_k が収束すれば U_{kx} もほぼ同精度で収束すると思われる。荷重の大きい場合、第2表および第4図をみれば計算および実験から得られた全節点の x 座標値と y 座標値が、したがってたわみ曲線が工学上許容される範囲ではほぼ一致していることは明らかである。なおこの場合最大変位を生じた点(荷重点)の計算値と実験値の差は x 座標値について2.1%, y 座標値については4.0%であった。以上の考察から、本解析法の有効性、特に非常に大きな変形を生じた場合の有効性は実証されたものといえよう。

7. む す び

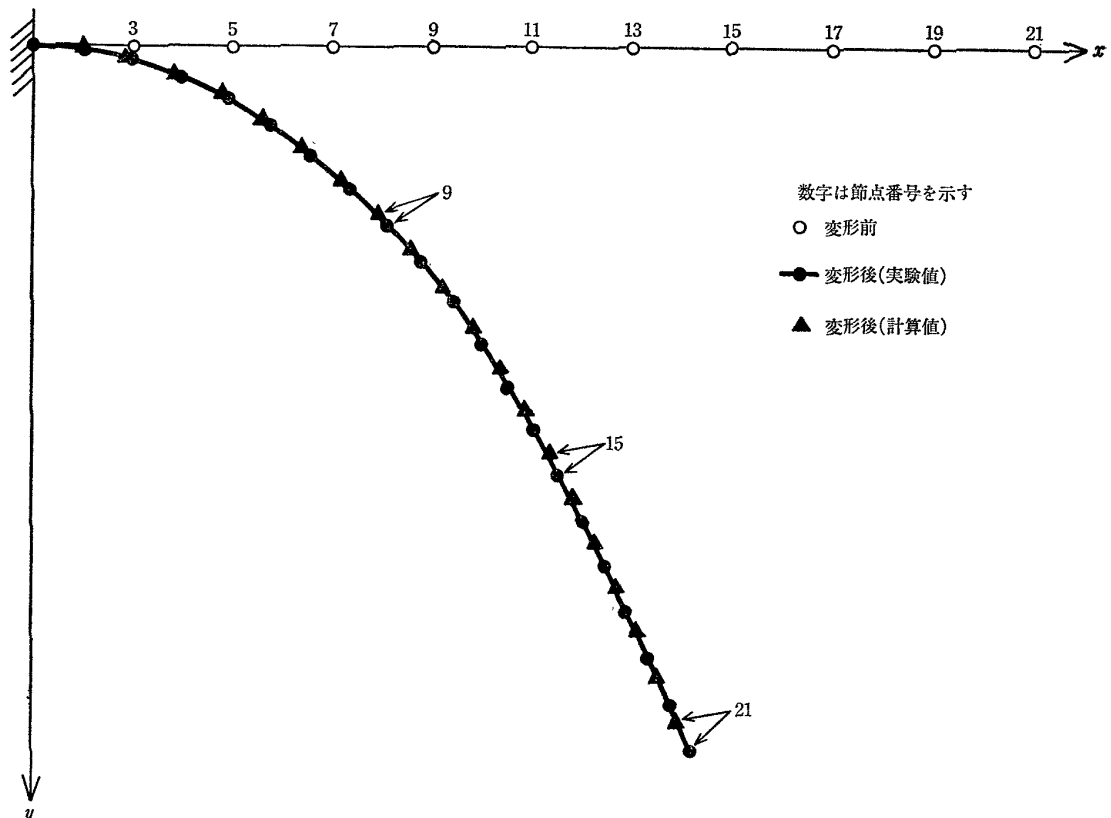
今後、本解析法によってより良い精度の解を求めるためには、式(27)の収束判定に x_k の代りに U_{kx} を用いること、要素分割をもっと細かくすること、剛性マトリックスの計算に必要な数値積分の精度を向上させること、などが必要であろう。なお本報告の端緒は筆者の一人がニューヨーク州立大学に滞在中行なった研究の一部⁶⁾であり、当時、指導、助言を賜った同大学G. C. Lee教授に謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) S. P. Timoshenko, History of Strength of Materials, McGraw-Hill, New York, 1953.
- 2) R. Frisch-Fay, Flexible Bars, Butterworth, London, 1962.
- 3) S. P. Timoshenko and J. M. Gere, Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, New York, 1962.
- 4) F. B. Hildebrand, Introduction to Numerical Analysis, McGraw-Hill, 1956.
- 5) B. A. Szabo and G. C. Lee, "Derivation of stiffness matrices for problems in plane elasticity by Galerkin's method", Int. J. num. Meth. Engng., 1, 301-310 (1969).
- 6) B. A. Szabo and G. C. Lee, "Stiffness Matrix for plates by Galerkin's method", J. Engng. Mech. Div., ASCE EM3 (1969).
- 7) K. E. Bisshopp and D. C. Drucker, "Large Deflections of Cantilever Beams", Quart. Appl. Math., 3, 272-275 (1945).
- 8) Y. Tada and G. C. Lee, "Finite Element Solution to an Elastic Problem of Beams", Int. J. num. Meth. Engng., 2, 229-241 (1970).

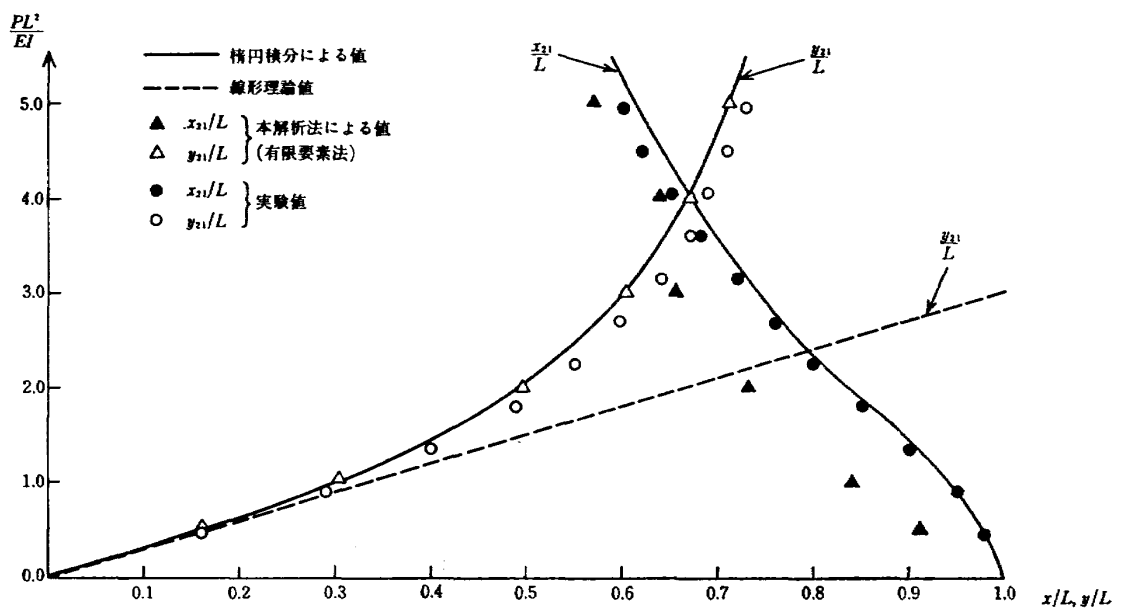
Node k	計 算 値			実 験 値	
	$PL^2/EI=4.0$			$PL^2/EI=4.05$	
	θ°	x/L	y/L	x/L	y/L
1	0.00	0.000	0.000	0.000	0.000
2	7.52	0.048	0.003	0.050	0.003
3	14.44	0.096	0.013	0.098	0.014
4	20.77	0.142	0.028	0.147	0.030
5	26.55	0.186	0.048	0.193	0.051
6	31.79	0.229	0.072	0.236	0.078
7	36.54	0.269	0.100	0.278	0.107
8	40.82	0.308	0.131	0.315	0.140
9	44.67	0.344	0.165	0.353	0.177
10	48.12	0.377	0.201	0.388	0.213
11	51.20	0.409	0.239	0.418	0.253
12	53.92	0.439	0.278	0.448	0.295
13	56.31	0.466	0.319	0.475	0.338
14	58.37	0.492	0.361	0.500	0.380
15	60.14	0.517	0.404	0.525	0.425
16	61.61	0.540	0.448	0.550	0.470
17	62.81	0.562	0.492	0.573	0.515
18	63.73	0.583	0.536	0.593	0.560
19	64.38	0.604	0.581	0.615	0.608
20	64.77	0.623	0.626	0.638	0.653
21	64.85	0.641	0.671	0.658	0.698

第2表 全節点の傾きおよび座標値

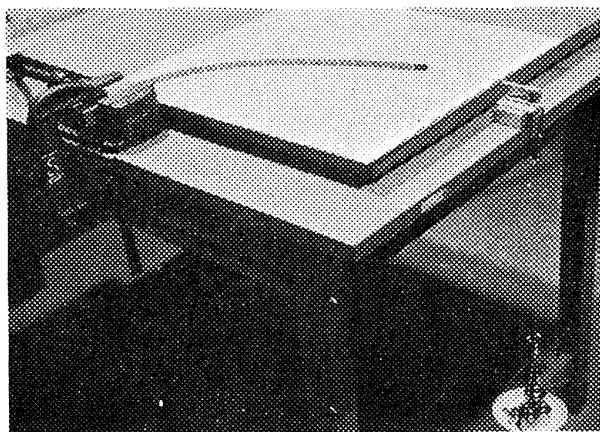
第4図 $PL^2/EI=4$ の場合のたわみ曲線

$\frac{PL^2}{EI}$	計 算 値				実 験 値	
	θ^0	x/L	y/L	繰返回数	xL	yL
0.45					0.98	0.16
0.50	14.00	0.908	0.162	11		
0.90					0.95	0.29
1.00	26.53	0.836	0.303	10		
1.35					0.96	0.40
1.80					0.85	0.49
2.00	45.16	0.726	0.495	8		
2.25					0.80	0.55
2.70					0.76	0.60
3.00	56.89	0.655	0.604	6		
3.15					0.72	0.64
3.60					0.68	0.67
4.00	64.85	0.641	0.671	9		
4.05					0.65	0.69
4.50					0.62	0.71
4.95					0.60	0.73
5.00	67.71	0.568	0.712	5		

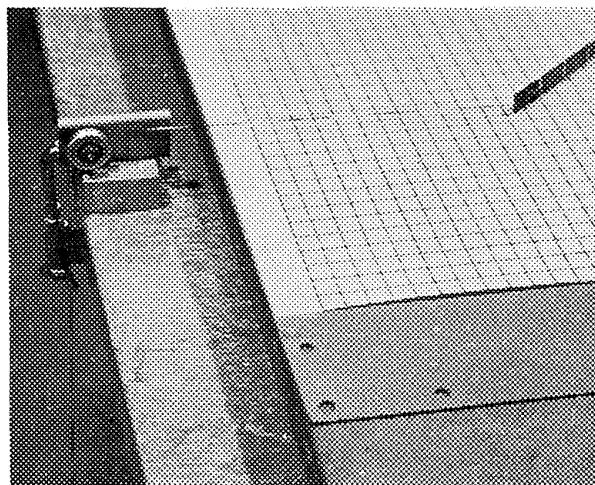
第3表 種々の荷重に対する荷重点(第21節点)の値



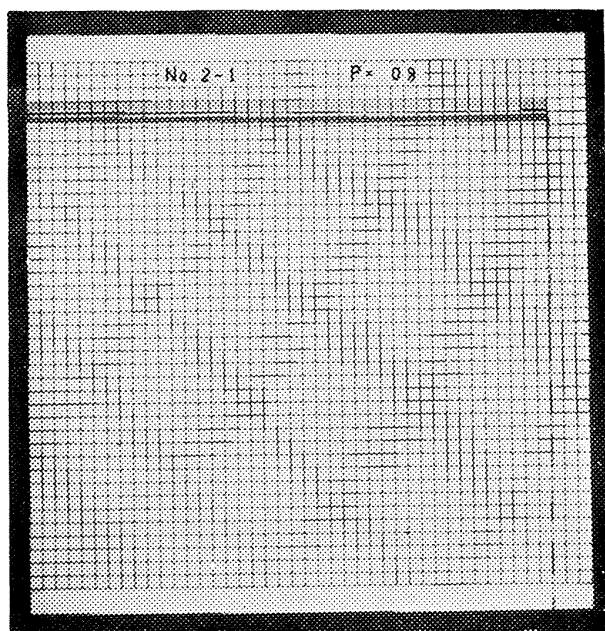
第5図 荷重点(x_{21}/L , y_{21}/L)の大変形後の座標値



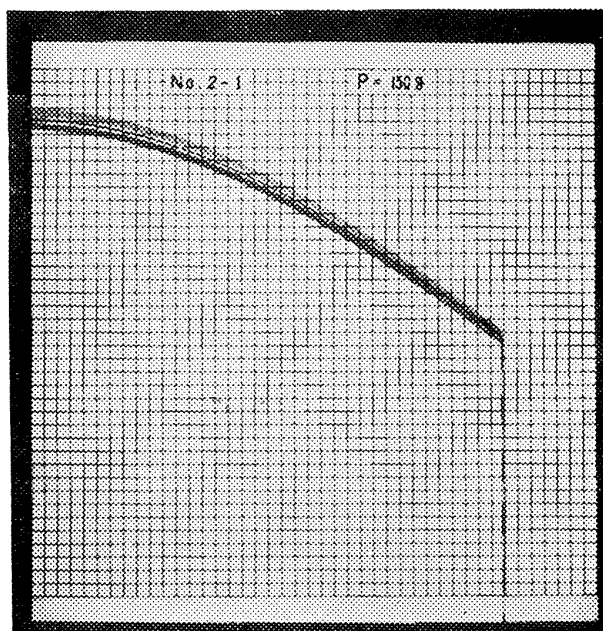
第6図 実験 全 景



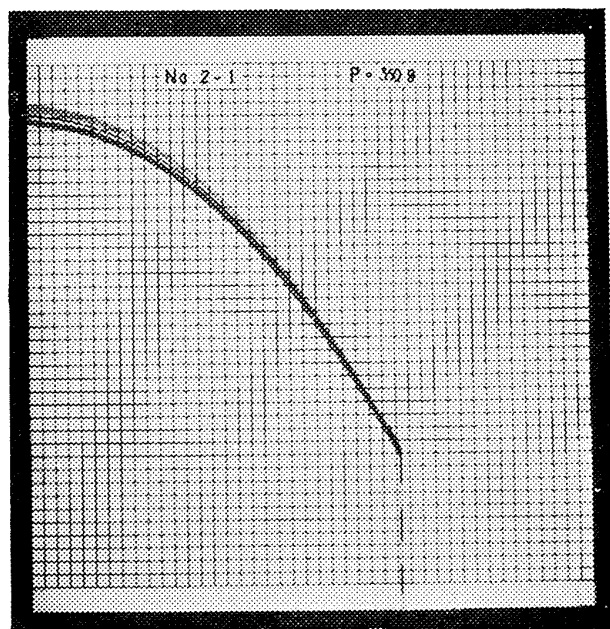
第7図 荷重端および滑車



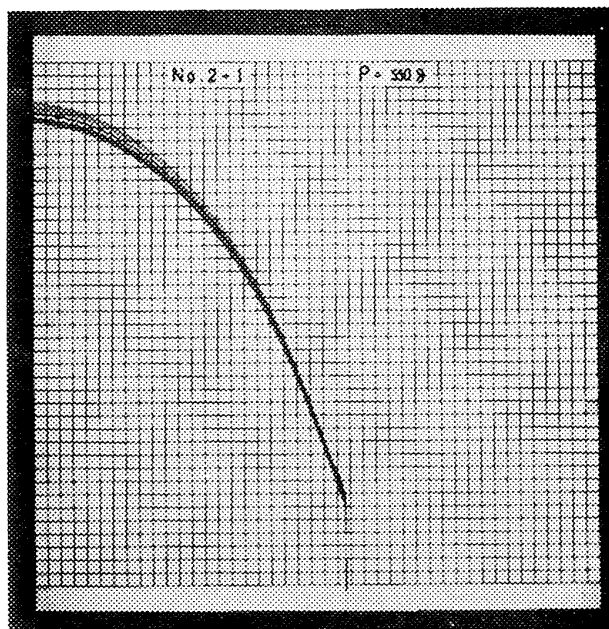
第8図 たわみ状況 (a)



(b)



(c)



(d)

既 刊 報 告

TR- 1	遷音速風洞測定部に関する予備実験 Preliminary Investigation of N. A. L. Transonic Wind-Tunnel Test-Section	1960 年 2 月	平 木 一, 石 井 孝 雄 大 島 信 彦
TR- 2	遷音速風洞用 22.5MW 主送風機 I. 模型送風機による性能試験 22.5MW Main Blower for N. A. L. Transonic Wind Tunnel I. Performance Test of the Model Blower	1960 年 5 月	山 内 正 男, 松 木 正 勝 塩 入 淳 平, 富 永 守 之
TR- 3	風洞用角度計の試作実験 An Experiment on Angle Measuring Instruments of Airplane Models in Wind Tunnel Test	1960 年 8 月	小 橋 安 次 郎, 長 洲 秀 夫 高 島 一 明, 波 木 井 深
TR- 4	回転円板の強度 Strength of Rotating Discs	1960 年 9 月	佐 藤 和 郎, 永 井 文 雄
TR- 5	航空技術研究所 (60cm×60cm) 遷音速フラッタ試験設備の計画と整備試験 Design and Development of N. A. L. (60cm×60cm) Transonic Blowdown Wind Tunnel for Flutter Testing	1960 年 12 月	中 井 暎 一, 橋 爪 宏 中 村 泰 治
TR- 6	高温歪ゲージの温度特性 Temperature Characteristics of High Temperature Strain Gage	1960 年 12 月	竹 中 幸 彦
TR- 7	遷音速風洞の測定部 On the Transonic Test Section	1961 年 1 月	村 崎 寿 満
TR- 8	繰返し荷重試験装置の予備試験 Preliminary Study for Development of Repeated Load Testing Rigs for Full-Scale Aircraft Structures	1961 年 3 月	竹 内 和 之, 飯 田 宗 四 郎
TR- 9	遷音速流小擾乱理論の研究 (I) —非線形補正理論— Studies on the Small Disturbance Theory of Transonic Flow (I) —Non-Linear Correction Theory—	1961 年 3 月	細 川 巖
TR-10	喰違い角の大きい減速翼列の研究 Cascade Tests of High Stagger Compressor Blades	1961 年 3 月	松 木 正 勝, 高 原 北 雄 西 脇 英 夫, 森 田 光 男
TR-11	軟鋼円板の回転による降伏 Yielding of Rotating Discs of Mild Steel	1961 年 4 月	佐 藤 和 郎, 永 井 文 雄
TR-12	薄肉開断面梁の自由振動について On the Natural Vibration of Thin-Walled Beams of Open Cross Section	1961 年 5 月	川 井 忠 彦, 埴 武 敏
TR-13	衝撃波と境界層の干渉についての実験的研究 Experimental Results of the Interaction between Shock Wave and Turbulent Boundary Layer	1961 年 7 月	須 郷 道 也, 伝 田 幸 雄
TR-14	電磁流体の圧縮性境界層 On Compressible Boundary Layer in Magnetodynamics	1961 年 7 月	須 郷 道 也, 小 沢 五 郎
TR-15	振動翼用圧力ピックアップの試作・校正 Miniature Pressure Pickups for Measuring the Pressure on Oscillating Airfoils in Supersonic Flow	1961 年 8 月	石 井 孝 雄, 柳 沢 三 憲
TR-16	放物型偏微分方程式の混合境界値問題の差分法による数値解法 On the Difference Method Solutions of the Mixed Boundary Value Problems of Parabolic Partial Differential Equations	1961 年 12 月	樋 口 一 雄, 三 好 甫
TR-17	荷電ビームによる気流密度測定の理論的考察 A Theoretical Comment on the Charge-Beam Method of Measuring Gas Density	1961 年 12 月	和 田 勇, 細 川 巖 三 好 甫

TR-18	前置静翼翼列と喰違い角の大きい減速翼列の二次 元低速翼列性能と回転翼列性能との比較 Comparison of Inlet Guide Vane and High Stagger Compressor Blade Performance in a Rotor and in Cascade	1961 年 11 月	松木正勝
TR-19	高速翼車の回転強度 Strength of High-Speed Rotor	1961 年 12 月	佐藤和郎, 永井文雄
TR-20	Blasius 型微分方程式の両側無限遠境界値問題の 数値解法 A Numerical Method for Solving Blasius' Type Differential Equation	1962 年 1 月	樋口一雄, 戸川隼人
TR-21	遷音速における二次元操縦面の研究 (I) An Investigation of Two-dimensional Control Surface at Transonic Speed (I)	1962 年 1 月	神谷信彦
TR-22	変断面梁の曲げ自由振動について On the Free Lateral Vibration of a Beam with Variable Cross Section	1962 年 2 月	川井忠彦, 戸川隼人, 林 洋一
TR-23	いくつかの型の偏微分方程式の境界値問題のモン テカルロ法による解法とその実験 Monte Carlo Solutions of the Boundary Value Problems for Some Types of Partial Differ- ential Equations	1962 年 2 月	樋口一雄, 高橋利之 鳥海良三
TR-24	航空技術研究所のターボ・ジェットエンジン要素 試験設備 Test Facilities of Turbo-jet Engine Components at N.A.L.	1962 年 2 月	航空技術研究所原動機部
TR-25	航空技術研究所 2m×2m 遷音速風洞の計画と構 造 Design and Construction of the 2m × 2m Transonic Wind Tunnel at the National Aeronautical Laboratory	1962 年 3 月	航空技術研究所
TR-26	吹出式超音速風洞のノズルの予備実験 Preliminary Tests of Supersonic Nozzles for the Supersonic Blowdown Wind Tunnel	1962 年 3 月	河崎俊夫, 岡部祐二郎 尾形吉和, 安藤 尚
TR-27	非定常遷音速流の近似解析 An Approximate Analysis for Unsteady Tran- sonic Flow	1962 年 7 月	細川 巖, 三好 甫
TR-9T	Studies on the Small Disturbance Theory of Transonic Flow (I) —Nonlinear Correction Theory—	July 1962	Iwao Hosokawa
TR-28	疲労亀裂について On Fatigue Cracks	1962 年 8 月	竹中幸彦
TR-29	1m×1m 吹出式超音速風洞の計画と構造 On the Design and Construction of the 1m× 1m Supersonic Blow-down Wind Tunnel	1962 年 10 月	空気力学第二部
TR-30	平板翼の振動について On the Natural Vibration of Plate-Like Wings	1962 年 10 月	川井忠彦, 塙 武敏 戸川隼人, 高橋利之 越出慎一
TR-31	熱応力を受ける薄翼の安定とその微小振り振動に ついて On the Instability and Small Natural Torsional Vibration of a Thin Wing under Thermal Stress	1962 年 11 月	川井忠彦, 林 洋一 戸川隼人
TR-32	補強板の圧縮強度に関する一解析 A Method of Analysis on the Compressive Strength of Stiffened Plates	1962 年 11 月	川井忠彦, 江川幸一
TR-33	主翼繰返し荷重試験装置 Repeated Load Testing Rigs for Full-Scale Aircraft Wing Structures	1962 年 12 月	竹内和之, 飯田宗四郎 小野幸一

- TR-34 高速軸流圧縮機の研究 (I)
—翼型と翼列の検討—
An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (I)
—The Selection of Compressor Cascade—
1963 年 1 月 松木正勝, 大山耕一
宮地敏雄
- TR-35 高速軸流圧縮機の研究 (II)
—単段試験装置の設計と全体性能—
An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (II)
—Design and Over-all Performance of a Single Stage Axial Flow Compressor—
1963 年 1 月 松木正勝, 宮地敏雄
大山耕一, 吉田晃
西脇英夫, 岩部柱相
- TR-36 衝撃波風洞による表面熱伝達の実験
Studies of Surface Heat Transfer Using a Hypersonic Shock Tunnel
1963 年 1 月 和田 勇, 松崎利一
- TR-37T Studies of the Flow in a Low Pressure Hyper-sonic Shock Tunnel Using an Electron-Beam Densitometer
Jan. 1963 Isamu WADA
- TR-38 鋳鉄のような脆性材料からなる円板の回転強度
Strength of Rotating Discs of Brittle Material Like Cast Iron
1963 年 1 月 佐藤和郎, 永井文雄
- TR-39 高負荷燃焼器の研究 (第 1 報)
—その性能におよぼす各種因子の影響の定性的考察—
A Study of High Intensity Combustor (I)
—Its Qualitative Analysis—
1963 年 2 月 大塚貞吉, 鈴木邦男
- TR-40 胴体内圧繰返し荷重試験装置について
Repeated Load Testing Facility for Full-Scale Aircraft Fuselage Structures
1963 年 2 月 竹内和之, 川島矩郎
野原利雄
- TR-41 輻射熱量計の校正
Calibration of Radiometer
1963 年 2 月 竹中幸彦, 江川幸一
小川鉦一
- TR-42 非定常境界層の相似解とその安定
A Similar Solution of Unsteady Laminar Boundary Layer and Its Stability Characteristics
1963 年 7 月 小橋安次郎, 恩地 瑛
- TR-43 超音速における操縦面の効きについて
On the Effectiveness of Control Surfaces in Supersonic Flow
1963 年 2 月 河崎俊夫
- TR-44 高速翼列の実験について
(流入角の大きい減速翼列の予備実験)
Some Notes about the Effect of Tunnel Configuration and Testing Technique on Compressor Cascade Performance
1963 年 2 月 近藤 博, 蓑田光弘
坂口 一, 山崎紀雄
- TR-45 固有値問題 ($\sum \lambda^k A_k$) $x=0$ の数値解法
A Numerical Method for the Eigenvalue Problem ($\sum \lambda^k A_k$) $x=0$
1963 年 4 月 戸川隼人
- TR-46 翼の固有振動数に関する一解析法
On the Vibration Analysis of Aircraft Wings
1963 年 6 月 川井忠彦, 泉 日出夫
戸川隼人, 林 洋一
- TR-47 鋳鉄円板の回転破壊におけるコリオリの力の影響
Influence of Coriolis' Force on the Burst of Rotating Disc of Cast Iron
1963 年 7 月 佐藤和郎, 永井文雄
- TR-48 曲面に沿う境界層
Effects of Surface Curvature on Laminar Boundary-Layer Flow
1963 年 8 月 林 二議
- TR-49 高速軸流圧縮機の研究 (III)
—翼の厚さの影響—
An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (III)
—Effects of Blade Thickness—
1963 年 9 月 松木正勝, 宮地敏雄
大山耕一, 吉田晃
西脇英夫, 岩部柱相

TR-50	境界収縮法による偏微分方程式の境界値問題の数値解法 Numerical Method for Boundary Value Problems of Partial Differential Equations by Boundary Contraction	1963 年 9 月	樋口一雄, 能美 力
TR-51	人間の静的不安定系の制御能力 Human Control Ability of the Statically Unstable System	1963 年 9 月	武田 峻
TR-52	粒状加熱器の熱特性 Thermal Characteristics of a Pebble-Bed Heater	1963 年 10 月	林 二 識
TR-53	円管流の非定常熱伝達 (第1報) 一壁温が時間と流向距離のみによる場合— Thermal Characteristics of the Unsteady Flow through a Circular Pipe whose Temperature depends on Time and Flow-Directional Distance only	1963 年 10 月	林 二 識
TR-54	偏微分方程式の混合境界値問題の差分法による数値解法 Difference Method for the Mixed Boundary Value Problems	1963 年 10 月	三 好 甫
TR-55	ボスをもった車盤の回転強度 Rotating Strength of Rotor which Has a Boss	1963 年 11 月	佐藤和郎, 永井文雄
TR-56	亜音速および遷音速における二次元非定常空気力の測定 (第1報) Measurements of the Unsteady Airloads for Two-Dimensional Flow at Subsonic and Transonic Speed Range (I)	1963 年 11 月	中村泰治, 田辺義一
TR-57T	Measurements of the Aerodynamic Derivatives of an Oscillating Biconvex-Flat Airfoil in Supersonic Flow at Mach Number 2 to 3	Jan. 1964	Takao ISHII Mitsunori YANAGIZAWA
TR-58	高度 500 フィートないし 10,000 フィートにおける上下突風の測定および解析 Measurements and Analyses of Gust Velocities from 500 to 10,000 feet Altitude	1964 年 1 月	竹内和之, 小野幸一 山根皓三郎
TR-59	磁気テープデータ処理設備とその性能 The Magnetic Tape Data Reduction System and Its Performance	1964 年 1 月	田畑浄治, 中 正 夫 山本芳樹, 三浦雅 男
TR-60	変厚平板翼の振動について On the Natural Vibration of Plate-Like Wings of Variable Thickness	1964 年 1 月	塙 武敏, 越出慎一 戸川隼人, 川井忠彦
TR-61	後退角 45°, テーパー比 0.6 の薄い片持翼の遷音速におけるフラッタ特性におよぼすマッハ数の影響の実験的研究 Some Effects of Mach Number on the Transonic Flutter Characteristics of Thin Cantilever Wings Having a Taper Ratio 0.6 and a Sweptback Angle of 45°	1964 年 2 月	中井暎一, 小原 瑛
TR-62	超音速における翼端板効果 The Effects of the End-plates at Supersonic Speeds	1964 年 2 月	尾形吉和
TR-63	非定常流中の円柱に作用する空気力について Aerodynamic Forces Acting on a Circular Cylinder in Unsteady Flow	1964 年 2 月	小橋安次郎, 遠藤 浩 北村清美
TR-64	航空力学における磁歪計器の応用 Some Developments of the Magnetostriction Type Measuring Instruments for the Study of Aircraft Dynamics	1964 年 3 月	幸尾治朗
TR-65	非定常境界層の安定に関する実験 An Experimental Investigation of Stability Characteristics of Unsteady Laminar Boundary Layer	1964 年 7 月	小橋安次郎, 恩地 瑛

- TR-66 変分法による平板翼の撓み, 振動解における自然境界条件の数値的吟味 (片持平板翼の場合)
Numerical Examination on the Fulfilment of Natural Boundary Conditions by the Approximate Solutions for Bending and Vibration of Thin Elastic Plates based on the Rayleigh-Ritz's Procedure (in Case of Cantilevered Wing Plates)
- 1964 年 6 月 川井忠彦, 塙武敏
越出慎一, 戸川隼人
落合 薫
- TR-67 プラズマ発生装置の諸特性
Characteristics of a Vortex Stabilized Plasma Generator
- 1964 年 4 月 井上建二, 野村茂昭
- TR-68 回転翼の線形理論 (I) —揚力面理論—
Linearized Aerodynamic Theory of Rotor Blades (I)—Lifting Surface Theory—
- 1964 年 6 月 市川輝雄
- TR-69 高速軸流タービンの研究 (I)
—(タービンノズル円環翼列の研究)—
An Investigation of the High Speed Axial Flow Turbine (I)
—An Investigation of the Annular Turbine nozzle Cascade—
- 1964 年 7 月 鳥崎忠雄, 能瀬弘幸
森田光男
- TR-70 汎用飛行シミュレータ設備の計画, 構造および特性
Design, Construction and Characteristics of Flight Simulator at National Aerospace Laboratory
- 1965 年 1 月 松浦陽恵, 樋口一雄
池谷光栄, 堀川勇壮
村上力, 百名盛之
三好範子, 岡部正典
- TR-71 塑性の三方向せん断理論
塑性変形による異方性
塑性流動に及ぼす中間主応力の影響
応力状態と塑性変形の形
Three-Shear Theory of Plasticity
Anisotropy Due to Plastic Deformation
Influence of Intermediate Principal Stress on Plastic Flow
Strain Ratio Relationship in Plastic Deformation
- 1964 年 7 月 中西不二夫, 佐藤和郎
- TR-71T Three Shear Theory of Plasticity
Anisotropy Due to Plastic Deformation
Influence of Intermediate Principal Stress on Plastic Flow
Strain Ratio Relationship in Plastic Deformation
Internal Shearing Resistances in the Three Shear Theory of Plasticity
- Sep. 1964 Fujio NAKANISHI
Yasuo SATO
- TR-72 補助翼バズに関する一実験
Some Experiments on Control-Surface Buzz
- 1965 年 1 月 中村泰治, 田辺義一
- TR-72T Some Experiments on Control-Surface Buzz
- Nov. 1964 Yasuharu NAKAMURA
Yoshikazu TANABE
- TR-73 軸対称激み点付近の溶融層の安定性
Stability of the Melted Layer near the Axisymmetric Stagnation Point
- 1964 年 11 月 相原康彦
- TR-74 遷音速パネルフラッタの研究
The Experimental and Theoretical Studies of Transonic Panel Flutter
- 1964 年 11 月 石井孝雄, 柳沢三憲
- TR-75 統計流体力学の初期値問題について
—Hopf 特性汎関数方程式の一般解—
On the Initial-Values Problem in Statistical Hydromechanics
—A General Solution of the Hopf Characteristic Functional Equation—
- 1964 年 12 月 細川 巖
- TR-76 高速軸流圧縮機の研究 (IV)
—NACA 65 系翼型を修正した近似二重円弧翼形の動翼相対入口マッハ数 1.5 までの回転翼列試験—
- 1965 年 1 月 大山耕一, 松木正勝
西脇英夫, 岩部柱相
片山泰治

An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor(Ⅳ)
—Rotor Performance at Relative Inlet Mach Numbers up to 1.5 of NACA 65—Series Compressor Blades Modified Approximately to Double Circular-Arc Blades—

- | | | | |
|-------|---|------------|---------------------|
| TR-77 | Galerkin 法の収束性について
On the Convergence of Galerkin's Method | 1965 年 1 月 | 島海良三 |
| TR-78 | 二次元準線型双曲系の特性曲線法による数値解法
Characteristic Method for the Numerical Solution of Two-Dimensional Quasi-linear Hyperbolic Systems | 1965 年 1 月 | 三好 甫 |
| TR-79 | 引張りまたは圧縮をうける四角弾性平板の大振幅振動の影響について
Influence of Large Amplitude on Flexural Vibrations of Rectangular Elastic Plates under Initial Tension or Compression | 1965 年 1 月 | 田寺木一, 古関昌次
泉 日出夫 |
| TR-80 | 変分法直接解法において解に及ぼす束縛の数値的影響
—薄肉開断面片持梁の純捩り振動の例—
Numerical Effect of Constraints Calculus of the Direct Variational Method
—In Case of Pure Torsional Vibration of Thin Walled Beams of Open Cross Section— | 1965 年 1 月 | 塙 武敏, 越出慎一 |
| TR-81 | FRP コーティングの断熱特性
Thermal Insulation Characteristics of FRP Coating | 1965 年 1 月 | 竹中幸彦, 江川幸一
小川 鑑一 |
| TR-82 | 多段軸流圧縮機の部分負荷特性の簡易計算法
A Simple Method of Calculating the Off-design Performance of Multi-Stage Axial-Flow Compressor | 1965 年 2 月 | 松木正勝, 藤井昭一 |
| TR-83 | 亜音速流中のパネルフラッタとダイバージェンス (Ⅰ)—非圧縮流理論—
Theoretical Study of Two-Dimensional Panel Flutter and Panel Divergence in Subsonic Flow(Ⅰ)—Incompressible Flow Case— | 1965 年 2 月 | 石井孝雄 |
| TR-84 | 遷音速タービン翼列二次元試験(Ⅱ)
Experimental Investigation on Transonic Turbine Cascades(Ⅱ) | 1965 年 3 月 | 近藤 博, 養田光弘
山崎紀雄 |
| TR-85 | 回転翼の線形理論(Ⅱ)
—揚力線理論—
Linearized Aerodynamic Theory of Rotor Blades(Ⅱ)
—Lifting-Line Theory— | 1965 年 3 月 | 市川輝雄 |
| TR-86 | 高速多段軸流圧縮機の部分負荷特性の—計算法
A Method for Predicting the Off-design Performance of Multi-Stage Axial-Flow Compressors Operating in the Transonic Flow | 1965 年 5 月 | 松木正勝, 藤井昭一
五味光男 |
| TR-87 | 亜音速流中のパネルフラッタとダイバージェンス (Ⅱ)圧縮流理論(Ⅲ)実験的研究
Theoretical Study of Two-Dimensional Panel Flutter and Panel Divergence in Subsonic (Ⅱ)Compressible Flow Case(Ⅲ)Experimental Study | 1965 年 6 月 | 石井孝雄 |
| TR-88 | 尾翼, 胴体結合構造物の地上振動試験結果に関する定性的な吟味
Qualitative Examinations on the Results of Ground Vibration Tests of Tail Wing-Fuselage Combination Structure | 1965 年 6 月 | 塙 武敏, 越出慎一 |
| TR-89 | 垂直突風および航空機の突風応答に関する実験的研究
An Experimental Investigation on Vertical Gusts and the Airplane Response | 1965 年 6 月 | 小野幸一, 山根皓三郎 |

TR-90	ヒステリシス・ループの形、繰返しによる形の変化および繰返し後の塑性流動応力の上昇(第1報実験, 第2報ねじりの場合の理論) The Shape of Mechanical Hysteresis Loop, Its Deformation Due to Stress Repetition and Resulting Increase in Flow Stress (Part 1. Experiment, Part 2. Theory for Torsion)	1965 年 7 月	中西不二夫, 佐藤和郎 永井文雄
TR-91	固体プロペラントの割れ目内への火炎伝播(I) Flame Propagation into the Gap of Solid Propellant Grain(I)	1965 年 7 月	五代富文
TR-92	ロケット胴体をまわる超音速流の一近似解法(I) —迎角0のとき— An Approximate Calculation for Supersonic Flow Past Bodies of Rocket Vehicles(I) —Linearized Flow with Axial Symmetry—	1965 年 8 月	谷 喬
TR-93	遷音速動安定試験 Dynamic Testing at Transonic Speed	1965 年 10 月	小橋安次郎, 河野長正 西 武徳
TR-94	翼幅方向に一樣な揚力分布をもつ半無限の後退翼 On the Camber Lines of Semi-Infinite Swept-back Wings which Give Uniform Spanwise Load Distribution	1965 年 10 月	河崎俊夫
TR-95	飛行機の縦の操縦特性に関する二三の考察 A Few Comments on the Longitudinal Handling Qualities of Airplanes	1965 年 11 月	荒木 浩
TR-96T	A Generalized Functional Formalism for Turbulence	Dec. 1965	Iwao Hosokawa
TR-97	圧縮性と壁形状を考慮した軸流ターボ機械の作動円盤理論(I) —軸対称流れ— A Theoretical Investigation of the Compressible Flow Through the Axial Turbo-Machines(I) —Non-Swirling Fluids in Ducts—	1965 年 12 月	藤井昭一
TR-98	後退角45°, アスペクト比4.0の薄い片持翼の遷音速フラッタ特性に及ぼすテーパ比の影響の実験的研究 Some Effects of Taper Ratio on the Transonic Flutter Characteristics of a Series of Thin Cantilever Wings Having a Sweptback Angle of 45° and an Aspect Ratio 4.0	1965 年 12 月	中井咲一, 高木俊朗 安藤泰勝
TR-99	計器のよみやすさに関する研究 A Study of Dial Legibility	1966 年 2 月	三好範子, 岡部正典 石川澄子
TR-100	回転翼の線形理論(Ⅲ) —揚力線の方程式の解法— Linearized Aerodynamic Theory of Rotor Blades(Ⅲ) —Method for Solving Lifting-Line Equations—	1966 年 2 月	市川輝雄
TR-101	航空機の着氷気象条件について(I) Meteorological Conditions on Aircraft Icing (I)	1966 年 2 月	古関昌次, 田寺木一 泉 日出夫, 太田幹雄 峰岸正勝
TR-102	ロケット胴体をまわる超音速流の一近似解法(Ⅱ) —迎角のあるとき— An Approximate Calculation for Supersonic Flow Past Bodies of Rocket Vehicles(Ⅱ) —Linearized Flow with Attack Angle—	1966 年 3 月	谷 喬
TR-103T	Basic Considerations for Treating Non-Equilibrium Fluids —A Functional Approach to Non-Equilibrium Statistical Mechanics—	Mar 1966	Iwao Hosokawa
TR-104	翼幅方向に一樣な揚力分布をもつ三次元後退翼のそり	1966 年 4 月	河崎俊夫, 海老原正夫

The Camber Distribution of a Spanwise
Uniformly Loaded Subsonic wing

- | | | | |
|---------|---|-------------|---|
| TR-105 | パイロットの心理的負担に関する研究(I)
—操縦時の脈拍と呼吸の変化—
A Psychological Study on the Mental Stress
of Pilots(I)
—Pulse and Respiratory Rate During
Flight— | 1966 年 4 月 | 三好 範子, 百名 盛之
岡部 正典 |
| TR-106 | 遷音速における操縦面の逆効き
On Reversal of Effectiveness of Control Surfaces
in Transonic Flow | 1966 年 5 月 | 神谷 信彦, 瀬川 晋作 |
| TR-107 | 円錐型電磁衝撃波管内の流れ
Ionized Flow in a Conical Shock Tube | 1966 年 5 月 | 松崎 利一 |
| TR-90T | The Shape of Mechanical Hysteresis Loop, Its
Deformation Due to Stress Repetition and
Resulting Increase in Flow Stress (Part 1.
Experiment, Part 2. Theory for Torsion) | June 1966 | Fujio NAKANISHI, Yasuo
SATO, & Fumio NAGAI |
| TR-108 | 二次元遷音速衝動タービン翼列の一実験
Some High-Speed Tests on Impulse Turbine
Cascades | 1966 年 6 月 | 近藤 博, 蓑田 光弘
山崎 紀雄, 古川 昇 |
| TR-109 | 大型空気エジェクタの研究
A Study on the Large-Scale Air Ejector | 1966 年 7 月 | 藤井 昭一, 五味 光男
菅原 昇 |
| TR-110 | 電磁流体の非粘性境界層
Some Investigations on Inviscid Boundary
Layer of Magnetohydro-dynamics | 1966 年 8 月 | 井上 建二 |
| TR-111T | An Asymptotic Solution of the Nonlinear
Equations of Motion of an Airplane | Aug. 1966 | Hiroshi ENDO |
| TR-112 | 圧縮性と壁形状を考慮した軸流ターボ機械の作動
円盤理論(II)
—円周速度のある流れ—
A Theoretical Investigation of the Compres-
sible Flow Through the Axial Turbo-Ma-
chines(II)
—Swirling Fluids— | 1966 年 8 月 | 藤井 昭一 |
| TR-113 | 地面近くでホバリングするヘリコプタ・ロータに
関する実験
Experimental Study on the Ground Effect of
a Model Helicopter Rotor in Hovering | 1966 年 8 月 | 幸尾 治朗, 岡 遠一 |
| TR-114 | フライングテストベッドの高度制御システムの検
討(I)
Analytical and Simulation Studies on the
Height Control System of the Flying Test
Bed (I) | 1966 年 8 月 | 武田 峻, 甲斐 忠夫 |
| TR-115 | NAL-16 ロケットの研究試作および飛しょう実験
—D型およびIT型—
Single-Stage Solid Propellant Rocket(NAL-16)
—Desing and Flight Experiments— | 1966 年 8 月 | ロケット性能研究室 |
| TR-116 | 50cm 極超音速風洞の計画と構造
Design and Construction of the 50 cm Hyper-
sonic Wind Tunnel at National Aerospace
Laboratory | 1966 年 9 月 | 極超音速風洞建設グループ |
| TR-117 | 弾性振動方程式の差分解に関するエネルギー不等
式
Energy Inequalities for the Difference Solu-
tions of Equations of Elastic Vibration | 1966 年 10 月 | 三好 甫 |
| TR-118 | 高負荷燃焼器の箱形模型による実験
Some Experiments on High Intensity Com-
bustor with Partial Models | 1966 年 10 月 | 大塚 貞吉, 福田 廣
相波 哲朗 |
| TR-119 | 多次元 1 階準線型双曲方程式の解の存在について
On the Existence of Discontinuous Solutions
of the Cauchy Problem for Quasi-Linear
First-Order Equations | 1966 年 10 月 | 小島 清史 |

TR-120 航技研フライングテストベッドの姿勢制御方式の検討 Analytical and Simulation Studies on the Attitude Control System of the Flying Test Bed	1966 年 11 月	武田 峻, 堀川 勇 壮 小川 敏 雄, 森 幹 彦
TR-121 パルスレシオ変調回路およびその修正回路について Some Circuits for Pulse Ratio Modulation and their Modified Circuits	1966 年 11 月	村 上 力
TR-122 失速が起こるような高い迎角で, 調和振動する二次元翼に働く空気力に対する半実験的理論 Semi-Empirical Theory to Estimate the Air-forces Acting on the Harmonically Oscillating Two-Dimensional Wing at High Angle of Attack Where Separation Can Occur	1966 年 12 月	磯 貝 紘 二
TR-123 姿勢制御用空気ジェットノズルの研究 Design and Experimental Study of Air Jet Nozzles for the Attitude Control of VTOL Aircraft	1966 年 12 月	滝 沢 直 人, 西 村 博 史 藤 枝 郭 俊, 田 辺 義 一 渋谷 昭 義
TR-124 FM 多重テレメータの動特性 Dynamic Characteristics of FM Multichannel Telemetry System	1966 年 12 月	新 田 慶 治, 桜 井 善 雄 松 崎 良 継
TR-125T Experimental and Calculated Results of Supersonic Flutter Characteristics of a Low Aspect-Ratio Flat-Plate Surfaces	Jan. 1967	Eiichi NAKAI, Toshiro TAKAGI, Koji ISOGAI, Toshiyuki MORITA
TR-126 高負荷燃焼器の箱形模型による実験(II) Some Experiments on High Intensity Combustor with Partial Models(II)	1967 年 2 月	大 塚 貞 吉, 福 田 廣 相 波 哲 朗
TR-127 周波数変換による微小回転角の計測 Measurement of Small Rotating Angle by the Frequency Modulation Technique	1967 年 3 月	大 月 正 男, 鈴 木 孝 雄 円 居 繁 治
TR-128 輻射加熱による固体の熱的物性値の測定法 Infra-red Radiation Method of Determining Thermal Diffusivity, Heat Capacity, and Thermal Conductivity of Solid Materials	1967 年 3 月	小 川 鑽 一
TR-129 金属箔による円管流の熱絶縁 Thermal Insulation of Metal Foil for the Case of Circular Pipe Flow	1967 年 3 月	井 上 建 二
TR-130T An Experimental Study of the Melting Phenomena in the Axisymmetric Stagnation Region of Thermally Highly-Conducting Materials	Mar. 1967	Yasuhiko AIHARA
TR-131 風があるときのロケットの運動の近似解析およびランチャ角修正法 An Approximate Analytical Solution for Dispersion of Unguided Rockets Due to Wind with Its Application to the Calculation of Wind Compensation for Launching	1967 年 4 月	毛 利 浩
TR-132 軸方向に補強されたパネルの最大軸圧縮力(近似解) Ultimate Axial Forces of Longitudinally Stiffened Plate Panels	1967 年 4 月	築 地 恒 夫
TR-133 解離した極超音速流中での Teflon への熱伝達の測定 Measurements of Heat-Transfer to Teflon in Dissociated Hypersonic Flow	1967 年 4 月	野 村 茂 昭
TR-134 高速単段軸流圧縮機の研究 —二重円弧翼の性能— The Aerodynamic Performance of a Single-Stage Axial-Flow Compressor with Double-Circular-Arc Blades	1967 年 5 月	藤 井 昭 一, 西 脇 英 夫 吉 田 晃, 五 味 光 男 武 田 克 巳, 菅 原 昇

TR-135 同軸型電磁衝撃波管の作動機構 Driving Mechanism of an Electric Shock Tube with a Coaxial Gun	1967 年 5 月 松崎利一
TR-136 Nearly-Free-Molecule-Flow におけるオリフィス 型圧力管 Experimental Study of an Orifice-Type Pressure Probe in Nearly-Free-Molecule Flow	1967 年 5 月 恩地 瑛, 山本稀義
TR-137 梁, 板結合構造物の振動 (I) On the Natural Vibration of Plate-Beam Combination Structures (I)	1967 年 6 月 越出 慎一, 林 洋一 塙 武敏
TR-138 変厚片持板の静撓みについて Deflection Analysis of Variable Thickness Cantilever Plate	1967 年 7 月 塙 武敏, 越出 慎一
TR-139 多発動機付ヘリコプタの片発停止時における最適 着陸操作—前進速度 0 の場合— Optimal Vertical Descent Procedure with Par- tial Power of Multi-Engined Helicopters —The case of Rejected Take-Off—	1967 年 8 月 古茂田真幸
TR-140 流線法によるダクト流れ Streamline-Curvature Approach to Duct-Flow Problems	1967 年 9 月 藤井昭一, 宇野威信
TR-141 マトリクス内力法による半張殻構造の応力解析に ついて Semi-Monocoque Structures Solved Numerically by the Matrix Force Method	1967 年 10 月 川島矩郎
TR-142 動的模擬模型による姿勢のオンオフ制御実験 Experimental Studies on Some On-Off Attitude Control Systems Using a Dynamic Model	1967 年 10 月 樋口一雄, 堀川勇壮 村上力, 小川敏雄 真柳光美
TR-143 高負荷燃焼器の一次燃焼領域の研究 Experimental Studies on the Primary Zone of High-Intensity Combustors	1967 年 10 月 大塚貞吉, 鈴木邦男 相波哲朗, 石井浅五郎 広瀬健樹
TR-144 円管流の非定常熱伝達 —第 2 報 薄い壁の場合— Transient Heat Transfer through a Thin Circular Pipe Due to Unsteady Flow in the Pipe	1967 年 11 月 林 二識, 井上建二
TR-145 ロケット用耐熱材料の研究 Study on Heat Insulation Materials for Rocket	1967 年 11 月 古田敏康
TR-146 半導体歪ゲージを用いる小型高感度加速度計の研 究 Study on the Miniature Type High Sensitivity Accelerometer Using Semiconductor Strain Gages	1967 年 11 月 田畑 浄治, 大坪孔治 滝沢 実
TR-147 固体ロケット・モータのノズルにおける熱伝達の 実験的研究 —プロペラント内へ添加されたアルミニウムの 影響— An Experimental Investigation of Heat Transfer in the Nozzle of High-Aluminized Solid Rocket	1968 年 2 月 五代富文, 湯沢克宣 伊藤克弥, 西村久男
TR-148 失速角以上で振動する翼のまわりの流れの観察 —失速フラッタの研究 (I)— Optical Observation of the Separated Flow around an Oscillating Aerofoil at High Mean Angles of Attack with Special Reference to Stall Flutter	1968 年 2 月 中村泰治, 磯貝紘二 江尻 宏
TR-149 よどみ点におけるグラファイトのアブレーション の実験的研究 An Experimental Study of the Ablation of Graphite in the Stagnation Region	1968 年 2 月 相原康彦, 野村茂昭 渡辺泰夫

TR-150 強化プラスチックの熱的物性値について (輻射加熱による測定) The Measurement of Thermal Properties of Reinforced Plastics at Temperatures up to 150°C (Infra-red Radiation Method)	1968 年 2 月 小川 鑛一, 野口 義男
TR-151 空気力学的加熱の少ない極超音速飛しょう体 Minimum Heat Transfer Body at Hypersonic Speeds	1968 年 3 月 相原 康彦
TR-152 二次元二重円弧翼列の遷音速実験 High Speed Tests of Compressor Cascades With Double Circular Arc Blade Sections	1968 年 3 月 近藤 博, 藪田 光弘 山崎 紀雄, 古川 昇
TR-153 アーク加熱衝撃波管による物体のまわりの高温気 流の研究 Study of High Temperature Flow around Body Using an Arc-Driven Shock Tube	1968 年 4 月 松崎 利一, 上瀬 千春
TR-154 フライングテストベッドの計画 —本体のシステムデザイナー— System Design of Flying Test Bed for VTOL Aircraft at National Aerospace Laboratory	1968 年 5 月 新型航空機部
TR-155 遷音速における Control-Surface Buzz に関する 研究 An Investigation on Control-Surface Buzz at Transonic Speeds	1968 年 5 月 中村 泰治
TR-156 二次元湾曲ジェットの相似構造と乱流混合におよ ぼす曲率の研究 Effects of Curvature on the Similar Structure and Turbulent Mixing of Two-dimensional Curved Jets	1968 年 5 月 遠藤 浩
TR-157 電子線密度測定法による低密度極超音速流の実験 的研究 Experimental Study of Low Density Hypersonic Flow by Using Electron-Beam Densitometry	1968 年 6 月 和田 勇, 曾我 国男
TR-158 局所凸線形位相空間内の非線形初期値問題に対す る近似について On Approximations for Nonlinear Cauchy Problems in Locally Convex Spaces	1968 年 6 月 小島 清史
TR-159 T型結合板の振動 The Vibration of T-Shape Plates Structure	1968 年 7 月 塙 武敏, 築地 恒夫 越出 慎一
TR-160 梁, 板結合構造物の振動 (II) On the Natural Vibration of Plate-Beam Com- bination Structures (II)	1968 年 8 月 塙 武敏, 築地 恒夫 多田 保夫, 越出 慎一 林 洋一, 日下 和夫
TR-161 宇宙飛しょう体の直接式最適誘導法 An Optimal Explicit Guidance Equation for Space Vehicle	1968 年 8 月 新田 慶治, 松島 弘一 大坪 孔治, 志甫 徹
TR-162 よどみ点領域での非定常空力加熱の測定 Measurements of Unsteady Aerodynamic Heat- ing at Stagnation Region	1968 年 9 月 野村 茂昭
TR-163 双発プロペラ STOL 機の安定操縦性に関する考 察 Investigation on the Stability and Control Characteristics of a Twin-propeller STOL Airplane	1968 年 9 月 別府 護郎
TR-164 熱伝導を考慮した空力加熱による薄肉機体外板の 温度上昇とその電気抵抗アナログ回路 Investigation of the Streamwise Heat Conduction Effect on the Transient Aerodynamic Heating of Thin-skinned Bodies by the Resistance Net- work Analog Method	1968 年 10 月 小川 鑛一
TR-165 有限要素法による箱型梁の解析 Applications of the Finite Element Method to Box Beams	1968 年 11 月 三本木 茂夫

TR-166 ジンバルエンジン駆動用バルブの基礎的解析 Fundamental Analysis of Gimbal-Engine Positioning Hydraulic Control System Made Use of DPF Servovalve	1968 年 11 月	興石 肇, 畑山茂樹
TR-167 アブレーションによる空力加熱の減少の測定 Measurements of Heat Transfer Reduction by Ablation	1968 年 11 月	野村茂昭
TR-168 角度測定周波数測定併用のトラッキングシステムの計算処理に関する研究 On the Orbit Determination Procedures for the Doppler Frequency Measurement with Angular Measurement Tracking System	1968 年 11 月	鳥海良三, 松本一夫 樋口一雄, 戸川隼人 木村武雄
TR-169 VTOL 機操縦研究設備 Design and Construction of VTOL Flight Simulator System	1968 年 11 月	樋口一雄, 百名盛之 三好範子, 岡部正典 山本六郎, 川原弘靖
TR-170 STOL 機の縦の自動安定制御方式に関する研究 (I) 姿勢制御方式の解析 System Studies on Automatic Longitudinal Stabilization Control Systems for STOL Aircraft. Part 1 Automatic Attitude Control Systems.	1968 年 12 月	堀川勇壮, 森 幹彦
TR-171 T Simple Flow Characteristics Across a Strong Shock Wave	Feb. 1969	Kenneth K. Yoshikawa
TR-172 高速における円錐体および三角翼の動安定微係数の測定 Measurement of Dynamic Stability Derivatives of Cones and Delta-Wings at High Speed	1969 年 2 月	柳沢三憲
TR-173 T Coupling Effect of Radiative Heat on Convective Heat Transfer	Feb. 1969	Kenneth K. Yoshikawa
TR-174 Navier-Stokes 方程式に対する差分法 Difference Method for Navier-Stokes Equation	1969 年 4 月	三好 甫
TR-175 低レイノルズ数における NACA 0012 翼型の失速特性について —失速フラッタの研究(II)— Stalling Characteristics of the NACA 0012 Aerofoil Section at Low Reynolds Numbers	1969 年 6 月	中村泰治, 磯貝 敏二 江尻 宏
TR-176 軸流回転機の翼の振動について (I) 固有振動数, 振動形および振動応力分布 On the Vibration of Axial-flow Turbomachine Blades (I) Natural Frequency, Modes and Vibratory Stress Distribution	1969 年 7 月	宮地敏雄, 星谷昌二 祖父江 靖, 網干三郎 岩部柱相, 武田克巳
TR-177 固体ロケットモータの推力大きさ制御の研究 —特性と小型モータによる実験— Thrust Magnitude Control of Solid Rocket Motors —Characteristics Analysis and Small Motor Test—	1969 年 7 月	五代富文, 湯沢克宜 伊藤克弥, 西村久雄
TR-178 測度最大の可制御領域を与える二次形式評価関数の最適重みマトリクスに対する必要条件 Necessary Conditions for the Optimal Weighting Matrices of Quadratic Performance Index to Maximize the Measure of the Controllable Set	1969 年 7 月	川幡長勝
TR-179 テフロン of 非定常アブレーションの測定 Measurements of Transient Ablation of Teflon	1969 年 8 月	野村茂昭
TR-180 鈴鹿山脈付近における乱気流の観測 Measurement and Analysis of Atmospheric Turbulence over the Suzuka Mountain Range	1969 年 8 月	竹内和之, 小野幸一 山根皓三郎, 岡 遠一 外崎得雄

TR-181 振動翼における表面非定常圧力の測定 —失速フラッタの研究 (Ⅲ)— Unsteady Surface Pressure on an Oscillating Aerofoil at High Mean Angles of Attack with Special Reference to Stall Flutter	1969 年 8 月	中村泰治, 磯貝紘二 江尻 宏
TR-182 点束縛のある板の振動について On the Natural Vibration of Plates Restrained at Several Points	1969 年 9 月	塙 武敏, 多田保夫 泉 日出夫, 越出慎一
TR-183 軸流圧縮機動翼取付部の強度についての実験的研究 —隙間のあるピン接合部— Experimental Investigation of Strength of Axial Flow Compressor Blade Root —Pin Joint Lug having Clearance between Pin and Pin Hole—	1969 年 9 月	池田為治, 山岸 崇
TR-184T An Improved Method of Designing and Cal- culating the Minimal Wave Drag Configura- tion by Supersonic and Moment-of-Area Rules	1969 年 10 月	Kenneth K. Yoshikawa
TR-185 FRP ロケットノーズコンの赤外線輻射による加 熱実験 Thermal Characteristics of FRP Rocket Nosecone	1969 年 11 月	小川 鑛一, 遠藤 修司
TR-186 ロケット搭載用伝送線路型アンテナの解析 The Analysis on Transmission-line Rocket Antennas	1969 年 12 月	田畑 浄治, 桜井善雄 三浦雅男, 松崎良継 塚本 憲男
TR-187 ホール効果を用いた地磁気式姿勢計の研究 A Magnetic Attitude Measuring Instrument Ap- plying the the Hall Effect	1969 年 12 月	木村 茂, 田畑 浄治 松崎良継
TR-188 浮動型 1 自由度積分ジャイロの不等弾性誤差 Analysis of Anisoelastic Errors of a Floating Single-Degree-of-Freedom Integrating Gyro	1970 年 1 月	大月正男, 新宮博公 田畑 浄治, 鈴木孝雄 円居 繁治
TR-189 誘導制御を含んだロケットの運動のハイブリッド シミュレーション The Hybrid Simulation of Guided and Control- led Flight of Rocket	1970 年 1 月	輿石 肇, 中 正 夫 森 英彦, 大石 晃造 冠 昭夫, 本間 幸造
TR-190 超音速における鈍い物体の干渉 Interaction of Blunt Bodies in Supersonic Flow	1970 年 2 月	谷 喬, 河本 巖 榑原盛三, 野田順一 近藤次郎
TR-191 Nearly-Free-Molecule-Flow の物体の抵抗 Drag Measurement in Nearly-Free-Molecule-Flow Regime	1970 年 2 月	恩地 瑛, 山本 稔義
TR-192T Transient Couette Flow of Rarefied Binary Gas Mixtures	Mar. 1970	Katsuhisa Koura
TR-193 サーボ弁の非線形流量特性を考慮した油圧サーボ 系のシミュレーション研究 Simulation Study of Hydraulic Servo System with Consideration of non-linear flow charac- teristic of Servo Valve	1970 年 3 月	輿石 肇, 鈴木崇弘 中村光義
TR-194 直接式誘導法を用いた誘導システムの誤差 —観測および制御システムの誤差の影響— Guidance Errons —The Effects of the Navigation and Control Systems on the Guided Trajectories—	1970 年 5 月	松島弘一, 新田慶治 大坪孔治, 志甫 徹
TR-195 箱型主翼構造模型のひずみ分布とたわみに関する 計算と実験 Results of Strains and Deflection Measurements Carried out on Model Wings and their Com- parison with Calculated Results	1970 年 5 月	久能和失
TR-196 回転式動安定測定装置による遷音速試験 Dynamic Stability Test in Transonic Wind Tunnel Rotary System	1970 年 5 月	小橋安次郎, 河野長正 西 武徳, 宮沢政文

TR-197T	Wind Tunnel Investigations of the STOL Airplane, with Attention to the Relations between the Aerodynamic Characteristics and thir Wake Structure	May. 1970	Norio Inumaru Kiyomi Kitamura Nagakatsu Kawahata Hitoshi Takahashi Tomoaki Suzuki
TR-198	低マッハ数における翼型の翼型抗力の計算 A Calculation of the Profile Drag of Airfoils at Low Mach Numbers	1970 年 5 月	河崎俊夫, 石田洋治
TR-199	鈍い頭部を有する円筒物体まわりの超音速流れ Supersonic Flow Fields around Cylindrical Bodies with Blunt Nose	1970 年 6 月	河本 巖
TR-200	フライングテストベッドの高度制御システムの検討 (II) シミュレーションによる二, 三の問題点の検討 Analytical and Simulation Studies on the Height Control System of Flying Test Bed (II) On Some Problems	1970 年 6 月	堀川勇壮, 甲斐忠夫
TR-201	FA-200 改機の風洞試験 (III) 地面効果 Low Speed Wind Tunnel Test of The FA-200-XS Airplane Model Influenced with Ground Effect	1970 年 7 月	広末健一, 高橋 宏 小野孝次, 桑野尚明
TR-202	過酸化水素分解ロケットモータの実験 The Experimental Investigation of Monopropellant Hydrogen Peroxide Reactor	1970 年 7 月	清水昭紀, 種村利春
TR-203	固体ロケット・多分力テストスタンドの精度について On the Accuracy of the Multi-Component Test Stand	1970 年 7 月	石井進一, 山田 晃 鎮西信夫, 引地豊三 工藤賢司
TR-204	ジェットエンジン燃焼器の燃焼性能の研究 Investigation of Combustion Performance of Turbojet Combustor	1970 年 7 月	大塚貞吉, 堀内正司 本間幸吉,
TR-205	差分法による二次元非定常ノズル流の数値計算 Finite Difference Calculations of Two-Dimensional Nonsteady Nozzle Flows	1970 年 8 月	石黒登美子
TR-206	航空機の横操縦を行なう人間の動特性についてのシミュレータ実験 (1 自由度の場合) A Simulator Experiment to Investigate the Human Behavior in Tracking Tasks	1970 年 8 月	別府護郎, 坂井紀穂 吉田純一
TR-207	境界層内圧力変動による板の振動解析 (I) — 周辺単純支持板 — Response Analysis of the Simply Supported Plate to Boundary Layer Pressure Fluctuations.	1970 年 9 月	藤森義典
TR-208	ガスタービン燃焼器 Gas Turbine Combustors	1970 年 9 月	鈴木邦男, 田丸 卓 堀内正司, 斎藤 隆
TR-209	フライングテストベッド用偏向ジェットパイプの模型実験 Model Test on Deflected Jet Pipes of NAL Flying Test Bed	1970 年 10 月	田辺義一
TR-210	自由飛行模型 FFM-10 の空力特性について On the Aerodynamic Characteristics of a free Flight Model FFM-10	1970 年 8 月	河崎俊夫, 斉藤秀夫 河本 巖
TR-211	ジェット・フラップ・ローターのホバ特性に関する一模型実験 A Model Test on Hovering Characteristics of Jet-Flapped Rotor	1970 年 9 月	古茂田真幸, 戸田亘洋 岡 遠一, 高沢金吾
TR-212	二重噴流の空力的騒音 Aerodynamic Noise of a Circular Double Jet	1970 年 10 月	河野長正

- TR-213 ジンバルエンジン駆動用 DPF 方式 油圧サーボの
試作研究
A Study of Gimbal-Engine Actuated Hydraulic Servomechanism with DPF Hydro-
mechanical Compensation Network 1970 年 9 月 畑山茂樹, 奥石 肇
- TR-214 軸流圧縮機動翼機植込部の疲労についての実験的
研究(隙間のあるピン接合)
Experimental Investigation of Fatigue
Strength of Axial Flow Compressor Blade
Root — Pin Joint Lug Having Clearance
between Pin and Pin-Hole— 1970 年 9 月 池田為治, 山岸 崇
- TR-215 ジェット輸送機の操縦のタスク・アナリシス
Task Analysis of Jet Transport(DC-8) 1970 年 10 月 樋口一雄, 百名盛之
三好範子, 岡部正典
川原弘靖
- TR-216 横風中の 3 次元乱流ジェットの湾曲と発達
Bending and Development Three-dimensional
Turbulent Jets in a Gross Wind 1970 年 9 月 遠藤 浩, 中村正義
- TR-217 人工粘性付 LAX-WENDROFF およびその変形差
分法に関する数値実験
Numerical Test on Lax-Wendroff Difference
Scheme with Artificial Viscosity and Its
Variations by the Two-Step Method 1970 年 9 月 安喜隆幸
- TR-218 軸流回転機の翼の振動について
II. 翼根部による振動減衰
On the Vibration of Axial-flow Turbomachine
Blade
II. Vibration Damping Capacity of the
Blade Mounting 1970 年 10 月 宮地敏雄, 星谷昌二
祖父江 靖, 網千三郎
熊谷隆王
- TR-219 二次元非圧縮性乱流境界層の近似について
On an Approximation of Two-Dimensional
Incompressible Turbulent Boundary Layer 1970 年 10 月 尾形吉和
- TR-220T Application of Dorodnitsyn's Technique to
Compressible Two-Dimensional Airfoil
Theories at Transonic Speeds 1970 年 10 月 Junzo SATO
- TR-221 先端のにぶいフレヤつき物体の空力特性
Aerodynamic Characteristics of a Flared
Body with Blunt Nose 1970 年 10 月 谷 喬, 河本 徹
榊原盛三, 野田順一
樋口 博(東京大学)
- TR-222 東北地方太平洋沿岸航空路上における乱気流観測
Measurements and Analysis of Atmospheric
Turbulence on the Pacific Coast Air Route
of the TOHOKU District 1970 年 9 月 竹内和之, 山根皓三郎
矢沢健司, 小野幸一
外崎得雄
- TR-223 球の仮想質量の円筒境界干渉
Cylindrical Boundary Interference on Virtual
Mass of a Sphere 1970 年 9 月 河野長正
- TR-224 吹出しをともなう鈍頭物体の衝撃波離脱距離
Shock Stand-off-Distance with Mass Injection 1970 年 12 月 吉永 崇
- TR-225 NAL-35DT型ロケットの構造試験
Results of Structural Experiments on NAL-
35DT Rocket Vehicle 1970 年 11 月 ロケット構造研究グルー
プ
- TR-226 薄片持後退角翼の遷音速フラッタ特性におよぼ
す集中質量の位置の影響について
Some Effects of Systematically Varied
Location of One Concentrated Mass on
Transonic Flutter Characteristics of Swept-
back Thin Cantilever Wings 1970 年 11 月 中井暎一, 森田甫之
高木俊朗
- TR-227 高負荷燃焼器の空気孔からの流れについて(II)
—二孔の実験および簡単な解析方法—
Investigation of Air Stream from Combustor
-Liner Air-Entry Holes(II)
—Experiments with Paired Air-Entry Holes
and A Numerical Analysis— 1970 年 12 月 相波哲明, 井上真幸

TR-228	自由飛行模型 FFM-10 の運動特性と 飛しょう試験におけるデータ処理法 Flight Dynamics of Free-Flight Model FFM-10 and Data Analysis Method for Free-flight Tests	1970 年 12 月	高 島 一 明
TR-229	単発 STOL 実験機(FA-200XS)について Development of the FA-200XS Experimental Airplane	1970 年 12 月	飛行実験部
TR-230	アナログトルク平衡方式による浮動振子型加速度計の研究 Study on the Analog Torque Rebalance Floated Pendulum Type Accelerometers for Guidance and Control Applications	1971 年 1 月	大 月 正 男, 鈴 木 孝 雄 円 居 繁 治
TR-231	高温タービンノズル翼二次元翼列試験 (第 1 報 対流冷却翼の実験結果について) Two-Dimensional Cascade Test of an Air-Cooled Turbine Nozzle (Part I On the Experimental Results of a Convection-Cooled Blade)	1971 年 1 月	吉 田 豊 明, 高 原 北 雄 能 瀬 弘 幸, 井 上 重 雄 三 村 富 嗣 雄, 白 井 弘
TR-232	高温タービンノズル翼二次元翼列試験 (第 2 報 対流冷却翼の数値計算およびアナログ法による翼表面温度分布について) Two-Dimensional Cascade Test of an Air-Cooled Turbine Nozzle (Part II On the Temperature Distributions of a Convection-Cooled Blade by Numerical Calculation and Analogue Simulation Test)	1971 年 1 月	吉 田 豊 明, 高 原 北 雄 能 瀬 弘 幸, 井 上 重 雄 三 村 富 嗣 雄, 白 井 弘
TR-233	PSD 法の大気乱れに対する航空機強度設計への応用とその問題点 Studies on PSD Method to Aircraft Structural Design for Atmospheric Turbulence	1971 年 1 月	竹 内 和 之, 山 根 皓 三 郎
TR-234	Green 関数をラプラス方程式に適用した解法による冷却タービン翼の温度分布の計算 A Calculation of Temperature Distribution with Applying Green Function to Two-Dimensional Laplace's Equation	1971 年 1 月	西 村 英 明
TR-235	自動着陸予備実験 (1) 電波高度計の性能試験 Preliminary Experiments for Automatic Landing (1) On the Performance Test of Radio Altimeters	1971 年 4 月	樋 口 一 雄, 堀 川 勇 壮 森 幹 彦, 小 川 鎮 一 真 柳 光 美, 渡 辺 顕 名 越 孝 行
TR-236T	Small-Strain Deformations Superposed on Finite Deformations of Highly Elastic Incompressible Materials, Part I —Constitutive Equation	1971 年 6 月	Tastuzo KOGA
TR-237	自由飛行模型 FFM-10 による縦の動安定特性の飛しょう実験 Free Flight Tests on Longitudinal Dynamics Characteristics of FFM-10 Model	1971 年 4 月	河 崎 俊 夫, 堀 武 敏 齊 藤 秀 夫, 高 島 一 明 河 本 巖
TR-238	リフトジェットエンジン JR100H の動特性について Dynamic Characteristic of Lift Jet Engine JR100H	1971 年 5 月	西 尾 健 二, 遠 藤 征 紀 杉 山 七 契, 越 沼 威 大 畑 敏 美
TR-239	昇華アブレーションの直接解法 A Direct Calculation of Sublimating Ablation	1971 年 6 月	久 保 田 弘 敏
TR-240T	A Method For The Calculation of Lifting Potential Flow Problems —Part I— Theoretical Basis	1971 年 7 月	Masao EBIHARA

- | | |
|---|----------------------------------|
| TR-241 YS-11A-500/600型主翼疲れ試験
(1. セーフライフ試験荷重と試験方式)
Full-Scale Fatigue Test of YS-11A-500/600
Turboprop Transport Wing (1 Safe-Life
Fatigue Test Loads and Test Method) | 1971 年 7 月 竹内和之, 野原利雄
朝田洋雄 |
| TR-242 熱線による三次元平均速度ベクトルとレイノルズ
応力の測定
Measurement of Three-Dimensional Mean
Velocity Vector and Reynolds Stress By
Single Rotatable Hot-Wire | 1971 年 7 月 林 良生, 中谷輝臣 |
| TR-243 揚力をもつ物体のまわりのポテンシャル流れの計
算法 I その理論的基礎
A Method for the Calculation of Lifting
Potential Flow Problems-Part I- Theoreti-
cal Basis | 1971 年 7 月 海老原正夫 |
| TR-244 超音速風洞における動安定微係数の測定
Measurements of Dynamic Stability Deriva-
tives in Supersonic Blowdown Wind Tun-
nel | 1971 年 7 月 高島一明, 榊原盛三
関根英夫 |
| TR-245 ヘリコプタ高度・速度線図および臨界決定点の解
析的推定法
An Analytical Method to Predict Height-
Velocity Diagram Critical Decision Point
of Rotorcraft | 1971 年 11 月 古茂田真幸 |
| TR-246 梁の大変形問題の解析について
On Analysis of Large Deformation Problems
of Beam | 1971 年 11 月 泉 日出夫 |
| TR-247 任意物体のまわりの自由流線理論
On the theory of Free Streamlines Past an
Arbitrary Shape | 1971 年 9 月 高橋 倅 |
| TR-248 亜音速流中における二次元翼上の圧力分布の, 粘
性効果を考慮に入れた計算法のプログラム
A Description of the Ideas Underlying a
Computer Programme for Predicting the
Aerofoil Pressure Distributions in Subcri-
tical Viscous Flow | 1971 年 11 月 海老原正夫, 石田洋治
小此木時雄 |
| TR-249 一般化 Newton-Raphson 法の計算機容量問題に
対する改良最適化アルゴリズム
Modified Optimization Algorithm for Com-
puter Storage Problems in Generalized
Newton-Raphson Method | 1971 年 10 月 志 甫 徹 |

航空宇宙技術研究所報告 250 号

昭和 46 年 10 月 発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町 1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(代表)〒182
印刷所 第一印刷株式会社
東京都新宿区富久町 58
