

UDC 539.3.082.5:
678.762:
629.76

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-261

光弾性皮膜法による固体推進薬のひずみ測定

越 出 慎 一

1972 年 1 月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 報 告

- | | | | |
|---------|---|-----------|----------------------|
| TR-245 | ヘリコプタ高度・速度線図および臨界決定点の解析的推定法
An Analytical Method to Predict Height-Velocity Diagram Critical Decision Point of Rotorcraft | 1971年 8 月 | 古茂田真幸 |
| TR-246 | 梁の大変形問題の解析について
On Analysis of Large Deformation Problems of Beam | 1971年11月 | 泉 日出夫 |
| TR-247 | 任意物体のまわりの自由流線理論
On the Theory of Free Streamlines Past an Arbitrary Shape | 1971年 9 月 | 高 橋 侔 |
| TR-248 | 亜音速流中における二次元翼上の圧力分布の粘性効果を考慮に入れた計算法のプログラム
A Description of the Ideas Underlying a Computer Programme for Predicting the Aerofoil Pressure Distributions in Subcritical Viscous Flows | 1971年11月 | 海老原正夫, 石田洋治
小此木時雄 |
| TR-249 | 一般化 Newton-Raphson 法の計算機容量問題に対する改良最適化アルゴリズム
Modified Optimization Algorithm for Computer Storage Problems in Generalized Newton-Raphson Method | 1971年10月 | 志 甫 徹 |
| TR-250 | はりの大変形解析
Large Deflection of Cantilever Beams | 1971年10月 | 多田保夫, 日下和夫 |
| TR-251 | 対称スピン衛星のニューテーション運動による慣性力の場とそのニューテーションダンパへの応用
Inertial Force Field Due to Nutational Motion of Spinning Axi-Symmetric Satellite and Its Application to Nutation Damper | 1971年11月 | 村 上 力, 狼 嘉彰 |
| TR-252T | A Study of Subsonic Two-Dimensional Wall-Interference Effects in a Perforated Wind Tunnel with Particular Reference to the NAL 2m×2m Transonic Wind Tunnel Inapplicability of the Conventional Boundary Condition | 1972年 1 月 | Masao EBIHARA |
| TR-253 | 圧縮性流れにおける翼型抗力の計算
A Calculation of Profile Drag of Airfoils in Compressible Flow | 1971年11月 | 石田洋治 |
| TR-254 | 翼と不連続境界との干渉について
Interference Between Wing and Surface of Velocity Discontinuity | 1971年11月 | 犬丸矩夫 |
| TR-255 | 地球の重力の作用下にある人工衛星の運動に関する研究
The Study on the Motion of an Artificial Satellite in the Earth's Gravitational Field | 1971年12月 | 武内澄夫, 松島弘一 |
| TR-256 | リジッドヘリコプタロータのホバリングにおける縦揺れ減衰モーメントについて
On the Aerodynamic Damping Moment in Pitch of a Rigid Helicopter Rotor in Hovering | 1971年11月 | 高沢金吾 |
| TR-257 | 周期的な軸力を受ける結合柱の安定
The Dynamic Stability of a Connected Rod under Periodic Longitudinal Force | 1972年 1 月 | 佐野政明 |

光弾性皮膜法による固体推進薬のひずみ測定*

越 出 慎 一**

Strain Measurement of Solid-propellant Materials with Birefringent Coating

By Shinichi KOSHIDE

Birefringent coating method applies to the strain measurement of the viscoelastic materials like the solid propellant grain. Epoxy resin is used for the birefringent coating, and same resin which is mixed aluminum powder, is used for binding agent.

As actual examples, two kinds of strain measurement are dealt with, i. e. one is the uniaxial creep test for simple specimen of the solid propellant in constant temperature, and another is the creep test of same material's plate which has a circular hole. Comparing the former result with the another method, it is confirmed that the method is available for the strain measurement of such materials. Also the latter example is shown as an application of the method.

In this paper, finally, it is advocated that the method can apply for the strain measurement of the problems involving temperature changes. And assuming that the solid propellant is linear viscoelastic materials, stresses are determined by the strain with the method and the constitutive equation in the theory of linear viscoelasticity.

1. 緒 言

最近開発されている直填式の大型固体推進薬ロケットでは推進薬自体も一つの構造要素と考えられており、この固体推進薬の強度が重要な問題になってきている。しかしこれを構造要素としてとりあつかう場合、内面燃焼型ロケットでは推進薬内孔が花びら形、星形など、幾何学的に複雑な形状をしている。一方性物性的には温度、時間に著しい依存性を有する粘弾的な挙動を示す。このような理由から実験的なひずみ、あるいは応力の測定はかなり複雑である。そこでこのような材料のひずみ測定に光弾性皮膜法を適用し、その妥当性を検討してみた。

なおここでとりあつかうポリブタジエン系の推進薬は室温近傍で、比較的大きなひずみを生じ、軟らかくさらに一種の複合材料で表面が粗く光を反射しないものであるため、皮膜法を適用する場合に、皮膜の材質、接着剤あるいは接着法、皮膜による補強効果の問題などを考慮しなければならない。しかし最近このよ

うな材料に対しても十分使用し得る軟らかい皮膜が開発されている¹⁾。また金属粉末を混合した軟らかい接着剤を使用すれば接着層で光を反射させることができ、しかも補強効果も比較的小さい。しかしこの場合でもこの補強効果は無視できないので、この推定に関しては Zandman らが用いた、皮膜および下地材がともに弾性体である場合に求められている式²⁾を利用し、下地材の物性値に粘弾性係数関数を代入した近似式を適用した。

ここでは実際のひずみ測定例として、一樣な温度下での固体推進薬試験片の単軸クリープ試験および同様な温度状態下での円孔切り欠きを有する板状試験片のクリープ試験をとりあげた。とくに前者は他のひずみ測定法と比較して、この皮膜法の妥当性を検討することを目的としており、後者はこの方法が適用できる一つの応用例として示したものである。なお最後にこの測定法を温度変化がある場合に適用した際の問題点をあげ、その可能性の吟味をつけ加えた。

2. 皮膜法による粘弾性体のひずみ解析理論

ここでは皮膜材が弾性的挙動をする、すなわち応力とひずみの関係、主ひずみ差(あるいは主応力差)と等

* 昭和46年12月11日受付

** 機体第二部

色線縞次数の関係が線型であり、さらにこれらが時間に依存しないものであると仮定する。このような皮膜を粘弾性挙動を示す下地材に接着した場合、もし一定温度下での試験を行なったとすると、皮膜は下地材と同一のひずみを受け、そのひずみに対して等色線縞が生じると考えられるので、下地材の主ひずみ差と皮膜上の等色線縞次数とは次のような関係で表わされる。

$$\varepsilon_{s1}(t) - \varepsilon_{s2}(t) = \frac{1}{2h_c\beta} n(t) \quad (1)$$

$\varepsilon_{s1}(t), \varepsilon_{s2}(t)$; 下地材の主ひずみ

h_c ; 皮膜の厚さ

β ; 主ひずみ差感度

$n(t)$; 縞次数

なおこれらの内 $f(t)$ なる形の記号はこれが時間の関数である場合を示す。ここですでに述べたように皮膜が時間依存性を有しないと云うことから (1) 式の $1/2 h_c\beta$ は時間に無関係な係数となる。この係数は皮膜材の検定試験をすることにより求められ、例えば最も容易に行なうことのできる単軸引張による検定試験の場合を考えると、

$$n = h_c\alpha\sigma_c \quad (2)$$

n ; 縞次数、ただし皮膜材は時間依存性がないと仮定しているためこれはひずみあるいは応力のみに関係した値となる。

α ; 主応力感度

σ_c ; 応力

なる式より主応力感度、 α が得られ、さらに主ひずみ差感度は

$$\beta = \frac{\alpha E_c}{1 + \nu_c} \quad (3)$$

E_c ; 皮膜材の縦弾性率

ν_c ; 皮膜材のポアソン比

なる関係で得られる。しかし微小ひずみの領域では皮膜の厚さ、 h_c が一定であるとみなせるので $h_c\beta$ は一定となるが、ひずみの大きい範囲まで考慮すると h_c はひずみの関数となってくる。これに対しては皮膜材のポアソン比を実験的に求めればよいが、一般にポアソン比の精度のよい測定は困難とされており、むしろこの材料がほぼ非圧縮性であるという条件から、ひずみとポアソン比の関係を求め、これによる厚さの変化を修正する方が容易である。これとは別に下地材のひずみを求める場合と同一厚さの皮膜を用い、下地材と同程度のひずみ範囲内の検定試験を行なうとすれば、この試験から得られるひずみと縞次数曲線を直接利用することができる。すなわち、もし下地材も非圧縮性物

質であるとすれば、皮膜も下地材もポアソン比が同一になると考えられるから、皮膜上に現われる縞次数の $1/2$ の値になる検定曲線上の縞次数に対応するひずみ量が下地材のひずみ量とみなすことができる。ここで $1/2$ の値に対応するのは、皮膜法の場合、光は同一厚さの皮膜で検定試験をしたとすると、反射をしてくるのでこの2倍の厚さの皮膜を通過することになり、さらに縞次数は厚さに比例するという性質があるためである。このような方法によれば $h_c\beta$ の値を求めたり、皮膜の厚さ変化を考慮することなしにひずみを求めることができる。

3. 皮膜による補強効果

皮膜法では皮膜を含んだ形で下地材のひずみを求めている。このために、この補強効果により下地材の真ひずみよりも小さな値を測定していることになる。ことに下地材の剛性が皮膜に比べてそれほど大きくない場合にはこの影響を無視することができなくなる。しかしここであつかう下地材が粘弾性体であるため、この補強効果の厳密な推定はかなり困難である。そこでまづ近似的に下地材も弾性体であり、かつ曲げの入らない状態を考え、これに対して得られた式を修正し補強効果を推定してみる。いまこのような場合の微小要素を図1のような座標系にとる。ここで皮膜が貼られている部分と、貼っていない部分に作用する力が等しいとおけば、

$$\left. \begin{aligned} h_s\sigma'_{xx}dy &= h_s\sigma_{xx}dy + h_c\sigma_{cx}dy \\ h_s\sigma'_{yy}dx &= h_s\sigma_{yy}dx + h_c\sigma_{cy}dx \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

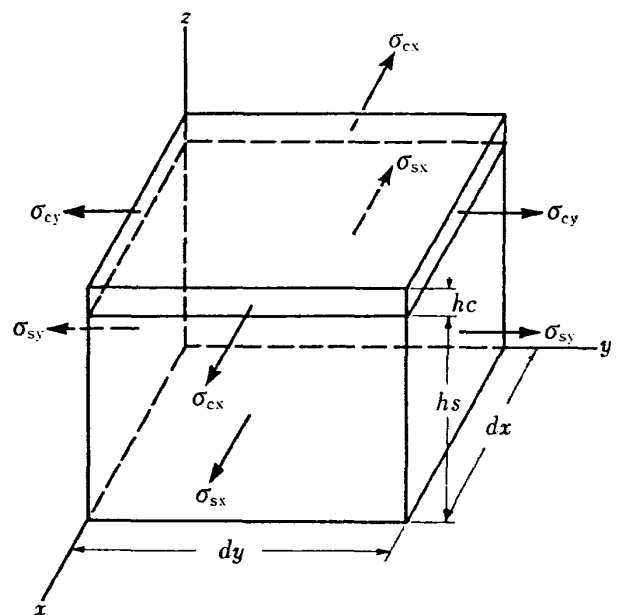


図1 微小要素の平面応力状態

ここで h_s ; 下地材の厚さ

$\sigma'_{sx}, \sigma'_{sy}$; 皮膜が貼られていない部分の下地材の応力

σ_{cx}, σ_{cy} ; 皮膜上の応力

σ_{sx}, σ_{sy} ; 皮膜が貼られている部分の下地材の応力

さらに下地材のひずみと等しいことから、

$$\epsilon_{cx} = \epsilon_{sy}, \quad \epsilon_{cy} = \epsilon_{sx} \quad (5)$$

また下地材、皮膜材ともに線型弾性論が成立する材料であるとすれば、二次元の応力ひずみ関係を示す構成方程式は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_y) \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_y + \nu \epsilon_x) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

x, y 軸を主軸とし (5), (6) 式を (4) 式に代入して

$$\left. \begin{aligned} \epsilon'_{s1} - \epsilon'_{s2} &= \frac{1}{c} (\epsilon_{c1} - \epsilon_{c2}) \\ \frac{1}{c} &= 1 + \frac{h_c}{h_s} \frac{E_c}{E_s} \left(\frac{1+\nu_s}{1+\nu_c} \right) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

この式において、 ν_s は下地材のポアソン比であり、 $\epsilon'_{s1}, \epsilon'_{s2}$ は真の主ひずみ、また $\epsilon_{c1}, \epsilon_{c2}$ は皮膜上の縞から求めたひずみを示しており、 $1/c$ は補強効果を与える係数である。この係数を求める式を下地材が粘弾性である場合にまで拡張し、さらに非圧縮性の仮定を導入すると

$$\frac{1}{c(t)} = 1 + \frac{h_c}{h_s} \frac{E_c}{E_s(t)} \quad (8)$$

となる。この (8) 式で $E_s(t)$ は下地材の伸張緩和弾性率であり、この下地材の緩和試験を行なって求める必要がある。

しかしここでの補強効果に関する推定法は (6) 式で示される構成方程式が線型弾性論にしたがう場合のものがあるが、実際には粘弾性体である下地材にもこの式を適用している。また一般に皮膜材としては高分子材料が多く使用されているが、この種の材料も普通は多少の時間依存性を持っているものである。したがってここで用いた方法はあくまでも近似的な推定法である。そこでさらに一步進め、皮膜は線型弾性論が適用できるが、下地材が線型粘弾性体であるとした場合の補強効果について考えてみる。すなわち曲げが入らないものとして図1と同様な座標系について議論すると、皮膜に対しては (6) 式で示した構成方程式が利用できるが、下地材に対する構成方程式は、温度が一定であるとの仮定の下で次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{sx}(t) &= \int_0^t \{ E_s(t-t') \dot{\epsilon}_{sx} + \phi(t-t') \dot{\epsilon}_{sy} \} dt' \\ \sigma_{sy}(t) &= \int_0^t \{ E_s(t-t') \dot{\epsilon}_{sy} + \phi(t-t') \dot{\epsilon}_{sx} \} dt' \\ \dot{\epsilon} &= \frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t'} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここで $\phi(t)$ は伸張の緩和弾性率、 $E_s(t)$ とポアソン比、 $\nu_s(t)$ より構成される粘弾性係数関数である。この (9) 式と (5) 式を (4) 式に代入すると、下地材の真ひずみと皮膜上の縞から求めたひずみとの関係は

$$\left. \begin{aligned} \int_0^t h_s F(t-t') (\dot{\epsilon}'_{sx} - \dot{\epsilon}'_{sy}) dt' &= \int_0^t h_s F(t-t') (\dot{\epsilon}_{cx} \\ &- \dot{\epsilon}_{cy}) dt' + \frac{h_c E_c}{1+\nu_c} (\epsilon_{cx} - \epsilon_{cy}) \\ F(t-t') &= E_s(t-t') - \phi(t-t') \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

しかしこの $F(t)$ なる粘弾性係数関数は時間の関数である緩和弾性率およびポアソン比から成り立っているものであり、後者、すなわちポアソン比を非圧縮性の条件から 0.5 の値にとっても実際の計算は相当に複雑になる。さらに温度変化がともなう場合は、粘弾性体が熱粘弾性的に単純な物質であるとして、換算時間、

$$\xi = \int_0^t \frac{1}{a_T(T)} dt' \quad (11)$$

を時間のパラメータとした次のような構成方程式を下地材には適用する。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{sx}(\xi) &= \int_0^\xi \left[E_s(\xi-\xi') \frac{\partial}{\partial \xi'} \{ \epsilon_{sx}(\xi) - 3\gamma\theta(\xi) \} \right. \\ &+ \left. \phi(\xi-\xi') \frac{\partial}{\partial \xi'} \{ \epsilon_{sy}(\xi) - 3\gamma\theta(\xi) \} \right] d\xi' \\ \sigma_{sy}(\xi) &= \int_0^\xi \left[E_s(\xi-\xi') \frac{\partial}{\partial \xi'} \{ \epsilon_{sy}(\xi) - 3\lambda\theta(\xi) \} \right. \\ &+ \left. \phi(\xi-\xi') \frac{\partial}{\partial \xi'} \{ \epsilon_{sx}(\xi) - 3\gamma\theta(\xi) \} \right] d\xi' \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

この (11), (12) 式において、

T ; 温度

$\theta = T(t') - T_0$ で

$T(t')$; 任意時間での温度

T_0 ; 基準温度

γ ; 材料の線膨張係数

また (11) 式の $a_T(T)$ は温度時間移動因子といわれているもので、すでに実験的に定量化されており、例えば次の W.L.F 式を用いて求められる^{6), 7)}。

$$\log a_T(T) = - \frac{c_1(T-T_0)}{(c_2+T-T_0)} \quad (13)$$

この式で c_1, c_2 は種々の高分子材料に共通した普遍定数で、それぞれ 8.86, 101.6 である。

以上で述べた関係を用いれば、温度変化を伴う場合、例えば温度環境試験のような場合のひずみを皮膜法で測定したときの補強効果もかなり厳密な形で求めることができる。

4. 光弾性皮膜法による固体推進薬のひずみ測定実験

(1) 皮膜材の物性ならびに光学的特性

この方法は粘弾性体の表面ひずみをその上に貼りつけた皮膜の光弾性縞、縞次数変化から求めるものであるため、あらかじめ皮膜の物性および応力感度あるいはひずみ感度といわれている光弾性定数を知っておかなければならない。今回実際にひずみを測定するために使用した皮膜は筆者の実験室で製造したものである。これはエポキシ系の樹脂でこの原材料に硬化剤トリエチレンテトラミンを 10:1 の比で配合し、ガラス板で作った鋳型に流し込み、約一週間放置して硬化させ、厚さ 1 mm の皮膜にしたものである。まずこの皮膜の一部から図 2 に示すような検定用試験片をとり出し、単軸の引張試験を行なって光弾性感度および弾性率を求めた。これらの値を求めるには以下に述べるような方法で行なう。すなわち光弾性感度測定には重錘吊り下げ型の負荷装置により引張荷重を加え、その荷重に対応する縞次数を Tardy の方法で測定する*。理

想的にはこの際同時に伸びあるいはひずみ量を測定すればよいが、当皮膜材は相当に軟らかく、同時に行なうことが困難である。したがってこれとは独立に荷重に対す伸びの測定試験を行なう。この場合伸びの測定には非接触形の容量形変位計を用いて、縞次数を求めた際と同一の負荷状態で伸びを求めた。なおこの皮膜材は同一試験片に対し繰り返し試験を行なってもひずみ量 20% 前後までは再現性が良好で、さらに粘弾性的挙動も少ない。図 2 には上述の試験から得られた、この皮膜材のひずみと縞次数の関係を示してある。また図 3 は室温近傍で固体推進薬のクリープ試験を行なう場合に必要とされる最高のひずみ量（破断ひずみ）付近での皮膜材の時間依存性を調べたものである。これによると短時間領域で多少の時間依存性を示すが、推進薬の時間依存性に比して無視できる程度のものであると考えられる。

(2) 固体推進薬の単軸引張クリープ試験

皮膜によるひずみ測定法の妥当性を検討するために固体推進薬試験片の単軸引張クリープ試験のひずみ測定に当方法を適用してみた。ここで測定すべく下地材すなわち固体推進薬はポリブタジエン系のもので、酸化剤および燃焼安定用アルミニウム粉末を混合した複合材料である。試験片形状寸法は図 4(a) に示したが、この場合曲げによる影響をとり除くため皮膜は下地材試験片の両面に貼りつけた。また皮膜の接着には皮膜と同質の溶液に硬化剤とアルミニウム粉末を適当

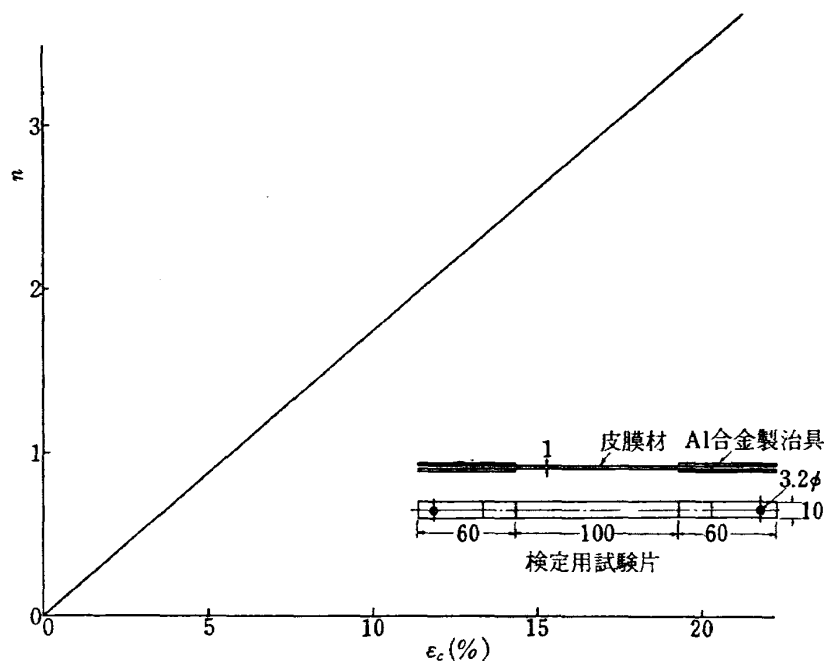


図 2 皮膜材のひずみと縞次数の関係

* 付録参照

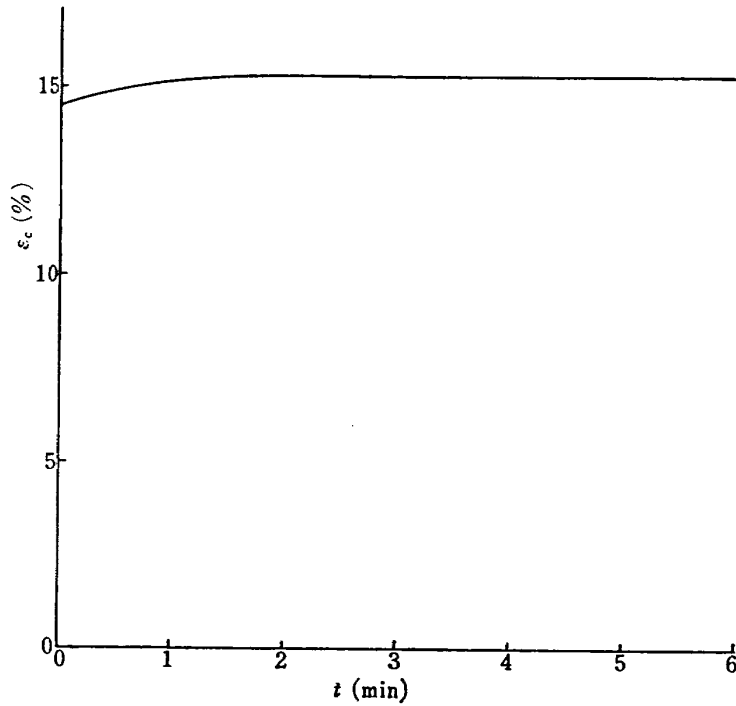


図 3 皮膜材の時間依存性

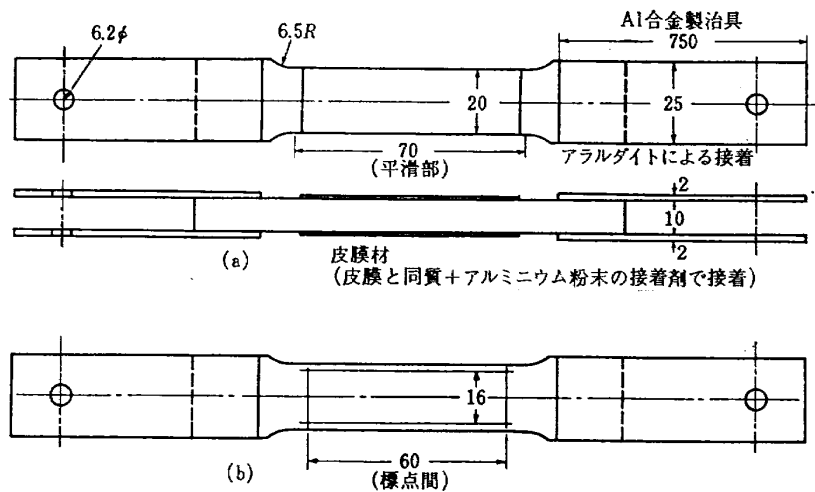


図 4 固体推進薬単軸引張クリープ試験片

量混合したものをを用い、これにより皮膜と下地材を接着し、約一週間乾燥した容器内に放置して接着部分を硬化させた。したがってこの接着強度は皮膜の剪断強度とほぼ同じ程度のものである。一方、粘弾性体は温度依存性が著しいので、この影響を除くために試験を一定温度下で行なう必要がある。しかし今回の実験は設備の関係から温度制御ができないため、夏期の比較的溫度変化の少ない時期を選んで行なったが、さらに光弾性実験装置を利用するため暗い密閉された室内で行なうことになるので試験中の溫度変動はきわめて小さかった。

ここでのクリープ試験はしたがって上述のような環

境下で、前の皮膜検定試験に用いたと同様な重錘吊り下げ型の負荷装置により試験片にステップ状の引張荷重をかけ、これに対して時間的に変化をする繰回数を探し、さらにこれからひずみを得るのであるが、一般に単軸の引張あるいは圧縮の光弾性実験では縞が消散型、すなわち皮膜全面の明暗の繰り返しの形で現れる。そこでこの時間に依存する繰回数変化の観測は次のような方法を用いた。反射型光弾性装置の原理を示した図5のように試験片の接着層で反射された光を光電管に入れる。この光は繰回数に対応して強弱を繰り返すが、この光の強弱を光電管の増幅器により電圧変動としてとり出し、ペンレコーダに入れる。したがっ

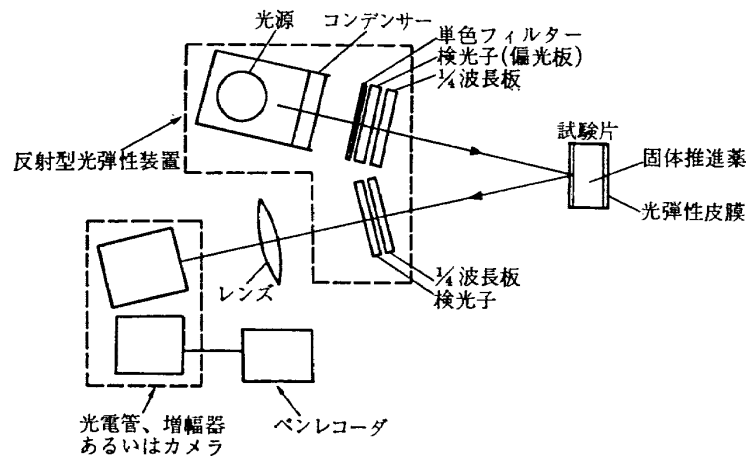


図 5 実験装置

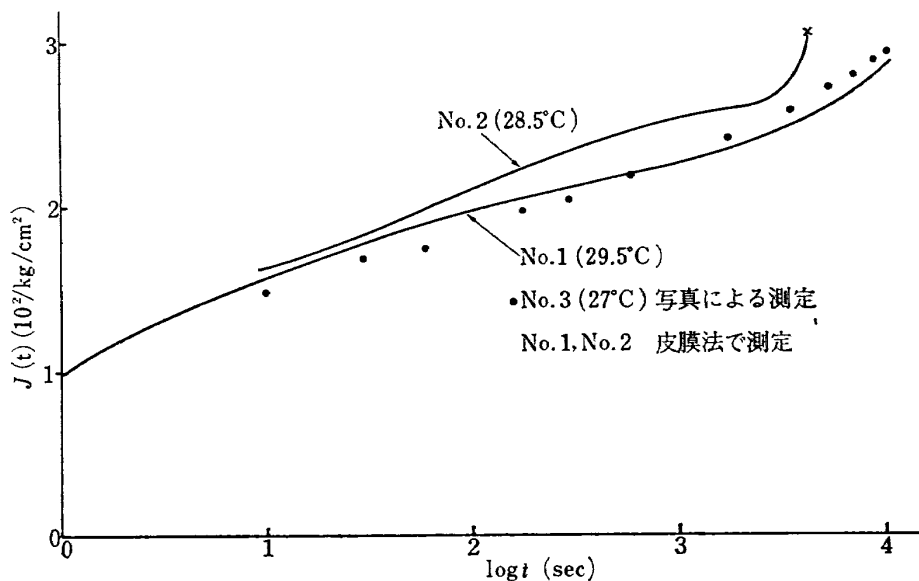


図 6 単軸引張クリープ試験結果

てレコーダには時間による光の強さ変化を示す波形の曲線が記録されるが、これから Tardy の方法と同じ様な原理で縞次数を求めることができる**。さらにこの縞次数からひずみを換算するには、この試験が皮膜の検定試験と同一厚さの皮膜を用いているため、厚さ 2 倍の皮膜を通過してきた光と考えられ、ひずみと縞次数関係を示す図 2 の $n/2$ に対応するひずみ量がこの場合の下地材のひずみとして求められる。

図 6 には以上のようにして得られたひずみに先に述べた、(8) 式を用いた補強効果の修正を行なって求めた値から固体推進薬の伸張クリープコンプライアンス

$$J(t) = \frac{\epsilon_s(t)}{\sigma_0} \quad (14)$$

σ_0 ; 一定の負荷応力

を算出し、これと他の測定法によるひずみから算出さ

** 付録参照

れた伸張クリープコンプライアンスとの比較を示した。なお比較のために行なった他の測定法は次のようなものである。すなわち図 4 (b) に示したように固体推進薬のみの引張試験片表面に標線を描き、この試験片に前回と同様な形で負荷をしたとし、この負荷前後にこの標線の写真を撮る。この写真における標線間距離を各々 $l_0, l(t)$ とすると、負荷後の標線間距離、 $l(t)$ は時間の関数となり、任意時間での伸びは

$$\Delta l(t) = l(t) - l_0 \quad (15)$$

このときのひずみは

$$\epsilon_s(t) = \frac{\Delta l(t)}{l_0} = \frac{l(t) - l_0}{l_0} \quad (16)$$

となる。したがって適当な間隔でこの標線の写真撮影を行えば各時間点でのひずみ、 $\epsilon_s(t)$ が求められる。しかしこの方法はここであつかっているような単純形状の試験片に対する試験の場合には有効であるが、複

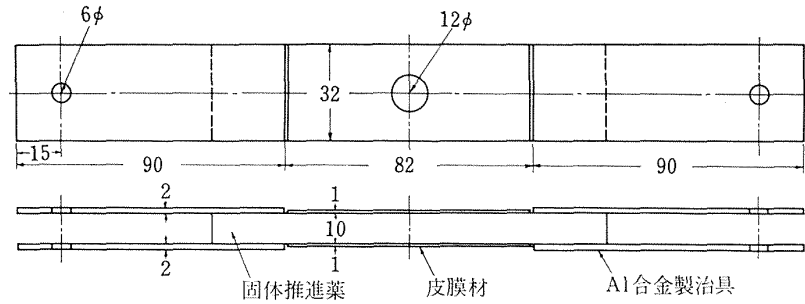


図 7 応用試験片形状寸法

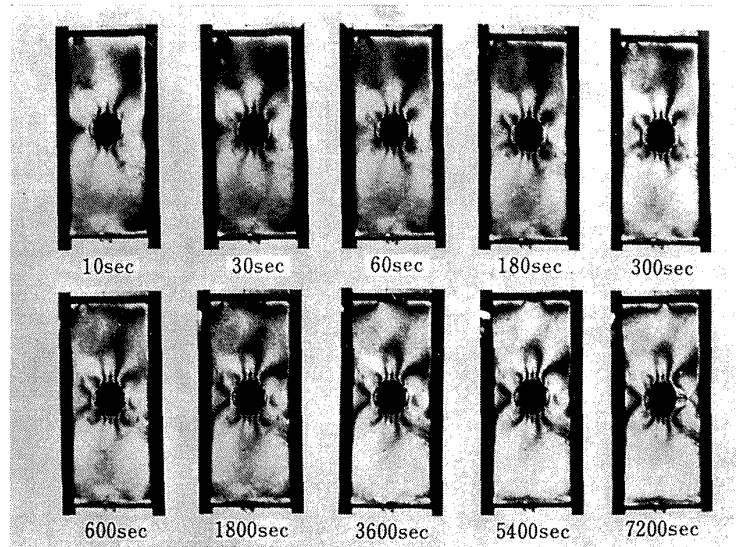


写真 1 応用試験片クリープ試験における縞模様の変化 (荷重 1.4 kg)

雑な形状になると十分なひずみの測定は期待できないようである。

(3) 中央に円孔切り欠きを有する板状固体推進薬試験片の引張クリープ試験

皮膜法によるひずみ測定の複雑な形状をした試験片に対する一つの応用例として図7に示すような推進薬試験片の引張クリープ試験を行なった。この場合皮膜は先に行なった単軸引張用試験片のときと同様な1mm厚さのエポキシ系樹脂を用い、接着方法も同様である。試験はやはり重錘を瞬間的に下方に吊り下げることにより負荷し、ステップ状の一定応力状態にした。このような形状の試験片に対する場合には、縞次数は皮膜上の縞模様から求められるが、この模様は時間とともに変化するものになる。したがってひずみは適当な時間間隔で、反射型光弾性装置に取り付けたカメラによりこの縞模様の写真を撮影し、その縞から求める。ここでの実験で得られた、時間により変化する縞模様の例を写真1に示す。しかしこのような場合には、皮膜法での縞次数が主ひずみに直接関係するのではなく主ひずみ差に関係するので、主ひずみを個々に

求めるためには主軸方向およびポアソン比が求まっていなければならない。粘弾性体の場合は、このポアソン比も一般に時間の関数になる。したがって粘弾性体自体の実験を行なってこれを求めればよいが、ひずみそのものの測定が問題になっているものであるから、これを正確に求めるのは困難である。しかし、ここであつかっているような固体推進薬に対しては、ポアソン比を非圧縮性の仮定から導出した0.5の値を用いても実用上さしつかえないようである。

ここで行なっている応用試験例では、円孔縁の主軸方向が既知、すなわち接線および法線方向であることから、ポアソン比を上述のようにとり、接線方向のひずみ分布をいくつかの時間点で求めた。この孔縁接線方向のひずみ分布および孔縁の変形の様子を図8に示す。ただしここでも皮膜による補強効果はすでに述べたような方法で推定してひずみを求めている。さらにこの図の孔縁形状変化は試験前の試験片の測定値と写真、また試験中の各時間点のものはそれらの時間における写真から万能投影機を利用して推定したものである。

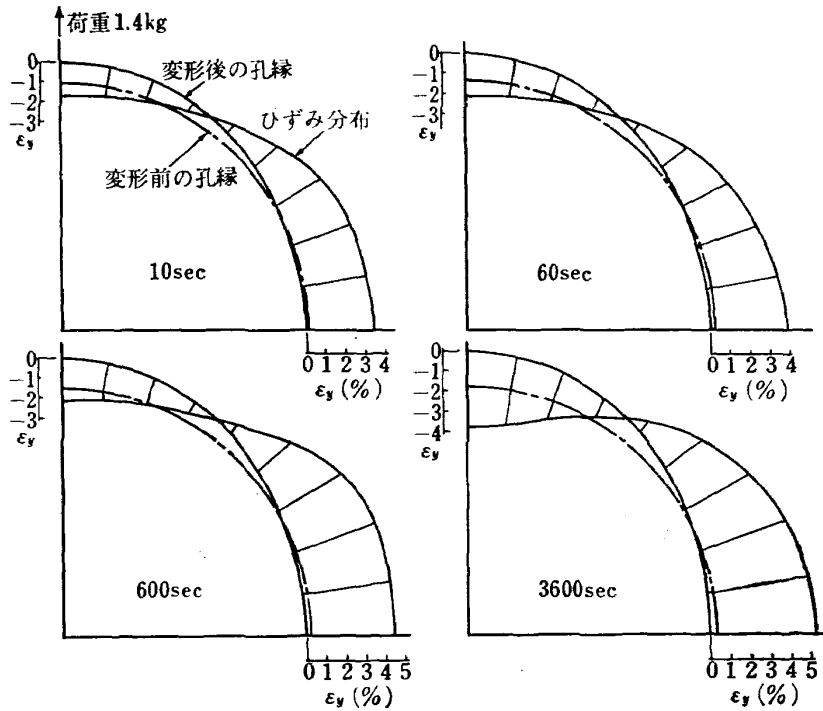


図 8 応用試験片クリープ試験の円孔縁変形と接線方向ひずみ分布

5. 測定実験結果の検討

実際のひずみ測定例として、ここではまず固体推進薬の単軸引張クリープ試験をとりあげたが、これは他の方法でもひずみの測定が容易であり、この測定法の妥当性を検討するのに都合がよいと思われたからである。図6はこの場合の比較結果を示しているが、応力状態が等しいところでは補強効果の影響を考慮すれば二つの方法で測定した結果はほぼ一致している。なおここでの補強効果の推定には(8)式を用いた。今回の実験における皮膜の伸張弾性率と固体推進薬の伸張緩

和弾性率は図9のようになり、これより求めた補強効果の係数、 $1/c(t)$ は図10のようになる。一方、ここで比較のために行なった標線変化を写真に撮る方法は数%以上のひずみ量にならないと精度のよい値が期待できないので、ひずみ量が小さい領域での比較は多少問題がある。また固体推進薬のような複合材料では試験片間のバラツキも大きく、高応力状態では非線型性も著しくなると予想される。図6に示されたNo.2試験片のように、ここで行なっている程度の試験時間域内でクリープ破断をしてしまう場合のクリープ曲線はNo.1, No.3のような低応力状態の場合の曲線と

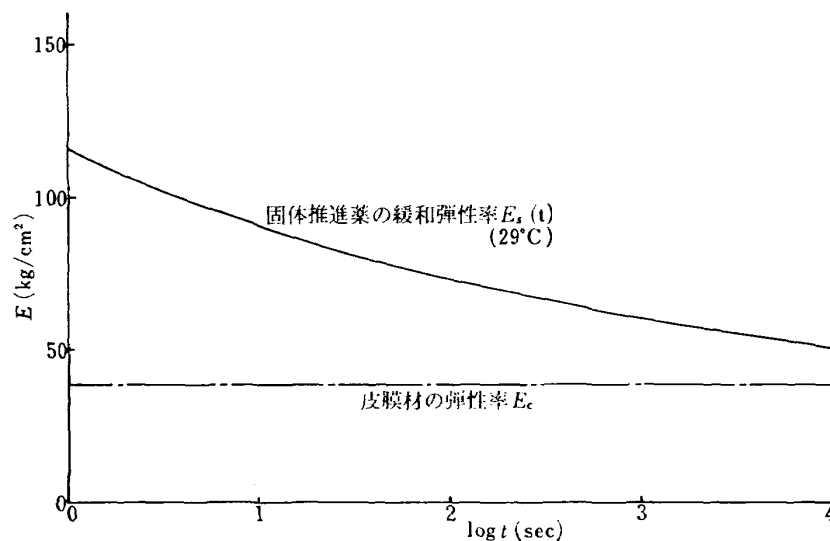


図 9 皮膜材の弾性率と固体推進薬の緩和弾性率との比較

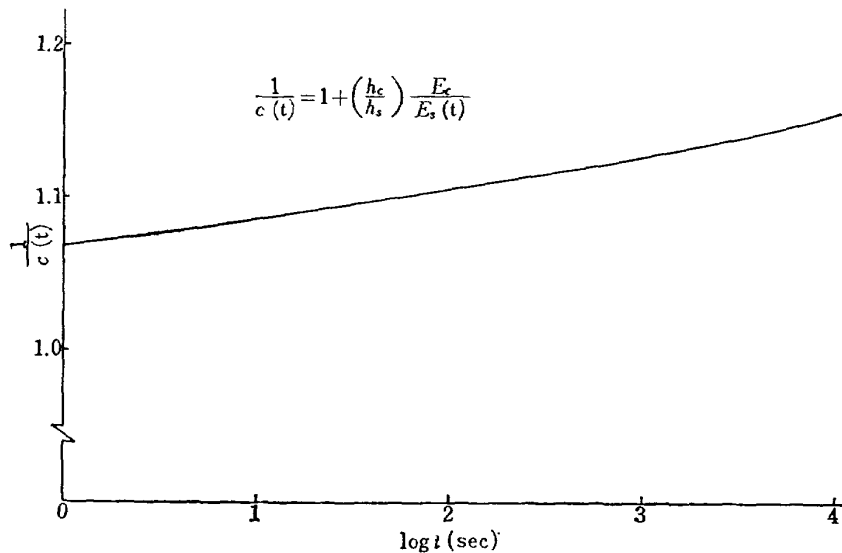


図 10 補強効果係数の時間的变化

多少違った傾向を示すのは、この非線型性が要因でないかと思われる。

一方、応用試験で得られた測定結果、写真1および図8では円孔切り欠きを持つ固体推進薬、板状試験片のクリープ試験における時間的な変化の様子が示されている。とくに図8では、精度的に十分でない面もあるが、クリープ試験における孔縁のひずみ分布の時間的な変化の様子を定量的に求めている。またこの種の試験片では切り欠きの形状が時間とともに変化する、すなわちここでの例のような円形切り欠きの場合にはこれが楕円形に変化してゆく。このように境界が時間的に変化してゆくの、理論解析的な手段でこの種の問題をあつかうのは相当に難しいと思われるが、ここで行なっているような測定法によれば変形した時点でのひずみ分布を直接に求めることができる。

なおここで示した縮写真は孔縁のひずみを求めるための、この縁での縮次数を判定することはできるが、縮が消滅したように見える個所があり、必ずしも十分なものではない。この縮の消滅したようにみえるのは次のような理由である。すなわちここで行なっている方法は反射光を利用しているので、入射光と反射光の間に角度が存在する。この角度が大きくなると斜入射法の光弾性縮とした解析を適用しなくてはならない。しかし一般にこの方法の解析は垂直入射法の場合に比して複雑になるため、できるだけこの角度を小さくして近似的に垂直入射法で解析をしたい。しかし試験片が小さいためにこの角度を小さくした状態でカメラを取り付けると、多小無理が生じてしまいカメラのレンズと検光子の平行が保たれなくなり、縮が消滅している

ような写真になってしまう。これをさけるためには試験片を大きくする必要があり、当実験に用いている試験片は一種の火薬であるために通常の実験室で行なうには安全の面から大きさに制限されてしまう。また時間とともに縮模様は乱れを生じている。これは上述のように光学的な非対称性にもよるが、このクリープ変形が進むと荷重状態が非対称になってしまう。ここでは1,800 sec (負荷後30分) 位からこの傾向が表われてきている。また7,200 sec (2時間後) の写真の縮の乱れは孔縁に亀裂が入っているためであり、この亀裂が進んでゆきクリープ破断をしてゆくことを示している。このように荷重が非対称になってしまうのは固体推進薬試験片の加工が不十分で、また材料そのものが多少不均一になっているためと考えられる。

つぎに今回の皮膜法によるひずみ測定の精度について検討してみる。これは本質的には、皮膜の光弾性感度により左右されるが、単軸引張のような消滅形の縮に対しては光電管の使用によりかなり小さいひずみ量まで測定できる。この実験に用いた皮膜では図2のひずみと縮次数関係、および光電管による記録曲線から推定して0.03%位までの測定が可能である。しかし応用例としてとりあげた、切り欠きを持つような試験片の場合には縮模様を観察する形となるので上述の推定値より精度は落ちる。とくにこの場合には皮膜に現われる縮次数が直接影響するが、一般にエポキシ系樹脂では硬い方が感度がよいとされている。このために感度のよい皮膜を使用すると補強効果の影響が大きくなり、この面から精度が低下してしまう。

ここではこの他ポアソン比に関する問題がある。今

回の実験に使用した下地材，すなわち固体推進薬のような粘弾性体では，ポアソン比が次のように与えられている。

$$\nu_s(t) = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{E_s(t)}{3K_s(t)} \right] \quad (17)$$

ここで $K_s(t)$ は圧縮体積変化に対する緩和弾性率である。普通この式で $E_s(t)$ は $K_s(t)$ に比して小さいとされており，したがってほぼ非圧縮性材料とみなすことができるため $\nu_s(t) = 0.5$ として実用上さしつかえないとされている³⁾。

しかし，ここでの測定実験結果を検討するに際し，以上で述べた問題点あるいは前の 3. で示した補強効果に関する吟味も必要であろうが固体推進薬のような複合材料は試験片材料の製造過程，試験片としての加工過程で入ってくる試験片間の特性あるいは形状のばらつきが非常に大きいことを考慮しなくてはならない。したがって厳密に測定上の誤差を吟味しても，実

際には試験片間のばらつきによる誤差の方が大きくなる場合も十分あり得る。このようなことから，特に厳密な測定誤差まで考慮する必要がないと考えている。

6. 温度が変化する場合への応用

この論文で行なっている実験例は室温近傍で，しかも一定温度であるという条件の下での測定であるが，一般に粘弾性体は温度依存性も著しい。そこで温度変化をともなうような場合にも，この皮膜法が適用可能かどうかに関する考察を試みてみる。

まず温度レベルは異なるが，試験片内の温度分布は一樣，かつ試験中は各温度レベルで一定であるような場合を考えてみる。この場合には原理的に室温近傍で一樣である場合と同様，各温度下で皮膜の検定試験を行ない，これで得られた各温度での主ひずみ差感度，あるいはひずみ積次数曲線からひずみを求めることができる。しかし固体推進薬のような材料は熱容量が大

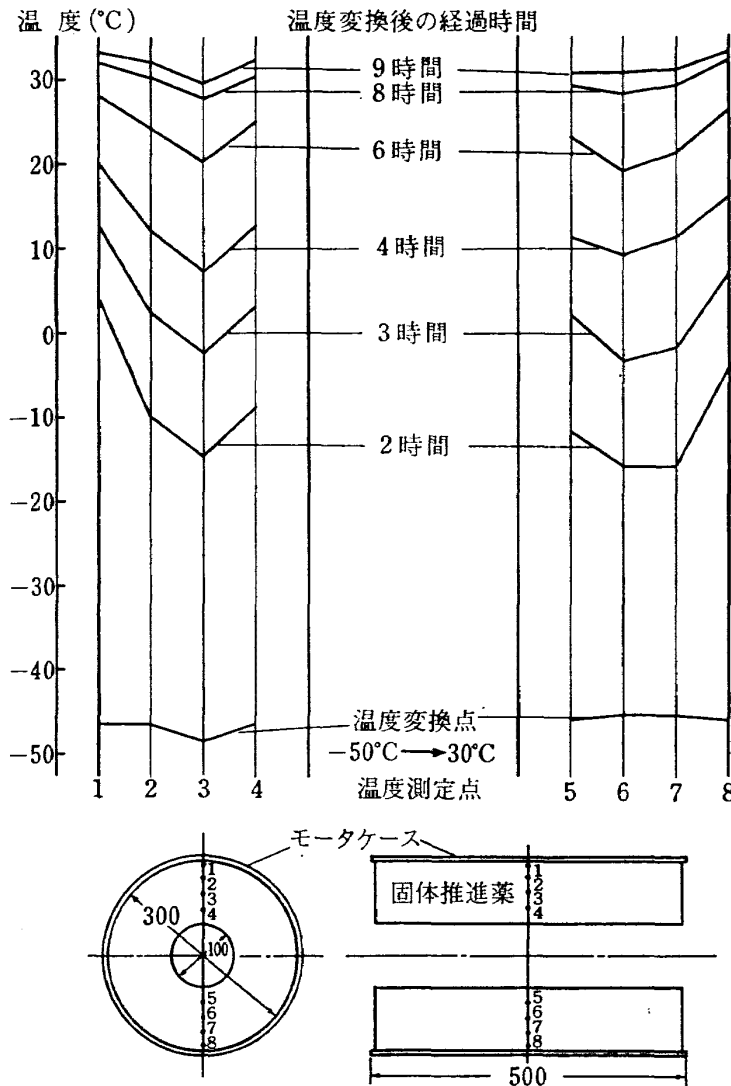


図 11 固体ロケットモータ模型の環境試験における内部温度分布

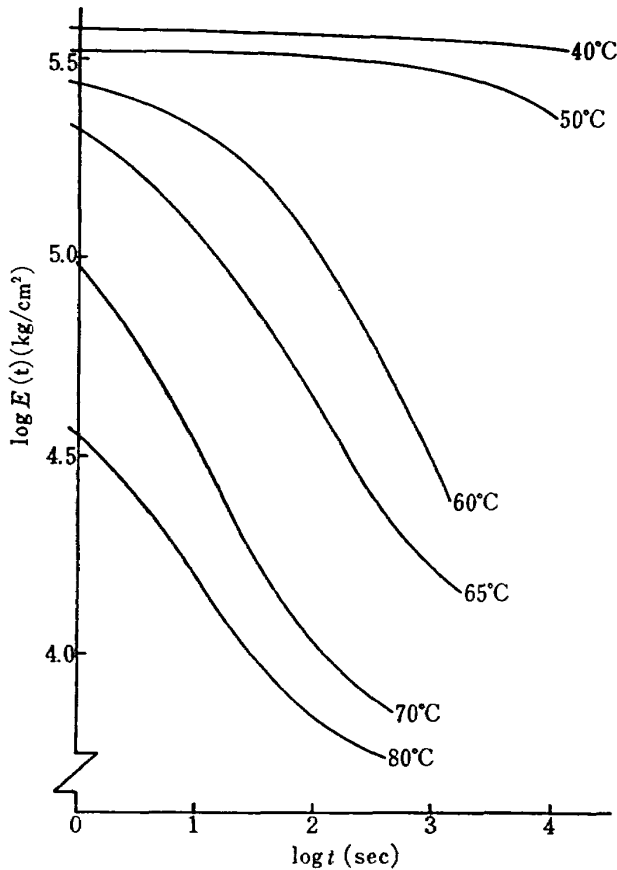


図 12 エポキシ系高感度皮膜材の伸張緩和弾性率

大きく、温度変化を受けると全体の温度が一様になるまでに相当時間を要し、その間試験片内には一様でない温度分布が生じる。図11は固体ロケットモータ模型の環境試験で得られた内部温度分布の時間による変化の様子を示した例である。このような場合のひずみ分布の測定を皮膜法により定性的に行なっている例はあるが⁴⁾、精密に定量的な測定を行なうことは困難である。しかしこの種の場合でも下地材での温度分布を基にして各温度域に分割し、その分割内では一様な温度分布であるとしてひずみを求めるといった近似的な手段が考えられる。

一方、このように試験片内の温度分布が著しく異なるような場合、あるいは温度分布が一様でも皮膜を接着後温度変化を与えなければならないような場合にこの皮膜法を適用すると、皮膜材と下地材の熱膨張の差により、熱ひずみによる縞が生じてしまう。もちろん下地材の熱膨張率に等しい皮膜を使用すればよいが、一般には異なることが予想させる。この場合には力によるひずみと熱ひずみによる縞が連成した形になるが、これに対しては下地材が弾性体の場合についての修正した例があり⁴⁾、ここでもこの方法を利用することができる。

以上、ここまでの議論では皮膜が温度変化を受けても時間依存性がないという仮定で行なってきた。しかしエポキシ樹脂のような皮膜を用いると温度変化によって、例えば図 12 のように、ある温度領域で著しい粘弾性挙動を示すようになる。なおこの図 12 は金属の表面ひずみ測定に用いられている高感度のエポキシ樹脂皮膜材に関する特性を示した例である。このように皮膜が粘弾性的な挙動をする場合には皮膜の検定試験に現われる縞次数も時間の関数になってくる。したがってこのときのひずみと縞次数の関係は光粘弾性実験における光粘弾性係数関数として考えなければならない。このような係数関数は皮膜材の定ひずみ速度試験、応力緩和試験、あるいはクリープ試験による検定試験を行なって求められる⁵⁾。

上述のような温度変化をとともなう場合には、実際のひずみ解析をする上でかなり煩雑になると予想されるが、原理的にはこのような場合にも当方法を適用できるものと考えている。

7. 応力解析法

ここではとくにひずみの測定法に関する論議であるので、何等かの方法で測定されたひずみから応力を求める方法については簡単に述べることにする。

いま実際に実験を行なってひずみが得られているとする。その場合にみつかっている材料が線型粘弾性体であるとすれば、応力とひずみの関係は次式のような形で与えられる。

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t G(t-t') \varepsilon(t') dt' \quad (19)$$

ただしここでは温度変化がないものと仮定する。この式において、 $G(t)$ なる緩和弾性率は粘弾性体の連続な緩和スペクトルを粘弾性体の力学模型と対応させ、不連続スペクトルにおき換えることにより次のような指数級数で表示できる⁶⁾。

$$G(t) = a_0 + \sum_{i=1}^{i=k} a_i e^{-t/\tau_i} \quad (20)$$

τ_i ; 緩和時間

この式のラプラス変換は容易に求められ、したがってこれを (19) 式に代入し、ラプラス変換して変換面で解を求め、それをラプラス逆変換することにより応力を求めることができる⁷⁾。実際の計算では (20) 式で与えられた級数を近似的に有限個で打ち切り、そこで含まれる有限個の a_i なる定数は緩和実験により得られた資料により決定する。しかし温度変化がある場合には、すでに述べたように時間のパラメータとして

(11)式で示した換算時間, を用い, また応力ひずみの関係を示す構成方程式が(12)式で示したような形となるためにラプラス変換を行なう方法では解くことができなくなる。このようなことから最近(19)および(20)から求まる式を直接数値計算的にとりあつかう方法が行なわれ, A.R. Zak⁸⁾あるいはJ.L. White⁹⁾が実際の応力解析に関する計算を行なっている。ここではこれらの解法に関する詳しい議論は省略するが, 別の機会にこれらについての報告をしたいと考えている。

8. 結 言

従来, ロケットの固体推進薬のような著しい粘弾性特性を有する材料のひずみを測定する十分な方法がみあたらなかった。ここでは特に, 実際のロケットの固体推進薬が幾何学的に複雑な断面を持っていることを考慮して, 光弾性皮膜法によるひずみの測定を試みた。その結果適当な皮膜材と接着層で光を反射させるように金属粉末を混合した比較的軟らかい接着剤とを用いれば, ひずみの測定が可能であることが確かめられた。また下地材が軟らかいため, 皮膜による補強効果が問題になるが, これも単軸引張クリープ試験結果と試験片間のばらつきが大きいことを考えれば, 簡単な近似式で得られた補正值を用いることで十分であることもわかった。つぎにこの方法の温度変化がある場合への適用性についての考察も行なった。これに関しては相当に複雑な条件が加わるが, 測定可能であると考えている。さらに実験的に得られたひずみを用いた応力解析法についても簡単に付け加えておいたが, これに対しては別の機会に詳細な報告をしたい。

最後に, この研究において, 皮膜の製造, 特性の検定試験などに関して種々の教えを請うた慶応義塾大学, 工学部の倉元真実氏, 同大学大学院, 松本真明氏, さらに固体推進薬試験片を提供していただき航空宇宙技術研究所, 宇宙研究グループの清水盛生, 種村利春両技官に感謝の意を表す次第である。

文 献

- 1) 国尾 武, 倉元真実; 新しい光弾性皮膜材による塑性ひずみおよび応力解析, 第46期機械学会東京秋期講演会前刷, 1968
- 2) F. Zandman, S.S. Redner and E.I. Riegner; Reinforcing Effect of Birefringent Coating, *Experimental Mechanics* Vol. 2, No. 2, 1962
- 3) I. Finnie and W.R. Heller, 平 修二, 鈴木房幸訳; Creep of Engineering Materials, 工業材料のクリープ, コロナ社, 1965, pp. 64
- 4) F. Zandman, S.S. Redner and D. Post; Photoelastic-Coating Analysis in Thermal Field, *Experimental Mechanics*, Vol. 3, No. 9, 1963
- 5) 宮野 靖, 田村聖和, 国尾 武; ポリウレタン樹脂の光粘弾性係数の決定とその計算法, 日本機械学会論文集, 34巻, 262号, 1968
- 6) 小野木重治; レオロジー要論, 槇書店, 1967 p.p. 133~142
- 7) 国尾 武, M.L. Williams; 粘弾性体の力学的挙動, 日本機械学会誌, 68巻, 522号, 1965
- 8) A.R. Zak; Structural Analysis of Realistic Solid-Propellant Materials, *Journal of Spacecraft and Rocket*, Vol. 5, No. 2, 1968
- 9) J.L. White; Finite Elements in Linear Viscoelasticity, Dayton Conference, Paper 13, 1968

付録 単軸引張試験における
消滅型縞次数の決定法

単軸の引張試験ではすでに述べたように縞が消滅型になるが、この光の強さを光電管を用いて測定し、それにより縞次数を決定する方法について述べる。

これには縞次数の端数を求める方法として用いられている Tardy の方法を応用する。そこでまずこの Tardy の方法について説明する。いまあらかじめ N 次と $N+1$ 次間の縞次数であることが知られていて、この間の縞次数の端数を決定すともとする。この場合の光弾性装置としては図 13 に示したような透過形の標準的な光学系で考える。まず入射光のベクトルを A とすると図 13 の $1/4$ 波長板、 Q_2 をこの光が通過してきた後、このベクトルは図 14 の A_1, A_2 で示されるような成分になり、これらは次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{A}{\sqrt{2}} \cos(\omega t - \phi + \delta - \frac{\pi}{2}) \cos(\frac{\pi}{4} - \phi) \\ &\quad + \frac{A}{\sqrt{2}} \sin(\omega t - \phi - \frac{\pi}{2}) \cos(\frac{\pi}{4} + \phi) \\ A_2 &= -\frac{A}{\sqrt{2}} \cos(\omega t - \phi + \delta) \cos(\frac{\pi}{4} + \phi) \\ &\quad + \frac{A}{\sqrt{2}} \sin(\omega t - \phi) \cos(\frac{\pi}{4} - \phi) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

ここで δ ; 位相差

ω ; 角速度

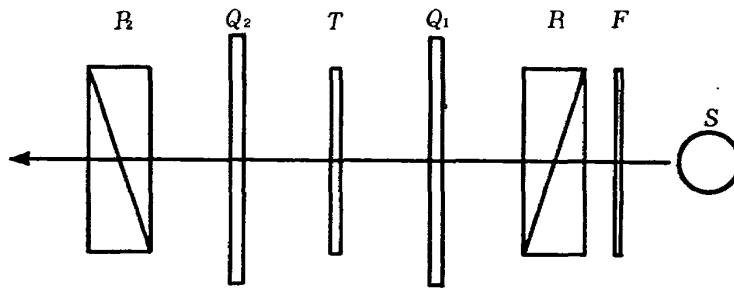
t ; 時間

ϕ ; 検光子の軸と主軸のなす角

さらに検光子 P_2 を通過した後の光のベクトルを A_3 とすると、

$$A_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_1 - A_2) \quad (21)$$

(20) 式を代入して、



S 光源
F 単色フィルター R, R₂ 検光子(偏光板)
T 試験片 Q₁, Q₂ 1/4波長板

図 13 光弾性装置光学系

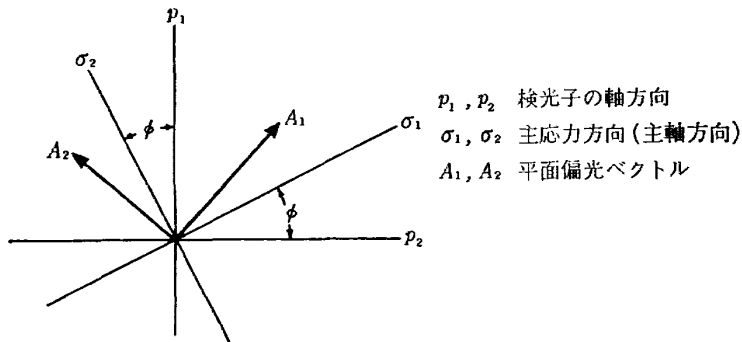


図 14 1/4 波長板 Q_2 通過後の偏光ベクトル

$$\begin{aligned}
 A_3 &= \frac{A}{2} \left[\sin(\omega t - \phi + \delta) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \phi\right) \right. \\
 &\quad \left. + \cos(\omega t - \phi + \delta) \sin\left(\frac{\pi}{4} - \phi\right) - \cos(\omega t - \phi) \right. \\
 &\quad \left. \times \sin\left(\frac{\pi}{4} - \phi\right) - \sin(\omega t - \phi) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \phi\right) \right] \\
 &= A \cos\left(\omega t - 2\phi + \frac{\pi}{4} + \frac{\delta}{2}\right) \sin \frac{\delta}{2} \quad (22)
 \end{aligned}$$

そこで図 13 の検光子 P_1, P_2 の軸を主軸に一致させる, すなわち単軸引張の場合では力の作用する方向およびこれと直角の方向にとる。さらに $1/4$ 波長板, Q_1, Q_2 はこの軸が P_1, P_2 の軸に対し $\pi/4$ の位置になるように入れる。したがってこの場合は $\phi=0$ であるから (22) 式は

$$\begin{aligned}
 A_3 &= A \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4} + \frac{\delta}{2}\right) \sin \frac{\delta}{2} \\
 &= -A \sin\left(\omega t + \frac{\delta}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \sin \frac{\delta}{2} \quad (23)
 \end{aligned}$$

となる。つぎに検光子 P_2 を θ だけ回転するとこの光のベクトルは

$$A_3 = -A \sin\left(\omega t + \frac{\delta}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{\delta}{2} - \theta\right) \quad (24)$$

となる。ここで端数を含んだ縞次数の点を考えると, $\theta=0$ ではこの光のベクトル A_3 が零になっていないで, この P_2 をある角度 $\theta(0 < \theta < \pi)$ だけ回転したときに $A_3=0$ となる。この場合には P_2 の後では暗黒になり,

$$\left(\frac{\delta}{2} - \theta\right) = N\pi$$

ここで N ; 整数 (ここでは整の N 次の縞次数)

となる。これより

$$\delta = 2N\pi + 2\theta$$

したがってこの点での縞次数は

$$n = \frac{\delta}{2\pi} = N + \frac{\theta}{\pi} \quad (25)$$

なる式で与えられ, これにより端数のある縞次数が求められる。

つぎにこの方法を実際の測定に用いる場合について考えてみる。いま光弾性用試験片に任意の大きさの応力あるいはひずみが与えられているとする。この場合 P_1, P_2 の軸を主軸に一致させておいた状態で, 与えられた応力あるいはひずみに対し何回明暗が繰り返されたかを記録してやれば N の値を知ることができる。さらに P_2 を回転して全面が最も暗くなる角度, θ を測定して端数の縞次数が求められる。この θ を求めるのに, もし P_2 を通ってきた光を光電管に入れるとこの光の最も弱くなる点が正確に判定できるので精密に縞次数を測定することができる。

一方, 光波のエネルギーは振巾の自乗に比例し, したがって光の強さ, I は

$$I = A^2 \sin^2 2\phi \sin^2 \frac{\delta}{2} \quad (26)$$

で示される。この式から $\phi=\pi/4$ で I が最大, $\phi=0$ および $\phi=\pi/2$ で $I=0$ となるが, 前にも述べたように検光子 P_1, P_2 の偏光振動面と $\pi/4$ の位置に $1/4$ 波長板, Q_1, Q_2 が入っているために光の強さは ϕ に関係がなくなり

$$I = A^2 \sin^2 \frac{\delta}{2} \quad (27)$$

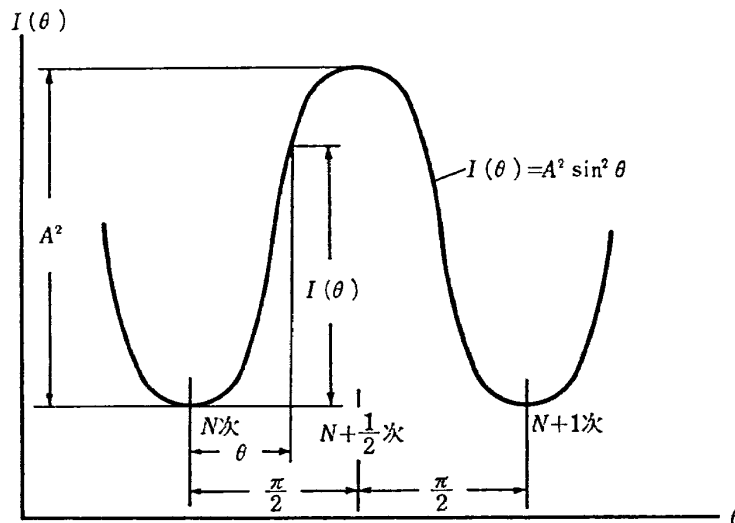


図 15 光の強さと縞次数の関係

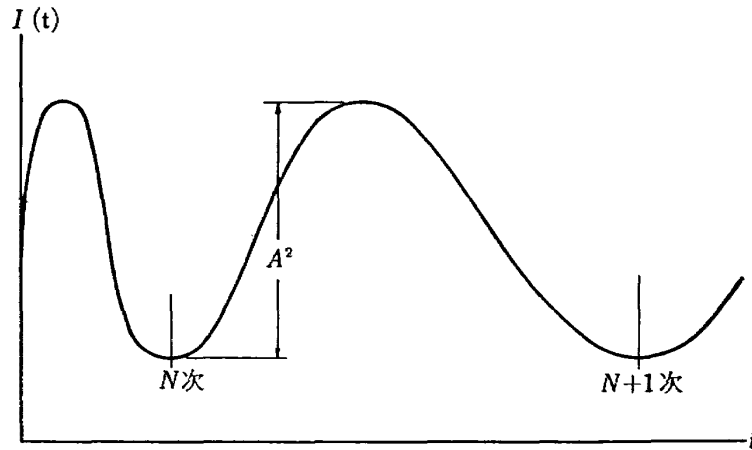


図 16 光の強さと時間の関係

となる。結局今回の実験で用いた実験装置における電管と記録計は(27)式で示されている曲線を記録していることになる。この曲線と縞次数は、 N と $N+1$ 次の間での例をとると図 15 に示した関係となり、この曲線上の任意の点での縞次数は、その点の光の強さに対応する角度、 θ を求めれば容易に求められる。すなわちいまこの曲線上の光の強さが $I(\theta)$ なる点での角度を θ とすると

$$\sin^2\theta = \frac{I(\theta)}{A^2}$$

より

$$\theta = \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{I(\theta)}{A^2}}\right) \quad (28)$$

となる。

しかし以上での論議は縞次数が皮膜の検定試験のように時間に依存しない場合であるが、この方法をここ

での実験で行なっているような粘弾性体の皮膜法によるひずみの測定に適用してみる。この場合はすでに示したように皮膜に現われる縞次数は粘弾性体である下地材のひずみによるために時間により変化する形となる。つまりこの場合の記録計から得られる曲線は時間とともに変化する光の強さを示したもので図 16 に示したような関係となっている。したがってこの曲線から任意時間、 t での光の強さ、 $I(t)$ が決定されれば(28)式より、これに対応する角度、 $\theta(t)$ は

$$\theta(t) = \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{I(t)}{A^2}}\right) \quad (29)$$

となり、このときの縞次数は次のようになる。

$$n(t) = N + \frac{\theta(t)}{\pi} \quad (30)$$

なおこの式で N は時刻、 t 以前に生じた最大の整の縞次数である。

- | | | | |
|--------|---|---------|--------------------------------------|
| TR-258 | 三次元準最適直接式誘導法
Three Dimensional Suboptimal Explicit
Guidance for Space Vehicles | 1972年1月 | 大坪孔治 |
| TR-259 | 回転駆動振動検出型レートジャイロの研究
Study on a Rotary-Drive Vibratory-Output
Rate Gyro | 1972年1月 | 山田 博 |
| TR-260 | 気流全温度測定装置の試作
A High Sensitive Total Atmospheric Tem-
perature Measuring Apparatus | 1972年1月 | 西尾健二, 能瀬弘幸
越沼威, 井上重雄
臼井弘, 大畑敏美 |

航空宇宙技術研究所報告261号

昭和47年1月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表) ☎182

印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川 2-27-12
