

UDC 527. 6:
531. 3-4:
629. 783. 05

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-258

三次元準最適直接式誘導法

大 坪 孔 治

1972年1月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 報 告

- T R-234 Green 関数をラプラス方程式に適用した解法による冷却タービン翼の温度分布の計算
A Calculation of Temperature Distribution with Applying Green Function to Two-Dimensional Laplace's equation 1971年1月 西村 英明
- T R-235 自動着陸予備実験
(1) 電波高度計の性能試験
Preliminary Experiments for Automatic Landing
(1) On the Performance Tests of Radio Altimeters 1971年4月 樋口 一雄, 堀川 勇壮
森 幹彦, 小川 鑑一
真 柳光美, 渡 辺 顕
名 越 孝 行
- T R-236T Small-Strain Deformation Superposed on Finite Deformations of Highly Elastic Incompressible Materials, Part 1—Constituter Equations 1971年6月 Tatsuzo KOGA
- T R-237 自由飛行模型 FFM-10 による縦の動安定特性の飛しょう実験
Free Flight Tests on Longitudinal Dynamics Characteristics of FFM-10 Model 1971年4月 河崎 俊夫, 埜 武敏
齋 藤秀夫, 高 島 一明
河 本 巖
- T R-238 リフトジェットエンジン JR 100 H の動特性について
Dynamic Characteristic of Lift Jet Engine JR 100 H 1971年5月 西尾 健二, 遠藤 征紀
杉山 七契, 越 沼 威
大畑 敏美
- T R-239 昇華アブレーションの直接解法
A Direct Calculation of Sublimating Ablation 1971年6月 久保田弘敏
- T R-240T A Method for the Calculation of Lifting Potential Flow Problems—Part 1 Theoretical Basis— 1971年7月 Masao EBIHARA
- T R-241 YS-11A-500/600 型主翼疲れ試験
(I. セーフライフ試験荷重と試験方式)
Full-Scale Fatigue Test of YS-11A-500/600 Turboprop Transport Wing (I. Safe-life Fatigue Test Loads and Test Method) 1971年7月 竹内 和之, 野原 利雄
朝田 洋雄
- T R-242 熱線による3次元平均速度ベクトルとレイノルズ応力の測定
Measurement of three-dimensional mean Velocity Vector and Reynolds Stress by Single Rotatable Hot-wire 1971年7月 林 良生, 中谷輝臣
- T R-243 揚力をもつ物体のまわりのポテンシャル流れの計算法 I その理論的基礎
A Method for the Calculation of Lifting Potential Flow Problems—Part 1—Theoretical Basis 1971年7月 海老原正夫
- T R-244 超音速風洞における動安定微係数の測定
Measurements of Dynamic Stability Derivatives in Supersonic Blowdown Wind Tunnel 1971年7月 高島 一明, 榑原 盛三
関根 英夫
- T R-245 ヘリコプタ高度・速度線図および臨界決定点の解析的推定法
An Analytical Method to Predict Height-Velocity Diagram Critical Decision Point of Rotorcraft 1971年8月 古茂田真幸
- T R-246 梁の大変形問題の解析について
On Analysis of Large Deformation Problems of Beam 1971年11月 泉 日出夫
- T R-247 任意物体のまわりの自由流線理論
On the Theory of Free Streamlines Past an Arbitrary Shape 1971年9月 高橋 侖

三次元準最適直接式誘導法*

大坪 孔 治**

Three Dimensional Sub-Optimal Explicit Guidance for Space Vehicles

By Koji OTSUBO

This paper develops an approximate, three-dimensional optimal explicit guidance method for space vehicles. It consists of two parts. In the first part, analytical optimum solutions for both pitch and yaw thrust angles under the condition of minimum fuel expenditure are derived from Pontryagin's Maximum Principle, and in the latter part small modifications for both optimum pitch and yaw angles are considered in order to satisfy the final position condition.

For the purpose of reducing the computation time several assumptions are made such as

1. Thrust and mass flow rate are constant.

The digital flight simulations were carried out to evaluate the performance of this method by using HITAC 5020 and from these results it is shown that this method can be applied to various kinds of space vehicles.

2. Gravity acceleration vector can be treated as the average of its present and terminal values because of its small change in each guidance computation cycle.

3. Yaw dynamics can be treated separately from pitch dynamics because of its small influence on pitch dynamics.

1. ま え が き

一般に目的とする軌道に人工衛星等を打上げるためにはなん等かの形で打上げ用ロケットに対する誘導制御が必要である。現在までによく用いられている閉ループの誘導法として摂動式誘導法 (Perturbation Guidance) と直接式誘導法 (Explicit Guidance) の二種がある。これ等に関する説明は既報告¹⁾または F. Teren²⁾氏の文献に詳しく述べてあるのでここでは省略させて頂くが、各誘導法の特徴の中でロケットの誘導可能領域の広さという点に関しては直接式誘導法がもっともすぐれている。当報告はすでに発表した最適化手法を用いた2次元空間 (pitch 面) における直接式最適誘導法¹⁾をヨー面の制御を取り入れた3次元6自由度の運動に一般化したものである。3次元空間ではパラメータの数が多くなりかつその非線形性ともあいまって、これをそのまま解いたのでは時間が非常にかかる。他方誘導の計算は実時間でおこなわれなければならないため、計算時間を短縮するための工夫が必要になってくる。すなわち誘導計算の目的は要求される精度を保ちながら計算時間を如何に短縮するか、いうなれば、精

度と方程式の簡易化のかねあいという事が重要な要素になる。ここでは、経度角、緯度角および重力に関して現時点と終端点の値で平均化した値^{1,3)}を用い、かつ推力は一定でヨー面の運動はピッチ面の運動に対して独立であるとして方程式の簡易化をはかり解析的な解を得たので、シミュレーションをおこない一般的なロケットに対し充分適用できることをたしかめたので報告する。

2. 記 号

$A(i, j)$:	回転マトリックス
$C_f(X_f, Y_f, Z_f)$:	地球中心基準座標系
F :	ロケットの推力 (kg)
$g_f(g_{fx}, g_{fy}, g_{fz})$:	重力加速度 (m/sec ²)
H_1, H_2 :	ハミルトン関数
I_{sp} :	比推力 (sec)
J_1, J_2 :	評価関数
m_0 :	時刻 t_0 におけるロケットの質量
m :	時刻 t におけるロケットの質量
\dot{m} :	燃料噴射率 (kg/sec)
$F(\phi_f - \phi)$ $p(\phi_f), p(-\phi)$	方向余弦マトリックス
P, λ :	補助ベクトル

* 昭和46年10月9日受付

** 宇宙研究グループ

- r : 高度 (m)
 t_0 : 現時点における時刻 (sec)
 t : $t_0 \sim T$ 間の任意の時刻 (sec)
 T : 燃料燃焼終了時間 (sec)
 T' : T の近似値 (sec)
 u_i : コントロール ($i=1, 2, 3, 4$)
 $V(V_x, V_y, V_z)$: 速度 (m/sec)
 V_{ex} : 排出速度 (m/sec)
 α : ヨー方向推力角
 α_0 : 最適ヨー推力角
 β : ピッチ方向推力角
 β_0 : 最適ピッチ推力角
 γ_1 : ヨー方向の径路角
 γ_2 : ピッチ方向の径路角
 $\Delta\alpha (=u_a)$: ヨー方向推力角補正量
 $\Delta\beta (=u_b)$: ピッチ方向推力角補正量
 ΔV_r : 推力による速度増分
 δV : 必要速度増分
 θ_1 : 回転座標系で計られたヨー角
 θ_2 : 回転座標系で計られたピッチ角
 τ : 質量/燃料噴射率
 φ : ある基準点から測った経度角
 $\bar{\varphi}$: 平均化した経度角
 ψ : 赤道面上から測った緯度角
 $\bar{\psi}$: 平均化した緯度角
 ω : 回転角速度ベクトル

3. 誘導方程式の導出

誘導方程式を求めるにあたり次のような条件をおくことにする。

- イ. 大気による外乱力が働く領域での閉ループの誘導はロケットの構造上の問題、運動方程式の複雑化、外乱力の不確かさ等の原因により得策ではない。このため閉ループの誘導は空気力の影響が無視できる高度以上でおこなわれるのが普通であり当方式もそれにならうものとする。
 ロ. 推力はつねに一定でありかつ燃料噴射率 (mass flow rate) も一定である。
 ハ. 誘導基準座標は図1に示されるような終端点に固定された緯度 (X_f)、経度 (Y_f) およびこれに垂直で地球中心を通る (Z_f) の地球中心座標系 $C_f(X_f, Y_f, Z_f)$ を用いる。
 ニ. 緯度 ψ 、経度 φ および重力 g に対して次のような平均化をおこなう。

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{2}(\varphi_T + \varphi), \quad \bar{\psi} = \frac{1}{2}(\psi_T + \psi),$$

$$\bar{g}_f = \frac{1}{2}(g_f + g_{fT})$$

3.1 燃料最少制御

まずロケットを消費燃料最少で目的とする速度を得るという条件のもとに飛しょうさせるために必要な最適推力角を求める。前述の条件を用いれば C_f 座標系におけるロケットの運動方程式は次のように表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_f &= \frac{F}{m} \cos \beta \cdot \cos \alpha - g_{fx}(r, \varphi, \psi) \\ \ddot{y}_f &= \frac{F}{m} \cos \beta \cdot \sin \alpha - g_{fy}(r, \varphi, \psi) \\ \ddot{z}_f &= \frac{F}{m} \sin \beta - g_{fz}(r, \varphi, \psi) \end{aligned} \right\} \quad (3.1.1)$$

ここで添字 f は基準座標系を、 g_{fx} 等は重力加速度の各成分を表わす。(ロ)の仮定より一定推力時のロケットの燃料最少制御は燃料燃焼時間を最短にする、すなわち最短時間制御問題と考えることができ、したがって評価関数を次のようにおくことができる。

$$J_1 = \int_{t_1}^t dt \quad (3.1.2)$$

この評価関数を最少にするような推力角、すなわち最適推力角 α_0, β_0 を求めるためにまず(3.1.1)式に対して次のような変数変換をおこなう。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_f &= x_1, & \dot{y}_f &= x_2 \\ \dot{z}_f &= x_3, & t &= x_4 \end{aligned} \right\} \quad (3.1.3)$$

これを用いて(3.1.1)式を書き直すと次のようなオートノーマスな一階の非線形微分方程式が得られる。ただし重力項は平均化をおこなっている。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{V_{ex}}{\tau - x_4} \cdot u_1 u_2 - \bar{g}_{fx}(\bar{\varphi}, \bar{\psi}, \bar{r}) \\ \dot{x}_2 &= \frac{V_{ex}}{\tau - x_4} \cdot u_3 u_2 - \bar{g}_{fy}(\bar{\varphi}, \bar{\psi}, \bar{r}) \\ \dot{x}_3 &= \frac{V_{ex}}{\tau - x_4} \cdot u_4 - \bar{g}_{fz}(\bar{\varphi}, \bar{\psi}, \bar{r}) \\ \dot{x}_4 &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (3.1.4)$$

ここで $\frac{F}{m} = \frac{F}{\dot{m}} \cdot \frac{\dot{m}}{m_0 - \dot{m}t} = V_{ex} \cdot \frac{1}{\tau - t}$ でありかつコントロール u_1, u_2, u_3, u_4 は次のような関係をもつ。

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha &= u_1, & \sin \alpha &= u_2 \\ \cos \beta &= u_3, & \sin \beta &= u_4 \\ u_1^2 + u_2^2 &= 1 \\ u_3^2 + u_4^2 &= 1 \\ 0 &< \alpha < \pi \\ -\frac{\pi}{2} &< \beta < \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} & \text{かつ } u_i < 1 \\ & (i=1 \dots 4) \end{aligned} \right\} \quad (3.1.5)$$

最適制御問題に対する最大原理を用いる事にすれば
ハミルトン関数はあるベクトル関数 $P(p_1(t), \dots, p_4(t))$
を用いて次のように表わす事ができる。

$$\begin{aligned}
 H_1 &= P \cdot \dot{X} + p_5 J_1 = \sum_{i=1}^4 p_i(t) \cdot \dot{X}_i + p_5 J_1 \\
 &= p_1 \left\{ \frac{V_{ex}}{\tau - x_4} \cdot u_3 u_1 - \bar{g}_{fz}(\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{\psi}) \right\} \\
 &\quad + p_2 \left\{ \frac{V_{ex}}{\tau - x_4} \cdot u_3 u_2 - \bar{g}_{fv}(\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{\psi}) \right\} \\
 &\quad + p_3 \left\{ \frac{V_{ex}}{\tau - x_4} \cdot u_4 - \bar{g}_{fz}(\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{\psi}) \right\} + p_4 - 1
 \end{aligned}$$

(ただし $p_5 = -1$) (3.1.6)

ベクトル関数 P に対しては次の正準方程式が成り立つ。

$$\dot{p}_i = -\frac{\partial H_1}{\partial x_i} \quad (i=1, \dots, 4)$$

(3.1.6)式を用い各成分についてこれを解けば、

$$\left. \begin{aligned}
 \dot{p}_1 &= -\frac{\partial H_1}{\partial x_1} = 0 \\
 \dot{p}_2 &= -\frac{\partial H_1}{\partial x_2} = 0 \\
 \dot{p}_3 &= -\frac{\partial H_1}{\partial x_3} = 0 \\
 \dot{p}_4 &= -\frac{\partial H_1}{\partial x_4} = \frac{-V_{ex}}{(\tau - x_4)^2} \cdot \{u_3(p_1 u_1 + p_2 u_2) + p_3 u_4\}
 \end{aligned} \right\}$$

(3.1.7)

これより $p_i(x_i) (i=1, \dots, 4)$ を求めれば次のようになる。

$$\left. \begin{aligned}
 p_1(x_1) &= p_1(T), \quad p_2(x_2) = p_2(T), \quad p_3(x_3) = p_3(T) \\
 p_4(x_4) &= Q \cdot \{p_1(T) \cdot u_3 u_1 + p_2(T) \cdot u_3 u_2 \\
 &\quad + p_3(T) \cdot u_4\} + p_4(T)
 \end{aligned} \right\}$$

(3.1.8)

ただし、 (T) は終端点での値を表わし、 Q は

$$Q = -V_{ex} \{1/(\tau - T) - 1/(\tau - x_4)\}$$

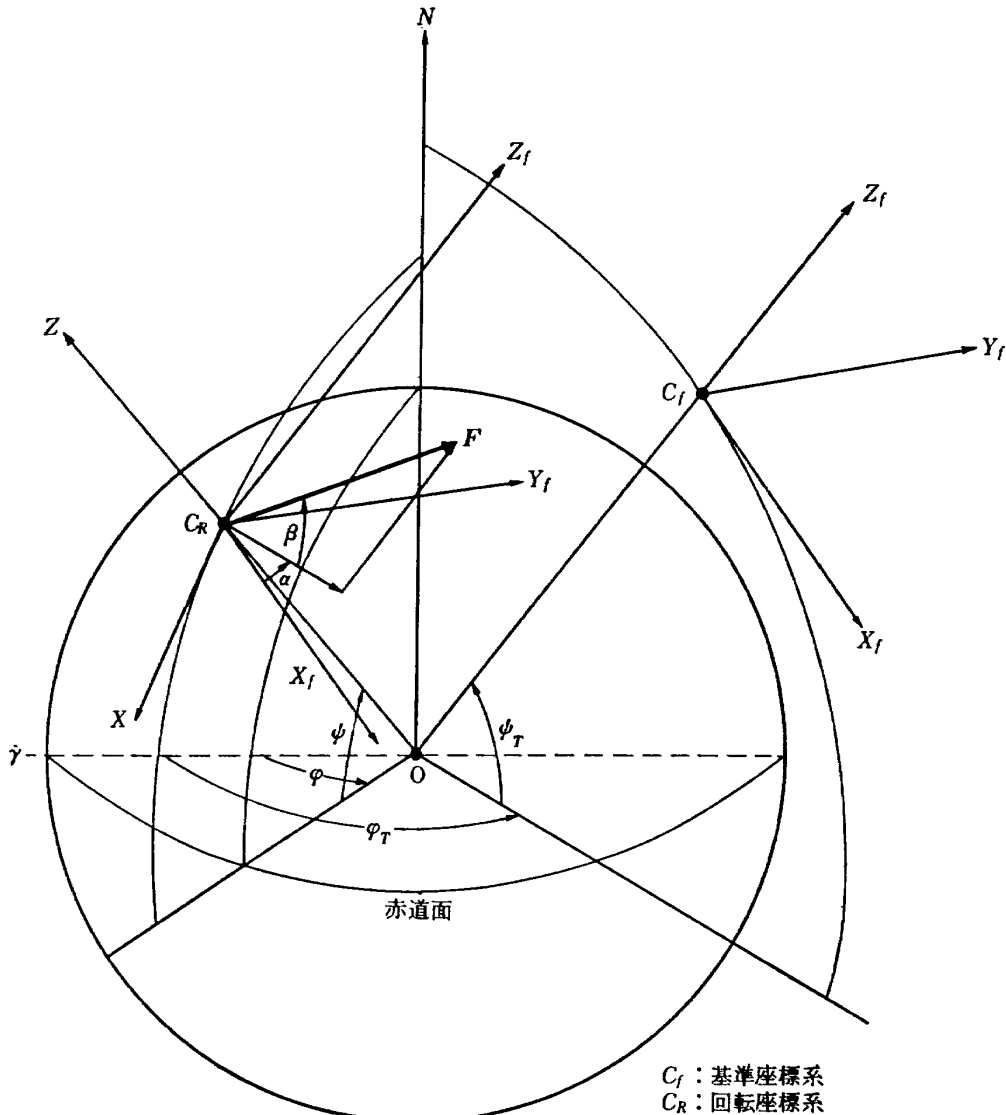


図 1 座 標 系

である。今 $\{V_{ex}(\tau-x_4)\}=f$ とおき、 H_1 に上式の関係を代入すると

$$\begin{aligned} H_1 &= p_1(T) \cdot (f \cdot u_3 u_1 - \bar{g}_{fz}) + p_3(T) \cdot (f \cdot u_3 u_2 - \bar{g}_{fv}) \\ &\quad + p_3(T) \cdot (f \cdot u_4 - \bar{g}_{fz}) + Q \cdot \{ (p_1(T) \cdot u_1 \\ &\quad + p_2(T) \cdot u_2) u_3 + p_3(T) \cdot u_4 \} + p_4(T) - 1 \\ &= (f+Q) \cdot \{ p_1(T) \cdot u_1 u_3 + p_2(T) \cdot u_2 u_3 + p_3(T) \cdot u_4 \} \\ &\quad - (p_1(T) \cdot \bar{g}_{fz} + p_2(T) \cdot \bar{g}_{fv} + p_3(T) \cdot \bar{g}_{fz}) \\ &\quad + p_4(T) - 1 \end{aligned} \quad (3.1.6')$$

ここで、 ヨ -面の運動はピッチ面の運動に比べて小さい、すなわちそれぞれの面内の運動を近似的に独立であるとみなせば、 H_1 を最大にする u_i^* は (3.1.6') を用いて $(\partial H_1 / \partial u_i) = 0$ から求めることができる。これをおこなうと、(附録1参照)

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_1^*}{\sqrt{1-u_1^{*2}}} &= \frac{p_1(T)}{p_2(T)} \\ \frac{u_3^*}{\sqrt{1-u_3^{*2}}} &= \frac{\sqrt{p_1(T)^2 + p_2(T)^2}}{p_3(T)} \end{aligned} \right\} \quad (3.1.9)$$

となりそれぞれ一定値となる。ただし、これを求めるにあたっては $V_{ex} \cdot (f+Q) \neq 0$ なる関係を用いている。上で求めた u_i^* が制御領域内において、 H_1 の極大値すなわち最大値を与える事は次の計算からただちに判明する。すなわち一例をとれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 H_1}{\partial u_1^2} &= -(f+Q) \cdot u_3 \cdot p_2(T) \cdot u_1^{-3} \\ \frac{\partial^2 H_1}{\partial u_3^2} &= -(f+Q) \cdot p_3(T) \cdot u_3^{-3} \end{aligned} \right\} \quad (3.1.10)$$

上式において、 $0 < u_3, u_3 < 1$ でありかつ $p_2(T), p_3(T)$ は次の (3.1.11) 式からもわかるように、それぞれ終端点に到達するまでに必要な速度増分に等しいのでこれも正である。また、 $(f+Q)$ は実際の誘導の見地から負にはなり得ないので(附録2参照)総合して右辺は負となる。したがって u_1^*, u_3^* は H_1 を最大にするゆえ目的の条件を満たす最適なコントロールといえる。 u_2^*, u_4^* に対しても上述のような考察から同様な結論が得られる。これに対応する最適推力角をそれぞれ α_0, β_0 と書けば、これは (3.1.1) 式から次のように求める事が出来る。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= \tan^{-1} \frac{(\Delta V_{fv} + \bar{g}_{fv} \cdot T)}{(\Delta V_{fz} + \bar{g}_{fz} \cdot T)} \\ \beta_0 &= \tan^{-1} \frac{(\Delta V_{fz} + \bar{g}_{fz} \cdot T)}{\sqrt{(\Delta V_{fv} + \bar{g}_{fv} \cdot T)^2 + (\Delta V_{fz} + \bar{g}_{fz} \cdot T)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (3.1.11)$$

3.2 最適位置制御

推力一定ロケットの消費燃料最少制御は (3.1.11) 式

からもわかるように結局は速度ベクトル制御であるといえる。従ってこの制御のみでは一般に終端点における位置条件をも満足させるという保証は得られないので、精度の良い誘導をおこなうためには位置に関する制御をも考える必要がある。このために、ここでは前節で求めた最適推力角 α_0, β_0 に附加項をつけこれを制御する事によって位置条件を満足させるような誘導をおこなう事を考える。すなわち α, β を次のようにおく、

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \alpha_0 + \Delta\alpha \\ \beta &= \beta_0 + \Delta\beta \end{aligned} \right\} \quad (3.2.1)$$

ただし $\Delta\alpha \ll 1, \Delta\beta \ll 1$

原方程式 (3.1.1) にこれを代入し、計算を簡略化するために $\Delta\alpha, \Delta\beta$ の二次項を省略すれば、 $\Delta\alpha, \Delta\beta$ に関して線形な次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_f &= \frac{V_{ex}}{\tau-t} \{ \cos \alpha_0 \cdot \cos \beta_0 - \sin \alpha_0 \cdot \cos \beta_0 \cdot \Delta\alpha \\ &\quad - \cos \alpha_0 \cdot \sin \beta_0 \cdot \Delta\beta \} - \bar{g}_{fx}(\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{\psi}) \\ \ddot{y}_f &= \frac{V_{ex}}{\tau-t} \{ \sin \alpha_0 \cdot \cos \beta_0 - \cos \alpha_0 \cdot \cos \beta_0 \cdot \Delta\alpha \\ &\quad - \sin \alpha_0 \cdot \sin \beta_0 \cdot \Delta\beta \} - \bar{g}_{fy}(\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{\psi}) \\ \ddot{z}_f &= \frac{V_{ex}}{\tau-t} \{ \sin \beta_0 + \cos \beta_0 \cdot \Delta\beta \} - \bar{g}_{fz}(\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{\psi}) \end{aligned} \right\} \quad (3.2.2)$$

ただし、 $\sin \alpha \approx \alpha, \cos \alpha \approx 1, \sin \beta \approx \beta, \cos \beta \approx 1$ とおく。

(3.2.1) 式から、 $\Delta\alpha, \Delta\beta$ が大きくなるという事は α, β が α_0, β_0 からずれていく事を示し、これは消費燃料が増大する事を意味する。したがって $\Delta\alpha, \Delta\beta$ をできるだけ小さくするような制御をおこなうべきでこれには評価関数を次のように選ばばよい。

$$J_2 = \int_{t_0}^T (\Delta\alpha^2 + \Delta\beta^2) dt \quad (3.2.3)$$

境界条件は位置および速度に関して両端固定である。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \text{初期値 } (r_f(t_0), V_f(t_0): \text{固定}) \\ \text{終端値 } (r_f(t_f), V_f(t_f): \text{固定}) \end{aligned} \right\} \quad (3.2.4)$$

この問題に対して最大原理を用いる事にする。今各変数に対して再度次のような変数変換

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x_f, & x_3 &= \dot{x}_f \\ x_2 &= y_f, & x_4 &= \dot{y}_f \\ x_5 &= z_f, & x_6 &= \dot{z}_f \\ x_7 &= t, & x_8 &= J_2 \\ u_\alpha &= \Delta\alpha & u_\beta &= \Delta\beta \end{aligned} \right\} \quad (u_\alpha, u_\beta \leq 1) \quad (3.2.5)$$

をおこなえば、(3.2.2)式は次のようなオートノーマスの一階非線形微分方程式に帰着される。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{V_{ex}}{\tau-x_7} \{ \cos \alpha_0 \cdot \cos \beta_0 - \sin \alpha_0 \cdot \cos \beta_0 \cdot u_\alpha \\ &\quad - \cos \alpha_0 \cdot \sin \beta_0 \cdot u_\beta \} - \bar{g}_{fx}(\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{\psi}) \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{V_{ex}}{\tau-x_7} \{ \sin \alpha_0 \cdot \cos \beta_0 + \cos \alpha_0 \cdot \cos \beta_0 \cdot u_\alpha \\ &\quad - \sin \alpha_0 \cdot \sin \beta_0 \cdot u_\beta \} - \bar{g}_{fy}(\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{\psi}) \\ \dot{x}_5 &= x_6 \\ \dot{x}_6 &= \frac{V_{ex}}{\tau-x_7} \{ \sin \beta_0 + \cos \beta_0 \cdot u_\beta \} - \bar{g}_{fz}(\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{\psi}) \\ \dot{x}_7 &= 1 \\ \dot{x}_8 &= u_\alpha^2 + u_\beta^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.6)$$

ここで補助ベクトル λ を導入すると上式に対するハミルトン関数は、次式のように書ける。

$$H_2 = \lambda \cdot \dot{X} = \sum_{i=1}^7 \lambda_i \dot{x}_i - \lambda_8 J_2 \quad (3.2.7)$$

ただし $\lambda_8 = -1$ に選んである。最適制御をおこなうには上式の H_2 を最大にするようなコントロール、 u_α^* 、 u_β^* をみい出せばよい。それにはまず H_2 に含まれる未知数 λ を定めねばならない。 λ に関しては、前に求めたと同じように次の正準方程式 $\dot{\lambda}_i = -(\partial H_2 / \partial x_i)$ ($i=1 \cdots 7$) を解けばよい。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\lambda_{2j-1}}{dx_7} &= 0 \quad (j=1, 2, 3) \\ \frac{d\lambda_{2j}}{dx_7} &= -\lambda_{2j-1} \\ \frac{d\lambda_7}{dx_7} &= \frac{-V_{ex}}{(\tau-x_7)^2} \{ \lambda_2 (\cos \alpha_0 \cdot \cos \beta_0 \\ &\quad - \sin \alpha_0 \cdot \cos \beta_0 \cdot u_\alpha - \cos \alpha_0 \cdot \sin \beta_0 \cdot u_\beta) \\ &\quad + \lambda_4 (\sin \alpha_0 \cdot \cos \beta_0 + \cos \alpha_0 \cdot \cos \beta_0 \cdot u_\alpha \\ &\quad - \sin \alpha_0 \cdot \sin \beta_0 \cdot u_\beta) - \lambda_6 (\sin \beta_0 \\ &\quad + \cos \beta_0 \cdot u_\beta) \} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.8)$$

上式を解けば、

$$\left. \begin{aligned} \lambda(x_7)_{2j-1} &= \lambda(T)_{2j-1} \\ \lambda(x_7)_{2j} &= \lambda(T)_{2j} - \lambda(T)_{2j-1} \cdot x_7 \\ \lambda(x_7)_7 &= \lambda(T)_7 + \int_{x_7}^T d\lambda_7 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.9)$$

($j=1, 2, 3$)

この関係と (3.2.6) 式の関係を用いるとハミルトン関数 H_2 は次のようになる。

$$\begin{aligned} H_2 &= \lambda_1(T) \cdot \lambda_2 + (\lambda_2(T) - \lambda_1(T) \cdot x_7) \\ &\quad \times \left\{ \frac{V_{ex}}{(\tau-x_7)} (C\alpha_0 \cdot C\beta_0 - S\alpha_0 \cdot C\beta_0 \cdot u_\alpha \right. \\ &\quad \left. - C\alpha_0 S\beta_0 \cdot u_\beta) - \bar{g}_x(\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{\psi}) \right\} + \lambda_3(T) \cdot x_4 \\ &\quad + (\lambda_4(T) - \lambda_3(T) \cdot x_7) \left\{ \frac{V_{ex}}{(\tau-x_7)} (S\alpha_0 \cdot C\beta_0 \right. \\ &\quad \left. + C\alpha_0 \cdot C\beta_0 \cdot u_\alpha - S\alpha_0 \cdot S\beta_0 \cdot u_\beta) - \bar{g}_y(\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{\psi}) \right\} \\ &\quad + \lambda_5(T) x_6 + (\lambda_6(T) - \lambda_5(T) \cdot x_7) \\ &\quad \times \left\{ \frac{V_{ex}}{(\tau-x_7)} \cdot (S\beta_0 + C\beta_0 \cdot u_\beta) - \bar{g}_z(\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{\psi}) \right\} \\ &\quad + \int_{x_7}^T \frac{V_{ex}}{(\tau-x_7)^2} \cdot \{ (\lambda_2(T) - \lambda_1(T) \cdot x_7) \\ &\quad \times (C\alpha_0 \cdot C\beta_0 - S\alpha_0 \cdot C\beta_0 \cdot u_\alpha - C\alpha_0 \cdot S\beta_0 \cdot u_\beta) \\ &\quad + (\lambda_4(T) - \lambda_3(T) x_7) \cdot (S\alpha_0 \cdot C\beta_0 + C\alpha_0 \cdot C\beta_0 \cdot u_\alpha \\ &\quad - S\alpha_0 \cdot S\beta_0 \cdot u_\beta) + (\lambda_6(T) - \lambda_5(T) \cdot x_7) \\ &\quad \times (S\beta_0 + C\beta_0 \cdot u_\beta) \} - (u_\alpha^2 + u_\beta^2) \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

ここで $C\alpha_0 \equiv \cos \alpha_0$ 、 $C\beta_0 \equiv \cos \beta_0$ 、 $S\alpha_0 \equiv \sin \alpha_0$ 、 $S\beta_0 \equiv \sin \beta_0$ を表わす。上式からも明らかなように H_2 は u_α 、 u_β に関して上に凸な 2 次関数ゆえその極大値は最大値に一致する。従って最適な u_α^* 、 u_β^* は u_α 、 u_β がともに微小な修正量であり、互に独立であるとみなせば、 $(\partial H_2 / \partial u_\alpha) = 0$ 、 $(\partial H_2 / \partial u_\beta) = 0$ より次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} u_\alpha^* &= \frac{-C\beta_0}{2} \cdot \frac{V_{ex}}{(\tau-x_7)} (\lambda_{24} - \lambda_{13} \cdot x_7) + \frac{C\beta_0 \cdot V_{ex}}{2} \\ &\quad \times \int_{x_7}^T \frac{1}{(\tau-x_7)^2} \cdot (\lambda_{24} - \lambda_{13} \cdot x_7) dx_7 \\ u_\beta^* &= \frac{-1}{2} \cdot \frac{V_{ex}}{(\tau-x_7)} (\lambda_{246} - \lambda_{135} \cdot x_7) + \frac{V_{ex}}{2} \\ &\quad \times \int_{x_7}^T \frac{1}{(\tau-x_7)^2} \cdot (\lambda_{246} - \lambda_{135} \cdot x_7) dx_7 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.11)$$

ただし、上式の λ_{13} 、 λ_{24} 、 λ_{135} 、 λ_{246} は次のような値を表わす。

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{13} &\equiv \lambda_1(T) \cdot S\alpha_0 - \lambda_3(T) C\alpha_0 \\ \lambda_{24} &\equiv \lambda_2(T) \cdot S\alpha_0 - \lambda_4(T) \cdot C\alpha_0 \\ \lambda_{135} &\equiv \lambda_1(T) \cdot C\alpha_0 \cdot S\beta_0 + \lambda_3(T) \cdot S\alpha_0 \cdot S\beta_0 \\ &\quad - \lambda_5(T) \cdot C\beta_0 \\ \lambda_{246} &\equiv \lambda_2(T) \cdot C\alpha_0 \cdot S\beta_0 + \lambda_4(T) \cdot S\alpha_0 \cdot S\beta_0 \\ &\quad - \lambda_6(T) \cdot C\beta_0 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.12)$$

u_α^* および u_β^* を定めるためには $\lambda_i(T)$ 、($i=1, \dots, 6$) を定めねばならぬが、上式のようにこれ等をまとめた新しい定数 λ_{13} 、 λ_{24} 、 λ_{135} 、 λ_{246} を定義すれば、未知

数を6ケから4ケに減らす事ができ、計算はかなり楽になる。今回も状態変数 x_i ($i=1, \dots, 6$) は両端点ですべて固定されているため、横断条件からは何らの条件も得られないが、 u_α^* , u_β^* が加わった場合の終端点における速度 $V(T)^*$ は目的とする終端速度 $V_f(T)$ に一致しなければならないという規制から次の条件が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta V_z(T) &\equiv V_{fz}(T) - V_{fz}(T)^* \\ &= \int_{t_0}^T \frac{V_{ex}}{(\tau - x_1)} \cdot C\beta_0 \cdot u_\beta^* dx_1 = 0 \\ \Delta V_x(T) &\equiv V_{fx}(T) - V_{fx}(T)^* \\ &= \int_{t_0}^T \frac{V_{ex}}{(\tau - x_1)} \cdot \{S\alpha_0 \cdot C\beta_0 \cdot u_\alpha^* \\ &\quad + C\alpha_0 \cdot S\beta_0 \cdot u_\beta^*\} = 0 \\ \Delta V_y(T) &\equiv V_{fy}(T) - V_{fy}(T)^* \\ &= \int_{t_0}^T \frac{V_{ex}}{(\tau - x_1)} \{C\alpha_0 \cdot C\beta_0 \cdot u_\alpha \\ &\quad - S\alpha_0 \cdot S\beta_0 \cdot u_\beta\} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.13)$$

上式に u_α^* , u_β^* の値を代入し、積分をおこなって整理すると次の関係式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} A \cdot \lambda_{24} + B \cdot \lambda_{13} &= 0 \\ A \cdot \lambda_{246} + B \cdot \lambda_{135} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.14)$$

ただし、 A , B はそれぞれ次のような値である。

$$\left. \begin{aligned} A &= \left(\frac{1}{\tau - t_0} \right) \cdot \log \left(\frac{\tau - t_0}{\tau - T} \right) \\ B &= - \left[\log \left(\frac{\tau - t_0}{\tau - T} \right) \cdot \left\{ \frac{t_0}{\tau - t_0} + \log(\tau - t_0) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \{ (\log(\tau - T))^2 - (\log(\tau - t_0))^2 \} \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.2.15)$$

残りの条件は原方程式を直接積分して、求めねばならないが、4ケの未知数ゆえ x , y , z の3成分のうち、2成分を用いればよい。ここでは z 成分、および x 成分を用いて、これをおこない整理した結果は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} H_z' &= A' \cdot \lambda_{246} + B' \cdot \lambda_{135} \\ H_x' &= A' \cdot \lambda_{24} + B' \cdot \lambda_{13} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.16)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} H_z' &= -\tau \cdot H_z / (V_{ex} \cdot C\beta_0^2) \\ H_x &= (1/V_{ex}) \cdot \left\{ (Z_f(T) - Z_f(t_0)) - V_{fz}(t_0) \right. \\ &\quad \left. \times (T - t_0) + \frac{\bar{g}_z}{2} (T - t_0)^2 \right\} \\ &\quad - S\beta_0 \cdot \left\{ (T - t_0) - (\tau - T) \cdot \log \left(\frac{\tau - t_0}{\tau - T} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.17)$$

$$\left. \begin{aligned} H_x' &= (H_x - H_x' \cdot \tan \beta_0) / (\tan \alpha_0 \cdot C\beta_0) \\ H_x &= \left\{ X_f(T) - X_f(t_0) - V_{fx}(t_0) \cdot (T - t_0) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\bar{g}_{fx}}{2} (T - t_0)^2 \right\} \cdot \frac{2}{V_{ex}^2 C\beta_0 \cdot C\alpha_0} \\ &\quad - \frac{2}{V_{ex}} \left\{ (T - t_0) - (\tau - T) \cdot \ln \left(\frac{\tau - t_0}{\tau - T} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.18)$$

$$\left. \begin{aligned} A' &= \int_{t_0}^T A \cdot dt = \frac{1}{\tau - t_0} \left\{ (T - t_0) - (\tau - T) \cdot \ln \left(\frac{\tau - t_0}{\tau - T} \right) \right\} \\ B' &= \int_{t_0}^T B \cdot dt = \frac{-\tau(T - t_0)}{(\tau - t_0)} + (\tau + T) \cdot \log \left(\frac{\tau - t_0}{\tau - T} \right) \\ &\quad \times \left\{ \frac{t_0}{\tau - t_0} + \log(\tau - t_0) + \frac{(\tau - T)}{2} \right\} \\ &\quad \times \{ (\log(\tau - T) - 1)^2 - (\log(\tau - t_0) - 1)^2 \} \end{aligned} \right\}$$

したがって(3.2.14)および(3.2.16)式の4つの関係式から、 λ_{13} , λ_{24} , λ_{135} , λ_{246} を求めると、

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{246} &= \frac{\begin{vmatrix} B & O \\ B' & H_x' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A & B \\ A' & B' \end{vmatrix}} = \frac{-B \cdot H_x'}{(AB' - BA')} \\ \lambda_{135} &= \frac{-\begin{vmatrix} O & A \\ H_x' & A' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A & B \\ A' & B' \end{vmatrix}} = \frac{A \cdot H_x'}{(AB' - BA')} \\ \lambda_{24} &= \frac{-\begin{vmatrix} B & O \\ B' & H_x' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A & B \\ A' & B' \end{vmatrix}} = \frac{-B \cdot H_x'}{(AB' - A'B)} \\ \lambda_{13} &= \frac{-\begin{vmatrix} O & A \\ H_x & A' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A & B \\ A' & B' \end{vmatrix}} = \frac{A \cdot H_x'}{(AB' - A'B)} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.19)$$

以上の計算から u_α^* , u_β^* を一意的に定めることができた。

4. 燃料燃焼時間 T の決定

燃料燃焼時間 T を求める方法は既報告¹⁾と同じやり方でこれは現時点と終端点との速度差に重力損失を加えたものが推力によって得られねばならない速度増分であるという考え方にもとづくものであり、サターン・ロケットの誘導法³⁾にも用いられている方法である。次にこの方法を略記する。

推力による速度増分を ΔV_r とし、簡単のために $t_0 = 0$ に選べば、

$$\left. \begin{aligned} \Delta V_r &= \int_0^T \frac{F}{m} \cdot dt = \int_0^T \frac{V_{ex}}{\tau - t} \cdot dt \\ &= V_{ex} \cdot \log \left(\frac{\tau}{\tau - T} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

今後得られなければならない速度増分を δV とすると

$$\delta V = \sqrt{\delta V_x^2 + \delta V_y^2 + \delta V_z^2} \quad (4.2)$$

ただし上式の各成分は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \delta V_x &= \{V_{fx}(T) - V_{fx}(0)\} - \bar{g}_{fx}(\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{\psi}) \cdot T \\ \delta V_y &= \{V_{fy}(T) - V_{fy}(0)\} - \bar{g}_{fy}(\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{\psi}) \cdot T \\ \delta V_z &= \{V_{fz}(T) - V_{fz}(0)\} - \bar{g}_{fz}(\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{\psi}) \cdot T \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

以上の3つの式から T を求めればよいが、これは(4.1)式が超越関数のため解析的には解く事ができない。そこで次のような近似解法を用いる。今 T の第0次近似を T' とし、これを用いて T を次のように表わす。

$$T = T' + \delta T \quad (4.4)$$

これを(4.1)式に代入し、 δT の高次項を無視すれば、

$$\delta V = C_1 + C_2 \cdot \delta T \quad (4.5)$$

ただし

$$\begin{aligned} C_1 &= -V_{ex} \cdot \log(1 - T'/\tau) \\ C_2 &= V_{ex}/(\tau - T') \end{aligned}$$

この(4.5)式と(4.2)式を辺々2乗して等しいとおけば δT に関して次の2次式が得られる。

$$D_1 \delta T^2 + 2D_2 \cdot \delta T + D_3 = 0 \quad (4.6)$$

これより

$$\delta T = \{-D_2 \pm \sqrt{D_2^2 - D_1 D_3}\} / D_1$$

ただし、

$$\begin{aligned} D_1 &= C_2^2 - \bar{g}(\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{\psi})^2 \\ D_2 &= C_1 \cdot C_2 - \bar{g}_{fx} \cdot (\bar{g}_{fy} \cdot T' - \Delta V_{fy}) - \bar{g}_{fy} \cdot (\bar{g}_{fz} \cdot T' - \Delta V_{fz}) \\ &\quad - \Delta V_{fy} - \bar{g}_{fz} \cdot (\bar{g}_{fx} \cdot T' - \Delta V_{fx}) \\ D_3 &= C_1^2 - (\Delta V_{fx} - \bar{g}_{fx} \cdot T')^2 - (\Delta V_{fy} - \bar{g}_{fy} \cdot T')^2 \\ &\quad - (\Delta V_{fz} - \bar{g}_{fz} \cdot T')^2 \end{aligned}$$

根号の \pm は T' を T よりも大きくとるか小さくとるかによって選ばねばならない。実際の計算にあたっては T' が T の充分よい近似を与えるまでくり返し計算をおこなってから δT を求めている。

5. 誘導シミュレーション

上述の誘導方程式を評価するために計算機による誘導シミュレーションをおこなった。このシミュレーション・プログラムのフローチャートを示せば図2のようになる。すなわちあらかじめ与えられている終端点の値とロケットの軌道方程式を解いて得られる現時点での値とを比較してそれが零になるまで誘導はおこなわれることになる。またこのシミュレーションでは推

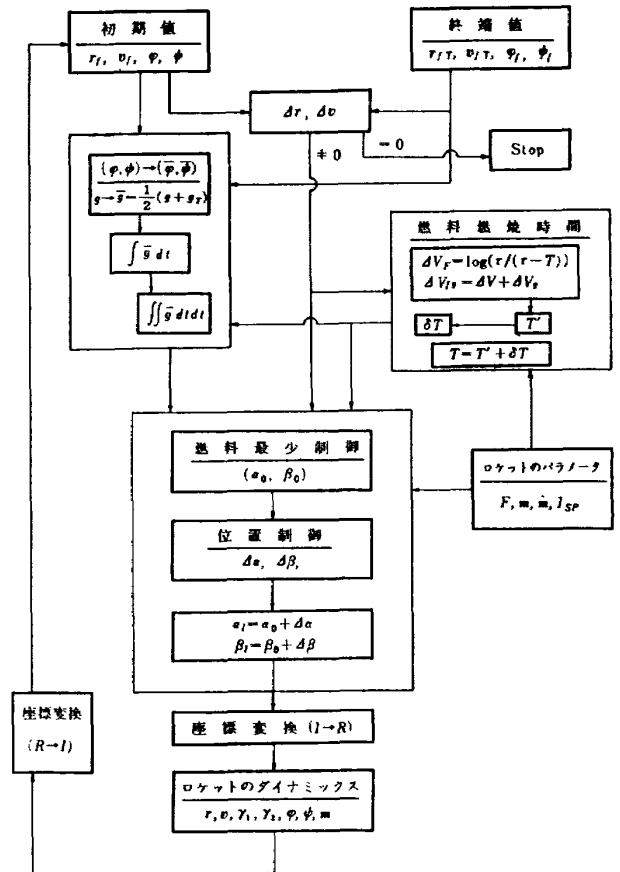


図2 シミュレーションフローチャート

力角、燃料燃焼時間等の計算のほか軌道方程式および座標変換法が必要である。これ等を次にのべる。

5.1 ロケットの軌道方程式

ロケットの飛しょう径路を表わす運動方程式は記述する座標系によってかなり形が変わる。ここではロケットと共に時々刻々変ってゆく座標系、すなわち図3に示すような地球中心を通る局所垂直方向に Z 軸、経度線および緯度線にそった方向にそれぞれ X 軸および Y 軸を持つ回転座標系を用いることにする。この座標系は慣性座標系に比べてやや複雑であるが、これによって記述される運動方程式は次に示すように非常に簡明な形になる。

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= -\left(\frac{V}{r}\right) \cdot \cos \gamma_2 \cdot \cos \gamma_1 \\ \dot{\phi} &= \left(\frac{V}{r}\right) \cos \gamma_2 \cdot \sin \gamma_1 / \cos \psi \\ \dot{r} &= V \cdot \sin \gamma_2 \\ V &= \left(\frac{F}{m}\right) \cdot \{\cos \theta_2 \cdot \cos(\gamma_1 - \theta_1) \cdot \cos \gamma_2 \\ &\quad + \sin \theta_2 \cdot \sin \gamma_2\} - g \sin \gamma_2 \\ \dot{\gamma}_1 &= \left(\frac{F}{m}\right) \cdot \cos \theta_2 \cdot \sin(\gamma_1 - \theta_1) \cdot \left(\frac{1}{V}\right) + \left(\frac{V}{r}\right) \\ &\quad \times \cos \gamma_2 \cdot \sin \gamma_1 \cdot \tan \psi \end{aligned}$$

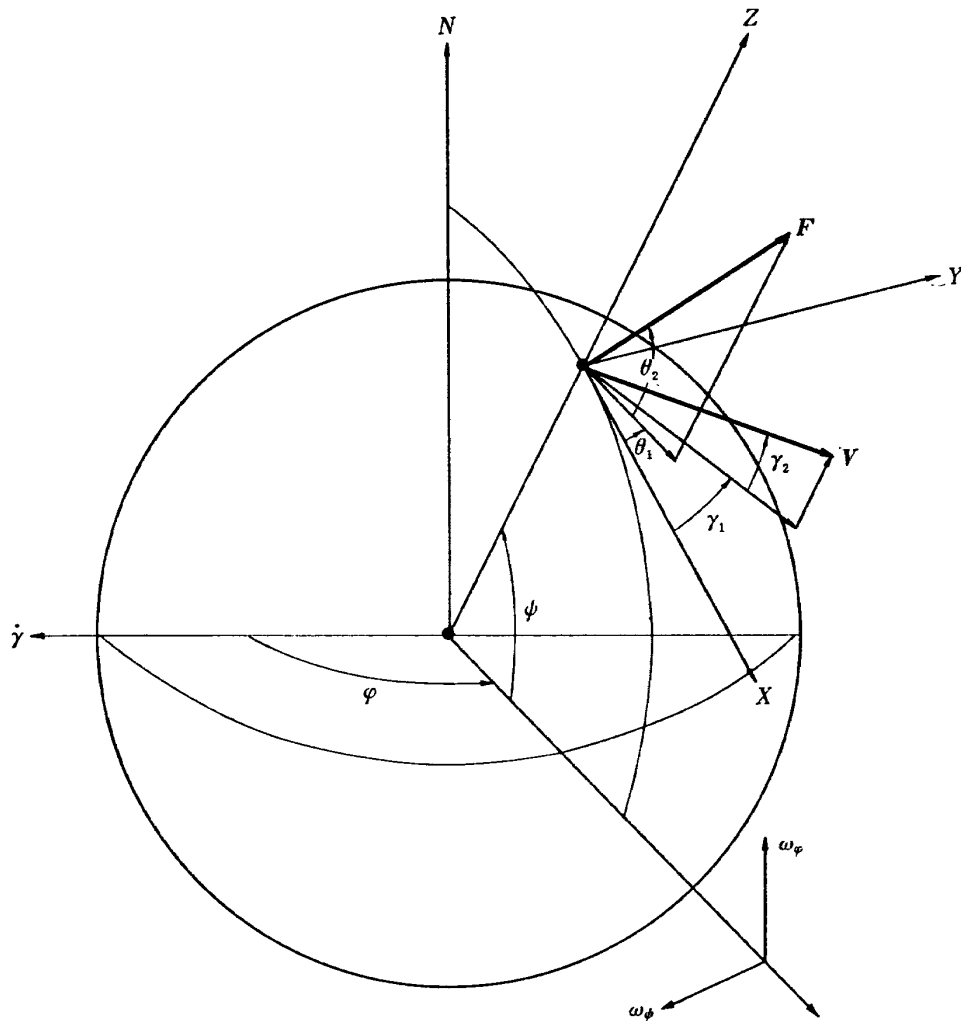


図3 ロケットのダイナミクス

$$\dot{\gamma}_2 = \frac{1}{V} \left[\left(\frac{F}{m} \right) \cdot \cos \theta_2 \cdot \cos \gamma_2 \cdot \{ \tan \theta_2 - \tan \gamma_2 \right. \\ \left. \times \cos (\gamma_1 - \theta_1) \} - g \cos \gamma_2 \right] - \left(\frac{V}{r} \right) \cdot \cos \gamma_2 \\ \dot{m} = - \frac{F}{g_0 \cdot I_{sp}}$$

上式は一階の非線形微分方程式ゆえ解析的には解けない。シミュレーションにあたっては RKN 法を用いて数値積分をおこなった。

5.2 シミュレーションのための座標変換

ここで計算された誘導方程式はすべて終端点に固定された慣性座標系で記述されておりロケットの軌道方程式が記述されている回転座標系との間の座標変換が必要である。基準座標系をなぜ終端点に選ぶかといえはロケットが終端目標点に近づくに従って座標変換の精度が問題になると云うことのほかに、簡易化のために平均化した諸量すなわち経度角、重力項が真の値に近づいてゆくために誘導の精度があがってくるという

利点があるためである。これ等の座標系の関係を図4に示す。

5.2.1 位置および速度の変換

回転座標系および慣性座標系における単位ベクトルをそれぞれ (i, j, k) , (i_f, j_f, k_f) とすればよく知られているように位置および速度に関する次の関係が得られる。

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_f &= r_{xf} \cdot \mathbf{i}_f + r_{yf} \cdot \mathbf{j}_f + r_{zf} \cdot \mathbf{k}_f \\ &= r_x \cdot \mathbf{i} + r_y \cdot \mathbf{j} + r_z \cdot \mathbf{k} = A(i, j) \mathbf{r} \\ \mathbf{v} &= \frac{d\mathbf{r}}{dt} + [\boldsymbol{\omega}_R \times \mathbf{r}] \end{aligned}$$

回転座標系と慣性座標系との関係は次式によって与えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_f &= P(\phi_f) \cdot F(\phi_f - \phi) \cdot P(-\phi) \cdot \mathbf{x} = A \mathbf{x} \\ \mathbf{x} &= P(-\phi)^{-1} \cdot F(\phi_f - \phi)^{-1} \cdot P(\phi_f) \cdot \mathbf{x}_f = A^{-1} \cdot \mathbf{x}_f \end{aligned}$$

ただし P, F は ϕ および ϕ_f に関する方向余弦マトリックスで次のような関係をもつ。

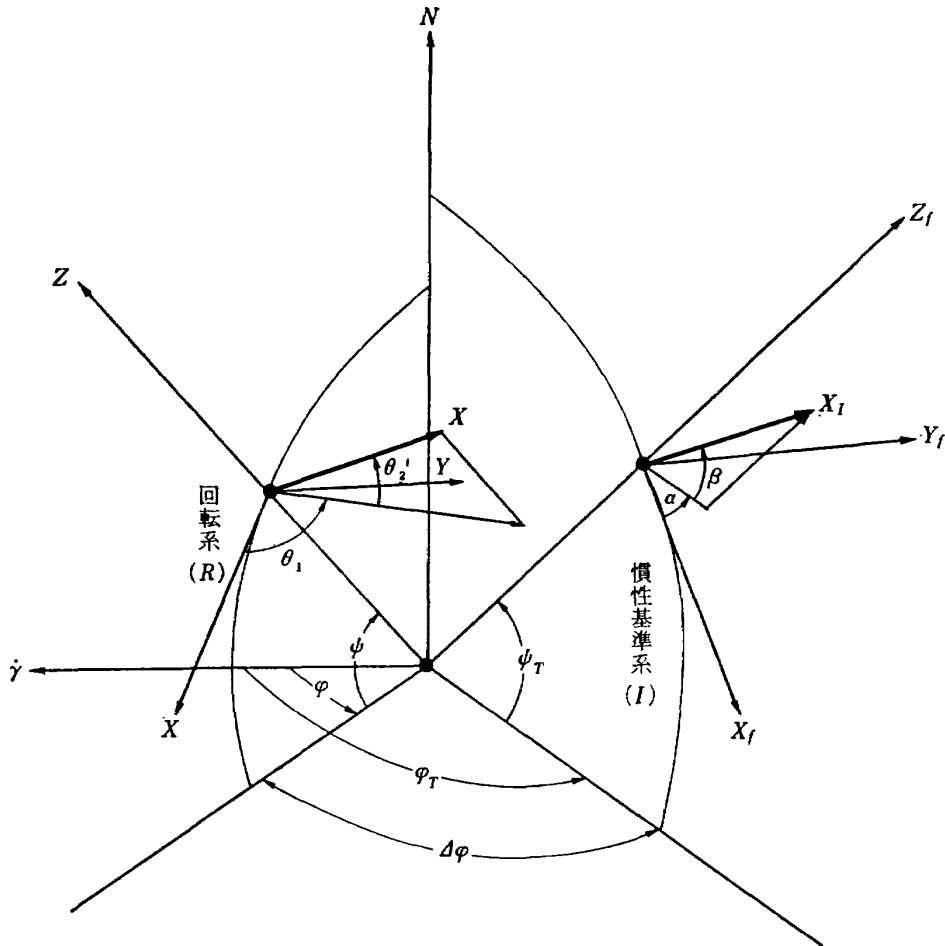


図 4 座標変換

$$P(\phi_f) = \begin{pmatrix} \cos \phi_f & 0 & \sin \phi_f \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi_f & 0 & \cos \phi_f \end{pmatrix}$$

$$P(-\phi) = \begin{pmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi \end{pmatrix}$$

$$F(\phi_f - \phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi_f - \phi) & -\sin(\phi_f - \phi) \\ 0 & \sin(\phi_f - \phi) & \cos(\phi_f - \phi) \end{pmatrix}$$

上式の関係を用いて位置および速度の座標変換をおこなってやればよい。

5.2.2 重力項の変換

重力は仮定により $\varphi' = \frac{1}{2}(\phi_f + \varphi)$, $\psi' = \frac{1}{2}(\phi_f + \psi)$ の地点で方向は地球中心を向いている。したがってこれを基準座標系に変換してやらねばならない。これには (5.2.1) で求めた関係式をそのまま利用することが出来る。すなわちその関係は次式で与えられる。

$$\bar{g}_f = P(\phi_f) \cdot F\left(\frac{\phi_f - \varphi}{2}\right) \cdot P\left(\frac{-(\phi_f + \varphi)}{2}\right) \cdot \bar{g}$$

5.2.3 推力角の変換

第3章で求めた推力角は基準座標系について得られ

たものであるから、シミュレーションをおこなうにあたってはこれを回転座標系の角度に変換してやらねばならない。その関係は同様に次式によって与えられる。

$$F(\theta_1, \theta_2) = P(-\phi)^{-1} \cdot F(\phi_f - \varphi)^{-1} \cdot P(\phi_f)^{-1} \cdot F_f(\alpha, \beta)$$

ただし $F_f(\alpha, \beta)$, および $F(\theta_1, \theta_2)$ は、

$$F_f(\alpha, \beta) = \begin{pmatrix} \frac{F}{m} \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha \\ \frac{F}{m} \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha \\ \frac{F}{m} \cdot \sin \beta \end{pmatrix}$$

$$F(\theta_1, \theta_2) = \begin{pmatrix} \left(\frac{F}{m}\right) \cdot \cos \theta_2 \cdot \cos \theta_1 \\ \left(\frac{F}{m}\right) \cdot \cos \theta_2 \cdot \sin \theta_1 \\ \left(\frac{F}{m}\right) \cdot \sin \theta_2 \end{pmatrix}$$

で与えられるので、これを θ_1, θ_2 について解けばよい。

5.3 シミュレーションと評価

シミュレーションに用いたロケット・モデルは既発表¹⁾に用いたモデルと同じもので、図5のような諸元になっている。これは I_{sp} が 300 sec という一般の固

体ロケットに比べてやや高性能なロケットを想定している。誘導をおこなう見地からすると、低推力のロケットほど制御時間が長くとれるのでやりやすいことになる。ミッションとしては既発表¹⁾のものと本質的に

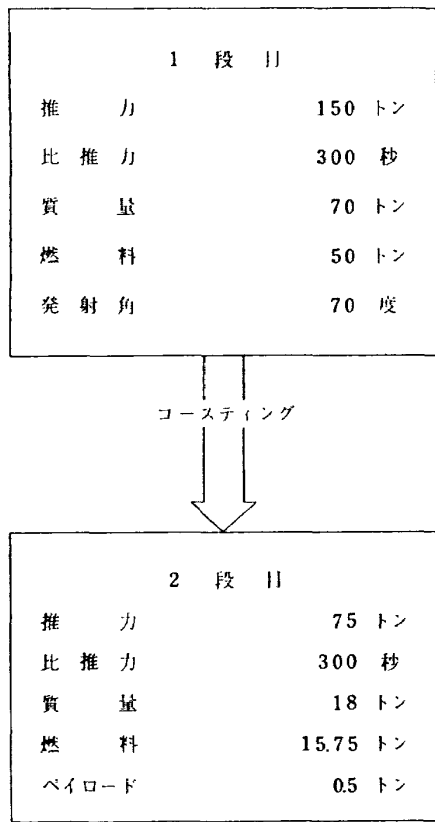


図5 ロケットの諸元

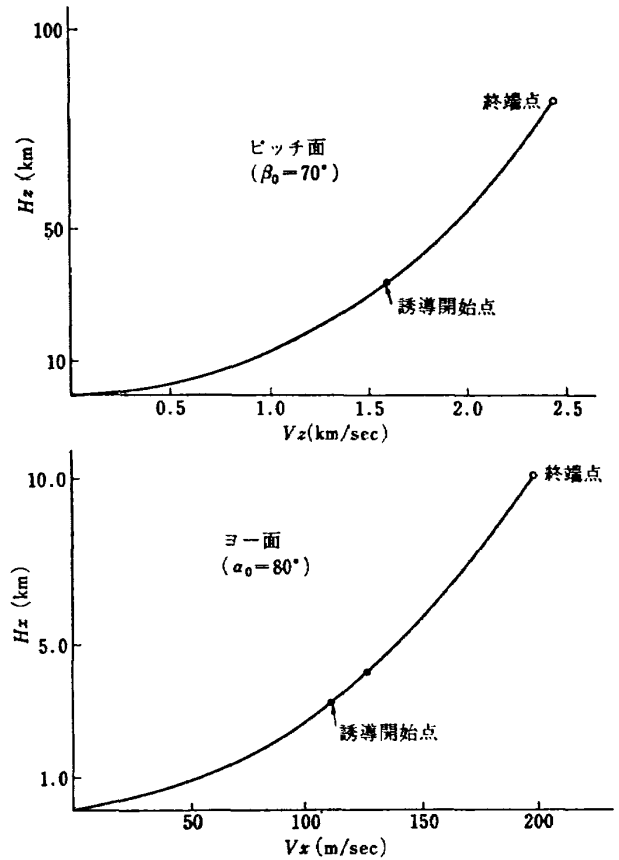


図6 初段の飛しょう径路

表1 誘導シミュレーションの例

例	運動面	各成分	基準の初期値	実際の初期値	初期の差	基準の終端値	誘導の終端値	誘導誤差
1	ピッチ	z (km)	35.4	33.63	-1.77 (-5%)	89.3	88.6	-0.7
		\dot{z} (m/s)	1642	1642	0 (0%)	2502	2503	1
	ヨー	x (km)	4.75	4.51	-0.24 (-5%)	0	-0.01	-0.01
		\dot{x} (m/s)	113	113	0 (0%)	201.3	201.8	0.5
2	ピッチ	z (km)	35.4	35.4	0 (0%)	89.3	88.7	-0.6
		\dot{z} (m/s)	1642	1724	82.1 (+5%)	2502	2503	1
	ヨー	x (km)	4.75	4.75	0 (0%)	0.0	0.25	0.25
		\dot{x} (m/s)	113	118.65	5.65 (+5%)	201.3	202.5	1.2
3	ピッチ	z (km)	35.4	31.86	-3.54 (-10%)	89.3	88.0	-1.3
		\dot{z} (m/s)	1642	1477.8	-164.2 (-10%)	2502	2498	-4
	ヨー	x (km)	4.75	4.255	-0.475 (-10%)	0	0.12	0.12
		\dot{x} (m/s)	113	101.7	-11.3 (-10%)	201.3	204.5	3.2

は同じものであるが、ただし推力角はヨ一方向運動をあたえるために $\alpha_0=80^\circ$ に設定している。それ等の飛しょう径路を速度一位置関係で示せば図6のようになる。したがって日本近傍から打上げた場合を考えると、緯度 30° とすれば衛星の軌道傾斜角 40° という事になる。2段目は初段に比べて誘導時間が倍 (60 sec 以上) 位あり、かつその位置の変化も図6からわかるように少ないので誘導はやりやすい。したがってここでは空気抵抗がかなり減少した時点高度 35 km から空気力を無視した計算により誘導を始めた。すなわち燃焼時間は発射後 70 sec 後から 100 sec までの 30 sec 間の初段に対する誘導結果を表1に示す。これから明らかなように初期値のずれが 5% 以下程度であれば終端点でのずれは 700 m 以下におさまるが、10% 近いずれがある場合にはやや誘導の精度がおちて 1.3 km 以下程度となる。これは燃料燃焼終了時間が T 速度の絶対値に対して決められるので、各速度成分が終端点ですべて終端条件を満たさない状態でも、その合成速度さえ一致すれば燃焼終了命令が出されるからであり、さらに、本例の場合の誘導時間は、ロケットそのものがかなり高加速しているにもかかわらず、かなり短いため、軌道運動が誘導指令に充分追従出来ていないことを示している。このことは、NAL-TR-161 で行なったシミュレーションでも初段の誘導時には同様な現象を生じたが、2段目の誘導では、推力に較べ誘導時間が長いので全く誘導誤差は認められなかった。このような理由から、本報告の誘導方程式でも全く同様な

ことが云えるわけで実用上何ら問題ないものと思われる。なお2段目以降軌道導入までの実際の計算例については、更に大型の、しかも実現性のあるロケットに関して行なったものを改めて発表する予定である。

6. 結 言

ヨ一方向の運動を考慮した直接式誘導法を導いた。用いた手法は最適制御であるが、運動方程式の非線形性を減らすための簡易化と、終端点の位置を合わせるために最適値に附加項をつける方法を用いているので、全体としては準最適制御と考えるべきかもしれない。いずれにしても、NAL-TR-161 では真東打上げの場合しか適用出来ないがこの誘導方程式によりドッキングなどを含む任意の打上角に対する誘導が可能となった。なお種々のミッションに対する誘導誤差等については、ロケットシステムとの関連性を充分考慮しながら行って行くつもりである。

参 考 文 献

- 1) 新田慶治ほか：宇宙飛しょう体の直接式最適誘導法，航技研 TR-161，1968年8月
- 2) Fred Teren: Explicit Guidance Equations for Multistage Boost Trajectories, NASA TN-D-3189, 1966
- 3) Doris C. Chandler: Development of the Iterative Guidance Mode with its Application to Various Vehicle and Control Conference 1966, Collected Paper pp. 697-712.

附録 1.

u_1, u_2 に対して (3.1.5) 式の関係から

$$\begin{aligned} u_1^2 + u_2^2 &= 1 \\ u_1 + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial u_1} &= 0 \end{aligned}$$

が得られる。これを用いると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_1}{\partial u_1} &= p_1(T) f u_3 + p_2 f u_3 \frac{\partial u_2}{\partial u_1} \\ &+ Q \left(p_1(T) + p_2(T) \frac{\partial u_2}{\partial u_1} \right) u_3 \\ &= p_1(T) f u_3 - p_2 f u_3 \frac{u_1}{u_2} \\ &+ Q u_3 p_1(T) - Q p_2(T) u_3 \frac{u_1}{u_2} \\ &= \frac{p_1(T)(f+Q)u_3u_2 - p_2(T)(f+Q)u_3u_1}{u_2} \\ &= 0 \\ \therefore \frac{u_1}{u_2} &= \frac{u_1}{\sqrt{1-u_1^2}} = \frac{p_1(T)}{p_2(T)} \end{aligned}$$

また u_3, u_4 に対しても同様に

$$\begin{aligned} u_3^2 + u_4^2 &= 1 \\ u_3 + u_4 \frac{\partial u_4}{\partial u_3} &= 0 \\ \frac{\partial u_4}{\partial u_3} &= -\frac{u_3}{u_4} \end{aligned}$$

の関係を用いると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_1}{\partial u_3} &= (f+Q) \left\{ p_1(T) u_1 + p_2(T) u_2 - p_3(T) \frac{u_4}{u_3} \right\} \\ &= 0 \\ \therefore \frac{\{ p_1(T) u_1 + p_2(T) u_2 \} u_3 - p_3 u_4}{u_3} &= 0 \end{aligned}$$

一方

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{p_1(T)}{p_2(T)}, \quad u_1^2 + u_2^2 = 1$$

の関係から u_2 は次のようになる。

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{p_1(T)}{p_2(T)} \right\}^2 u_2^2 + u_2^2 &= 1 \\ \therefore u_2^2 &= \frac{1}{(1 + p_1^2(T)/p_2^2(T))} \end{aligned}$$

同様に u_1 は

$$\begin{aligned} u_1^2 &= 1 - \frac{1}{(1 + p_1^2(T)/p_2^2(T))} \\ &= \frac{p_1^2(T)/p_2^2(T)}{1 + p_1^2(T)/p_2^2(T)} \end{aligned}$$

これを $\partial H_1/\partial u_3=0$ の関係式に代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{u_3}{u_4} &= \frac{p_1(T) u_1 + p_2(T) u_2}{p_3(T)} \\ &= \frac{p_1(p_1/p_2) + p_2}{\sqrt{1 + p_1^2/p_2^2} \cdot p_3} = \frac{p_2(p_1^2/p_2^2 + 1)}{\sqrt{1 + (p_1/p_2)^2} \cdot p_3} \\ &= \frac{p_2}{p_3} \sqrt{p_1^2/p_2^2 + 1} = \frac{\sqrt{p_1^2 + p_2^2}}{p_3} \end{aligned}$$

附録 2.

$Q+f>0$ の証明

$$\begin{aligned} Q+f &= -V_{ex} \left\{ \frac{1}{\tau-T} - \frac{1}{\tau-x_4} \right\} + \frac{V_{ex}}{\tau-x_4} \\ &= -V_{ex} \left\{ \frac{1}{\tau-T} - \frac{\tau}{\tau-x_4} \right\} \quad (1) \end{aligned}$$

ここで x_4 および T は次のような値をとる。

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq x_4 \leq T \\ 0 \leq T \leq T_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

したがって (2) 式を満たす T のすべての値に対して (1) 式が正になる事がいえればよい。

1. もし $T=0$ なら必然的に (2) 式より $x_4=0$ となり (1) 式は、

$$(Q+f)_{T=0} = -V_{ex} \left\{ \frac{1}{\tau} - \frac{2}{\tau} \right\} = \frac{V_{ex}}{\tau} > 0$$

2. 次に $T=T_{\max}$ の時を考える。

$t=0$ におけるロケットの総重量を m_0 , 燃料を m_{f0} , 残りの部分を m_s とすれば

$$m_0 = m_{f0} + m_s$$

したがって τ は

$$\tau = \frac{m_0}{\dot{m}} = \frac{m_{f0}}{\dot{m}} + \frac{m_s}{\dot{m}} \quad (3)$$

今誘導開始時点において使用可能な残存燃料を m_f すでに消費された燃料を $m_{fc} = \alpha \cdot m_{f0}$, ($0 \leq \alpha \leq 1$) とすれば, T のとり得る最大の値は

$$T_{\max} = \frac{m_f}{\dot{m}} = \frac{m_{f0} - m_{fc}}{\dot{m}} = \frac{m_{f0}}{\dot{m}} (1 - \alpha) \quad (4)$$

イ. もし $x_4 = T_{\max}$ なら (1) 式は、

$$\begin{aligned} (Q+f) &= -V_{ex} \left\{ \frac{1}{\tau - T_{\max}} - \frac{2}{\tau - T_{\max}} \right\} \\ &= \frac{V_{ex}}{\tau - T_{\max}} \\ &= \frac{V_{ex}}{\left\{ \left(\frac{m_{f0}}{\dot{m}} \right) + \left(\frac{m_s}{\dot{m}} \right) \right\} - (1 - \alpha) \left(\frac{m_{f0}}{\dot{m}} \right)} \\ &= V_{ex} \left\{ \left(\frac{m_0}{\dot{m}} \right) + \alpha \left(-\frac{m_{f0}}{\dot{m}} \right) \right\}^{-1} > 0 \end{aligned}$$

ロ. $x_1=0$ の時は(3), (4)式の関係から

$$\begin{aligned}
 (Q+f) &= -V_{ex} \left\{ \frac{1}{\tau - T_{\max}} - \frac{2}{\tau} \right\} \\
 &= \frac{V_{ex}}{\tau(\tau - T_{\max})} (\tau - 2T_{\max}) \\
 &= \frac{V_{ex}}{\tau(\tau - T_{\max})} \left\{ \left(\frac{m_{f0}}{\dot{m}} + \frac{m_s}{\dot{m}} \right) \right. \\
 &\quad \left. - 2 \frac{m_{f0}}{\dot{m}} (1-\alpha) \right\} \\
 &= \frac{V_{ex}}{\tau - T_{\max}} \left\{ \frac{m_s}{m_0} + (2\alpha - 1) \frac{m_{f0}}{m_0} \right\}
 \end{aligned}$$

右辺第一項はイの関係式から正となる。第2項は α の値によって変わるが一般にロケットは大気層を抜けるための加速にその燃料の過半数を消費する、従って現実的見地から一般に $\alpha < \frac{1}{2}$ になる事は無い。さらに α は m_s と m_{f0} の比によってもっと小さな値であってもよい。従って上式は大気層外の領域においてはつねに正になると考えてもさしつかえない。以上から $(Q+f)$ は T および x_1 の取り得るすべての値に対して正になる事がわかる。

- TR-248 亜音速流中における二次元翼上の圧力分布の粘性効果を考慮に入れた計算法のプログラム
A Description of the Ideas Underlying a Computer Programme for Predicting the Aerofoil Pressure Distributions in Subcritical Viscous Flow 1971年11月 海老原正夫, 石田 洋治
小此木時雄
- TR-249 一般化 Newton-Raphson 法の計算機容量問題に対する改良最適化アルゴリズム
Modified Optimization Algorithm for Computer Storage Problems in Generalized Newton-Raphson Method 1971年10月 志 甫 徹
- TR-250 はりの大変形解析
Large Deflection of Cantilever Beams 1971年10月 多田 保夫, 日下 和夫
- TR-251 対称スピン衛星のニュートン運動による慣性力の場とそのニュートンダンパへの応用
Inertial Force Field Due to Nutational Motion of Spinning Axi-symmetric Satellite and its Application to Nutation Damper 1971年11月 村上 力, 狼 嘉彰
- TR-252 TA Study of Subsonic Two-Dimensional Wall-Interference Effects in a Perforated Wind Tunnel with Particular Reference to the NAL 2 m x 2 m Transonic Wind Tunnel Inapplicability of the Conventional Boundary Condition 1971年12月 Masao EBIHARA
- TR-253 圧縮性流れにおける翼型抗力の計算
A Calculation of Profile Drag of Airfoils in Compressible Flow 1971年11月 石田 洋治
- TR-254 翼と不連続境界との干渉について
Interference Between Wing and Surface of Velocity Discontinuity 1971年11月 犬丸 矩夫
- TR-255 地球の重力の作用下にある人工衛星の運動に関する研究
The Study on the Motion of an Artificial Satellite in the Earth's Gravitational Field 1971年12月 武内 澄夫
松島 弘一
- TR-256 リジッドヘリコプタロータのホバリングにおける縦揺れ減衰モーメントについて
On the Aerodynamic Damping Moment in Pitch of a Rigid Helicopter Rotor in Hovering 1971年11月 高沢 金吾
- TR-257 周期的な軸力を受ける結合柱の安定
The Dynamic Stability of a Connected Rod under Periodic Longitudinal force 1972年 1 月 佐野 政明

航空宇宙技術研究所報告 258 号

昭和 47 年 1 月 発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町 1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(代表)☎182

印刷所 有限会社啓文堂 松本印刷
東京都文京区水道 2-7-5
