

UDC 521.4 :
530.145.7 :
629.783.525

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-255

地球の重力の作用下にある人工衛星の
運動に関する研究

武内澄夫・松島弘一

1971年12月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 報 告

- TR-232 高温タービンノズル翼二次元翼列試験
(第2報対流冷却翼の数値計算およびアナログ法による翼表面温度分布について)
Two-Dimensional Cascade Test of an Air-Cooled Turbine Nozzle
(Part II On the Temperature Distributions of a Convection-Cooled Blade by Numerical Calculation and Analog Simulation Test) 1971年1月 吉田豊明, 高原北雄
能瀬弘幸, 井上重雄
三村富嗣雄, 白井弘
- TR-233 PSD法の大气乱れに対する航空機強度設計への応用とその問題点
Studies on PSD Method to Aircraft Structural Design for Atmospheric Turbulence 1971年1月 竹内和之, 山根皓三郎
- TR-234 Green関数をラプラス方程式に適用した解法による冷却タービン翼の温度分布の計算
A Calculation of Temperature Distribution with Applying Green Function to Two-Dimensional Laplace's equation 1971年1月 西村英明
- TR-235 自動着陸予備実験
(1)電波高度計の性能試験
Preliminary Experiments for Automatic Landing
(1) On the Performance Tests of Radio Altimeters 1971年4月 樋口一雄, 堀川勇壮
森幹彦, 小川鑛一
真柳光美, 渡辺顯
名越孝行
- TR-236T Small-Strain Deformation Superposed on Finite Deformations of Highly Elastic Incompressible Materials, Part 1—Constitutive Equations 1971年6月 Tatsuzo KOGA
- TR-237 自由飛行模型 FFM-10による縦の動安定特性の飛しょう実験
Free Flight Tests on Longitudinal Dynamics Characteristics of FFM-10 Model 1971年4月 河崎俊夫, 埴武敏
斎藤秀夫, 高島一明
河本巖
- TR-238 リフトジェットエンジン JR100Hの動特性について
Dynamic Characteristic of Lift Jet Engine JR100H 1971年5月 西尾健二, 遠藤征紀
杉山七契, 越沼 威
大畑敏美
- TR-239 昇華アブレーションの直接解法
A Direct Calculation of Sublimating Ablation 1971年6月 久保田弘敏
- TR-240T A Method for the Calculation of Lifting Potential Flow Problems—Part 1 Theoretical Basis— 1971年7月 Masao EBIHARA
- TR-241 YS-11A-500/600型主翼疲れ試験
(I.セーフライフ試験荷重と試験方式)
Full-Scale Fatigue Test of YS-11A-500/600 Turboprop Transport Wing (I. Safe-life Fatigue Test Loads and Test Method) 1971年7月 竹内和之, 野原利雄
朝田洋雄
- TR-242 熱線による3次元平均速度ベクトルとレイノルズ応力の測定
Measurement of three-dimensional mean Velocity Vector and Reynolds Stress by Single Rotatable Hot-wire 1971年7月 林 良生, 中谷輝臣
- TR-243 揚力をもつ物体のまわりのポテンシャル流れの計算法 I その理論的基礎
A Method for the Calculation of Lifting Potential Flow Problems—Part 1—Theoretical Basis 1971年7月 海老原正夫

地球の重力の作用下にある人工衛星の運動に関する研究*

武内澄夫**・松島弘一**

The Study on the Motion of an Artificial Satellite in the Earth's Gravitational Field

By Sumio TAKEUCHI and Koichi MATSUSHIMA

First order perturbation method for analyzing the motion of an artificial satellite in the earth's gravitational field accurately and efficiently, is obtained, using Lagrange's planetary equations.

The infinite order terms of harmonics are taken into consideration in the disturbing function due to the asphericity of the earth, and resonance conditions are confined to the state of exact commensurability.

The perturbations of orbital elements are separated into two components; the long range perturbations and the short-period perturbations.

As a concrete computational example of this method, the perturbations of the synchronous satellite are analyzed.

1. 緒 言

地球の重力の作用下にある人工衛星の運動の研究を行なうに際して、用いる運動方程式は Newton 力学に立脚する限りにおいてすべて本質的には同等であるが、各種の形のものがある。これらの内で天体力学において古来種々考案されてきたものの大部分は変数として軌道要素あるいはこれらの関数をとっている。この場合には解によって表わされる摂動を long range の摂動と短周期摂動とに分けることができる。前者は変数として平均近点離角を含まないものであり、後者はこれを含むものである。このようにすれば long range の摂動に基づいて長期間にわたって運動の見とおしを立てやすい。そこで以下の理論においてはこのような方程式の一つである Lagrange's planetary equations を用いて long range の摂動に重点をおいて研究をすすめることとした。

次に人工衛星の運動を実際に決定する場合には摂動関数として zonal harmonics および non-zonal harmonics の両者を取り、しかも次数については一般的であるのが望ましい。しかるにこのような理論で公表されているものは見当たらないようである。現在までに zonal

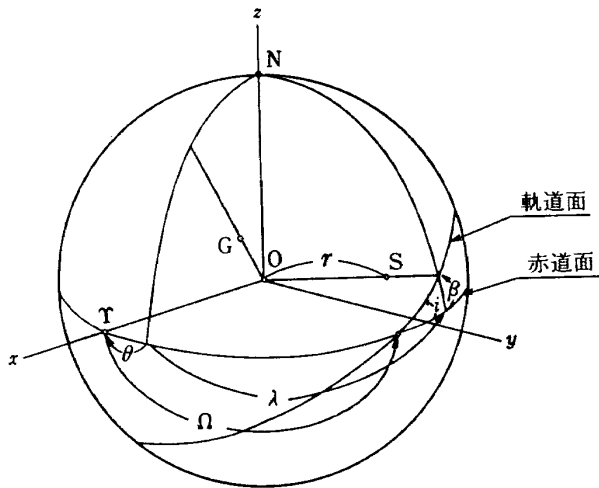
harmonics あるいは non-zonal harmonics の個々のものを取り、次数については一般的なもの^{1)~3)}あるいは zonal harmonics および non-zonal harmonics の両者をとるが次数において限定されたもの^{4),5)}などが発表されている。

そこで本報告においては摂動関数としては zonal harmonics および non-zonal harmonics の両者を取り、次数については一般的である理論をたてた。ただし摂動については第一階のものまでを求め、また resonance においては exact commensurability の状態のみを考えることとした。そしてここにおいて軌道要素の変化を摂動関数の long range の部分、resonance terms および短周期部分のそれぞれによる変化に分けて求めた。次いで harmonics の四次までを取り、離心率の七乗までを考慮した場合の計算式を出した。最後に一例として静止衛星を取り、これに関する計算を行なった。

2. 力学系

人工衛星は地球の重力の作用のみをうけるものとする。そして図 1 に示すようにその運動を地球の中心 O を原点とし、恒星系に対して並進運動のみをする座標系 $Oxyz$ に関して決定することとする。ここで x 軸

*昭和 46 年 10 月 12 日受付 **宇宙研究グループ



T: 春分点
 N: 天の北極
 G: Greenwich
 S: 人工衛星

図 1 地心を原点とする並進運動座標系

および z 軸をそれぞれ春分点および天の北極に向けてとり、座標系は右手系直交座標系をなすものとする。ただし春分点の天球上における移動を無視する。

また t, t_0 および ν を次のようにとる。

- t : 平均太陽時あるいは常用時
- t_0 : 本初子午線が xz 面を通過する時の t
- ν : 地球の自転の回転ベクトルの z 成分

このとき Greenwich における恒星時は次のようになる。

$$\theta = \nu(t - t_0) \quad (2.1)$$

さらに人工衛星の質量を地球の質量に対して無視すれば、地球の重力の potential は次式によって与えられる⁶⁾。

$$U = \frac{\mu}{r} \left\{ 1 + \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{a_e}{r} \right)^l P_l^m(\sin \beta) J_{l,m} \times \cos m(\lambda - \lambda_{l,m}) \right\} \quad (2.2)$$

$$= \frac{\mu}{r} \left\{ 1 + \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{a_e}{r} \right)^l P_l^m(\sin \beta) \times (C_{l,m} \cos m\lambda + S_{l,m} \sin m\lambda) \right\}$$

$\mu = k^2 M_e$

ここに

- k : Gaussian constant
- M_e : 地球の質量
- a_e : 地球の平均赤道半径
- r, β, λ : 地心距離, 地心緯度, 地理学的経度
- $P_l^m(\sin \beta)$: Legendre 陪関数

- $J_{l,m}$: 定数
- $\lambda_{l,m}$: 定数
- $C_{l,m}$: 定数
- $S_{l,m}$: 定数

である。また

$$m=0$$

のときには

$$J_{l,0} = C_{l,0}$$

となり,

$$m \neq 0$$

のときには

$$J_{l,m} = \pm \sqrt{C_{l,m}^2 + S_{l,m}^2}$$

$$\lambda_{l,m} = \frac{1}{m} \left\{ \tan^{-1} \frac{S_{l,m}}{C_{l,m}} + \left(1 - \frac{C_{l,m} J_{l,m}}{|C_{l,m} J_{l,m}|} \right) \frac{\pi}{2} \right\}$$

となる。ここで $J_{l,m}$ の複号の何れをとるかは、(2.2) において $J_{l,m}$ の符号を正負の何れに定義するかにしたがって決定される。

3. 運動方程式

人工衛星の接触軌道要素として

- a : 軌道の半長径
- e : 軌道の離心率
- i : 赤道面に対する軌道面の傾斜角
- Ω : 昇交点の赤経
- ω : 昇交点から近地点までの運動の向きにはかった角距離
- χ : epoch $t = t_0 = 0$ における平均近点離角

をとれば、Lagrange's planetary equations は次のようになる⁷⁾。

$$\left. \begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial \chi} \\ \frac{de}{dt} &= \frac{1}{na^2 e} \left\{ (1-e^2) \frac{\partial R}{\partial \chi} - \sqrt{1-e^2} \frac{\partial R}{\partial \omega} \right\} \\ \frac{di}{dt} &= \frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \left\{ \cot i \frac{\partial R}{\partial \omega} - \operatorname{cosec} i \frac{\partial R}{\partial \Omega} \right\} \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i} \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{\cot i}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \frac{\partial R}{\partial i} \\ \frac{d\chi}{dt} &= -\frac{1-e^2}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial a} \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

ここで R は摂動関数であり、(2.2)を用いて次のように表わされる。

$$R = U - \frac{\mu}{r} = \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l U_{l,m} \quad (3.2)$$

$$U_{l,m} = \frac{\mu a e^l}{r^{l+1}} P_l^m(\sin \beta) J_{l,m} \cos m(\lambda - \lambda_{l,m}) \quad (3.3)$$

また平均近点離角を M とすれば

$$M = nt + \chi \quad (3.4)$$

となる。ここに n は平均運動であって

$$\mu = n^3 a^3 \quad (3.5)$$

となる。

さらに

$$\chi^* + \int_0^t n dt = \chi^* + \rho = \chi + nt \quad (3.6)$$

で定義される modified mean anomaly at epoch χ^* をとれば Lagrange's planetary equations は次のようになる⁷⁾。

$$\left. \begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial \chi^*} \\ \frac{de}{dt} &= \frac{1}{na^2 e} \left\{ (1-e^2) \frac{\partial R}{\partial \chi^*} - \sqrt{1-e^2} \frac{\partial R}{\partial \omega} \right\} \\ \frac{di}{dt} &= \frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \left(\cot i \frac{\partial R}{\partial \omega} - \operatorname{cosec} i \frac{\partial R}{\partial \Omega} \right) \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i} \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{\cot i}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \frac{\partial R}{\partial i} \\ \frac{d\chi^*}{dt} &= -\frac{1-e^2}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{2}{na} \left(\frac{\partial R}{\partial a} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

ここで $\left(\frac{\partial R}{\partial a} \right)$ は $\left(\frac{\partial R}{\partial a} \right)_{n=\text{const}}$ を示す。また

$$\frac{dM}{dt} = n + \frac{d\chi^*}{dt} \quad (3.8)$$

となる。

4. 摂動関数の軌道要素による表示式

(3.7)における摂動関数は(3.2)と(3.3)に示すように地理学的な極座標の関数として与えられているので、これを軌道要素の関数として表示しなければならない。このため W. M. Kaula⁸⁾ によって導出された摂動関数を軌道要素の関数である無限の項の和として表わす式を用いることとする。これによれば次式が成立する。

$$R = U - \frac{\mu}{r} = \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l U_{l,m} \quad (3.2)$$

$$U_{l,m} = \sum_{p=0}^l \sum_{q=-\infty}^{\infty} U_{l,m,p,q} \quad (4.1)$$

$$U_{l,m,p,q} = \frac{\mu a e^l}{a^l} \cdot F_{l,m,p}(i) \cdot G_{l,p,q}(e) \cdot S_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \quad (4.2)$$

ここで $F_{l,m,p}(i)$ は傾斜角関数であり、次式で与えられる。

$$F_{l,m,p}(i) = \sum_u \frac{(2l-2u)!}{u!(l-u)!(l-m-2u)!2^{2l-2u}} \times \sin^{l-m-2u} i \cdot \sum_{v=0}^m \binom{m}{v} \cdot \cos^v i \times \sum_w \binom{l-m-2u+v}{w} \binom{m-v}{p-u-w} (-1)^{w-\kappa} \quad (4.3)$$

ここで u と w の属する区間を規定する式を W. M. Kaula とは別に求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} 0 \leq u \leq \min(p, l-p, K) \\ \max(0, p-u-m-v) \leq w \leq p-u \\ - \{m - \min(l-p-u, m)\} \\ + \min\{v, m - \min(l-p-u, m)\} \\ K = \left[\frac{1}{2}(l-m) \right] \end{aligned}$$

ここに [] は整数部分を示す。次に $G_{l,p,q}(e)$ は離心率関数であり、

$$q = 2p - l$$

のときには

$$G_{l,p,q}(e) = \frac{1}{(1-e^2)^{l-(1/2)}} \sum_{b=0}^{p'-1} \binom{l-1}{2b+l-2p'} \times \left(\frac{e}{2} \right)^{2b+l-2p'} \quad (4.4)$$

となる。ここに

$$\begin{aligned} p \leq l/2 \quad \text{のときに} \quad p' = p \\ l/2 < p \quad \text{のときに} \quad p' = l-p \end{aligned}$$

である。また

$$q \neq 2p - l$$

のときには

$$G_{l,p,q}(e) = (-1)^{|q|} (1+\alpha^2)^l \alpha^{|q|} \sum_{c=0}^{\infty} P_{l,p,q,c} Q_{l,p,q,c} \alpha^{2c} \quad (4.5)$$

となる。ここに

$$\alpha = \frac{e}{1 + \sqrt{1-e^2}} = \frac{1 - \sqrt{1-e^2}}{e}$$

であり、また

$$p \leq l/2 \text{ のときに } p' = p \quad q' = q$$

$$l/2 < p \text{ のときに } p' = l - p \quad q' = -q$$

とすれば

$$P_{l,p,q,c} = \sum_{d=0}^h \binom{2p'-2l}{h-d} \frac{(-1)^d}{d!} \left(\frac{(l-2p'+q')e}{2\alpha} \right)^d$$

$$q' < 0 \text{ のときに } h = c$$

$$0 \leq q' \text{ のときに } h = c + q'$$

となり, さらに

$$Q_{l,p,q,c} = \sum_{d=0}^h \binom{-2p'}{h-d} \frac{1}{d!} \left(\frac{(l-2p'+q')e}{2\alpha} \right)^d$$

$$q' < 0 \text{ のときに } h = c - q'$$

$$0 \leq q' \text{ のときに } h = c$$

となる⁸⁾. なお

$$G_{l,p,q}(e) = X_{l-2p+q}^{-l-1, l-2p} = X_{2p-l-q}^{-l-1, 2p-l} \quad (4.6)$$

と書ける. ここに $X_{l-2p+q}^{-l-1, l-2p}$ と $X_{2p-l-q}^{-l-1, 2p-l}$ は Hansen 係数であり, その一部が A. Cayley によって与えられている⁹⁾. さらに $\omega, M, \Omega, \theta$ の関数 $S_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta)$ は次のようになる.

$$\left. \begin{aligned} S_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) &= J_{l,m} \cos T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \\ T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) &= (l-2p)\omega + (l-2p+q)M \\ &\quad + m(\Omega - \theta) - m\lambda_{l,m} - \{1 - (-1)^{l-m}\}(\pi/4) \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

5. 軌道要素の変化率

前章において得られた諸式を (3.7) に用いれば軌道要素の変化率を表わす式が求められる. これは次のようになる.

$$\frac{da}{dt} = -\frac{2\mu}{na} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_{p=0}^l \sum_{q=-\infty}^{\infty} (l-2p+q) J_{l,m} \frac{a_e^l}{a^{l+1}} F_{l,m,p}(i) G_{l,p,q}(e)$$

$$\times \sin T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta)$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{\mu}{na^2 e} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_{p=0}^l \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_{l,m} \frac{a_e^l}{a^{l+1}} \times F_{l,m,p}(i) G_{l,p,q}(e) \sin T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta)$$

$$\times \{-(l-2p+q)(1-e^2) + (l-2p)\sqrt{1-e^2}\}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{\mu}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_{p=0}^l \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_{l,m} \frac{a_e^l}{a^{l+1}} \times F_{l,m,p}(i) G_{l,p,q}(e) \sin T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta)$$

$$\times \{-(l-2p) \cot i + m \operatorname{cosec} i\}$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{\mu}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_{p=0}^l \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_{l,m} \frac{a_e^l}{a^{l+1}} \times \frac{a_e^l}{a^{l+1}} \frac{dF_{l,m,p}(i)}{di} G_{l,p,q}(e)$$

$$\times \cos T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \mu \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_{p=0}^l \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_{l,m} \frac{a_e^l}{a^{l+1}} \times \cos T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta)$$

$$\times \left(\frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} F_{l,m,p}(i) \frac{dG_{l,p,q}(e)}{de} - \frac{\cot i}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \frac{dF_{l,m,p}(i)}{di} G_{l,p,q}(e) \right)$$

$$\frac{d\chi^*}{dt} = \mu \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_{p=0}^l \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_{l,m} \frac{a_e^l}{a^{l+1}} F_{l,m,p}(i) \times \cos T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta)$$

$$\times \left\{ -\frac{1-e^2}{na^2 e} \frac{dG_{l,p,q}(e)}{de} + 2(l+1) \times \frac{1}{na^2} G_{l,p,q}(e) \right\} \quad (5.1)$$

6. 軌道要素の変化

(5.1) は軌道要素に関する連立常微分方程式であり, これを解けば軌道要素が t の関数として決定されることとなる. しかしながらこれを解くことは一般にはできない. けれども (5.1) の右辺における軌道要素はその変化率が一般に小さいので, これを $t=t_j$ における値として定数とみなし, $t=t_j$ から $t=t_{j+1}$ まで積分すればこの間における第一階の摂動が得られることになる. そこで以下においてはこのような第一階の摂動を求めることとする.

この際 6.1 から 6.5 までに示すように次の五つの場合に分けて考えることにする.

- (1) $l-2p+q=0, (l-2p+q)n-m\nu=0$
- (2) $l-2p+q=0, (l-2p+q)n-m\nu \neq 0$
- (3) $l-2p+q \neq 0, (l-2p+q)n-m\nu=0$
- (4) $l-2p+q \neq 0, (l-2p+q)n-m\nu \neq 0, m=0$
- (5) $l-2p+q \neq 0, (l-2p+q)n-m\nu \neq 0, m \neq 0$

ここで $t=t_j$ から $t=t_{j+1}$ までの時間を

$$\delta t_j = t_{j+1} - t_j \quad (6.1)$$

とする. また諸量における添字 j は $t=t_j$ における値を示すものとする.

6.1 zonal harmonics の long range parts による要素の変化

(5.1) の右辺の各項の内て

$$l-2p+q=0, (l-2p+q)n-m\nu=0 \quad (6.1.1)$$

をみだす項のみをとって (5.1) を積分すれば zonal harmonics の long range parts による要素の変化が得られる. これを添字 zl をつけて表わすこととする. ここで δt_j の間の変化は次式で表わされる.

$$\delta a_{zl,j}=0$$

$$\begin{aligned} \delta e_{zl,j} &= \mu \left\{ \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{p=0}^l (l-2p) J_{l,0} \frac{a_e^l}{a^{l+1}} \right. \\ &\quad \times F_{l,0,p}(i) G_{l,p,q}(e) \\ &\quad \times \left. \sin T_{l,0,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \right\}_j \cdot \delta t_j \\ \delta i_{zl,j} &= -\mu \left\{ \frac{\cot i}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{p=0}^l (l-2p) J_{l,0} \right. \\ &\quad \times \frac{a_e^l}{a^{l+1}} F_{l,0,p}(i) G_{l,p,q}(e) \\ &\quad \times \left. \sin T_{l,0,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \right\}_j \cdot \delta t_j \\ \delta \Omega_{zl,j} &= \mu \left\{ \frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{p=0}^l J_{l,0} \right. \\ &\quad \times \frac{a_e^l}{a^{l+1}} \frac{dF_{l,0,p}(i)}{di} G_{l,p,q}(e) \\ &\quad \times \left. \cos T_{l,0,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \right\}_j \cdot \delta t_j \\ \delta \omega_{zl,j} &= \mu \left\{ \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{p=0}^l J_{l,0} \frac{a_e^l}{a^{l+1}} \right. \\ &\quad \times \cos T_{l,0,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \\ &\quad \times \left(\frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} F_{l,0,p}(i) \frac{dG_{l,p,q}(e)}{de} \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\cot i}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \frac{dF_{l,0,p}(i)}{di} G_{l,p,q}(e) \right) \right\}_j \cdot \delta t_j \\ \delta \chi^*_{zl,j} &= \mu \left\{ \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{p=0}^l J_{l,0} \frac{a_e^l}{a^{l+1}} F_{l,0,p}(i) \right. \\ &\quad \times \cos T_{l,0,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \\ &\quad \times \left\{ -\frac{1-e^2}{na^2 e} \frac{dG_{l,p,q}(e)}{de} \right. \\ &\quad \left. \left. + 2(l+1) \frac{1}{na^2} G_{l,p,q}(e) \right\} \right\}_j \cdot \delta t_j \end{aligned} \quad (6.1.2)$$

ここに

$$\begin{aligned} T_{l,0,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) &= (l-2p)\omega \\ &\quad - \{1-(-1)^l\}(\pi/4) \\ q &= -l+2p \end{aligned} \quad (6.1.3)$$

となる。

(6.1.2)で表わされる変化は long range の摂動を表わす。

6.2 non-zonal harmonics の long range parts による要素の変化

(5.1)の右辺の各項の内て

$$l-2p+q=0, (l-2p+q)n-m\nu \neq 0 \quad (6.2.1)$$

をみたく項のみをとって(5.1)を積分すれば non-zonal harmonics の long range parts による要素の変化が得

られる。これを添字 nl をつけて表わすこととする。ただし long range とはいっても周期が $2\pi/\nu$ 以下のものにすぎないので短周期とも考えられる。ここで δt_j の間の変化は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \delta a_{nl,j} &= 0 \\ \delta e_{nl,j} &= \frac{\mu}{\nu} \left\{ \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=1}^l \sum_{p=0}^l \frac{l-2p}{m} J_{l,m} \frac{a_e^l}{a^{l+1}} \right. \\ &\quad \times F_{l,m,p}(i) G_{l,p,q}(e) \\ &\quad \times \left. \delta \cos T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \right\}_j \\ \delta i_{nl,j} &= \frac{\mu}{\nu} \left\{ \frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=1}^l \sum_{p=0}^l J_{l,m} \frac{a_e^l}{a^{l+1}} \right. \\ &\quad \times F_{l,m,p}(i) G_{l,p,q}(e) \\ &\quad \times \delta \cos T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \\ &\quad \times \left. \left(-\frac{l-2p}{m} \cot i + \operatorname{cosec} i \right) \right\}_j \\ \delta \Omega_{nl,j} &= -\frac{\mu}{\nu} \left\{ \frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=1}^l \sum_{p=0}^l J_{l,m} \right. \\ &\quad \times \frac{a_e^l}{a^{l+1}} \frac{dF_{l,m,p}(i)}{di} G_{l,p,q}(e) \\ &\quad \times \left. \delta \sin T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \right\}_j \\ \delta \omega_{nl,j} &= \frac{\mu}{\nu} \left\{ \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=1}^l \sum_{p=0}^l \frac{1}{m} J_{l,m} \frac{a_e^l}{a^{l+1}} \right. \\ &\quad \times \delta \sin T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \\ &\quad \times \left(-\frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} F_{l,m,p}(i) \frac{dG_{l,p,q}(e)}{de} \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\cot i}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \frac{dF_{l,m,p}(i)}{di} G_{l,p,q}(e) \right) \right\}_j \\ \delta \chi^*_{nl,j} &= \frac{\mu}{\nu} \left\{ \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=1}^l \sum_{p=0}^l \frac{1}{m} J_{l,m} \frac{a_e^l}{a^{l+1}} F_{l,m,p}(i) \right. \\ &\quad \times \delta \sin T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \\ &\quad \times \left. \left\{ \frac{1-e^2}{na^2 e} \frac{dG_{l,p,q}(e)}{de} - 2(l+1) \frac{1}{na^2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times G_{l,p,q}(e) \right\} \right\}_j \end{aligned} \quad (6.2.2)$$

ここに

$$\begin{aligned} \delta_{\cos}^{\sin} T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) &= \frac{\sin}{\cos} [(l-2p)\omega + m(\Omega - \theta - \nu \delta t) - m\lambda_{l,m} \\ &\quad - \{1-(-1)^{l-m}\}(\pi/4)] \\ &\quad - \frac{\sin}{\cos} [(l-2p)\omega + m(\Omega - \theta) - m\lambda_{l,m} \\ &\quad - \{1-(-1)^{l-m}\}(\pi/4)] \\ q &= -l+2p \end{aligned} \quad (6.2.3)$$

となる。

(6.2.2) の (l, m, p, q) の項は $2\pi/(m\nu)$ の周期を

もつ。したがって (6.2.2) で表わされる変化は短周期振動を表わす。

6.3 resonance terms による要素の変化

地球の自転の周期である 23 時間 56 分 4 秒 091 と軌道運動の周期が整数比をなす場合、つまり exact commensurability の状態にある場合には次式

$$l-2p+q \neq 0, (l-2p+q)n-m\nu=0 \quad (6.3.1)$$

をみたす l, m, p, q が存在する。このとき (5.1) の右辺の各項の中で (6.3.1) をみたす項、つまり resonance terms のみをとって (5.1) を積分すれば resonance terms による要素の変化が得られ、天体力学における resonance の状態の一つをなすこととなる。このような要素の変化を添字 r をつけて表わすこととする。

一般に人工衛星の運動においては次式が成立する。

$$\begin{aligned} \omega &= \omega_0 + \omega_s \cdot t + \omega_p \\ \Omega &= \Omega_0 + \Omega_s \cdot t + \Omega_p \\ \chi &= \chi_0 + \chi_s \cdot t + \chi_p \end{aligned}$$

ここに

$$\begin{aligned} \omega_0, \Omega_0, \chi_0 &: \text{定数項} \\ \omega_s \cdot t, \Omega_s \cdot t, \chi_s \cdot t &: \text{長年項} \\ \omega_p, \Omega_p, \chi_p &: \text{微小な周期項} \end{aligned}$$

である。したがって

$$\begin{aligned} T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) &= \{(l-2p)\omega_s + (l-2p+q)(n+\chi_s) + m(\Omega_s - \nu)\}t \\ &+ [(l-2p)\omega_0 + (l-2p+q)\chi_0 + m(\Omega_0 + \nu t_0) \\ &- m\lambda_{l,m} - \{1 - (-1)^{l-m}\}(\pi/4)] \\ &+ \{(l-2p)\omega_p + (l-2p+q)\chi_p + m\Omega_p\} \end{aligned}$$

となる。ここで特に (6.3.1) の場合には

$$\begin{aligned} (l-2p)\omega_s + (l-2p+q)(n+\chi_s) + m(\Omega_s - \nu) \\ = (l-2p)\omega_s + (l-2p+q)\chi_s + m\Omega_s \\ = 0(nJ_{2,0}) \end{aligned}$$

となるので、これを無視する。また次式が成立するとみられる。

$$\begin{aligned} \omega_0 &\doteq \omega_{ep} \\ \Omega_0 &\doteq \Omega_{ep} \\ \chi_0 &\doteq \chi_{ep} = \chi_{ep}^* \end{aligned}$$

ここに添字 ep は epoch における値を示すものとする。さらにまた

$$(l-2p)\omega_p + (l-2p+q)\chi_p + m\Omega_p$$

は微小量であるから、これを無視する。この結果次のように考えられる。

$$\left. \begin{aligned} T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) &\doteq K_{l,m,p,q} \\ K_{l,m,p,q} &= (l-2p)\omega_{ep} + (l-2p+q)\chi_{ep}^* \\ &+ m(\Omega_{ep} + \nu t_0) - m\lambda_{l,m} \\ &- \{1 - (-1)^{l-m}\}(\pi/4) \\ &= \text{constant} \end{aligned} \right\} \quad (6.3.2)$$

(6.3.2) を用いれば δt_j の間の要素の変化は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \delta a_{r,j} &= -2\mu \left\{ \frac{1}{na} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=1}^l \sum_{p=0}^l (l-2p+q) J_{l,m} \right. \\ &\times \frac{a e^l}{a^{l+1}} F_{l,m,p}(i) G_{l,p,q}(e) \\ &\times \sin K_{l,m,p,q} \left. \right\}_j \cdot \delta t_j \\ \delta e_{r,j} &= \mu \left[\frac{1}{na^2 e} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=1}^l \sum_{p=0}^l J_{l,m} \frac{a e^l}{a^{l+1}} F_{l,m,p}(i) \right. \\ &\times G_{l,p,q}(e) \sin K_{l,m,p,q} \{- (l-2p+q) \\ &\times (1-e^2) + (l-2p)\sqrt{1-e^2} \} \left. \right]_j \cdot \delta t_j \\ \delta i_{r,j} &= \mu \left[\frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=1}^l \sum_{p=0}^l J_{l,m} \frac{a e^l}{a^{l+1}} \right. \\ &\times F_{l,m,p}(i) G_{l,p,q}(e) \sin K_{l,m,p,q} \\ &\times \{- (l-2p) \cot i + m \operatorname{cosec} i \} \left. \right]_j \cdot \delta t_j \\ \delta \Omega_{r,j} &= \mu \left(\frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=1}^l \sum_{p=0}^l J_{l,m} \frac{a e^l}{a^{l+1}} \right. \\ &\times \frac{dF_{l,m,p}(i)}{di} G_{l,p,q}(e) \cos K_{l,m,p,q} \left. \right)_j \cdot \delta t_j \\ \delta \omega_{r,j} &= \mu \left\{ \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=1}^l \sum_{p=0}^l J_{l,m} \frac{a e^l}{a^{l+1}} \cos K_{l,m,p,q} \right. \\ &\times \left(\frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} F_{l,m,p}(i) \frac{dG_{l,p,q}(e)}{de} \right. \\ &\left. \left. - \frac{\cot i}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \frac{dF_{l,m,p}(i)}{di} G_{l,p,q}(e) \right) \right\}_j \cdot \delta t_j \\ \delta \chi_{r,j}^* &= \mu \left[\sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=1}^l \sum_{p=0}^l J_{l,m} \frac{a e^l}{a^{l+1}} F_{l,m,p}(i) \right. \\ &\times \cos K_{l,m,p,q} \left\{ - \frac{1-e^2}{na^2 e} \frac{dG_{l,p,q}(e)}{de} \right. \\ &\left. \left. + 2(l+1) \frac{1}{na^2} G_{l,p,q}(e) \right\} \right]_j \cdot \delta t_j \end{aligned} \right\} \quad (6.3.3)$$

ここに

$$q = -l + 2p + m \cdot \frac{\nu}{n} \quad (6.3.4)$$

となる。

(6.3.3) で表わされる変化は long range の振動を表わす。

6.4 zonal harmonics の短周期部分による要素の変化

(5.1)の右辺の各項の内て

$$l-2p+q \neq 0, (l-2p+q)n - m\nu \neq 0, m=0 \quad (6.4.1)$$

をみたく項のみをとって(5.1)を積分すれば zonal harmonics の短周期部分による要素の変化が得られる。これを添字 zs をつけて表わすこととする。ここで δt_j の間の変化は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \delta a_{zs,j} &= 2\mu \left\{ \frac{1}{n^2 a} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{p=0}^l \sum_q J_{l,0} \frac{a e^l}{a^{l+1}} F_{l,0,p}(i) \right. \\ &\quad \left. \times G_{l,p,q}(e) \delta \cos T_{l,0,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \right\}_j \\ \delta e_{zs,j} &= \mu \left\{ \frac{1}{n^2 a^2 e} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{p=0}^l \sum_q J_{l,0} \frac{a e^l}{a^{l+1}} F_{l,0,p}(i) \right. \\ &\quad \times G_{l,p,q}(e) \delta \cos T_{l,0,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \\ &\quad \left. \times \left(1 - e^2 - \frac{l-2p}{l-2p+q} \sqrt{1-e^2} \right) \right\}_j \\ \delta i_{zs,j} &= \mu \left\{ \frac{\cot i}{n^2 a^2 \sqrt{1-e^2}} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{p=0}^l \sum_q \frac{l-2p}{l-2p+q} \right. \\ &\quad \times J_{l,0} \frac{a e^l}{a^{l+1}} F_{l,0,p}(i) G_{l,p,q}(e) \\ &\quad \left. \times \delta \cos T_{l,0,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \right\}_j \\ \delta \Omega_{zs,j} &= \mu \left\{ \frac{1}{n^2 a^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{p=0}^l \sum_q \frac{1}{l-2p+q} \right. \\ &\quad \times J_{l,0} \frac{a e^l}{a^{l+1}} \frac{dF_{l,0,p}(i)}{di} G_{l,p,q}(e) \\ &\quad \left. \times \delta \sin T_{l,0,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \right\}_j \\ \delta \omega_{zs,j} &= \mu \left\{ \frac{1}{n^2 a^2} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{p=0}^l \sum_q \frac{1}{l-2p+q} J_{l,0} \frac{a e^l}{a^{l+1}} \right. \\ &\quad \times \delta \sin T_{l,0,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \\ &\quad \times \left(\frac{\sqrt{1-e^2}}{e} F_{l,0,p}(i) \frac{dG_{l,p,q}(e)}{de} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\cot i}{\sqrt{1-e^2}} \frac{dF_{l,0,p}(i)}{di} G_{l,p,q}(e) \right) \right\}_j \\ \delta \chi_{zs,j}^* &= \mu \left\{ \frac{1}{n^2 a^2} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{p=0}^l \sum_q \frac{1}{l-2p+q} J_{l,0} \frac{a e^l}{a^{l+1}} \right. \\ &\quad \times F_{l,0,p}(i) \delta \sin T_{l,0,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \\ &\quad \times \left\{ -\frac{1-e^2}{e} \frac{dG_{l,p,q}(e)}{de} + 2(l+1) \right. \\ &\quad \left. \times G_{l,p,q}(e) \right\} \right\}_j \end{aligned} \right\} \quad (6.4.2)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} &\delta_{\cos}^{\sin} T_{l,0,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \\ &= \frac{\sin}{\cos} [(l-2p)\omega + (l-2p+q) \\ &\quad \times (M+n\delta t) - \{1-(-1)^l\}(\pi/4)] \\ &- \frac{\sin}{\cos} [(l-2p)\omega + (l-2p+q)M \\ &\quad - \{1-(-1)^l\}(\pi/4)] \end{aligned} \right\} \quad (6.4.3)$$

となる。また \sum_q は $(-l+2p)$ を除く $-\infty$ から ∞ にわたるすべての整数についての和を表わすものとする。

(6.4.2) の (l, m, p, q) の項は $2\pi / |(l-2p+q) \cdot n|$ の周期をもつ。したがって(6.4.2)で表わされる変化は短周期摂動を表わす。

6.5 non-zonal harmonics の短周期部分による要素の変化

(5.1)の右辺の各項の内て

$$l-2p+q \neq 0, (l-2p+q)n - m\nu \neq 0, m \neq 0 \quad (6.5.1)$$

をみたく項のみをとって(5.1)を積分すれば non-zonal harmonics の短周期部分による要素の変化が得られる。これを添字 ns をつけて表わすこととする。ここで δt_j の間の変化は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \delta a_{ns,j} &= \mu \left\{ \frac{2}{na} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=1}^l \sum_{p=0}^l \sum_q \frac{l-2p+q}{(l-2p+q)n - m\nu} \right. \\ &\quad \times J_{l,m} \frac{a e^l}{a^{l+1}} F_{l,m,p}(i) G_{l,p,q}(e) \\ &\quad \left. \delta \cos T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \right\}_j \\ \delta e_{ns,j} &= \mu \left\{ \frac{1}{na^2 e} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=1}^l \sum_{p=0}^l \sum_q \right. \\ &\quad \times \frac{1}{(l-2p+q)n - m\nu} J_{l,m} \frac{a e^l}{a^{l+1}} F_{l,m,p}(i) \\ &\quad \times G_{l,p,q}(e) \delta \cos T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \\ &\quad \left. \times \{(l-2p+q)(1-e^2) - (l-2p)\sqrt{1-e^2}\} \right\}_j \\ \delta i_{ns,j} &= \mu \left\{ \frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=1}^l \sum_{p=0}^l \sum_q \right. \\ &\quad \times \frac{1}{(l-2p+q)n - m\nu} J_{l,m} \frac{a e^l}{a^{l+1}} F_{l,m,p}(i) \\ &\quad \times G_{l,p,q}(e) \delta \cos T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \\ &\quad \left. \times \{(l-2p)\cot i - m \operatorname{cosec} i\} \right\}_j \\ \delta \Omega_{ns,j} &= \mu \left\{ \frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=1}^l \sum_{p=0}^l \sum_q \right. \\ &\quad \times \frac{1}{(l-2p+q)n - m\nu} J_{l,m} \frac{a e^l}{a^{l+1}} \\ &\quad \times \frac{dF_{l,m,p}(i)}{di} G_{l,p,q}(e) \\ &\quad \left. \times \delta \sin T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \right\}_j \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
\delta\omega_{ns,j} &= \mu \left\{ \frac{1}{na^3} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=1}^l \sum_{p=0}^l \sum_q \frac{1}{(l-2p+q)n-m\nu} \right. \\
&\quad \times J_{l,m} \frac{ae^l}{a^{l+1}} \delta \sin T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \\
&\quad \times \left(\frac{\sqrt{1-e^2}}{e} F_{l,m,p}(i) \frac{dG_{l,p,q}(e)}{de} \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{\cot i}{\sqrt{1-e^2}} \frac{dF_{l,m,p}(i)}{di} G_{l,m,p}(e) \right) \right\}_j \\
\delta\chi_{ns,j}^* &= \mu \left[\frac{1}{na^3} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=1}^l \sum_{p=0}^l \sum_q \frac{1}{(l-2p+q)n-m\nu} \right. \\
&\quad \times J_{l,m} \frac{ae^l}{a^{l+1}} F_{l,m,p}(i) \\
&\quad \times \delta \sin T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \\
&\quad \times \left\{ -\frac{1-e^2}{e} \frac{dG_{l,p,q}(e)}{de} + 2(l+1) \right. \\
&\quad \left. \left. \times G_{l,p,q}(e) \right\} \right]_j
\end{aligned} \tag{6.5.2}$$

ここに

$$\begin{aligned}
&\delta_{\cos}^{\sin} T_{l,m,p,q}(\omega, M, \Omega, \theta) \\
&= \frac{\sin}{\cos}[(l-2p)\omega + (l-2p+q) \\
&\quad \times (M+n\delta t) + m(\Omega-\theta-\nu\delta t) \\
&\quad - m\lambda_{l,m} - \{1-(-1)^{l-m}\}(\pi/4)] \\
&\quad - \frac{\sin}{\cos}[(l-2p)\omega + (l-2p+q)M \\
&\quad + m(\Omega-\theta) - m\lambda_{l,m} \\
&\quad - \{1-(-1)^{l-m}\}(\pi/4)]
\end{aligned} \tag{6.5.3}$$

となる。また \sum_q は $(-l+2p)$ と $\{-l+2p+m(\nu/n)\}$ を除く $-\infty$ から ∞ にいたるすべての整数についての和を表わすものとする。

(6.5.2) の (l, m, p, q) の項は $2\pi/|(l-2p+q)\cdot n - m\nu|$ の周期をもつ。したがって(6.5.2)で表わされる変化は短周期摂動を表わす。

7. harmonics の四次までをとった場合 の軌道要素の変化の計算式

前章の結果によれば、摂動関数として無限の次数までの harmonics をすべてとった場合における第一階の摂動が理論的に決定されることとなる。しかし摂動関数として harmonics の四次までをとり、また $G_{l,p,q}(e)$ を e に関して展開した場合に e の七乗までを考えれば、実用上においては一般に十分であると考えられる。

次のこのような場合における計算式を示すこととする。そこでまず計算式に表われる l, m, p, q の値を一括して示して示してみる。はじめに zonal harmonics の long range parts による要素の変化を表わす式(6.1.2)

における l, m, p, q の値を表 1 に示す。次に non-zonal harmonics の long range parts による要素の変化を表わす式(6.2.2)における l, m, p, q の値を表 2 に示す。最後に zonal harmonics の短周期部分, non-zonal harmonics の短周期部分および resonance terms のそれぞれによる要素の変化を表わす式(6.4.2), (6.5.2) および (6.3.3) における l, m, p, q の値を表 3 に示す。ここで(6.4.2)においては $m=0$ である。また(6.5.2)においては $m \neq 0$ であり、 $-l+2p+m(\nu/n)$ に等しい q を除く。さらに(6.3.3)においては $m \neq 0$ であり、 $q = -l+2p+m(\nu/n)$ である。次に l, m, p, q が以上の値をとる場合の $F_{l,m,p}(i)$, $\frac{dF_{l,m,p}(i)}{di}$, $G_{l,p,q}(e)$ および $\frac{dG_{l,p,q}(e)}{de}$ のそれぞれを表 4, 表 5, 表 6 および表 7 に示す。ここで以上の諸表を(6.1.2), (6.2.2), (6.3.3), (6.4.2) および (6.5.2) の諸式に用いれば計算式が得られることとなる。

表 1 (6.1.2)における l, m, p, q の値

l	m	p	q
2	0	0	-2
2	0	1	0
2	0	2	2
3	0	0	-3
3	0	1	-1
3	0	2	1
3	0	3	3
4	0	0	-4
4	0	1	-2
4	0	2	0
4	0	3	2
4	0	4	4

表 2 (6.2.2)における l, m, p, q の値

l	m			p	q
2	1	2		0	-2
2	1	2		1	0
2	1	2		2	2
3	1	2	3	0	-3
3	1	2	3	1	-1
3	1	2	3	2	1
3	1	2	3	3	3
4	1	2	3	4	-4
4	1	2	3	4	-2
4	1	2	3	4	0
4	1	2	3	4	2
4	1	2	3	4	4

表 3 (6・4・2), (6・5・2) および (6・3・3) に
おける l, m, p, q の値

l	m			p	q	
2	0	1	2	0	$-11 \leq q \leq -3$	
2	0	1	2	0	$-1 \leq q \leq 7$	
2	0	1	2	1	$-7 \leq q \leq -1$	
2	0	1	2	1	$1 \leq q \leq 7$	
2	0	1	2	2	$-7 \leq q \leq 1$	
2	0	1	2	2	$3 \leq q \leq 11$	
3	0	1	2	3	$-13 \leq q \leq -4$	
3	0	1	2	3	$-2 \leq q \leq 7$	
3	0	1	2	3	$-9 \leq q \leq -2$	
3	0	1	2	3	$0 \leq q \leq 7$	
3	0	1	2	3	$-7 \leq q \leq 0$	
3	0	1	2	3	$2 \leq q \leq 9$	
3	0	1	2	3	$-7 \leq q \leq 2$	
3	0	1	2	3	$4 \leq q \leq 13$	
4	0	1	2	3	4	$-15 \leq q \leq -5$
4	0	1	2	3	4	$-3 \leq q \leq 7$
4	0	1	2	3	4	$-11 \leq q \leq -3$
4	0	1	2	3	4	$-1 \leq q \leq 7$
4	0	1	2	3	4	$-7 \leq q \leq -1$
4	0	1	2	3	4	$1 \leq q \leq 7$
4	0	1	2	3	4	$-7 \leq q \leq 1$
4	0	1	2	3	4	$3 \leq q \leq 11$
4	0	1	2	3	4	$-7 \leq q \leq 3$
4	0	1	2	3	4	$5 \leq q \leq 15$

表 4 $F_{l,m,p}(i)$

l	m	p	$F_{l,m,p}$
2	0	0	$-\frac{3}{8} \sin^3 i$
2	0	1	$\frac{3}{4} \sin^3 i - \frac{1}{2}$
2	0	2	$-\frac{3}{8} \sin^3 i$
2	1	0	$\frac{3}{4} \sin i (1 + \cos i)$
2	1	1	$-\frac{3}{2} \sin i \cos i$
2	1	2	$-\frac{3}{4} \sin i (1 - \cos i)$
2	2	0	$\frac{3}{4} (1 + \cos i)^2$
2	2	1	$\frac{3}{2} \sin^3 i$
2	2	2	$\frac{3}{4} (1 - \cos i)^2$

l	m	p	$F_{l,m,p}$
3	0	0	$-\frac{5}{16} \sin^3 i$
3	0	1	$\frac{15}{16} \sin^3 i - \frac{3}{4} \sin i$
3	0	2	$-\frac{15}{16} \sin^3 i + \frac{3}{4} \sin i$
3	0	3	$\frac{5}{16} \sin^3 i$
3	1	0	$-\frac{15}{16} \sin^2 i (1 + \cos i)$
3	1	1	$\frac{15}{16} \sin^2 i (1 + 3 \cos i) - \frac{3}{4} (1 + \cos i)$
3	1	2	$\frac{15}{16} \sin^2 i (1 - 3 \cos i) - \frac{3}{4} (1 - \cos i)$
3	1	3	$-\frac{15}{16} \sin^2 i (1 - \cos i)$
3	2	0	$\frac{15}{8} \sin i (1 + \cos i)^2$
3	2	1	$\frac{15}{8} \sin i (1 - 2 \cos i - 3 \cos^2 i)$
3	2	2	$-\frac{15}{8} \sin i (1 + 2 \cos i - 3 \cos^2 i)$
3	2	3	$-\frac{15}{8} \sin i (1 - \cos i)^2$
3	3	0	$\frac{15}{8} (1 + \cos i)^3$
3	3	1	$\frac{45}{8} \sin^2 i (1 + \cos i)$
3	3	2	$\frac{45}{8} \sin^2 i (1 - \cos i)$
3	3	3	$\frac{15}{8} (1 - \cos i)^3$
4	0	0	$\frac{35}{128} \sin^4 i$
4	0	1	$-\frac{35}{32} \sin^4 i + \frac{15}{16} \sin^2 i$
4	0	2	$\frac{105}{64} \sin^4 i - \frac{15}{8} \sin^2 i + \frac{3}{8}$
4	0	3	$-\frac{35}{32} \sin^4 i + \frac{15}{16} \sin^2 i$
4	0	4	$\frac{35}{128} \sin^4 i$
4	1	0	$-\frac{35}{32} \sin^3 i (1 + \cos i)$
4	1	1	$\frac{35}{16} \sin^3 i (1 + 2 \cos i) - \frac{15}{8} \sin i (1 + \cos i)$
4	1	2	$\cos i \left(\frac{15}{4} \sin i - \frac{105}{16} \sin^3 i \right)$
4	1	3	$-\frac{35}{16} \sin^3 i (1 - 2 \cos i) + \frac{15}{8} \sin i (1 - \cos i)$

l	m	p	$F_{l,m,p}$
4	1	4	$\frac{35}{32} \sin^3 i (1 - \cos i)$
4	2	0	$-\frac{105}{32} \sin^2 i (1 + \cos i)^2$
4	2	1	$\frac{105}{8} \sin^2 i \cos i (1 + \cos i) - \frac{15}{8} (1 + \cos i)^2$
4	2	2	$\frac{105}{16} \sin^2 i (1 - 3 \cos^2 i) - \frac{15}{4} \sin^2 i$
4	2	3	$-\frac{105}{8} \sin^2 i \cos i (1 - \cos i) - \frac{15}{8} (1 - \cos i)^2$
4	2	4	$-\frac{105}{32} \sin^2 i (1 - \cos i)^2$
4	3	0	$\frac{105}{16} \sin i (1 + \cos i)^3$
4	3	1	$\frac{105}{8} \sin i (1 - 3 \cos^2 i - 2 \cos^3 i)$
4	3	2	$-\frac{315}{8} \sin^3 i \cos i$
4	3	3	$-\frac{105}{8} \sin i (1 - 3 \cos^2 i + 2 \cos^3 i)$
4	3	4	$-\frac{105}{16} \sin i (1 - \cos i)^3$
4	4	0	$\frac{105}{16} (1 + \cos i)^4$
4	4	1	$\frac{105}{4} \sin^2 i (1 + \cos i)^2$
4	4	2	$\frac{315}{8} \sin^4 i$
4	4	3	$\frac{105}{4} \sin^2 i (1 - \cos i)^2$
4	4	4	$\frac{105}{16} (1 - \cos i)^4$

表 5 $\frac{dF_{l,m,p}(i)}{di}$

l	m	p	$dF_{l,m,p}(i)/di$
2	0	0	$-\frac{3}{4} \sin i \cos i$
2	0	1	$\frac{3}{2} \sin i \cos i$
2	0	2	$-\frac{3}{4} \sin i \cos i$
2	1	0	$\frac{3}{4} (\cos i (1 + \cos i) - \sin^2 i)$
2	1	1	$-\frac{3}{2} (\cos^2 i - \sin^2 i)$
2	1	2	$-\frac{3}{4} (\cos i (1 - \cos i) + \sin^2 i)$

l	m	p	$dF_{l,m,p}(i)/di$
2	2	0	$-\frac{3}{2} (1 + \cos i) \sin i$
2	2	1	$3 \sin i \cos i$
2	2	2	$\frac{3}{2} (1 - \cos i) \sin i$
3	0	0	$-\frac{15}{16} \sin^2 i \cos i$
3	0	1	$\frac{45}{16} \sin^2 i \cos i - \frac{3}{4} \cos i$
3	0	2	$-\frac{45}{16} \sin^2 i \cos i + \frac{3}{4} \cos i$
3	0	3	$\frac{15}{16} \sin^2 i \cos i$
3	1	0	$-\frac{15}{16} \sin i \{2 \cos i (1 + \cos i) - \sin^2 i\}$
3	1	1	$\frac{15}{16} \sin i \{2 \cos i (1 + 3 \cos i) - 3 \sin^2 i\} + \frac{3}{4} \sin i$
3	1	2	$\frac{15}{16} \sin i \{2 \cos i (1 - 3 \cos i) + 3 \sin^2 i\} - \frac{3}{4} \sin i$
3	1	3	$-\frac{15}{16} \sin i \{2 \cos i (1 - \cos i) + \sin^2 i\}$
3	2	0	$\frac{15}{8} (1 + \cos i) \{ \cos i (1 + \cos i) - 2 \sin^2 i \}$
3	2	1	$\frac{15}{8} \{ \cos i (1 - 2 \cos i - 3 \cos^2 i) + 2 \sin^2 i (1 + 3 \cos i) \}$
3	2	2	$-\frac{15}{8} \{ \cos i (1 + 2 \cos i - 3 \cos^2 i) - 2 \sin^2 i (1 - 3 \cos i) \}$
3	2	3	$-\frac{15}{8} \{ \cos i (1 - \cos i)^2 + 2 \sin^2 i (1 - \cos i) \}$
3	3	0	$-\frac{45}{8} (1 + \cos i)^2 \sin i$
3	3	1	$\frac{45}{8} \sin i \{2 \cos i (1 + \cos i) - \sin^2 i\}$
3	3	2	$\frac{45}{8} \sin i \{2 \cos i (1 - \cos i) + \sin^2 i\}$
3	3	3	$\frac{45}{8} (1 - \cos i)^2 \sin i$
4	0	0	$\frac{35}{32} \sin^3 i \cos i$
4	0	1	$-\frac{35}{8} \sin^3 i \cos i + \frac{15}{8} \sin i \cos i$
4	0	2	$\frac{105}{16} \sin^3 i \cos i - \frac{15}{4} \sin i \cos i$
4	0	3	$-\frac{35}{8} \sin^3 i \cos i + \frac{15}{8} \sin i \cos i$
4	0	4	$\frac{35}{32} \sin^3 i \cos i$

l	m	p	$dF_{l,m,p}(i)/di$	l	m	p	$dF_{l,m,p}(i)/di$
4	1	0	$-\frac{35}{32} \sin^2 i \{3 \cos i (1 + \cos i) - \sin^2 i\}$	4	2	3	$-\frac{105}{8} \sin i \{2 \cos^3 i (1 - \cos i) - \sin^2 i (1 - 2 \cos i)\}$ $-\frac{15}{4} (1 - \cos i) \sin i$
4	1	1	$\frac{35}{16} \sin^2 i \{3 \cos i (1 + 2 \cos i) - 2 \sin^2 i\}$ $-\frac{15}{8} \{\cos i (1 + \cos i) - \sin^2 i\}$	4	2	4	$-\frac{105}{16} \sin i (1 - \cos i) \{\cos i (1 - \cos i) + \sin^2 i\}$
4	1	2	$-\frac{15}{4} \sin^2 i \left(1 - \frac{7}{4} \sin^2 i\right)$ $+\frac{15}{4} \cos^2 i \left(1 - \frac{21}{4} \sin^2 i\right)$	4	3	0	$\frac{105}{16} (1 + \cos i)^2 \{\cos i (1 + \cos i) - 3 \sin^2 i\}$
4	1	3	$-\frac{35}{16} \sin^2 i \{3 \cos i (1 - 2 \cos i) + 2 \sin^2 i\}$ $+\frac{15}{8} \{\cos i (1 - \cos i) + \sin^2 i\}$	4	3	1	$\frac{105}{8} \{\cos i (1 - 3 \cos^2 i - 2 \cos^3 i)\}$ $+6 \sin^2 i \cos i (1 + \cos i)$
4	1	4	$\frac{35}{32} \sin^2 i \{3 \cos i (1 - \cos i) + \sin^2 i\}$	4	3	2	$-\frac{315}{8} \sin^2 i (3 \cos^3 i - \sin^2 i)$
4	2	0	$-\frac{105}{16} \sin i (1 + \cos i) \{\cos i (1 + \cos i) - \sin^2 i\}$	4	3	3	$-\frac{105}{8} \{\cos i (1 - 3 \cos^2 i + 2 \cos^3 i)\}$ $+6 \sin^2 i \cos i (1 - \cos i)$
4	2	1	$\frac{105}{8} \sin i \{2 \cos^2 i (1 + \cos i) - \sin^2 i (1 + 2 \cos i)\}$ $+\frac{15}{4} (1 + \cos i) \sin i$	4	3	4	$-\frac{105}{16} (1 - \cos i)^2 \{\cos i (1 - \cos i) + 3 \sin^2 i\}$
4	2	2	$\frac{105}{8} \sin i \cos i (1 - 3 \cos^2 i + 3 \sin^2 i)$ $-\frac{15}{2} \sin i \cos i$	4	4	0	$-\frac{105}{4} (1 + \cos i)^3 \sin i$
				4	4	1	$\frac{105}{2} \sin i (1 + \cos i) \{\cos i (1 + \cos i) - \sin^2 i\}$
				4	4	2	$\frac{315}{2} \sin^3 i \cos i$
				4	4	3	$\frac{105}{2} \sin i (1 - \cos i) \{\cos i (1 - \cos i) + \sin^2 i\}$
				4	4	4	$\frac{105}{4} (1 - \cos i)^3 \sin i$

表 6 $G_{l,p,q}(e)$ の展開式の係数

l	p	q	l	p	q	e^0	e^1	e^2	e^3	e^4	e^5	e^6	e^7
2	0	-11	2	2	11								0
2	0	-10	2	2	10							0	
2	0	-9	2	2	9								0
2	0	-8	2	2	8							0	
2	0	-7	2	2	7								$\frac{15625}{129024}$
2	0	-6	2	2	6							$\frac{4}{45}$	
2	0	-5	2	2	5						$\frac{81}{1280}$		$\frac{81}{2048}$
2	0	-4	2	2	4					$\frac{1}{24}$		$\frac{7}{240}$	
2	0	-3	2	2	3				$\frac{1}{48}$		$\frac{11}{768}$		$\frac{313}{30720}$

l	p	q	l	p	q	e^0	e^1	e^2	e^3	e^4	e^5	e^6	e^7
2	0	-2	2	2	2							0	
2	0	-1	2	2	1		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{16}$		$-\frac{5}{384}$		$-\frac{143}{18432}$
2	0	0	2	2	0	1		$-\frac{5}{2}$		$\frac{13}{16}$		$-\frac{35}{288}$	
2	0	1	2	2	-1		$\frac{7}{2}$		$-\frac{123}{16}$		$\frac{489}{128}$		$-\frac{1763}{2048}$
2	0	2	2	2	-2			$\frac{17}{2}$		$-\frac{115}{6}$		$\frac{601}{48}$	
2	0	3	2	2	-3				$\frac{845}{48}$		$-\frac{32525}{768}$		$\frac{208255}{6144}$
2	0	4	2	2	-4					$\frac{533}{16}$		$-\frac{13827}{160}$	
2	0	5	2	2	-5						$\frac{228347}{3840}$		$-\frac{3071075}{18432}$
2	0	6	2	2	-6							$\frac{73369}{720}$	
2	0	7	2	2	-7								$\frac{12144273}{71680}$
2	1	-7	2	1	7								$\frac{432091}{30720}$
2	1	-6	2	1	6							$\frac{3167}{320}$	
2	1	-5	2	1	5						$\frac{1773}{256}$		$-\frac{4987}{6144}$
2	1	-4	2	1	4					$\frac{77}{16}$		$\frac{129}{160}$	
2	1	-3	2	1	3				$\frac{53}{16}$		$\frac{393}{256}$		$\frac{24753}{10240}$
2	1	-2	2	1	2			$\frac{9}{4}$		$\frac{7}{4}$		$\frac{141}{64}$	
2	1	-1	2	1	1		$\frac{3}{2}$		$\frac{27}{16}$		$\frac{261}{128}$		$\frac{14309}{6144}$
			2	1	0	1		$\frac{3}{2}$		$\frac{15}{8}$		$\frac{35}{16}$	
3	0	-13	3	3	13								0
3	0	-12	3	3	12								0
3	0	-11	3	3	11								0
3	0	-10	3	3	10								0
3	0	-9	3	3	9								0
3	0	-8	3	3	8								0
3	0	-7	3	3	7								$\frac{8}{315}$
3	0	-6	3	3	6							$\frac{81}{5120}$	

l	p	q	l	p	q	e^0	e^1	e^2	e^3	e^4	e^5	e^6	e^7
3	0	-5	3	3	5						$\frac{1}{120}$		$\frac{13}{1440}$
3	0	-4	3	3	4					$\frac{1}{384}$		$\frac{1}{384}$	
3	0	-3	3	3	3								0
3	0	-2	3	3	2			$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{48}$		$\frac{55}{3072}$	
3	0	-1	3	3	1		-1		$\frac{5}{4}$		$-\frac{7}{48}$		$\frac{23}{288}$
3	0	0	3	3	0	1		-6		$\frac{423}{64}$		$-\frac{125}{64}$	
3	0	1	3	3	-1		5		-22		$\frac{607}{24}$		$-\frac{98}{9}$
3	0	2	3	3	-2			$\frac{127}{8}$		$-\frac{3065}{48}$		$\frac{243805}{3072}$	
3	0	3	3	3	-3				$\frac{163}{4}$		$-\frac{2577}{16}$		$\frac{1089}{5}$
3	0	4	3	3	-4					$\frac{35413}{384}$		$-\frac{709471}{1920}$	
3	0	5	3	3	-5						$\frac{23029}{120}$		$-\frac{35614}{45}$
3	0	6	3	3	-6							$\frac{385095}{1024}$	
3	0	7	3	3	-7								$\frac{44377}{63}$
3	1	-9	3	2	9								0
3	1	-8	3	2	8							0	
3	1	-7	3	2	7								$\frac{16337}{2240}$
3	1	-6	3	2	6							$\frac{48203}{9216}$	
3	1	-5	3	2	5						$\frac{899}{240}$		$\frac{2441}{480}$
3	1	-4	3	2	4					$\frac{343}{128}$		$\frac{2819}{640}$	
3	1	-3	3	2	3				$\frac{23}{12}$		$\frac{89}{24}$		$\frac{5663}{960}$
3	1	-2	3	2	2			$\frac{11}{8}$		$\frac{49}{16}$		$\frac{15665}{3072}$	
3	1	-1	3	2	1		1		$\frac{5}{2}$		$\frac{35}{8}$		$\frac{105}{16}$
3	1	0	3	2	0	1		2		$\frac{239}{64}$		$\frac{3323}{576}$	
3	1	1	3	2	-1		3		$\frac{11}{4}$		$\frac{245}{48}$		$\frac{463}{64}$
3	1	2	3	2	-2			$\frac{53}{8}$		$\frac{39}{16}$		$\frac{7041}{1024}$	
3	1	3	3	2	-3				$\frac{77}{6}$		$-\frac{25}{48}$		$\frac{4751}{480}$
3	1	4	3	2	-4					$\frac{2955}{128}$		$-\frac{3463}{384}$	

l	p	q	l	p	q	e^0	e^1	e^2	e^3	e^4	e^5	e^6	e^7
3	1	5	3	2	-5						$\frac{3167}{80}$		$\frac{8999}{320}$
3	1	6	3	2	-6							$\frac{3024637}{46080}$	
3	1	7	3	2	-7								$\frac{178331}{1680}$
4	0	-15	4	4	15								0
4	0	-14	4	4	14							0	
4	0	-13	4	4	13								0
4	0	-12	4	4	12							0	
4	0	-11	4	4	11								0
4	0	-10	4	4	10							0	
4	0	-9	4	4	9								0
4	0	-8	4	4	8							0	
4	0	-7	4	4	7								$\frac{243}{71680}$
4	0	-6	4	4	6							$\frac{1}{720}$	
4	0	-5	4	4	5						$\frac{1}{3840}$		$\frac{31}{92160}$
4	0	-4	4	4	4							0	
4	0	-3	4	4	3				$-\frac{1}{48}$		$-\frac{7}{768}$		$-\frac{209}{30720}$
4	0	-2	4	4	2			$\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{3}$		0	
4	0	-1	4	4	1		$-\frac{3}{2}$		$\frac{75}{16}$		$-\frac{393}{128}$		$\frac{1251}{2048}$
4	0	0	4	4	0	1		-11		$\frac{199}{8}$		$-\frac{655}{36}$	
4	0	1	4	4	-1		$\frac{13}{2}$		$-\frac{765}{16}$		$\frac{37925}{384}$		$-\frac{1493005}{18432}$
4	0	2	4	4	-2			$\frac{51}{2}$		$-\frac{321}{2}$		$\frac{2613}{8}$	
4	0	3	4	4	-3				$\frac{3751}{48}$		$-\frac{352919}{768}$		$\frac{29213303}{30720}$
4	0	4	4	4	-4					$\frac{4943}{24}$		$-\frac{23591}{20}$	
4	0	5	4	4	-5						$\frac{627003}{1280}$		$-\frac{28615329}{10240}$
4	0	6	4	4	-6							$\frac{155681}{144}$	
4	0	7	4	4	-7								$\frac{1454039059}{645120}$

l	p	q	l	p	q	e^0	e^1	e^2	e^3	e^4	e^5	e^6	e^7
4	1	-11	4	3	11								0
4	1	-10	4	3	10							0	
4	1	-9	4	3	9								0
4	1	-8	4	3	8							0	
4	1	-7	4	3	7								<u>467069</u>
4	1	-6	4	3	6							<u>7579</u>	<u>129024</u>
4	1	-5	4	3	5						<u>2451</u>	<u>2880</u>	<u>53193</u>
4	1	-4	4	3	4					<u>67</u>	<u>1280</u>	<u>333</u>	<u>10240</u>
4	1	-3	4	3	3				<u>49</u>	<u>48</u>	<u>2545</u>	<u>80</u>	<u>219221</u>
4	1	-2	4	3	2			<u>3</u>	<u>48</u>	<u>21</u>	<u>768</u>	<u>189</u>	<u>30720</u>
4	1	-1	4	3	1		<u>1</u>	<u>4</u>	<u>33</u>	<u>8</u>	<u>1865</u>	<u>32</u>	<u>169229</u>
4	1	0	4	3	0	1	<u>2</u>		<u>16</u>	<u>65</u>	<u>384</u>	<u>139</u>	<u>18432</u>
4	1	1	4	3	-1		<u>9</u>		<u>3</u>	<u>16</u>	<u>963</u>	<u>18</u>	<u>22737</u>
4	1	2	4	3	-2		<u>2</u>	<u>53</u>	<u>16</u>	<u>179</u>	<u>128</u>	<u>977</u>	<u>2048</u>
4	1	3	4	3	-3			<u>4</u>	<u>1541</u>	<u>24</u>	<u>768</u>	<u>64</u>	<u>216917</u>
4	1	4	4	3	-4				<u>48</u>	<u>555</u>	<u>768</u>	<u>7149</u>	<u>6144</u>
4	1	5	4	3	-5					<u>8</u>	<u>533617</u>	<u>80</u>	<u>20449667</u>
4	1	6	4	3	-6						<u>3840</u>	<u>379691</u>	<u>92160</u>
4	1	7	4	3	-7							<u>1440</u>	<u>34431741</u>
4	2	-7	4	2	7								<u>71680</u>
4	2	-6	4	2	6								<u>1195093</u>
4	2	-5	4	2	5							<u>1317</u>	<u>18432</u>
4	2	-4	4	2	4						<u>19669</u>	<u>32</u>	<u>565135</u>
4	2	-3	4	2	3					<u>745</u>	<u>768</u>	<u>197</u>	<u>18432</u>
4	2	-2	4	2	2				<u>145</u>	<u>48</u>	<u>4715</u>	<u>8</u>	<u>70893</u>
4	2	-1	4	2	1				<u>16</u>	<u>155</u>	<u>256</u>	<u>12</u>	<u>2048</u>
4	2	0	4	2	0	1	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>135</u>	<u>12</u>	<u>7285</u>	<u>835</u>	<u>643015</u>
			4	2	0		<u>2</u>		<u>16</u>		<u>384</u>	<u>12</u>	<u>18432</u>
			4	2	0			<u>5</u>	<u>105</u>	<u>8</u>		<u>105</u>	<u>4</u>

表 7 $\frac{dG_{l,p,q}(e)}{de}$ の各項の係数

l	p	q	l	p	q	e^0	e^1	e^2	e^3	e^4	e^5	e^6
2	0	-11	2	2	11							0
2	0	-10	2	2	10						0	
2	0	-9	2	2	9							0
2	0	-8	2	2	8						0	
2	0	-7	2	2	7							$\frac{15625}{18432}$
2	0	-6	2	2	6						$\frac{8}{15}$	
2	0	-5	2	2	5					$\frac{81}{256}$		$\frac{567}{2048}$
2	0	-4	2	2	4				$\frac{1}{6}$		$\frac{7}{40}$	
2	0	-3	2	2	3			$\frac{1}{16}$		$\frac{55}{768}$		$\frac{2191}{30720}$
2	0	-2	2	2	2						0	
2	0	-1	2	2	1	$-\frac{1}{2}$		$\frac{3}{16}$		$-\frac{25}{384}$		$-\frac{1001}{18432}$
2	0	0	2	2	0		-5		$\frac{13}{4}$		$-\frac{35}{48}$	
2	0	1	2	2	-1	$\frac{7}{2}$		$-\frac{369}{16}$		$\frac{2445}{128}$		$-\frac{12341}{2048}$
2	0	2	2	2	-2		17		$-\frac{115}{4}$		$\frac{601}{8}$	
2	0	3	2	2	-3			$\frac{845}{16}$		$-\frac{162625}{768}$		$\frac{1457785}{6144}$
2	0	4	2	2	-4				$\frac{533}{4}$		$-\frac{41481}{80}$	
2	0	5	2	2	-5					$\frac{228347}{768}$		$-\frac{21497525}{18432}$
2	0	6	2	2	-6						$\frac{73369}{120}$	
2	0	7	2	2	-7							$\frac{12144273}{10240}$
2	1	-7	2	1	7							$\frac{3024637}{30720}$
2	1	-6	2	1	6						$\frac{9501}{160}$	
2	1	-5	2	1	5					$\frac{8865}{256}$		$-\frac{34909}{6144}$
2	1	-4	2	1	4				$\frac{77}{4}$		$\frac{387}{80}$	
2	1	-3	2	1	3			$\frac{159}{16}$		$\frac{1965}{256}$		$\frac{173271}{10240}$
2	1	-2	2	1	2		$\frac{9}{2}$		7		$\frac{423}{32}$	

l	p	q	l	p	q	e^0	e^1	e^2	e^3	e^4	e^5	e^6
2	1	-1	2	1	1	$\frac{3}{2}$		$\frac{81}{16}$		$\frac{1305}{120}$		$\frac{100163}{6144}$
			2	1	0		3		$\frac{15}{2}$		$\frac{105}{8}$	
3	0	-13	3	3	13							0
3	0	-12	3	3	12						0	
3	0	-11	3	3	11						0	
3	0	-10	3	3	10						0	
3	0	-9	3	3	9						0	
3	0	-8	3	3	8						0	
3	0	-7	3	3	7							$\frac{8}{45}$
3	0	-6	3	3	6						$\frac{243}{2560}$	
3	0	-5	3	3	5					$\frac{1}{24}$		$\frac{91}{1440}$
3	0	-4	3	3	4				$\frac{1}{96}$		$\frac{1}{64}$	
3	0	-3	3	3	3							0
3	0	-2	3	3	2		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{12}$		$\frac{55}{512}$	
3	0	-1	3	3	1	-1		$\frac{15}{4}$		$-\frac{35}{48}$		$\frac{161}{288}$
3	0	0	3	3	0		-12		$\frac{423}{16}$		$-\frac{375}{32}$	
3	0	1	3	3	-1	5		-66		$\frac{3035}{24}$		$-\frac{686}{9}$
3	0	2	3	3	-2		$\frac{127}{4}$		$-\frac{3065}{12}$		$\frac{243805}{512}$	
3	0	3	3	3	-3			$\frac{489}{4}$		$-\frac{12885}{16}$		$\frac{7623}{5}$
3	0	4	3	3	-4				$\frac{35413}{96}$		$-\frac{709471}{320}$	
3	0	5	3	3	-5					$\frac{23029}{24}$		$-\frac{249298}{45}$
3	0	6	3	3	-6						$\frac{1155285}{512}$	
3	0	7	3	3	-7							$\frac{44377}{9}$
3	1	-9	3	2	9							0
3	1	-8	3	2	8						0	

l	p	q	l	p	q	e^0	e^1	e^2	e^3	e^4	e^5	e^6
3	1	-7	3	2	7							$\frac{16337}{320}$
3	1	-6	3	2	6						$\frac{48203}{1536}$	
3	1	-5	3	2	5					$\frac{899}{48}$		$\frac{17087}{480}$
3	1	-4	3	2	4				$\frac{343}{32}$		$\frac{8457}{320}$	
3	1	-3	3	2	3			$\frac{23}{4}$		$\frac{445}{24}$		$\frac{39641}{960}$
3	1	-2	3	2	2		$\frac{11}{4}$		$\frac{49}{4}$		$\frac{15665}{512}$	
3	1	-1	3	2	1	1		$\frac{15}{2}$		$\frac{175}{8}$		$\frac{735}{16}$
3	1	0	3	2	0		4		$\frac{239}{16}$		$\frac{3323}{96}$	
3	1	1	3	2	-1	3		$\frac{33}{4}$		$\frac{1225}{48}$		$\frac{3241}{64}$
3	1	2	3	2	-2		$\frac{53}{4}$		$\frac{39}{4}$		$\frac{21123}{512}$	
3	1	3	3	2	-3			$\frac{77}{2}$		$-\frac{125}{48}$		$\frac{33257}{480}$
3	1	4	3	2	-4				$\frac{2955}{32}$		$-\frac{3463}{64}$	
3	1	5	3	2	-5					$\frac{3167}{16}$		$-\frac{62993}{320}$
3	1	6	3	2	-6						$\frac{3024637}{7680}$	
3	1	7	3	2	-7							$\frac{178331}{240}$
4	0	-15	4	4	15							0
4	0	-14	4	4	14						0	
4	0	-13	4	4	13						0	
4	0	-12	4	4	12						0	
4	0	-11	4	4	11						0	
4	0	-10	4	4	10						0	
4	0	-9	4	4	9						0	
4	0	-8	4	4	8						0	
4	0	-7	4	4	7							$\frac{243}{10240}$
4	0	-6	4	4	6						$\frac{1}{120}$	
4	0	-5	4	4	5					$\frac{1}{768}$		$\frac{217}{92160}$

l	p	q	l	p	q	e^0	e^1	e^2	e^3	e^4	e^5	e^6
4	0	-4	4	4	4						0	
4	0	-3	4	4	3			$-\frac{1}{16}$		$-\frac{35}{768}$		$-\frac{1463}{30720}$
4	0	-2	4	4	2		1		$-\frac{4}{3}$		0	
4	0	-1	4	4	1	$-\frac{3}{2}$		$\frac{225}{16}$		$-\frac{1965}{128}$		$\frac{8757}{2048}$
4	0	0	4	4	0		-22		$\frac{199}{2}$		$-\frac{655}{6}$	
4	0	1	4	4	-1	$\frac{13}{2}$		$-\frac{2295}{16}$		$\frac{189625}{384}$		$-\frac{10451035}{18432}$
4	0	2	4	4	-2		51		-642		$\frac{7839}{4}$	
4	0	3	4	4	-3			$\frac{3751}{16}$		$-\frac{1764595}{768}$		$\frac{204493121}{30720}$
4	0	4	4	4	-4				$\frac{4943}{6}$		$-\frac{70773}{10}$	
4	0	5	4	4	-5					$\frac{627003}{256}$		$-\frac{200307303}{10240}$
4	0	6	4	4	-6						$\frac{155681}{24}$	
4	0	7	4	4	-7							$\frac{1454039059}{92160}$
4	1	-11	4	3	11							0
4	1	-10	4	3	10							0
4	1	-9	4	3	9							0
4	1	-8	4	3	8							0
4	1	-7	4	3	7							$\frac{467069}{18432}$
4	1	-6	4	3	6						$\frac{7579}{480}$	
4	1	-5	4	3	5					$\frac{2451}{256}$		$\frac{372351}{10240}$
4	1	-4	4	3	4				$\frac{67}{12}$		$\frac{999}{40}$	
4	1	-3	4	3	3			$\frac{49}{16}$		$\frac{12725}{768}$		$\frac{1534547}{30720}$
4	1	-2	4	3	2		$\frac{3}{2}$		$\frac{21}{2}$		$\frac{567}{16}$	
4	1	-1	4	3	1	$\frac{1}{2}$		$\frac{99}{16}$		$\frac{9325}{384}$		$\frac{1184603}{18432}$
4	1	0	4	3	0		2		$\frac{65}{4}$		$\frac{139}{3}$	
4	1	1	4	3	-1	$\frac{9}{2}$		$-\frac{9}{16}$		$\frac{4815}{128}$		$\frac{159159}{2048}$
4	1	2	4	3	-2		$\frac{53}{2}$		$-\frac{179}{6}$		$\frac{2931}{32}$	
4	1	3	4	3	-3			$\frac{1541}{16}$		$-\frac{117395}{768}$		$\frac{1518419}{6144}$

l	p	q	l	p	q	e^0	e^1	e^2	e^3	e^4	e^5	e^6
4	1	4	4	3	-4				$\frac{555}{2}$		$-\frac{21447}{40}$	
4	1	5	4	3	-5					$\frac{533617}{768}$		$-\frac{143147669}{42160}$
4	1	6	4	3	-6						$\frac{379691}{240}$	
4	1	7	4	3	-7							$\frac{34431741}{10240}$
4	2	-7	4	2	7							$\frac{8365651}{18432}$
4	2	-6	4	2	6						$\frac{3951}{16}$	
4	2	-5	4	2	5					$\frac{98345}{768}$		$\frac{3955945}{18432}$
4	2	-4	4	2	4				$\frac{745}{12}$		$\frac{591}{4}$	
4	2	-3	4	2	3			$\frac{435^1}{16}$		$\frac{23575}{256}$		$\frac{496251}{2048}$
4	2	-2	4	2	2		10		$\frac{155}{3}$		$\frac{2505}{16}$	
4	2	-1	4	2	1	$\frac{5}{2}$			$\frac{405}{16}$		$\frac{36425}{384}$	$\frac{4501105}{18432}$
			4	2	0		10		$\frac{105}{2}$		$\frac{315}{2}$	

8. 静止衛星の運動の計算

以上の計算式によって静止衛星の運動の計算を次に行なうこととする。この場合には $n \approx n_1 = \nu$ の関係があるものとみなし得る。このときに比較的長期間にわたって軌道要素の変化つまり摂動を考えることにすれば、その主要な部分は zonal harmonics の long range parts および resonance terms による long range の摂動によって占められる。そしてその他の摂動は1恒星日以下の周期をもつ小さなものである。それゆえに以下の計算においては long range の摂動のみをとることとする。ここでさらに $n = n_1 = \nu$ とみなして resonance terms による要素の変化を表わす式(6.3.3)における l, m, p, q の値を求めると表8のようになる。このとき $t = t_1 = t_{ep} = 0$ から $t = t_N$ までの時間

$$\delta t = \sum_{j=1}^{N-1} \delta t_j \quad (8.1)$$

の間における long range の摂動は式(8.2)によって表わされる。

また静止衛星においては e は小であるから表6および表7に示した $G_{l,p,q}(e)$ および $\frac{dG_{l,p,q}(e)}{de}$ について

表8 (6.3.3)における静止衛星の場合の l, m, p, q の値

l	m	p	q	l	m	p	q
2	1	0	-1	4	1	1	-1
2	1	1	1	4	1	2	1
2	1	2	3	4	1	3	3
2	2	0	0	4	1	4	5
2	2	1	2	4	2	0	-2
2	2	2	4	4	2	1	0
3	1	0	-2	4	2	2	2
3	1	1	0	4	2	3	4
3	1	2	2	4	2	4	6
3	1	3	4	4	3	0	-1
3	2	0	-1	4	3	1	1
3	2	1	1	4	3	2	3
3	2	2	3	4	3	3	5
3	2	3	5	4	3	4	7
3	3	0	0	4	4	0	0
3	3	1	2	4	4	1	2
3	3	2	4	4	4	2	4
3	3	3	6	4	4	3	6
4	1	0	-3	4	4	4	8

では e の 2 次の項までのみを考慮することとする。

$$\left. \begin{aligned} \delta a &= \sum_{j=1}^{N-1} \delta a_j = \sum_{j=1}^{N-1} (\delta a_{z1,j} + \delta a_{r,j}) \\ \delta e &= \sum_{j=1}^{N-1} \delta e_j = \sum_{j=1}^{N-1} (\delta e_{z1,j} + \delta e_{r,j}) \\ \delta i &= \sum_{j=1}^{N-1} \delta i_j = \sum_{j=1}^{N-1} (\delta i_{z1,j} + \delta i_{r,j}) \\ \delta \Omega &= \sum_{j=1}^{N-1} \delta \Omega_j = \sum_{j=1}^{N-1} (\delta \Omega_{z1,j} + \delta \Omega_{r,j}) \\ \delta \omega &= \sum_{j=1}^{N-1} \delta \omega_j = \sum_{j=1}^{N-1} (\delta \omega_{z1,j} + \delta \omega_{r,j}) \\ \delta \chi^* &= \sum_{j=1}^{N-1} \delta \chi_j^* = \sum_{j=1}^{N-1} (\delta \chi_{z1,j}^* + \delta \chi_{r,j}^*) \end{aligned} \right\} (8.2)$$

ここで計算式における定数を次のようにとる¹⁰⁻¹²⁾。

$$\nu = \frac{2\pi}{1 \text{ 恒星日}} = 7.292115146 \times 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$\mu = 398601.3 \frac{\text{km}^3}{\text{sec}^2}$$

$$a_e = 6378.155 \text{ km}$$

$$J_{2,0} = -1082.639 \times 10^{-6}$$

$$J_{3,0} = 2.538 \times 10^{-6}$$

$$J_{4,0} = 1.593 \times 10^{-6}$$

$$C_{3,2} = 2.4254 \times 10^{-6}$$

$$S_{3,2} = -1.3886 \times 10^{-6}$$

$$C_{3,1} = 1.8890 \times 10^{-6}$$

$$S_{3,1} = 2.4283 \times 10^{-7}$$

$$C_{3,2} = 7.7442 \times 10^{-7}$$

$$S_{3,2} = -6.9232 \times 10^{-7}$$

$$C_{3,3} = 6.8595 \times 10^{-7}$$

$$S_{3,3} = 1.4175 \times 10^{-6}$$

$$C_{4,1} = -6.2146 \times 10^{-7}$$

$$S_{4,1} = -4.5668 \times 10^{-7}$$

$$C_{4,2} = 3.2637 \times 10^{-7}$$

$$S_{4,2} = 6.6172 \times 10^{-7}$$

$$C_{4,3} = 8.9192 \times 10^{-7}$$

$$S_{4,3} = -1.5576 \times 10^{-7}$$

$$C_{4,4} = -1.3290 \times 10^{-7}$$

$$S_{4,4} = 3.6881 \times 10^{-7}$$

なお

$$J_{2,1} = 0$$

である。そして θ , a , e , i , Ω , ω および χ^* が表 9 に示される epoch における値をもつ (1), (2), (3) および (4) の場合について計算を行なった。ここで n の epoch における値が ν に等しいことから a を決定してある。

次に (1), (2) および (3) の場合において δt に対する δa , δe , δi , $\delta \Omega$, $\delta \omega$ および $\delta \chi^*$ のそれぞれの計算結果を図 2 から図 7 までに示す。また (4) の場合に λ の epoch における値 λ_1 に対しての, δt が 1 恒星日のときにおける δa の計算結果を図 8 に示す。なおこれらの計算は当所に置かれている電子計算機 HITAC 5020 によって行なわれた。またこの計算機用に FORTRAN によって作成されたプログラムを付録 1 に掲げてある。

表 9 epoch における値

		(1)	(2)	(3)	(4)
θ	恒星時	0時0分0秒	0時0分0秒	0時0分0秒	0時0分0秒
a	km	42164.20	42164.20	42164.20	42164.20
e		0.01	0.001	10^{-10}	0.01
i	deg	0.1	0.01	10^{-10}	0.1
Ω	deg	135	125	135	0 から 10 ずつ増して 360 まで
ω	deg	0	0	0	0
χ^*	deg	0	0	0	0

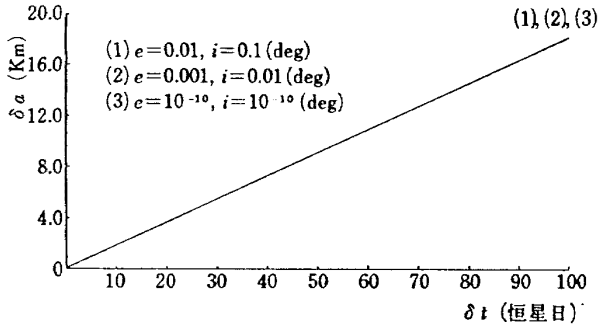


図 2 δt と δa との関係

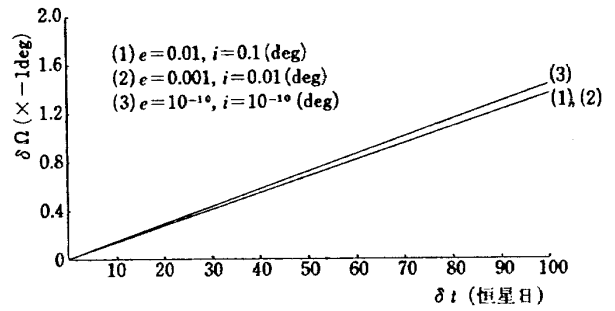


図 5 δt と $\delta \Omega$ との関係

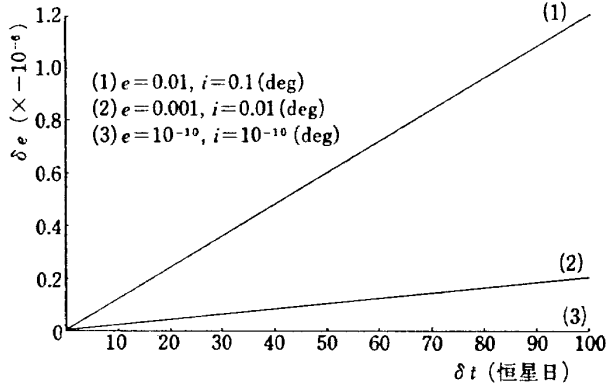


図 3 δt と δe との関係

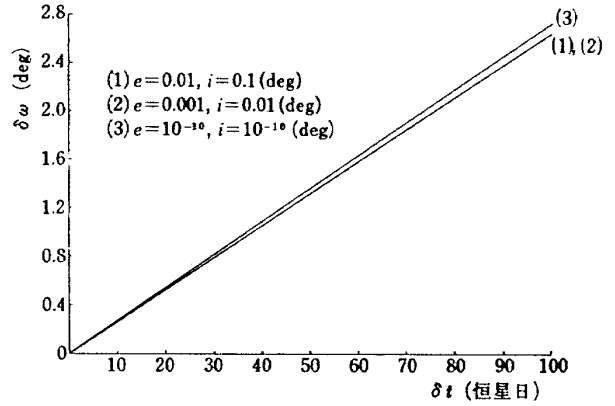


図 6 δt と $\delta \omega$ との関係

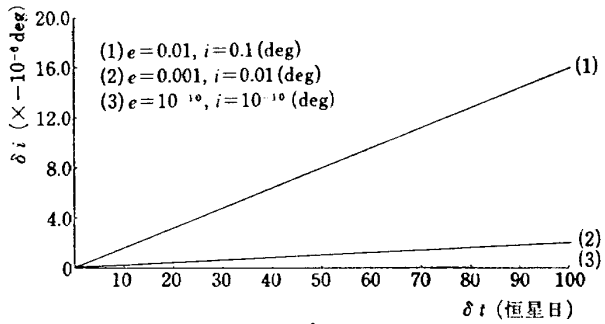


図 4 δt と δi との関係

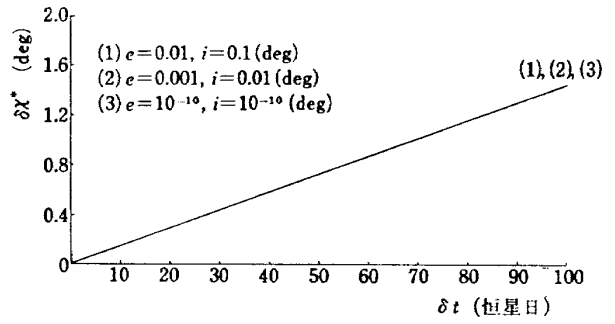


図 7 δt と $\delta \chi^*$ との関係

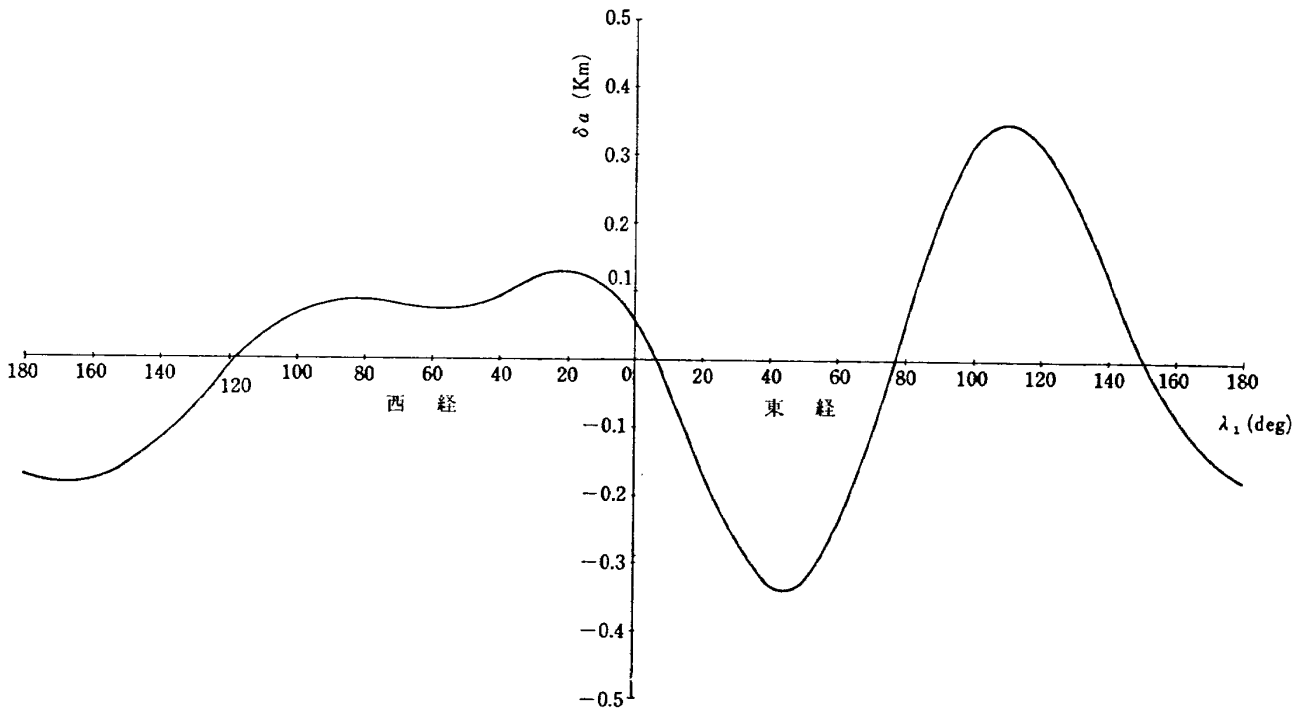


図 8 λ_1 と δa との関係

9. 考 察

比較的長期間にわたっての摂動においてその主要部分を占める long range の摂動を表わす理論式(6.1.2)と(6.3.3)に関して調べてみる。ここで要素および θ の epoch $t=t_1$ における値と要素の変化との関係のある一定の時間 δt_1 の間においてみることにする。まず a はその大きさが大体 a_e と同位であり、要素の変化におよぼす影響はそれほど大ではない。次に e と i についてみれば、この両者が共に小なるときには要素の変化はあまり大とならないが、 e のみが小なるときには ω と λ^* の変化が大となり、 i のみが小なるときには Ω と ω の変化が大となる。さらに ω , Ω , λ^* および θ についてみるに、(6.1.2)においてその (l, m, p, q) の項によって生ずる要素の変化は、 ω に関して $l-2p \neq 0$ のときには $2\pi/|l-2p|$ の周期をもち、 $l-2p=0$ のときには依存しない。したがって ω の変化に対して(6.1.2)の要素の変化は周期的となる。また(6.3.3)においてその (l, m, p, q) の項によって生ずる要素の変化は、 Ω と θ の何れに関しても $2\pi/m$ の周期をもつ。そして ω に関して $l-2p \neq 0$ のときには $2\pi/|l-2p|$ の周期をもち、 $l-2p=0$ のときには依存しない。また λ^* に関しては $l-2p+q \neq 0$ のときには $2\pi/|l-2p+q|$ の周期をもち、 $l-2p+q=0$ のときには依存しない。したがって Ω , ω , λ^* および θ のそれぞれの変化に対して(6.3.3)の要素の変化は周期的となる。epoch における値に関する以上の所論によれば第一階の摂動を求める際の時間 δt_j は一般にはかなり大であってもかまわないが、 e と i の内の何れか一方のみが小なるときには δt_j を相当に小とする必要があることがわかる。

次に前章においてなされた静止衛星の計算に関してみれば epoch $t=t_1$ における e と i の両者が共に小である四つの場合(1), (2), (3) および (4) についての計算が行なわれている。それゆえに何れの場合においても Ω , ω および λ^* の変化は小となるはずであり、(1), (2) および (3) についての図5から図7までにおいて実際にそうなっている。したがってまたこの際に δt_j をかなり大としてもかまわないこととなる。実際に一例として δt_j を1恒星日として δt が80恒星日にわたるときの要素の変化を求めても、 δt_j が80恒星日として求めたときの要素の変化との差は極わめて小である。また(4)の場合において epoch $t=t_1$ における Ω したがって λ の変化に対して a が周期的に変化して行く様子が図8に示されている。一見奇妙な様相を

呈しているのは地球の赤道面における断面形が真円ではなく複雑な形をしていることに対応するものと考えられる。

以上のようにして第一階の摂動を決定し得ることとなる。そしてこれによって epoch における軌道要素の値に依存するその後の摂動の大小および軌道制御系を構成するために必要な摂動の量などの予測をすることが可能である。

しかしながらさらに詳細に摂動を決定する必要がある場合には Lagrange's planetary equations を用いた理論によれば非常な労力を要することが予想される。そこでこれを避けて、この理論とは別の方法による理論をとることが得策と考えられる。

10. 結 論

地球の重力の作用下にある人工衛星の運動を決定するために、運動方程式として Lagrange's planetary equations を用い、摂動関数には無限の次数までの harmonics をすべてとり、これを W. M. Kaula の式によって軌道要素の関数として表示し、resonance に関しては exact commensurability の状態のみに限定して、第一階の摂動を求めた。この理論に基づいて harmonics として四次までをとった場合の計算式を出し、これによって静止衛星の運動の計算を行なった。

以上のように第一階の摂動を求めることによって epoch における軌道要素の値に依存するその後の摂動の大小および軌道制御系の構成に必要な摂動の量などの予測をすることができる。しかしさらに詳細に摂動の状況を究める必要がある場合にはこの理論とは別の方法によって論ずることが適切と思われる。

最後に本研究を行なうに当たっているいろいろの教示をして頂いた東京大学東京天文台の古在由秀教授および東京大学理学部の堀源一郎助教授に謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) G. V. Groves: Motion of a Satellite in the Earth's Gravitational Field, Proc. Roy. Soc. A, 254, 1960, 48-65
- 2) G. E. Cook: Perturbations of Satellite Orbits by Tesserel Harmonics in the Earth's Gravitational Potential, Planet. Space Sci., 11, 1963, 797-815
- 3) L. Blitzer: Satellite Resonances and Librations Associated with Tesserel Harmonics of the Geopotential, J. of Geophysical Research, 71, 1966, 14, 3557-3565
- 4) S. C. Zhuravlev: Perturbation of the Orbital

- Elements of a Synchronous Satellite Moving in the Earth's Non-Central Gravity Field, Vestnik Moskovskogo Universiteta, Series III, 2, 1969, 105-110
- 5) 松島弘一: 静止衛星の軌道保持シミュレーションシステムの構成 (1)——地球の重力場による摂動, 航技研資料, TM-206, 昭和46年
 - 6) W. M. Kaula: Analysis of Gravitational and Geometric Aspects of Geodetic Utilization of Satellites, Geophys. J., 5, 1961, 104-133
 - 7) W. M. Smart: Celestial Mechanics, 1953, Longmans
 - 8) F. Tisserand: Traité de Mécanique Céleste, Tome 1, 1889, Gauthier-Villars
 - 9) A. Cayley: Tables of the Developments of Functions in the Theory of Elliptic Motion, Mem. Roy. Astron. Soc., 29, 1861, 191-306
 - 10) Helmut G. L. Krause: On a Consistent System of Astrodynamical Constants, NASA TND-1642, 1963
 - 11) Y. Kozai: Revised Values for Coefficients of Zonal Spherical Harmonics in the Geopotential, Dynamics of Satellites (ed. B. Morando), 1970, 104-108, Springer-Verlag
 - 12) E. M. Gaposchkin: Improved Values for the Tesserall Harmonics of the Geopotential and Station Coordinates, Dynamics of Satellites (ed. B. Morando), 1970, 109-118, Springer-Verlag.

付録 1 プログラム

```
C      MAIN
C      PERTURBATIONS OF SYNCHRONOUS SATELLITE (1)
C      PERTURBATIONS OF ORBITAL ELEMENTS (LONG)
C      PERTURBATIONS DUE TO ASPHERICITY OF THE EARTH
C      NECESSARY SUBROUTINES; PGZL,PGNR,WRITE1
C      PGZL; LONG RANGE PERTURBATION DUE TO ZONAL HARMONICS
C      PGNR; PERTURBATION DUE TO RESONANCE TERMS OF NON-ZONAL HARMONICS
C      WRITE1; RESULTS PRINTING -EVERY ONE HOUR-
C      WB; COMPUTING DAYS
C      TIME; HOURS AFTER EPOCH-PASSAGE
C      KK; DAYS AFTER EPOCH-PASSAGE
C      A; SEMI-MAJOR AXIS
C      E; ECCENTRICITY
C      DI; INCLINATION
C      DLOM; LONGITUDE OF ASCENDING NODE
C      DSOM; ARGUMENT OF PERIGEE
C      DM; MEAN ANOMALY
C      TV; GREENWICH SIDEREAL TIME AT EPOCH
C      TV1; HOUR, TV2; MINUTE, TV3; SECOND
C      TSH; EPOCH
C      IN-PUT DATA
      WB=80.
      KK=0
      TIME=1.0
      DMYU=398601.3
      DNYU=7.292115146D-5
      AA1=DMYU/(DNYU**2)
      A=DCBRT(AA1)
      E=0.001
      DI=0.01
      DLOM=135.0
      DSOM=0.0
      DM=0.0
      TV1=0.0
      TV2=0.0
      TV3=0.0
      AB=3.14159265/180.
      DI=DI*AB
      DLOM=DLOM*AB
      DSOM=DSOM*AB
      DM=DM*AB
C      PROGRAM FOR WRITE1
      TSH=0.0
      CALL WRITE1(TSH,A,E,DI,DLOM,DSOM,DM,TIME,WB, KK,TV1,TV2,TV3)
      STOP
      END
```

```

SUBROUTINE WRITE1(TSH,A,E,DI,DLOM,DSOM,DM,TIME,WB ,KK,TV1,TV2,TV3)
AB=3.14159265/180.
PAI=3.14159265
DNYU=7.292115146D-5
DTDD=2.*PAI/(DNYU*24.)
A2=A
E2=E
DI2=DI
DLOM2=DLOM
DSOM2=DSOM
DM2=DM
DA111=0.0
DE111=0.0
DI111=0.0
DL111=0.0
DS111=0.0
DK111=0.0
DI9=DI/AB
DLOM9=DLOM/AB
DSOM9=DSOM/AB
DM9=DM/AB
PRINT 101
101 FORMAT(9X,4HTIME,14X,1HA,6X,7HE(*E-3),6X,7FI(*E-3),6X,7HL-OMEGA,6X
1,7HS-OMEGA,10X,5HKA1-*,///)
PRINT 102,TSH,A2,E2,DI9,DLOM9,DSOM9,DM9
PRINT 331
331 FORMAT(1H )
WBA=WB*24.+1.
431 TIMEC=1.0
CALL PGZL(A,E,DI,DSOM,DEZL1,DIZL1,DLOMZ1,DSOMZ1,DKAZ1)
CALL PGNR(A,E,DI,DLOM,DSOM,DM,TV1,TV2,TV3,DAR1,DER1,DIR1,DLOM1,
1DSOM1,DKR1)
10 DT=TIMEC*DTDD
DAR=DAR1*DT
DER=(DEZL1+DER1)*DT
DIR=(DIZL1+DIR1)*DT
DLOMR=(DLOMZ1+DLOM1)*DT
DSOMR=(DSOMZ1+DSOM1)*DT
DKAR=(DKAZ1+DKR1)*DT
DAR=DAR+DA111
DER=DER+DE111
DIR=DIR+DI111
DLOMR=DLOMR+DL111
DSOMR=DSOMR+DS111
DKAR=DKAR+DK111
DERR=DER*1000.
DIRR=DIR*1000./AB
DLOMRR=DLOMR/AB
DSOMRR=DSOMR/AB
DMRR=DKAR/AB
PRINT 102,TIME,DAR,DERR,DIRR,DLOMRR,DSOMRR,DMRR
102 FORMAT(6X,F7.1,5X,F10.2,5X,F8.4,3(6X,F7.3),5X,F10.3)
HAN=WBA-TIME
IF(HAN)120,120,121
121 TIME=TIME+1.0
TIMEC=TIMEC+1.0
J=TIME-1.0
IF(MOD(J,48))201,201,202

```

```
201 PRINT 310
310 FORMAT(1H1)
    PRINT 101
    PRINT 102,1SH,A2,E2,DI9,DLOM9,DSOM9,DM9
202 IF(MOD(J,24))211,211,212
211 PRINT 213
213 FORMAT(1H )
    KK=KK+1
    PRINT 301, KK
301 FORMAT(1H ,6X,I3,4H DAY,/)
    A=A2+DAK
    E=E2+DER
    DI=DI2+DIR
    DLOM=DLOM2+DLOMR
    DSOM=DSOM2+DSOMR
    DM=DM2+DKAR
    DA111=DAK
    DE111=DER
    DI111=DIR
    DL111=DLOMR
    DS111=DSOMR
    DK111=DKAR
    GO TO 431
212 GO TO 10
120 RETURN
    END
```

```

SUBROUTINE PGZL(A,E,DI,DSOM,DEZL1,DIZL1,CLGMZ1,DSOMZ1,DKAZ1)
C
COMMON DATA
PAI=3.14159265
DJ20=-1082.639D-6
DJ30=+2.538D-6
DJ40=+1.593D-6
DMYU=398601.3
AE=6378.155
C
DN=DSQRT(DMYU/A**3)
SII=DSIN(DI)
COI=DCOS(DI)
CTI=COI/SII
A23=AE**2/A**3
A34=AE**3/A**4
A45=AE**4/A**5
C11=1./(DN*A**2)
C12=1.-E**2
C13=DSQRT(C12)
C14=C11*C13/E
C15=CTI*C11/C13
C16=C11*C12/E
F201=(3./4.)*SII**2-0.5
F301=(15./16.)*SII**3-(3./4.)*SII
F302=-F301
F401=-((35./32.)*SII**4+(15./16.)*SII**2
F402=(105./64.)*SII**4-(15./8.)*SII**2+(3./8.)
F403=F401
G210=1.+1.5*E**2
G311=E
G321=E
G412=(3./4.)*E**2
G420=1.+5.*E**2
G432=G412
T2010=0.
T3011=DSOM
T3021=-DSOM-PAI/2.
T4012=2.*DSOM
T4020=0.
T4032=-2.*DSOM
DF201=1.5*SII*COI
DF301=(45./16.)*SII**2*COI-(3./4.)*COI
DF302=-DF301
DF401=-((35./8.)*SII**3*COI+(15./8.)*SII*COI
DF402=(105./16.)*SII**3*COI-(15./4.)*SII*COI
DF403=DF401
DG210=3.*E
DG311=1.+7.5*E**2
DG321=1.+7.5*E**2
DG412=1.5*E
DG420=10.*E
DG432=1.5*E
C
C
DEZL1=DMYU*C14*(
1DJ30*A34*(F301*G311*DSIN(T3011)-F302*G321*DSIN(T3021))
2+2.*DJ40*A45*(F401*G412*DSIN(T4012)-F403*G432*DSIN(T4032))
3)

```

```
DIZL1=-DMYU*C15*(
1DJ30*A34*(F301*G311*DSIN(T3011)-F302*G321*ESIN(T3021))
2+2.*DJ40*A45*(F401*G412*DSIN(T4012)-F403*G432*DSIN(T4032))
3)
DL0MZ1=(DMYU*C15/COI)*(
1DJ20*A23*DF201*G210*DCOS(T2010)
2+DJ30*A34*(DF301*G311*DCOS(T3011)+DF302*G321*DCOS(T3021))
3+DJ40*A45*(DF401*G412*DCOS(T4012)+DF402*G420*DCOS(T4020)+DF403*
4G432*DCOS(T4032))
5)
DS0MZ1=DMYU*(
1DJ20*A23*DCOS(T2010)*(C14*F201*DG210-C15*DF201*G210)
2+DJ30*A34*DCOS(T3011)*(C14*F301*DG311-C15*DF301*G311)
3+DJ30*A34*DCOS(T3021)*(C14*F302*DG321-C15*DF302*G321)
4+DJ40*A45*(DCOS(T4012)*(C14*F401*DG412-C15*DF401*G412)+DCOS(T4020)
5*(C14*F402*DG420-C15*DF402*G420)+DCOS(T4032)*(C14*F403*DG432-C15
6*DF403*G432))
7)
DKAZ1=-DMYU*(
1DJ20*A23*F201*DCOS(T2010)*(C16*DG210-6.*C11*G210)
2+DJ30*A34*(F301*DCOS(T3011)*(C16*DG311-8.*C11*G311)
3+F302*DCOS(T3021)*(C16*DG321-8.*C11*G321))
4+DJ40*A45*(F401*DCOS(T4012)*(C16*DG412-10.*C11*G412)
5+F402*DCOS(T4020)*(C16*DG420-10.*C11*G420)
6+F403*DCOS(T4032)*(C16*DG432-10.*C11*G432))
7)
RETURN
END
```

```

SUBROUTINE PGNR(A,E,DI,DL0M,DS0M,DM,TV1,TV2,TV3,DAR1,DER1,DIR1,
1DL0M1,DS0M1,DKR1)
C
COMMON DATA
PAI=3.14159265
DMYU=398601.3
AE=6378.155
AB=3.14159265/180.
C22=2.4254D-6
S22=-1.3886D-6
C31=1.8890D-6
S31=2.4283D-7
C32=7.7442D-7
S32=-6.9232D-7
C33=6.8595D-7
S33=1.4175D-6
C41=-6.2146D-7
S41=-4.5668D-7
C42=3.2637D-7
S42=6.6172D-7
C43=8.9192D-7
S43=-1.5576D-7
C44=-1.3290D-7
S44=3.6881D-7
DJ22=+DSQRT(C22**2+S22**2)
DJ31=+DSQRT(C31**2+S31**2)
DJ32=+DSQRT(C32**2+S32**2)
DJ33=+DSQRT(C33**2+S33**2)
DJ41=+DSQRT(C41**2+S41**2)
DJ42=+DSQRT(C42**2+S42**2)
DJ43=+DSQRT(C43**2+S43**2)
DJ44=+DSQRT(C44**2+S44**2)
RAM22=0.5*DATAN(S22/C22)
RAM31=DATAN(S31/C31)
RAM32=0.5*DATAN(S32/C32)
RAM33=DATAN(S33/C33)/3.
RAM41=DATAN(S41/C41)+PAI
RAM42=DATAN(S42/C42)/2.
RAM43=DATAN(S43/C43)/3.
RAM44=DATAN(S44/C44)/4.+PAI/4.
C
DN=DSQRT(DMYU/A**3)
DKAI=DM
TV=TV1*3600.+TV2*60.+TV3
TVNYU=-TV*(1./240.)*AB
SII=DSIN(DI)
COI=DCOS(DI)
CTI=COI/SII
A23=AE**2/A**3
A34=AE**3/A**4
A45=AE**4/A**5
C11=1./(DN*A**2)
C12=1.-E**2
C13=DSQRT(C12)
C14=C11*C13/E
C15=CTI*C11/C13
C16=C11*C12/E
COSEI=1./SII
C17=-C16

```


C18=8.0*C11
C19=10.0*C11

C

F220=(3./4.)*(1.+COI)**2
F221=1.5*SII**2
F310=-(15./16.)*SII**2*(1.+COI)
F311=(15./16.)*SII**2*(1.+3.*COI)-(3./4.)*(1.+COI)
F312=(15./16.)*SII**2*(1.-3.*COI)-(3./4.)*(1.-COI)
F320=(15./8.)*(1.+COI)**2*SII
F321=(15./8.)*SII*(1.-2.*COI-3.*COI**2)
F322=-(15./8.)*SII*(1.+2.*COI-3.*COI**2)
F330=(15./8.)*(1.+COI)**3
F331=(45./8.)*SII**2*(1.+COI)
F410=-(35./32.)*SII**3*(1.+COI)
F411=(35./16.)*SII**3*(1.+2.*COI)-(15./8.)*(1.+COI)*SII
F412=COI*((15./4.)*SII-(105./16.)*SII**3)
F413=-(35./16.)*SII**3*(1.-2.*COI)+(15./8.)*SII*(1.-COI)
F420=-(105./32.)*SII**2*(1.+COI)**2
F421=(105./8.)*SII**2*COI*(1.+COI)-(15./8.)*(1.+COI)**2
F422=(105./16.)*SII**2*(1.-3.*COI**2)-(15./4.)*SII**2
F430=(105./16.)*SII*(1.+COI)**3
F431=(105./8.)*SII*(1.-3.*COI**2-2.*COI**3)
F432=-(315./8.)*SII**3*COI
F440=(105./16.)*(1.+COI)**4
F441=(105./4.)*SII**2*(1.+COI)**2

C

E2=E**2
G200=1.-2.5*E2
G212=(9./4.)*E2
G302=(1./8.)*E2
G301=-E
G300=1.-6.*E2
G310=1.+2.*E2
G311=3.*E
G312=(53./8.)*E2
G322=(11./8.)*E2
G402=0.5*E2
G401=-1.5*E
G400=1.-11.*E2
G411=0.5*E
G410=1.+E2
G411=4.5*E
G412=(53./4.)*E2
G421=2.5*E
G422=5.*E2

C

COI1=1.+COI
COI2=1.+3.*COI
COI3=1.-3.*COI
COSI=SII*COI
DF220=-1.5*COI1*SII
DF221=3.*COSI
DF310=-(15./16.)*(2.*COSI*COI1-SII**3)
DF311=(15./16.)*(2.*COSI*COI2-3.*SII**3)+(3./4.)*SII
DF312=(15./16.)*(2.*COSI*COI3+3.*SII**3)-(3./4.)*SII
DF320=(15./8.)*(COI*COI1**2-2.*COI1*SII**2)
DF321=(15./8.)*(COI*(1.-2.*COI-3.*COI**2)+SII**2*2.*COI2)
DF330=-(45./8.)*COI1**2*SII

```

DF331=(45./8.)*(2.*COSI*COI1-SII**3)
DF411=(35./16.)*(3.*SII*COSI*(1.+2.*COI)-2.*SII**4)+(15./8.)*(SII
1**2-COI1*COI)
DF412=-SII**2*(15./4.-(105./16.)*SII**2)+COI**2*(15./4.-(315./16.)
1*SII**2)
DF420=-(105./16.)*(COSI*COI1**2-SII**3*COI1)
DF421=(105./8.)*(2.*COI*COSI*COI1-SII**3*COI1-COSI*SII**2)+(15./
14.)*SII*COI1
DF422=(105./8.)*(COSI*(1.-3.*COI**3)+3.*SII**2*COSI)-7.5*COSI
DF430=(105./16.)*(COI*COI1**3-3.*SII**2*COI1**2)
DF431=(105./8.)*(1.-3.*COI**2-2.*COI**3+SII**2*6.*COI1)*COI
DF440=-(105./4.)*COSI**3*SII
DF441=(105./2.)*(COSI*COI1**2-SII**3*COI1)

```

C

```

DG200=-5.*E
DG212=4.5*E
DG302=0.25*E
DG301=-1.+(15./4.)*E2
DG300=-12.*E
DG310=4.*E
DG311=3.+(33./4.)*E2
DG312=(53./4.)*E
DG322=(11./4.)*E
DG323=(23./4.)*E2
DG403=-(1./16.)*E2
DG402=E
DG401=-1.5+(225./16.)*E2
DG400=-22.*E
DG411=0.5+(99./16.)*E2
DG410=2.*E
DG411=4.5-(9./16.)*E2
DG412=(53./2.)*E
DG421=2.5+(405./16.)*E2
DG422=10.*E
DG423=(435./16.)*E2
DG433=(49./16.)*E2
RESS=2.*DSOM
RES=DLOM+TVNYU
ZK2200=2.*(DSOM+DKAI+RES-RAM22)
ZK2212=ZK2200-2.*DSOM
ZK3102=3.*DSOM+DKAI+RES-RAM31
ZK3110=ZK3102-RESS
ZK3122=ZK3110-RESS
ZK3201=3.*DSOM+2.*DKAI+2.*RES-2.*RAM32-(PAI/2.)
ZK3211=ZK3201-RESS
ZK3223=ZK3211-RESS
ZK3300=3.*(DSOM+DKAI+RES-RAM33)
ZK3312=ZK3300-RESS
ZK4103=4.*DSOM+DKAI+RES-RAM41-(PAI/2.)
ZK4111=ZK4103-RESS
ZK4121=ZK4111-RESS
ZK4133=ZK4121-RESS
ZK4202=2.*DSOM+2.*(DSOM+DKAI+RES-RAM42)
ZK4210=ZK4202-RESS
ZK4222=ZK4210-RESS
ZK4301=DSOM+3.*(DSOM+DKAI+RES-RAM43)-(PAI/2.)
ZK4311=ZK4301-RESS
ZK4323=ZK4311-RESS

```

ZK4400=4.*(DSOM+DKAI+RES-RAM44)
ZK4412=ZK4400-RESS

C

DAR11=2.*DJ22*A23*(F220*G200*DSIN(ZK2200)+F221*G212*DSIN(ZK2212))
DAR12=DJ31*A34*(F310*G302*DSIN(ZK3102)+F311*G310*DSIN(ZK3110)+
1F312*G322*DSIN(ZK3122))
DAR13=DJ32*A34*(F320*G301*DSIN(ZK3201)+F321*G311*DSIN(ZK3211))*2.
DAR14=DJ33*A34*(F330*G300*DSIN(ZK3300)+F331*G312*DSIN(ZK3312))*3.
DAR15=DJ41*A45*(F411*G411*DSIN(ZK4111)+F412*G421*DSIN(ZK4121))
DAR16=DJ42*A45*(F420*G402*DSIN(ZK4202)+F421*G410*DSIN(ZK4210)+
1F422*G422*DSIN(ZK4222))*2.
DAR17=DJ43*A45*(F430*G401*DSIN(ZK4301)+F431*G411*DSIN(ZK4311))*3.
DAR18=DJ44*A45*(F440*G400*DSIN(ZK4400)+F441*G412*DSIN(ZK4412))*4.
DAR1=-2.*(DMYU/(DN*A))*(DAR11+DAR12+DAR13+DAR14+DAR15+DAR16+DAR17
1+DAR18)
DER11=DJ22*A23*(F220*G200*DSIN(ZK2200))*(2.*C12-2.*C13)+F221*G212
1*DSIN(ZK2212)*(2.*C12)
DER12=DJ31*A34*(F310*G302*DSIN(ZK3102))*(C12-3.*C13)+F311*G310*
1DSIN(ZK3110)*(C12-C13)+F312*G322*DSIN(ZK3122)*(C12+C13)
DER13=DJ32*A34*(F320*G301*DSIN(ZK3201))*(2.*C12-3.*C13)+F321*G311
1*DSIN(ZK3211)*(2.*C12-C13)
DER14=DJ33*A34*(F330*G300*DSIN(ZK3300))*3.*(C12-C13)+F331*G312*
1DSIN(ZK3312)*(3.*C12-C13)
DER15=DJ41*A45*(F411*G411*DSIN(ZK4111))*(C12-2.*C13)+F412*G421*
1DSIN(ZK4121)*C12
DER16=DJ42*A45*(F420*G402*DSIN(ZK4202))*(2.*C12-4.*C13)+F421*G410
1*DSIN(ZK4210)*2.*(C12-C13)+F422*G422*DSIN(ZK4222)*2.*C12
DER17=DJ43*A45*(F430*G401*DSIN(ZK4301))*(3.*C12-4.*C13)+F431*G411
1*DSIN(ZK4311)*(3.*C12-2.*C13)
DER18=DJ44*A45*(F440*G400*DSIN(ZK4400))*4.*(C12-C13)+F441*G412*
1DSIN(ZK4412)*(4.*C12-2.*C13)
DER1=- (DMYU*C11/E)*(DER11+DER12+DER13+DER14+DER15+DER16+DER17+
1DER18)

C

DIR11=DJ22*A23*(F220*G200*DSIN(ZK2200))*(CTI-COSEI)*2.+F221*G212
1*DSIN(ZK2212)*(-2.*COSEI)
DIR12=DJ31*A34*(F310*G302*DSIN(ZK3102))*(3.*CTI-COSEI)+F311*G310
1*DSIN(ZK3110)*(CTI-COSEI)+F312*G322*DSIN(ZK3122)*(-CTI-COSEI)
DIR13=DJ32*A34*(F320*G301*DSIN(ZK3201))*(3.*CTI-2.*COSEI)+F321*
1G311*DSIN(ZK3211)*(CTI-2.*COSEI)
DIR14=DJ33*A34*(F330*G300*DSIN(ZK3300))*3.*(CTI-COSEI)+F331*G312
1*DSIN(ZK3312)*(CTI-3.*COSEI)
DIR15=DJ41*A45*(F411*G411*DSIN(ZK4111))*(2.*CTI-COSEI)+F412*G421
1*DSIN(ZK4121)*(-COSEI)
DIR16=DJ42*A45*(F420*G402*DSIN(ZK4202))*(4.*CTI-2.*COSEI)+F421*
1G410*DSIN(ZK4210)*2.*(CTI-COSEI)+F422*G422*DSIN(ZK4222)*(-2.*COS
2EI)
DIR17=DJ43*A45*(F430*G401*DSIN(ZK4301))*(4.*CTI-3.*COSEI)+F431*
1G411*DSIN(ZK4311)*(2.*CTI-3.*COSEI)
DIR18=DJ44*A45*(F440*G400*DSIN(ZK4400))*4.*(CTI-COSEI)+F441*G412*
1DSIN(ZK4412)*(2.*CTI-4.*COSEI)
DIR1=- (DMYU*C11/C13)*(DIR11+DIR12+DIR13+DIR14+DIR15+DIR16+DIR17+
1DIR18)
DLOM11=DJ22*A23*(DF220*G200*DCOS(ZK2200)+DF221*G212*DCOS(ZK2212))
DLOM12=DJ31*A34*(DF310*G302*DCOS(ZK3102)+DF311*G310*DCOS(ZK3110)
1+DF312*G322*DCOS(ZK3122))
DLOM13=DJ32*A34*(DF320*G301*DCOS(ZK3201)+DF321*G311*DCOS(ZK3211))
DLOM14=DJ33*A34*(DF330*G300*DCOS(ZK3300)+DF331*G312*DCOS(ZK3312))

```

DL0M15=DJ41*A45*(DF411*G411*DCOS(ZK4111)+DF412*G421*DCOS(ZK4121))
DL0M16=DJ42*A45*(DF420*G402*DCOS(ZK4202)+DF421*G410*DCOS(ZK4210)
1+DF422*G422*DCOS(ZK4222))
DL0M17=DJ43*A45*(DF430*G401*DCOS(ZK4301)+DF431*G411*DCOS(ZK4311))
DL0M18=DJ44*A45*(DF440*G400*DCOS(ZK4400)+DF441*G412*DCOS(ZK4412))
DL0M1=(DMYU*C15/COI)*(DL0M11+DL0M12+DL0M13+DL0M14+DL0M15+DL0M16
1+DL0M17+DL0M18)
DS0M11=DJ22*A23*(DCOS(ZK2200)*(C14*F22G*EG200-C15*DF220*G200)+
1DCOS(ZK2212)*(C14*F221*DG212-C15*DF221*G212))
DS0M12=DJ31*A34*(DCOS(ZK3102)*(C14*F310*EG302-C15*DF310*G302)+
1DCOS(ZK3110)*(C14*F311*DG310-C15*DF311*G310)+
2DCOS(ZK3122)*(C14*F312*DG322-C15*DF312*G322))
DS0M13=DJ32*A34*(DCOS(ZK3201)*(C14*F320*EG301-C15*DF320*G301)+
1DCOS(ZK3211)*(C14*F321*DG311-C15*DF321*G311)+DCOS(ZK3223)*(C14*
2F322*DG323))
DS0M14=DJ33*A34*(DCOS(ZK3300)*(C14*F330*EG300-C15*DF330*G300)+
1DCOS(ZK3312)*(C14*F331*DG312-C15*DF331*G312))
DS0M15=DJ41*A45*(DCOS(ZK4103)*C14*F410*EG403+
1DCOS(ZK4111)*(C14*F411*DG411-C15*DF411*G411)+DCOS(ZK4121)*(C14*
2F412*DG421-C15*DF412*G421)+DCOS(ZK4133)*(C14*F413*DG433))
DS0M16=DJ42*A45*(DCOS(ZK4202)*(C14*F420*EG402-C15*DF420*G402)+
1DCOS(ZK4210)*(C14*F421*DG410-C15*DF421*G410)+
2DCOS(ZK4222)*(C14*F422*DG422-C15*DF422*G422))
DS0M17=DJ43*A45*(DCOS(ZK4323)*C14*F432*EG423+
1DCOS(ZK4301)*(C14*F430*DG401-C15*DF430*G401)+
2DCOS(ZK4311)*(C14*F431*DG411-C15*DF431*G411))
DS0M18=DJ44*A45*(DCOS(ZK4400)*(C14*F440*EG400-C15*DF440*G400)+
1DCOS(ZK4412)*(C14*F441*DG412-C15*DF441*G412))
DS0M1=DMYU*(DS0M11+DS0M12+DS0M13+DS0M14+DS0M15+DS0M16+DS0M17+
1DS0M18)

```

C

```

DKR11=DJ22*A23*(F220*DCOS(ZK2200)*(C17*EG200+6.*C11*G200)+
1F221*DCOS(ZK2212)*(C17*DG212+6.*C11*G212))
DKR12=DJ31*A34*(F310*DCOS(ZK3102)*(C17*EG302+C18*G302)+
1F311*DCOS(ZK3110)*(C17*DG310+C18*G310)+
2F312*DCOS(ZK3122)*(C17*DG322+C18*G322))
DKR13=DJ32*A34*(F320*DCOS(ZK3201)*(C17*EG301+C18*G301)+
1F321*DCOS(ZK3211)*(C17*DG311+C18*G311)+F322*DCOS(ZK3223)*
2C17*DG323)
DKR14=DJ33*A34*(F330*DCOS(ZK3300)*(C17*EG300+C18*G300)+
1F331*DCOS(ZK3312)*(C17*DG312+C18*G312))
DKR15=DJ41*A45*(F410*DCOS(ZK4103)*(C17*EG403)+
1F411*DCOS(ZK4111)*(C17*DG411+C19*G411)+
2F412*DCOS(ZK4121)*(C17*DG421+C19*G421)+
3F413*DCOS(ZK4133)*(C17*DG433))
DKR16=DJ42*A45*(F420*DCOS(ZK4202)*(C17*EG402+C19*G402)+
1F421*DCOS(ZK4210)*(C17*DG410+C19*G410)+
2F422*DCOS(ZK4222)*(C17*DG422+C19*G422))
DKR17=DJ43*A45*(F432*DCOS(ZK4323)*(C17*EG423)+
1F430*DCOS(ZK4301)*(C17*DG401+C19*G401)+
2F431*DCOS(ZK4311)*(C17*DG411+C19*G411))
DKR18=DJ44*A45*(F440*DCOS(ZK4400)*(C17*EG400+C19*G400)+
1F441*DCOS(ZK4412)*(C17*DG412+C19*G412))
DKR1=DMYU*(DKR11+DKR12+DKR13+DKR14+DKR15+DKR16+DKR17+DKR18)

```

C

```

RETURN
END

```

付録 2 記 号

使用した主な記号を以下に示す。

a : 軌道の長半径	$\lambda_{l,m}$: 定数
a_e : 地球の平均赤道半径	μ : 万有引力の定数と地球の質量の積
$C_{l,m}$: 定数	ν : 地球の自転の回転ベクトルの z 成分
e : 軌道の離心率	ρ : 摂動によってみだされた軌道の平均運動
$F_{l,m,p}$: 傾斜角関数	χ : epoch における平均近点離角
$G_{l,p,q}$: 離心率関数	χ_0 : χ の定数項
i : 赤道面に対する軌道面の傾斜角	χ_s : χ の長年項の係数
$J_{l,m}$: 定数	χ_p : χ の微小な周期項
$K_{l,m,p,q}$: resonance terms における $T_{l,m,p,q}$	χ^* : modified mean anomaly at epoch
k : Gaussian constant	Ω : 昇交点の赤経
M : 平均近点離角	Ω_0 : Ω の定数項
M_e : 地球の質量	Ω_s : Ω の長年項の係数
n : 平均運動	Ω_p : Ω の微小な周期項
R : 摂動関数	ω : 昇交点から近地点までの運動の向きにはかった角距離
r : 地心距離	ω_0 : ω の定数項
$S_{l,m,p,q}$: $J_{l,m}$ と $\cos T_{l,m,p,q}$ の積	ω_s : ω の長年項の係数
$S_{l,m}$: 定数	ω_p : ω の微小な周期項
$T_{l,m,p,q}$: $U_{l,m,p,q}$ の三角関数で表示された因数の argument	添 字
t : 平均太陽時あるいは常用時	ep : epoch における値を示す
t_j : t で表わされたある時刻	j : t_j における値を示す
t_u : t で表わされた本初子午線の xz 面通過時刻	nl : non-zonal harmonics の long range parts による要素の変化を示す
U : 地球の重力の potential	ns : non-zonal harmonics の短周期部分による要素の変化を示す
$U_{l,m}$: degree l , order m の harmonic term	r : resonance terms による要素の変化を示す
$U_{l,m,p,q}$: $U_{l,m}$ を構成する各項	zl : zonal harmonics の long range parts による要素の変化を示す
$X_{l-2p+q}^{-l-1, l-2p}$: Hansen 係数	zs : zonal harmonics の短周期部分による要素の変化を示す
$X_{2p-l-q}^{-l-1, 2p-l}$: Hansen 係数	
x, y, z : 直交座標	
β : 地心緯度	
θ : Greenwich における恒星時	
λ : 地理学的経度	

T R-244	超音速風洞における動安定微係数の測定 Measurements of Dynamic Stability Derivatives in Supersonic Blowdown Wind Tunnel	1971年7月	高島一明, 榊原盛三 関根英夫
T R-245	ヘリコプタ高度・速度線図および臨界決定点の解析的推定法 An Analytical Method to Predict Height-Velocity Diagram Critical Decision Point of Rotorcraft	1971年8月	古茂田真幸
T R-246	梁の大変形問題の解析について On Analysis of Large Deformation Problems of Beam	1971年11月	泉 日出夫
T R-247	任意物体のまわりの自由流線理論 On the Theory of Free Streamlines Past an Arbitrary Shape	1971年9月	高橋 侖
T R-248	亜音速流中における二次元翼上の圧力分布の粘性効果を考慮に入れた計算法のプログラム A Description of the Ideas Underlying a Computer Programme for Predicting the Aerofoil Pressure Distributions in Subcritical Viscous Flow	1971年11月	海老原正夫, 石田洋治 小此木時雄
T R-249	一般化 Newton-Raphson 法の計算機容量問題に対する改良最適化アルゴリズム Modified Optimization Algorithm for Computer Storage Problems in Generalized Newton-Raphson Method	1971年10月	志 甫 徹
T R-250	はりの大変形解析 Large Deflection of Cantilever Beams	1971年10月	多田保夫, 日下和夫
T R-251	対称スピニング衛星のニュートン運動による慣性力の場とそのニュートンダンパへの応用 Inertial Force Field Due to Nutational Motion of Spinning Axi-symmetric Satellite and its Application to Nutation Damper	1971年11月	村上 力, 狼 嘉彰
T R-252	A Study of Subsonic Two-Dimensional Wall-Interference Effects in a Perforated Wind Tunnel with Particular Reference to the NAL 2m×2m Transonic Wind Tunnel Inapplicability of the Conventional Boundary Condition	1971年12月	Masao EBIHARA
T R-253	圧縮性流れにおける翼型抗力の計算 A Calculation of Profile Drag of Airfoils in Compressible Flow	1971年11月	石田洋治
T R-254	翼と不連続境界との干渉について Interference Between Wing and Surface of Velocity Discontinuity	1971年11月	犬丸矩夫

航空宇宙技術研究所報告255号

昭和46年11月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)44-9171(代表)☎182

印刷所 有限会社啓文堂松本印刷
東京都文京区水道2-7-5
