

UDC 532.526:
533.697

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-277

円環状デフューザの乱流境界層の発達

藤井昭一・五味光男・西脇英夫

Theodore H. OKIISHI

1972年2月

航空宇宙技術研究所

NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 報 告

- | | | | |
|---------|---|----------|--|
| T R-254 | 翼と不連続境界との干渉について
Interference Between Wing and Surface of
Velocity Discontinuity | 1971年11月 | 犬丸 矩夫 |
| T R-255 | 地球の重力の作用下にある人工衛星の運動
に関する研究
The Study on the Motion of an Artificial
Satellite in the Earth's Gravitational
Field | 1971年12月 | 武内 澄夫
松島 弘一 |
| T R-256 | リジッドヘリコプタロータのホバリングに
おける縦揺れ減衰モーメントについて
On the Aerodynamic Damping Moment
in Pitch of a Rigid Helicopter Rotor in
Hovering | 1971年11月 | 高澤 金吾 |
| T R-257 | 周期的な軸力を受ける結合柱の安定
The Dynamic Stability of a Connected
Rod under Periodic Longitudinal Force | 1972年 1月 | 佐野 政明 |
| T R-258 | 三次元準最適直接式誘導法
Three Dimensional Suboptimal Explicit
Guidance for Space Vehicles | 1972年 1月 | 大坪 孔治 |
| T R-259 | 回転駆動振動検出型レートジャイロの研究
Study on a Rotary-Drive, Vibratory-output
Rate Gyro | 1972年 1月 | 山田 博 |
| T R-260 | 気流全温度測定装置の試作
A High Sensitive Total Atmospheric
Temperature Measuring Apparatus | 1972年 1月 | 西尾 健二, 能瀬 弘幸
越 沼 威, 井上 重雄
白 井 弘, 大畑 敏美 |
| T R-261 | 光弾性皮膜法による固体推進薬のひずみ測
定
Strain Measurement of Solid Propellant
Materials with Birefringent Coating | 1972年 1月 | 越出 慎一 |
| T R-262 | 異径二円筒殻をコーンで連結した軸対称殻
の有限要素法構造解析
A Structural Analysis of Cylinder-Cone-
Cylinder Shells by F. E. M. | 1972年 1月 | 小河 昭紀 |
| T R-263 | 多孔壁風洞における亜音速二次元風洞壁干
渉効果の研究と航空宇宙技術研究所 2 m
× 2 m 遷音速風洞へのその適用
A Study of Subsonic, Two-Dimensional
Wall-Interference Effects in a Perforated
Wind Tunnel with Particular Reference
to the NAL 2 m × 2 m Transonic Wind
Tunnel | 1972年 1月 | 海老原正夫 |
| T R-264 | 液体燃料ロケットを用いた衛星打上げ用飛
しょう体の初段に関する制御系構成
Flight Control System Design for Launch
Vehicle with Liquid Propellant | 1972年 1月 | 森 英彦, 興 石 肇 |
| T R-265 | ガスタービン用流体温度検出器
Fluidic Turbine Inlet Gas Temperature
Sensor | 1972年 1月 | 西尾 健二, 遠藤 征紀
遠藤 篤和 |
| T R-266 | 鈍い頭部を有するロケット胴体の空力特性
に関する二, 三の考察
Some Considerations on the Aerodynamic
Characteristics for a Body of Rocket
with Blunt Nose | 1972年 1月 | 河 本 巖 |

円環状デフューザの乱流境界層の発達*

藤井 昭一**・五味 光男**・西脇 英夫**

Theodore H. OKIISHI***

Development of Turbulent Boundary Layers Along the Curved Walls of an Annular Diffusing Passage

By Shoichi FUJII, Mistuo GOMI, Hideo NISHIWAKI
and Theodore H. OKIISHI

Abstract

Turbulent boundary layer development along the curved walls of an axisymmetric diffusing annulus was determined experimentally and compared with results calculated using a form of the von Kármán momentum integral boundary layer equation and several sets of simple auxiliary equations. Based on the comparisons made, one iterative solution method for predicting curved wall annular diffuser boundary layer growth that yields fair results is proposed.

記 号

A : 流路面積
 C : 半径平衡式の積分定数
 C_f : 局所壁面まざつ係数 $\tau_0 / \frac{1}{2} \rho U_{p,\delta}^2$
 C_p : 局所圧力係数 $(P - P_{in}) / \frac{1}{2} \rho U_{in}^2$
 d : まざつ仕事の逸散部分
 \bar{H} : 平板流に対するエネルギー形状係数 δ^{**}/θ
 H : 平板流に対する形状係数 δ^*/θ
 H_1 : 軸対称流に対する形状係数 δ_1^*/θ_1
 $H_{\delta-\delta^*} = (\delta - \delta^*)/\theta$
 \dot{m} : 流量 $2\pi \int \rho v_z r dr$
 P_{in} : 入口での静圧
 p : 静圧
 r : 半径座標
 r_0 : 外径または内径
 r_m : 子午面へ流線を投影したときできる曲線の曲率半径
 r_l : 壁面の長手方向曲率半径
 Re : 運動量厚みを基準にしたレイノルズ数 $\frac{U\theta}{\nu}$

t : まざつ仕事の乱流運動エネルギー部分
 U : 平板流のときの自由流速度
 U_{in} : 自由流の入口における速度
 U_p : 軸対称流のとき、ポテンシャル部分の速度
 $U_{p,\delta}$: 軸対称流のとき、ポテンシャル領域と境界層が交わる点での速度
 u : 境界層内の速度
 \bar{V} : 断面平均軸流速度 $\bar{V} = \frac{\dot{m}}{\rho A}$
 V_z : 軸流速度
 x : わん曲した壁面または平板に沿う座標
 y : 壁面または平板の法線に沿う座標
 z : 式(A-12)で定義したパラメータ
 Z : 軸方向座標
 β : y と r のなす角
 Γ : Buri の形状係数
 δ : 平板流の境界層厚み
 δ_y : y に沿う境界層厚み
 δ_r : r に沿う境界層厚み
 δ^{**} : 平板流のエネルギー厚み $\int_0^\delta \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u^2}{U^2}\right) dy$
 δ^* : 平板流の排除厚み $\int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$
 δ_1^* : 軸対称流の排除厚み $\int_0^{\delta_y} \frac{r}{r_0} \left(1 - \frac{u}{U_{p,\delta}}\right) dy$
 δ_i^* : 外壁での排除厚み
 δ_h^* : 内壁での排除厚み

* 昭和46年12月14日受付

** 原動機部

*** アイオワ州立大学助教授

θ : 平板流の運動量厚み $\int_0^{\delta} \left(\frac{u}{U} \right) \left(1 - \frac{u}{U} \right) dy$

θ_1 : 軸対称流の運動量厚み

$$\int_0^{\delta_y} \frac{r}{r_0} \left(1 - \frac{u}{U_{p,\delta}} \right) \frac{u}{U_{p,\delta}} dy$$

λ : 流線とデフューザの中心軸とのなす角

ν : 動粘性係数

ρ : 密度

τ : 乱流のせん断応力

τ_0 : 壁面でのせん断応力

1. はじめに

圧縮機、送風機、タービンなど一連のターボ機械ではその作動流体の乱れのレベルが非常に大きく、境界層部分は乱流であることが多い。いま、機械の流路壁面に沿う乱流境界層に問題を限定したとしても、流路を形成している壁面の長手方向(軸方向)および円周方向の曲率の影響が無視できない場合がしばしばあり、しかも途中に回転翼列をもっているため境界層のエネルギー・レベルが変化し、はたまた境界層外で三次元流れであるから当然、境界層内の速度ベクトルはねじれて、いわゆる skewed boundary layer となる。現在までのところ実際の situation を考慮に入れた計算法としてはおよそ完成にほど遠いが、secondary flow というやや現実味をおびた要因を含ませた理論がごく最近 Mellor & Wood³⁾ によって作られたのは特筆すべきであろう。一方、このような厳密な理論体系を追求する研究方針とは別に、現場において機械の設計に従事している人々は、厳密さは欠けているが実際の、時には経済的な解決法を見出してきた。よく知られたアメリカ系の blockage factor やイギリス系の work done factor などは後者に属するもので経験のみがすべてであるともいえる。ところが、これら経験派の人々の中から、いま少し logic な方式が提案された。たとえば Jansen¹⁾ は流線流(Stream-line Curvature Method)と平板に対する乱流境界層の方程式^{注1)}を連立させて解決を試み、Avon の4段、Spey の12段、NACA(現在のNASA)の5段および8段の合計4例の圧縮機について全体性能上で計算と実測値を比較し

てきわめてよく一致することを示した。ただし、local な状態量すなわち段間での境界層厚みに関する実験との比較がなんら報告されていない。さらに、ほとんど時を同じくして Stratford²⁾ がやはり平板境界層の仮定が成立するモデルで三次元境界層の軸方向成分を予想する運動量方程式を作り、Rolls Royce エンジンの圧縮機で実用性をたしかめた旨、報告しているが企業秘密のためか詳細は不明である。

筆者らも当部において過去にいくつかの圧縮機や送風機を設計してきた関係上、常に壁面境界層の問題に直面している。例えば翼列入口での境界層厚みの見積りを誤ると予期しない入射角になり、重大な失敗をもたらすことがある。そこで工学的見地から、半経験的であるが信頼性の高いしかも経済的(計算時間の少ない)方式の検討をつづけてきた。

本報告ではその第一段階として、ターボ機械でよくみられる円環状デフューザにおいて円周速度成分を伴わない軸対称流れと境界層の発達について実験し、その結果をもとに解析的な予想手法を見出す試みを行なった。このさい、最も簡潔な補助方程式——平板流れに対するもの——が現在の状況下でどの程度、妥当な解を与えるか調べることを目的とした。

2. 解析法

ここでは円環状デフューザにおいて軸対称ポテンシャル核と、それをとりまき壁面に沿って発達していく非圧縮性乱流境界層との干渉を解析対象とする、図1(a)。

まず、境界層については Kármán の運動量方程式を基本的には適用するが、今の場合、長手方向と円周方向の曲率(これらを今後 longitudinal および transverse curvature 略してそれぞれ L. C., T. C. と呼ぶ。)を同時に考慮しなければならないが、ターボ機械の流路ではむしろ T. C. の影響が強いので、L. C. は無視できるとすれば、結局運動量方程式として、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r_0} \frac{d}{dx} (r_0 \theta_1) + \frac{2+H_1}{U_{p,\delta}} \frac{dU_{p,\delta}}{dx} \theta_1 \\ &= \frac{c_f}{2} + \frac{\nu \sin^2 \beta}{r_0 U_{p,\delta}^3} \int_0^{\delta_y} \frac{u}{r} dy \end{aligned} \quad (1)$$

となる⁷⁾。ここで次のように定義する。

$$\theta_1 = \int_0^{\delta_y} \frac{r}{r_0} \left(1 - \frac{u}{U_{p,\delta}} \right) \frac{u}{U_{p,\delta}} dy$$

$$\delta_1^* = \int_0^{\delta_y} \frac{r}{r_0} \left(1 - \frac{u}{U_{p,\delta}} \right) dy$$

$$H_1 = \delta_1^* / \theta_1$$

$$\text{注 1) } \theta(x) = \theta_0 + 0.006 \frac{\left(\int_{x=0}^{x=x} [c_m(x)]^4 dx \right)^{0.8}}{[c_m(x)]^{3.2}}$$

$$H = 1.5 + 30 \frac{d\theta}{dx}$$

$c_m(x)$: 段間の子午面速度

θ_0 : 運動量厚みの初期値

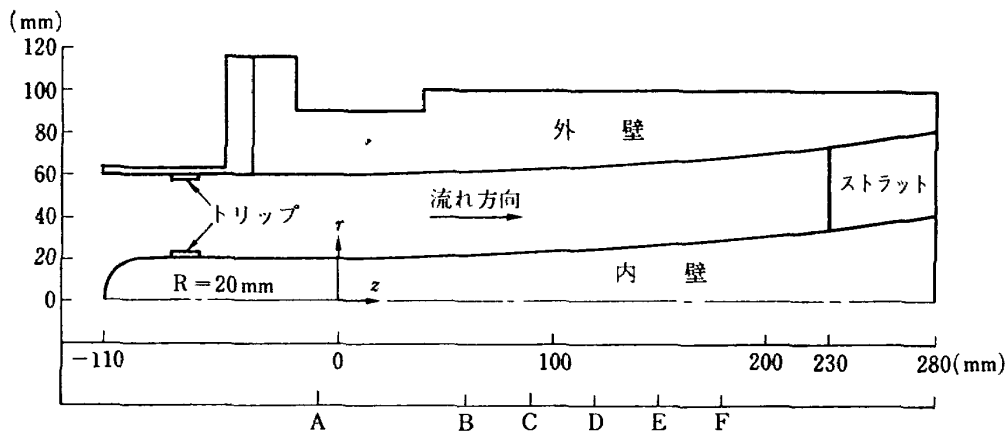


図 1(a) デフューザ流路と測定断面

これらの式にあらわれている記号の詳しい説明は記号一らんに述べてある。なお、排除厚みの定義式は、T. C. を含む軸対称流の場合、その本来の意味から厳密には、

$$\delta_1^* \left(1 + \frac{\delta_1^*}{2r_0} \right) = \int_0^{\delta_1} \frac{r}{r_0} \left(1 - \frac{u}{U_{p,\delta}} \right) dy$$

となるべきであるが、 $\delta_1^* \ll 2r_0$ とみなした。 θ_1 についても同様である。また式 (1) の右辺第 2 項は power law $u/U_{p,\delta} = (y/\delta_1)^n$ を用いると

$$\frac{\nu \sin^3 \beta}{r_0 U_{p,\delta}} \left(\frac{2n+1}{n+1} \right) \theta_1$$

と書ける。本実験では $n=1/7 \sim 1/8$ 程度であったので $(2n+1)/(n+1) \cong 1.9$ とした。しかし実際の計算では C_f に比べて無視できる程度に小さい項であった。

式(1)は運動量方程式の常として $U_{p,\delta}$ を入力データとするならば、未知数は θ_1 , H_1 および C_f となり、よってさらに 2 個の方程式が必要となる。それで以前から平板に沿う乱流境界層に対しては比較的信頼度が高いと一般に認められているものを取りあえず 5 組集めて、それらを式 (1) と連立させる補助式とした。具体的な特質については付録 1 に述べたが、解析体系の一部に平板モデルをもち込んだことは、現実との妥協であって解析法が簡易化されている点でもある。したがって、この妥協がどの程度まで許されるのか実験的に調べ、5 組の補助方程式の中から実験データと一致が良好なものを選定した。

以上の計算では入力 $U_{p,\delta}$ を実験値から得ていたが、次に流線法によってポテンシャル部分を計算して $U_{p,\delta}$ を求め、境界層に関する方程式との間でくり返しを行なう方法を検討した。まず、境界層外の閉じこめられたポテンシャル軸対称流れにおいて、その半径方向の運動方程式を積分すると、

$$V_z^2 = c^2 \exp \int \frac{2}{r_m \cos^3 \lambda} dr \quad (2)$$

が得られる⁹⁾。ここで r_m は流線の子午面に投影したときできる曲線の曲率半径、 λ は傾き角であり、定数 c は次の連続の条件と連立させて決定する。

$$\dot{m} = 2\pi \int \rho v_z r dr \quad (3)$$

上式 (2), (3) の積分の上、下端はそれぞれ外、内壁面へ至る半径から排除厚み δ_e^* , δ_h^* を差引いたものをもってくる。そこでとりあえず上、下壁面の排除厚みおよびポテンシャル部における各流線の位置を仮定して式 (2), (3) を解き流線の位置がすべて収束した段階で式 (1) と実験的に選んだ補助方程式を用いて壁面に沿う境界層の発達を計算し、仮定した厚みと比べて大きく違っているならば、新しい排除厚みを使って有効流路幅を修正し再び流線法による式 (2), (3) の解法に移る。ポテンシャル部分の流線位置と排除厚みが収束するまでこのような計算をくり返す。

3. 実験手続き

3.1 装置

図 1 (a) でみたような円環状デフューザを木型で作成し、外、内壁の形を

$$\left. \begin{aligned} r &= 0.00025Z^2 + 60 & (\text{外壁}) \\ r &= 0.00025Z^2 + 20 & (\text{内壁}) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

のような放物線で与えた。

上式で r , Z は半径と軸方向長さをそれぞれ示すが単位は mm である。式 (4) のような形を選んだのは、同じ軸距離 Z のとき壁面の勾配および曲率を内、外壁面で等しく定めるとピトー管による圧力測定およびデータの取り扱いが容易になるためである。なお式 (4)

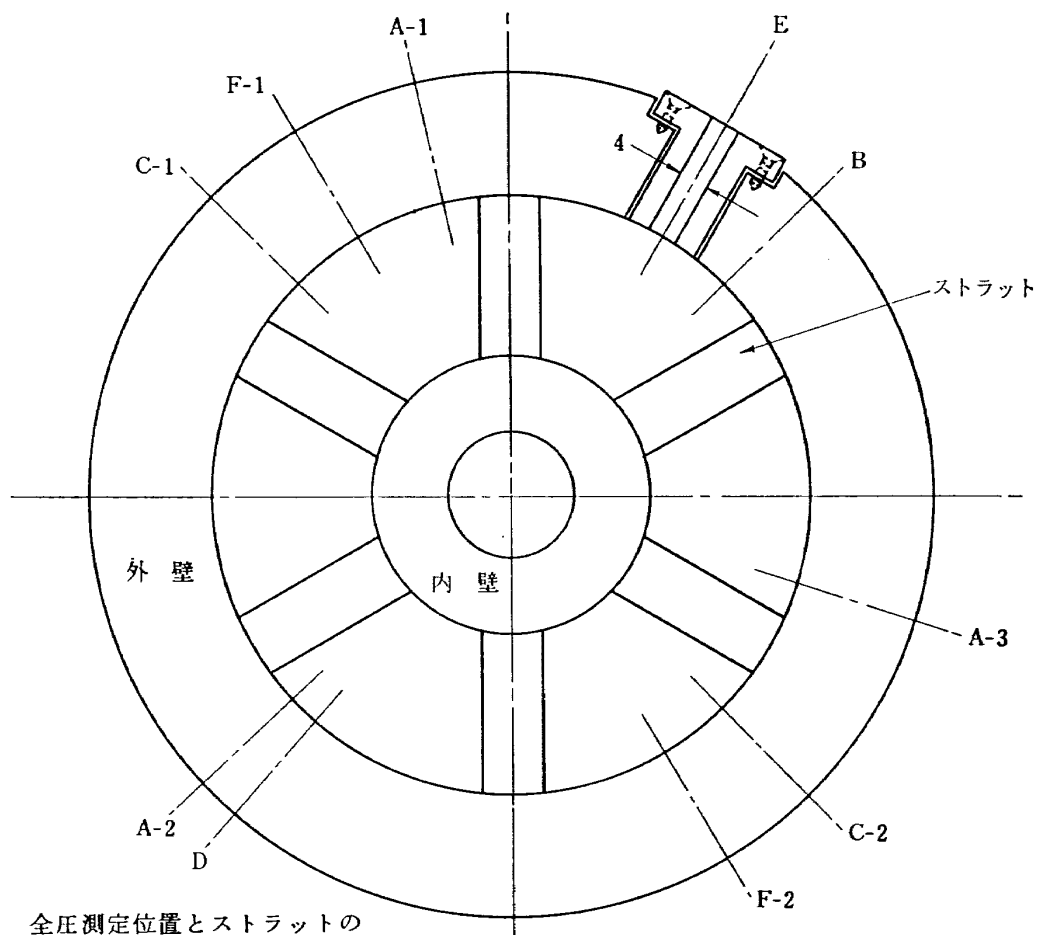


図 1(b) 全圧測定位置とストラットの円周位置 (単位 mm)

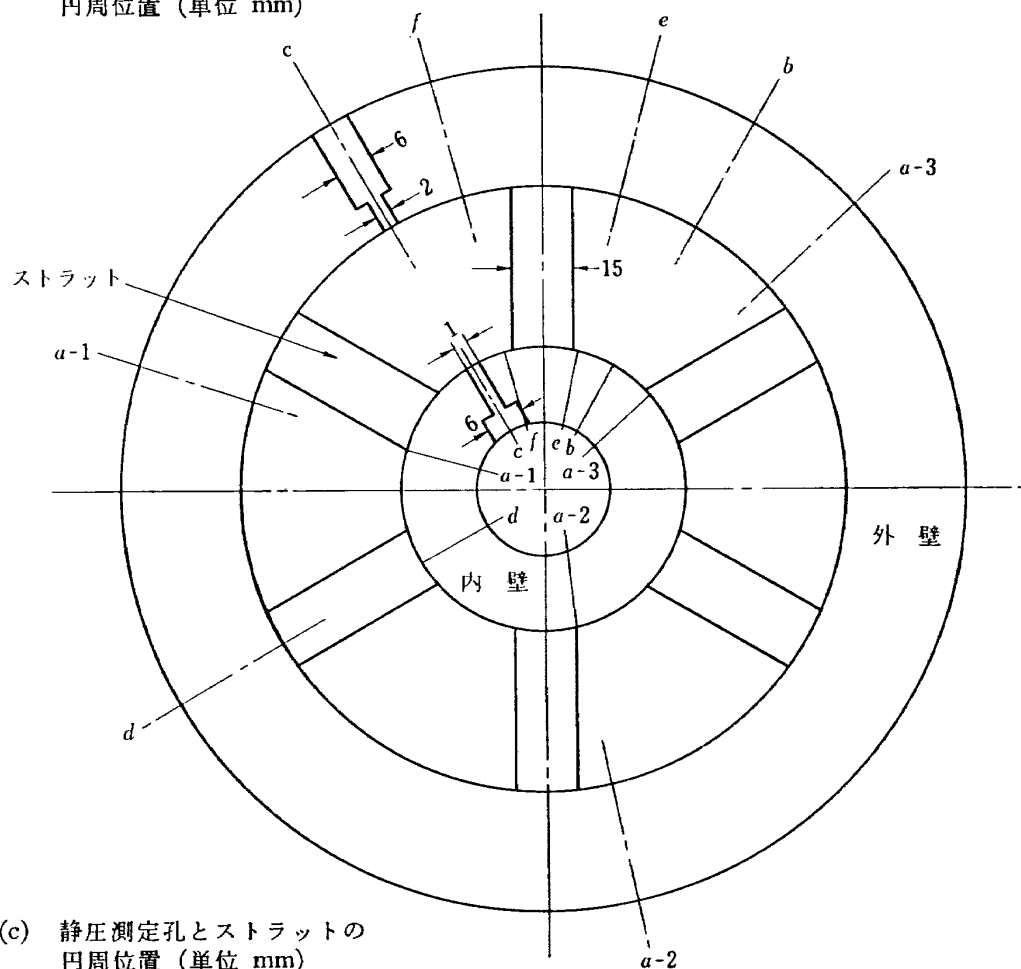


図 1(c) 静圧測定孔とストラットの円周位置 (単位 mm)

の決定のさい、勾配についてはあらかじめ前節の式(2), (3)で計算した壁面付近の速度から Buri の形状係数 (shape factor)

$$\Gamma = \frac{\theta_1}{U_{p,\delta}} \frac{dU_{p,\delta}}{dx} \left(\frac{U_{p,\delta} \theta_1}{\nu} \right)^{1/4}$$

を評価し、計画している実験範囲で局所はく離など不都合が生じないようにした。

全圧管によるトラバースをするため軸方向6箇所(A, B, C, D, E および F)に測定断面を設け、最終断面Fは内壁側を支えているストラットの前縁からなるべく離れた位置においた。図1(b)を参照して、測定点Aでは外壁の円周上120°おきに全圧管そう入孔をつけ、これらをA-1, A-2, A-3とした。C, Fでは円周上180°離れて2点ずつ、他の断面では円周上1箇所測定孔をあけた。一方、静圧測定孔は内壁側の構造上の問題もあって、測定断面Aのみ図1(c)のように円周上3点(a-1, a-2, a-3)内外壁に静圧タップを都合6箇所あけて円周方向への流れの均一性すなわち軸対称を調べることにし、残りの断面では円周上に1点だけ対応する内、外壁面に設けた。これら静圧タップは、測定断面から全圧管を入れたとき、流れがimpactする管の先端部と軸距離が一致するようにした。図2の写真はデフューザを分解したときを示しているが、内壁側先端部にみえる小さな穴はもともと支柱を入れるためにあけたものであるが、本実験ではふさいだ。

図3(a)はデフューザ前方の流入系統であるが、空気は遠心圧縮機(空気流量40 m³/min)で押し込み式に供給し、途中4つの断面にスクリーンをおいて流れが半径および円周方向に均一になるようにした。その上、120 mm 長さの格子を入れ流れの円周速度成分が残らないよう努めた。図3(b)は試験のため上記の流入管に取付けたデフューザ後部である。

図4(a)に使用した全圧管の大きさを記入した。支柱と先端部の管軸がなす角 α を、測定する断面での壁の勾配と一致するように変化させ、図4(b)のアダプタを介してデフューザのケーシングから全圧管を流路中に入れ、全圧測定のさいの半径位置はノギスでその都度求めた。

3.2 測定

実験はデフューザ入口部に0.45および1.20 mmの厚さのトリップをつけた場合、まったくトリップ無しの場合の3条件で行なった。入口の風速はおおむね30 m/secに保ち、この場合、境界層の運動量厚みを基準にしたレイノルズ数は 0.5×10^3 (A断面)から 1.5×10^3 (F断面)程度であった。1.20 mm厚さのトリップをつけたとき、入口を基準にした局所圧力係数 C_p は図5(a), (b)のごとくなった。当然、後流へ行くにつれて外よりも内壁面での静圧上昇がやや大きくなっているが、風速が小さいので内外壁間の差はそれほどでない。

実験は各断面での静圧および半径に沿う全圧分布の

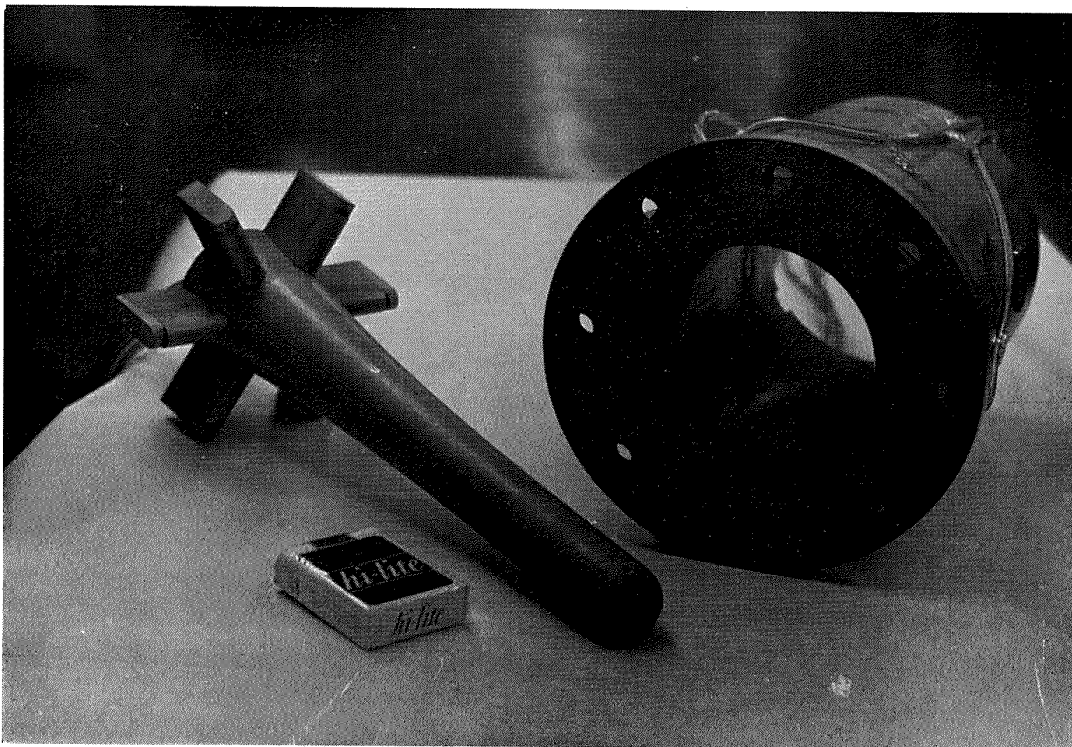
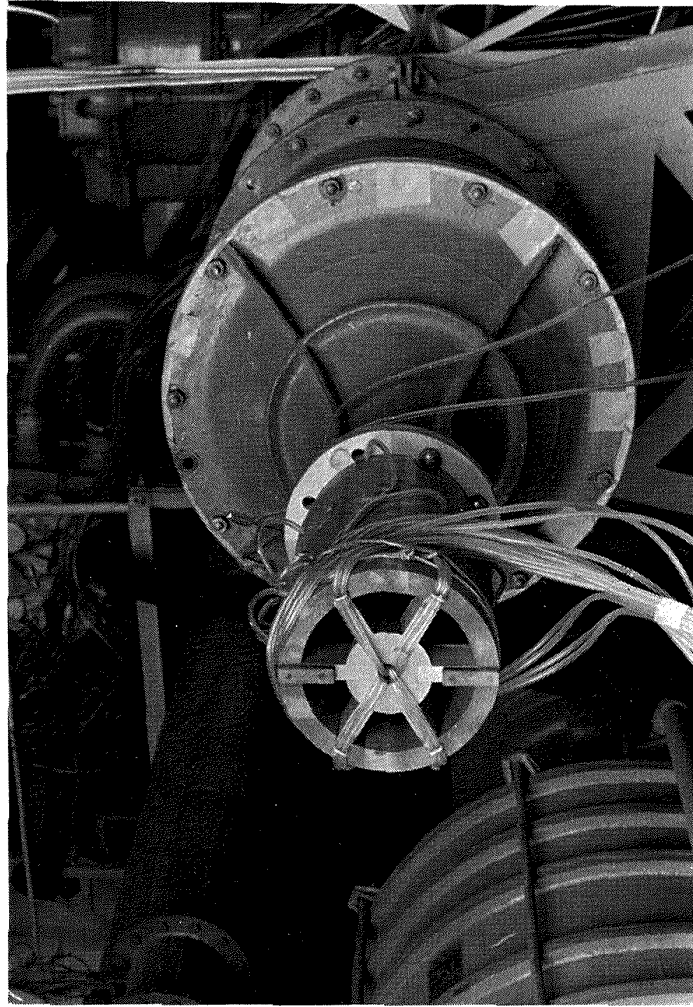
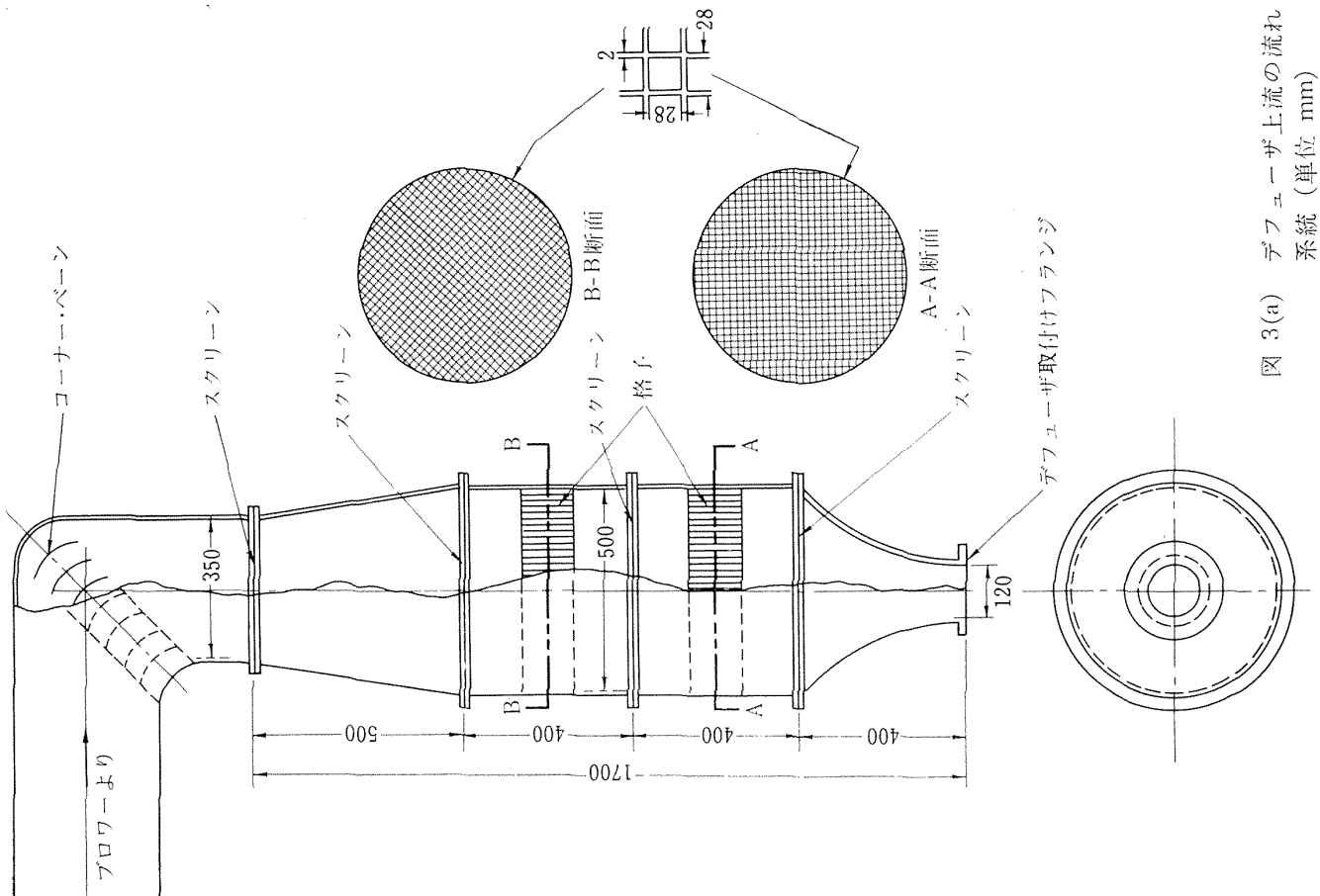


図2 デフューザ・ケーシングと内壁部



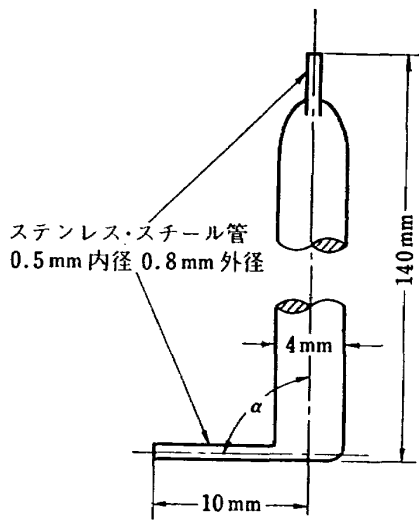


図 4(a) 全圧管

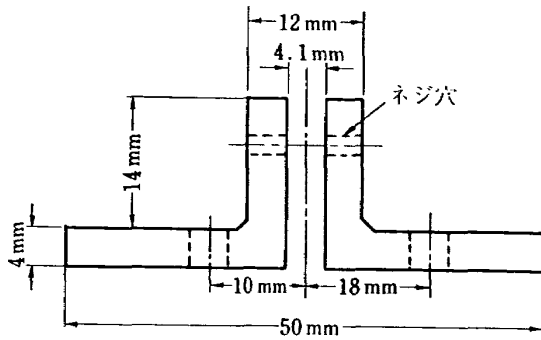


図 4(b) 全圧管取付けアダプター

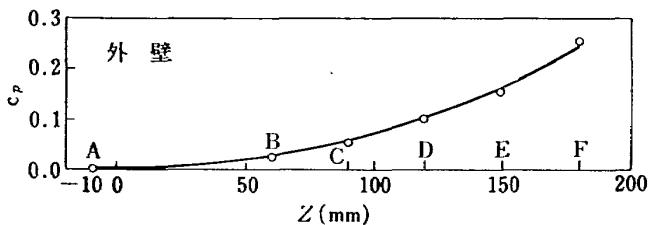


図 5(a) 壁圧分布

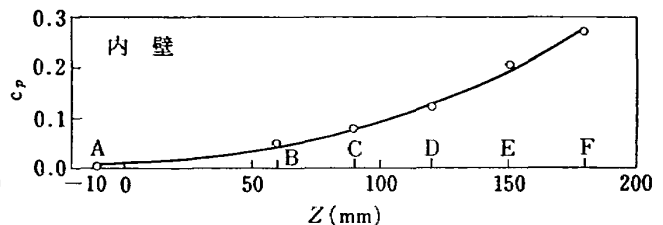


図 5(b) 壁圧分布

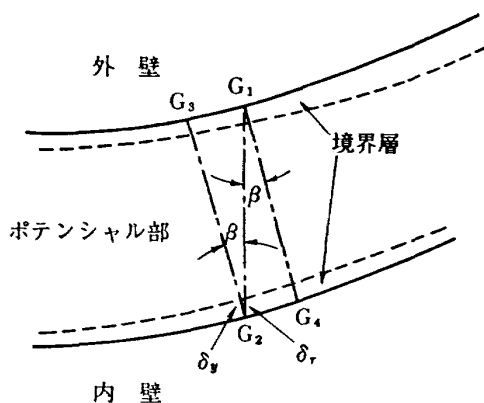
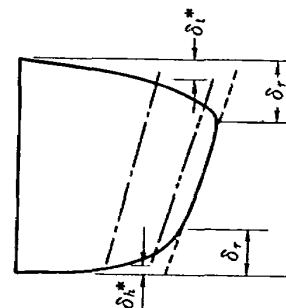


図 6(a) 半径および法線座標の関係



- 排除厚みを含まない計算速度分布
- 排除厚みを含む計算速度分布
- シフトさせた計算速度分布
- 測定した速度分布

図 6(b) 実測と計算速度分布の関係

測定が主であり、一つの条件下で全断面の測定に連続して8時間以上を要した。したがって、長時間にわたって流れの条件が安定を保つよう細心の注意を払った。具体的には、送風機を始動してから30分経て流れ系統部を通過する空気の圧力および温度が安定するのを待って測定を開始し、代表的な二、三箇所を選んで圧力、温度が測定中平定した値を示しているのを確認しながら内部流動を求めた。半径方向へのトラバースは境界層中では0.2~0.3 mmおきに、ポテンシャル部分になれば2.0~10.0 mmの間隔で行ない、しかも同時に2個以上の全圧管をそう入して流れを大きく乱したり、全圧管相互の干渉が起ったりしないようにした。

3.3 データの取り扱い

式(1)の δ_1^* , θ_1 など境界層パラメータはすべて壁面での法線上 y で定義されているので、実験で求めた半径 r に沿うデータを y 方向へ転換する必要がある。図6(a)をみて、 G_1 および G_2 点でタップから得た静圧を直線で結んだものが半径 G_1G_2 に沿う静圧分布であると仮定する。この分布と全圧管により求めた全圧分布から速度を算出する。次に図6(b)で排除厚みを考えないで流線法により求めた壁面曲率の影響の入ったポテンシャル部分の計算速度分布を、上で求めた測定速度分布と流路の中間付近で一致するまでずらし、計算による速度分布とはずれ始める点を境界層の端と

考えて、半径 G_1G_2 上での境界層厚み δ_r を決定する。したがって壁面に立てた法線 G_1G_4 および G_2G_3 での厚みは、近似的に次のように考えられる。

$$\delta_y = \delta_r \cos \beta \quad (5)$$

さらに、これら法線に沿う積分量を計算するために次のようにした。まず静圧について、 G_3 および G_4 点では直接測定していないが、次の断面における測定値との内そうにより推定し(例えば図5参照)、これらの値と G_3 , G_4 での測定値を前と同じように直線で結んで、それぞれ垂直線 G_1G_4 , G_2G_3 に沿う静圧分布とみなした。一方、全圧分布に関しては β および δ_r が小さければ、法線 G_2G_3 から半径に沿う G_1G_2 へ、または G_1G_2 から G_1G_4 へ流れる間に起こる境界層内の全圧損失は無視でき、法線に沿う距離 y での全圧は半径距離 $y/\cos \beta$ で得た値に対応させた。

4. 実験および解析結果

図7(a), (b) および (c) に流路内の軸流速度分布を、その断面での平均軸流速度で無次元化して示した。これはトリップの最も厚い場合であるが、おおむね軸対称性が保たれているのが確認できた。また、これら軸

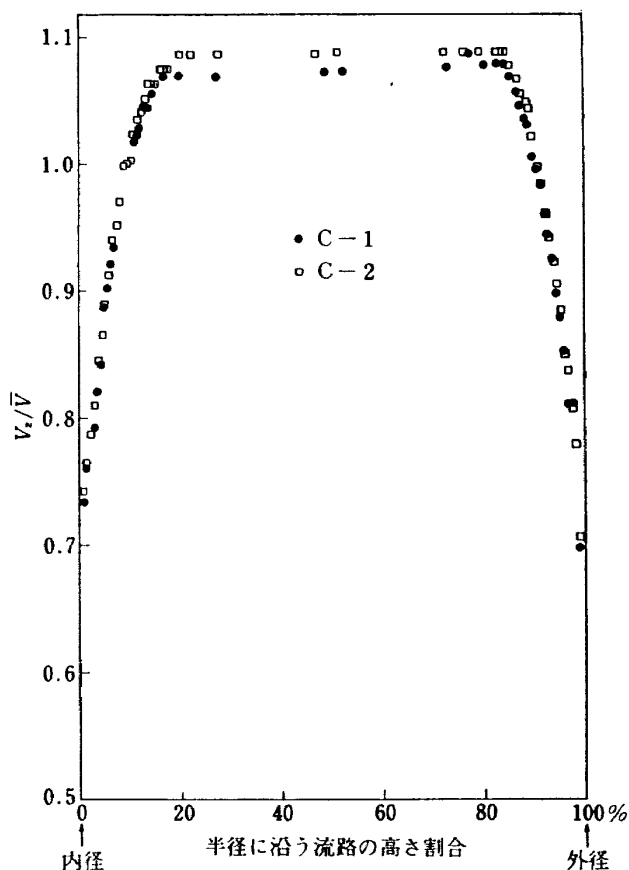


図 7(b) 断面Cにおける速度

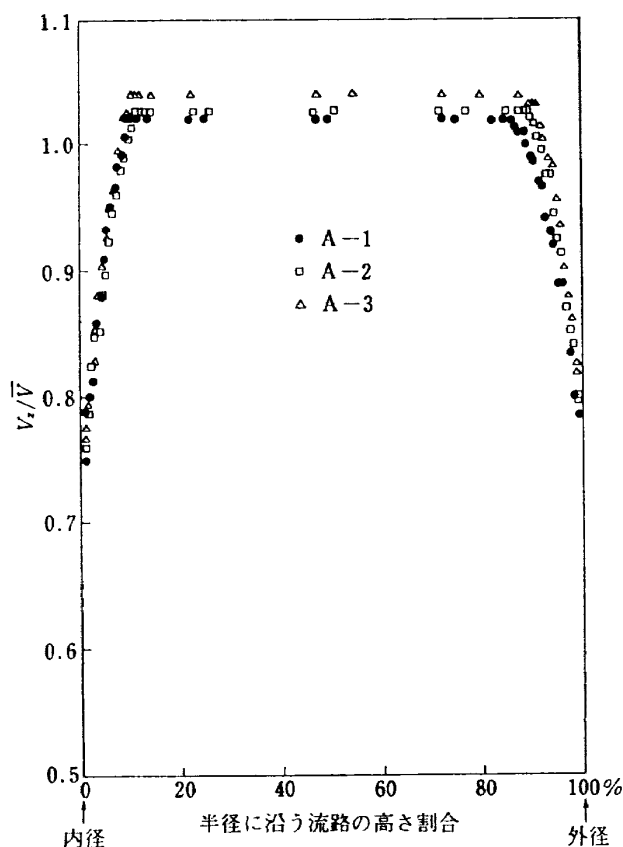


図 7(a) 断面Aにおける速度

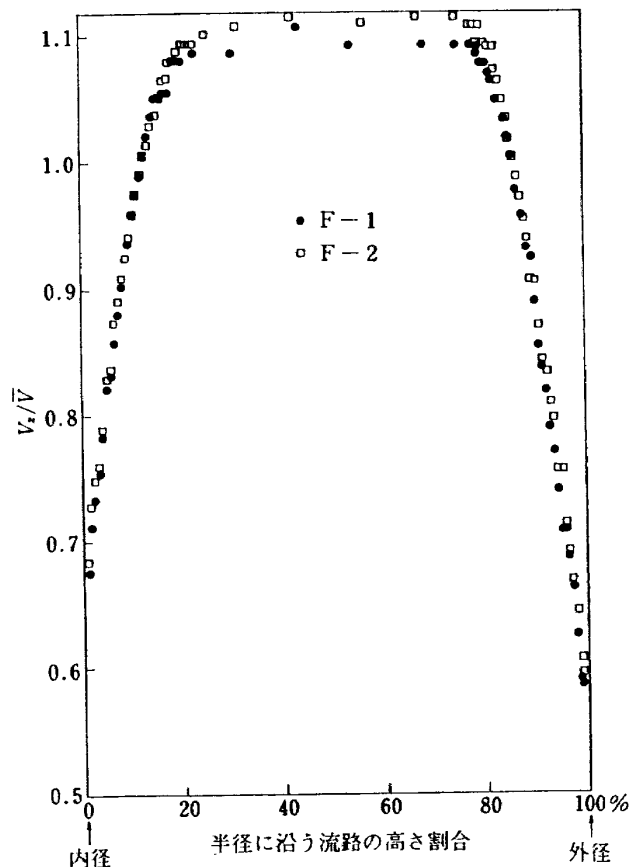


図 7(c) 断面Fにおける速度

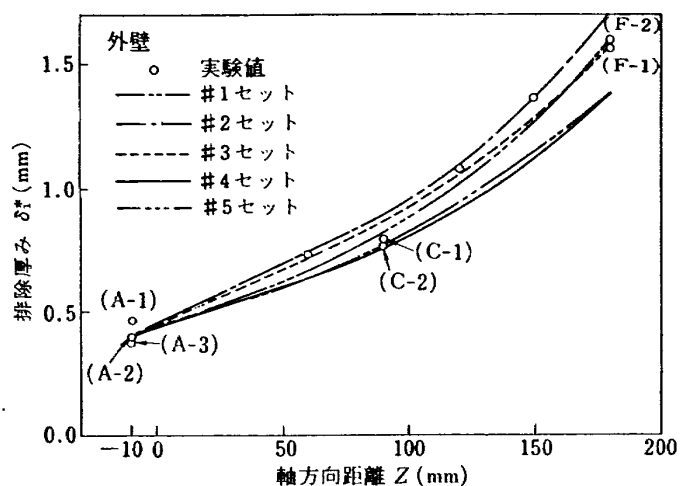
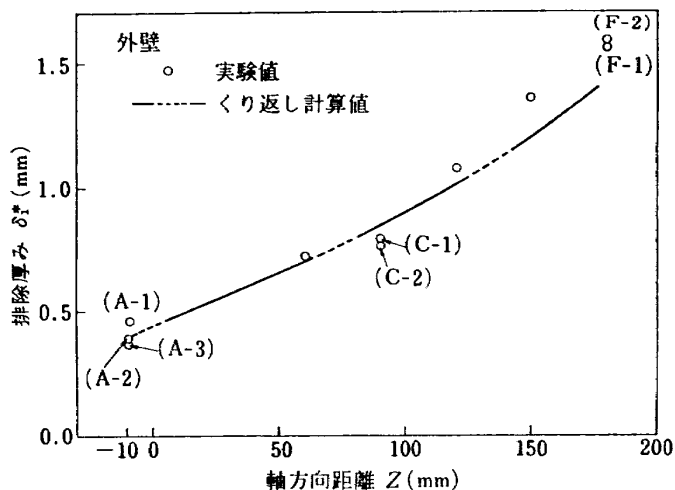
図 8(a) 入力 $U_{p,\delta}$ が実験値に依る場合の比較

図 9(a) 解析解と実験との比較

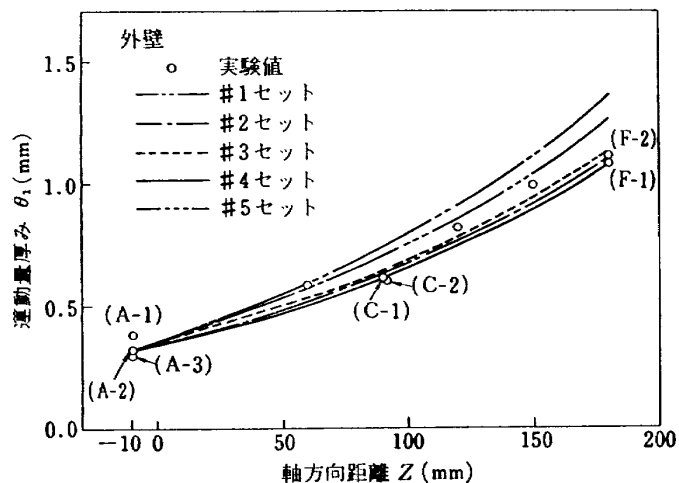
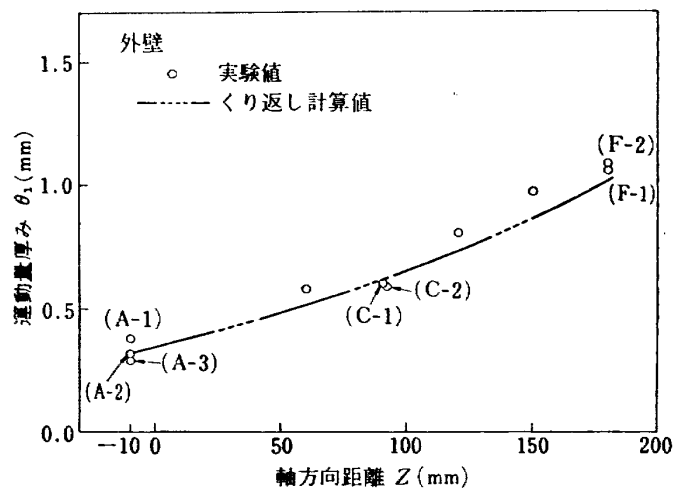
図 8(b) 入力 $U_{p,\delta}$ が実験値に依る場合の比較

図 9(b) 解析解と実験との比較

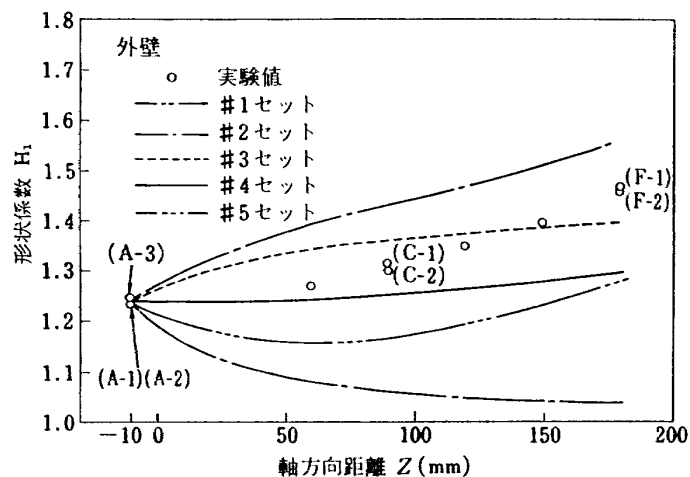
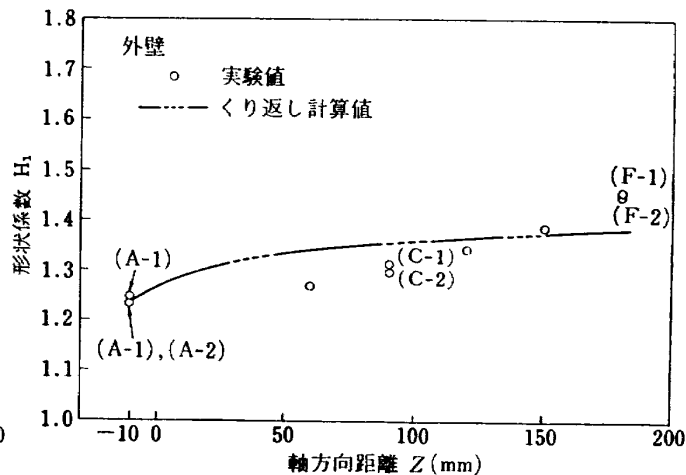
図 8(c) 入力 $U_{p,\delta}$ が実験値に依る場合の比較

図 9(c) 解析解と実験との比較

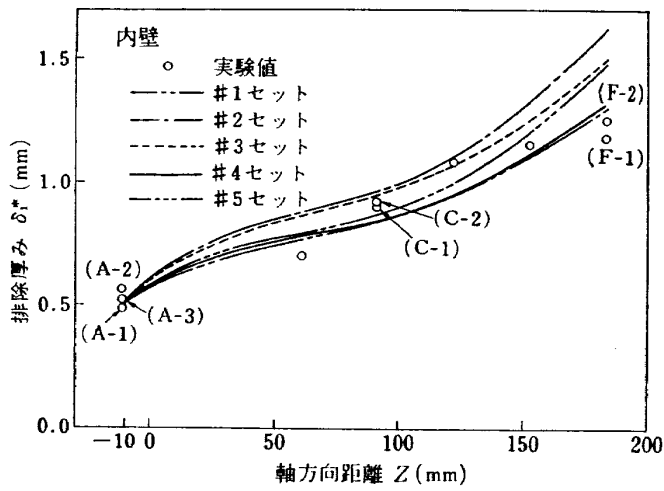
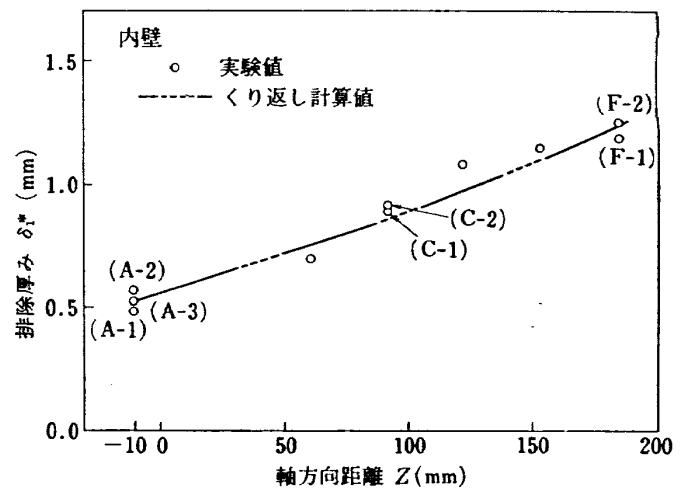
図 10(a) 入力 $U_{p,\delta}$ が実験値に依る場合

図 11(a) 解析解と実験との比較

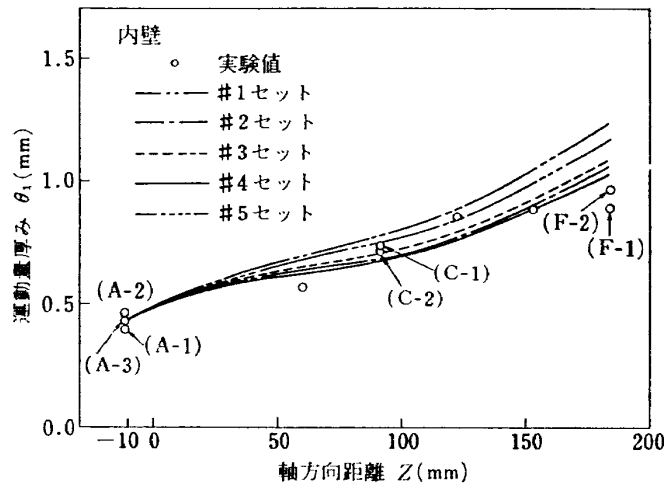
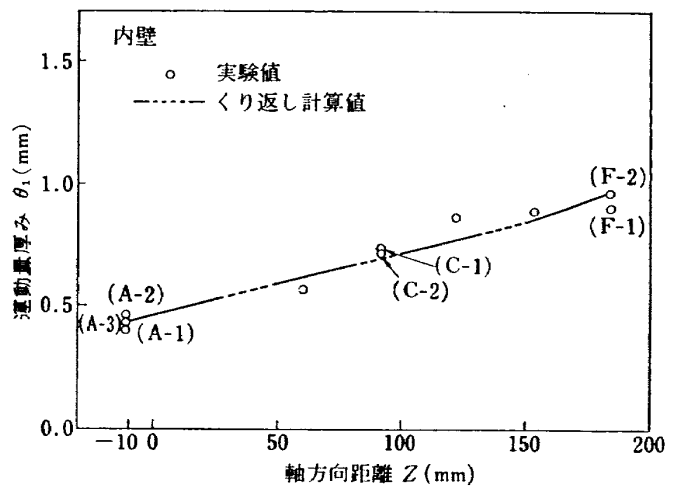
図 10(b) 入力 $U_{p,\delta}$ が実験値に依る場合

図 11(b) 解析解と実験との比較

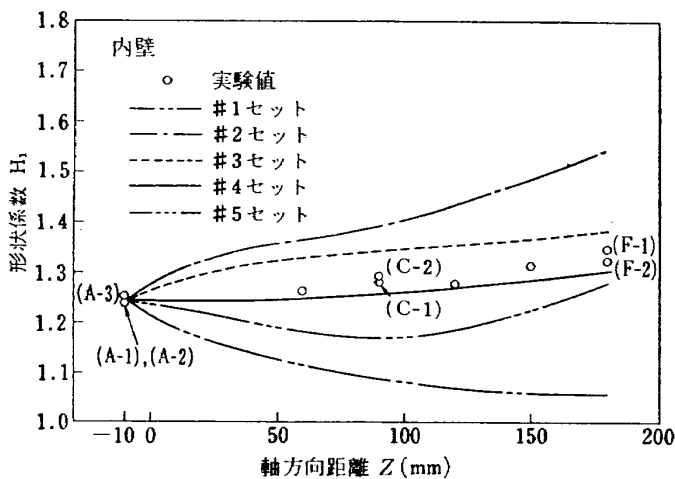
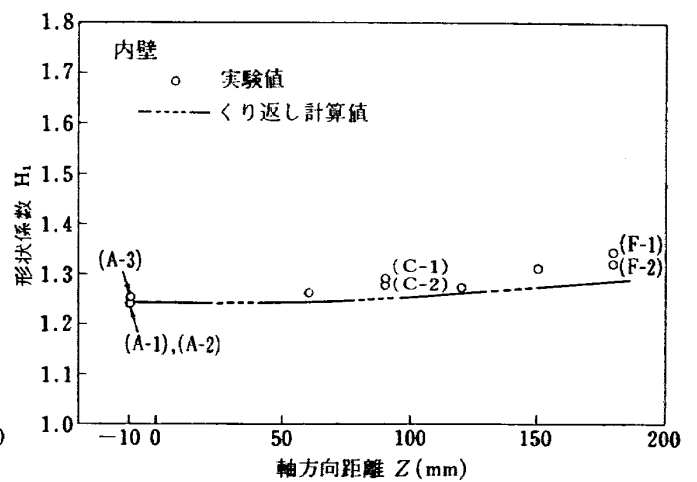
図 10(c) 入力 $U_{p,\delta}$ が実験値に依る場合

図 11(c) 解析解と実験との比較

速分布をもとにして各断面での流量を算出したところ、お互いのばらつきは 5~6% 程度であった。

次に図 8~11 にかけて内、外壁に沿う乱流境界層の発達を δ_1^* , θ および H_1 で表わしてプロットしたが、これらはいずれも実験した最大厚さのトリップの場合である。他の 2 条件については、ほぼ同じような結果が得られたので以下の議論では割愛する。

図 8(a), (b) および (c) には外壁側について、実験により得た境界層の端での速度 $U_{p,\delta}$ を入力とし式(1)とそれぞれ 5 つの補助式(付録 1)を組み合わせて求めた解析的な δ_1^* , θ_1 , H_1 を合わせて示した。この結果、外壁側では補助式セット 3 が最もよく実験値と一致した。全く同じようなことを内壁側について行なってみると図 10(a), (b) および (c) のように補助式セット 4 との場合がよい一致をみた。

そこで、これら実験による選定にもとづいて外壁にセット 3、内壁にセット 4 の補助式の組合わせを使用し、式(1)と流線法による式(2), (3)を連立させ、初期値として A 断面での測定値 δ_1^* , θ_1 を用いる以外完全に実験とは独立に計算したのが図 9(a), (b), (c), 図 11(a), (b) および (c) である。比較のためこれらの図にもう一度図 8, 10 の実験データをプロットし直すとかなりよい解析解との一致がみられた。

この実験で得た境界層厚み δ_r にもとづいて L. C. と T. C. の影響を再検討するために表 1 を作成した。Bradshaw¹¹⁾ は $r_0/\delta_y < 300$ のとき L. C. の影響は著しいと主張した。よって本実験では断面 C から下流へ L. C. がますます無視できなくなると思われる。一方, Cebeci⁶⁾ は回転体の半径が境界層厚みと同じ程度の大きさのとき $r_0/\delta_y \sim 1$, T. C. は skin friction に対して効果を及ぼすことを数値解により示した。表 1 からみると $r_0/\delta_r > 3$ であるから T. C. の存在はそれほど強く出ていないと思われる。

表 1 軸方向および円周方向曲率半径と境界層厚みの比

Section	r_i/δ_r		r_0/δ_r	
	Outer wall	Inner wall	Outer wall	Inner wall
A	∞	∞	13.3	4.4
B	445.0	445.0	9.4	3.8
C	313.5	364.8	10.9	3.1
D	352.8	287.3	7.8	3.2
E	246.0	269.0	8.0	3.4
F	246.0	289.2	8.0	4.0

5. お わ り に

円環状デフューザ壁面に沿う乱流境界層の発達を予想するため、Kármán の運動量方程式を T. C. 効果が著しい場合に適用し、補助方程式として従来からよく知られた平板流に対するもの 5 組を集め、実験結果とよく一致するものを選定した。この評価にもとづいて、境界層外のポテンシャル部分で流線を近似的に追跡する方式との間でくり返し計算を行ない、実験値を用いない予想法を提案した。この計算法は、過去に実さいの遠心圧縮機と 3 段軸流圧縮機の 2 例に応用したが、境界層の見積りで不都合は生じなかった。

さらに、現在の方式の精度を上げるために、境界層外の流れに円周速度のある、もっと現実的な状況を含ませた場合にも拡張できる。このときはねじれ境界層になるから排除厚みなどの積分パラメータは最低 2 方向成分を考慮して計算を進める必要がある。

参 考 文 献

- 1) Jansen, W.: "The Application of End-Wall Boundary-Layer Effects in the Performance Analysis of Axial Compressors," ASME Paper 67-WA/GT-11, 1967.
- 2) Stratford, B. S.: "The Use of Boundary Layer Techniques to Calculate the Blockage From the Annulus Boundary Layer in a Compressor," ASME Paper 67-WA/GT-7, 1967.
- 3) Mellor, G. L. and Wood, G. M.: "An Axial Compressor End-Wall Boundary Layer Theory," ASME Paper 70-GT-80, 1970.
- 4) Wilcken, H.: "Effect of Curved Surfaces on Turbulent Boundary Layers," NASA TT-F-11, 421, 1967.
- 5) Patel, V. C.: "Effects of Curvature on the Turbulent Boundary Layer," Great Britain Aeronautics Research Council 30427, 1968.
- 6) Cebeci, T.: "Laminar and Turbulent Incompressible Boundary Layers on Slender Bodies of Revolution in Axial Flow," ASME Trans., Journal of Basic Engineering, September 1970.
- 7) Rouse, H.: *Advanced Mechanics of Fluids*, John Wiley and Sons, New York, 1958.
- 8) Moriguchi, S.: *Introduction to FORTRAN IV*, Tokyo University Press, Tokyo, Japan, 1961.
- 9) Fujii, S. and Uno, T.: "Streamline-Curvature Approach to Duct-Flow Problems," Japan National Aerospace Laboratory, TR-140, 1967.
- 10) Schlichting, H.: *Boundary Layer Theory*, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1960.

- 11) Bradshaw, P. "The Analogy Between Stream-line Curvature and Buoyancy in Turbulent Shear Flow," *Journal of Fluid Mechanics*, March 27, 1969.
- 12) Tetervin, N. and Lin, C. C.: "A General Integral Form of the Boundary-Layer Equation for Incompressible Flow with an Application to the Calculation of the Separation Point of Turbulent Boundary Layers," U.S. NACA Report 1046, 1951.
- 13) Ludwig, H. and Tillmann, W.: "Investigation of the Wall-Shearing Stress in Turbulent Boundary Layers," U.S. NACA TM-1285, 1950.
- 14) Moses, H. L. and Chappell, J. R.: "Turbulent Boundary Layers in Diffusers Exhibiting Partial Stall," *ASME Trans., Journal of Basic Engineering*, September 1967.
- 15) Truckenbrodt, E.: "A Method of Quadrature for Calculation of the Laminar and Turbulent Boundary Layer in Case of Plane and Rotationally Symmetrical Flow," U.S. NACA TM-1379, 1955.
- 16) von Doenhoff, A. E. and Tetervin, N.: Determination of General Relations for the Behavior of Turbulent Boundary Layers," U.S. NACA Report 772, 1943.
- 17) Spuere, H. B. and Young, A. D.: "The Calculation of Profile Drag of Airfoils," Great Britain Aeronautical Research Council R and M 1838, 1937.
- 18) Head, M. R.: "Entrainment in the Turbulent Boundary Layer," Great Britain Aeronautical Research Council R and M 3152, 1958.

付録 1. 補助方程式

補助方程式として5つの組合わせを選び、それらを順次セット 1~5 と名づけた。

セット 1

運動量モーメントをとり、速度分布を power-law と仮定すれば¹³⁾,

$$\begin{aligned} \theta \frac{dH}{dx} = & -\frac{H(H+1)(H^2-1)}{2} \frac{\theta}{U} \frac{dU}{dx} \\ & + (H^2-1)H \frac{c_f}{2} - (H+1)(H^2-1) \\ & \times \int_0^\delta \frac{\tau}{\rho U^2} \frac{dy}{\delta} \end{aligned} \quad (A-1)$$

が導け、さらにせん断応力分布が $0 \leq y \leq \delta$ で一定とおけば,

$$\int_0^\delta \frac{\tau}{\rho U^2} \frac{dy}{\delta} = \frac{c_f}{2}$$

と書けるから、結局式(A-1)は

$$\begin{aligned} \theta \frac{dH}{dx} = & -\frac{H(H+1)(H^2-1)}{2} \frac{\theta}{U} \frac{dU}{dx} \\ & - (H^2-1) \frac{c_f}{2} \end{aligned} \quad (A-2)$$

と簡単化される。ここで局所まさつ係数は有名な Ludwig & Tillman の式¹³⁾をもって来る。

$$c_f = (0.246)(10^{-0.678H})(R_\theta^{-0.368}) \quad (A-3)$$

かくして式(A-2), (A-3), と本文の式(1)を連立させて解く。本報告では Lunge-Kutta-Gill 法⁸⁾を用いた。

セット 2

式(A-1)で、せん断応力分布として流れ方向への圧力勾配がない場合に得られたものを用いると¹⁴⁾

$$\int_0^\delta \frac{\tau}{\rho U^2} \frac{dy}{\delta} = \frac{0.06(H-1)}{(H+1)(H+3)} R_\theta^{-0.10}$$

となるから、式(A-1)は式(A-2)の代わりに

$$\begin{aligned} \theta \frac{dH}{dx} = & -\frac{H(H+1)(H^2-1)}{2} \frac{\theta}{U} \frac{dU}{dx} \\ & + (H^2-1)(H) \frac{c_f}{2} \\ & - 0.06 \frac{(H^2-1)(H-1)}{(H+3)} R_\theta^{-0.10} \end{aligned} \quad (A-4)$$

と書ける。よって、式(A-4), (A-3)が補助式となる。

セット 3

エネルギーと運動量積分式を組合わせると¹⁵⁾

$$\theta \frac{d\bar{H}}{dx} = (H-1)\bar{H} \frac{\theta}{U} \frac{dU}{dx} + 2 \frac{d+t}{\rho U^3} - \bar{H} \frac{c_f}{2} \quad (A-5)$$

が導ける。ここで上式の右辺第2項はせん断応力のなすまさつ仕事を無次元にしたもので

$$\frac{d+t}{\rho U^3} = \int_0^\delta \frac{\tau}{\rho U^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u}{U} \right) dy$$

と表示できる。Truckenbrodt は、なされた仕事のうち乱流の運動エネルギーになる量 t は逸散量 d に比べてはるかに小さいので省略して、次のような半経験的な式を与えた。

$$\frac{d}{\rho U^3} = \frac{0.0056}{(U\theta/\nu)^{1/6}}$$

したがって式(A-5)は次のように書ける,

$$\begin{aligned} \theta \frac{d\bar{H}}{dx} = & \bar{H} \left[(H-1) \frac{\theta}{U} \frac{dU}{dx} - \frac{c_f}{2} \right] \\ & + 0.0112 R_\theta^{-1/6} \end{aligned} \quad (A-6)$$

一方、エネルギー形状係数 \bar{H} は対数則を速度分布に選ぶと次のような H の関数になる¹⁴⁾。

$$\bar{H} = \frac{1.02 + 0.87 + 0.095 H^2}{H} \quad (A-7)$$

よって式(A-7), (A-6)および(A-3)が今の場合の補助式になる。

セット 4

Doenhoff & Tetervin¹⁶⁾ により提案された形状係数に関する経験式は,

$$\begin{aligned} \theta \frac{dH}{dx} = & e^{4.680(H-2.975)} \\ & \times \left[-\frac{\theta}{U} \frac{dU}{dx} \frac{4}{c_f} - 2.035(H-1.286) \right] \end{aligned} \quad (A-8)$$

で与えられる。このとき C_f としては次のような Squire & Young¹⁷⁾ による式を用いた方がよいとされている。

$$\frac{c_f}{2} = \frac{0.0288}{\left[\log_{10} \left(4.075 \frac{U\theta}{\nu} \right) \right]^2} \quad (A-9)$$

セット 5

エントレイメントの式¹⁸⁾は

$$\frac{1}{U} \frac{d}{dx} [(U)(\delta - \delta^*)] = F(H_{\delta \rightarrow \delta^*}) \quad (\text{A-10})$$

で与えられている。ここで $H_{\delta \rightarrow \delta^*}$ は次のように定義する。

$$H_{\delta \rightarrow \delta^*} \equiv \frac{\delta - \delta^*}{\theta} = G(H) \quad (\text{A-11})$$

いま Lunge-Kutta-Gill 法で解くために新たにパラメータ z を

$$z = \theta[G(H)] \quad (\text{A-12})$$

のように定義して全微分をとる。

$$\frac{dz}{dx} = \frac{d\theta}{dx} G(H) + \theta \frac{dG(H)}{dH} \frac{dH}{dx} \quad (\text{A-13})$$

これに式 (A-10), (A-11) を代入すると次のような関係が得られる。

$$\frac{dz}{dx} = F[G(H)] - \frac{1}{U} \frac{dU}{dx} z \quad (\text{A-14})$$

よって式 (A-14), (A-13) および (A-3) が補助式となる。

T R-267	フロントファンの研究 Aerodynamic Design and Test Results of Front Fans	1972年1月	藤井昭一, 西脇英夫 五味光男, 菅原昇 武田克己
T R-268T	Aerodynamic Design and Test Results of Front Fans	Jan. 1972	Shoichi FUJII Hideo NISHIWAKI Mitsuo GOMI
T R-269T	Approximation of Linear Operator Semi- groups	Feb. 1972	Tadayasu TAKAHASHI
T R-270	円筒殻の座屈実験 The Experiments on the Buckling of Circular Cylindrical Shells	1972年2月	戸田 勳, 日下和夫
T R-271	並列結合はりの振動 On the Vibration of Three-Parallel-Beams	1972年2月	林 洋一, 築地恒夫
T R-272	遷音速軸流タービンの研究 (第一報) —タービンノズル円環翼列の実験— An Investigation of a Transonic Axial- Flow Turbine (I) —A Cold Air Test of the Annular Turbine Nozzel Cas- cade—	1972年2月	鳥崎忠雄, 能瀬弘幸 森田光男, 井上重雄 関根静雄
T R-273	高速軸流タービンの研究 (第二報) —1段軸流タービンの研究— An Investigation of a High Speed Axial Flow Turbine (II) —A Investigation of a Single Stage Turbine—	1972年2月	鳥崎忠雄, 森田光男 能瀬弘幸, 関根静雄 井上重雄
T R-274	軸流圧縮機ディスクの強度 (1. 外周付近に多数のピン孔を有するデ ィスク) Investigation of Strength of Axial-Flow Compressor Disc (1. On the Disc with many pin hole)	1972年2月	松末勝利
T R-275	高度制御試験設備 Height Control Test Equipment for VTOL Aircraft	1972年2月	松木正勝, 鳥崎忠雄 西尾健二, 遠藤山克 吉田晃, 中武田昭 岩部柱相, 越田沼 関根静雄
T R-276	フライングテストベッド機体総合実験 —エンジンを除く本体の機能— Overall Ground Experiments on Flying Test Bed for VTOL Aircrafts at National Aerospace Laboratory	1972年2月	滝澤直人, 田辺義一 洪昭義, 小川斐夫 藤枝俊史, 甲斐忠幸 西村博夫, 小野幸 後藤芳夫

航空宇宙技術研究所報告277号

昭和47年2月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
●182 東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹 (0422) 47-5911 (大代表)
印刷所 有限会社啓文堂松本印刷
東京都文京区水道2-7-5