

UDC 620.171.5:
539.4.013

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-279

直線硬化特性材料での有孔帯板内の応力
およびひずみの集中係数について

青木由雄・倉元真実
小林芳人・国尾 武

1972年2月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 報 告

- | | | | |
|--------|---|-----------|--|
| TR-254 | 翼と不連続境界との干渉について
Interference Between Wing and Surface of
Velocity Discontinuity | 1971年11月 | 犬丸 矩 夫 |
| TR-255 | 地球の重力の作用下にある人工衛星の運動
に関する研究
The Study on the Motion of an Artificial
Satellite in the Earth's Gravitational
Field | 1971年12月 | 武内 澄 夫
松島 弘 一 |
| TR-256 | リジッドヘリコプタロータのホバリングに
おける縦揺れ減衰モーメントについて
On the Aerodynamic Damping Moment
in Pitch of a Rigid Helicopter Rotor in
Hovering | 1971年11月 | 高澤 金 吾 |
| TR-257 | 周期的な軸力を受ける結合柱の安定
The Dynamic Stability of a Connected
Rod under Periodic Longitudinal Force | 1972年 1 月 | 佐野 政 明 |
| TR-258 | 三次元準最適直接式誘導法
Three Dimensional Suboptimal Explicit
Guidance for Space Vehicles | 1972年 1 月 | 大坪 孔 治 |
| TR-259 | 回転駆動振動検出型レートジャイロの研究
Study on a Rotary-Drive, Vibratory-output
Rate Gyro | 1972年-1 月 | 山 田 博 |
| TR-260 | 気流全温度測定装置の試作
A High Sensitive Total Atmospheric
Temperature Measuring Apparatus | 1972年 1 月 | 西尾 健 二, 能瀬 弘 幸
越 沼 威, 井 上 重 雄
白 井 弘, 大 畑 敏 美 |
| TR-261 | 光弾性皮膜法による固体推進薬のひずみ測
定
Strain Measurement of Solid Propellant
Materials with Birefringent Coating | 1972年 1 月 | 越 出 慎 一 |
| TR-262 | 異径二円筒殻をコーンで連結した軸対称殻
の有限要素法構造解析
A Structural Analysis of Cylinder-Cone-
Cylinder Shells by F. E. M. | 1972年 1 月 | 小 河 昭 紀 |
| TR-263 | 多孔壁風洞における亜音速二次元風洞壁干
渉効果の研究と航空宇宙技術研究所 2 m
× 2 m 遷音速風洞へのその適用
A Study of Subsonic, Two-Dimensional
Wall-Interference Effects in a Perforated
Wind Tunnel with Particular Reference
to the NAL 2 m × 2 m Transonic Wind
Tunnel | 1972年 1 月 | 海老原正夫 |
| TR-264 | 液体燃料ロケットを用いた衛星打上げ用飛
しょう体の初段に関する制御系構成
Flight Control System Design for Launch
Vehicle with Liquid Propellant | 1972年 1 月 | 森 英 彦, 興 石 肇 |
| TR-265 | ガスタービン用流体温度検出器
Fluidic Turbine Inlet Gas Temperature
Sensor | 1972年 1 月 | 西尾 健 二, 遠 藤 征 紀
遠 藤 篤 和 |
| TR-266 | 鈍い頭部を有するロケット胴体の空力特性
に関する二, 三の考察
Some Considerations on the Aerodynamic
Characteristics for a Body of Rocket
with Blunt Nose | 1972年 1 月 | 河 本 巖 |

直線硬化特性材料での有孔帯板内の応力 およびひずみの集中係数について*

青木由雄**・倉元真実***・小林芳人****・国尾 武***

Stress and Strain Concentration Factors of Strips with a Central Circular Hole in Linear Strain-Hardening Materials

By Yoshio AOKI, Makoto KURAMOTO, Yoshito KOBAYASHI
and Takeshi KUNIO

The report treats stress and strain concentration factors under the static tensile load in elasto-plastic region. The factors are measured by the photo-elastic coating method. The specimens used are linear strain-hardening aluminium alloy strips with a central circular hole.

Using glassy and rubbery epoxy resins as coating materials, strains are measured through all ranges small to large.

The results of experiments show that the stress concentration factor forms a constant curve regardless of parameter $\lambda = a/b$ which is denoted by the geometry of the specimens.

Observing that the value of tangent modulus of the specimens is negligibly small to that of secant modulus, consideration is given on the case of approximately non-strain-hardening material. As a result, a simple calculating expression obtained is in good agreement with the experimental results by the photo-elastic coating method.

緒 言

中心軸上に一つの円孔を有する帯板で、引張荷重を静的に負荷したときの弾性応力集中問題については、多くの人々によって理論的にも^{1)~4), 20)~23)}、実験的にも^{5)~6), 24)}求められている。この問題のばあい、円孔の直径 ($2a$) と板幅 ($2b$) との比 ($\lambda = a/b$) が 0 から 1 ままで変化したとき、弾性応力集中係数が 3 から 2 に変わることも確かめられている^{21), 24)}。だが、弾性領域を越えて塑性領域に入ったばあいの弾塑性応力、またはひずみ集中係数の解については、実験の立場からは、ストレーンゲージを用いて G. E. Griffith⁷⁾、W. A. Box 等⁸⁾、モアレ法を用いて A. J. Durelli 等⁹⁾、光弾性被膜法を用いて河田²⁵⁾、P. S. Theocaris 等¹⁰⁾、光弾性実験法と光弾性被膜法で E. Mönch 等¹¹⁾ が研究しているようである。しかし、 λ を系統的に変化したとき

の弾塑性領域での応力集中係数、およびひずみ集中係数については、まだ求められてはいないようである。いっぽう理論の立場からは、E. Z. Stowell¹²⁾ が提唱している式や、この Stowell の式を H. F. Hardrath 等¹³⁾ が一般的な形状に適用しやすくした半実験式がある。この他に E. A. Davis¹⁴⁾ や、B. Budiansky 等¹⁵⁾、D. N. de G. Allen 等¹⁶⁾ の解もある。また、仮定は異なっているが、このような問題に比較的適用しやすい H. Neuber¹⁷⁾ の方法もあるが、これらのすべての理論には一長一短があって、まだ明確な解は存在しないものと思われる。

そこで、著者等は前報^{26), 27)}において、 n 乗硬化特性を示す軟らかい純アルミニウム板に光弾性被膜法を適用して、塑性域の応力集中係数を求めた。そのとき、用いた被膜材料はゴム状の軟らかいものであった。

今回は前報に引き続き光弾性被膜法で、試験片として直線硬化特性を示す超々ジュラルミン板 (A3PC6-T6) を用い、 λ を系統的に変えて応力、およびひずみ集中係数を弾性、および塑性の両方の領域について求めた。なお、ひずみの範囲を小さいときと大きいとき

* 昭和 46 年 12 月 21 日受付

** 機体第二部

*** 慶応義塾大学工学部

**** 慶応義塾大学大学院

の2回に分けて、2種類の被膜材料を使用した。すなわち、小さいひずみの範囲のときは硬いガラス状の被膜材を、大きいひずみの範囲のときは軟らかいゴム状の被膜材を用いて、すべてのひずみの領域について調べた。

その結果、この超々ジュラミン板のように、直線硬化率 ($d\sigma_r/d\varepsilon_{nom}$) の小さい材料においては、塑性領域の応力集中係数が試験片形状にほとんど依存しないことをみいだした。よって、著者等はこの材料を近似的に非硬化弾塑性体と仮定して簡単な計算式を導き、実験値と比較してみると定性的に一致したので、ここに報告する。

なお、本実験を行なうにさいして、最適な被膜材をみいだすため、硬いガラス状の被膜材、および軟らかいゴム状の被膜材の両者について、硬化剤の量を変化させて作製した。そして、被膜材の光学的および機械的性質を調べたので、ここに一緒に報告する。

2. 被 膜 材 料

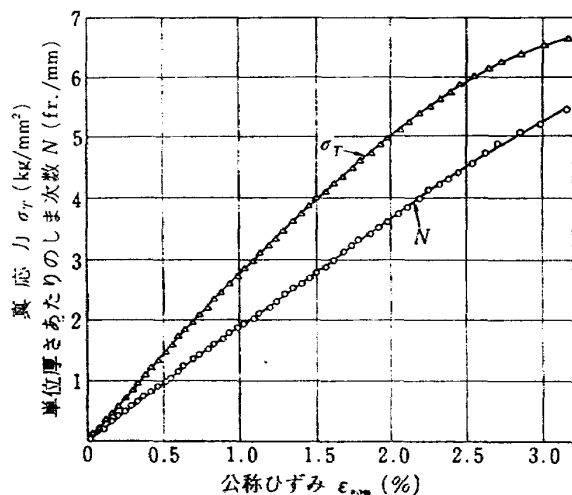
常温でガラス状の硬い被膜材料としては、ビスフェノール系のアラルダイト B に、無水フタル酸系の硬化剤 (HT901) で硬化させる高温硬化型のものや、同じくエピコート 828 にアミン系の硬化剤 D. T. A. で硬化させる常温硬化型のものが、一般には用いられている。

著者等は常温硬化型の一つとして、エピコート 828 を硬化剤 T. T. A. で硬化させたものを用いた。硬化剤として D. T. A. の代わりに、T. T. A. を使用した理由は D. T. A. に比較して毒性が少ないことと、化学的性質がそれほど異ならないためである。

この被膜材を製作するときの条件として、生樹脂と硬化剤を混合するときの温度を $30 \pm 0.5^\circ\text{C}$ と一定にした。そして、被膜材の厚さ (約 1 mm) を一定にするため、厚さ 5 mm の 2 枚のガラス板の表面に、セロハン紙を水貼りして、そのガラス板の間げきに樹脂を流し込んで製作した。なお、もっとも適した被膜材料をみいだすため、硬化剤 T. T. A. の量を生樹脂 100g に対して 8, 10, 12, 14 g と 4 段階変化して製作した。

このようにしてできた被膜材を下地金属に貼り付けないで、被膜材だけを引張りによる検定法で測定した。このデータの整理はすべて最小自乗法を用いた。このようにして求めた被膜材の性質を第 1 表に示す。表中の温度とは、被膜材を検定したときの温度であり、また ε_{\max} とは破断点での最大公称ひずみである。なお、縦弾性係数 (E)、光弾性応力感度 (α)、および光弾性ひずみ感度 (β) 等の値は、公称ひずみ 1% 以下のばあいのものである。表中の $\alpha \cdot E$ とはデータ整理のとき、応力-ひずみ線図から求めた E と、しま次数一応力線図から求めた α を乗じ合わせたもので、 β はしま次数ひずみ線図から直接に求めている。この表を見て判明するように、 E および β が最も高い値を示したものは、硬化剤の量が 10 部のものであった。なお、この 4 種類の材料とも少しクリープ性があり、完全なガラス状の弾性体とはみうけられなかった。そのため、ひずみ量が大きい領域では、応力-ひずみ線図に直線的な関係がなくなってきた、 α と E の積が β に一致しなくなる。第 1 図に例として硬化剤の量が 10 部のものの真応力-公称ひずみ、単位厚さ当りのしま次数-公称ひずみの関係を示す。

このようにして得られた被膜材うちで、硬化剤 T. T. A. の量が 10 部のものを用いて、ひずみ量の小さい領



第 1 図 硬い被膜材の真応力および単位厚さあたりのしま次数と公称ひずみ線図

第 1 表 硬い被膜材料の性質 (エピコート 828)

混 合 比 E.P.828 : T.T.A.	$E \left(\frac{\text{kg}}{\text{mm}^2} \right)$	$\alpha \left(\frac{\text{fr.} \cdot \text{mm}}{\text{kg}} \right)$	$\beta \left(\frac{\text{fr.}}{\text{mm}} \right)$	$\alpha E \left(\frac{\text{fr.}}{\text{mm}} \right)$	$\varepsilon_{\max} (\%)$	温度 ($^\circ\text{C}$)
100 : 8	205	0.698	132	143	2.2	31.0
100 : 10	279	0.701	195	195	3.2	31.0
100 : 12	234	0.666	152	156	2.3	27.5
100 : 14	218	0.692	150	152	3.0	28.0

域のひずみ測定を行なった。大きいひずみ領域については、次に述べるゴム状の被膜材を使用した。

常温で軟かいゴム状の被膜材としては、ポリウレタンラバー²⁸⁾、ポリグリコール系のエポキシ樹脂 D.E.R. 732, 736, ダイマー酸系のエポキシ樹脂エビコート 871²⁷⁾、872 が存在するようである。第 2 表にこれらの材料の性質を示す。この表で示すように D.E.R. 732, 736, ポリウレタンラバー等は、 β があまりにも低い値なので、被膜材の厚さを大きくしなければならない欠点のある材料である。また、エビコート 872 は常温近傍で生樹脂の粘性係数が高いので、エビコート 872 単独で被膜材を製作し難い材料であった。また、光学的、機械的性質がエビコート 871 と大差ないように思われたので、著者らはエビコート 871 を使用することにした。そして、硬化剤としては硬い被膜材を作るときと同様に T.T.A. を使用し、その量はやはり 8, 10, 12, 14 部と 4 段階変化して混合し、そのときの温度は $34 \pm 0.5^\circ\text{C}$ であった。そして、前と同じ型に樹脂を流し込んで製作した。なお、 β および破断ひずみを高くするため、樹脂が型の中で固まってから、 100°C に約 3 時間保持して硬化を促進させて未反応基が少なくなるようにした。

このようにしてできた被膜材の検定には、被膜材だけの単純引張によって行ない、そして、物質定数 α , E , β 等の値を算出した。なお、この被膜材はゴム弾

性体であるので、非圧縮性とみなして体積一定および等方性と仮定して、次のような式をもとにしてポアソン比を導いた。すなわち、体積を V , 長さを l , 幅を b , 厚さを t とし、いま変形前の状態には添字 0 つけて表わすと、

$$V_0 = l_0 b_0 t_0, \quad V = l b t$$

$$l = l_0(1 + \epsilon)$$

$$b = b_0(1 - \nu\epsilon)$$

$$t = t_0(1 - \nu\epsilon)$$

の関係がある。ところで、 $V = V_0$ の条件により

$$l_0 b_0 t_0(1 + \epsilon)(1 - \nu\epsilon)^2 = l_0 b_0 t_0$$

となる。したがって、

$$(1 + \epsilon)(1 - \nu\epsilon)^2 = 1$$

$$\nu = \frac{1}{\epsilon} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon}} \right)$$

となり。ポアソン比がひずみとともに変化する。そして、被膜の厚さおよび幅が公称ひずみとともに変化するようにして、単位厚さ当りのしま次数および真応力を求めている。このようにして求めた被膜材の性質を第 3 表に示す。この表中の α , E , β 等は破断点まで値が変化しなくて、小さいひずみの領域の値と等しい値であった。硬化剤 T.T.A. の量が 8, 10 部のときは E , α , β の値がほとんど等しい値で変化していない。しかし T.T.A. の量が 12, 14 部と増加してくると、破断ひずみの値が高くなる傾向にあるが、 β の値が低くな

第 2 表 化学的性質の異なる軟らかい被膜材の性質

	$E \left(\frac{\text{kg}}{\text{mm}^2} \right)$	$\alpha \left(\frac{f_r \cdot \text{mm}}{\text{kg}} \right)$	$\beta \left(\frac{f_r}{\text{mm}} \right)$	$\epsilon_{\max} (\%)$
ポリウレタン No. 1*	0.21	20.2	—	—
ポリウレタン No. 2*	0.55	20.7	—	—
E.P. (100) : T.T.A. (10)**	0.484	41.6	20.3	29.8
E.P. 871(80) : E.P. 872(20) : T.T.A. (10)	0.492	41.3	20.6	18.8
D.E.R. 732(100) : T.T.A. (14)	0.401	12.9	5.21	4.3
D.E.R. 376(100) : T.T.A. (14)	0.918	11.1	10.5	3.1

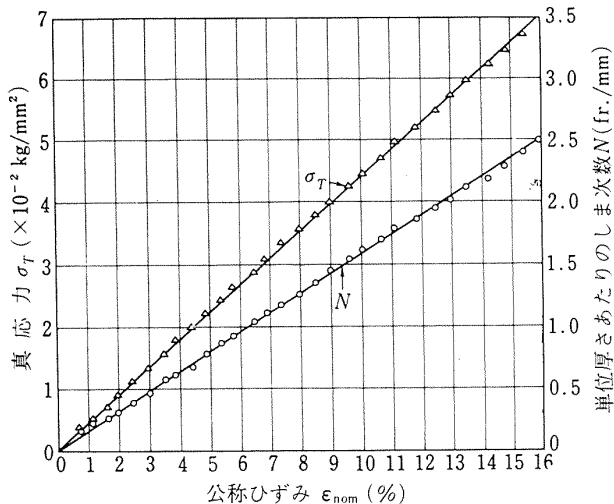
* 印の値は参考文献 28) による。

** 印の値は参考文献 27) による。

第 3 表 軟らかい被膜材料の性質 (エビコート 871)

混 合 比 E.P. 871 : T.T.A.	$E \left(\frac{\text{kg}}{\text{mm}^2} \right)$	$\alpha \left(\frac{f_r \cdot \text{mm}}{\text{kg}} \right)$	$\beta \left(\frac{f_r}{\text{mm}} \right)$	$\alpha E \left(\frac{f_r}{\text{mm}} \right)$	$\epsilon_{\max} (\%)$	温度 ($^\circ\text{C}$)
100 : 8	0.443	35.5	15.9	15.7	13.8	24.0
100 : 10	0.443	35.4	15.5	15.7	15.9	26.0
100 : 12	0.294	47.2	13.8	13.9	25.3	25.0
100 : 14	0.183	67.9	12.6	12.4	41.1	25.5

ってきて、あまり良い結果とは思われない。また、製作条件も困難になってくる。エピコート 871 と T.T.A. の組合わせでは、化学的には硬化剤の量を 8 部としたときが適当とされている。硬化剤の量が増加すると破断ひずみが大きくなる原因は、化学的に適量以上の硬化剤が入ったので、2つのエポキシ基のうち、いっぽうの腕が反応できないものが多くなって、3次元網目構造が完全な形にとれなくなり塑性体のようにすべてしまうのではないかと考えられる。しかし、一般に塑性変形の場合には塑性ひずみのために、応力—ひずみ関係はもとの状態にもどらなくなるが、この材料ではこのような状態を示さず、弾性体の性質を保持した。すなわち、これら4種類の材料とも、すべて真応力—公称ひずみ、単位厚さあたりのしま次数—公称ひずみ等の関係は直線的な関係になっている。このことは第3表の $\alpha \cdot E$ が β に一致していることによっても判明している。第2図に硬化剤 T.T.A. の量が10部のものの、真応力—公称ひずみ、単位厚さあたりのしま次数—公称ひずみ等の関係を示す。



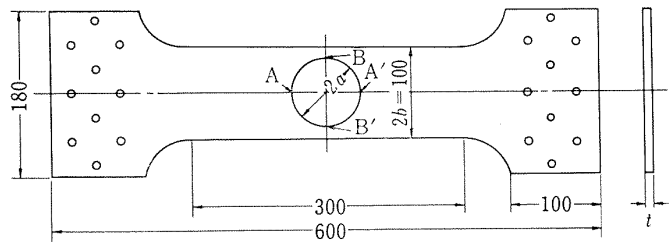
第2図 軟らかい被膜材の真応力および単位厚さあたりのしま次数と公称ひずみ線図

3. 実 験

試験片は直線硬化特性を示す高力アルミ合金板の A3PC6-T6 (超々ジュラルミン7075のアルミクラッド

第4表 試験片材料の化学成分 (%)

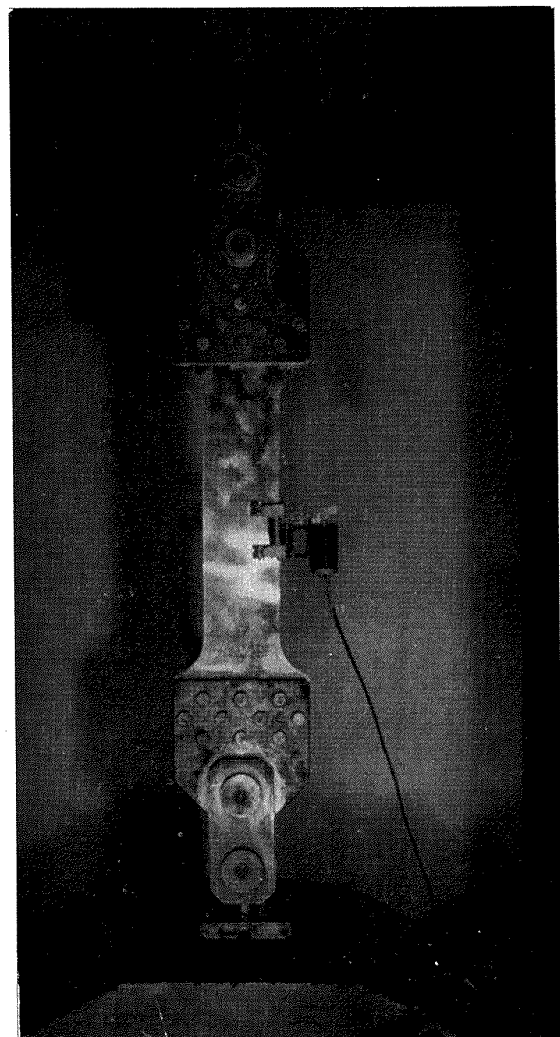
Cu	Mg	Zn	Cr	Fe
1.43	2.29	5.45	0.27	0.14
Si	Ti	Mn	Al	
0.084	0.050	0.050	—	



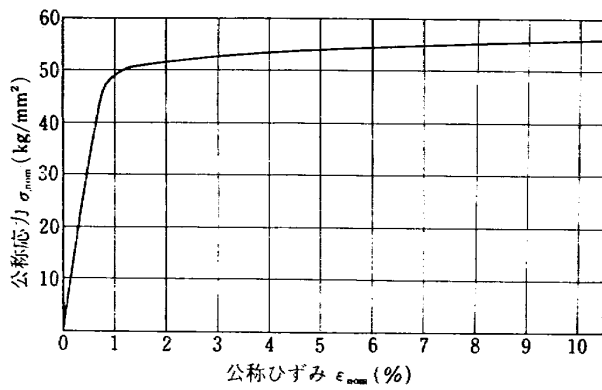
第3図 試験片形状

板)で板厚 1 mm と 2 mm のものを用いた、この材料の化学成分を第4表に示す。試験片形状は第3図に示すようなものを用いた。試験片の採取方向は、試験片の長手方向を素材の圧延方向に一致させて機械加工した。この試験片の単軸引張りによる応力—ひずみ線図を作成するため、第3図の形状で孔のない場合の試験片を作って求めた。

実験に用い引張試験機には、100 ton の島津製の万能試験機を使用した。前回の実験^{26), 27)}においては、試験片のチャッキングがよくなく、対称的に引っ張ることが出来なかったが、今回は第4図に示すように特製治

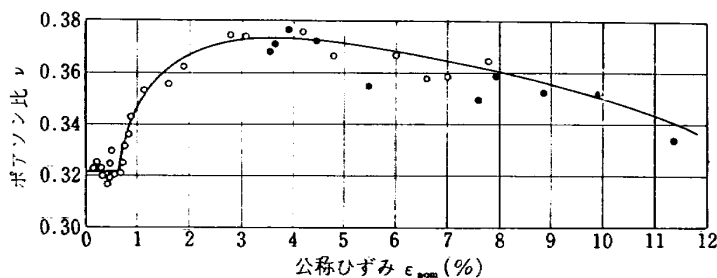


第4図 特製引張治具の写真

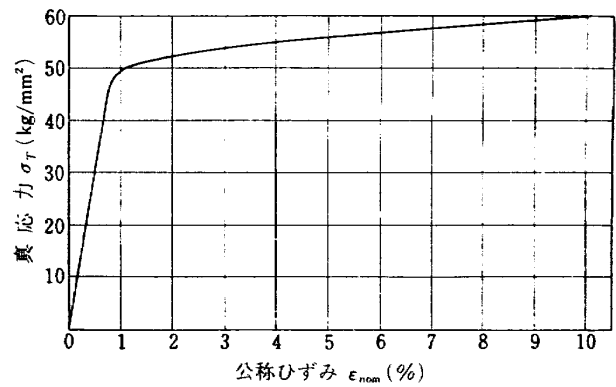


第5図 下地試験片の公称応力と公称ひずみ線図 (板厚 2mm の場合)

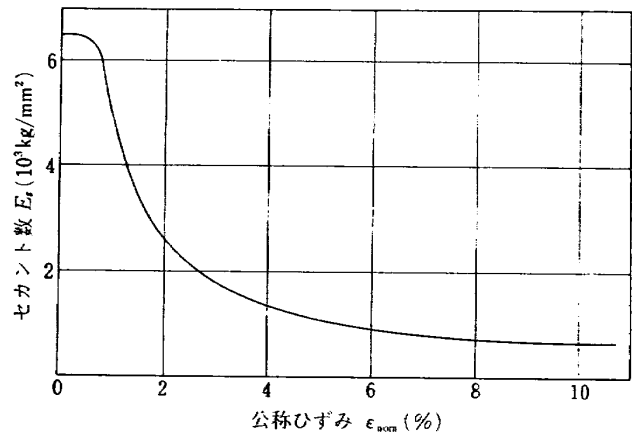
具を試作して引っ張ったら、均一に負荷を与えることができて良い結果を得ることができた。なお、この単軸引張実験のひずみ測定には、差動トランスを使用した。このようにして求めた板厚 2mm のばあいの公称応力—公称ひずみの関係を第5図に示す。また、板厚が 1mm のばあいにおいても、応力—ひずみ線図は等しい値になり、板厚の変化による影響はみられなかった。さらに、本文においてはこの試験片の表面における縦ひずみ ε_1 と横ひずみ ε_2 を測定して、 $-\varepsilon_2/\varepsilon_1$ の比をポアソン比 ν と定めて使用することにした。このポアソン比の測定は、試験片の中央部にストレインゲージ (YF-2b) をクロスに貼り付け、そのうえ試験片表面全体に正確な 10mm 角の碁盤の目を印刷して、単軸引張りと同時に測定した、碁盤の目によるポアソン比の測定は、写真をとった後、フィルムを投影機で写して解析したが、縦ひずみの値が 3% 以上のものでないと信頼できなかった。第6図に板厚 2mm の試験片の公称ひずみに対するポアソン比の変化のグラフを示す。図中の白丸は、ストレインゲージより得られた値であり、黒丸は碁盤の目からのものである。この試験片においては、ポアソン比が弾性域で約 0.322 位であり、塑性域に入るとだんだん上昇してきて、公称ひずみの値が 3.6% 位でもっとも高い値約 0.37 位になり、それからさきの大きいひずみになると、緩慢に降下して行く傾向がある。一般に、金属では塑性域に入ると非圧縮性の材料



第6図 下地試験片のポアソン比と公称ひずみ線図 (板厚 2mm の場合)



第7図 下地試験片の真応力と公称ひずみ線図 (厚さ 2mm の場合)



第8図 下地試験片のセカント係数と公称ひずみ線図

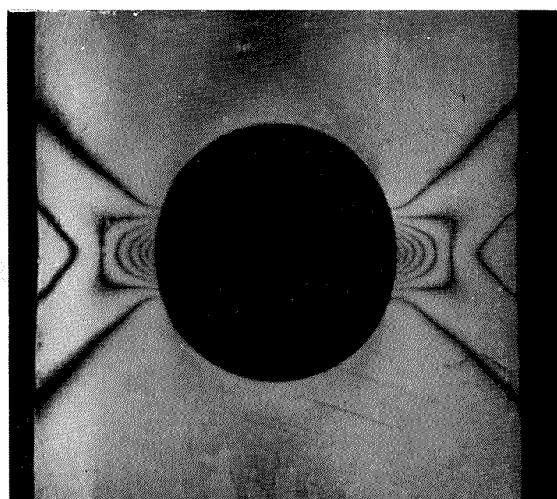
とみなされて、ポアソン比が 0.5 に近づくと考えられているが、本実験に用いたこの材料では異方性を示すために、前述したような結果になって体積一定の仮定からポアソン比を定めることができなかった。そのため、このポアソン比の測定値と単軸引張りによる公称応力—公称ひずみ線図の両者を用いて、試験片の断面積が荷重の増加とともに減少することを考慮して、真応力—公称ひずみ線図を作成した。その結果を第7図に示す。これら単軸引張りによる実験によって得ることができた縦弾性係数 (E) は、約 6.450 kg/mm² であり、硬化率 ($d\sigma_T/d\varepsilon_{nom}$) は、ひずみ量 2~3% の範囲で約 150 kg/mm² であった。なお、硬化率はひずみ量が増加すると減少する傾向にあり、9~10% の範囲のひずみであるときには、57.0 kg/mm² と低くなってきている。また、この材料のセカント係数 ($E_s = \sigma_T/\varepsilon_{nom}$) を第8図に示す。

円孔のある板に被膜材を貼り付けて引張った試験片寸法は、第3図に示す形状において、板幅 (2b) を 100mm と一定にして、円孔の直径 (2a) を種々変えて、 $\lambda = a/b$ の値を 0.025, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.30, 0.40,

0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90 と 12 種類のものについて実験を行なった。被膜材の接着は下地試験の片面に、厚さ約 1 mm の被膜材を前もって加工しておいて、被膜材と同一組成の樹脂で、常温にて接着した。なお、



被 膜 厚 さ: 1.27 mm
下地試験片の厚さ: 2.03 mm
 λ : 0.50
 ζ : 0.40
(a) 硬い被膜材のとき



被 膜 厚 さ: 1.24 mm
下地試験片の厚さ: 2.05 mm
 λ : 0.50
 ζ : 1.06
(b) 軟らかい被膜材のとき

第 9 図 光弾性被膜法による暗視野等色線の 1 例

ひずみの測定する領域を小さいときと大きいときの 2 回にわけて、2 枚の被膜材を用いたので、同一寸法の下地試験片を 2 枚ずつ使用した。大きいひずみの測定において、ゴム状の被膜材を用いたときは、硬化剤 (T.T.A.) の量が 10 部のものであり、後の熱処理を 100°C にて 5 時間保持したものを数回作って、それを使用した。これらの被膜材の性質は温度が $16\sim 16.5^{\circ}\text{C}$ で、 $E=0.413\sim 0.499\text{ kg/mm}^2$, $\alpha=40.6\sim 35.8\text{ fr.}\cdot\text{mm/kg}$, $\beta=16.0\sim 17.9\text{ fr./mm}$ の範囲の材料であった。なお、小さいひずみの測定のときは、第 1 表の硬化剤 (T.T.A.) の量が 10 部のものをやはり数回製作して使用した。そのため、個々の被膜材で性質が少し異なるがそれほど大きい差はなかった。

光弾性被膜法の装置としては、理研計器製の大型の反射型光弾性実験装置を用い、光源としては 100W の超高圧水銀灯で $5,461\text{Å}$ の波長を使用した。写真の撮影は 500 mm の望遠レンズを使用した。

このようにして得られた光弾性被膜法の写真の一例を第 9 図に示す。なお、試験片の厚さ 1 mm のものでは、 $\lambda=0.3\sim 0.9$ のものは、荷重を負荷して塑性域に入ると、すべてバックリングを起こしているのが肉眼で観察され、データを得ることができなかった。このバックリングを起こす原因は、第 3 図の A および A' が圧縮応力であるため、1 mm の板厚では曲げ剛性が小さい結果おきたものと思われる。なお、2 mm の板材では、このようなバックリング現象は観察されなかった。

4. 解析方法および実験結果

光弾性被膜法において、被膜面内のしま次数 (N) と主ひずみ差 ($\varepsilon_1 - \varepsilon_2$) の間に次のような関係式が存在することが知られている²⁵⁾。

$$N = 2at(\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{2\beta t}{1+\nu}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \quad (1)$$

ここで、 t , ν は被膜材の厚さとポアソン比で、 $\sigma_1 - \sigma_2$, $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ は被膜材の主応力差および、主ひずみ差である。また、被膜法では被膜材の主ひずみと下地試験片の主ひずみ ε_1' , ε_2' が一致しているという仮定がある。すなわち、 $\varepsilon_1 = \varepsilon_1'$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_2'$ という関係があるので、第(1)式は

$$N = \frac{2\beta t}{1+\nu}(\varepsilon_1' - \varepsilon_2') \quad (2)$$

と書きなおされる。光弾性被膜法においては、特別なばあいをして、内部ひずみの成分を分離することはきわめて困難であるので、著者等はいっしょに大きいひずみ集中を起こす点が存在する自由境界についての

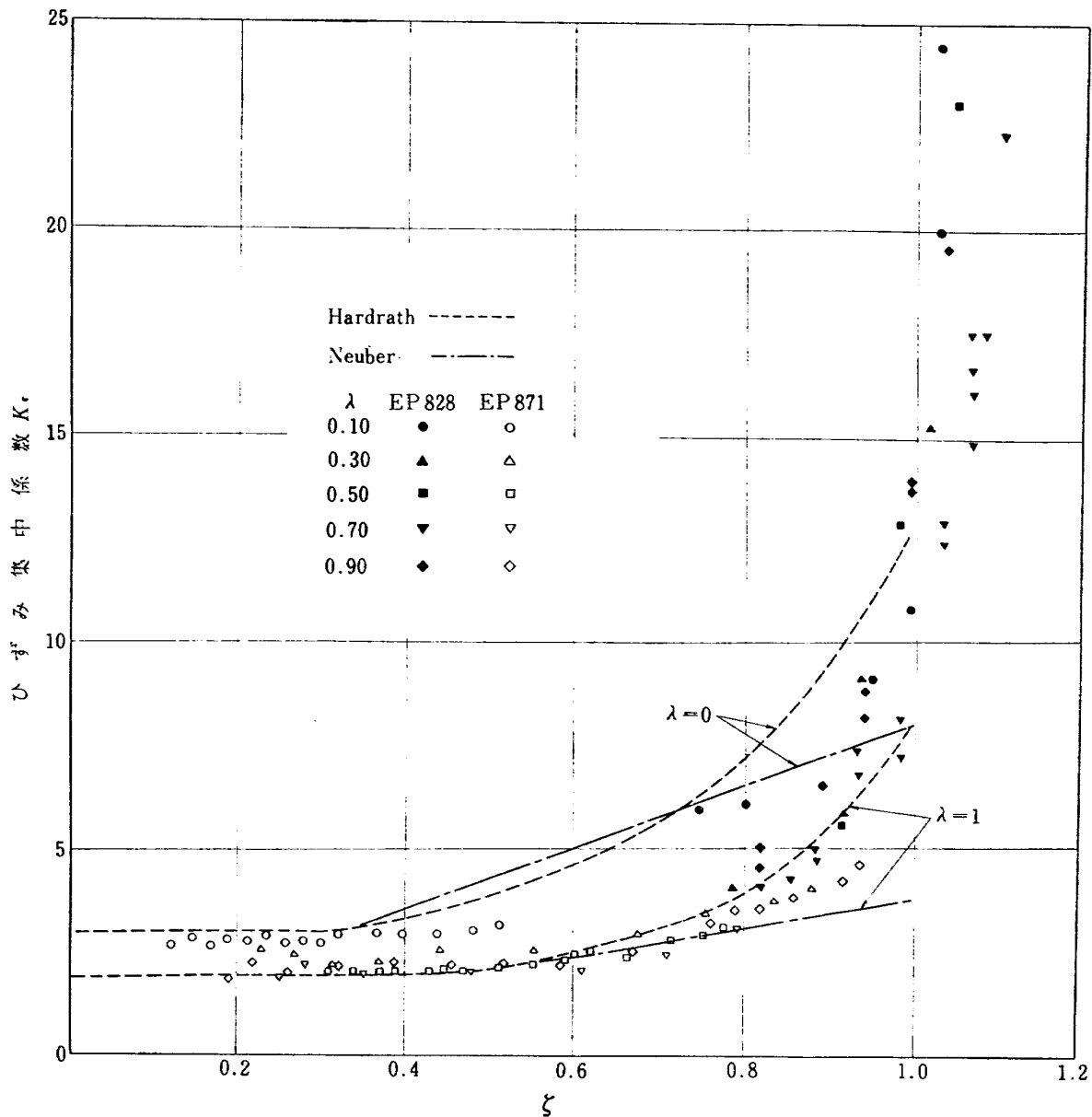
み解析することにした。自由境界線上においては、被膜材および下地試験片の境界に垂直な主応力成分 σ_3 , σ_3' が共に零であるので、境界^{脚注 1)}に沿った主応力成分 σ_1 , σ_1' のみ存在する。なお、 σ_1' , σ_3' は下地試験片内の主応力である。下地試験片のポアソン比を ν' とすると、境界においては、 $\varepsilon_3' = -\nu' \varepsilon_1'$ の関係があるので、第(2)式は下記する関係になる。

$$N = 2\beta t \frac{1+\nu'}{1+\nu} \varepsilon_1' \quad (3)$$

下地試験片が弾性域のばあいには、これらの式より、ただちに主応力 σ_1' を求めることが出来るが、塑性域に入ったばあいには、主応力 σ_1' は ε_1' の非線型関数になっているので、著者等は河田氏⁸⁵⁾が用いた方法と

同様に第9図の応力-ひずみ線図を用いた。第(3)式において、しま次数より ε_1' を求めるとき、被膜材のポアソン比が必要となってくる。そのため、硬い被膜材のときは、被膜材だけを下地に貼り付けずに、単軸引張試験で、ストレーンゲージを直交して貼り付けてポアソン比を求めたら、 $\nu = 0.34$ となった。また、下地試験片のポアソン比は第6図に示されているように曲線であるので、弾性域では $\nu = 0.32$ 、塑性域では $\nu = 0.35$ と仮定して計算した。

硬い被膜材を用いたとき、被膜の縦弾性係数 (E) が高いので、かなり高い値の補強効果を生じる。また、光弾性被膜法の精度はひずみ量が小さいときに低いので、被膜材を試験片に張り付けたときの条件や補強効



第10図 ひずみ集中係数と ζ の線図

脚注 1) 今問題としている点が引張応力であるので、 σ_3 , σ_3' を零としたが、圧縮応力が作用しているときは、境界に垂直な主応力は σ_1 , σ_1' で境界に沿った主応力は σ_3 , σ_3' となる。

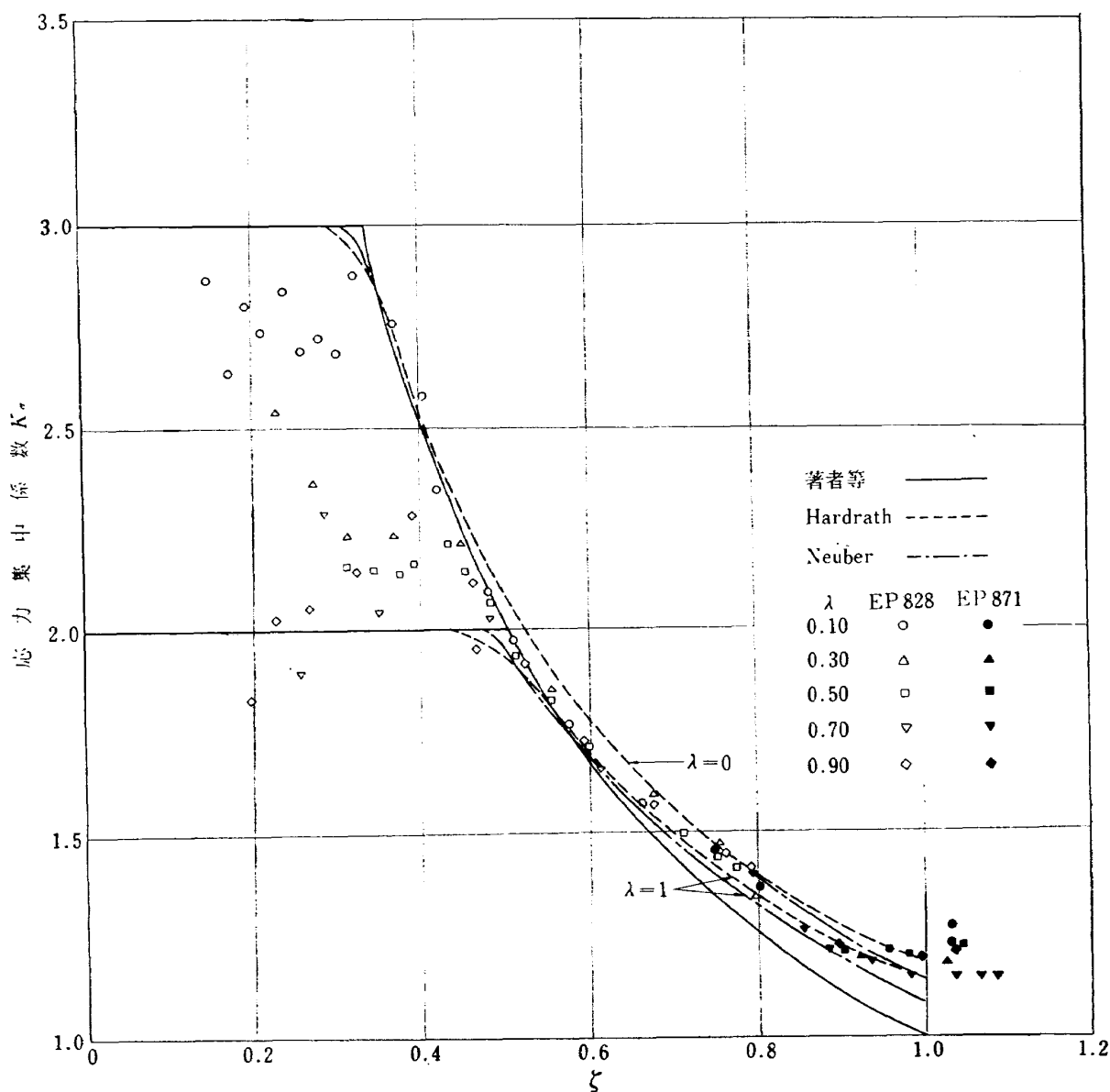
果の影響により実験値がきわめてばらつくので、弾性域において実験した値の平均値を弾性理論の応力集中係数と等しいと仮定して、 β の値を修正した。そして、ひずみの値が大きくなった塑性域では補強効果が非常に大きくなると考えられるので、F. Zandman 等¹⁸⁾が弾性域の平面問題で用いた、補強効果の補正係数 c の式

$$c = 1 + \frac{tE}{t'E'} \frac{1+\nu'}{1+\nu} \quad (4)$$

において、 E' の代わりにセカント係数 E_s' を用いて ϵ_1' を算出した。ここで、 t は被膜材の板厚、 t' は下地試験片の板厚、 E は被膜材のヤング率、 E' は下地試験片のヤング率、 ν は被膜材のポアソン比、 ν' は下地試験片のポアソン比である。なお、ここで E' の代わりに E_s' を用いた理由は、弾性域におけるヤング率をそのまま塑性域に用いることは出来ないが、自由境

界においては、単軸応力状態と考えられるので塑性域ではセカント係数 E_s' を E' の代わりに用いても大きい誤差は生じないと思われる。

このようにして求められた応力集中点での $\epsilon_1'_{\max}$ を最小断面での公称ひずみ ($\epsilon_1'_{\text{nom}} = \sigma_1'_{\text{nom}}/E_s'$) で除した、ひずみ集中係数 (K_ϵ) の 2, 3 の結果を第 10 図に示す。また、 $\epsilon_1'_{\max}$ より $\sigma_1'_{\max}$ を求めて、最小断面の公称応力 $\sigma_1'_{\text{nom}}$ で除した、応力集中係数 (K_σ) を第 11 図に示す。これらの 2 つの図の中で、白印、黒印は硬い被膜材と軟らかい被膜材を用いて得られた値の差異である。なお、横軸の ζ は $\sigma_1'_{\text{nom}}$ を降伏応力 ($\sigma_Y = \text{約 } 50 \text{ kg/mm}^2$) で除した値で、応力の無次元化を行なったものである。ただし、ここでいう降伏応力 (σ_Y) は単軸引張試験において示す降伏点ではなく、第 7 図の応力—ひずみ線図において、弾性的に比例す



第 11 図 応力集中係数と ζ の線図

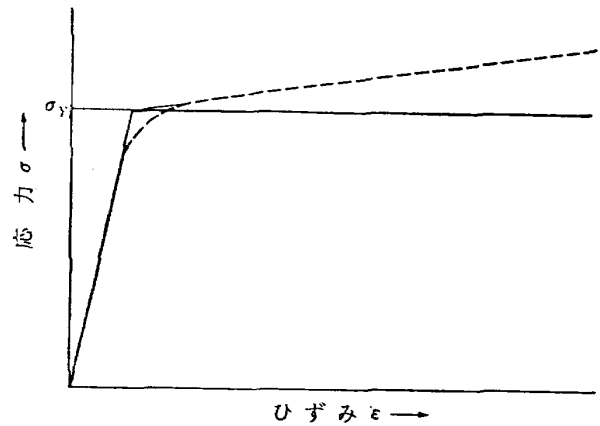
る直線と塑性領域の硬化特性を近似的に直線とみなした2つの直線の交点を σ_Y と定めている。第10図をみて判明するように、ひずみ集中点が降伏点を通過して塑性域に入ると(降伏点は λ によって異なるが $\lambda=0$ で約 $\zeta=1/3$, $\lambda=1$ で約 $\zeta=1/2$ になるので ζ が $1/3$ から $1/2$ の範囲にある。) K_e は上昇しはじめるが、それほど急激に上昇しない。しかし、 $\zeta=0.8\sim 0.9$ 位より λ に関係なく急速に高くなる傾向がある。すなわち、 $\zeta=1$ で最小断面の公称ひずみが降伏点を越える点であるから、公称ひずみが塑性ひずみになる少し手前で K_e が上昇しはじめる。

この現象と同様の現象に関して、河田氏²⁶⁾は降伏領域が試験片の全幅を貫通する前の領域を拘束された塑性変形領域と呼び、この領域のひずみ量は急激に上昇しない。しかし、試験片の全幅が降伏するときを流れ限度と呼び、この流れ限度より先ではひずみ量が急激に上昇して無制限塑性流れを起こすと述べている。著者らのこの実験結果も、この河田氏の考え方に一致していると思われるが、ただ光弾性被膜法を用いて測定しているため、内部ひずみの分離が困難であるので、等色線しま次数が試験片の全幅を貫通するときを流れ限度と明確に判断できない。

なお、 K_e が $\zeta=0.7$ 位より λ に関係なくばらついている原因、すなわち、流れ限度が明確でないのは、実験値を ζ によって整理したためである。この結果、試験片形状 (λ) の相違による内部の降伏領域の進展の状態がはっきりしない。また、実験を行なっているときの荷重速度の相違による誤差、試験片の変形の状態等が判明していないため、流れ限度が明確にならないものと思われる。流れ限度が明確になるには、試験片内部のひずみを分離できる精度のよい他の実験法で測定しないとはっきりしないのではないと思われる。

第11図の応力集中係数においては、 ζ の小さいとき K_e の値がばらついている。この原因としては光弾性被膜法は、ひずみ量の小さいとき精度が低いためである。しかし、塑性域に入って、 $\zeta=0.5\sim 0.9$ 位では、 λ に関係なく、すなわち試験片形状に依存しないで、一つの曲線上に乗って K_e の値が低くなってくる傾向にある。また、 ζ が 0.9 を少し過ぎると K_e の値が上昇しはじめている。この上昇の原因としては、公称応力が降伏点を越えはじめることと、材料のひずみ硬化特性が低いことや、ネッキングの影響が関係しているものと思われる。

$\zeta=0.5\sim 0.9$ の範囲で λ に関係なく、 K_e の値が一つの曲線上の応力値になっているので、著者らはこの



第12図 非硬化弾塑性体と仮定したときの
応力とひずみ線図

ように硬化率の小さい材料では、 λ の変化が K_e に影響しないのではないかと考えて、次のような仮定を入れた計算式を導いた。すなわち、この材料の硬化率 ($d\sigma_Y/d\epsilon_{nom}$) がセカント係数 (E_s) に比較して無視できるほど小さいとして、第7図の応力ひずみ線図を第12図に示すような非硬化弾塑性体と仮定した。そして、応力集中係数との間の関係を弾性域と塑性域の2つの領域に分離し次のような式を導いた。

記 号

σ_{nom} : 最小断面の公称応力

σ_{max} : 応力集中点の最大応力

σ_Y : 降伏応力

ζ : σ_{nom}/σ_Y

λ : a/b

K_e : 弾性理論の応力集中係数

K_e : 応力集中係数 ($\sigma_{max}/\sigma_{nom}$)

(I) $\sigma_{max} \leq \sigma_Y$ のとき

すなわち、試験片のいたるところでも、弾性体であり弾性論が適用できるばあいである。このときは $K_e = K_e = \text{Const.}$ である。

また、 $\sigma_{nom} K_e = \sigma_{max} \leq \sigma_Y$ であるから

$$\zeta = \frac{\sigma_{nom}}{\sigma_Y} \leq \frac{1}{K_e} \quad (5)$$

となる。すなわち、 $\lambda=0$ のばあい、 $K_e=3$ であるから弾性論の適用範囲は $\zeta=1/3$ までである。また、 $\lambda=1$ のばあいには $K_e=2$ であるから、 $\zeta=1/2$ までである。

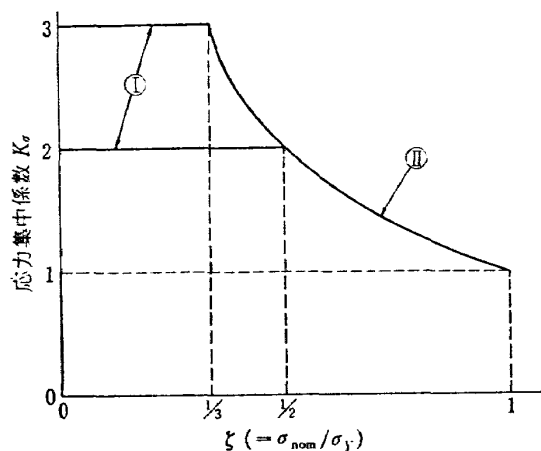
(II) $1/K_e \leq \zeta \leq 1$ のとき

すなわち、応力集中点は降伏し、最小断面の公称応力はまだ降伏応力にまでなっていない範囲である。このときは、 σ_{nom} が増加しても、応力集中点の最大応力は、第12図をみて判明するように非硬化弾塑性体であるため増加せず一定値 σ_Y である。よって、

$$K_e = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} = \frac{\sigma_Y}{\sigma_{nom}} = \frac{1}{\zeta} \quad (6)$$

$$\therefore K_o \zeta = 1 \quad (7)$$

となり、 K_o は σ_{nom} を無次元化した量 ζ の双曲線関数となって、直接第(7)式の中には λ が入って来ない結果になっている。これら第(5)式、第(6)式をまとめて図示すると第13図のようになる。また、第11図中



第13図 非硬化弾塑性体の応力集中係数と ζ の関係

の実線は、これらの式によって得られた値である。この計算式による値は実験値よりやや低くなっているが、これは硬化率を無視した非硬化特性材料とみなしたためと思われる。

なお、このように塑性域の応力集中係数を求めることに、硬化率を入れた、E. Z. Stowell の理論式¹²⁾ (半無限板)

$$K_o = 1 + 2 \frac{E_s}{E_\infty} \quad (8)$$

$$K_t = \frac{K_o}{\frac{E_s}{E_\infty}} \quad (9)$$

や、この式を有限板に適用しやすくした、H. F. Hardrath 等の半実験式¹³⁾

$$K_o = 1 + (K_o - 1) \frac{E_s}{E_\infty} \quad (10)$$

もある。ここにおいて、 E_s , E_∞ は応力集中点および無限遠方におけるセカント係数である。そのため、これらの式で K_o , または K_t を求めるにはトライアル、アンド、エラー法を用いて計算しなければならず、やっかいな方法である。また、式中に弾性論の応力集中係数が入っているため、塑性域においても K_o は λ に依存して、試験片形状によって異なった曲線を示す結果になっている。第10図、第11図の点線は $\lambda=0$ と1のばあいの第(9)式第(10)式の K_t と K_o の値である。

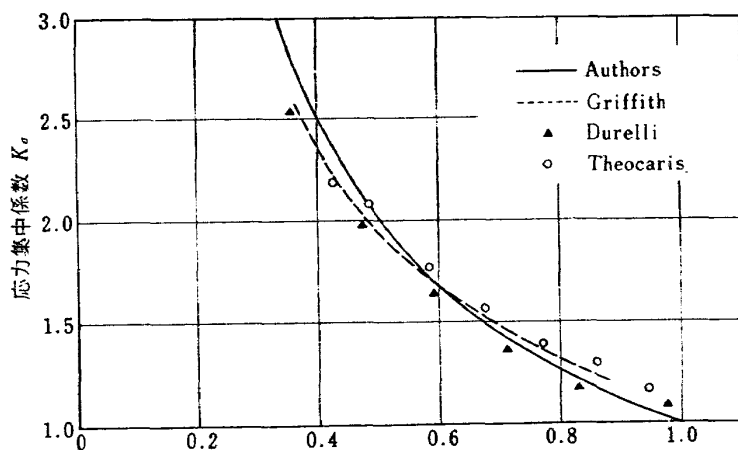
このほかにこのような問題に対して H. Neuber¹⁷⁾が

切欠のある棒にせん断応力場を与えたときの式

$$K_o K_t = K_o^2 \quad (11)$$

がよく使用されている。この第(11)式による解も第10図、第11図中に一点鎖線で示した^{脚注2)}。

第10図の K_t に関して、H. F. Hardrath 等の解法では $\lambda=1$ の線はやや実験値にしたがった値を示すが、 λ が0に近づいてくると実験値とかなりはなれてくる。また、H. Neuber の解法では、ひずみ集中係数の増加にそれほど一致していない。とくに、 K_t が急速に大きくなるあたりでは、H. Neuber の解は実験値とずれている。第11図の K_o については、H. F. Hardrath らおよび H. Neuber の解法は、 λ に依存しているので、実験値がある幅をもって来る必要があるが、 $\zeta=0.6$ 位までは $\lambda=0$ の線に近づかず、むしろ、著者らの解に近い値を示している。この原因は ζ の小さい範囲で、この材料の硬化率がセカント係数に比較して無視できる程小さいので、非硬化弾塑性体にきわめて類似した材料であったことによってなったと思われる。しかし、 ζ が 0.6 より大きい値になると硬化率を考慮して計算できる、H. F. Hardrath, H. Neuber らの解に近い値を示している。なお、応力集中係数の理論値がそれほど実験値とずれず、ひずみ集中係数になると大きくはずれてくる原因は、応力-ひずみ線図において、ひずみが大きく変化しても、応力値はそれほど変化しないためである。よって、ひずみ集中係数が実験値とずれない理論は現在みあたらないようである。



第14図 著者の計算式と他の人の実験値

脚注 2) H. Neuber の計算法は $K_o = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}}$, $K_t = \frac{\epsilon_{max}}{\epsilon_{nom}}$ ですから、第(11)式は $\sigma_{max} \cdot \epsilon_{max} = K_o^2 \sigma_{nom} \cdot \epsilon_{nom}$ となり、応力-ひずみ線図で σ_{nom} と ϵ_{nom} で作る面積に K_o^2 をかけたものが σ_{max} と ϵ_{max} で作る面積となる。よって、これらはトライアル、アンドエラー法で求める。

る。なお、著者らの計算式は応力集中係数のみしか求められないが帯板の両側に対称的に切欠があるような応力集中点があっても、原理的に適用できる。

最後に、本実験の材料と異なるが、著者らの計算式と G. E. Griffith⁹⁾, A. J. Durelli⁹⁾, P. S. Theocaris¹⁰⁾ らの実験値と比較したものを第 14 図に示す。この中で Durelli の解は、著者の計算式より低くなっているがデータの整理、または精度に問題があるものと思われる。

5. 結 言

以上の実験結果および解析方法によって、次のようなことが判明したので、ここにその結果を列記する。

- 1) ガラス状の硬い被膜材を製作するとき、エピコート 828 と硬化剤 T.T.A. との重量比を 100 : 10 としたときがもっとも高いひずみ感度を得ることができた。
- 2) ゴム状の軟らかい被膜材では、エピコート 871 が製作しやすく、またひずみ感度の高い材料であった。なお、エピコート 871 と硬化剤 T.T.A. との重量比が 100 : (8~10) のとき、もっとも高いひずみ感度が得られた。
- 3) 硬い被膜材を用いると補強効果がかなり生じるので、弾性域に適用した F. Zandman らの補強効果の補整係数を塑性域に近似的に適用するため、弾性域での縦弾性係数を使用することが出来ないで、その代わりにセカント係数で置きかえて使用したら良い結果が得られた。
- 4) 板材の試験片を対称的に引っ張るため、第 4 図に示した特製治具を製作して用いてみたら良い結果になった。
- 5) 板厚の薄い 1 mm の試験片では、円孔が存在すると引張荷重下にもかかわらず、バックリングを起こすばあいがある。
- 6) バックリングを起こさないときにおいては、公称応力と応力集中係数の関係等が、試験片の厚さの相違によって生ずる差異は認められなかった。
- 7) 応力集中係数は $\zeta=0.95\sim1.02$ 位で極小値を示す。
- 8) ひずみ集中係数は $\zeta=0.8\sim0.9$ 位より増大し塑性流れが始まる。
- 9) 硬化率の小さい直線硬化特性材料であったので、最小断面の公称応力を降伏応力で無次元化した量を用いて塑性域の応力集中係数を整理すると試験片形状に関係なく一定の曲線上に乗る領域が

実験的に判明し、また、このことは材料を非硬化弾塑性体と仮定して、計算式によっても説明できた。

最後に本実験を行なうにあたって、機体二部石田誠部長を始めとする強度研究の方々、また、前慶応義塾大学工学部学生で現在、日立製作所の松尾一也君、および住友金属工業の松本真明君に心から謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) R. C. J. Howland: Phil. Trans. Roy. Soc. A229 (1930), 49
- 2) R. C. J. Howland & A. C. Stevenson: Phil. Trans. Roy. Soc. A232 (1933), 155
- 3) R. C. Knight: Quart. J. Math. 5 (1934), 255
- 4) M. Ishida: Facul. Eng. Tokushima Univ. 5-1 (1955), 75
- 5) M. M. Frocht: Mech. Eng. 58-8 (1936), 485
- 6) M. M. Frocht & M. M. Leven: Trans. ASME J. Appl. Mech. 18 (1951), 107, 7
- 7) G. E. Griffith: NACA TN 1705 (1948)
- 8) W. A. Box: Proc. Soc. Exp. Stress Analys. 8-2 (1951), 99
- 9) A. J. Durelli & A. C. Sciammarella: Trans. ASME J. Appl. 30-3 (1963), 115
- 10) P. E. Theocaris & E. Marketos: J. Mech. Phys. Solids. (1964), 377
- 11) E. Mönch & R. Loreck: Symposium on Photoelasticity (1963), 169 PERGAMON Edited by M. M. Frocht
- 12) E. Z. Stowell: NACA TN 2073 (1950)
- 13) H. F. Hardrath & L. Ohman: NACA TN 2566 (1961)
- 14) E. A. Davis: Trans. ASME J. Appl. Mech. 30-6 (1961), 210
- 15) B. Budiansky & R. J. Vidensek: NACA TN 3542 (1955)
- 16) D. N. de G. Allen & Sir. R. Southwell F. R. S.: Phil. Trans. Roy. Soc. A242 (1960) 379
- 17) H. Neuder: Trans. ASME J. Appl. Mech. 28-4 (1961), 544
- 18) F. Zandman, S. S. Redner & E. I. Riegner: Exp. Mech. 2-2 (1962), 55
- 19) C. H. Yew & B. R. Blackburn: Exp. Mech. 8-2 (1968), 91
- 20) 広田: 機械学会誌 35-180 (1932) 276
- 21) 鶴戸口: 機械学会論文集 15-50 (1949) 176
- 22) 森口: 機械学会誌 51-353 (1948) 63
- 23) 石田: 機械学会論文集 21-107 (1955) 514
- 24) 西田: 科研報告 28-1 (1952) 30
- 25) 河田: 東大航研集報 1-5 (1959) 320
- 26) 国尾, 倉元: 機講演論 195-112 (1968) 45
- 27) 倉元, 国尾: 非破壊検査 18-7 (1969) 292
- 28) 西田他 2 名: 理研報告 42-1 (1966) 6

T R-267	フロントファンの研究 Aerodynamic Design and Test Results of Front Fans	1972年 1 月	藤井昭一, 西脇英夫 五味光男, 菅原昇 武田克己
T R-268T	Aerodynamic Design and Test Results of Front Fans	Jan. 1972	Shoichi FUJII Hideo NISHIWAKI Mitsuo GOMI
T R-269T	Approximation of Linear Operator Semi- groups	Feb. 1972	Tadayasu TAKAHASHI
T R-270	円筒殻の座屈実験 The Experiments on the Buckling of Circular Cylindrical Shells	1972年 2 月	戸田 勸, 日下和夫
T R-271	並列結合はりの振動 On the Vibration of Three-Parallel-Beams	1972年 2 月	林 洋一, 築地恒夫
T R-272	遷音速軸流タービンの研究 (第一報) —タービンノズル円環翼列の実験— An Investigation of a Transonic Axial- Flow Turbine (I) —A Cold Air Test of the Annular Turbine Nozzel Cas- cade—	1972年 2 月	鳥崎忠雄, 能瀬弘幸 森田光男, 井上重雄 関根静雄
T R-273	高速軸流タービンの研究 (第二報) —1段軸流タービンの研究— An Investigation of a High Speed Axial Flow Turbine (II) —A Investigation of a Single Stage Turbine—	1972年 2 月	鳥崎忠雄, 森田光男 能瀬弘幸, 関根静雄 井上重雄
T R-274	軸流圧縮機ディスクの強度 (1. 外周付近に多数のピン孔を有するデ ィスク) Investigation of Strength of Axial-Flow Compressor Disc (1. On the Disc with many pin hole)	1972年 2 月	松末勝利
T R-275	高度制御試験設備 Height Control Test Equipment for VTOL Aircraft	1972年 2 月	松木正勝, 鳥崎忠雄 西尾健二, 遠藤征紀 吉田晃, 中山晋己 岩部柱相, 武田克己 関根静雄, 越沼 威
T R-276	フライングテストベッド機体総合実験 —エンジンを除く本体の機能— Overall Ground Experiments on Flying Test Bed for VTOL Aircrafts at National Aerospace Laboratory	1972年 2 月	滝澤直人, 田辺義一 渋谷昭義, 小川敏夫 藤枝郭俊, 甲斐忠幸 西村博史, 小野 幸 後藤芳夫
T R-277	円環状ディフューザの乱流境界層の発達 Development of Turbulent Boundary Layers Along the Curved Walls of an Annular Diffusing Passage	1972年 2 月	藤井昭一, 五味光男 西脇英夫 Theodore H. OKIISHI
T R-278T	Development of Turbulent Boundary Layers Along the Curved Walls of an Annular Diffusing Passage	1972年 2 月	Shoichi FUJII Theodore H. OKIISHI

航空宇宙技術研究所報告 279 号

昭和 47 年 2 月 発行

発 行 所 航 空 宇 宙 技 術 研 究 所
東 京 都 調 布 市 深 大 寺 町 1880
電 話 武 蔵 野 三 鷹 (0422) 47-5911 (大 代 表) ☎ 182
印 刷 所 有 限 会 社 啓 文 堂 松 本 印 刷
東 京 都 文 京 区 水 道 2-7-5

