

UDC 681.3.06:
539.384:
624.074.4

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-262

異径二円筒殻をコーンで連結した軸対称殻の
有限要素法構造解析

小河 昭 紀

1972 年 1 月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 報 告

- TR-245 ヘリコプタ高度・速度線図および臨界決定点の解析的推定法
An Analytical Method to Predict Height-Velocity Diagram Critical Decision Point of Rotorcraft 1971年 8月 古茂田真幸
- TR-246 梁の大変形問題の解析について
On Analysis of Large Deformation Problems of Beam 1971年11月 泉 日出夫
- TR-247 任意物体のまわりの自由流線理論
On the Theory of Free Streamlines Past an Arbitrary Shape 1971年 9月 高 橋 侔
- TR-248 亜音速流中における二次元翼上の圧力分布の粘性効果を考慮に入れた計算法のプログラム
A Description of the Ideas Underlying a Computer Programme for Predicting the Aerofoil Pressure Distributions in Subcritical Viscous Flows 1971年11月 海老原正夫, 石田洋治
小此木時雄
- TR-249 一般化 Newton-Raphson 法の計算機容量問題に対する改良最適化アルゴリズム
Modified Optimization Algorithm for Computer Storage Problems in Generalized Newton-Raphson Method 1971年10月 志 甫 徹
- TR-250 はりの大変形解析
Large Deflection of Cantilever Beams 1971年10月 多田保夫, 日下和夫
- TR-251 対称スピン衛星のニュートン運動による慣性力の場とそのニュートンダンパへの応用
Inertial Force Field Due to Nutational Motion of Spinning Axi-Symmetric Satellite and Its Application to Nutation Damper 1971年11月 村上 力, 狼 嘉彰
- TR-252T A Study of Subsonic Two-Dimensional Wall-Interference Effects in a Perforated Wind Tunnel with Particular Reference to the NAL 2m×2m Transonic Wind Tunnel Inapplicability of the Conventional Boundary Condition 1972年 1月 Masao EBIHARA
- TR-253 圧縮性流れにおける翼型抗力の計算
A Calculation of Profile Drag of Airfoils in Compressible Flow 1971年11月 石田洋治
- TR-254 翼と不連続境界との干渉について
Interference Between Wing and Surface of Velocity Discontinuity 1971年11月 犬丸矩夫
- TR-255 地球の重力の作用下にある人工衛星の運動に関する研究
The Study on the Motion of an Artificial Satellite in the Earth's Gravitational Field 1971年12月 武内澄夫, 松島弘一
- TR-256 リジッドヘリコプタロータのホバリングにおける縦揺れ減衰モーメントについて
On the Aerodynamic Damping Moment in Pitch of a Rigid Helicopter Rotor in Hovering 1971年11月 高沢金吾
- TR-257 周期的な軸力を受ける結合柱の安定
The Dynamic Stability of a Connected Rod under Periodic Longitudinal Force 1972年 1月 佐野政明

異径二円筒殻をコーンで連結した軸対称殻の 有限要素法構造解析*

小 河 昭 紀**

A Structural Analysis of Cylinder-Cone-Cylinder Shells by the Finite Element Method

By Akinori OGAWA

Various shell models composed of two cylindrical shells and a truncated conical shell are analyzed numerically by the Finite Element Method in this paper. The cone angle is varied from 20 to 180 degrees and the joint curvature radius is varied from zero to maximum.

High approximation function in plane displacement is used on account of transverse load and of slope discontinuity at the joint circles.

It is shown that the larger the cone angle, and the smaller the joint curvature, the weaker is the bending stiffness of the model. It is found to be very beneficial for the bending stiffness to increase the joint curvature radius or to thicken the part in the neighborhood of the joint.

1. ま え が き

ジェットエンジン外殻、シャフト、プラント類にみられるように直径の異なる円筒殻群が構成要素として多く使用されている。外荷重として、圧力や引張圧縮らの軸対称荷重の外に曲げやせん断荷重のような非軸対称荷重も考慮する必要がある。この条件下で、直径の異なる円筒殻をどのように連結すれば剛性や、応力集中の点で有利であるかを知ることは、振動や破壊防止の立場から必要である。

しかし、これまでこの点に関する資料、研究は、十分といいがたく特に非軸対称荷重の場合の研究は少ない。ここでは、非軸対称荷重としてせん断荷重を想定した場合、どのような形状の殻で連結すると曲げ剛性が高められるかを知るために研究を行なった。

殻の解析は、これまで比較的形状が単純なものに限定されており、実用構造物のような複雑で勾配の不連続な部分がある対象についてはほとんど取り扱われていない。近年、計算機の飛躍的発展にともない研究が盛んに進められている有限要素法による数値解析は軸対称殻の問題にも有力な手段となることが報告されて

いる^{1),2),3)}。

Grafton, Strome¹⁾ は、軸対称殻構造物が円錐さい頭殻 {以下、コーン (cone) と称す} 群によって構成されていると考えて最初に有限要素法による取り扱いを研究した。そのさい、荷重は軸対称の場合に限定されている。非軸対称荷重への一般化は Percy, Pian⁴⁾ 等によって研究された^{5),6)}。これまでの研究では面内変形を簡単な線型関数で近似することが多かった。しかし従来取り扱われた対象は球殻などの連続勾配の殻がほとんどであった。実際の構造物によくみられるように、勾配の不連続が存在する殻構造を取り扱い、しかもその不連続部の変位や応力が問題となるときはたして線型近似で十分かどうかを知る必要がある。ここでは、直径の異なる二個の円筒殻をコーンで連結したモデルについて数値解析を行なうにあたり、コーンとシリンダの連結部の変形状態がたわみに大きな影響を与える可能性を考え、面内変形関数として四次式の形を仮定してプログラムを作製した。線型仮定の場合と比較計算を行なった後、種々の計算モデルについて数値解析を行ない連結形状と曲げ剛性の関連をしらべた。

記 号

A: 荷重端で、 $\theta = (\pi/2)$ 又は $(3/2)\pi$ の点

* 昭和 46 年 12 月 23 日受付

** 原動機部

- [B]: 節点変位 $\{q^j\}$ を, $\{\alpha^j\}$ に関係づける行列
- E: ヤング率
- [D]: 弾性係数行列
- [D*]: [D] の $\epsilon_{s\theta}, \chi_{s\theta}$ に相当する要素が 2 倍された外は, [D] と等しい
- [K]: 剛性マトリックス
- [L^j]: (9) 式の係数行列
- M: 当位長さ当りのモーメント
- $M_s, M_\theta, M_{s\theta}$: 殻の断面モーメント (Stress couples)
- $N_s, N_\theta, N_{s\theta}$: " 断面力 (Stress resultants)
- h: 殻の厚さ
- P: 単位長さあたりの軸力
- Q, \bar{Q} : 一般化力
- Q_s, Q_θ : 殻の剪断力
- R: 単位長さあたりの半径方向力
- S: " 切線方向力
- U: ひずみエネルギー
- $[\hat{k}]$: 局部座標での, 剛性マトリックス
- l: 要素の長さ
- q_P^j, \bar{q}^j : 一般化変位 (節点 P に於ける)
- \bar{q} : 節点 P での, 局部座標表示の一般化変位
- r: 軸対称殻の中心線までの距離 (半径座標)
- S: 子午線座標
- u, v, w: 軸, 切線, 半径方向変位
- $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}$: 子午線, 切線, 法線方向変位
- β : 変形による子午線の回転量
- $\{\epsilon\}$: ひずみベクトル
- $\epsilon_s, \epsilon_\theta, \epsilon_{s\theta}$: 殻中央面のひずみ
- $\chi_s, \chi_\theta, \chi_{s\theta}$: 殻中央面の曲率変化
- ν : ポアソン比
- $[\phi]$: 座標変換行列
- ϕ : 殻の勾配
- θ : 角度座標
- $\{\sigma\}$: 応力ベクトル

$\{\alpha_a\}, \{\alpha_b\}$: 変位関数係数ベクトル $\{\alpha^j\}$ の部分ベクトル

$$[B_a], [B_b]: [B] = \begin{bmatrix} \overbrace{[B_a]}^{-8} \\ \vdots \\ \overbrace{[B_b]}^{-6} \end{bmatrix}$$

2. 計算理論

軸対称殻をコーンの集合体としてモデル化して¹⁾ 各々のコーン要素について基礎式を求める。

節点 (i) における外力は一般に, θ に関して周期 2π の周期関数であるのでフーリエ展開して (1) 式で示せる⁴⁾。

$$\left. \begin{aligned} \pi r_i P_i(\theta) &= \frac{1}{2} Q^0_{4i-3} + \sum_{j=1}^m Q^j_{4i-3} \cos j\theta \\ &\quad + \sum_{j=1}^m \bar{Q}^j_{4i-3} \sin j\theta \\ \pi r_i S_i(\theta) &= \frac{1}{2} Q^0_{4i-2} + \sum_{j=1}^m Q^j_{4i-2} \sin j\theta \\ &\quad + \sum_{j=1}^m \bar{Q}^j_{4i-2} \cos j\theta \\ \pi r_i R_i(\theta) &= \frac{1}{2} \bar{Q}^0_{4i-1} + \sum_{j=1}^m Q^j_{4i-1} \cos j\theta \\ &\quad + \sum_{j=1}^m \bar{Q}^j_{4i-1} \sin j\theta \\ \pi r_i M_i(\theta) &= \frac{1}{2} Q^0_{4i} + \sum_{j=1}^m Q^j_{4i} \cos j\theta \\ &\quad + \sum_{j=1}^m \bar{Q}^j_{4i} \sin j\theta \end{aligned} \right\} (1)$$

軸対称殻の性質より^{3), 7)} 節点 (i) の変位についても, (1) 式と対応する形で変位のフーリエ展開が可能である。

$$\left. \begin{aligned} u_i(\theta) &= q^0_{4i-3} + \sum_{j=1}^m q^j_{4i-3} \cos j\theta \\ &\quad + \sum_{j=1}^m \bar{q}^j_{4i-3} \sin j\theta \end{aligned} \right\}$$

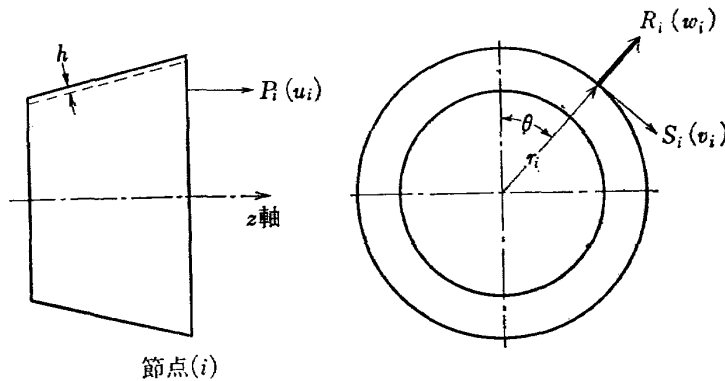


図 1 コーン要素の形状と節点力

$$\left. \begin{aligned}
 v_i(\theta) &= q^0_{4i-2} + \sum_{j=1}^m q^j_{4i-2} \sin j\theta \\
 &\quad + \sum_{j=1}^m \bar{q}^j_{4i-2} \sin j\theta \\
 w_i(\theta) &= q^0_{4i-1} + \sum_{j=1}^m q^j_{4i-1} \cos j\theta \\
 &\quad + \sum_{j=1}^m \bar{q}^j_{4i-1} \sin j\theta \\
 B_i(\theta) &= q^0_{4i} + \sum_{j=1}^m q^j_{4i} \cos j\theta \\
 &\quad + \sum_{j=1}^m \bar{q}^j_{4i} \sin j\theta
 \end{aligned} \right\} (2)$$

他端の節点 (i+1) についても、同様な式が成立する。ここで、

$$\left. \begin{aligned}
 q^j &= (q^j_{4i-3}, q^j_{4i-2}, \dots, q^j_{4i}, q^j_{4i+1}, \dots, q^j_{4i+4}) \\
 Q_i &= (Q^j_{4i-3}, Q^j_{4i-2}, \dots, Q^j_{4i}, Q^j_{4i+1}, \dots, Q^j_{4i+4})
 \end{aligned} \right\} (3)$$

\bar{q}^j, \bar{Q}^j についても同様に定義すると、 Q_j, Q_j, q_i, \bar{q}^j の間に (4) 式の関係が成立する⁴⁾。

$$\begin{pmatrix} Q^0 \\ Q^1 \\ \bar{Q}^1 \\ \vdots \\ Q^m \\ \bar{Q}^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K^0 & & & \\ & K^1 & & 0 \\ & & K^1 & \\ & & & \ddots \\ 0 & & & & K^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q^0 \\ q^1 \\ \bar{q}^1 \\ \vdots \\ q^m \\ \bar{q}^m \end{pmatrix} \quad (4)$$

K^0, K^1, K^1, K^m は、それぞれのモード (フーリエ展開次数) $0, 1, \dots, m$ に対応する剛性マトリックスである。各モードの間は独立であるので、各モードについ

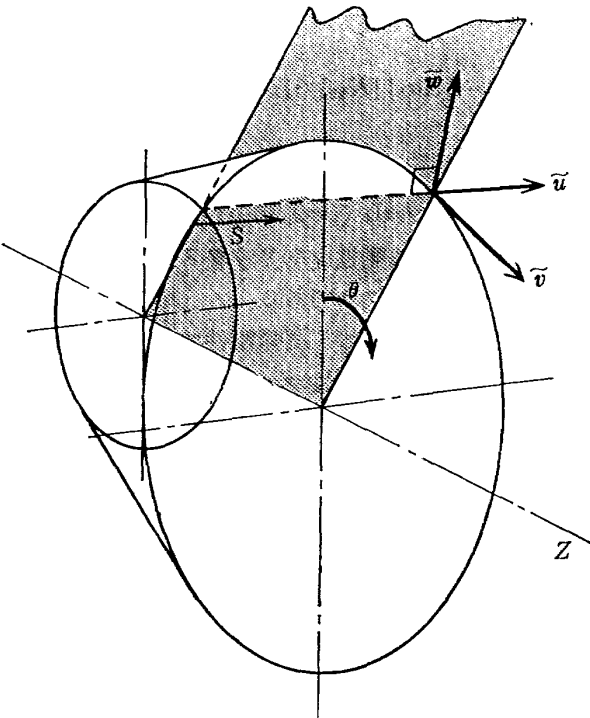


図 2 局所座標系での変位成分

て個別に考慮すればよい。

局所座標として 2 図のように、子午線方向 (meridional direction) に、 S 座標をとる。変位成分は、法線方向に \tilde{w} 、子午線方向に \tilde{u} 切線方向に $\tilde{v}(\tilde{v}=v)$ をとる。殻の中央面上の変位関数として (5) 式を仮定する。

$$\left. \begin{aligned}
 \tilde{u}_j &= (\alpha_6^j + \alpha_8^j s + \alpha_9^j s^2 + \alpha_{11}^j s^3 + \alpha_{13}^j s^4) \cos j\theta \\
 \tilde{v}_j &= (\alpha_7^j + \alpha_8^j s + \alpha_{10}^j s^2 + \alpha_{12}^j s^3 + \alpha_{14}^j s^4) \sin j\theta \\
 \tilde{w}_j &= (\alpha_1^j + \alpha_2^j s + \alpha_3^j s^2 + \alpha_4^j s^3) \cos j\theta \\
 \tilde{\beta}^j &= (\partial w^j / \partial s)
 \end{aligned} \right\} (5)$$

ひずみと変位の関係式として Novozhilov の式を用いる。これに (5) 式を代入して行列表示すると

$$\{\epsilon^j\} = [W^j] \{\alpha^j\} \quad (6)$$

6×1 6×14 14×1

弾性係数マトリックスを $[D]$ とすると⁹⁾

$$\{\sigma^j\} = [D] \{\epsilon^j\} \quad (7)$$

(6), (7) 式を用いて、要素内のひずみエネルギー U^j を計算すると次のようになる。

$$U^j = \frac{1}{2} \int_{\text{Vol}} \{\sigma^j\}^T \{\epsilon^j\} dv = \frac{1}{2} \{\alpha^j\}^T [L^j] \{\alpha^j\} \quad (8)$$

ここで、

$$[L^j] = \int_{\text{Vol}} [W^j]^T [D] [W^j] dv \quad (9)$$

14×14

$[D^*]$ は $[D]$ の $\epsilon_{s\theta}, \chi_{s\theta}$ に対応した係数を 2 倍した行列である。局所座標での一般化変位を $\{\bar{q}^j\}$ とすると、(5) 式に $S=0, s=l$ を代入した振幅値が $\{\bar{q}^j\}$ になるから

$$\{\bar{q}^j\} = [B] \{\alpha^j\} \quad (10)$$

8×1 8×14 14×1

(10) 式を部分マトリックスを用いて表わすと

$$\{\bar{q}^j\} = [B_a] \{\alpha_a\} + [B_b] \{\alpha_b\} \quad (11)$$

ここで、

$$\{\alpha_a\} = \{\alpha_1^j, \alpha_2^j, \dots, \alpha_8^j\}$$

$$\{\alpha_b\} = \{\alpha_9^j, \alpha_{14}^j, \alpha_{14}^j\}$$

$[B_a], [B_b]$ は $[B]$ の部分マトリックス

(11) 式を $\{\alpha_a\}$ について解き、 $\{\alpha_b\} = [I] \{\alpha_b\}$ と組み合わせると

$$\{\alpha^j\} = \begin{Bmatrix} \alpha_a \\ \alpha_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_a^{-1} & -B_a^{-1}B_b \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{q}^j \\ \alpha_b \end{Bmatrix} \quad (12)$$

$[\phi]$ を座標変換マトリックス (表 4 参照) とすると

$$\begin{Bmatrix} \bar{q}^j \\ \alpha_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi^T & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q^j \\ \alpha_b \end{Bmatrix} \quad (13)$$

表 1 Stress-Strain Relation

$$\{N_s, N_\theta, N_{s\theta}, M_s, M_\theta, M_{s\theta}\} = [D] \{\epsilon_s, \epsilon_\theta, \epsilon_{s\theta}, \chi_s, \chi_\theta, \chi_{s\theta}\}$$

where

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{Eh}{1-\nu^2} & \frac{\nu Eh}{1-\nu^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu Eh}{1-\nu^2} & \frac{Eh}{1-\nu^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Eh}{1+\nu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} & \frac{\nu Eh^3}{12(1-\nu^2)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\nu Eh^3}{12(1-\nu^2)} & \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{Eh^3}{12(1+\nu)} \end{bmatrix}$$

表 2 ひずみ-変位の関係式 (Novozhilov)

Strain

$$\begin{aligned} \epsilon_s &= \frac{\partial u}{\partial s} \\ \epsilon_\theta &= \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{u \sin \phi}{r} + \frac{w \cos \phi}{r} \\ \epsilon_{s\theta} &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{v \sin \phi}{r} \right] \\ \chi_s &= -\frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \\ \chi_\theta &= -\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\cos \phi}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\sin \phi}{r} \frac{\partial w}{\partial s} \\ \chi_{s\theta} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial s \partial \theta} + \frac{\sin \phi}{r^2} + \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\cos \phi}{r} \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{\sin \phi \cos \phi}{r^2} v \end{aligned}$$

$$[\epsilon] = [w] [a]$$

(8), (9) (12) (13) 式より

$$U^j = \frac{1}{2} \{q^j, \alpha_b\}^T [K^j] \begin{Bmatrix} q^j \\ \alpha_b \end{Bmatrix} \quad (14)$$

ここで

$$[K^j] = \begin{bmatrix} \phi & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_a^{-1} & -B_a^{-1} B_b \\ 0 & I \end{bmatrix}^T [L^j] \\ \times \begin{bmatrix} B_a^{-1} & -B_a^{-1} B_b \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi^T & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (15)$$

Total Potential Energy を π_j とすると

$$\pi_j = U^j - \{q^j\}^T \{Q^j\} \quad (16)$$

ポテンシャル・エネルギー最小の原理により

$$\left. \begin{aligned} \{\partial \pi_j / \partial q^j\} &= 0 \\ \{\partial \pi_j / \partial \alpha_b\} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

これより

$$[K^j] \begin{Bmatrix} q^j \\ \alpha_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{aa} & K_{ab} \\ K_{ba} & K_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q^j \\ \alpha_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q^j \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (18)$$

$\{\alpha_b\}$ を消去すると

$$([K_{aa}] - [K_{ab}] [K_{bb}]^{-1} [K_{ba}]) \{q^j\} = \{Q^j\} \quad (19)$$

(19) 式において, $[K_{aa}]$ は (5) 式の変位関数で, $\alpha_i^j = 0$ ($i=9, 10 \dots 14$)

としたとき得られる剛性マトリックスであり, 第2項がその修正マトリックスである。

(19) 式で, 与えられる要素剛性マトリックスを合成して, 構造物全体の剛性マトリックスを得ることができる。このようにして得られた式を用いて, 例題を計算した。その結果を3図に示す。

直径 40 cm, 長さ 40 cm と, 直径 60 cm, 長さ 60 の薄肉シリンダを半頂角 60° のコーンで連結した模型について, 片持固定支持, 他端一様せん断荷重下で計算を行なった。分割が細かいほど, 計算値は, 厳密解に収束すると考えられるので, 種々の分割数で計算し, 収束の程度を調べた。破線は面内変位関数として, 線型近似を用いた J.H. Percy のプログラムによ

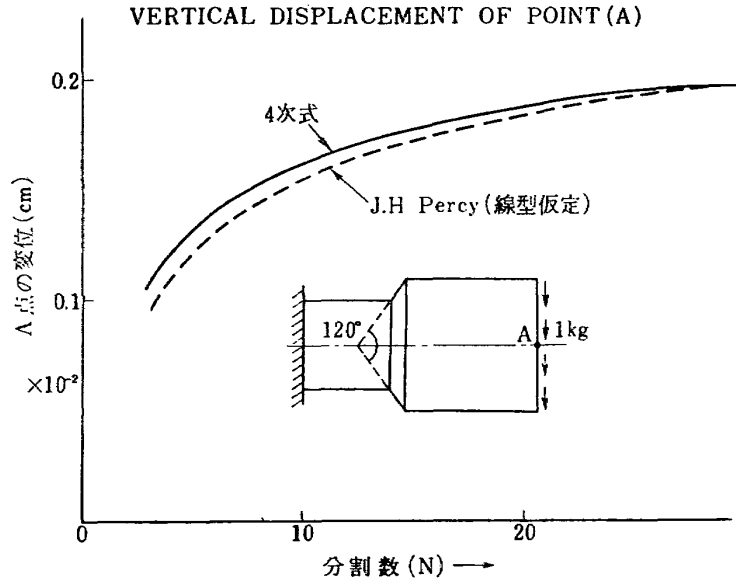


図 3 変位関数の違いによる影響

るものである。粗分割では、(19) 式による計算修正は、10% 程度の近似度向上を与える。殻の構造がさらに複雑化した場合についても計算を行なったが、差異は 10% 程度であった。

3. 計算モデル

二つの直径の異なるシリンダを連結するものとして、種々の形のコーンを考える。構造解析にあたり、次の因子を決める必要がある。

- a) モデルの分割数
- b) コーン形状
 - i) コーン角度の取り方
 - ii) 連結部の丸味のつけ方
- c) 荷重条件

表 3 モデルの諸元

$h=0.1 \text{ cm}$
 $E=0.7031 \times 10^8 \text{ kg/cm}^2$
 $\nu=0.3$

a	$R(\text{cm})$	$L(\text{cm})$
20°	0	27.4748
30°	0~74.6413	17.3205~37.321
45°	0~34.1425	10~24.1422
60°	0~20	5.7735~17.3205
75°	0~13.4920	2.6795~13.0323
90°	0~10	0~10

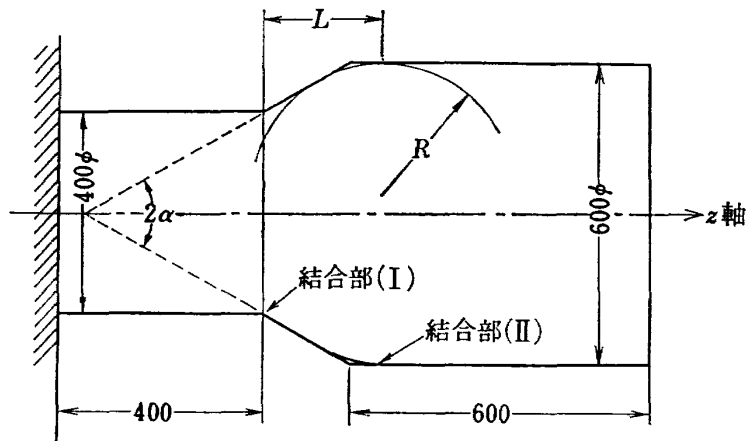


図 4 計算モデルの形状

表 4 座標変換行列

$$[\phi] = \begin{matrix} 8 \times 8 \\ \left(\begin{array}{cccccccc} \cos \phi & 0 & -\sin \phi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \phi & 0 & -\sin \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \end{matrix}$$

d) 二個のシリンダーの形状

a) については、3 図から、分割数が30を越えると、分割数の影響が無いことが判る。実機に近いモデル解析として、2 個のシリンダーの直径比を、2:3 とし、荷重様式として、回転中の偏心荷重による振動が重要であるから、回転軸に垂直な横せん断荷重を想定した。b) のコーン角度について、半項角が 20° 以下では、コーンの長さが大きくなりモデルの長さが増して比較が困難になるため、計算はおもに 30° から 90° の半項角について行なった。4 図に計算モデルの寸法を示す。図で、結合部とあるのは、シリンダーとコーンの結合部を示す。外力について、一様せん断荷重合力を考える。フーリエ展開を行なうと、

$$\left. \begin{aligned} S(\theta) &= \frac{W}{2\pi r} \sin \theta \\ R(\theta) &= \frac{-W}{2\pi r} \cos \theta \\ P(\theta) &= M(\theta) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

ここで

W ……総荷重 (=1kg)

となりモードとして、 $j=1$ の場合を計算するのみでよい。

4. 計算結果

前述のように、外力、変位、そして応力も円筒方向 θ に関して、正弦関数的に変化する。計算結果は、振幅値のみを示し、 z 軸に沿う変化がプロットされている。グラフ上で、* 印のある量は $\sin \theta$ を、それ以外の量には $\cos \theta$ を乗ずるとシェル上の任意の点 (z, θ) の変位、応力が計算できる。応力の記号については、19 図を参照。

4.1 コーン角度の影響について

コーン角度の影響を検討するため、 $\alpha=30^\circ$ と $\alpha=60^\circ$ のモデルの応力、変位を図 5(a)~図 10(b) に示す。

実線は $\alpha=60^\circ$ 、破線は $\alpha=30^\circ$ の場合である。図中の I、II の矢印は、結合部 I、結合部 II での計算値を示す。いずれのモデルにおいても、 $R=0$ である。一般に、結合部でピークを生じているか、勾配変化が最も激しくなるかしていることがわかる。その度合いは、コーン角度が増すほど、すなわち、 α が増すほど、大きくなっている。図 11 に、モデルの変形状態を拡大 (7,500 kg の荷重に相当する) して示す。変形がコーン部に集中していることがわかる。

4.2 丸味半径の影響について

結合部に丸味をつけることにより、結合部 II による応力や変位のピークは消失するか、平滑化された。結合部 (I) による変化も減少した。図 12(a)~図 14 (b) に、 $\alpha=60^\circ$ のコーンで、 $R=0$ (実線)、 $R=20$ cm (R_{\max} : 破線) の場合の応力、変位について主なものを比較した。

5. 検 討

梁理論における“たわみ”に相当するものとして、ここでは、荷重方向への殻の変位を考え、 $v(\theta=\frac{3}{2}\pi)$ をたわみと称す。これは中心軸の荷重方向への変位になる。モデルのたわみについて、図 9(b) からみられるように、結合部 (I) で、明瞭な折れ曲がりが生じている。

単一のシリンダーについてのたわみ曲線を図 15 に示す。この屈折は、コーン角度が増大するほど大きくなり、丸味半径については逆比例する。この傾向を図 16 に示す。 $\alpha \geq 60^\circ$ から荷重端の変位は、急激に増加している。この反面、丸味をつけたことによるたわみの減少効果も顕著になる。その様子を図 17 に示した。たて軸には、各々の α 値での、最大たわみ (V_{\max}) で除したたわみを取り、横軸は、各々の R を、その時の α 値での R_{\max} で除したパラメータを使用している。モデルの長さは、 α によって違っているが、長さ

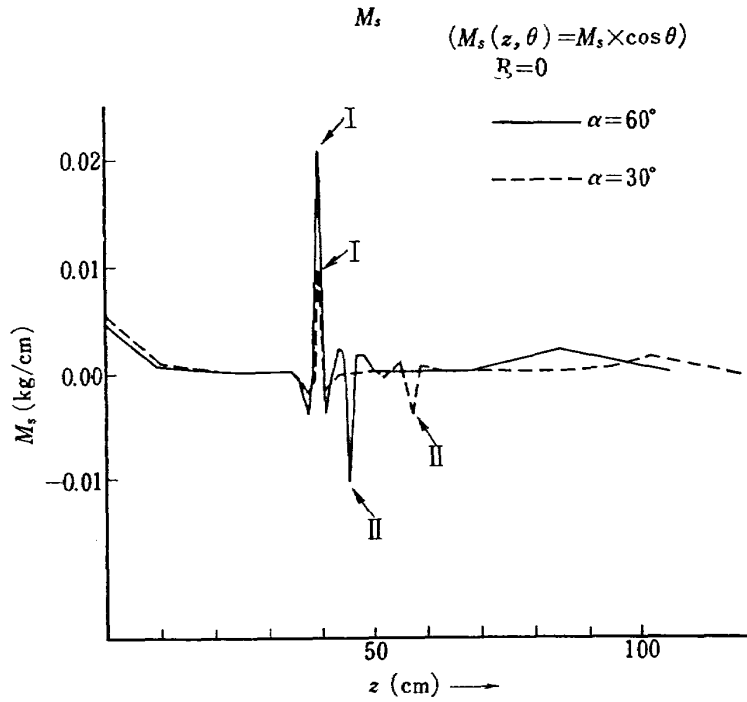


図 5(a) 軸方向モーメント

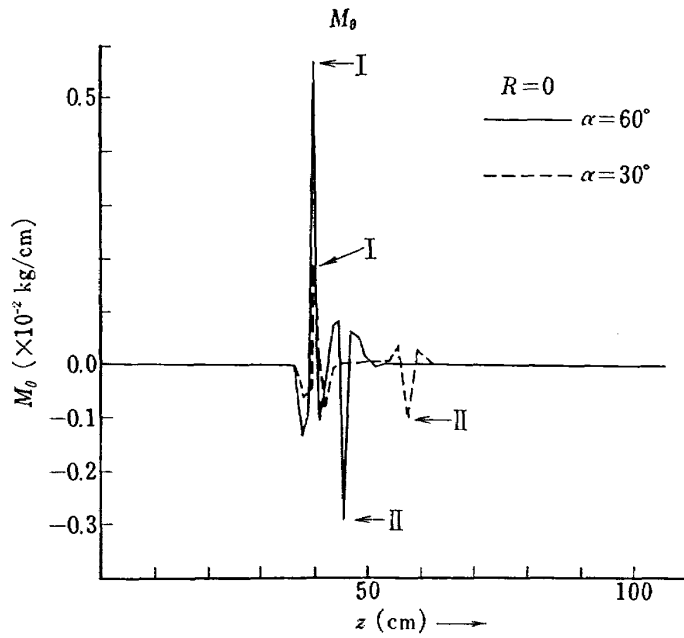


図 5(b) 切線方向モーメント

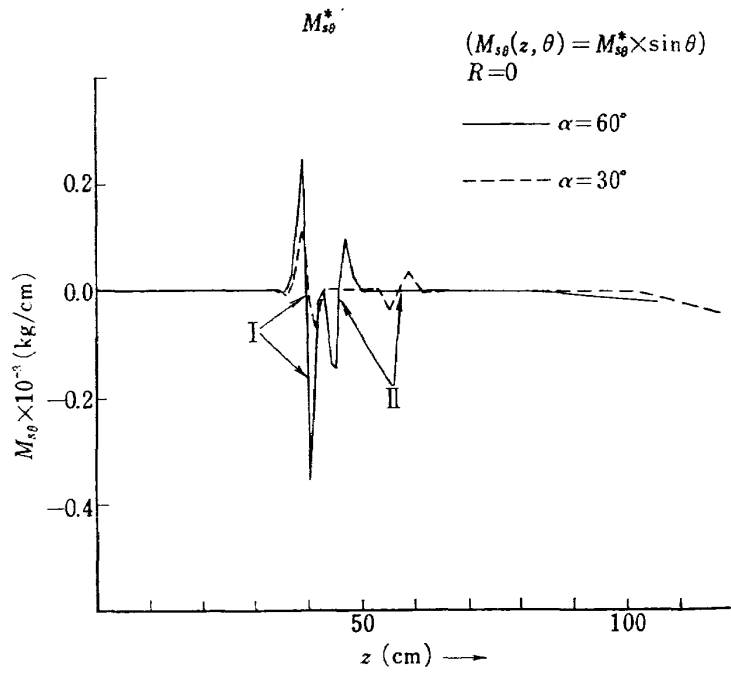


図 6(a) 捩りモーメント

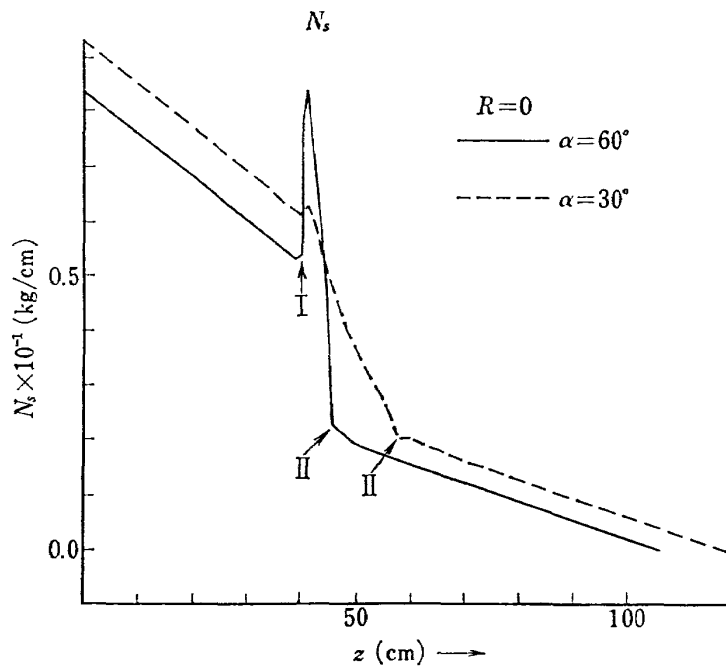


図 6(b) 軸方向の合応力

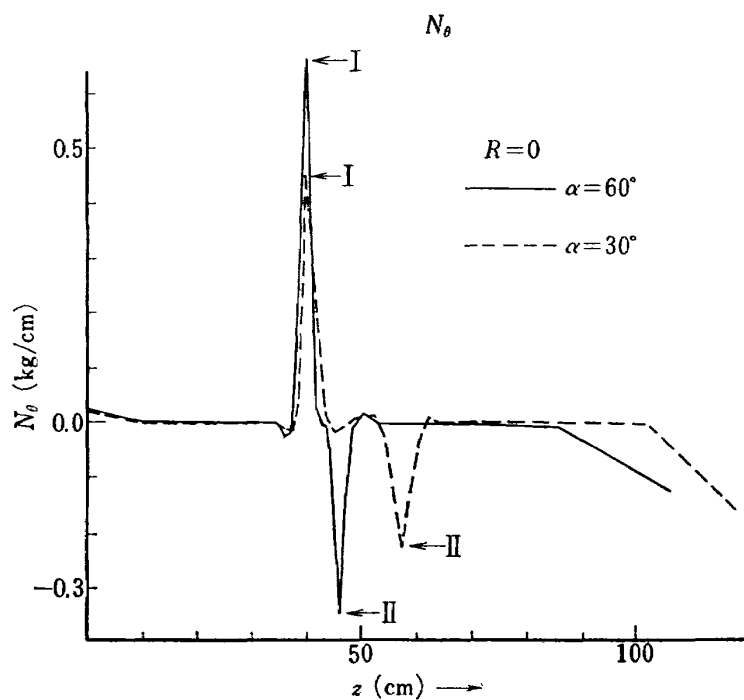


図 7(a) 切線方向の合応力

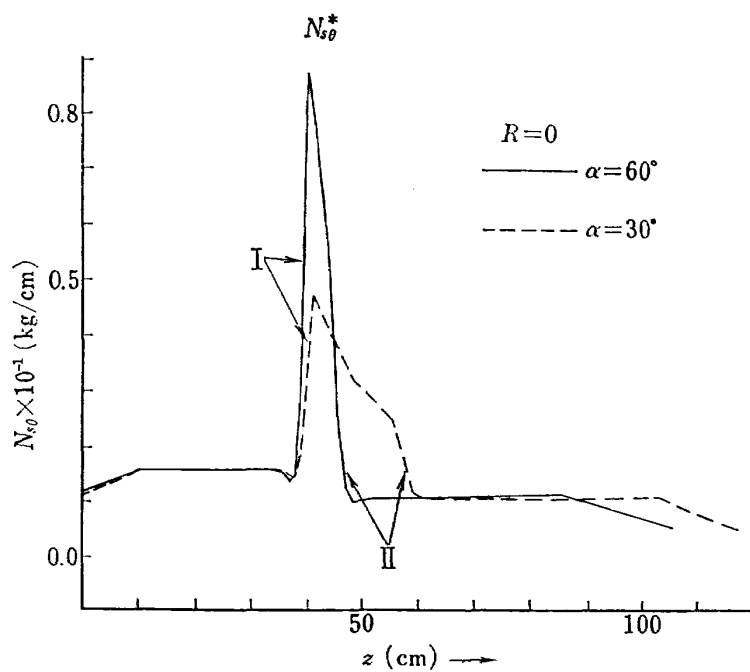


図 7(b) 面内せん断力

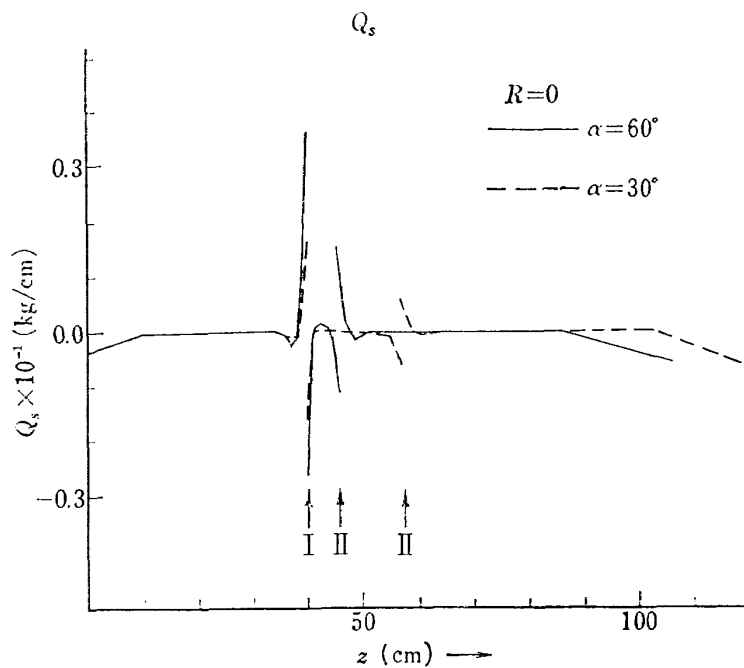


図 8(a) せん断力

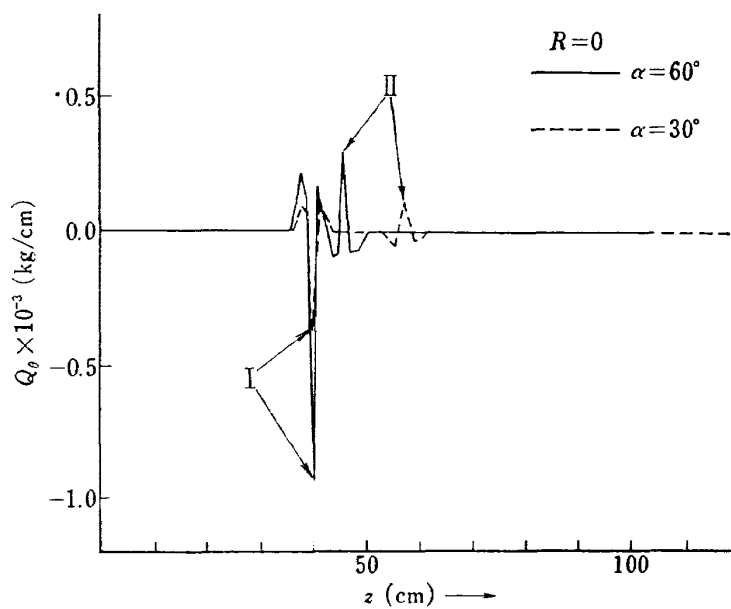


図 8(b) せん断力

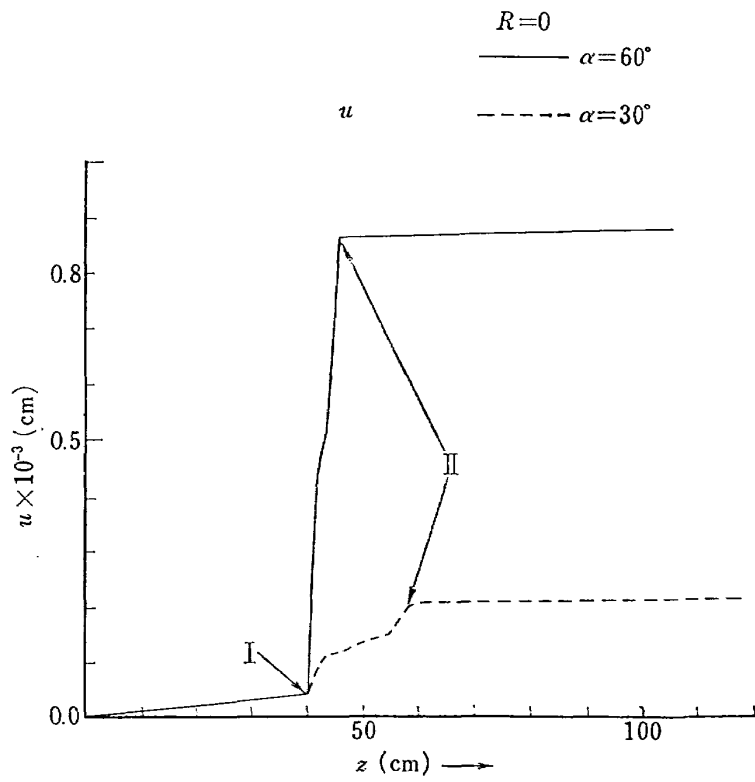


図 9(a) 軸方向変位

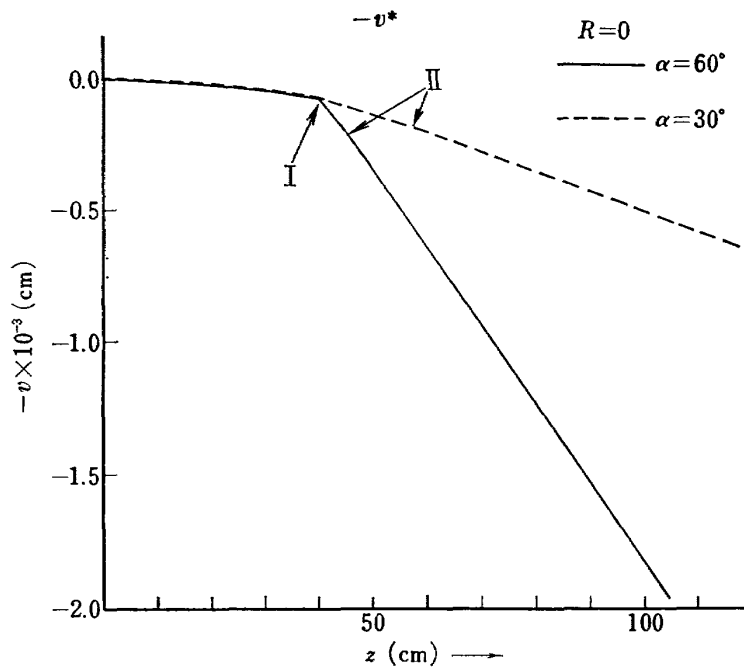


図 9(b) 切線方向変位

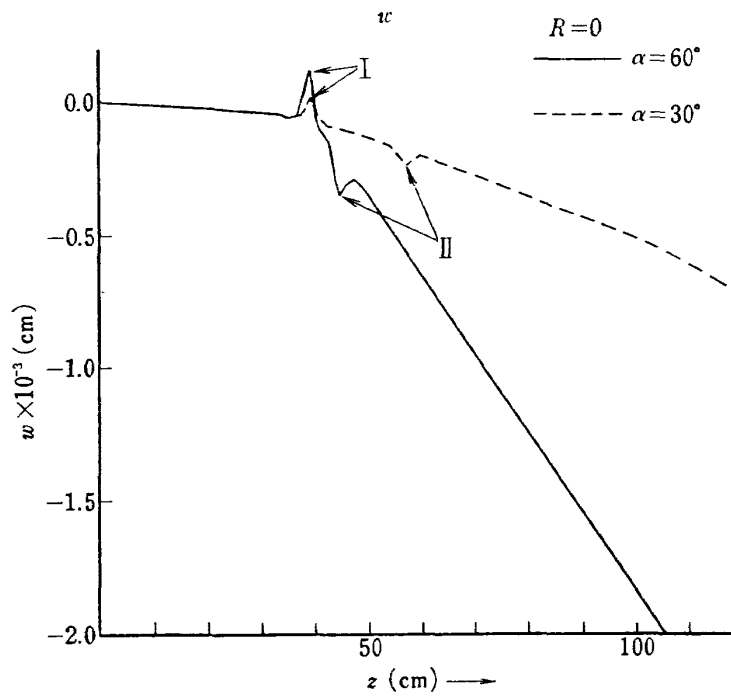


图 10(a) 半径方向变位

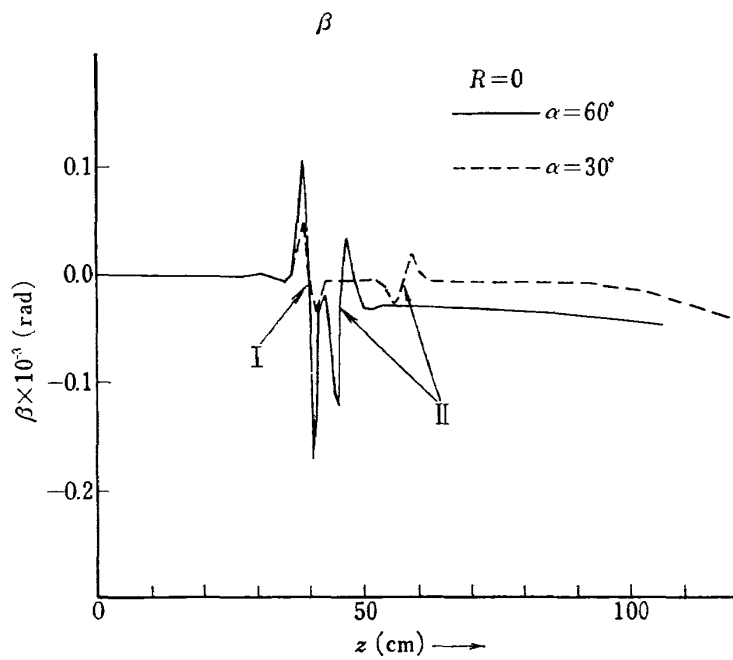


图 10(b) 角变位

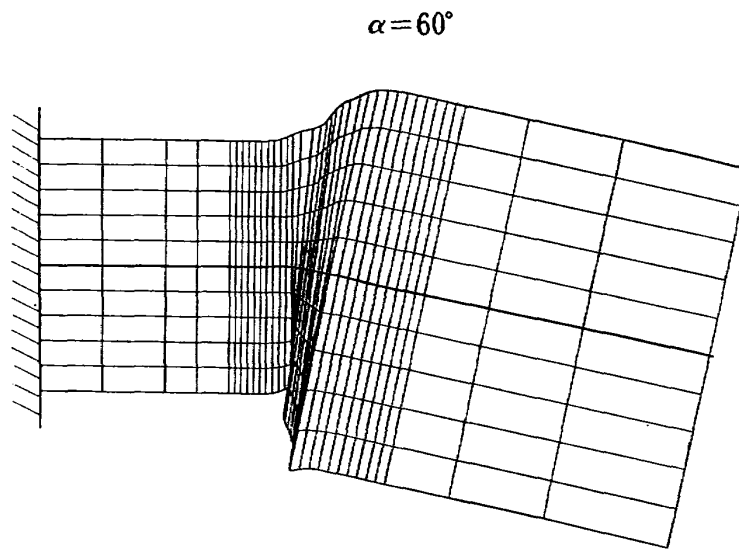


図 11(a) 荷重 7,500 kg をかけた時の殻の変形

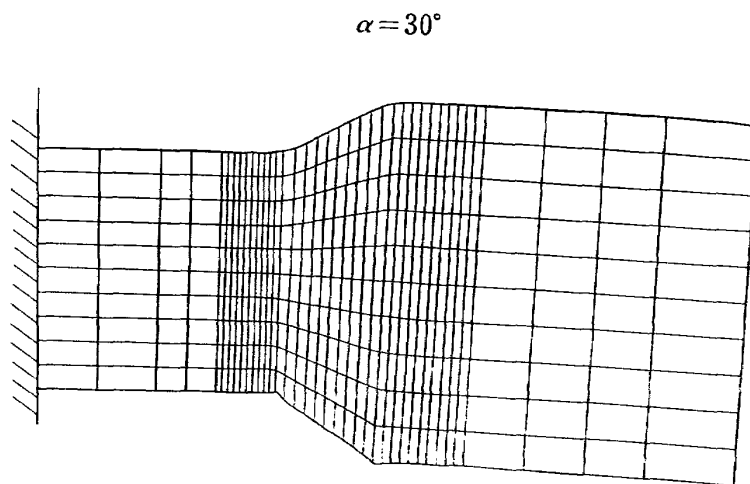


図 11(b) 荷重 7,500 kg をかけた時の殻の変形

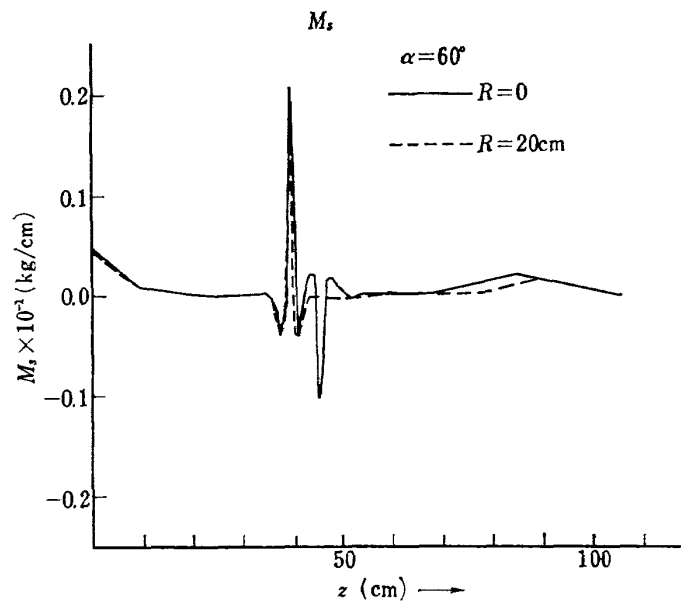


図 12(a) 軸方向のモーメント

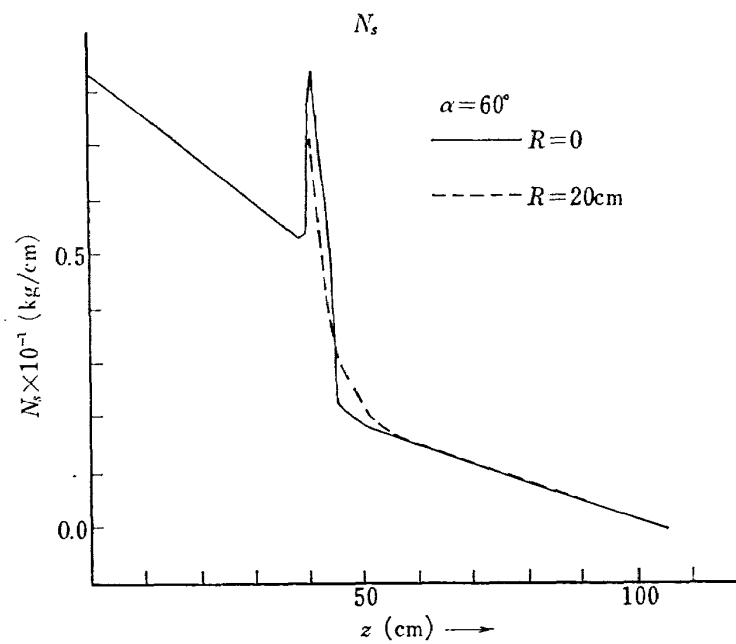


図 12(b) 軸方向の合応力

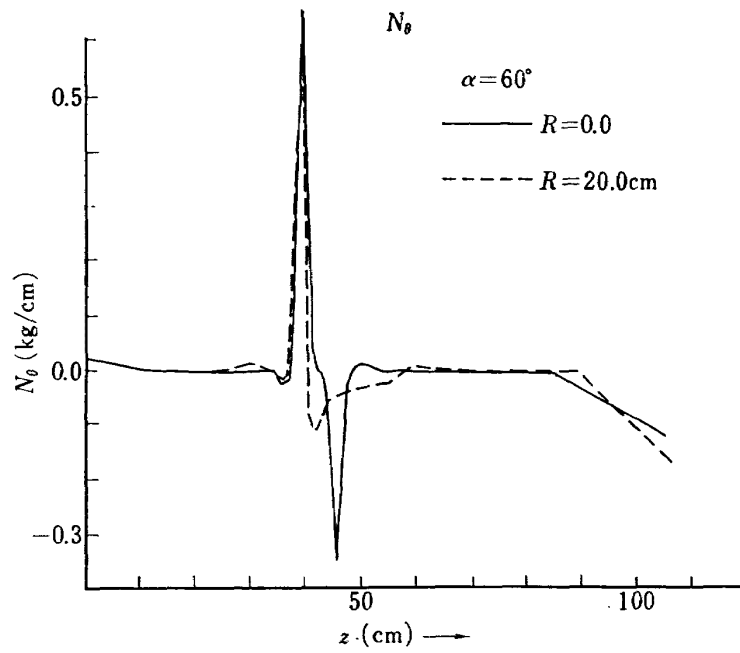


図 13(a) 切線方向の合応力

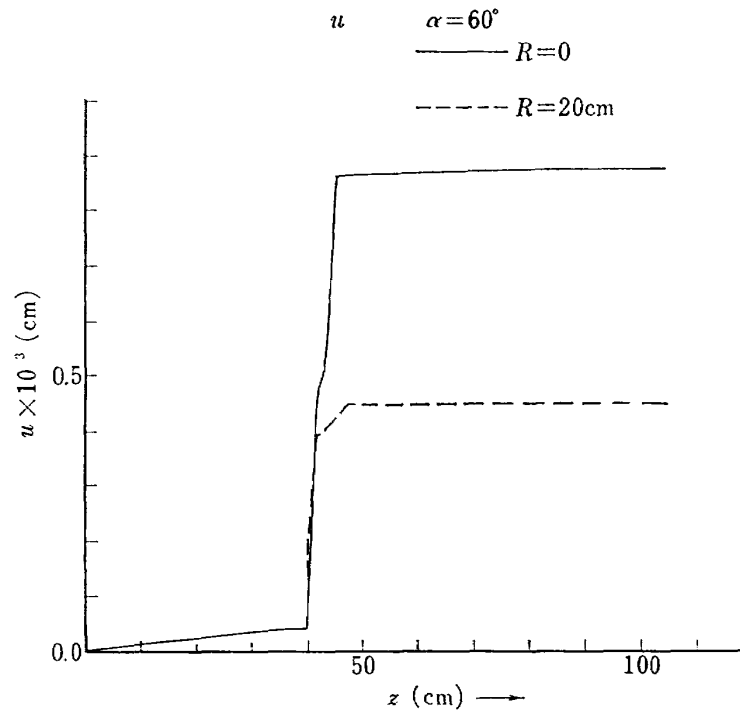


図 13(b) 軸方向変位

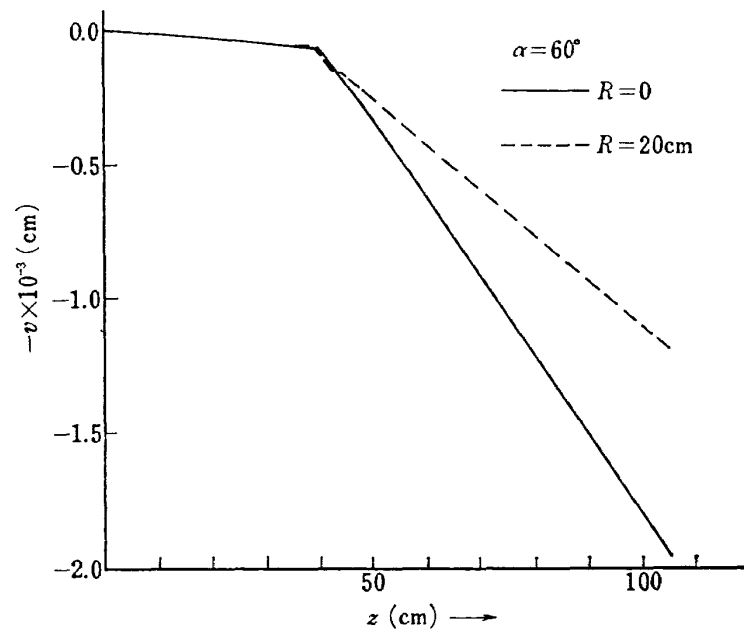


図 14(a) 切線方向変位

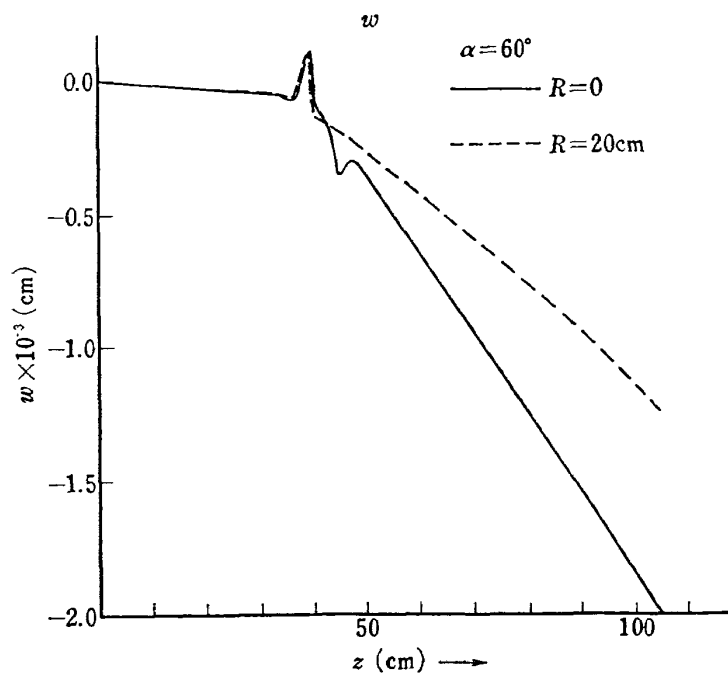


図 14(b) 半径方向変位

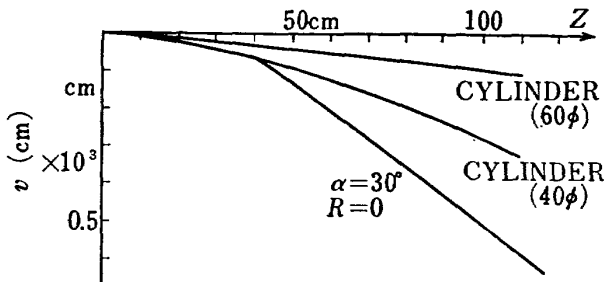


図 15 モデルとシリンダ-殻のたわみ

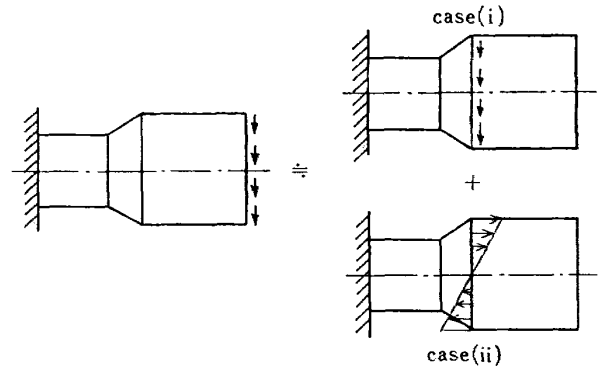


図 18 図荷重状態の分解

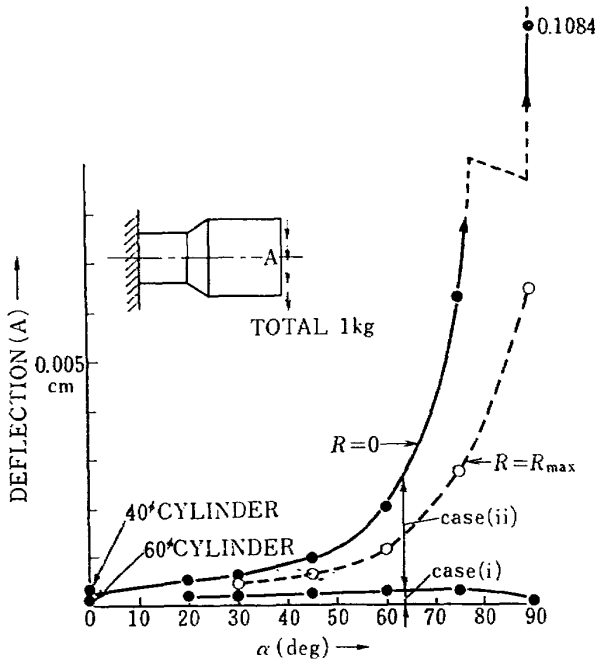


図 16 コーン半頂角とA点のたわみ変化

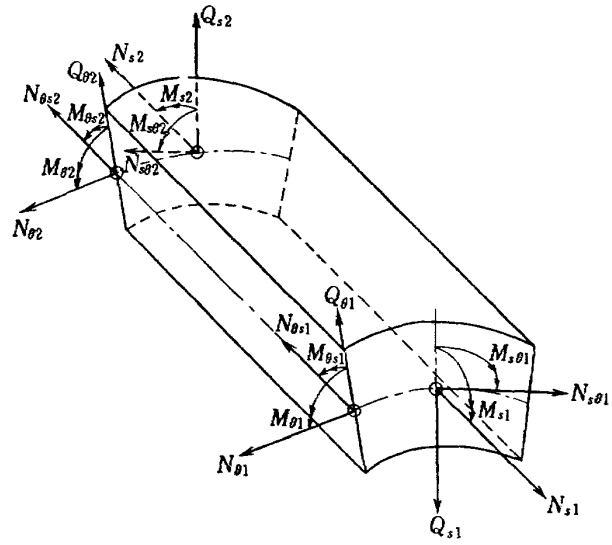


図 19 断面力および断面モーメント

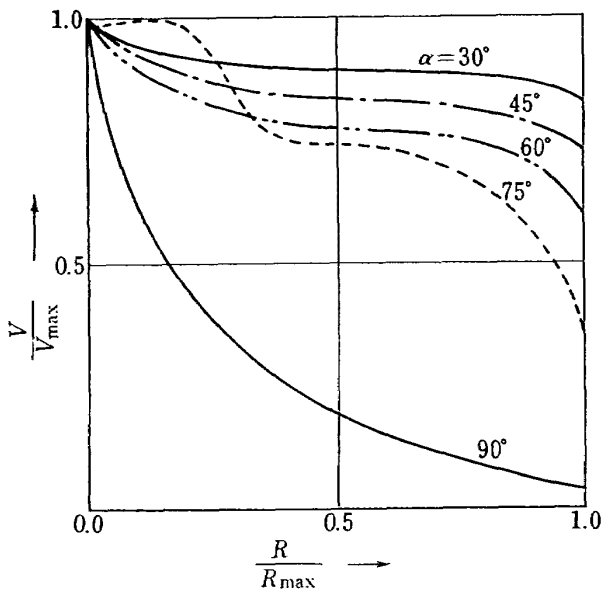


図 17 丸味半径の影響

が増す小さい α 値ほど、たわみが小さく、 α の減少による剛性の向上の効果はるかに大きい。

コーン部にひずみが集中していることから、コーン部に作用するモーメント(曲げ)と剪断力のいずれが、強く働いているか知るために、図 18 の様に($R=0$ のモデル)、荷重点を結合部(II)に近づけて(i)曲げモーメントが働らく時、(A端に、剪力 1kg が作用した時と等価な)、(ii) 同様せん断力 1kg が働らく時、それぞれの場合を case(ii), case (i) として、計算を行なった。もとの荷重点と比較して、後のシリンダのたわみ分が考慮されないが、ほとんど、無視できるぐらい小さい。case(i) と case(ii) による A 点でのたわみの和は、もとの荷重位置の場合とよく一致する。図 16 に、case(i) と示された部分が、せん断荷重によるもので、case (ii) と示されている残りの部分が、曲げモーメント荷重によるものである。剪断力に対して、コーンはほとんどたわまないし、また、コー

ン角度による影響も受けにくいようである。これに比較して曲げモーメント、すなわち、軸方向引張、圧縮力分布の影響が大きい、コーン角度が大きくなるほど、構造上、軸方向の変形抵抗が小さくなり、回転が生ずる。軸方向の変形に最も影響を与えるのは、切線方向の断面力 N_θ である。図 7(a) の N_θ 変化にみられるように、結合部でのピーク値は、コーン角度が増すほど大きく、応力分布も鋭くなる。これは、ひずみが局所化することを示している。コーン角度が増すほど、同一のたわみ量に対して弾性エネルギーの蓄積量が減少する。結合部 (II) に丸味をつけた場合、図 13(a) にみられるように、その部分での N_θ の分布が平滑化してきて、ひずみを分担する領域が増大する。この結果、曲げ剛性が改善されると考えられる。

このほか、曲げ剛性を向上させるためには、結合部付近に、補強板や肉厚を増すことが効果的と思われる。せん断力の伝達については、図 3(a) から示されるように、 Q_s は、荷重点からはずれると小さくなる。せん断力は、ほとんど $N_{s\theta}$ により伝達される。 $N_{s\theta}$ は、側面で作用しており、せん断荷重は、側面で分担されている。上、下殻は、これに対して曲げモーメントを伝達する。 $(N_s)_{amp}$ については、結合部付近を除いては、次式でよく示される。

$$(N_s)_{amp} = M_b / \pi r^2 \cos \phi \quad (21)$$

M_b ……曲げモーメント

結合部 I、すなわち小さいシリンダとコーンの結合部近傍には、切線方向及び、軸方向に大きな同符号の応力が作用している。ノッチその他の応力集中源を避ける方が良いと思われる。

半径方向変位について、結合部 (I) 付近で、ピーク値が正となる。荷重方向と逆の向きに変位が生ずるので、奇異な感じになるが、剪断変形よりも曲げモーメ

ントによる変形が、はるかに大きく、コーンの回転の結果と思われる。

6. 結 言

シリンダを、コーンで結合した殻模型について、有限要素法により弾性解析を行なった。

- i) コーン角度が大きいモデルほど、曲げモーメントのため、大きなたわみを生ずる。これは、コーンが構造上、軸方向の変形を生じ易いためである。
- ii) せん断応力に対して、コーン角度との明白な関連はなく、せん断変形は、等価半径シリンダ程度である。
- iii) 結合部付近においては、切線方向と軸方向に、大きな応力が作用する。
- iv) 曲げ剛性改善のためには、結合部に、丸味半径をもたせるか、肉厚を増すことが効果的である。
- v) 面内変形関数として、4 次関数を使用した場合粗分割の時線型仮定の場合に比較して、10% 程度精度が改善される。

参 考 文 献

- 1) Grafton, P.E. and Strome, D.R; AIAA J, Vol. 1, p. 2342~ (163)
- 2) Lu, Z.A, Penzien etc; NASA CR-37 (1964)
- 3) O.C. Zienkiewicz; "The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics (1967)
- 4) Percy, J.H. et al; AD Report 616735 (1965)
- 5) Percy, J.H. et al; AD Report 617308 (1965)
- 8) Theodove, H.H. Pian; AIAA J Vol. 2, p. 576 (1964)
- 9) Timoshenko, S et al; Theory of Plates and Shells

- | | | |
|--------|--|--|
| TR-258 | 三次元準最適直接式誘導法
Three Dimensional Suboptimal Explicit
Guidance for Space Vehicles | 1972年1月 大坪孔治 |
| TR-259 | 回転駆動振動検出型レートジャイロの研究
Study on a Rotary-Drive Vibratory-Output
Rate Gyro | 1972年1月 山田 博 |
| TR-260 | 気流全温度測定装置の試作
A High Sensitive Total Atmospheric Tem-
perature Measuring Apparatus | 1972年1月 西尾健二, 能瀬弘幸
越沼威, 井上重雄
臼井弘, 大畑敏美 |
| TR-261 | 光弾性皮膜法による固体推進薬のひずみ測定
Strain Measurement of Solid Propellant
Material with Birefringent Coating | 1972年1月 越出慎一 |

航空宇宙技術研究所報告262号

昭和47年1月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)☎182

印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川 2-27-12
