

UDC 629.76.05 :  
62-5:  
629.76.015.7

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-264

液体燃料ロケットを用いた衛星打上げ用飛しょう体の  
初段に関する制御系構成

森 英彦・奥 石 肇

1972 年 1 月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

# 既 刊 報 告

- |            |  |           |                      |
|------------|--|-----------|----------------------|
| T R-241    | YS-11A-500/600 型主翼疲れ試験<br>(I. セーフライフ試験荷重と試験方式)<br>Full-Scale Fatigue Test of YS-11A-500/<br>600 Turboprop Transport Wing (I. Safe-<br>life Fatigue Test Loads and Test<br>Method)  | 1971年 7 月 | 竹内和之, 野原利雄<br>朝田洋雄   |
| T R-242    | 熱線による三次元平均速度ベクトルとレイ<br>ノルズ応力の測定<br>Measurement of three-dimensional mean<br>Velocity Vector and Reynolds Stress by<br>Single Rotatable Hot-wire  | 1971年 7 月 | 林 良生, 中谷輝臣           |
| T R-243    | 揚力をもつ物体のまわりのポテンシャル流<br>れの計算法 I その理論的基礎<br>A Method for the Calculation of Lifting<br>Potential Flow Problems—Part 1—<br>Theoretical Basis  | 1971年 7 月 | 海老原正夫                |
| T R-244    | 超音速風洞における動安定微係数の測定<br>Measurements of Dynamic Stability Deriva-<br>tives in Supersonic Blowdown Wind<br>Tunnel   | 1971年 7 月 | 高島一明, 榊原盛三<br>関根英夫   |
| T R-245    | ヘリコプタ高度・速度線図および臨界決定<br>点の解析的推定法<br>An Analytical Method to Predict Height-<br>Velocity Diagram Critical Decision Point<br>of Rotorcraft  | 1971年 8 月 | 古茂田真幸                |
| T R-246    | 梁の大変形問題の解析について<br>On Analysis of Large Deformation Problems<br>of Beam   | 1971年11月  | 泉 日出夫                |
| T R-247    | 任意物体のまわりの自由流線理論<br>On the Theory of Free Streamlines Past<br>an Arbitrary Shape  | 1971年 9 月 | 高橋 俣                 |
| T R-248    | 亜音速流中における二次元翼上の圧力分布<br>の粘性効果を考慮に入れた計算法のプロ<br>グラム<br>A Description of the Ideas Underlying a<br>Computer Programme for Predicting the<br>Aerofoil Pressure Distributions in Sub-<br>critical Viscous Flow                       | 1971年11月  | 海老原正夫, 石田洋治<br>小此木時雄 |
| T R-249    | 一般化 Newton-Raphson 法の計算機容量問<br>題に対する改良最適化アルゴリズム<br>Modified Optimization Algorithm for Com-<br>puter Storage Problems in Generalized<br>Newton-Raphson Method  | 1971年10月  | 志 甫 徹                |
| T R-250    | はりの大変形解析<br>Large Deflection of Cantilever Beams   | 1971年10月  | 多田保夫, 日下和夫           |
| T R-251    | 対称スピン衛星のニュートン運動に<br>よる慣性力の場とそのニュートン<br>ダンパへの応用<br>Inertial Force Field Due to Nutational<br>Motion of Spinning Axi-symmetric Sat-<br>ellite and its Application to Nutation<br>Damper  | 1971年11月  | 村上 力, 狼 嘉彰           |
| T R-252T A | Study of Subsonic Two-Dimensional<br>Wall-Interference Effects in a Perforated<br>Wind Tunnel with Particular Reference<br>to the NAL 2m×2m Transonic Wind<br>Tunnel Inapplicability of the Conventional<br>Boundary Condition | 1972年 1 月 | Masao EBIHARA        |

# 液体燃料ロケットを用いた衛星打上げ用飛しょう 体の初段に関する制御系構成\*

森 英 彦\*\*・奥 石 肇\*\*

## Flight Control System Design for Launch Vehicles with Liquid Propellant

By Hidehiko MORI and Hajime KOSHISHI

### Abstract

A system study has been performed to construct a model launch vehicle for a geostationary satellite by Space Technology Research Group of NAL.

As a part of the study, this research was executed to provide the synthetic procedure and techniques of designing the flight control system for the boost stage of this class of vehicles, and also to present the characteristics of the prototype of the model vehicle, SS-3.

This report covers (1) the derivation of relating equations, (2) the system characterization with the aids of trajectory simulations, (3) the computing methods for flexible vehicle stabilization, and (4) the discussion about calculating methods of loads on the vehicle by the effects of the wind.

The computer programs for drawing Nyquist plot, Bode plot and root locus of a high order system with multiple feedback loops were worked out and used for the third problem. They will have general applications in the stability analysis of multivariable control systems.

### 1. 序 論

これまで我が国で主として研究されてきたロケットは大気層内を飛ぶ初段に関しては無制御であった。このようなロケットは、風見のように風の吹く方向に頭を向けて飛ぶ。ところが静止衛星のような大型のペイロードを搭載する飛しょう体になると、空気力学的中心が機体重心の前に出て風の方向の逆を向く、すなわち空気力学的に不安定になる傾向が強い。もしこのような機体を空気力学的に安定化しようとする、巨大な尾翼をつけることになり空気抵抗が増大する。かつ安定化することができたとしても、風などの外乱によって影響を受け軌道精度の上から望ましくない。したがって機体が空気力に逆らって望ましい姿勢を保ち軌道誤差を許容限度内におさめるような制御が必要であ

る。

大型の飛しょう体の初段ロケットとしては通常液体燃料が用いられている。その理由は大きな固体ロケットはエンジンの製作自体が困難であること、および固体燃料ロケットでは推力の制御に問題があることなどによる。ところが液体燃料を用いると、機体の剛性が小さくなり、かつタンク内の液体が揺動を起す。これらの運動を上記の姿勢制御系の検出器が検知するため、フィードバック系を通じて全体が連成した閉ループ系をなし、その安定化は複雑で困難なものとなる。

本研究の目的はこのような現象による系の不安定化を防ぎつつ、誘導の観点から望ましい飛しょう体初段の制御系を構成する方法を得ることにある。

図1.1に設計にあたっての関連部門との情報の流れを示す。この問題は飛しょう体初段のシステム設計において一つの統合点に位置し、関連部門が多い。したがって全体的な設計の手順を得て、それを実行に移す

\* 昭和46年12月1日受付

\*\* 宇宙研究グループ

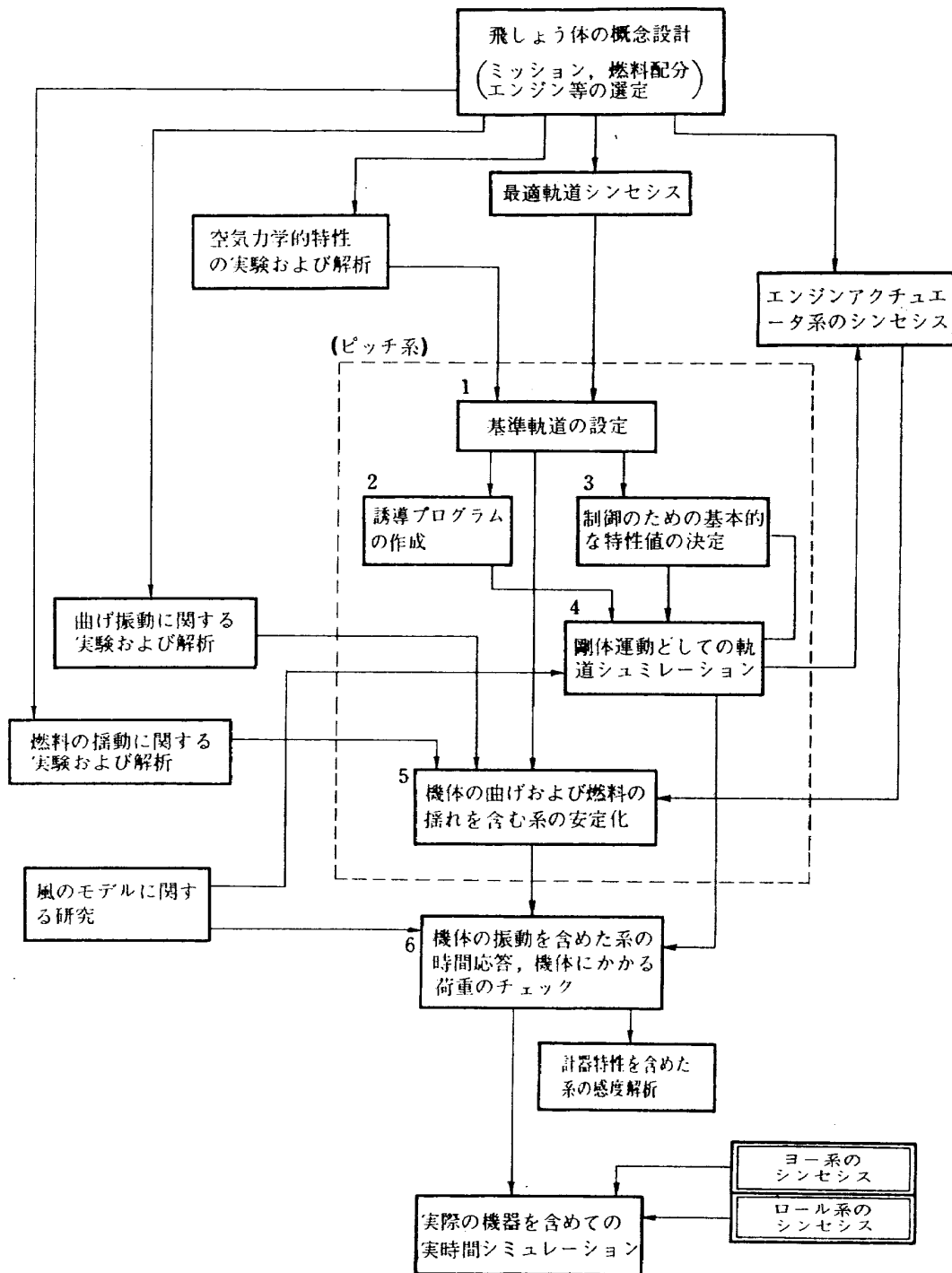


図 1.1 飛しょう体初段の制御系構成のための情報の流れ

ためには多くの人との連携が必要となる。昨年从今年にかけて宇宙グループを中心として静止衛星打上げ程度のミッションを仮想してシステムスタディが行なわれた。その内容に関しては近く報告される予定であるが、本報告はそこで筆者らが担当した“初段の誘導と制御”に関係する解析的手法の研究をまとめたものである。データの多くはシステムスタディにおいて担当の人達から提供されたものを用いている。

この種の内容に関して米国から公刊されている文献の数は少くはない。しかしながら多くは部分的な考察

あるいは概要にとどまっていた、具体的な手法および全体とのつながりなど見通しのよい形では提示されていない。これは実際の飛しょう体の実務設計に関する内容が公表されにくいことと、問題の規模が大きいのでシステムグループで扱われていて個人としての研究では全体をカバーできないことによると思われる。われわれの目的は設計の初期に位置するシステムスタディに役立てることであるため、できるだけ簡明にかつ具体的な計算を含めて問題の全貌を捕えることを意図した。したがってなお未解決の部分を含み、不完全な

個所も多いが、より詳細のシステム設計に役立つとともに、先進的研究の基盤をも与えることを期待している。

## 2. 記 号

$A$	アクチュエータ有効面積	$[m^2]$	$g_1$	加速度計フィードバックゲイン	$[s^2/m]$
$A$	フィードバックを含む系の特性を示すマトリクス (6.7)		$G_i$	$=F_i + p_i I$ (5.7)	
$A_i$	図 4.6(c)		$H$	地球表面からの高度	$[m]$
$a_0$	積分ジャイロフィードバックゲイン		$H_r$	発射点からの地表に沿った飛しょう距離	$[m]$
$a_0'$	加速度計を用いないときの $a_0$ の理想値		$I$	飛しょう体の機体軸系 $Y$ 軸に関するイナーシア	$[kg \cdot m \cdot s^2]$
$a_1$	レートジャイロフィードバックゲイン	$[s]$	$I$	単位行列	
$B_i$	図 4.6(c)		$I_{ECG}$	エンジンのエンジン重心に関するイナーシア	$[kg \cdot m \cdot s^2]$
$b_\beta$	$9 \times 1$ 列ベクトル (5.1)		$K$	$9 \times 9$ 行列 (5.3)	
$b(x)$	機体の曲げ振動の減衰特性	$[kg \cdot s/m^3]$	$K_0$	検出量に関する行列 (6.1)	
$c$	制御用エンジン個数		$K_0$	実効的圧油バネ定数	$[kg \cdot s/m^3]$
$c_1$	$= -M_a/I$	$[1/s^2]$	$K_1$	アクチュエータ開ループゲイン	$[m^3/s]$
$c_2$	$= -T_0 l_\beta/I$	$[1/s^2]$	$K_3$	バルブ圧力フィードバックゲイン	$[m^3/kg \cdot s]$
$C_E$	エンジン摩擦モーメント係数	$[kg \cdot m \cdot s]$	$K_E$	エンジンバネモーメント係数	$[kg \cdot m]$
$c_{sj}$	$j$ 番目液燃タンク抵抗係数	$[kg \cdot s/m]$	$K_L$	エンジンバネ係数	$[kg/m]$
$C_x$	飛しょう体ドラッグ係数		$k_3$	$= \bar{g}$	$[m/s^2]$
$C_{za}$	揚力係数 $C_{za} = \int_0^L C'_{za}(x) dx$		$k_4$	$= T_0/M$	$[m/s^2]$
$C'_{za}(x)$	揚力分布係数	$[1/m]$	$k_5$	$= N_a/M$	$[m/s^2]$
$D(s)$	運動方程式の伝達関数の分母		$k_{sj}$	$j$ 番目の液燃可動部のバネ定数	$[kg/m]$
$D'(s)$	運動方程式入力を $\beta$ としたときの $D(s)$		$k_\beta$	列ベクトル (5.1)	
$EI(x)$	飛しょう体ピッチ面内の機体の曲げ剛性	$[kg \cdot m^3]$	$k_w$	列ベクトル (5.1)	
$f_1$	アクチュエータ部等価バネに働く力	$[kg]$	$L$	飛しょう体全長	$[m]$
$f_2$	ジンバル摩擦として働く力	$[kg]$	$l_A$	$= x_A - x_{OG}$	$[m]$
$F_j$	$j$ 番目の液燃可動部に機体から働く力	$[kg]$	$l_{CP}$	$= x_{CP} - x_{CG}$ (安定機体に対しては負)	$[m]$
$F_j'$	$j$ 番目の液燃可動部が機体に与える反力	$[kg]$	$l_E$	$= x_\beta - x_{ECG}$	$[m]$
$f_E$	飛しょう体からエンジンに働く力	$[kg]$	$l_{sj}$	$= x_{sj} - x_{CG}$	$[m]$
$F$	固有値問題のマトリクス		$l_\beta$	$= x_\beta - x_{OG} < 0$	$[m]$
$F_i$	$= F G_{i-1}$		$M$	飛しょう体の質量	$[kg \cdot s^2/m]$
$F_q(t)$	機体に働く外部力 (3.10)	$[kg]$	$M$	$9 \times 9$ 行列 (5.1)	
$F_\phi$	レートジャイロフィードバック補償		$M_0$	検出量に関する行列 (6.1)	
	$(= F_{1n}/F_{1a})$		$m(x)$	飛しょう体の位置 $x$ における分布質量	$[kg \cdot s^2/m]$
$F_\phi$	積分ジャイロフィードバック補償		$M_E$	エンジン質量	$[kg \cdot s^2/m]$
	$(= F_{3n}/F_{3a})$		$M_i$	曲げ振動 $i$ 次の一般化質量	$[kg \cdot s^2/m]$
$F_A$	加速度計フィードバック補償 $(= F_{3n}/F_{3a})$		$M_{sj}$	$j$ 番目タンクの可動部の質量	$[kg \cdot s^2/m]$
$F_{Di}$	$i$ 番目のフィードバックの分母の補償		$M_\alpha'(x)$	$\alpha$ に関する曲げモーメント係数	$[kg \cdot m]$
$F_{Ni}$	$i$ 番目のフィードバックの分子の補償		$M_\beta'(x)$	$\beta$ に関する曲げモーメント係数	$[kg \cdot m]$
$g$	地球の重力加速度	$[m/s^2]$	$M_{\eta_i}'(x)$	$\eta_i$ に関する曲げモーメント係数	$[kg \cdot s^2]$
$\bar{g}$	重力ターン飛しょう状態の場の重力加速度	$[m/s^2]$	$M_z$	行列 (6.4)	
			$M_p$	行列 (6.4)	
			$M(x, t)$	機体の位置 $x$ に生ずる曲げモーメント	$[kg \cdot m]$
			$M_\beta$	行列 (6.4)	
			$m_\beta$	ベクトル (5.1)	
			$N_i(s)$	運動方程式の第 $i$ 番目の変数の分子	

$N_i'(s)$	運動方程式入力を $\beta$ としたときの $N_i(s)$	$y_B$	曲げ振動変位	[m]
$N_{si}$	$i$ 番目の検出器の分子	$Y_\theta$	地面軸系 $Y_\theta$ 軸	
$N_{si}'$	$i$ 番目のフィードバックによる等価的分子	$y^i$	検出量ベクトル $y$ の $i$ 番目の要素	
$N_a$	リフト係数 ( $=q'SC_{za}$ )	$Y_i(x)$	曲げ振動の $i$ 次の基準姿態	
$n_s$	タンク個数	$y_B$	剛体機体の X 軸に垂直な方向の移動距離	[m]
$n_f$	フィードバック個数			
$p_i$	行列の固有値問題を代数方程式に展開したときの第 $i-1$ 次の係数	$y_{sj}$	$j$ 番目の液燃可動部の変位	[m]
$Q$	アクチュエータ油流量	$Z$	基準飛しょう状態 Z 軸	
$Q_i$	一般化力 ( $=\int_0^L Y_i q(x, t) dx$ )	$z$	$\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}$ を列状に並べたベクトル	
$q(x, t)$	飛しょう体のピッチ面内での分布荷重	$\underline{z}$	$=T^{-1}z$	
	[kg/m]	$z$	回転地球に相対的な変位の Z 軸方向成分	[m]
$q'$	動圧	$\dot{z}_A$	横方向加速度計検出量	[m/s <sup>2</sup> ]
$S$	$C_{za}$ のための基準面積	$Z_1$	Euler 角をとるための補助軸	
$t$	飛しょう体初段ロケット点火後の時間	$z_{root}$	$z$ モードの根	
$T$	$A$ の相似変換マトリクス	$Z_\theta$	地面軸系 $Z_\theta$ 軸	
$T_c$	制御力を発生するエンジンの総推力	$\dot{z}_\alpha$	(6.15)	[m/s <sup>2</sup> ]
$T_i$	初段ロケット総推力	$\dot{z}_\beta$	(6.15)	[m/s <sup>2</sup> ]
$T_L$	エンジンアクチュエータ系への他モードからの干渉トルク	$\alpha$	迎え角 ( $=\phi+(w-z)/V$ )	[rad]
$T_p$	(3.11) 参照	$\alpha_w$	風による迎え角増分 ( $=w/V$ ) 図 3.6	[rad]
$T_{aw}, z/V$	入力 $\alpha_w$ に対する出力 $z/V$ の伝達関数	$\beta$	$\beta_i$ よりなる列ベクトル (6.4)	
$V$	回転地球に相対的な飛しょう体の速度	$\beta_i$	$i$ 番目のフィードバック出力	[rad]
$V_a$	大気相対的な飛しょう体の速度	$\beta_c$	エンジン触れ角への指令	[rad]
$W$	回転地球に相対的な風速	$\beta$	エンジン触れ角	[rad]
$w$	$W$ の Z 軸方向成分	$\beta_a$	アクチュエータ出力等価回転角	[rad]
$X$	基準飛しょう状態 X 軸	$\gamma$	地面軸系に対する経路角	[rad]
$X_1$	Euler 角をとるための補助軸	$\gamma_N$	基準状態飛しょう経路角	[rad]
$x$	機体軸系 $x$ 座標 (飛しょう体尾端を原点とする)	$\Delta\gamma$	$\gamma-\gamma_N=z/V$	[rad]
$\mathbf{x}$	$z, \phi, y_{si}, \eta_i, \beta, \beta_a$ からなる $9 \times 1$ 列ベクトル	$\Delta(x)$	$x$ に関するデルタ関数	
$\underline{\mathbf{x}}$	$\mathbf{x}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}$ を列状に並べたベクトル	$\Delta$	フィードバック全系の特性方程式	
$x_A$	加速度計位置	$\Delta i'$	$i$ 番目までのフィードバックを施した系の特性方程式	
$X_a$	ドラッグ ( $=q'SC_x$ )	$\delta_{ij}$	Kronecker のデルタ	
$x_{CG}$	飛しょう体重心位置	$\zeta$	飛しょう体の剛体運動減衰係数	
$x_{cp}$	空力中心位置	$\zeta_{sj}$	$j$ 番目の液燃揺動の減衰係数	
$X_\theta$	地面軸系 $X_\theta$ 軸		( $=c_{sj}/(2m_{sj}\omega_{sj})$ )	
$x_\theta$	ジンバル点位置	$\eta_i$	曲げ振動一般化変位	[m]
$x_{ECG}$	ジンバル重心位置	$\dot{\theta}_{ss}$	ピッチング指令角に対する出力の応答値	[rad/s]
$x^i$	ベクトル $\mathbf{x}$ の $i$ 番目の要素	$\theta$	ピッチ Euler 角 図 3.1	[rad]
$x_P$	積分ジャイロ位置	$\theta_N$	基準飛しょう状態におけるピッチング姿勢角	[rad]
$x_R$	レートジャイロ位置			
$x_{sj}$	$j$ 番目液燃タンクの可動部位置	$\lambda$	固有値 (5.7)	
$Y_2$	Euler 角をとるための補助軸	$\mu$	$=1/\lambda$	
		$\sigma_i$	傾斜-1 による鎖交原則のための補償根	
		$\phi_P$	積分ジャイロ検出量	[rad]

$\dot{\phi}_R$	レートジャイロ検出量	[rad/s]
$\phi$	ピッチング姿勢角の基準状態からのずれ	[rad]
$\Phi$	ロール Euler 角 図 3.1	
$\ddot{\phi}_\alpha$	(6.15)	[1/s <sup>2</sup> ]
$\ddot{\phi}_\beta$	(6.15)	[1/s <sup>2</sup> ]
$\Psi$	ヨー Euler 角 図 3.1	
$\omega_n$	飛しょう体の剛体運動固有角振動数	[rad/s]
$\omega_i$	曲げ振動の固有角振動数	[rad/s]
$\omega_E$	エンジン・アクチュエータ系の固有角振動数	[rad/s]
$\omega_{sj}$	$j$ 番目液燃揺動の固有角振動数 ( $=\sqrt{m_{sj}/k_{sj}}$ )	[rad/s]

### 3. 運動方程式

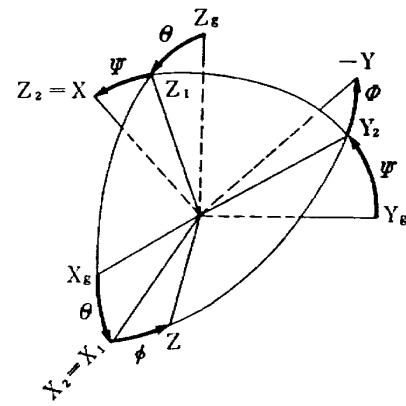
飛しょう体の制御系のダイナミクスを扱うための運動方程式の誘導については種々の文献があるが、主として文献 1, 2 を参考とした。これらは Lagrange の方程式を用いて厳密に解いている。本報告では機械回路図を用いて各項の物理的な意味を明確にするようつとめた。また今回扱う系として適当な程度の簡略化をも行なった。

#### 3.1 座標系と基準運動

飛しょう体の運動を記述する場合、地面軸系 (Local Geographic Axis) と機体軸系 (Body Axis) との関係は Euler 角によって表現される。地面軸系および機体軸系のとり方は種々考えられる。以前にわれわれがハイブリッドシミュレーション研究に関する報告<sup>9)</sup>で用いたのもその一例で、地球中心へ向う軸を Z 軸、地表に沿って北極へ向う軸を X 軸として一般的に地面軸系をとった。しかしこれは垂直打上げの飛しょう体を扱う場合ジンバル方程式に特異性を生じて望ましくない。初段のみの運動を扱う場合には R.J. Harris によって提案された Euler 角<sup>9)</sup>を用いる方がよい。これは図 3.1 に示すように地表鉛直上方に  $Z_0$  軸、発射方向の地表面に  $X_0$  軸をとるもので、ヨー方向に 90° 機体が揺れないかぎりジンバル方程式に特異性が表われないという利点がある。本報告ではこれを用いる。それに伴って変数も全面的に改める。

また本報告では大気との相対運動が問題となる飛しょう体初段の短周期運動のみを扱うので回転地球を慣性空間と考える。

つぎに機体振動を記述する運動方程式の平衡状態にあたる基準運動について考えよう。基準運動としては風がない場合の重力ターンをとる。すなわち各時点で



回転順序	1	2	3
軸まわり	$Y_0$	$X_1$	$Z_2$
角 度	$\theta$	$\Psi$	$\Phi$
運 動	ピッチ	ヨー	ロール

図 3.1 軌道計算のための Euler 角

推力方向を軌道の接線方向と一致させるような飛しょう状態をとる。これによる利点は次のとおりである。

1) 機体にかかる負荷の軽減 (Load Relief) を主眼とする初段ロケットの基準軌道として無風時の重力ターンをとることは妥当である。

2) 機体の姿勢角を経路角に等しくとって飛しょう経路シミュレーションを行なうことにより、この場合の各特性値を容易に算定することができる。

3) 機体のダイナミクスを考える場合、基準運動に沿った経路で考える限り、横方向に対しては自由落下であってポテンシャル力が零という設定になるから運動方程式をたてやすい。

4) 同様の理由により横方向の加速度計は重力ターン運動においては重力の影響を受けない。

実際の系のダイナミクスはこの基準状態からのパターンーションとして考える。厳密な意味での重力ターンを実現するためには、時々刻々機体姿勢を変化させるために必要な回転速度変化を発生させることが必要であり、そのためには偶力を作らなければならない。実際の飛しょう体には偶力のみを発生させるような制御力は存在しないから重力ターン飛しょう状態は厳密には成立しない。しかしながらこの角加速度はきわめて微小でありかつ単調変化であるから、短周期の飛しょう特性を論ずる場合には、制御力零の状態を重力ターンと考えてもかまわないのである。

さらに地球表面を平面にみなせると仮定すると、重力ターンの運動を表す式は図 3.2 を用いて次のよう

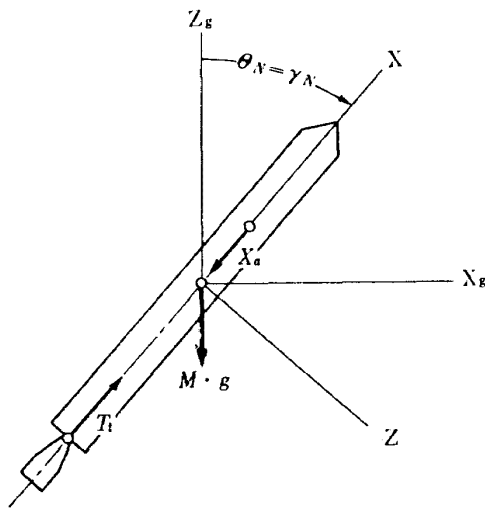


図 3.2 無風時の重カターン運動

に簡単になる。

$$T_t - X_a - M g \cos \gamma_N = M \dot{V} \quad (3.1)$$

$$g \sin \gamma_N = -\dot{\gamma}_N V \quad (3.2)$$

### 3.2 各モードに関する運動方程式の誘導

上述の基準状態に対するバターベーションとして、機体姿勢のずれ、液体の揺動 (Sloshing)、機体の曲げ振動 (Bending) および制御力発生のためのエンジンの首振りなどが生ずる場合の運動方程式を考える。これらの運動は連成が複雑であるためはじめからすべてを考慮することは困難であるから、以下のような手順を踏む。

#### 3.2.1 剛体としての飛しょう運動

まず機体が曲げ振動を起さず、液体が揺れず、エンジンは首振りによる反力を生ぜずに制御力を発生するものと仮定する。すなわちこれらのバターベーションに対して剛体運動としての飛しょう運動をさらに新し

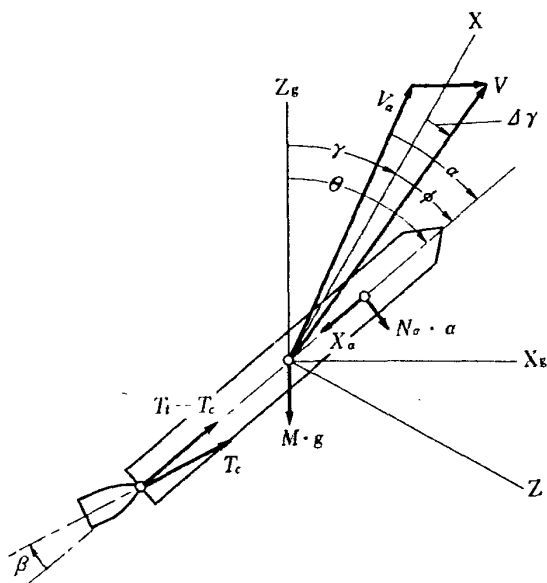


図 3.3 剛体としての飛しょう運動

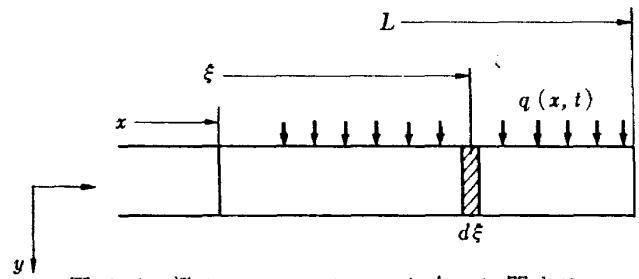


図 3.4 梁のモーメントのつり合いに関する記号設定

い基準運動と考える。このとき 図 3.3 のように記号を設定して運動方程式をたて、(3.2) を用いると  $z$  方向移動

$$M \ddot{z} = N_a \alpha + T_c (\phi + \beta) + (T_t - T_c - X_a) \phi \quad (3.3)$$

回転運動

$$I \ddot{\phi} = N_a \alpha l_{cp} + T_c \beta l_{\beta} \quad (3.4)$$

がえられる。ここにバターベーションは

$$\theta = \theta_N + \phi$$

$$\gamma = \gamma_N + \Delta \gamma$$

のごとくとする。

#### 3.2.2 機体の曲げ振動 (Bending)

飛しょう体を両端自由な変断面梁とみなし、分布荷重  $q(x, t)$  が働いているものとして記号を 図 3.4 のように定める。このとき  $x$  の面に働くモーメント  $M(x, t)$  は次式で表わされる。

$$M(x, t) = EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \int_x^L (\xi - x) q(\xi, t) d\xi + \int_x^L (\xi - x) \left[ -m(\xi) \frac{\partial^2 y(\xi, t)}{\partial t^2} \right] d\xi \quad (3.5)$$

$x$  で 2 回微分すると梁の運動方程式がえられる。

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = q(x, t) \quad (3.6)$$

$$\text{境界条件: } y''(0, t) = 0, \quad y''(L, t) = 0$$

$$y'''(0, t) = 0, \quad y'''(L, t) = 0$$

$$\text{初期条件: } y(x, 0) = 0, \quad \dot{y}(x, 0) = 0$$

(3.6) の右辺を 0 とおいた齊次方程式に  $y(x, t) = e^{j\omega t} Y(x)$  を代入すると次式をえる。

$$\frac{d^4}{dx^4} \left( EI \frac{d^2 Y}{dx^2} \right) - \omega^2 m(x) Y = 0 \quad (3.7)$$

いま相異なる  $\omega$  に対応して (3.6) の解であり、かつ境界条件をみたす  $Y(x)$  が存在するとき、これらをそれぞれ

$\omega_0, \omega_1, \omega_2, \dots$ : 固有角振動数

$Y_0, Y_1, Y_2, \dots$ : 固有関数 (基準姿態)

とする。このうち一次以上の固有関数には一般的に、境界条件を用いて次のような直交条件が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \int_0^L Y_i m(x) Y_j dx &= M_i \delta_{ij} \\ \int_0^L Y_i \frac{d^2}{dx^2} \left( EI \frac{d^2 Y_j}{dx^2} \right) dx &= M_i \omega_i^2 \delta_{ij} \end{aligned} \right\} i, j=1, 2, \dots \quad (3.8)$$

ただし  $\{Y_i(x); i=1, 2, \dots\}$  は飛しょう体尾端で1となるように基準化することとする。 $M_i$  は一般化質量と呼ばれ (3.8) で定義される。

$\omega_0=0$  に対応する固有関数は剛体運動を表わすもので次の二つが考えられる。

$$Y_{01}(x)=1, \quad Y_{02}(x)=x-x_{CG}$$

これらは相互に直交し、また  $\{Y_i; i=1, 2, \dots\}$  と直交する。(3.8)第一式に対応する式からは  $M_{01}=M$ ,  $M_{02}=I$  を得る。

いま (3.6) の解を

$$y(x, t) = Y_{01} y_0(t) + Y_{02} \theta_0(t) + \sum_{i=1}^{\infty} Y_i \eta_i(t) \quad (3.9)$$

とおいて (3.6) に代入し、 $Y_{01}, Y_{02}, Y_i$  を両辺に乗じて  $x$  について積分すると、固有関数の直交性により次の3式がえられる。

$$M \ddot{y}_0(t) = F_q(t), \quad F_q(t) = \int_0^L q(x, t) dx \quad (3.10)$$

$$I \ddot{\theta}_0(t) = T_q(t), \quad T_q(t) = \int_0^L (x - x_{CG}) q(x, t) dx \quad (3.11)$$

$$M_i (\ddot{\eta}_i + \omega_i^2 \eta_i) = Q_i(t), \quad Q_i(t) = \int_0^L Y_i q(x, t) dx \quad (3.12)$$

$i=1, 2, 3, \dots$

(3.10) および (3.11) は剛体運動を表わしていて、それぞれ (3.3) と (3.4) とに対応する。すなわち  $y_0 = z$ ,  $\theta_0 = \phi$  と考えてよい。機体の曲げ振動を表わすのは、(3.9) の第3項であり、その運動方程式は (3.12) である。曲げ振動による機体変位の寄与分を

$$y_B(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} Y_i(x) \eta_i(t) \quad (3.13)$$

とする。

実際の飛しょう体の振動には構造減衰および空力減衰などによる微少な減衰性があるために、この効果を加えて (3.12) の代わりに

$$M_i (\ddot{\eta}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{\eta}_i + \omega_i^2 \eta_i) = Q_i(t) \quad (3.14)$$

とすることが多い。これは (3.5) の右辺第2式に

$$\int_x^L (\xi - x) \left[ -b(\xi) \frac{\partial y}{\partial t} \right] d\xi$$

なる減衰モーメントが加わることを意味する。もし

$$\int_0^L Y_i b(x) Y_j dx = 2\zeta_i \omega_i M_i \delta_{ij}$$

なる直交条件が成立すれば (3.7) で定められる、 $\omega_i$

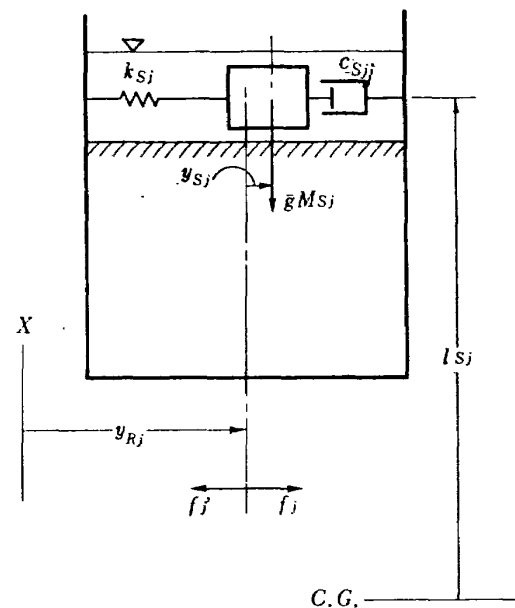
$Y_i$  に対して (3.14) が厳密に成り立つ。一般にはこのような関係は成立せず、(3.7) をより一般化した形に対して  $\omega_i, \zeta_i, Y_i$  を求めることが要求される。しかしこの場合でも  $\zeta_i$  は微少であるから、 $\omega_i, Y_i$  はわずかにパターベーションを受けるだけで、第一近似として (3.7) で定まる  $\omega_i, Y_i$  を用いることは実用上さしつかえない。

以上により機体の曲げ振動に関する方程式として、(3.13), (3.14) がえられた。

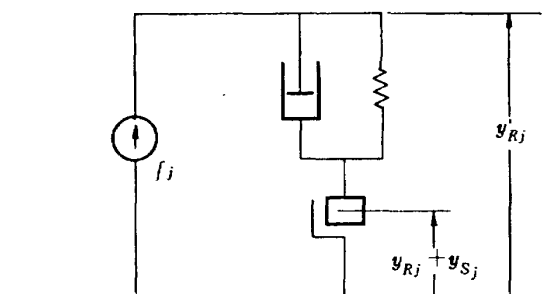
### 3.2.3 液体燃料の揺動 (Sloshing)

液体燃料の揺動に関しては図 3.5(a) に示すような機械系モデルに置換して考えるのが普通である。すなわちタンク内液体を実効的な揺動部と固定部とに分け揺動部をバネ・ダンシュポット系に質量を付加したもので模擬する。円筒タンク等の簡単な形状のものについては解析的にパラメータを求めた例もあるが<sup>7)</sup>、一般には実験的に決めている<sup>8)</sup>。

図 3.5(a) の揺動部を機械回路図で表わすと (b) のようになるので方程式は



(a) モデル



(b) 機械回路図

図 3.5 液体燃料の揺動

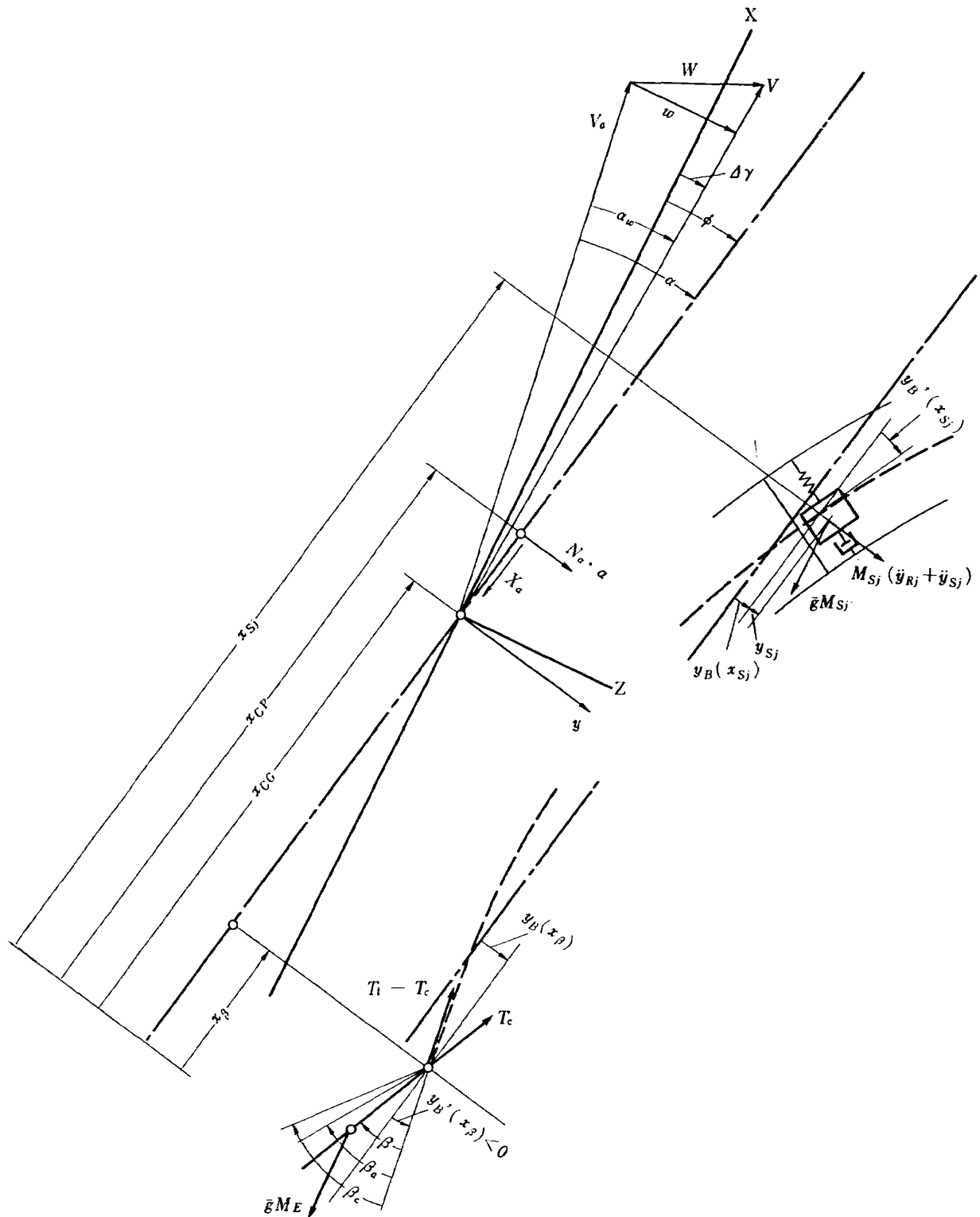


図 3.6 機体振動を含む飛しょう運動の解析のためのノーターション

$$f_j = (k_{sj} + c_{sj}d/dt)\{y_{Rj} - (y_{Rj} + y_{sj})\}$$

$$= M_{sj}(\ddot{y}_{Rj} + \ddot{y}_{sj})$$

となる。 $f_j$  は機体から与えられる力である。機体への反力として  $f_j' = -f_j$  を与えるが、 $-M_{sj}\ddot{y}_{Rj}$  は規準系の中に含まれているので機体に与える力のパターンベシヨナルな効果は  $-M_{sj}\ddot{y}_{sj}$  となる。また可動質量  $M_{sj}$  は機体中心線からはずれるために機体に対して  $\bar{g}M_{sj}\ddot{y}_{sj}$  のモーメントを与える。

以上は剛体としての飛しょう運動に対して液体の揺動を考えた。実際には機体の曲げ振動による揺動部の変位もあるのでその効果について考える。機体振動全体を表わす 図 3.6 についてみると、曲げ振動の影響は横方向加速度および傾きによる直進方向加速度として表われるから、運動方程式は次式のようなになる。

$$f_j = (k_{sj} + c_{sj}d/dt)\{y_{Rj} - (y_{Rj} + y_{sj})\}$$

$$= M_{sj}[\ddot{y}_{Rj} + \ddot{y}_{sj} + \ddot{y}_B(x_{sj}) + \bar{g}\{\phi + y_B'(x_{sj})\}]$$

ここで

$$\ddot{y}_{RJ} = \ddot{z} + l_{sj}\ddot{\phi}$$

なる関係を用いると、けっきょく運動方程式は

$$\begin{aligned} & \ddot{y}_{sj} + 2\zeta_{sj}\omega_{sj}\dot{y}_{sj} + \omega_{sj}^2 y_{sj} \\ &= -\ddot{z} + (-l_{sj}\ddot{\phi} + \bar{g}\phi) - \bar{y}_B(x_{sj}) + \bar{q}y_{B'}(x_{sj}) \end{aligned} \quad (3.15)$$

となる。また液体の揺動が機体に与える影響は曲げ振動を含む系を本体と考えることにより、剛体の場合と同じになって

$$\text{力} : -M_{sj}\ddot{y}_{sj} \quad j=1, 2, \dots, n_s$$

$$\text{モーメント} : -\sum_{j=1}^{n_s} (M_{sj}l_{sj}\ddot{y}_{sj} - M_{sj}\bar{q}y_{sj})$$

となる。

### 3.2.4 エンジン

いまエンジンのモデルを図 3.7(a) のように設定すると、まずエンジン重心に関する  $z$  方向の力のつり合いの機械回路図は図 3.7(b) のようになる。

$$f_E = f_1 + f_2 = M_E \{\ddot{z} + l_E\ddot{\phi} - l_E(\ddot{\phi} + \ddot{\beta})\} \quad (3.16)$$

であるから、飛しょう体本体がエンジン重心に与える力は  $f_E$  であり、逆に飛しょう体はエンジンの首振りにより  $-f_E$  の反力を与えられる。もしエンジンが固定されていて首を振らない場合、すなわち基準運動について考えるとこの反力のうち  $-M_E(\ddot{z} + l_E\ddot{\phi} - l_E\ddot{\beta})$  が働く。したがってエンジンの首振りによる基準状態に対するパターベーション力としては  $M_E l_E \ddot{\beta}$  だけがジンバル点に作用していると考えればよい。

つぎにエンジンの重心まわりのモーメントのつり合いを考える。重心に働く  $z$  方向の力はジンバル点を支点として回転モーメント  $f_E l_E$  を発生させるから、モーメントのつり合いのための機械回路図は図 3.7(c) のようになる。 $K_E$  はアクチュエータ先端とエンジンの間にある実効的な単位回転あたりのバネ定数であり、 $C_E$  はジンバル点における単位回転あたりの摩擦係数である。機械回路図により運動方程式は

$$\begin{aligned} T_E &= -C_E \dot{\beta} + K_E(\beta - \phi) \\ &= I_{ECG}(\ddot{\phi} + \ddot{\beta}) - f_E l_E + \bar{q} M_E l_E(\phi + \beta) \end{aligned} \quad (3.17)$$

となる。右辺第 2 式は

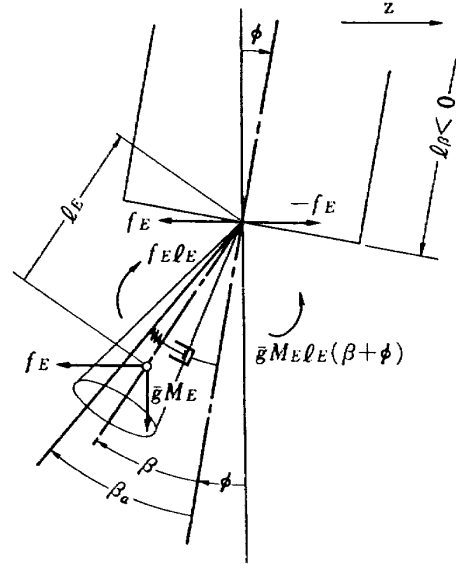
$$I_E = I_{ECG} + M_E l_E^2 \quad (3.18)$$

の関係を用いると

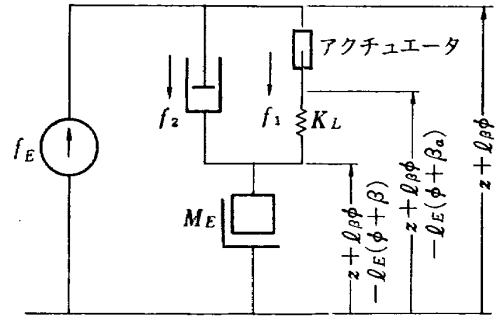
$$T_E = I_E(\ddot{\phi} + \ddot{\beta}) - M_E l_E(\ddot{z} + l_E\ddot{\phi}) - \bar{q} M_E l_E(\phi + \beta) \quad (3.19)$$

であるから運動方程式は

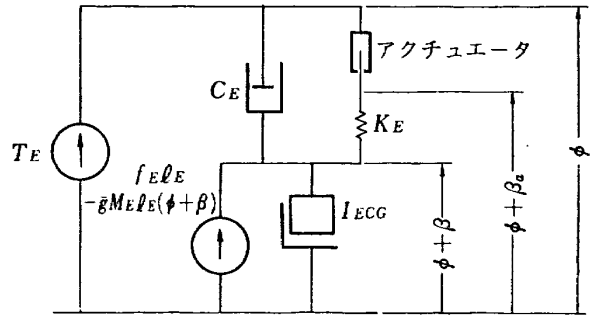
$$\begin{aligned} & I_E(\ddot{\beta} + \ddot{\phi}) + C_E \dot{\beta} + K_E(\beta - \phi) \\ &= M_E l_E(\ddot{z} + l_E\ddot{\phi}) - \bar{q} M_E l_E(\phi + \beta) \end{aligned} \quad (3.20)$$



(a) モデル



(b) 力のつり合いに関する機械回路図



(c) モーメントのつり合いに関する機械回路図

図 3.7 ジンバルエンジン

となる。エンジン系が飛しょう体本体に与えるモーメント  $-T_E$  は (3.19) により与えられる。ところがこのうち  $\ddot{z}$ ,  $\ddot{\phi}$  に関する項は基準状態の中で考慮済みであるからパターベシヨナルな効果としては  $-I_E \ddot{\beta} - \bar{q} M_E l_E \beta$  のみを与えることになる。

こんどはさらに機体の曲げ振動によるエンジンの運動への影響をも考慮する。図 3.6 と図 3.7 との比較により運動方程式

$$I_E(\ddot{\beta} + \ddot{\phi} + \ddot{y}_B'(x_\beta)) + C_E\ddot{\beta} + K_E(\beta - \beta_a) \\ = M_E l_E [\ddot{z} + l_\beta \ddot{\phi} + \ddot{y}_B(x_\beta) - \ddot{g}\{\phi + y_B'(x_\beta) + \beta\}] \quad (3.21)$$

をえる。液体の揺動の場合と同様に、曲げ振動を含む系を本体と考えることにより、エンジンの首振りの反動によって本体に与える影響は機体を剛体と仮定した場合と同じで、制御用エンジンの個数を  $c$  とすると

$$\text{力} : c M_E l_E \ddot{\beta} \\ \text{モーメント} : c(-I_E \ddot{\beta} + M_E l_E \ddot{\beta} l_\beta - \ddot{g} M_E l_E \beta)$$

となる。

### 3.2.5 アクチュエータ

サーボ弁およびアクチュエータ系を概念的に図 3.8 のように設定しておく、油の流量  $Q$  は次の二つの関係式をみだす。

$$Q = K_1(\beta_c - \beta_a) + K_3 f_1 / A \quad (3.22)$$

$K_1$ : アクチュエータ開ループゲイン

$K_3$ : バルブ圧力フィードバックゲイン

$A$ : アクチュエータ面積

$$Q = A \dot{\beta}_a + f_1 / K_0 \quad (3.23)$$

$K_0$ : 実効的な圧油バネ定数

$\beta_c$  はエンジンに対する指令入力であり、 $\beta_a$ ,  $\beta$  等は前節で与えられた。 $f_1$  は図 3.7(b) の  $f_1$  であって

$$f_1 = K_L(\beta_a - \beta) \quad (3.24)$$

で与えられる。(3.22), (3.23) および (3.24) から  $f_1$ ,  $Q$  を消去するとアクチュエータの式が得られる。

$$A \left( 1 + \frac{K_L}{K_0} \right) \dot{\beta}_a + \left( K_1 + \frac{K_3 K_L}{A} \right) \beta_a - \frac{A K_L}{K_0} \beta \\ - \frac{K_3 K_L}{A} \beta = K_1 \beta_c \quad (3.25)$$

(3.22) の右辺第 2 項は、特に高周波振動において、作動油の圧縮性とは別に、アクチュエータの変位が負荷の反動力の影響を受けることによっている。一方主として負荷側の発振を抑制する目的から、この項の効

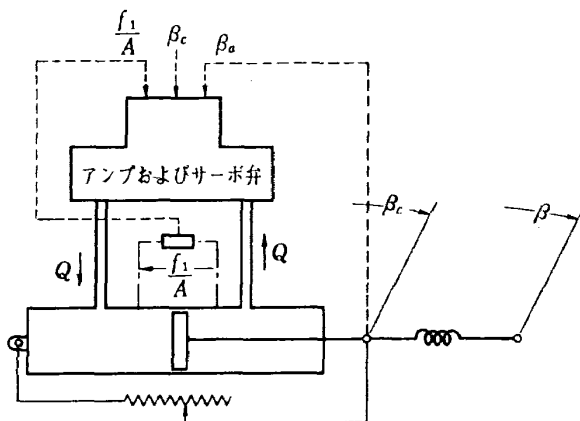


図 3.8 サーボ弁およびアクチュエータ系

果を人為的に調節するという試みもなされている。すなわちピストンで仕切られた部分にオリフィスを設ける方法であるとか、バルブスプールに負荷圧力をフィードバックする方法などである<sup>1,9)</sup>。このような系を用いるときは、(3.22) の第 2 項をフィードバック補償の内容によって変えて用いることが必要である。

### 3.2.6 機体振動を考慮した場合の飛しょう運動

これまでで求めた液体の揺動による機体への反力およびエンジンの首振りによる反力、さらに機体の曲げ振動による推力方向および作用点の変動等の影響を考えた場合の飛しょう運動について考える。曲げ振動による空気力の変動等は今回は無視する。推力方向の変動による効果は角度  $\phi$  が  $\phi + y_B'(x_\beta)$  になり、作用点が  $y_B(x_\beta)$  だけずれたことになるからけっきょく次のようになる。

$z$  方向移動

$$M \ddot{z} = N_a \alpha + T_c(\phi + y_B'(x_\beta) + \beta) + (T_t - T_c - X_a) \\ \times \{\phi + y_B'(x_\beta)\} + c M_E l_E \ddot{\beta} - \sum_{j=1}^{n_s} M_{sj} \ddot{y}_{sj} \quad (3.26)$$

回転運動

$$I \ddot{\phi} = N_a \alpha l_{cp} - T_c \{\beta + y_B'(x_\beta)\} (-l_\beta) - T_c y_B(x_\beta) \\ - c(I_E \ddot{\beta} - M_E l_E \ddot{\beta} l_\beta) - c \ddot{g} M_E l_E \beta \\ - \sum_{j=1}^{n_s} \{M_{sj}(-l_\beta) \ddot{y}_{sj} + M_{sj} \ddot{y}_{sj} y_{sj}\} \\ - (T_t - T_c - x_a) \{(-l_\beta) y_B'(x_\beta) + y_B(x_\beta)\} \quad (3.27)$$

### 3.2.7 機体の曲げ振動に対する外力

つぎに機体の曲げ振動の方程式 (3.11) に必要な外力  $Q_i(t)$  を求める。外力として働く要素は飛しょう運動の場合と同じであるが、分布荷重の形で入れなければならない。とくに空気力は本来が分布力であるからそのままの形で用いることになる。

$$q(x, t) = \{T_c \beta + c M_E l_E \ddot{\beta} \\ - c(I_E \ddot{\beta} + \ddot{g} M_E l_E \beta) \partial / \partial x\} \delta(x_\beta) \\ - (M_{sj} \ddot{y}_{sj} - \ddot{g} M_{sj} y_{sj} \partial / \partial x) \\ + (\partial c_{xa} / \partial x) \alpha \quad (3.28)$$

と表現できるから、(3.12) により

$$Q_i(t) = (T_c \beta + c M_E l_E \ddot{\beta}) Y_i(x_\beta) \\ - c(I_E \ddot{\beta} + \ddot{g} M_E l_E \beta) Y_i'(x_\beta) \\ - M_{sj} \{Y_i(x_{sj}) \ddot{y}_{sj} - \ddot{g} Y_i'(x_{sj}) y_{sj}\} + N_{it} \alpha \quad (3.29)$$

となる。

### 3.3 検出器

検出器は施そうとする制御の目的によって選択されるべきであるが、飛しょう体に関する限り可能な姿勢

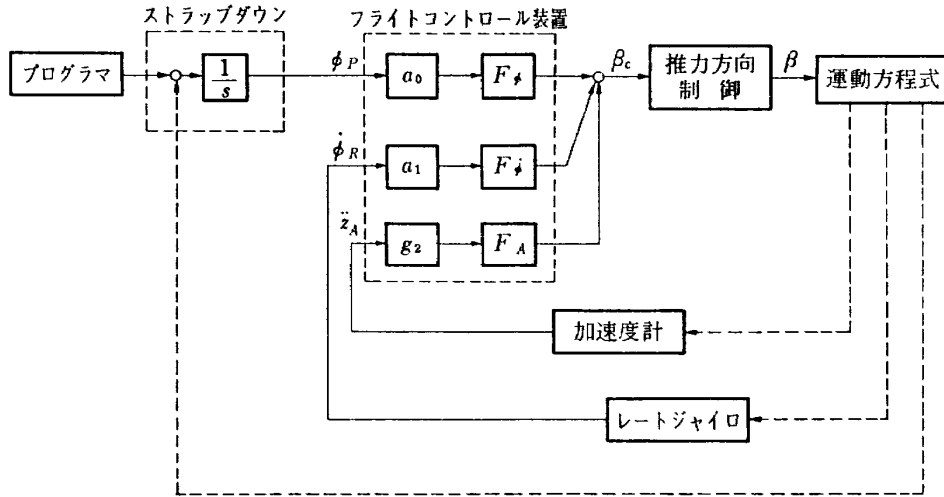


図 3.9 飛しょう体の制御系統

検出法が限定されているため自由度がない。迎え角センサを用いるという解析例もあるがノイズが多いため実際にはあまり使われていないようである。誘導用パッケージ内の位置ジャイロの他に適当な個所に配置したレートジャイロおよび横方向の加速度計などを用い

るのが普通である。これらの検出量はそれぞれ  
加速度計

$$\ddot{z}_A = \ddot{z} - \bar{g}\phi + \ddot{y}_B(x_A) + l_A\ddot{\phi} \quad (3.30)$$

レートジャイロ

$$\dot{\phi}_R = \dot{\phi} + \dot{y}_B'(x_R) \quad (3.31)$$

表 3.1 機体振動を含む飛しょう運動の関係式（ピッチング）

z 方向移動

$$M\ddot{z} = N_a\alpha + T_c\beta + (T_t - X_a)\{\phi + y_B'(x_\beta)\} + cM_E l_E \ddot{\beta} - \sum_{j=1}^2 M_{sj} \ddot{y}_{sj}$$

回転運動

$$I\ddot{\phi} = N_a\alpha l_{cp} + T_c\beta l_\beta - (T_t - X_a)\{-l_\beta y_B'(x_\beta) + y_B(x_\beta)\} - c(I_E \ddot{\beta} - M_E l_E \ddot{\beta} + \bar{g} M_E l_E \beta) - \sum_{j=1}^2 M_{sj}(l_{sj} \ddot{y}_{sj} - \bar{g} y_{sj})$$

液燃の揺動 ( $j=1, 2$ )

$$\ddot{y}_{sj} + 2\zeta_{sj}\omega_{sj}\dot{y}_{sj} + \omega_{sj}^2 y_{sj} = -\ddot{z} - l_{sj}\ddot{\phi} + \bar{g}\phi - \ddot{y}_B(x_{sj}) + \bar{g}y_B'(x_{sj})$$

曲げ振動 ( $i=1, 2, 3$ )

$$M_i(\ddot{\eta}_i + 2\zeta_i\omega_i\dot{\eta}_i + \omega_i^2 \eta_i) = (T_c\beta + cM_E l_E \ddot{\beta})Y_i(x_\beta) - c(I_E \ddot{\beta} + \bar{g} M_E l_E \beta)Y_i'(x_\beta) - M_{sj}[Y_i(x_{sj})\ddot{y}_{sj} - \bar{g}Y_i'(x_{sj})y_{sj}] + N_{\eta i}\alpha$$

エンジン

$$I_E\{\ddot{\beta} + \ddot{\phi} + \ddot{y}_B'(x_\beta)\} + C_E\ddot{\beta} + K_E(\beta - \beta_a) = M_E l_E [\ddot{z} + l_\beta \ddot{\phi} + \ddot{y}_B(x_\beta) - \bar{g}\{\phi + y_B'(x_\beta) + \beta\}]$$

アクチュエータ

$$A\left(1 + \frac{K_L}{K_0}\right)\dot{\beta}_a + \left(K_1 + \frac{K_3 K_L}{A}\right)\beta_a - \frac{A K_L}{K_0}\beta - \frac{K_3 K_L}{A}\beta = K_1 \beta_c$$

レートジャイロ検出量

$$\dot{\phi}_R = \dot{\phi} + \dot{y}_B'(x_R)$$

積分ジャイロ検出量

$$\phi_P = \phi + y_B'(x_P)$$

加速度計検出量

$$\ddot{z}_A = \ddot{z} + l_A \ddot{\phi} + \ddot{y}_B(x_A) - \bar{g}\{\phi + y_B'(x_A)\}$$

迎え角

$$\alpha = \phi + \alpha_w - \Delta\gamma = \phi + \frac{w - \dot{z}}{V}$$

曲げ振動変位

$$y_B(x) = \sum_{i=1}^3 Y_i(x)\eta_i$$



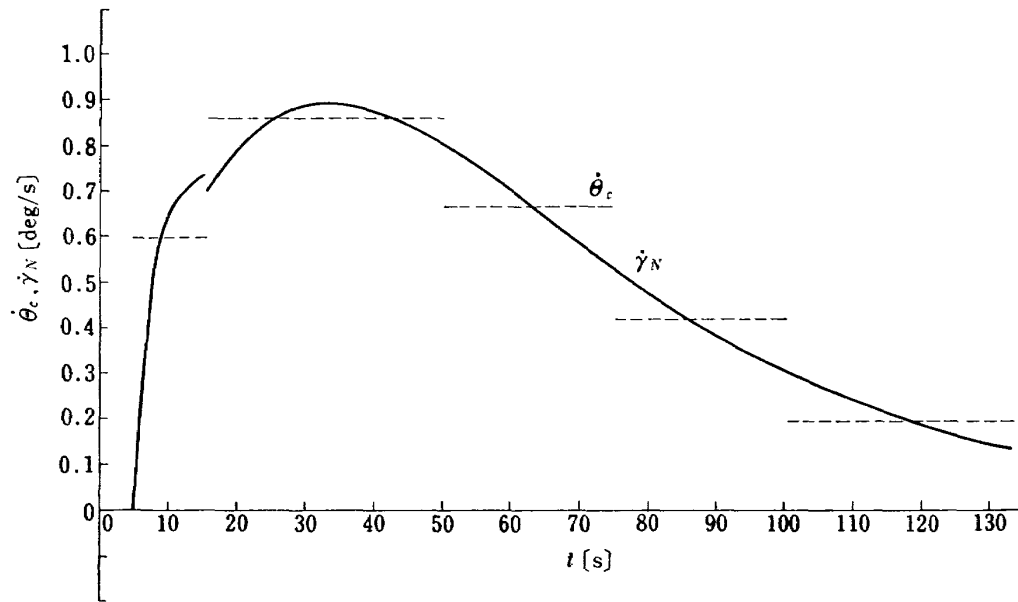
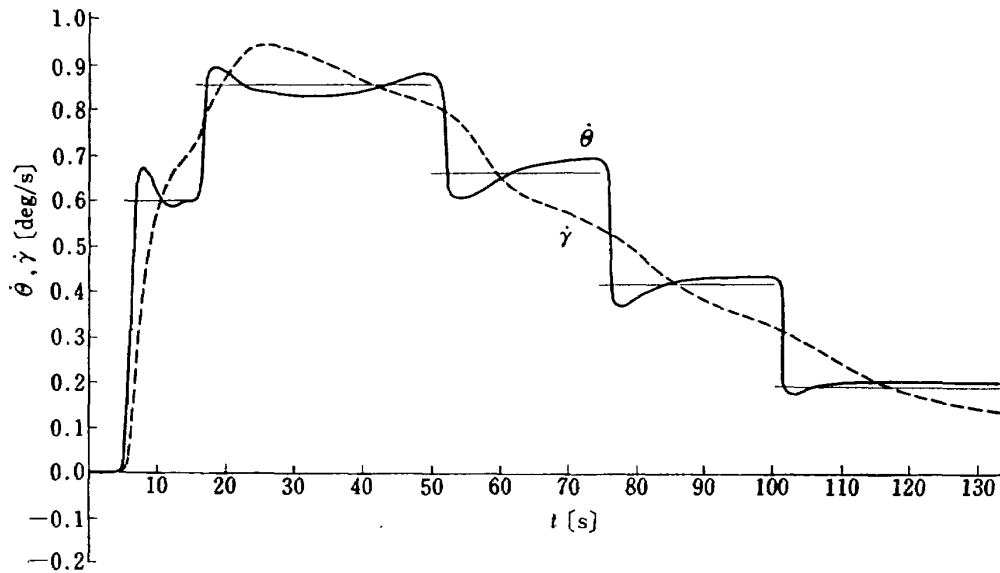
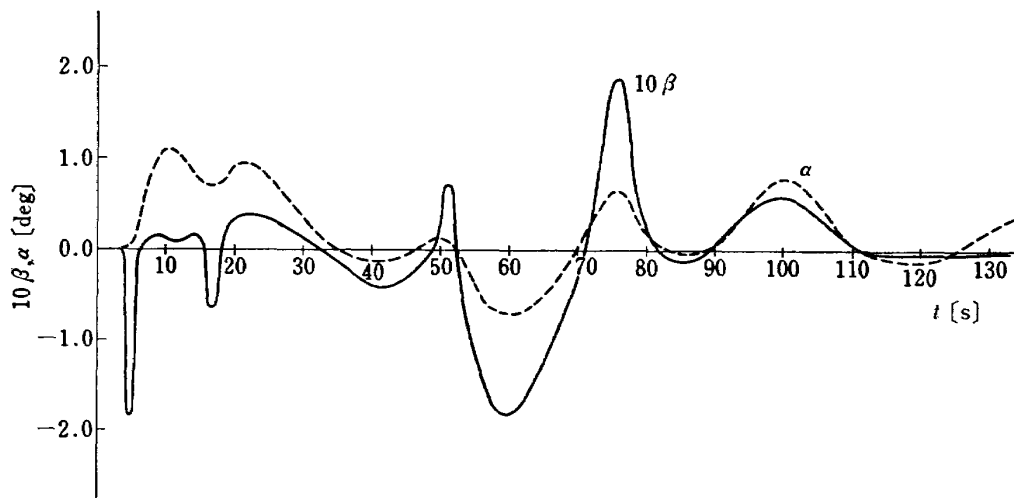


図 4.1 SS-3 のノミナル軌道の経路角およびピッチプログラム



(a) 線路角と姿勢角との変化率



(b) 迎え角とエンジン触れ角

図 4.2 SS-3 の無風時の応答

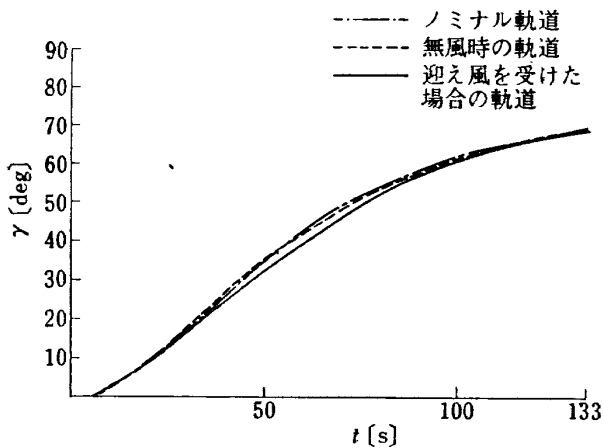


図 4.3 経路角の比較

基準軌道計算によって得られた経路角の微分値  $\dot{\gamma}_N$  のプロットを用いれば容易に妥当なピッチプログラムを構成することができる。すなわち経路角変化が姿勢角変化の跡を積分してたどるような特質を利用して  $\dot{\gamma}_N$  を適当な区域に分け、階段状の関数で近似してこれをピッチプログラムとする。図 4.1 にこのようにして得られた SS-3 についてのピッチプログラムを、図 4.2 (a) および (b) にはこのピッチプログラムを用いた場合の無風時の飛しょう体の応答を、図 4.3 には迎え風を入れた場合も含めて経路角の比較を示している。フィードバックゲインに関しては無風時について妥当な範囲で変えてみたが大きな差異は認められなかった。図から明らかなように、無風時の軌道は基準軌道に十分近く、迎え角およびジンバル触れ角も小さい。したがってこのように構成された基準軌道およびピッチプログラムは風の影響について吟味しなければならないが、かなり妥当なものと考えることができる。

このような基準軌道、およびピッチプログラムの決定法は初期には米国でも用いられていたようである。SCOUT<sup>13)</sup> などはこの方法によると思われる。しかし最近では二、三段をも含めて最適軌道を求め<sup>12)</sup>、さらに分割数を与えることにより最適軌道を最良に近似するようピッチプログラムを決めるという方法がとられているようである。ATLAS-AGENA ではこのような方法をとっているという<sup>14)</sup>。しかしながら、飛しょう体初段においては風のモデルなど不確定な要素が多く、また系が非線形かつ非定常であることを考え合わせると最適化手法を用いることに大きな利点を期待することはできないような気がする。具体的な検討は将来の問題である。

#### 4.3 剛体運動としての飛しょう特性

飛しょう体を剛体と仮定したときのバナーベーションな運動方程式は(3.3), (3.4)で与えられた。この

場合は検出量等も簡単化される。また補償要素  $F_A$ ,  $F_\phi$ ,  $F_\psi$  等は機体振動安定化のためのものであるから IV の段階では用いないと仮定する。取り扱いの便宜上記号を簡単化すると関係式は次のようになる。

運動方程式

$$s^2 z = k_3 \alpha + k_4 \beta + k_5 \phi \quad (4.1)$$

$$s^2 \phi = -c_1 \alpha + c_2 \beta \quad (4.2)$$

検出量

$$\ddot{z}_A = k_3 \alpha + k_4 \beta + I_A s^2 \phi \quad (4.3)$$

$$\dot{\phi}_R = s \phi, \quad \phi_P = \phi \quad (4.4)$$

制御法

$$\beta = g_3 \ddot{z}_A + a_1 \dot{\phi}_R + a_0 \phi_P \quad (4.5)$$

ただし

$$k_3 = \bar{g}, \quad k_4 = T_c/M, \quad k_5 = N_a/M$$

$$c_1 = -M_a/I, \quad c_2 = -T_c l_\beta/I, \quad \alpha = \phi - (\dot{z} - w)/V$$

まず運動方程式そのものについて考えると系のシグナルフローグラフ、特性方程式  $\Delta_0$ 、および特性根が図 4.4(a) に示される。三次系であるため原点に近い根は

$$-(-k_3 c_1/V)/c_1 = k_3/V$$

で近似され、 $z$  モードの根を表わす。他の二根はピッチングモードの二根であり、 $k_5$  が微小であるから  $\pm \sqrt{c_1}$  で近似される。根に関するモードの判別はモード干渉がないと考えたときの方程式

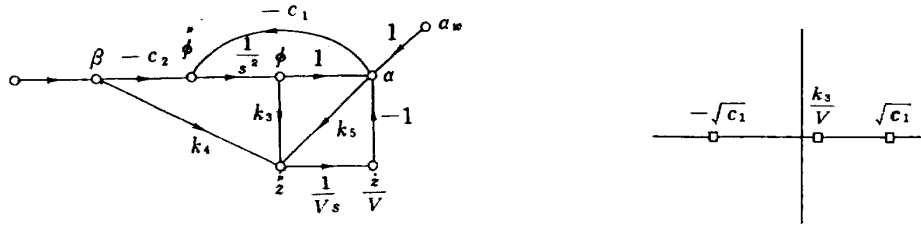
$$s \dot{z} = -k_5 \dot{z}/V$$

$$s^2 \phi = -c_1 \phi$$

の根からモード間干渉によって移動したと考えると明確になる。この場合のように干渉があまり強くない場合は依然として各モードの根が各モードの挙動に対して支配的である。干渉がひじょうに強い場合および近接根の場合などは干渉をじょじょに増していったときの推移をたどることによって各モードの根の類別はできる。しかし現象における各モードの独立性は失なわれる。

つぎにジャイロフィードバックを施すとシグナルフローグラフより特性方程式  $\Delta_1$  が得られ、この第2式から根軌跡の概形を描くことができる。図 4.4(b) には  $a_0/a_1 > \sqrt{c_1}$  であって安定化された場合について示してある。 $a_0/a_1 < \sqrt{c_1}$  なる場合は根軌跡はかなり変った形になる。

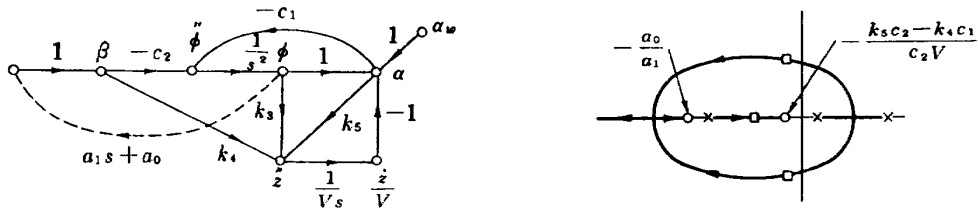
さらにこのジャイロを含めた系を被制御対象と考えて加速度計フィードバックを施すと (c) のようになる。(b) で得た根を極として加速度計検出量による零点を配置した根軌跡が示される。(b) に比べての著しい特長は原点近傍の根を正確に原点に置く可能性が出



$$D_0 = 1 - \left\{ -\frac{c_1}{s^2} - \frac{k_5}{Vs} + \frac{k_3}{Vs} \frac{c_1}{s^2} \right\}$$

$$= \frac{1}{s^3} \left\{ s^3 + \frac{k_5}{V} s^2 + c_1 s - \frac{k_3 c_1}{V} \right\}$$

(a) 制御を含まない飛しょう特性

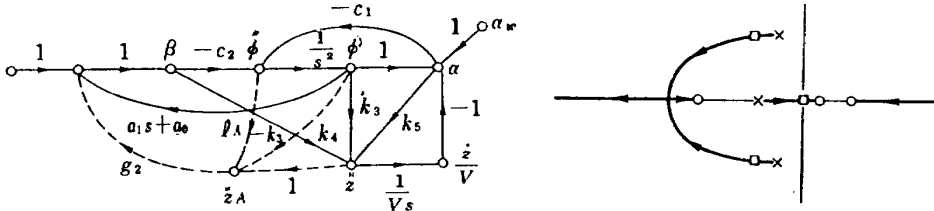


$$D_1 = D_0 - \left\{ -\frac{c_2}{s^2} (a_1 s + a_0) + \frac{k_4}{Vs} \frac{c_1}{s^2} (a_1 s + a_0) \right\} + \frac{c_2}{s^2} (a_1 s + a_0) \frac{k_5}{Vs}$$

$$= D_0 \left[ 1 + \frac{(a_1 s + a_0) \{ c_2 s + (k_5 c_2 - k_4 c_1) / V \}}{s^3 D_0} \right]$$

$$= \frac{1}{s^3} \left[ s^3 + \left( \frac{k_5}{V} + a_1 c_2 \right) s^2 + \left\{ c_1 + a_0 c_2 + \frac{a_1}{V} (k_5 c_2 - k_4 c_1) \right\} s + \frac{a_0}{V} (k_5 c_2 - k_4 c_1) - \frac{k_3 c_1}{V} \right]$$

(b) レートジャイロ、積分ジャイロフィードバックを施した系



$$D_2 = D_1 - \left\{ g_2 k_4 + c_2 l_A g_2 - \frac{c_2 k_5 g_2}{s^3} + \frac{c_2 k_5 g_2 k_3}{s^2 V s} - \frac{k_4 g_2}{Vs} (k_5 + c_1 l_A) \right\}$$

$$= D_1 \left[ 1 - \frac{g_2}{s^3 D_1} \left\{ (k_4 + c_2 l_A) s^3 + \frac{(k_5 c_2 - k_4 c_1) l_A}{V} s^2 - (k_5 c_2 - k_4 c_1) s + \frac{k_3}{V} (k_5 c_2 - k_4 c_1) \right\} \right]$$

$$= \frac{1}{s^3} \left[ (1 - g_2 k_4 - g_2 c_2 l_A) s^3 + \frac{k_5 + a_1 c_2 V - (k_5 c_2 - k_4 c_1) g_2 l_A}{V} s^2 + \left\{ c_1 + a_0 c_2 \right. \right.$$

$$\left. + \left( \frac{a_1}{V} + g_2 \right) (k_5 c_2 - k_4 c_1) \right\} s + \frac{1}{V} \{ (a_0 - g_2 k_3) (k_5 c_2 - k_4 c_1) - k_3 c_1 \} ]$$

$$t_{a_w, z/V} = \frac{1}{Vs^3} [ \{ k_5 + (k_5 c_2 - k_4 c_1) l_A g_2 \} s^2 + a_1 (k_5 c_2 - k_4 c_1) s + \{ (a_0 - g_2 k_3) (k_5 c_2 - k_4 c_1) - k_3 c_1 \} ]$$

$$T_{a_w, z/V} = \frac{t_{a_w, z/V}}{D_2} = \frac{A_2 s^2 + A_1 s + A_0}{B_3 s^3 + B_2 s^2 + B_1 s + B_0}$$

(c) (b) にさらに加速度計フィードバックを施した系

図 4.4 剛体としての飛しょう運動特性

てくる点であって、これを実現するためにフィードバックゲインに課せられる条件、すなわち  $B_0 = 0$  なる拘束をドリフト最小条件<sup>15)</sup>と呼んでいる。図 4.4(c) に示す  $T_{a_w, z/V}$  は入力  $a_w$  に対する出力  $z/V$  の伝

達関数を表わしている。もし  $B_0$  が 0 でなければステップ状の入力  $a_w$  に対して、 $A_0$  と  $B_0$  とは等しいから、 $z/V$  の定常値は 1 となって外乱の影響が大きく現われる。ところがドリフト最小条件が満たされていれ

ば

$$\left[\frac{\dot{z}}{V}\right]_{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} s T_{a_w}, \quad z/V = \frac{1}{s} = \frac{A_1}{B_1} \ll 1$$

であって外乱に対する定常値は小さくなる。 $B_0$  が正確に 0 でなくても根が小さければ、過渡応答が遅いために実効的には外乱の影響が少ないことが期待できる。

以上の準備をもとにして望ましい制御パラメータの値を推定することを考える。次のような条件を課すこととする。

(1) ピッチングダイナミクスの角振動周波数を  $\omega_n = 1$  [rad/s] とする。

(2) ピッチングダイナミクスの減衰係数を  $\zeta = 0.7$  とする。

(3) ドリフト最小条件を満たすこと。すなわち

$$(a_0 - g_3 k_3)(k_5 c_2 - k_4 c_1) = k_3 c_1 \quad (4.6)$$

の条件式を満足させること。

上記条件に対して、 $\omega_n$  および  $\zeta$  の近似式

$$\omega_n^2 = \frac{c_1 + a_0 c_2 + (a_1/V + g_2)(k_5 c_2 - k_4 c_1)}{1 - g_2(k_4 + c_2 l_A)} \quad (4.7)$$

$$2\zeta\omega_n = a_1 c_2 \quad (4.8)$$

を用いることとすれば直ちに

$$a_1 = 1.4/c_2 \quad (4.9)$$

$$g_2 = \frac{1 - c_1 - c_2 d - a_1(k_5 c_2 - k_4 c_1)/V}{k_4 - c_2 l_A + c_2 k_3 + (k_5 c_2 - k_4 c_1)} \quad (4.10)$$

$$a_0 = \frac{k_3 c_1}{k_5 c_2 - k_4 c_1} + k_3 g_2 \quad (4.11)$$

となり、 $a_1$ ,  $g_2$ ,  $a_0$  の順で各フィードバックゲインが決まる。近似式 (4.7) および (4.8) は  $z$  モードの根が原点に近ければ、ドリフト最小条件が厳密に成立しなくても有効な式である。したがって加速度計フィードバックを用いない場合は、条件 (1) および (2) に対して (4.7) および (4.8) を用いて (4.9) と

$$a_0' = \frac{1}{c_1} \left\{ \omega_n^2 - c_1 - \frac{a_1}{V} (k_5 c_2 - k_4 c_1) \right\} \quad (4.12)$$

とを得る。

(4.9), (4.10) および (4.11) あるいは (4.12) を基準軌道の計算に挿入することにより、各時刻に対する各フィードバックの理想値を算定することができる。図 4.5 に SS-3 に適用した場合の結果を示す。これらの数値は粗い近似式に基づいている、および非線形かつ非定常な系を定係数系として論じているという制約はあるが、大まかな見通しを得る点でなお有効である。

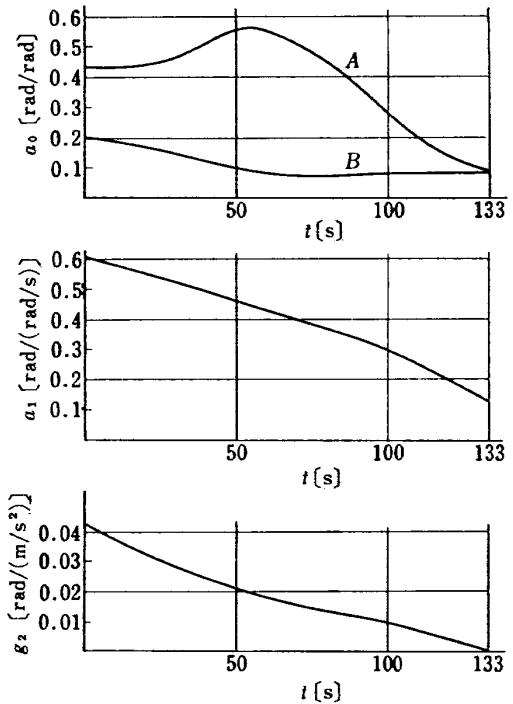


図 4.5 SS-3 のフィードバックゲインの理想値  
A 加速度計なし B 加速度計含む

また飛しょう運動をどの程度まで定係数系とみなしうるかの論拠となる点でも興味深い。

#### 4.4 軌道シミュレーション

初段の飛しょう中には、風およびミスアライメントなどの外乱の影響をかなり強く受ける。種々のミスアライメントが考えられることは当然として、風についてみても地上風、定常的な偏西風および突風などがある。このため外乱としてのモデルの設定も大きな問題を含んでいる。これらの外乱に対して、系の応答の定性的な判定は前節の特性から推定できる。しかしながら重要な定量的評価に関しては軌道シミュレーションによるほかはない。今回は外乱のモデルについて十分の準備がなかったため偏西風の影響を調べるだけにとどまった。

真東に打上げることとし、風のデータは NASA がケープケネディで得た 99% Wind Profile<sup>11)</sup> を迎え風として用いた。(附図 5 参照)

軌道シミュレーションの結果の一部を表 4.1 に示す。軌道とフィードバックゲインとの一般的な傾向を調べるために次のような設定を用いた。

(1)  $a_1/a_0 = 0.8$  となる場合を主として考えた。表 4.1 の CA および CB を除くすべてのケースはこの設定による。このことは図 4.4(b) において零点  $-a_0/a_1$  を一定に保ち、かつ全飛しょう区間にわたって  $a_0/a_1 > \sqrt{c_1}$  が成り立つことを意図したものであ

表 4.1 軌道シミュレーションおよび機体振動安定性解析結果

	フィードバックゲイン			剛体運動シミュレーション										機体振動安定性解析				備考
	$a_1$	$a_0$	$g_2$	$H$	$H_r$	$V_a$	$\theta$	$\gamma$	$\int_0^T \beta^2 dt$	$z_{root}$	$\omega_n$	$\zeta$	$z_{root}$	$\omega_n$	$\zeta$			
ノミナル				62.0159	121.175	3.13691	20.9151	20.9151										
A 1	0.08	0.1	0	58.7230	109.540	3.03046	20.4610	20.6746	0.04920	0.1323	0.614i	0.227i						
A 2	0.24	0.3	0	62.4318	118.286	3.13947	20.4617	20.9565	0.01029	-0.327	0.3644	1.0837			0.2839	-0.3696		
A 3	0.4	0.5	0	62.7927	118.541	3.14184	20.4615	21.0627	0.00766	-0.111	0.8777	0.7406			0.4877	0.6433		
A 4	0.64	0.8	0	62.8390	118.794	3.14310	20.4613	21.0971	0.00743	-0.0683	1.3200	0.7820			1.0990	0.7017		
A 5	0.96	1.2	0	62.8138	118.980	3.14390	20.4612	21.1025	0.00727	-0.0542	1.7454	0.8836			1.6173	0.8059		
B 1	0.08	0.1	0.015	62.6082	118.661	3.14253	20.4797	20.9963	0.00508	0.0238	0.7182	0.3238			0.3945	0.4202		
B 2	0.24	0.3	0.015	62.7187	119.123	3.14449	20.4690	21.0837	0.00641	-0.219	1.2575	0.5155			0.9145	0.3496		
B 3	0.4	0.5	0.015	62.7000	119.244	3.14502	20.4658	21.0848	0.00675	-0.0669	1.6270	0.6536			1.2852	0.4672		
B 4	0.64	0.8	0.015	62.6866	119.313	3.14532	20.4640	21.0842	0.00694	-0.0496	2.0612	0.8183			1.7849	0.6146		
B 5	0.96	0.2	0.015	62.6781	119.351	3.14549	20.4630	21.0835	0.00709	-0.0447	2.5264	0.9964			2.7308	0.8190		
AC 2	0.3	0.24	0	62.3422	117.739	3.13431	20.5520	21.0333	0.01292	-3.244	0.190i	2.86i			0.2383	-0.5944		
AC 4	0.8	0.64	0	63.1653	118.134	3.13960	20.5516	21.2421	0.00680	-0.759	1.1230	1.1461						
BC 2	0.3	0.24	0.015	63.0824	118.475	3.14114	20.5620	21.2446	0.00564	1.4639	1.1319	0.7101			0.7929	0.5627		
BC 4	0.8	0.64	0.015	63.0571	118.696	3.14212	20.5554	21.2514	0.00619	-0.593	1.8565	1.1320						
無風A 2	0.24	0.3	0	61.9670	121.111	3.06654	20.6657	20.9518	0.00082	-0.271	0.4383	0.9007						
無風A 4	0.64	0.8	0	62.0448	121.103	3.13691	20.4649	20.8522	0.00016	-0.0631	1.3516	0.7635						
無風B 2	0.24	0.3	0.015	62.0309	121.100	3.13682	20.4716	20.8523	0.00010	-0.129	1.2627	0.5125						
無風B 4	0.64	0.8	0.015	62.0335	121.119	3.13690	20.4672	20.8559	0.00010	-0.0447	2.0636	0.8167						

\* 3 実根 0.0768, 0.6338, -0.9104

\*\* 1st sloshing 不安定

\*\*\* 3 実根 -0.183, -0.348, -1.72

\*\*\*\* 3 実根 -0.437, -1.377, -2.300

注  $z_{\text{root}}$ ,  $\omega_n$ ,  $\zeta$  は  $t=58\text{s}$  での数値であり他は初段燃焼終了時  $t=133\text{s}$  での数値である。

る。 $a_0/a_1 < \sqrt{c_1}$  となる場合については、 $a_0$  と  $a_1$  とのゲインを逆にとることにより AC および BC のケースとして計算した。ケース A および B においては前節で指摘したようなパターンが明うかに表われているのに反して、AC および BC においては傾向が明らかではない。

(2)  $g_2$  に関しては発射後 80 秒まで 0.015, 80 秒以後は 0.005 とした。 $g_2=0.015$  で一定とすると初段燃焼終了時付近で不安定となり計算が発散する。これは (4.7) において分母が 0 に近づき、ついには負になることによる。飛しょう途中でゲインを変更することはサターン V などでも行っており、それによる異常な現象は認められない。

(3) ケース A および B の比較は加速度計の効能を調べるためである。両者の示す差異の中で特に舵角の二乗累積値  $\int_0^T \beta^2 dt$  が顕著な傾向を示している。A ではゲインを増すにつれて減少するのに反して、B では逆に増加する。 $t=58$  [s] で  $\omega_n$  が 1 に近くなる二つのケース A4 と B2 については特性値の応答曲線も付してある。

(4) 次章における機体振動安定性解析の結果との数値比較を最大動圧時に近い  $t=58$  [s] における  $z_{\text{root}}$ ,  $\omega_n$ ,  $\zeta$  について行った。 $z_{\text{root}}$  は  $\dot{z}$  モードの根であり  $z_{\text{root}}=0$  はドリフト最小条件が満たされていることを示す。剛体運動シミュレーションでの近似計算は次式によった。

$$z_{\text{root}} = -\frac{B_0}{B_1} = -\frac{\{(a_0 - g_2 k_3)(k_5 c_2 - k_4 c_1) - k_3 c_1\} / V}{c_1 + a_0 c_2 + (a_1 / V + g_2)(k_5 c_2 - k_4 c_1)} \quad (4.13)$$

それぞれの数値に違いがあるのは、剛体運動による計算が近似式によっていることと、機体振動安定性解析の方の計算で種々の特性値をケースごとに変えずに大体の平均的な数値を用いたことによる。想定パターンが一致しない AC, AB およびゲイン不足の場合等を除くとかなりよい一致を示している。したがって剛体運動シミュレーションでの近似式が有効であることがわかる。

以下に A4 と B2 について、剛体運動シミュレーションで得られた応答の比較を示す。図 4.6 には特性の比較が示されている。一般に加速度計を用いた場合の方が変化が激しい。 $\dot{\theta}_{ss}$  は指令入力に対する応答の線形理論での定常値であって図 4.4(c) で  $B_0$  が 0 に近いという想定の下で

$$\dot{\theta}_{ss} = \frac{c_3}{c_1 + a_0 c_2 + (g_2 + a_1 / V)(c_3 k_5 - c_1 k_4)}$$

で表わされる。この数値は初段の制御においてよく用

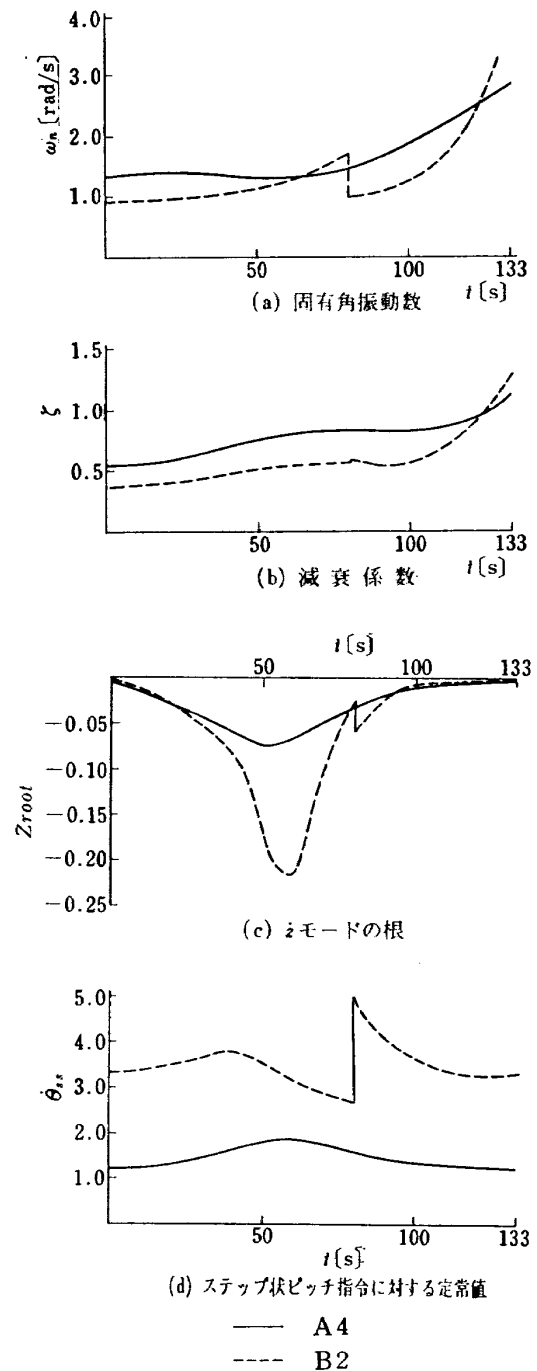


図 4.6 剛体飛しょう運動の特性

いられるが、図 4.6(d) と図 4.7(a) あるいは図 4.8 (a) との比較でわかるように実際の応答のよい目安とはなっていない。また階段状のピッチプログラムを使用していることから、たとえ  $\theta$  が指令によく追従しても必ずしも軌道が望ましくなるというわけではないから重要視すべきものではないであろう。

図 4.8 および図 4.8 に A4 および B2 に関する応答を示す。傾向の相異は認められるがどちらが有利であるかは先の段階でのロードアナリシスを行なわなければわからない。図 4.9 に A4 の場合の経路角、姿勢角および空気に対する相対速度の角を示す。他

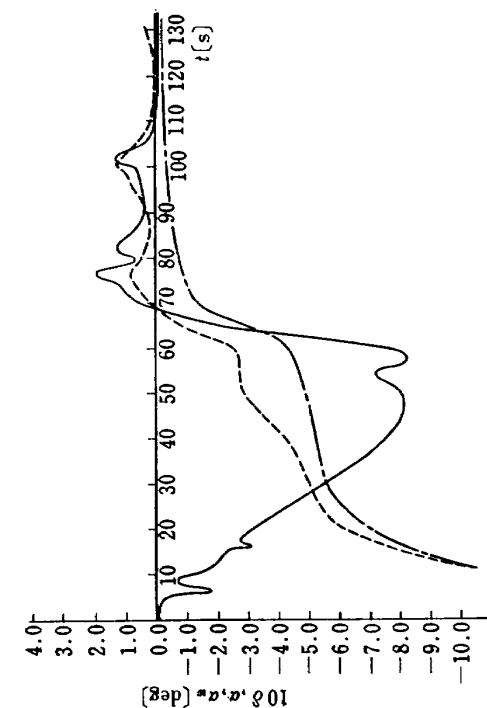
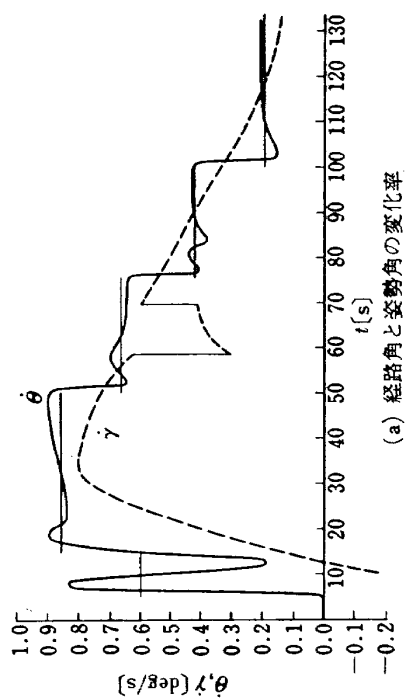


図 4.8 迎え風に対する応答 (B2)

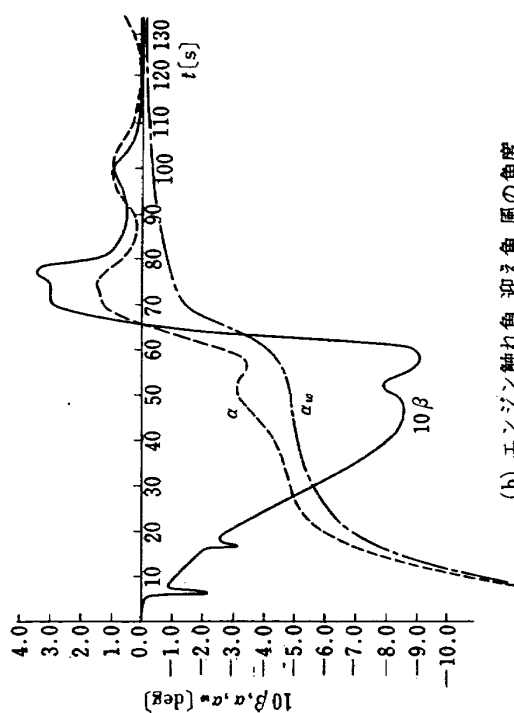
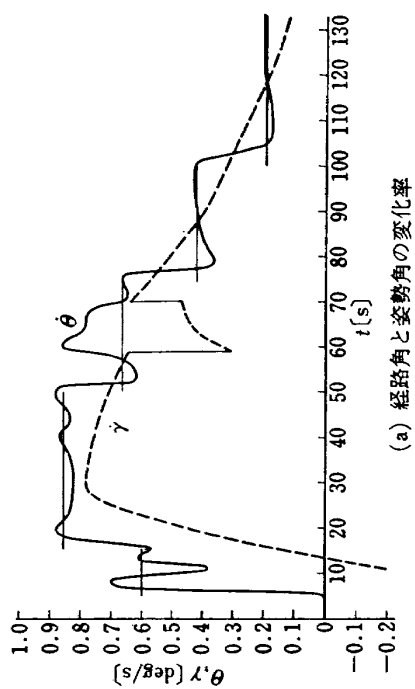


図 4.7 迎え風に対する応答 (A4)

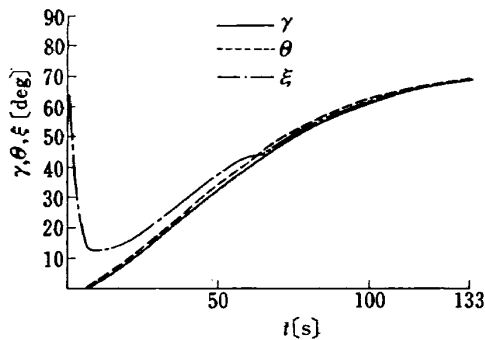


図 4.9 迎え風を受けたときの経路角，姿勢角，空気に対する相対速度の角度(A4)

の場合もほとんど同じである。

#### 4.5 結 論

以上をまとめると剛体運動シミュレーションによって得られた結論は次のようになる。

(1) 系構成のための総合的手法すなわち基準軌道決定からピッチプログラムの設定，フィードバックゲインの選定等についてはほぼ満足のいく方法が得られた。また初段の飛しょう状態と線形定係数系理論でとらえることの有効性と限界とがかなり明らかになった。

(2) 加速度計フィードバックを用いる場合と用いない場合との違いを捕えることができた。しかしその有効性を明らかにするためには機体にかかるロードの解析など，より細い研究が必要であり，そのためには風のモデルの研究が必要である。

(3) モデルビークル SS-3 の特性はこれまでに捕えた特性に関する限りではまず妥当なものであると云われる。難点をいうとジンバルの単位触れ角に対する制御力がやや強すぎるためジンバル触れ角の振幅が小さすぎるきらいがある。これは制御力を付属のパーニアエンジンと分割して振り分けることも考えられるので空力データ等が詳細化されれば，この点について再検討されるであろう。フィードバックゲインの標準値としては A4 の値が適当であると思われる。

### 5. 機体振動を含む飛しょう体運動の安定性解析

前章においては，飛しょう体を剛体と仮定したときに望ましい飛しょう特性を与えるフィードバックゲインについて検討した。機体の曲げ振動および液体燃料の揺動まで含めたダイナミクスを考えると，このフィードバックで安定な系が得られているかを確かめることは制御を含む飛しょう体においては必須である。もし不安定であれば安定化の方策を構じなければならない。

安定化の方法としては補強部材を加えて曲げ振動の固有値および固有関数形状を変える方法と，フィードバックに補償回路を加える方法とが考えられる。機体が比較的小さい場合は前者ですむが，ある程度大きくなると効率をよくするためにも後者をとらざるをえなくなる。

以下では安定性判定のために今回用いた方法と SS-3 に関する実例について述べる。この例では曲げ振動モード三次までと液燃揺動モードとして初段タンクの二個のみをとった。

#### 5.1 伝達関数

機体の曲げ振動モード三個と液燃揺動モード二個とを含む飛しょう体の運動方程式は行列の形で次のように書くことができる。

$$(Ms^2 + Bs + K)x = (m_\beta s^2 + b_\beta s + k_\beta)\beta_c + k_w \alpha_w \quad (5.1)$$

ここに

$$x = \text{col}(\dot{z}, \phi, y_{s1}, y_{s2}, \eta_1, \eta_2, \eta_3, \beta, \beta_a)$$

$$M, B, K: 9 \times 9 \text{ 行列}$$

$$m_\beta, b_\beta, k_\beta, k_w: 9 \times 1 \text{ ベクトル}$$

このマトリクス方程式の具体的な形を示すと表 5.1 のようになる。

いま系の特性方程式のみを考えるために  $\alpha_w$  の項を無視する。入力  $\beta_c$  に対するベクトル  $x$  の第  $i$  要素  $x^i$  への伝達関数は連立一次方程式に関する Cramér の公式を使って次のように表わされる。

$$\frac{x^i}{\beta_c} = \frac{N_i(s)}{D(s)} \quad (5.2)$$

$$D(s) = |Ms^2 + Bs + K|$$

$$N_i(s): Ms^2 + Bs + K \text{ の } i \text{ 列を } m_\beta s^2 + b_\beta s + k_\beta \text{ でおきかえた行列の行列式}$$

$D(s)$  および  $N_i(s)$  はパラメータ  $s$  を含んでいて伝達関数としてはこの  $s$  に関する展開形が必要とされる。この場合のように高次の系に対してその展開形を求めるのは容易ではない。特性根をまず求め，それから最高次の係数を求めて展開形を得るという方法をとる。

#### 特性根

齊次方程式

$$(Ms^2 + Bs + K)x = 0 \quad (5.3)$$

は  $M$  が正則であれば一次の微分方程式

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

とも書くことができる。よって

$$|Ms^2 + Bs + K| = 0 \quad (5.5)$$

の根は行列

表 5.1 機体振動を含む飛しょう体の運動方程式のマトリクス表示(その1)

	$\dot{z}$			$\phi$			$y_{s1}$			$y_{s2}$		
	$s^1$	$s^0$	$s^2$	$s^1$	$s^0$	$s^2$	$s^2$	$s^1$	$s^0$	$s^2$	$s^1$	$s^0$
$z$	1	$\frac{N_a}{MV}$			$-\bar{g} - \frac{N_a}{M}$	$\frac{M_{s1}}{M}$				$\frac{M_{s2}}{M}$		
$\phi$		$\frac{M_a}{IV}$	1		$-\frac{M_a}{I}$	$\frac{M_{s1}l_{s1}}{I}$			$-\frac{\bar{g}M_{s1}}{I}$	$\frac{M_{s2}l_{s2}}{I}$		$-\frac{\bar{g}M_{s2}}{I}$
$y_{s1}$	1		$l_{s1}$		$-\bar{g}$	1		$2\zeta_{s1}\omega_{s1}$	$\omega_{s1}^2$			
$y_{s2}$	1		$l_{s2}$		$-\bar{g}$					1	$2\zeta_{s2}\omega_{s2}$	$\omega_{s2}^2$
$\eta_1$		$\frac{N_{\eta 1}}{M_1 V}$			$-\frac{N_{\eta 1}}{M_1}$	$\frac{M_{s1}}{M_1} Y_1(x_{s1})$				$\frac{M_{s2}}{M_1} Y_1(x_{s2})$		
$\eta_2$		$\frac{N_{\eta 2}}{M_2 V}$			$-\frac{N_{\eta 2}}{M_2}$	$\frac{M_{s1}}{M_2} Y_2(x_{s1})$				$\frac{M_{s2}}{M_2} Y_2(x_{s2})$		
$\eta_3$		$\frac{N_{\eta 3}}{M_3 V}$			$-\frac{N_{\eta 3}}{M_3}$	$\frac{M_{s1}}{M_3} Y_3(x_{s1})$				$\frac{M_{s2}}{M_3} Y_3(x_{s2})$		
$\beta$	$-\frac{M_E l_E}{I_E}$		$1 - \frac{M_E l_E l_\beta}{I_E}$		$\frac{\bar{g} M_E l_E}{I_E}$							
$\beta_a$												

表 5.1 (その2)

	$\eta_1$			$\eta_2$			$\eta_3$		
	$S^2$	$S^1$	$S^0$	$S^2$	$S^1$	$S^0$	$S^2$	$S^1$	$S^0$
$z$			$-\bar{g}Y_1'(x_\beta)$			$-\bar{g}Y_2'(x_\beta)$			$-\bar{g}Y_3'(x_\beta)$
$\phi$			$-\frac{g}{I}\{l_\beta Y_1'(x_\beta) + Y_1(x_\beta)\}$			$-\frac{g}{I}\{l_\beta Y_2'(x_\beta) + Y_2(x_\beta)\}$			$-\frac{g}{I}\{l_\beta Y_3'(x_\beta) + Y_3(x_\beta)\}$
$y_{s1}$	$Y_1(x_{s1})$		$-\bar{g}Y_1'(x_{s1})$	$Y_2(x_{s1})$		$-\bar{g}Y_2'(x_{s1})$	$Y_3(x_{s1})$		$-\bar{g}Y_3'(x_{s1})$
$y_{s2}$	$Y_2(x_{s2})$		$-\bar{g}Y_1'(x_{s2})$	$Y_1(x_{s2})$		$-\bar{g}Y_2'(x_{s2})$	$Y_3(x_{s2})$		$-\bar{g}Y_3'(x_{s2})$
$\eta_1$	1	$2\zeta_1\omega_1$	$\omega_1^2$						
$\eta_2$				1	$2\zeta_2\omega_2$	$\omega_2^2$			
$\eta_3$							1	$2\zeta_3\omega_3$	$\omega_3^2$
$\beta$	$Y_1'(x_\beta) - \frac{M_E l_E Y_1'(x_\beta)}{I_E}$		$\frac{\bar{g} M_E l_E Y_1'(x_\beta)}{I_E}$						
$\beta_a$									

表 5.1 (その3)

	$\beta$			$\beta_a$		$\beta_o$	$w$
	$S^2$	$S^1$	$S^0$	$S^1$	$S^0$		
$z$	$-\frac{cM_{El_E}}{M}$		$-\frac{T_c}{M}$			$S^0$	$S^0$
$\phi$	$\frac{c(I_E - M_{El_E}l_\beta)}{I}$		$-\frac{T_{cl_\beta} + \bar{g}M_{El_E}}{I}$				$\frac{N_a}{MV}$
$y_{s1}$							$\frac{M_a}{IV}$
$y_{s2}$							
$\eta_1$	$\frac{c\{I_E Y_1'(x_\beta) - Y_1(x_\beta)M_{El_\beta}\}}{M_1}$		$\frac{c\{\bar{g}M_{El_E}Y_1'(x_\beta) - Y_1(x_\beta)T_c\}}{M_1}$				$\frac{N_{\eta_1}}{M_1\bar{V}}$
$\eta_2$	$\frac{c\{I_E Y_2'(x_\beta) - Y_2(x_\beta)M_{El_\beta}\}}{M_2}$		$\frac{c\{\bar{g}M_{El_E}Y_2'(x_\beta) - Y_2(x_\beta)T_c\}}{M_2}$				$\frac{N_{\eta_2}}{M_2\bar{V}}$
$\eta_3$	$\frac{c\{I_E Y_3'(x_\beta) - Y_3(x_\beta)M_{El_\beta}\}}{M_3}$		$\frac{c\{\bar{g}M_{El_E}Y_3'(x_\beta) - Y_3(x_\beta)T_c\}}{M_3}$				$\frac{N_{\eta_3}}{M_3\bar{V}}$
$\beta$	1	$2\zeta_E\omega_E$	$\omega_E^2 + \frac{\bar{g}M_{El_E}}{I_E}$		$-\omega_E^2$		
$\beta_a$		$-\frac{AK_L}{K_0}$	$-\frac{K_3K_L}{A}$	$\frac{A(K_0 + K_L)}{K_0}$	$K_1 + \frac{K_3K_L}{A}$	$K_1$	

$$\begin{pmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}B \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

の固有値に等しい。したがって非対称行列の固有値を計算することができれば求める根が得られる。

非対称行列の固有値を求めることは、対称行列の場合に比べるとかなり困難で、よいプログラムを手に入れることができなかった。そのため次数に制限はあるが計算が簡単で今回の解析に直接的な解法を与える次のような方法をとった。

行列の固有値問題の展開公式は Newton によって与えられているが、それを Faddeev が数値計算向きに工夫した計算法を用いる。単位行列を  $I$ 、固有値を求める行列を  $F$  とすると次のようになる。

$$D(\lambda) = |\lambda I - F| = \lambda^N + p_1 \lambda^{N-1} + p_2 \lambda^{N-2} + \dots + p_N \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned} F_1 &= F & p_1 &= -\text{tr } F & G_1 &= F_1 + p_1 I \\ F_2 &= FG_1 & p_2 &= -\text{tr } F_2 & G_2 &= F_2 + p_2 I \\ &\dots\dots\dots \\ F_{N-1} &= FG_{N-2} & p_{N-1} &= -\text{tr } F_{N-1} & G_{N-1} &= F_{N-1} + p_{N-1} I \\ F_N &= FG_{N-1} & p_N &= -\text{tr } F_N & G_N &= F_N + p_N I = 0 \end{aligned}$$

展開形が得られれば代数方程式の根を解くサブルーチンで特性根を求めればよい。得られた代数方程式の係数の精度に関する目安は、 $G_N = 0$  となるかどうかであって、 $G_N$  の各要素の絶対値が  $p_N$  に比べて十分小さければよい。この展開公式は  $N \times N$  行列に関する  $N$  回の乗算および加減算を含んでいるため累積誤差が大きい。求める行列のタイプによるが、適用範囲は四倍長計算を用いて 15, 6 次程度である。求めやすい行列とそうでない行列の判定法については明らかでない。

実際に (5.6) の問題を解く場合には  $s^2$  の項が必ずしもすべての変数に表われないため  $M$  が特異になる場合が多い。したがって  $\mu = 1/\lambda$  として  $\mu$  に関する方程式

$$|M + B\mu + K\mu^2| = 0 \quad (5.8)$$

の根、すなわち

$$\begin{pmatrix} 0 & I \\ -K^{-1}M & -K^{-1}B \end{pmatrix} \quad (5.9)$$

の固有値として  $\mu$  を求め、その逆数として  $\lambda$  を得た。この手続きはまた代数方程式を求めた後根を求めるためにも必要であった。現在の当研究所の計算センタライブラリに備えられている代数方程式の根を求めるサブルーチン *ALGQ* は  $\lambda$  に対してはアフレを起して解けないが、 $\mu$  に対しては解けるという性格があるためである。これは  $\mu$  に関する代数方程式にすると各次数

の係数の絶対値が 1 より小さいかあまり変わらないことになり、サブルーチンが解きやすい形になることになっている。

(5.6) あるいは (5.9) において、全要素が 0 となるような列が現われることがある。この場合は固有値 0 が結果として出てくるだけなので対応する行と列を除いておくようにした。

#### 最高次の係数

もしすべての変数が  $s^2$  の項をもっていれば (5.3) の最高次の係数は  $|M|$  で与えられる。 $M$  の列のうちで  $s^2$  の項を次いたものがあれば、 $B$  の対応する列を、その列も 0 ならば  $K$  の対応する列を入れて行列を作り、行列式をとれば最高次の係数が得られる。

#### 各変数分子

各変数の分子を計算するためには  $Ms^2 + Bs + K$  の各列を  $ms^2 + bs + k$  でおきかえて同じ計算を繰り返せばよい。

以上により (5.1) の行列を与えれば入力からすべての変数への伝達関数を計算するプログラムが得られる。

#### 5.2 検出器による分子

レートジャイロ、位置ジャイロおよび加速度計で検出する量は (3.30), (3.31) および (3.32) で与えられた。入力  $\beta_0$  から左辺の各変数への伝達関数の分母は等しいから分子のみを加え合わせれば検出器による分子が得られる。これらをそれぞれ  $N_{s1}$ ,  $N_{s2}$ ,  $N_{s3}$  とすると

$$N_{s1} = sN_2(s) + s \sum_{i=5}^7 Y_i'(x_R) \eta_i \quad (5.10)$$

$$N_{s2} = N_2(s) + \sum_{i=5}^7 Y_i'(x_P) \eta_i \quad (5.11)$$

$$N_{s3} = sN_1(s) - \bar{g}N_2(s) + \sum_{i=5}^7 Y_i'(x_A) s^2 N_i(s) + l_A s^2 N_2(s) \quad (5.12)$$

となる。前節の計算の続きとしては、各変数の分子を展開形のままで残しておく都合がよい。

#### 5.3 フィードバック構成

各フィードバックに挿入する補償要素を  $F_{1n}/F_{1a}$ ,  $F_{2n}/F_{2a}$ ,  $F_{3n}/F_{3a}$  とすると閉ループの特性方程式は次のように変形していくことができる。

$$\begin{aligned} \Delta &= 1 - \frac{F_{1n}}{F_{1a}} \frac{N_{s1}}{D} - \frac{F_{2n}}{F_{1a}} \frac{N_{s2}}{D} - \frac{F_{3n}}{F_{3a}} \frac{N_{s3}}{D} \\ &= \left( \Delta_1 = 1 - \frac{F_{1n}}{F_{1a}} \frac{N_{s1}}{D} = \frac{\Delta_1'}{F_{1a}D} \right) \\ &= \frac{\Delta_1'}{F_{1a}D} - \frac{F_{2n}}{F_{2a}} \frac{N_{s2}}{D} - \frac{F_{3n}}{F_{3a}} \frac{N_{s3}}{D} \end{aligned}$$

表 5.2 多重フィードバックループの特性

	開ループ伝達関数	特性方程式
第 1 ループ	$-\frac{F_{1n}}{F_{1a}} \frac{N_{s1}}{D}$	$\Delta_1' = F_{1a}D - F_{1n}N_{s1}$
第 2 ループ	$-\frac{F_{2n}}{F_{2a}} \frac{N_{s2}'}{\Delta_1'} : N_{s2}' = F_{1a}N_{s2}$	$\Delta_2' = F_{2a}\Delta_1' - F_{2n}N_{s2}'$
第 3 ループ	$-\frac{F_{3n}}{F_{3a}} \frac{N_{s3}'}{\Delta_2'} : N_{s3}' = F_{1a}F_{2a}N_{s3}$	$\Delta_3' = F_{3a}\Delta_2' - F_{3n}N_{s3}'$

$$\begin{aligned}
 & \left( \begin{aligned} \Delta_3 &= \frac{\Delta_1'}{F_{1a}D} \left( 1 - \frac{F_{2n}F_{1a}N_{s2}'}{F_{2a}\Delta_1'} \right) = \frac{\Delta_2'}{F_{1a}F_{2a}D} \\ \Delta_2' &= F_{2a}\Delta_1' - F_{2n}N_{s2}' \\ N_{s2}' &= F_{1a}N_{s2} \end{aligned} \right) \\
 &= \frac{\Delta_2'}{F_{1a}F_{2a}D} - \frac{N_{s3}}{F_{3a}} \quad (5.13) \\
 & \left( \begin{aligned} \Delta_3 &= \frac{\Delta_2'}{F_{1a}F_{2a}D} \left( 1 - \frac{F_{3n}F_{1a}F_{2a}N_{s3}}{F_{3a}\Delta_2'} \right) \\ &= \frac{\Delta_3'}{F_{1a}F_{2a}F_{3a}D} \\ \Delta_3' &= F_{3a}\Delta_2' - F_{3n}N_{s3}' \\ N_{s3}' &= F_{1a}F_{2a}N_{s3} \end{aligned} \right)
 \end{aligned}$$

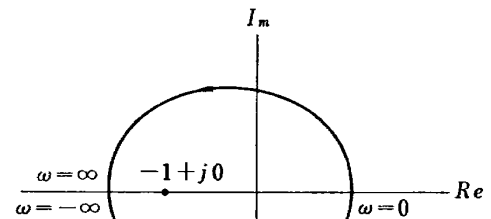
したがって第一ループから順次にフィードバックを増していったときの系の開ループ伝達関数と特性方程式は表 5.2 のようにまとめられる。すでに図 4.4 においても用いたが、このようにループを一つずつ増しながら系特性を構成していく方法は Successive Loop Closure Technique と呼ばれている<sup>17)</sup>。表は第三ループまで書いてあるが、多重ループに対する一般形を示唆しているので、これを用いて多重ループ解析のための一般プログラムを作成することができる。

#### 5.4 機体振動を含む飛しょう体運動の安定度および安定化に関する概念

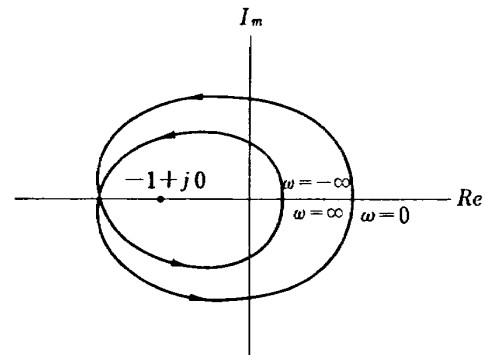
##### 5.4.1 安定度

安定化シンセシスにおいては、開ループ伝達関数のゲイン・位相線図および Bode 線図を用いるのが便利である。これらによる安定性判別は Nyquist 線図による安定性判別に基いている。飛しょう体運動は右半平面に極を持つことが多いので、この場合について簡単に述べる。

$s = j\omega$  ( $-\infty < \omega < \infty$ ) とおいて開ループ伝達関数を複素平面上にプロットした図、すなわち Nyquist 線図について考える。このとき Nyquist の安定判別法は次のように表現できる<sup>16)</sup>。“開ループ伝達関数の右半平面の極の数と、Nyquist 線図が  $-1+j0$  を左にみながらとり囲む回数すなわちインデクスとが等しければ安定である。”



a) インデクス：1



b) インデクス：2

図 5.1 ナイキスト線図のインデクス

たとえば Nyquist 線図が図 5.1 の (a) および (b) のようであったとすると、インデクスはそれぞれ 1 と 2 であり、開ループ伝達関数の極が (a) の場合 1 個、(b) の場合に 2 個右半平面にあれば閉ループ系としての特性は安定である。Nyquist 線図は  $j\omega$  と  $-j\omega$  とに対して X 軸対称であるから  $\omega > 0$  に対してのみ描かれる。

図 5.2(a) は機体振動を含む飛しょう体運動についてのサターン V に関する Nyquist 線図である<sup>10)</sup>。図 5.1(b) と同じパターンであるからインデクスは 2 である。開ループ伝達関数は剛体運動としての  $z$  モードからの一根と  $\phi$  モードからの一根とを右半平面に含むのでこの系は安定である。各位相余裕およびゲイン余裕については各モードの周波数帯域との関連から次のように呼んでいる。

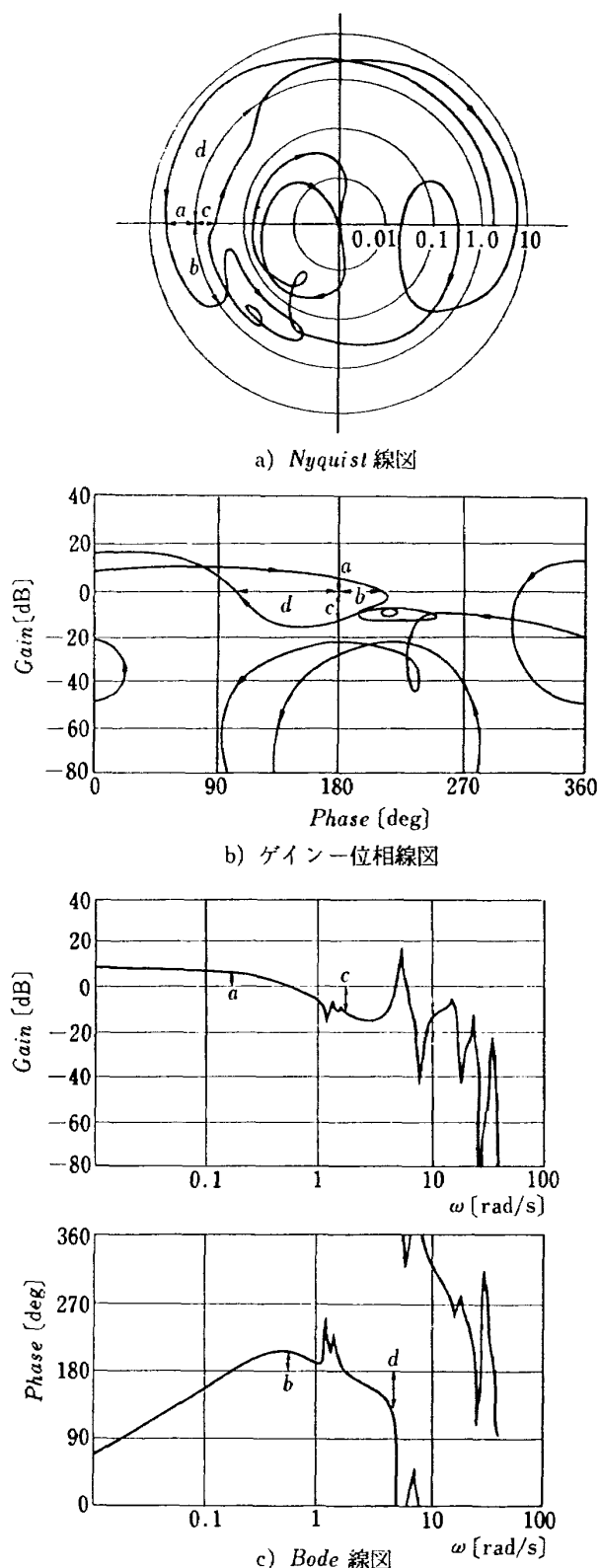


図 5.2 機体振動を含む飛しょう体運動の周波数特性表示 (サターンVの例)

- a: Aerodynamic Gain Margin
- b: Rigid Body Phase Margin
- c: Rigid Body Gain Margin
- d: The 1st Bending Mode Phase Margin

これらは安定度を示す指標である。

ゲイン位相線図および Bode 線図は Nyquist 線図を書き換えたものにすぎず、その対応は図 5.2(b), (c) のようになる。前者はプロットの便から、後者は系同定の目的から便利である。

#### 5.4.2 安定化

安定化の補償法は大別してゲイン安定化と位相安定化とに分けられる。ゲイン・位相線図において軌跡全体あるいはその一部を前者では上下方向にずらすことにより、後者は左右方向にずらすことにより安定化をはかる。単純に軌跡全体を上下方向にずらすにはループゲインを変えるだけでよいが、他の場合には補償回路を必要とする。補償回路の構成方法としての統一的な手段はいまのところ見あたらない。基本的な手法について略記する。

##### a) 傾斜-1 による鎖交原則

原点にある  $n$  重極をいかにして安定化するかという問題に対する方法である。三次の場合について考える。この場合補償系がなければ、根軌路は図 5.3(b) のようになってつねに不安定になる。ところが Bode ゲイン線図において、ゲインが 0 dB を  $-1$  の傾斜で鎖交するように 2 重極  $\sigma_2$  と 2 重零  $\sigma_1$  とを図 5.4(a) のごとく配置すると、閉ループの根は図 5.4(b) に示すように安定領域に留まる可能性が強い。傾斜-1 による鎖交原則はこうした論拠によっている。この考え方は二次以上の高次に対して成立する。また正確に原点における  $n$  重極でなくても、他の根が相殺しあって全体的にそのようにみなしうるという場合に適用可能である。

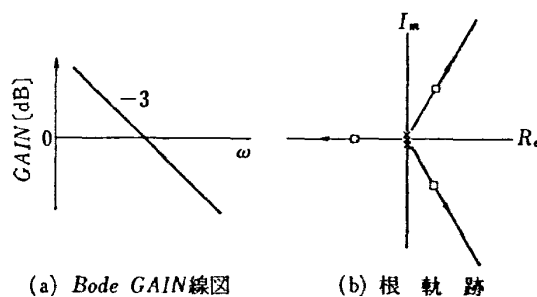


図 5.3 原点に 3 重極のみがある場合

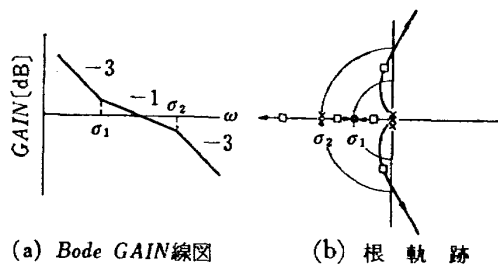


図 5.4  $-1$  傾斜での鎖交原則による補償を受けた場合

## b) 位相進め補償および位相遅れ補償

ゲイン・位相線図を局部的に修正するとき有用である。位相進め補償はゲインを少し上げるが位相を進めることができる。位相遅れ補償はゲインを落しつつ、位相を遅らす。Bode 線図を用いると定量的な判定もできる。

c) Sawtooth Bode Criterion<sup>17)</sup>

たとえば 図 5.5 に示すような根分布および Bode ゲイン線図が与えられたとき、ゲインレベルをどのようににきめるかという ② が一番よい。このとき閉ループ系の根は左半平面にもっとも深く入り、均一な安定度が得られる。逆に安定化しなければならないこの種のモードが幾つかあるときは、できるだけこのような根分布のパターンに持っていくことが必要である。根分布のうち極はもともと系に固有であってフィードバックによってのみ動かすことができる。多重ループの場合は、すでに施されているループによって分布の型が決まりあまり動きやすすくない。これに対して零点は検出器の性質および位置等によって強く支配される。したがってこの考え方はとくに検出器の位置選定の場合に有用である。

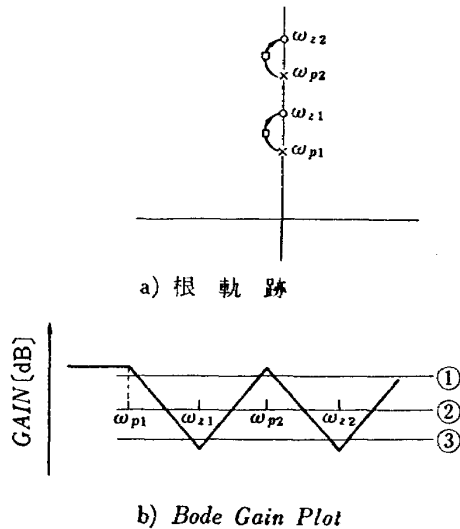


図 5.5 Sawtooth Bode Criterion

## d) 根感度の問題

飛しょう体は発射直後から動圧最大時をへて燃焼終了時に至るまで大幅に系特性が変る。この系特性変化に対してどの検出器位置が有利か、またどのような補償法がもっとも有効であるかという問題は根感度の観点からも捕えられなければならない。効率のよい制御系構成を行なうために必須の問題でありながら理論的に複雑であり、また計算をするために膨大なデータと時間が必要とされるためあまり論議されていない。これは将来の問題であろう。

## e) 安定化に関する先進的研究

いままで述べてきた系構成方法は従来の手法によっており試行錯誤的に望ましい系を探すという手順を含んでいる。他方最適化制御理論<sup>18)</sup>あるいは適応制御理論の観点から試行錯誤法を回避した補償系構成法が模索されている。中でも有望なのは曲げ振動モードの周波数を検知しつつ補償系自身の特性を変えていく Adaptive Tracking Filter<sup>19,20)</sup>による補償法であろう。実用までにはいたっていないが実験的には成功している。しかしこれとても従来の方法に適応性を持たせた程度のものである。本質的な意味での試行錯誤法を取り除くといった研究はまだ実現するにはいたっていない。

## 5.5 SS-3 における計算例

今回われわれが作成したサブルーチンプログラムの内容を 表 5.3 に示す。これらをまとめて使うと運動方程式のデータおよびフィードバック各ループのゲイ

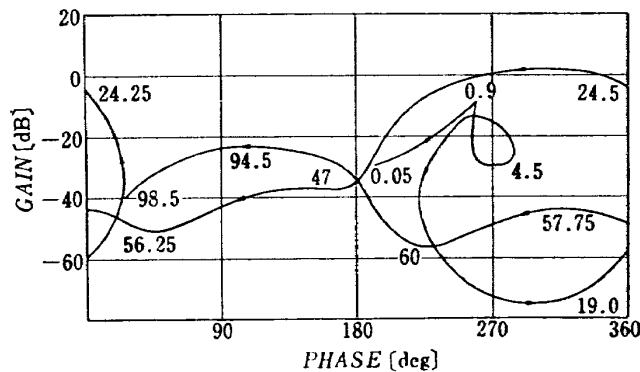
表 5.3 作成したプログラムの内容

サブルーチン名	カード枚数	計算内容
MAIN	217	データ読み込み、マトリクス各要素の計算、検出器分子の計算
FEEDBS	181	各ループを順次閉じてゲイン・位相線図、Bode 線図、根配置等を図示する
TRFUNK	128	マトリクス方程式 (5.1) が与えられたとき、伝達関数 (5.2) を全ての変数について求める
EIGCOF	80	(5.3) が与えられたとき (5.7) を求める
LEADCF	26	(5.6) の最高次の係数を求める
ROOTAN	91	開ループ伝達関数、補償系が与えられたとき極、零点位置と根軌跡の出発角、到着角を与える
ALGEV1	39	代数式どうしの積を代数式として展開する
CLROOT	24	伝達関数および補償系が与えられたときその閉ループの特性方程式および根を与える
GAPHA	38	開ループ伝達関数および周波数が与えられたときゲイン・位相を求める
MPRINT	25	任意次数の行列をプリントする

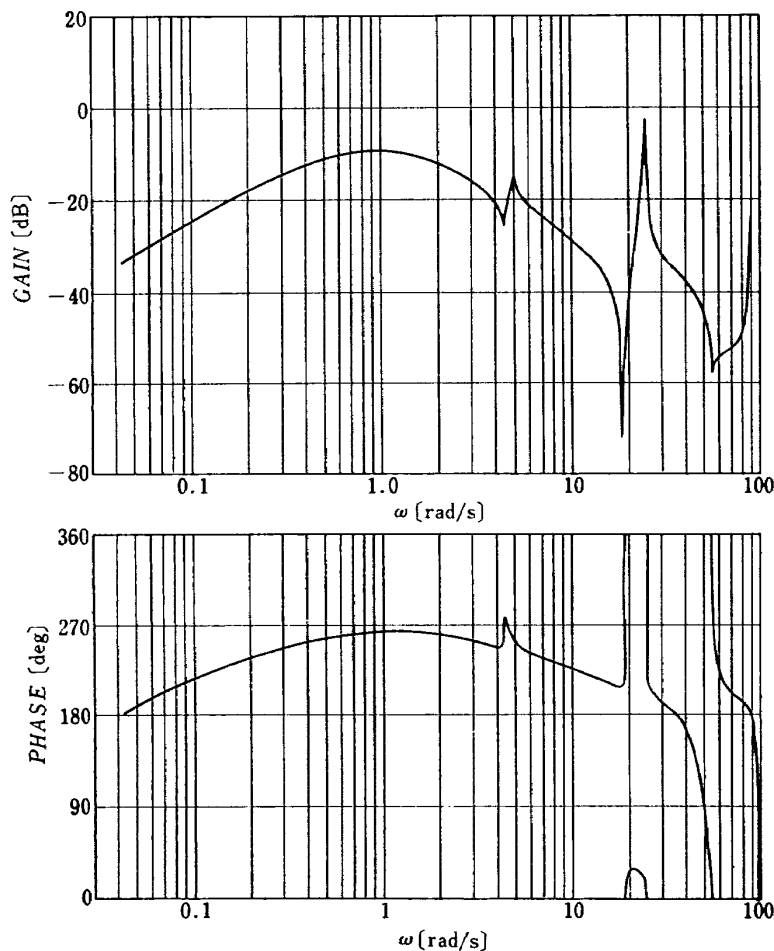
ンと補償系の根配置とを指定すれば、フィードバックループを一つずつ増していったときのゲイン・位相線図, Bode 線図, 根軌跡のための情報等を, 1 回の計算でラインプリンタでマップすることができる。マッピングの方法としては当研究所機部氏の作成したプログラム GRAPHIA を使わせていただいた。X-Y プロッタを用いてきれいな図を作成することもできるが, この程度の方法でシンセシスのためには十分の情報が得られる。計算時間は HITAC 5020F で 1 分 30 秒程度であり簡便である。現在は被制御系の次数として 14, 5

次くらいが限度であるが, よりよい固有値を求めるプログラムが入手できればすぐ 30 次くらいの系にまで適用可能になるであろう。しかし今回作成した固有値を求めるプログラムも直接的であって計算時間が短いなどの利点があるため, 10 次程度の系を扱うには有用である。

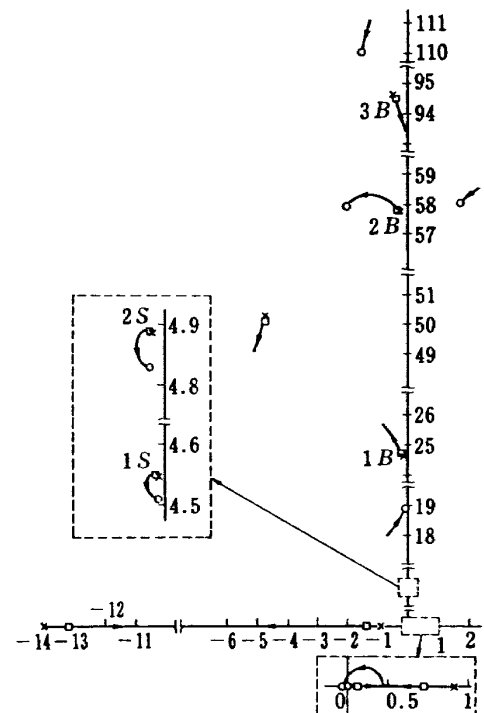
ともあれ, 今回はこの制限のために問題の簡略化をはからざるをえなかった。そのため比較的他のモードとの連成の小さいエンジンアクチュエータ系を独立したモードとして扱った。具体的には 図 3.10 において



(a) ゲイン位相線図 ( $\phi_R$  フィードバック)



(b) Bode 線図 ( $\phi_R$  フィードバック)



(c) 根軌跡 ( $\phi_R$  フィードバック)

図 5.6 レートジャイロフィードバックに対する特性 ( $a_1=0.24$ )

$T_L$ の項を削除することになった。この項については、初めから考慮していないような解析例も多く、その影響度は今回計算して調べた結果でもかなり小さい。この簡略化の結果(5.2)で表わされた伝達関数は次のようになる。

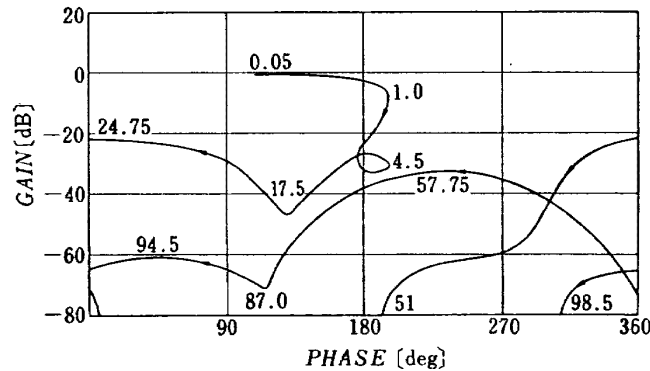
$$\frac{x^i}{\beta_c} = \frac{N_i'(s)}{D'(s)} \cdot \frac{\beta}{\beta_c}(s) \quad (5.14)$$

$N_i'(s)/D'(s)$  はマトリクス方程式(5.1)から  $\beta_c$  の項を取り  $\beta$  を入力として考えた場合の伝達関数であり、

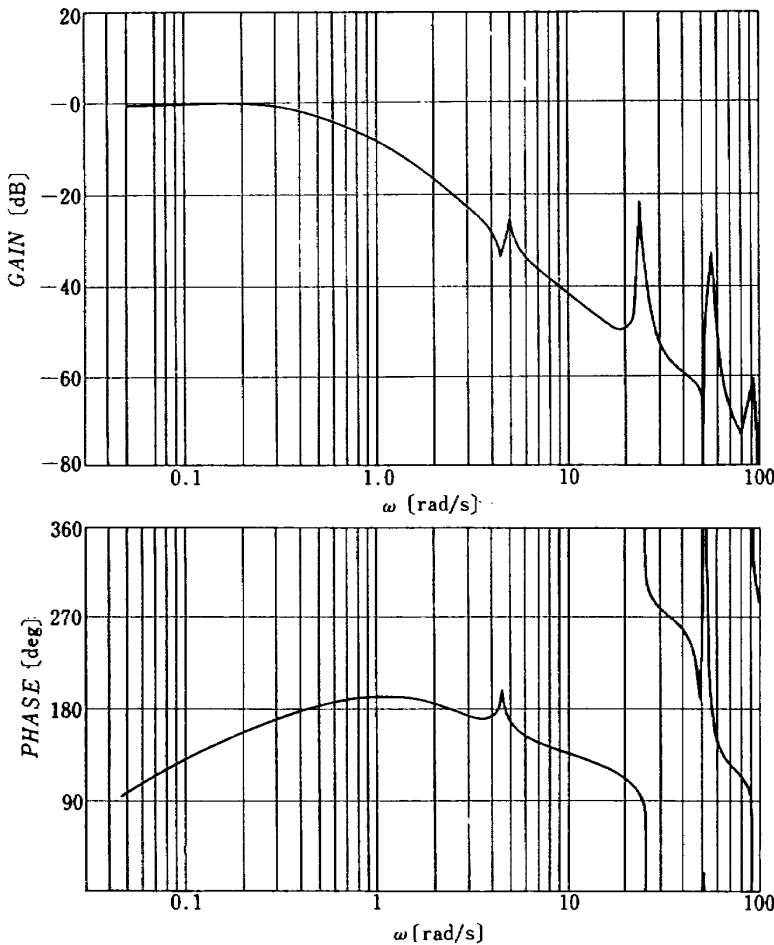
$\beta/\beta_c$  は図 3.9 で  $T_L$  を削除した系の伝達関数である。

検出器の位置の選定については、安定化しやすい検出器分子を与えることと機器構成上部合のよいところという観点から初段のタンクの間にレートジャイロと加速度計とを配置した。結果は良好であった。

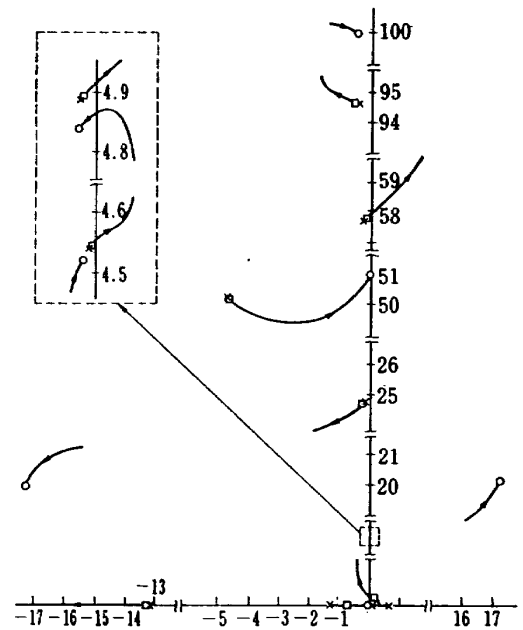
系は全飛しょう時間にわたって安定でなければならない。中でももっとも状況が厳しいのは最大動圧近辺であるためまず最大動圧時において系を安定化するようにフィードバック構成を行なう。そしてその系を発



(a) ゲイン一位相線図 ( $\phi_R, \phi_P$  フィードバック)



(b) Bode 線図 ( $\phi_R, \phi_P$  フィードバック)



(c) 根軌跡 ( $\phi_R, \phi_P$  フィードバック)

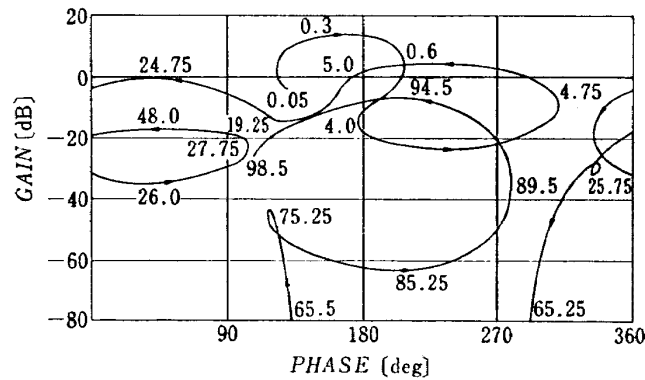
図 5.7 レートジャイロ、積分ジャイロフィードバックに対する特性  $\begin{cases} a_1=0.24 \\ a_0=0.3 \end{cases}$

射直後および燃焼終了時について手直しするのが一般の手順である。このため今回は主として最大動圧時について解析を行なった。数例試みた結果、発射直後については最大動圧時に安定化された系で問題がないようである。燃焼終了時については固有値を求める計算の収束性が悪く、まだ結果は得られていない。

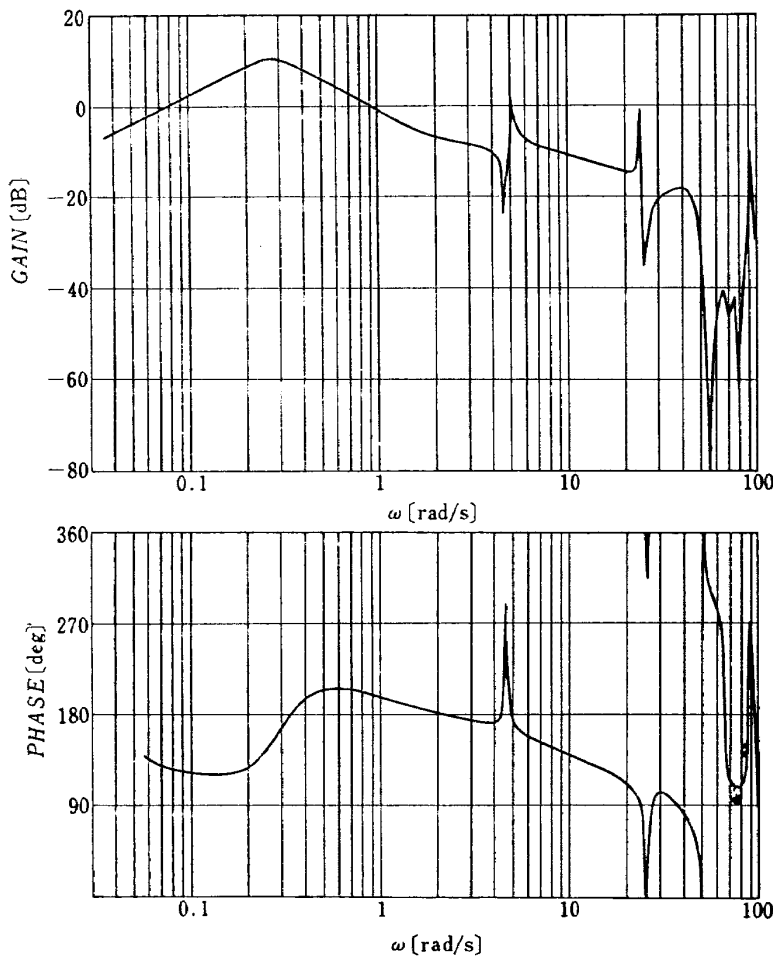
計算結果のうち、剛体としての飛しょう運動モードの根を軌道シミュレーションによる近似式と比較するために表 4.1 に付した。フィードバックゲインによ

って軌道が変わるために方程式の係数が変わるところを一つの基準状態の値で処理した。これはデータ数が多いためにとった便宜的な措置であって、計算の詳細化をはかる段階では1ケースごとに正確な値を用いなければならない。

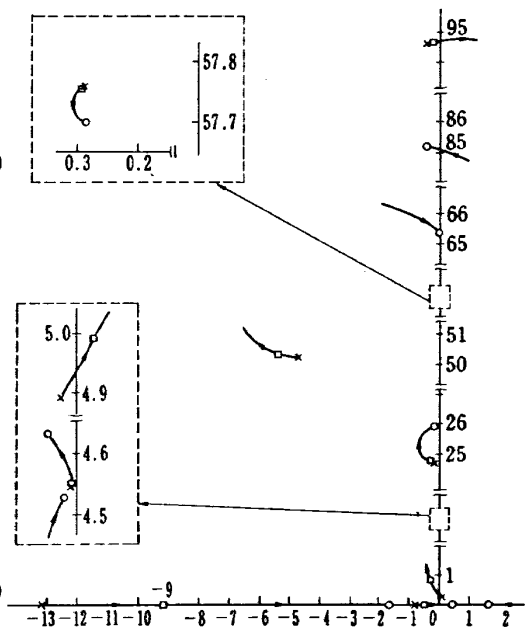
B2 のケースについて解析の詳細を図 5.6, 5.7, 5.8 に示す。 $a_1/a_0=0.8$  で一定としたことにより、A の全ケースに対する最終的なゲイン・位相線図および Bode 線図はゲインレベルが異なるのみで同型となる。



(a) ゲイン位相線図 ( $\phi_R, \phi_P, \ddot{z}_A$  フィードバック)



(b) Bode 線図 ( $\phi_R, \phi_P, \ddot{z}_A$  フィードバック)



(c) 根軌跡 ( $\phi_R, \phi_P, \ddot{z}_A$  フィードバック)

図 5.8 レートジャイロ, 積分ジャイロ, 加速度計フィードバックに対する特性  $\begin{cases} a_1=0.24 \\ a_0=0.3 \\ g_1=0.015 \end{cases}$

これらはBのケースにおいて加速度計フィードバックを施す前のそれぞれの結果と等しい。すなわち図5.7の特性はA-2の特性であって、これをさらにゲイン  $20 \log(0.8/0.3) = 8.4$  [dB] だけ上げたゲイン位相線図およびBode線図はA4のものである。

A4のゲイン・位相線図は図5.2(b)に示したサターンVの例とよく類似したパターンになっている。サターンVの場合は機体がずっと大きい機体の弾性が増し、曲げ振動の一次モードの固有振動数近辺でゲインが大きい点がきわだった特徴となっている。逆にいうと、SS-3では剛性が大きい機体の曲げ振動の影響はレートおよび積分ジャイロのみを用いた系ではゲインさえ適当な値を選べばあまり問題ない。

つぎに図5.8についてみるとタンクの揺動の一方のモードで不安定となっている。また曲げ振動モードの固有振動数近辺でも図5.7に比べるとゲインが大きくなっている。このことは加速度計がレートおよび積分ジャイロに比べると液体の揺動および機体の曲げ振動を敏感に検知することを意味している。

加速度計を含めたこのB2の系を安定化する方法としては二つ考えられる。第一にはゲインレベルを下げることであって、たとえば加速度計フィードバックゲインを0.015から0.010に落せば3.5 dB下げたことになるので安定化される。しかしこの方法では安定のマージンを十分にとれないことと、剛体としての飛しょう運動を損うので望ましくない。第二の方法としてはゲインレベルを変えずスロッシングモードの位相を進めれば安定化される。このために、次のような位相進み補償を用いた。

$$\frac{F_{3n}}{F_{3a}} = \frac{2(s+4.5)}{s+4.5 \times 2}$$

結果は図5.9に示すように安定化されている。この程度ではまだ十分の安定度があるとはいえないが、同様の方法を繰り返していくことにより、補償系は複雑

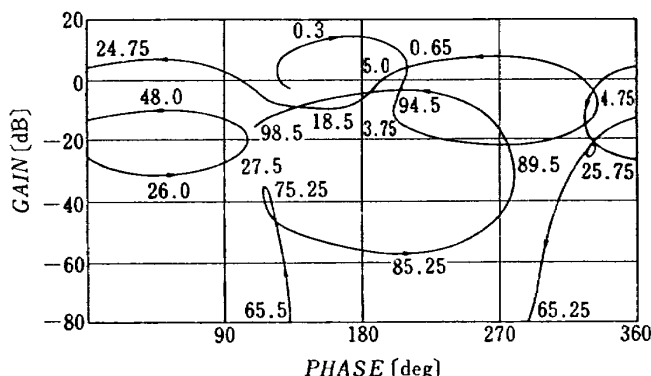


図 5.9  $\frac{F_{3n}}{F_{3a}}$  ゲイン位相線図

( $\phi_R, \phi_P, \dot{z}_A$  フィードバック, 位相進み補償)

になるがかなり任意の形に持っていくことが可能である。

## 5.6 結 論

飛しょう体運動の安定性解析についての結論を以下にまとめておく。

(1) 総合的手法に関する大筋はできた。試作した固有値を求めるサブルーチンは本問題においても実用的であり、より低次の系には十分の能力をもつ。しかしより高次の系および燃焼終了時の場合などでは収束がよくないので、より能力の高いサブプログラムが必要である。

(2) 加速度計はレートおよび積分ジャイロに比べると液体燃料の揺動および機体の曲げ振動を敏感に検知する。したがってこれを用いる場合は、機体振動の安定化の観点から注意を要する。今回の解析例では位相進み補償を用いることにより安定化することができた。

(3) SS-3 程度の機体では機体振動の安定化はそれほど困難ではない。検出器位置の選定を誤まらなければ、レートおよび積分ジャイロのみを用いる場合は特に補償系を必要とせずA4のゲイン設定で安定化されている。加速度計を用いる場合にも簡単な補償系で安定化することができる。機体がより大型になったりして剛性が減少する場合には、系の安定化はより困難な問題となることが予想される。

## 6. 機体にかかる曲げモーメントの評価

前章では機体振動を含む飛しょう体の運動を安定化する方法を述べた。ところが大型の飛しょう体になると、運動が安定であっても機体振動の振幅があまり大きいと機体にかかる荷重が増して、構造設計の許容値を越えるようなことがある。そのため安定化された系の時間応答をシミュレートすることにより、機体に沿って曲げモーメントを調べることが必要になる。この場合は当然外乱としての風のモデルの選び方が重要な問題となる。この章ではこの問題を扱うための構想と準備的なことがらについて述べる。

### 6.1 線形定係数系の時間応答を求める方法

(5.1) のように表わされたマトリクス方程式は、さらに制御系特性をも含めた系として、外乱としての風に対する応答を与える形式に直すことができる。検出される量をベクトルの形で

$$y = (M_0 s^2 + B_0 s + K_0) x \quad (6.1)$$

とし、補償系を含むフィードバックによって作られる制御量を

$$\beta_c = \sum_{i=1}^{n_f} \beta_i \quad (6.2)$$

$$(m_{pi}s^2 + b_{pi}s + k_{pi})\beta_i = (m_{zi}s^2 + b_{zi}s + k_{zi})y_i \quad (6.3)$$

で表現できるものとする。いま風の応答を調べる目的からピッチプログラム入力を取り除いて考えると(5.1)は次のような形に書くことができる。

$$\begin{pmatrix} Ms^2 + Bs + K & 0 & -(M_\beta s^2 + B_\beta s + K_\beta) \\ M_0 s^2 + B_0 s + K_0 & I & 0 \\ 0 & M_z s^2 + B_z s + K_z & -(M_p s^2 + B_p s + K_p) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_w \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \alpha_w(s) \quad (6.4)$$

ただし

$$\begin{aligned} & M_p s^2 + B_p s + K_p \\ & = \begin{pmatrix} m_{p1}s^2 + b_{p1}s + k_{p1} & 0 & \dots \\ 0 & m_{p2}s^2 + b_{p2}s + k_{p2} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \\ & M_z s^2 + B_z s + K_z \\ & = \begin{pmatrix} m_{z1}s^2 + b_{z1}s + k_{z1} & 0 & \dots \\ 0 & m_{z2}s^2 + b_{z2}s + k_{z2} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \\ & M_\beta s^2 + B_\beta s + K_\beta \\ & = (m_\beta s^2 + b_\beta s + k_\beta \quad m_\beta s^2 + b_\beta s + k_\beta \quad \dots) \\ & \beta = \text{col}(\beta_1 \quad \beta_2 \quad \dots) \end{aligned}$$

フィードバックの補償要素の形が二次以上の場合にも変数を増すことにより同様の表現をとることができる。(6.4)で定義される行列および変数ベクトルをそれぞれ  $\underline{M}s^2 + \underline{B}s + \underline{K}$ ,  $\underline{x}$  および  $\underline{k}_w$  とすると(6.4)は

$$(\underline{M}s^2 + \underline{B}s + \underline{K})\underline{x} = \underline{k}_w \alpha_w(s) \quad (6.5)$$

の形に帰結される。したがって(6.5)の形に対して時間応答を求める方法を考えよう。(5.3)と同様の方法によって(6.5)は

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \underline{x} \\ \dot{\underline{x}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\underline{M}^{-1}\underline{K} & -\underline{M}^{-1}\underline{B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{x} \\ \dot{\underline{x}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{M}^{-1}\underline{k}_w \end{pmatrix} \alpha_w(t) \quad (6.6)$$

と表わすことができる。 $\underline{M}$  が特異行列となるような場合、すなわち 0 の列を含むようなときはその列に対応する変数を一回または二回積分した量をあらたに変数として置き換えると正則にすることができる。

(6.6)の形の微分方程式は数値解法によっても解が得られるが、機体振動を含む飛しょう体の運動の場合、減衰のきわめて弱い調和的な振動を含み計算の収束性の判定条件が微妙である。積分の時間間隔を小さ

くとらないと計算に混入する実効的なむだ時間が負減衰効果をもたらして計算が発散するようなこともありうる<sup>4)</sup>。このように計算の収束性が問題になるときは、トランジションマトリクスによる計算方法が望ましい。

記号の簡単化をはかるために、(6.6)をあらたに

$$\frac{d}{dt} \underline{z} = \underline{A} \underline{z} + \underline{b} \alpha_w(t) \quad (6.7)$$

と書き換えておく。 $\underline{A}$  の特性根がすべて異なる場合について考えると、 $\underline{A}$  に対して  $\underline{T}$  なる相似変換が存在して

$$\underline{T}^{-1} \underline{A} \underline{T} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \lambda_2 & \\ & & \ddots \\ & & & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

なる関係が成立する。ここに  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  は  $\underline{A}$  の固有値である。したがって  $\underline{z} = \underline{T} \underline{z}$  とすると(6.8)は次のようになる。

$$\frac{d}{dt} \underline{z} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_n \end{bmatrix} \underline{z} + \underline{T}^{-1} \underline{b} \alpha_w(t) \quad (6.9)$$

(6.9)の解は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \underline{z}(t) &= \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & & \\ & \ddots & \\ & & e^{\lambda_n t} \end{bmatrix} \underline{z}(0) \\ &+ \int_0^t \begin{bmatrix} e^{\lambda_1(t-\tau)} & & \\ & \ddots & \\ & & e^{\lambda_n(t-\tau)} \end{bmatrix} \underline{T}^{-1} \underline{b} \alpha_w(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (6.10)$$

$\alpha_w(\tau)$  はスカラー量であるから

$$\int_0^t e^{\lambda_i(t-\tau)} \alpha_w(\tau) d\tau \quad (6.11)$$

が解析的に求められれば積分演算をしなくても時間応答が得られる。したがって(6.11)が解析的に求まるような関数でよく近似されればこの手法は有用なものとなる。もし行列  $\underline{A}$  の固有値に重複するものが出てくれば(6.8)は Jordan の標準形になる。原理的にはこの場合も同じであるが、計算法はやや複雑になる。

以上の計算を計算機で行なうためには、行列の次数が高くなることと、 $\underline{T}$  の構成のために固有ベクトルをも必要とする点で今回作成したプログラムでは間に合わない。非対称行列の固有値および固有ベクトルを求める一般的なプログラムが必要とされる。対称行列の場合によく用いられるパワメソッドでは著者の体験する限りではあまりよい結果は得られないようである。米国で QR 法と呼ばれる方法が用いられているという話を聞いているので近い内に入手できるかもしれない。

簡単のためにピッチプログラム入力を省いた場合について示したが、線形系であるからこれに対する応答

も同様に求められ、加え合わせたものが全体の解となる。

## 5.2 曲げモーメント係数

飛しょう状態において機体に生ずる曲げモーメントを算出する方法について考える。機体を変断面梁と考えた場合、機体の位置  $x$  に生ずる曲げモーメントは (3.5) で与えられた。再記すると

$$M(x, t) = EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \int_x^L (\xi - x) q(\xi, t) d\xi + \int_x^L (\xi - x) \left[ -m(\xi) \frac{\partial^2 y(\xi, t)}{\partial t^2} \right] d\xi \quad (3.5)$$

この式からも明らかなようにモーメントの算出には、右辺第1式を用いる梁の変形から求める方法と、右辺第2式を用いる  $X$  の面の荷重状態から算出する方法とが考えられる。以下にこの二方法について述べる。

機体に働く外力としてはモーメント決定にもっとも重要な分布としての空気力  $q'SC_{za}(x)\alpha(t)$  とジノバル点  $x=x_\beta$  に集中力として働く制御力  $T_c\beta$  とのみをとり上げることとする。このとき

$$q(x, t) = q'SC'_{za}(x)\alpha + T_c\beta\delta(x-x_\beta) \quad (6.12)$$

であるから (3.12) を用いて

$$Q_i(t) = \int_0^L q(x, t) Y_i(x) dx = \left[ q'S \int_0^L C'_{za}(x) Y_i(x) dx \right] \alpha + T_c Y_i(x_\beta) \beta \quad (6.13)$$

(1) 右辺第1式を用いる場合

(3.9) を用いて与式を変形すると

$$M(x, t) = EI(\partial^2 y / \partial x^2) = EI \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_i^2} \left\{ \frac{1}{M_i} Q_i(t) - \ddot{\eta}_i(t) \right\} \frac{\partial^2 Y_i(x)}{\partial x^2}$$

よって (6.13) を用いると

$$M(x, t) = M'_\alpha(x)\alpha(t) + M'_\beta(x)\beta(t) + \sum_{i=1}^{\infty} M'_{\eta_i}(x) \cdot \ddot{\eta}_i(t) \quad (6.14)$$

$$\begin{cases} M'_\alpha = EI \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q'S}{\omega_i^2 M_i} \frac{\partial^2 Y_i}{\partial x^2} \int_0^L Y_i(x) C'_{za}(x) dx \\ M'_\beta = EI \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_i^2 M_i} \frac{\partial^2 Y_i}{\partial x^2} Y_i(x_\beta) T_c \\ M'_{\eta_i} = -EI \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_i^2} \frac{\partial^2 Y_i}{\partial x^2} \end{cases}$$

(2) 右辺第2式を用いるとき

(3.10) および (3.11) より

$$F_q(t) = \int_0^L q(x, t) dx = \left[ q'S \int_0^L C'_{za}(x) dx \right] \alpha + T_c \beta$$

$$T_q(t) = \int_0^L (x - x_{CG}) q(x, t) dx$$

$$= \left[ q'S \int_0^L (x - x_{CG}) C'_{za}(x) dx \right] \alpha + (x_\beta - x_{CG}) T_c \beta$$

であるから (3.5) に (3.9) を代入し、上二式を用いると

$$\begin{aligned} M(x, t) &= \int_x^L (\xi - x) q(\xi, t) d\xi + \int_x^L (\xi - x) \left[ -m(\xi) \frac{\partial^2 y(\xi, t)}{\partial t^2} \right] d\xi \\ &= \left[ q'S \int_x^L (\xi - x) C'_{za}(\xi) d\xi \right] \alpha + (x_\beta - x) T_c \beta \\ &\quad - (\ddot{z}_\alpha \alpha + \ddot{z}_\beta \beta) \int_x^L m(\xi) (\xi - x) d\xi \\ &\quad - (\ddot{\phi}_\alpha \alpha + \ddot{\phi}_\beta \beta) \int_x^L m(x) \times (\xi - x) (\xi - x_{CG}) d\xi \\ &\quad - \sum_{i=1}^{\infty} \left[ \int_0^L m(\xi) (\xi - x) Y_i(\xi) d\xi \right] \ddot{\eta}_i(t) \end{aligned} \quad (6.15)$$

ただし

$$\begin{cases} \ddot{z}_\alpha = q'S \int_0^L C'_{za}(x) dx / M \\ \ddot{z}_\beta = T_c / M \\ \ddot{\phi}_\alpha = q'S \int_0^L (x - x_{CG}) C'_{za}(x) dx / I \\ \ddot{\phi}_\beta = (x_\beta - x_{CG}) T_c / I \end{cases}$$

よって次式を得る。

$$M(x, t) = M'_\alpha(x)\alpha(t) + M'_\beta(x)\beta(t) + \sum_{i=1}^{\infty} M'_{\eta_i}(x) \ddot{\eta}_i(t) \quad (6.16)$$

$$\begin{cases} M'_\alpha(x) = q'S \int_0^L (\xi - x) C'_{za}(\xi) d\xi - \ddot{z}_\alpha \int_x^L m(\xi) (\xi - x) d\xi - \ddot{\phi}_\alpha \int_x^L m(\xi) (\xi - x) (\xi - x_{CG}) d\xi \\ M'_\beta(x) = (x_\beta - x) T_c - \ddot{z}_\beta \int_x^L m(\xi) (\xi - x) d\xi - \ddot{\phi}_\beta \int_x^L m(\xi) (\xi - x) (\xi - x_{CG}) d\xi \\ M'_{\eta_i}(x) = - \int_0^L m(\xi) (\xi - x) Y_i(\xi) d\xi \end{cases}$$

(6.14) と (6.16) とはその関係式が同じであることからまったく同等の内容を持つということが出来るが、係数の計算方法は異なっている。(6.14)の方法は固有関数の2回微分および無限級数を含んでいる点で精度よく求めにくい。実際にモーメント係数を求める

のは、(6.16)によるのがよい。

### 6.3 曲げモーメント評価のためのシミュレーション

前2節の結果を用いて、風が吹いたときに機体に働くモーメントを算定することを考える。SATURN Vに関する詳しい研究があるので<sup>22)</sup>、これを参考にして系統的な計算方式を考えると次のようになる。

風の種類は大別すると、地上150mくらいまでを吹く地上風 (Surface Wind) とそれ以上の高空で飛しょう体が受ける飛しょう中風 (In-flight Wind) とに分けられる。前者については特別な扱いが必要であり、かつ機体強度への影響も二次的なのでここでは扱わない。飛しょう中風はさらに定常風 (Quasi-Steady-State Wind) と突風 (Turbulence, or Gust) とを加え合わせたものと考えることができる。3.5 で用いた風のモデルは、この定常風が99% それ以内に納まるような値を結んだものであって合成風 (Synthetic Wind) と呼ばれる。

つぎに機体に働く曲げモーメントについて考える。

$\alpha$  および  $\beta$  による項は、機体が安定である限り機体振動を含む動特性によって変化を受ける量は微少である。また突風の変動量は風の全体の強さに比べるとやはり微少範囲内であるから、これによる  $\alpha$  および  $\beta$  への影響も小さい。したがって曲げモーメントのうち  $\alpha$  および  $\beta$  による項は、機体振動特性および突風とは関係が小さい。つまり定常風下での剛体飛しょう運動によって決まるといえる。合成風はこの定常風のもっとも厳しい条件を代表していると考えられるので、機体にかかる曲げモーメントのうち  $\alpha$  および  $\beta$  に依存する部分は、4.4 で得られた  $\alpha$  および  $\beta$  を用いて (6.16) により算出すればよいということになる。 $M_{\alpha}'$  および  $M_{\beta}'$  が得られれば (6.16) をシミュレーションプログラムに組み込むことにより容易に算出することができる。

つぎに  $\dot{\eta}_i$  の関係する第3項について考える。この項は機体の曲げ変形に依存し、機体振動特性が入って初めて問題となる項である。定常風は機体振動を励振しないので、この項はほとんど突風のみにより影響を受ける。定常風を受けている剛体運動としての飛しょう状態が、微小攪乱としての突風を受けたときのパーベーション方程式は、 $\alpha_w$  を突風にとれば第3章で導かれたものと同じであり、(5.1) になるわけである。したがって本章第1節に記述した方程式が  $\dot{\eta}_i$  を計算するために用いられる。

突風が定義される範囲および方程式の有効範囲は、

発射後10秒程度をへた後であるからこのあたりで初期条件を定めて、以後は区間的に6.1の計算法を適用すればよい。区間ごとに係数を改め、前区間の最終値を次の区間の初期値とする。区間の粗さは係数変化の傾向および突風の性質の飛しょう時間に対する変化の傾向によって定められるべきである。

この第3項の前2項に比べた大きさは、機体曲げ振動の固有振動数に相当する周波数領域において、突風のパワースペクトラムがどの程度の大きさを持っているかによる。サターンVの場合は機体振動第一次の影響がもっとも大きく、最大値は前2項の最大値の30%くらいにまでなる。SS-3 では剛性が大きく、曲げ振動の固有振動数が高いので、第3項の影響は比較的低いことが予想される。なお第3項のうち支配的なのは第一次モードであることから、扱う方程式のうちスロッシングおよび曲げ振動の二、三次の項を落して簡略化をはかる方がよいかもしれない。

これらの数値的な検討はまた稿を改めて報告するつもりである。

## 7. む す び

本報告の内容はピッチ運動に限定されている。ヨー運動に関してはデータ修正が要求されるくらいでほとんど同様の解析内容でよいが、ロール運動に関しては曲げ振動の代わりにねじり振動に関する安定化を考えなければならない。曲げ振動の場合に比べるとかなり安定化しやすいとはいってもやはり同様の手続きが必要である。

ピッチ制御にしても風のデータの収集、エンジンアクチュエータ、空力係数、機体振動関係のデータの詳細化および不完全なプログラムの整備など実機のシステムデザインまでつめるとなるとまだまだいくらかでも問題がある。また本報告でもいくつか付言した先進的研究まで行なおうとすると相当のマンパワーを必要とする。本報告によりこうしたシステムズエンジニアリングに対する目安を与えるとともに、先進的研究への基盤を与えることができたのではないかと考えている。

本研究によって得られた結果を概括すると次のとおりである。

(1) 運動方程式をその物理的意味が明らかとなるように記述した。

(2) 飛しょう体を剛体と仮定したときの軌道計算プログラムは以前作成した。このプログラムを活用することによってピッチプログラムおよびフィードバック

クゲイン等を決定する方法をえた。

(3) 実係数非対称行列の固有値を求めるためのプログラムが入手できなかったため、Newton の展開公式に基づく方法によりプログラムを作成した。これを用いて 15,6 次までの制御系の Bode 線図, ゲイン・位相線図および根軌路を描くための条件等を与えるプログラムを作成した。これはたんに今回扱う問題ばかりでなく, 次数の高い定係数線形系の安定問題を扱うときに有用である。また同種の観点からこのような系の時間応答を与える方法について考察した。

(4) SS-3 については表 4.1 A4 のゲイン設定で望ましい特性が得られることがわかった。計算された諸特性はシステムスタディにフィードバックされてモデルの修正および詳細化に役立てられる。また機体にかかる荷重の研究など次の段階の研究に役立てられる。

本研究はシステムスタディとの密接な関係の下で行なわれた。システムスタディの概要は別に報告される予定である。参加された方達からは種々のデータと情報をいただいた。中でも河崎総合研究官および新田技官には本研究遂行にあたり種々御助力いただいた。

#### 参 考 文 献

- 1) Lukens, D.R., A.F. Schmitt and G.T. Broucek; Approximate Transfer Functions for Flexible-Booster-and-Autopilot Analysis, WADD-TR-61-93, Apr. 1961.
- 2) Harris, S.J.; Trajectory Simulation Applicable to Stability and Control Studies of Large Multi-Engine Vehicles, NASA TND-1838, Aug. 1967.
- 3) 高橋利衛; 振動工学演習(II), オーム社, 1963, pp. 121
- 4) 奥石肇, 中正夫, 森英彦, 大石晃, 冠昭夫, 本間幸造; 誘導制御を含んだロケットの運動のハイブリッドシミュレーション, NAL TR-189, 1970年1月
- 5) Stapleford, R.L., L.G. Hofmann, J.J. Best, C. D. Wezeman and W. A. Johnson; Transfer Function Approximation for Large Highly Coupled Elastic Boosters with Fuel Slosh, NASA CR-464, Apr. 1966.
- 6) 中井暎一, 古関昌次, 田寺木一, 高木俊朗, 安藤泰勝, 森田甫之, 峯岸正勝, 菊地孝男, 太田幹雄; “NAL TM-16-31” および “NAL-25-31” 二段ロケットの振動試験, NAL TM-123, 1967年11月.
- 7) Colletse, J.G.R.; Analysis and Design of Space Vehicle Control Systems, Volume XI, Component Dynamics, NASA CR-830 July, 1967.
- 8) Roberts, J.R., E.R. Basurto and Pei-Ying Chen; Slosh Design Handbook, NASA CR-406, May, 1966.
- 9) 畑山茂樹, 奥石肇; ジンバル駆動用 D.P.F. 方式油圧サーボの試作研究, NAL TR-213, 1970年9月.
- 10) Frosh, J.A. and D.P. Valley; Saturn AS 501/S-IC Flight Control System Design, J. Spacecraft Vol. 4, No. 8, Aug. 1967. pp. 1003~1009.
- 11) NASA; SCOUT Manual, Appendix E.
- 12) Kelley, H.J.; Gradient Theory of Optimal Flight Paths, ARS Journal, Oct. 1960. pp. 947~954.
- 13) Rosenbaum, R.R.; Rapid Determination of Near Optimum Linear Pitch Programs for Rocket Boosters, AIAA Paper No. 67-581, Aug. 1967.
- 14) Lewis Reserch Center; Atlas-Agena Flight Performance for the Application Technology Satellite, ATS-1 Mission, NASA TMX-1784.
- 15) Hoelker, R.F.; Theory of Artifitial Stabilization of Missiles and Space Vehicle with Exposition of Four Control Principles, NASA TND-555, June 1961.
- 16) 高橋利衛; 自動制御の数学, オーム社, pp. 307.
- 17) Johnston D.E. and W.A. Johnson; Feasibility of Conventional Control Techniques for Large Highly Coupled Elastic Boost Vehicles, STI Technical Rep. No. 146-2, Mar. 1967.
- 18) Rynaski E.G.; Optimal Control of a Flexible Launch Vehicle, AIAA Paper No. 67-592, 1967.
- 19) Gaylor, R., R. L. Schaeperkoetter and G. C. Cunningham; An Adaptive Tracking Filter for Bending-Mode Stabilization, J. Spacecraft Vol. 4 No. 5, May 1967, pp. 573~577.
- 20) Borelli M.T. and S.N. Carroll; Advanced Control Systems for the Saturn V Launch Vehicle, AIAA paper No. 67-591, 1967.
- 21) Lovingood, J.A. and E.D. Geisler; Saturn Flight Control Systems, Astronautics & Aeronautics, May 1966, pp. 96~103.
- 22) Geissler, E.D. ed.; Wind Effects on Launch Vehicle, AGUARDograph No. 115, Feb. 1970.

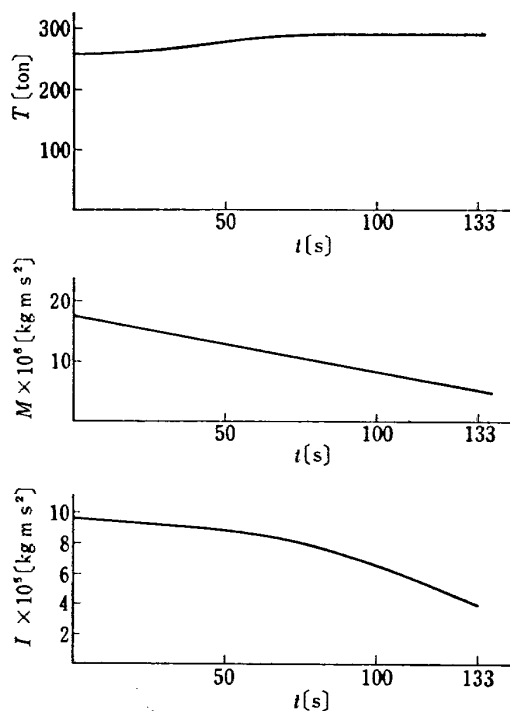
## 付録 SS-3 の特性

以下に本報告の解析に必要であった SS-3 の特性を表記する。これらの数値はシステムスタディの比較的初期の段階に本研究用に設定したものであって、その後の検討を受け、詳細化された諸特性と異なっている点も多い。しかし本質にかかわるほどの相異ではないので最初の数値のままで計算を続行した。これらのデータは次の段階で修正を受ける。

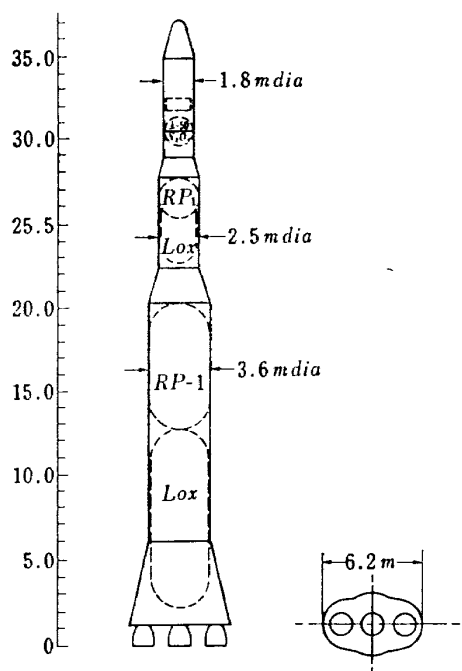
データを提供して下さったのは次の方達である。宇宙研究グループ；河崎総合研究官，五代リーダー，檜崎リーダー，毛利リーダー，機体第一部；中井部長，田寺室長，機体第二部；塙室長，空力二部；谷室長。

エンジン・アクチュエータ系に関しては次のような総合特性を用いた。

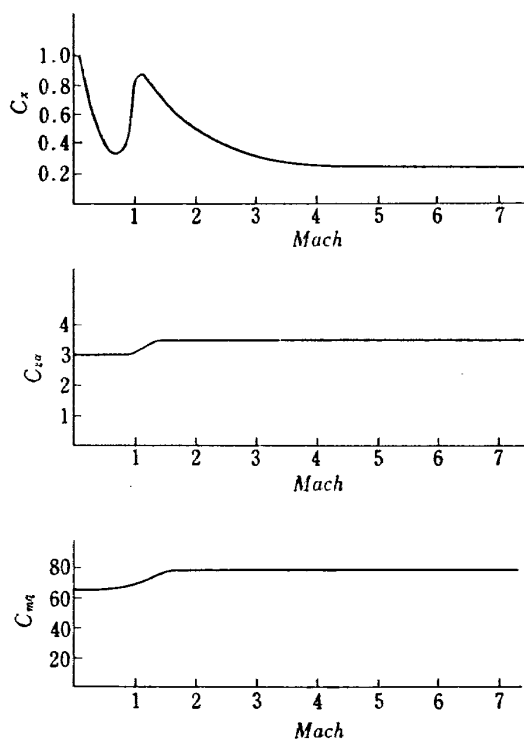
$$\frac{\beta}{\beta_c} = \frac{3.111 \times 10^4}{s^3 + 23.444s^2 + 2684.60s + 35733.32}$$



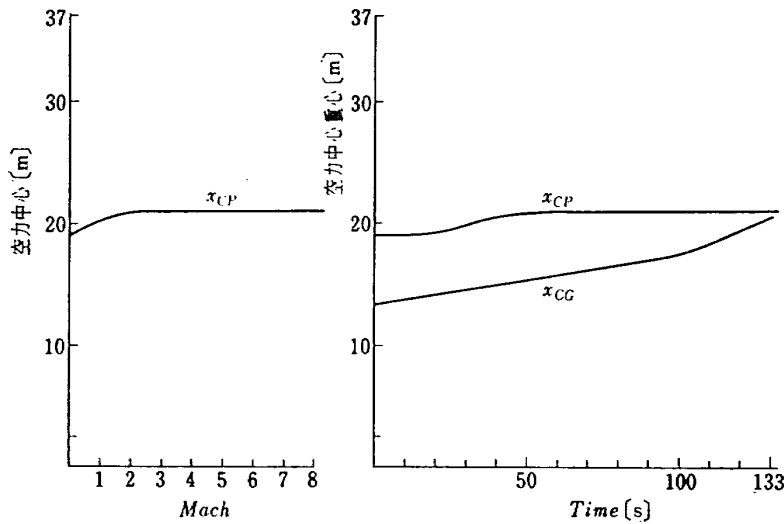
付図 2 SS-3 の推力，質量，イナーシア



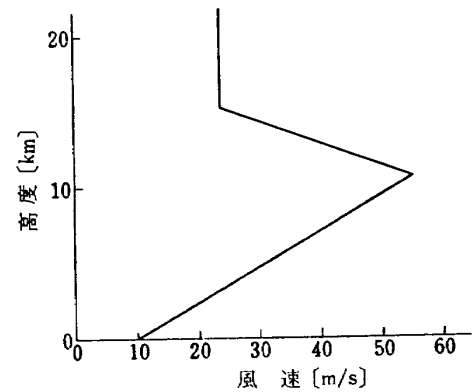
付図 1 SS-3 の形態と寸法



付図 3 SS-3 の空力係数



付図 4 SS-3 の空力中心と重心との位置



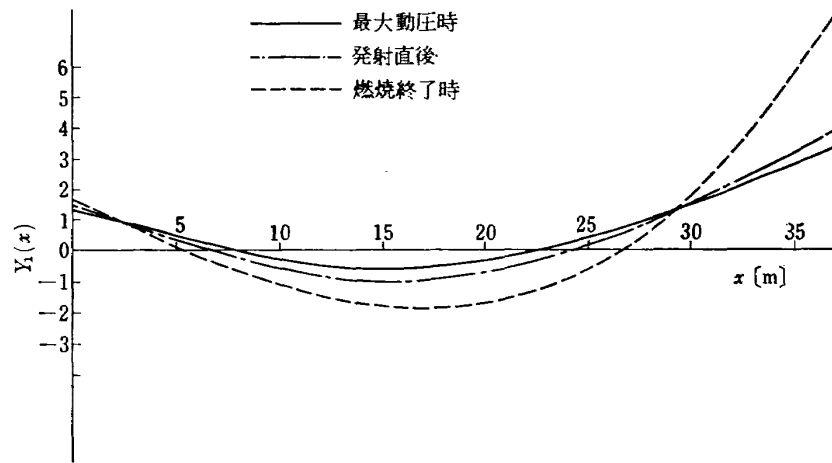
付図 5 迎え風として用いた風のモデル

付表 1 機体振動の安定化に用いた数値

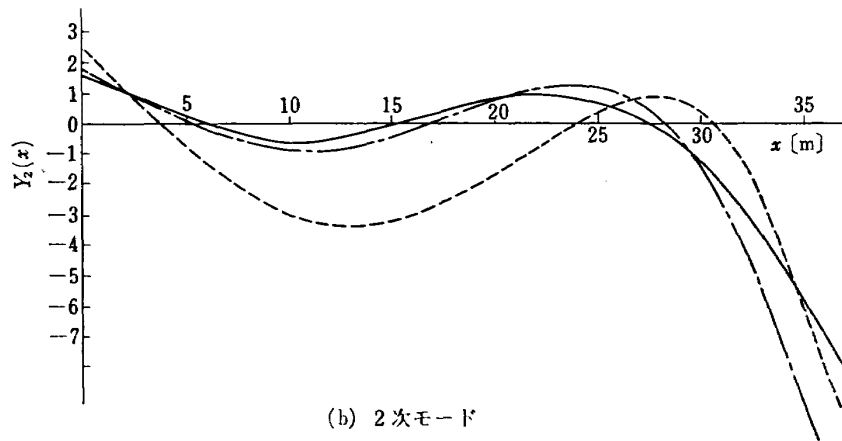
諸 量		単 位	数 値		
			発 射 直 後	最 大 動 圧 時	燃 焼 終 了 時
Time		s	0.0	58	133
$M$		kg s <sup>2</sup> /m	17,651	12,691	3,885
$I$		kg m s <sup>2</sup>	$9.6 \times 10^5$	$8.7 \times 10^5$	$3.9 \times 10^5$
$T_t$		kg	$2.558 \times 10^5$	$2.83 \times 10^5$	$2.90 \times 10^5$
$T_o$		kg	$1.71 \times 10^5$	$1.89 \times 10^5$	$1.94 \times 10^5$
$\bar{q}$		m/s <sup>2</sup>	14.4	20.0	63.2
$N_a$		kg/rad	$2.36 \times 10^3$	$1.58 \times 10^5$	$4.116 \times 10^3$
$l_\beta$		m	-10.0	-11.0	-19.0
$l_{op}$		m	6.3	8.0	0.5
$c_2$		1/s <sup>2</sup>	2.296	3.24	10.35
$c_1$		1/s <sup>2</sup>	-0.001	-0.86	-0.006
$V$		m/s	0.0	476.2	3,003
$q$		kg/m <sup>2</sup>	0.0	4,286	7,641
液 燃 の 揺 動	$x_{s1}$	m	18.45	14.6	13.2
	$l_{s1}$	m	6.26	2.62	-1.38
	$\zeta_{s1}$		0.005	0.005	0.005
	$\omega_{s1}$	rad/s	7.10	4.53	7.5
	$M_{s1}$	kg s <sup>2</sup> /m	218	685	597
	$x_{s2}$	m	11.07	5.68	3.09
	$l_{s2}$	m	-1.12	-6.3	-11.5
	$\zeta_{s2}$		0.005	0.005	0.005
	$\omega_{s2}$	rad/s	6.70	4.53	7.93
	$M_{s2}$	kg s <sup>2</sup> /m	367	969	936

付表 1 (つづき)

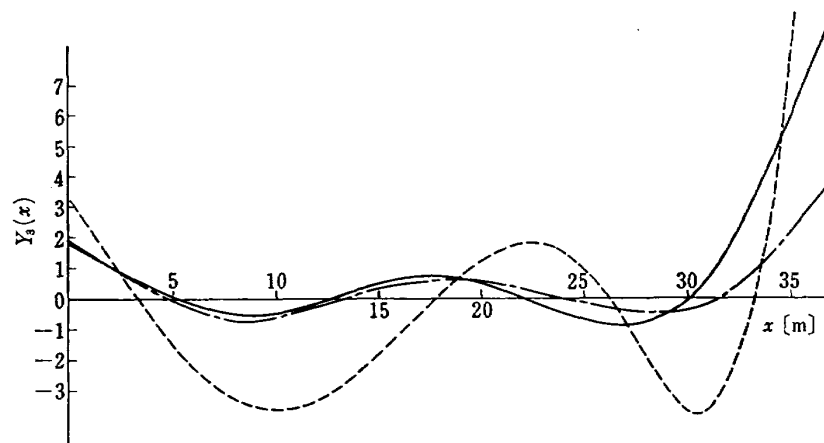
諸 量	単 位	数 値		
		発 射 直 後	最 大 動 圧 時	燃 焼 終 了 時
ベ ン デ ィ ン グ	$\zeta_1$	0.005	0.005	0.005
	$\omega_1$	19.96	23.66	38.18
	$M_1$	$1.02 \times 10^4$	$1.31 \times 10^4$	$1.80 \times 10^4$
	$\zeta_2$	0.005	0.005	0.005
	$\omega_2$	49.8	57.1	83.8
	$M_2$	$1.95 \times 10^4$	$3.93 \times 10^4$	$1.38 \times 10^6$
	$\zeta_3$	0.005	0.005	0.005
	$\omega_3$	75.69	94.67	139.3
	$M_3$	$2.82 \times 10^4$	$1.48 \times 10^4$	$1.05 \times 10^5$
	$Y_1'(x_p)$	1/m	0.25	0.32
	$Y_2'(x_p)$	1/m	-2.0	-3.4
	$Y_3'(x_p)$	1/m	0.9	0.3
	$Y_1'(x_r)$	1/m	-0.08	-0.10
	$Y_2'(x_r)$	1/m	0.25	0.3
	$Y_3'(x_r)$	1/m	0.2	0.2
	$Y_1(x_{s1})$		-0.5	-1.0
	$Y_2(x_{s1})$		0.6	-0.6
	$Y_3(x_{s1})$		0.7	0.3
	$Y_1(x_{s2})$		-0.4	0.2
	$Y_2(x_{s2})$		-0.7	0.0
	$Y_3(x_{s2})$		-0.4	-0.3
	$Y_1'(x_\beta)$	1/m	-0.18	-0.22
	$Y_2'(x_\beta)$	1/m	-0.7	-0.75
	$Y_3'(x_\beta)$	1/m	-0.35	-0.4
	$Y_1(x_\beta)$		1.0	1.0
	$Y_2(x_\beta)$		1.0	1.0
	$Y_3(x_\beta)$		1.0	1.0



(a) 1次モード

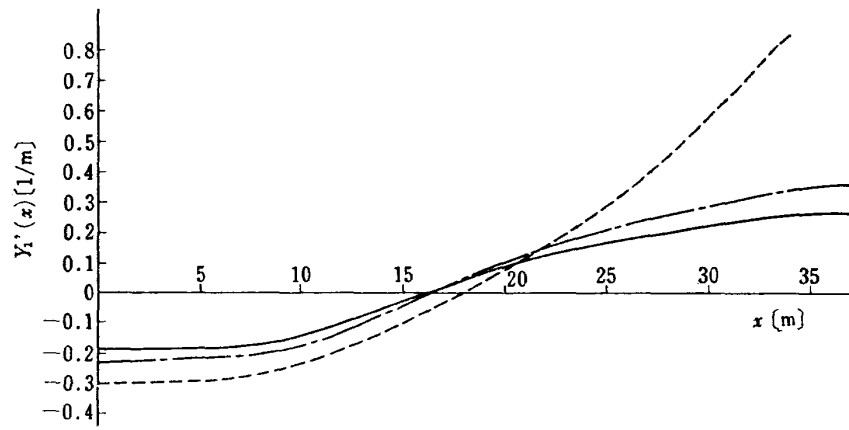


(b) 2次モード

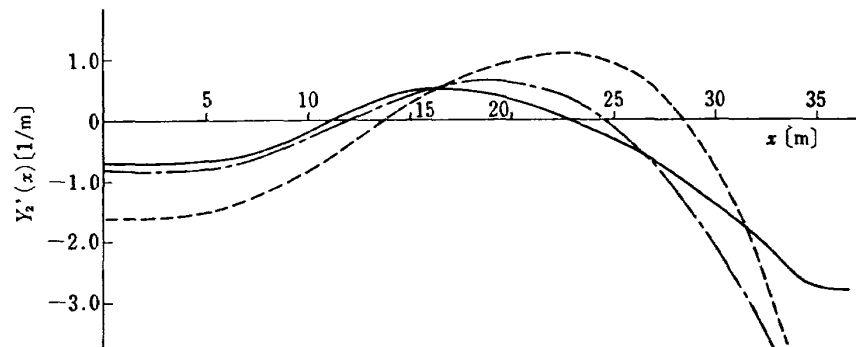


(c) 3次モード

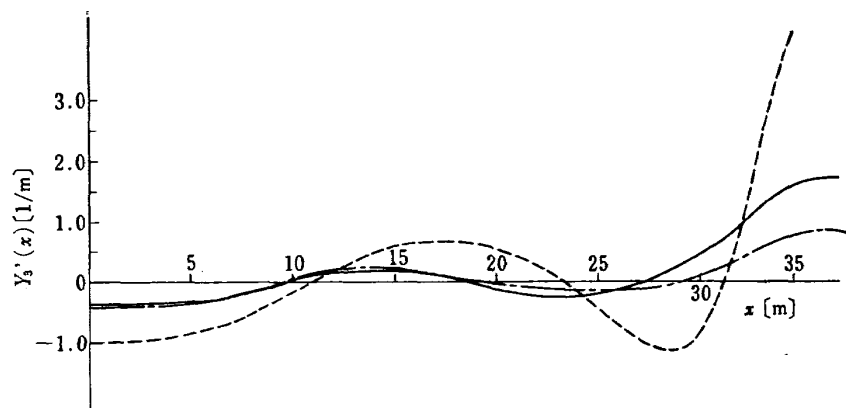
付図 6 SS-3 の曲げ振動基準姿態



(a) 1次モード スロープ



(b) 2次モード スロープ



(c) 3次モード スロープ

付図 7 SS-3 曲げ振動の基準姿態の傾斜

T R-253	圧縮性流れにおける翼型抗力の計算 A Calculation of Profile Drag of Airfoils in Compressible Flow	1971年11月	石田 洋 治
T R-254	翼と不連続境界との干渉について Interference Between Wing and Surface of Velocity Discontinuity	1971年11月	犬 丸 矩 夫
T R-255	地球の重力の作用下にある人工衛星の運動 に関する研究 The Study on the Motion of an Artificial Satellite in the Earth's Gravitational Field	1971年12月	武 内 澄 夫 松 島 弘 一
T R-256	リジッドヘリコプタロータのホバリングに おける縦揺れ減衰モーメントについて On the Aerodynamic Damping Moment in Pitch of a Rigid Helicopter Rotor in Hovering	1971年11月	高 沢 金 吾
T R-257	周期的な軸力を受ける結合柱の安定 The Dynamic Stability of a Connected Rod under Periodic Longitudinal Force	1972年 1 月	佐 野 政 明
T R-258	三次元準最適直接式誘導法 Three Dimensional Suboptimal Explicit Guidance for Space Vehicles	1972年 1 月	大 坪 孔 治
T R-259	回転駆動振動検出型レートジャイロの研究 Study on a Rotary-Drive Vibratory-output Rate Gyro	1972年 1 月	山 田 博
T R-260	気流全温度測定装置の試作 A High Sensitive Total Atmospheric Temperature Measuring Apparatus	1972年 1 月	西 尾 健 二, 能 瀬 弘 幸 越 沼 威, 井 上 重 雄 臼 井 弘, 大 畑 敏 美
T R-261	光弾性皮膜法による固体推進薬のひずみ測 定 Strain Measurement of Solid Propellant Material with Birefringent Coating	1972年 1 月	越 出 慎 一
T R-262	異径二円筒殻をユーンで連結した軸対称殻 の有限要素法構造解析 A Structural Analysis of Cylinder-Cone- Cylinder Shells by F. E. M.	1972年 1 月	小 河 昭 紀
T R-263	多孔壁風洞における亜音速二次元風洞壁干 渉効果の研究と航空宇宙技術研究所 2 m × 2 m 遷音速風洞へのその適用 A Study of Subsonic, Two-Dimensional Wall-Interference Effects in a Perforated Wind Tunnel with Particular Reference to the NAL 2 m × 2 m Transonic Wind Tunnel	1972年 1 月	海老原正夫

---

## 航空宇宙技術研究所報告 264 号

昭和 47 年 1 月 発行

発 行 所 航 空 宇 宙 技 術 研 究 所  
東 京 都 調 布 市 深 大 寺 町 1880  
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(代表)☎182  
印 刷 所 有 限 会 社 啓 文 堂 松 本 印 刷  
東 京 都 文 京 区 水 道 2-7-5

---