

UDC 539.37-082.7 :  
536.21

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-287

内面加熱を受ける中空円筒の非定常熱応力

江川幸一・竹中幸彦

1972年5月

航空宇宙技術研究所

NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 報 告

- |         |  |           |  |
|---------|--|-----------|--|
| TR-263  | 多孔壁風洞における亜音速二次元風洞壁干渉効果の研究と航空宇宙技術研究所 2 m × 2 m 遷音速風洞へのその適用<br>A Study of Subsonic, Two-Dimensional Wall-Interference Effects in a Perforated Wind Tunnel with Particular Reference to the NAL 2 m × 2 m Transonic Wind Tunnel | 1972年 1 月 | 海老原正夫  |
| TR-264  | 液体燃料ロケットを用いた衛星打上げ用飛しょう体の初段に関する制御系構成<br>Flight Control System Design for Launch Vehicle with Liquid Propellant  | 1972年 1 月 | 森 英彦, 興 石 肇  |
| TR-265  | ガスタービン用流体温度検出器<br>Fluidic Turbine Inlet Gas Temperature Sensor   | 1972年 1 月 | 西尾健二, 遠藤征紀<br>遠藤篤和   |
| TR-266  | 鈍い頭部を有するロケット胴体の空力特性に関する二, 三の考察<br>Some Considerations on the Aerodynamic Characteristics for a Body of Rocket with Blunt Nose  | 1972年 1 月 | 河 本 巖  |
| TR-267  | フロントファンの研究<br>Aerodynamic Design and Test Results of Front Fans  | 1972年 1 月 | 藤井昭一, 西脇英夫<br>五味光男, 菅原昇<br>武田克己                                    |
| TR-268T | Aerodynamic Design and Test Results of Front Fans  | Jan. 1972 | Shoichi FUJII<br>Hideo NISHIWAKI<br>Mitsuo GOMI                    |
| TR-269T | Approximation of Linear Operator Semigroups  | Feb. 1972 | Tadayasu TAKAHASHI   |
| TR-270  | 円筒殻の座屈実験<br>The Experiments on the Buckling of Circular Cylindrical Shells   | 1972年 2 月 | 戸 田 勲, 日下和夫  |
| TR-271  | 並列結合はりの振動<br>On the Vibration of Three-Parallel-Beams  | 1972年 2 月 | 林 洋一, 築地恒夫   |
| TR-272  | 遷音速軸流タービンの研究 (第一報)<br>—タービンノズル円環翼列の実験—<br>An Investigation of a Transonic Axial-Flow Turbine (I) —A Cold Air Test of the Annular Turbine Nozzle Cascade—   | 1972年 2 月 | 鳥崎忠雄, 能瀬弘幸<br>森田光男, 井上重雄<br>関根静雄                                   |
| TR-273  | 高速軸流タービンの研究 (第二報)<br>—1 段軸流タービンの研究—<br>An Investigation of a High Speed Axial Flow Turbine (II) —An Investigation of a Single Stage Turbine—   | 1972年 2 月 | 鳥崎忠雄, 森田光男<br>能瀬弘幸, 関根静雄<br>井上重雄                                   |
| TR-274  | 軸流圧縮機ディスクの強度<br>(1 外周付近に多数のピン孔を有するディスク)<br>Investigation of Strength of Axial-Flow Compressor Disc<br>(1 On the Disc with many Pin hole)   | 1972年 2 月 | 松末勝利   |
| TR-275  | 高度制御試験設備<br>Height Control Test Equipment for VTOL Aircraft  | 1972年 2 月 | 松木正勝, 鳥崎忠雄<br>西尾健二, 遠藤征紀<br>吉田晃, 中山晋巳<br>岩部柱相, 武田克己<br>関根静雄, 越 沼 威 |

# 内面加熱を受ける中空円筒の非定常熱応力\*

江 川 幸 一\*\* 竹 中 幸 彦\*\*\*

## Transient Thermal Stresses of the Hollow Cylinder Subjected Uniform Inner Heating

By Kôichi EGAWA and Yukihiro TAKENAKA

### Abstract

The investigation described here was undertaken in an attempt to examine the reliability of high temperature strain gauges in the experimental thermal strain measurements. A long, thick-wall hollow cylinder, with uniform inner heating and an adiabatic outside wall, was taken as the test specimen, because of the simplicity in establishing the analytical boundary conditions in the experiment and also the simplicity in comparing the experimental thermal strains with the analytical ones. The transient thermal strains in the axial and the circumferential directions on the outer surface of the cylinder were measured by using one strain gauge for each direction. These strain gauges are called to be able to measure strains up to 315°C. The experimental results obtained correspond closely to the analytical results obtained in the tendencies of change and the magnitude of change. Thus, it can be expected that reliable experimental thermal strains can be measured with high temperature strain gauges.

### 1. ま え が き

超音速機やロケットあるいはタービン、エンジンなどの構成部材は作動中に加熱を受け、その構造から熱膨張が拘束されたり、不均一な温度分布を生じるため熱応力が発生し、ときにはこれが破壊の一因ともなる。このため、与えられた熱的条件の下でこれらの構造部材に誘起される熱応力の大きさを求めることは、高温となる構造物の設計にとって不可欠なことである。簡単な形状の部材が単純な熱的条件下におかれたとき、部材に発生する熱応力は弾性理論にもとづいて厳密に解析できるが、部材の形状が複雑であったり、熱的条件が複雑な場合には、これを評価することはかなり困難である。このため熱応力が測定できれば有用である。しかし、上述のような部材に発生する熱応力を簡単にしかも正確に測定しうる決定的な手段は見出されていない。このような状況からひずみゲージを用いてこれらの熱応力を求めようとする試みがなされてき

た。これは、ひずみゲージを用いて行なう計測が実際に用いられる部材について直接測定ができ、ゲージが小型軽量で取扱いが簡便であり、その測定量が電気量に変換されるため測定やデータ処理が簡単なことに着目したためである。しかし、常温でのひずみゲージによる測定が精度が高く簡便なのに対して、高温でのひずみ測定ではひずみゲージが温度に対して敏感に反応し、その温度特性に種々複雑な現象を伴うため、常温の場合と同じ精度で測定を行なうことはかなり困難である。筆者らは高温ひずみゲージの評価試験を行なってその温度特性を明らかにし、精度の高い測定を行なうために解決されねばならない問題点を指摘した<sup>1)2)3)</sup>。しかしながら、現在これらの問題点の全てを解決するためのひずみゲージに対する特別な考案や実験手法は見出されていない。このため、市販のひずみゲージ\*1を用い、さらに現在実用化されている種々の実験手法を併用して行う熱ひずみ測定により、設計などの実用に用いるのに十分な精度のデータを求めうるかを検討することが必要である。

\* 昭和46年1月18日受付

\*\* 機体第一部

\*\*\* 技術委員 (元: 機体第一部)

\*1 市販の高温ひずみゲージとその使用可能最高温度については附録5参照

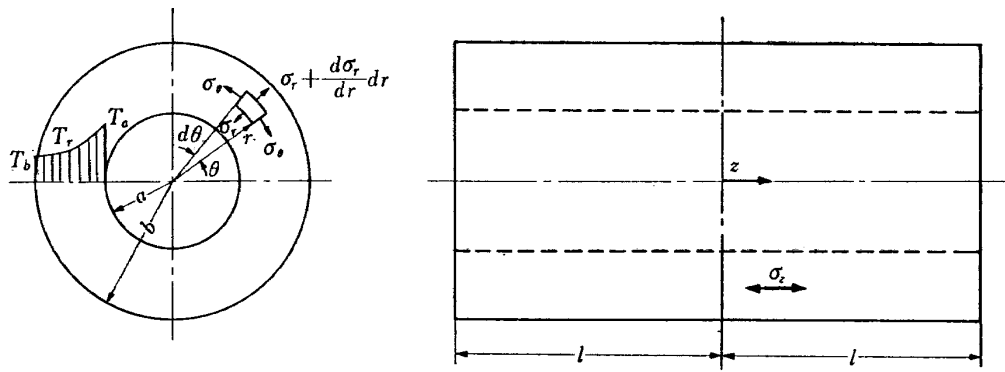


図 1 記 号

ここでは、航空機などの高温における構造強度上の主要な問題の1つである非定常熱応力の発生の一時的な大きさの測定を目的として、急速加熱を受ける長い厚肉中空円筒に発生する熱ひずみを市販の  $+315^{\circ}\text{C}$  まで測定可能な高温ひずみゲージを用いて測定し、熱応力の解析結果にもとづく計算値と比較し、測定精度を検討した。

## 2. 試験体の選定

試験体に非定常熱ひずみを発生させ、これを測定してその測定精度を検討しようとする場合、次の諸点を考慮してその形状・寸法・材質を定める必要がある。

- 1) 手持ちの加熱源を用いて試験体の加熱を簡易に行なえること
- 2) 解析が比較的簡単で、しかも測定値との比較が行いやすい形の解が得られること
- 3) 解析に用いた境界条件を実験で容易に設定できること
- 4) 得られる熱ひずみができるだけ大きいこと

以上の諸点を考慮して、ここでは内面から一様加熱を受け外面断熱の厚肉中空円筒をその試験体を選んだ。材質は線膨張係数が大きく、熱伝導率が比較的小さく、したがって大きな熱ひずみを得やすいステンレスとした。加熱は当所の熱弾性試験装置に用いる赤外線電球を使用した。

$$T(r, t) = \left( \frac{aq}{\lambda} \right) \left[ \frac{1}{\rho_0^2 - 1} \left\{ \frac{2Kt}{a^2} + \frac{2\rho^2 - 3\rho_0^2 - 1}{4} + \frac{\rho_0^2}{\rho_0^2 - 1} [\rho_0^2 \ln \rho_0 + (1 - \rho_0^2) \ln \rho] \right\} \right. \\ \left. + \pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_n} \frac{J_1(\omega_n) J_1(\omega_n \rho_0)}{J_1^2(\omega_n \rho_0) - J_1^2(\omega_n)} [J_0(\omega_n \rho) Y_1(\omega_n \rho_0) - Y_0(\omega_n \rho) J_1(\omega_n \rho_0)] e^{-K \omega_n^2 t / a^2} \right] \quad \text{..... (5)}$$

ここで  $\omega_n$  は

$$J_1(\omega_n) Y_1(\omega_n \rho_0) - J_1(\omega_n \rho_0) Y_1(\omega_n) = 0 \quad \text{..... (6)}$$

の  $n$  次の正根である。

## 3. 内面より加熱を受ける円筒の非定常温度分布

内径  $a$ 、外径  $b$  の長い円筒が内面から一様な熱量を受けて加熱される場合、熱流は半径方向の軸対称流れとなり、その熱伝導方程式は (1) 式で表わされる<sup>4)</sup>。

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{K} \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{..... (1)}$$

いま、円筒外面が断熱状態に保たれ、さらに円筒の初期温度が一様で、この温度から計った温度を  $T$  で表わすことにすれば、初期条件および境界条件はつぎのように表わされる。

$$\text{初期条件: } T(r, 0) = 0 \quad \text{..... (2)}$$

$$\text{境界条件: } \frac{\partial T}{\partial r}(a, t) = -q/\lambda \quad \text{..... (3)}$$

$$\frac{\partial T}{\partial r}(b, t) = 0 \quad \text{..... (4)}$$

ここで

$T(r, t)$  は円筒の温度、 $K$  は温度伝導率、 $\lambda$  は熱伝導率、 $r$  は半径方向の座標、 $t$  は時間である。

(1) 式をラプラス変換を用いて解くと、その一般解は零次の第1種および第2種変形ベッセル関数の1次結合で与えられる。境界条件(3)、(4)を用いてその積分定数を定め、さらにラプラス逆変換を行ない、 $\rho_0 = b/a$ 、 $\rho = r/a$  とすると、その解はつぎのように表わされる<sup>\*2)</sup>。

\*2) 解析の詳細については附録1参照

時間  $t$  が大きいとき

時間  $t$  が大きいとき (5) 式の右辺かっこ内の最後の項は零に近づくため

$$T(r, t) = \left( \frac{aq}{\lambda} \right) \frac{1}{\rho_0^3 - 1} \left\{ \frac{2Kt}{a^3} + \frac{2\rho^3 - 3\rho_0^3 - 1}{4} + \frac{\rho_0^3}{\rho_0^3 - 1} [\rho_0^3 \ln \rho_0 + (1 - \rho_0^3) \ln \rho] \right\} \quad \dots\dots (7)$$

となり、円筒の内外面温度はそれぞれ

外 面 温 度

$$T_b = \left( \frac{aq}{\lambda} \right) \frac{1}{\rho_0^3 - 1} \left[ \frac{2Kt}{a^3} - \frac{\rho_0^3 + 1}{4} + \frac{\rho_0^3}{\rho_0^3 - 1} \ln \rho_0 \right] \quad \dots\dots (8)$$

内 面 温 度

$$T_a = \left( \frac{aq}{\lambda} \right) \frac{1}{\rho_0^3 - 1} \left[ \frac{2Kt}{a^3} - \frac{3\rho_0^3 - 1}{4} + \frac{\rho_0^4}{\rho_0^3 - 1} \ln \rho_0 \right] \quad \dots\dots (9)$$

$$= T_b + \left( \frac{aq}{\lambda} \right) \frac{1}{\rho_0^3 - 1} \left[ \rho_0^3 \ln \rho_0 - \frac{1}{2} (\rho_0^3 - 1) \right] \quad \dots\dots (10)$$

となる。さらに、

$$T(r, t) = T_r = T_b + \left( \frac{aq}{\lambda} \right) \frac{1}{\rho_0^3 - 1} \left[ (\rho_0^3 - 1) \ln \frac{\rho_0}{\rho} - \frac{1}{2} (\rho_0^3 - \rho^3) \right] \quad \dots\dots (11)$$

であるから

$$T_r - T_b = \left( \frac{aq}{\lambda} \right) \frac{1}{\rho_0^3 - 1} \left[ (\rho_0^3 - 1) \ln \frac{\rho_0}{\rho} - \frac{1}{2} (\rho_0^3 - \rho^3) \right] \quad \dots\dots (12)$$

となる。また、

$$\frac{dT}{dt} = \frac{2Kq}{a\lambda(\rho_0^3 - 1)} = \frac{2q}{a\mu c(\rho_0^3 - 1)} = \text{Const.} \quad \dots\dots (13)$$

ここで、 $\mu$  は密度、 $c$  は比熱である。

この解析から、円筒の半径方向の温度は、図 2 に示すように、加熱開始と同時に円筒内面では急速に、外面ではきわめてゆるやかに上昇し、やがて時間に対して直線的に上昇することがわかる。この準定常状態では、円筒の半径方向の温度はたがいに平行な直線となり、その勾配は (13) 式に示す一定値となる。したがって半径方向の温度分布も (12) 式に示すように一定となることをわかる。

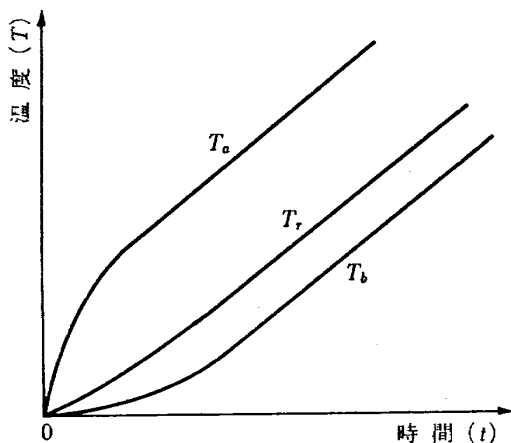


図 2 温度の時間的変動

## 4. 熱 応 力

長い厚肉中空円筒が軸対称な温度分布を受けて生じる熱応力はチモシェンコによって与えられるが<sup>5)</sup>、温度の解析に用いたのと同様に  $\rho_0, \rho$  の記号を用いて書直すと、円筒内外面は  $\rho=1$  および  $\rho=\rho_0$  と書き表わせることから、

$$\sigma_r = \frac{\alpha E}{1-\nu} \frac{1}{\rho^2} \left( \frac{\rho^2 - 1}{\rho_0^3 - 1} \int_1^{\rho_0} T \rho d\rho - \int_1^{\rho} T \rho d\rho \right) \quad \dots\dots (14)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\alpha E}{1-\nu} \frac{1}{\rho^2} \left( \frac{\rho^2 + 1}{\rho_0^3 - 1} \int_1^{\rho_0} T \rho d\rho - \int_1^{\rho} T \rho d\rho - T \rho^2 \right) \quad \dots\dots (15)$$

$$\sigma_z = \frac{\alpha E}{1-\nu} \left( \frac{2}{\rho_0^3 - 1} \int_1^{\rho_0} T \rho d\rho - T \right) \quad \dots\dots (16)$$

ここで、 $E$  は縦弾性係数、 $\nu$  はポアソン比、 $\alpha$  は線膨脹係数、 $\theta$  および  $z$  は周方向および軸方向座標である。円筒内外面における熱応力は

$$(\sigma_r)_{\rho=1} = (\sigma_r)_{\rho=\rho_0} = 0 \quad \dots\dots (17)$$

$$(\sigma_\theta)_{\rho=1} = (\sigma_z)_{\rho=1} = \frac{\alpha E}{1-\nu} \left( \frac{2}{\rho_0^2-1} \int_1^{\rho_0} T \rho d\rho - T_{\rho=1} \right) \quad \dots\dots (18)$$

$$(\sigma_\theta)_{\rho=\rho_0} = (\sigma_z)_{\rho=\rho_0} = \frac{\alpha E}{1-\nu} \left( \frac{2}{\rho_0^2-1} \int_1^{\rho_0} T \rho d\rho - T_{\rho=\rho_0} \right) \quad \dots\dots (19)$$

(18), (19)式の熱応力に対応する熱ひずみは

$$(\varepsilon_\theta)_{\rho=1} = (\varepsilon_z)_{\rho=1} = \alpha \left( \frac{2}{\rho_0^2-1} \int_1^{\rho_0} T \rho d\rho - T_{\rho=1} \right) \quad \dots\dots (20)$$

$$(\varepsilon_\theta)_{\rho=\rho_0} = (\varepsilon_z)_{\rho=\rho_0} = \alpha \left( \frac{2}{\rho_0^2-1} \int_1^{\rho_0} T \rho d\rho - T_{\rho=\rho_0} \right) \quad \dots\dots (21)$$

(20), (21)式に (5) 式を代入して計算すると\*3,

$$(\varepsilon_\theta)_{\rho=1} = (\varepsilon_z)_{\rho=1} = \frac{\alpha a q}{\lambda} \left\{ \frac{\rho_0^2}{\rho_0^2-1} \left( \frac{1}{2} - \frac{\rho_0^2}{\rho_0^2-1} \ln \rho_0 \right) + \frac{1}{4} \right. \\ \left. - \pi \sum_{n=1}^N \frac{1}{\omega_n} \frac{J_1(\omega_n) J_1(\omega_n \rho_0)}{J_1^2(\omega_n \rho_0) - J_1^2(\omega_n)} [J_0(\omega_n) Y_1(\omega_n \rho_0) - Y_0(\omega_n) J_1(\omega_n \rho_0)] e^{-K \omega_n^2 t / a^2} \right\} \quad \dots\dots (22)$$

$$(\varepsilon_\theta)_{\rho=\rho_0} = (\varepsilon_z)_{\rho=\rho_0} = \frac{\alpha a q}{\lambda} \left\{ \frac{\rho_0^2}{\rho_0^2-1} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{\rho_0^2-1} \ln \rho_0 \right) - \frac{1}{4} \right. \\ \left. - \pi \sum_{n=1}^N \frac{1}{\omega_n} \frac{J_1(\omega_n) J_1(\omega_n \rho_0)}{J_1^2(\omega_n \rho_0) - J_1^2(\omega_n)} [J_0(\omega_n \rho_0) Y_1(\omega_n \rho_0) - Y_0(\omega_n \rho_0) J_1(\omega_n \rho_0)] e^{-K \omega_n^2 t / a^2} \right\} \quad \dots\dots (23)$$

時間  $t$  が大きいとき

時間  $t$  が大きいとき (22), (23) 式の右辺かっこ内の最後の項は零に近づくため,

$$(\varepsilon_\theta)_{\rho=1} = (\varepsilon_z)_{\rho=1} = \frac{\alpha a q}{\lambda} \left[ \frac{\rho_0^2}{\rho_0^2-1} \left( \frac{1}{2} - \frac{\rho_0^2}{\rho_0^2-1} \ln \rho_0 \right) + \frac{1}{4} \right] \quad \dots\dots (24)$$

$$(\varepsilon_\theta)_{\rho=\rho_0} = (\varepsilon_z)_{\rho=\rho_0} = \frac{\alpha a q}{\lambda} \left[ \frac{\rho_0^2}{\rho_0^2-1} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{\rho_0^2-1} \ln \rho_0 \right) - \frac{1}{4} \right] \quad \dots\dots (25)$$

となる。

この解析から、円筒内外面の周方向ひずみと軸方向ひずみとは全実験時間についてその大きさが等しくなること、および熱ひずみははじめ急激に増大し、短時間後に一定値に収束し、その後時間に無関係に一定となることがわかる。

## 5. 実験装置

加熱源は管型赤外線電球(フィリップス, No. 13195)でフィラメント長は約 275 mm, 定格は 1 KW/240 V で、倍の電圧を加えて 3 KW の出力を得られるものである。実験に用いた円筒は内径 50 mm, 外径 100 mm, 長さ 260 mm のステンレス鋼 (SUS-27) 製である。

温度測定には、ガラスセンイで二重被覆された直径 0.3 mm の CA 熱電対を用いた。熱電対は 2 線を約 1 mm 離して円筒にスポット溶接し、円筒に巻きつけるようにして長く伝わらせてから外へ引き出した。これは熱電対を伝わって熱量が空中に放散し、測定値に誤差が生じるのを防ぐためである。測定点は、図 3 に示すように、円筒外面では軸方向に 5 点 ( $T_1 \sim T_5$ ), 周方向に 4 点 ( $T_3, T_6 \sim T_8$ ), 円筒内面では  $T_3$  と対応する

位置に 1 点 ( $T_9$ ) の合計 9 点を選んだ。

ひずみ測定には高温ひずみゲージの一種である万能自己温度補償型ゲージ (ボルドウィン, FNB-50-12 E) を用いた。これは図 4 に示すように白金線をゲージに組込み、これを図 5 に示すブリッジ回路に組み、回路に挿入されたバラスト抵抗  $R_B$  を調整し、ひずみゲージの温度による零点移動を小さくするように考案されたものである。筆者らの従来の経験から、精度の良い測定を行なうには、ひずみゲージの零点移動を測定値の数分の 1 に押えねばならないことがわかっていた\*4。一方、解析にもとづく計算から円筒外面の熱ひずみの最大値は約  $170 \times 10^{-6}$  と比較的小さいことがわかったので、零点移動を調整できるひずみゲージを用いることとした。ひずみ測定点は温度測定点  $T_3$  のごく近くを選んだ。これは円筒中央部で温度分布の一様性が得やすいためである。ひずみゲージは周方向、軸方向ひずみ測定用として各 1 枚ずつ、フェノール系接着剤 (共和, PC-6) を用いて接着した。

実験装置は、図 6 に示すように、耐火れんが上に垂直に立てられた円筒の中心軸に管型赤外線電球を吊

\*3 解析の詳細については附録 1 参照。

\*4 詳細については附録 4 参照。

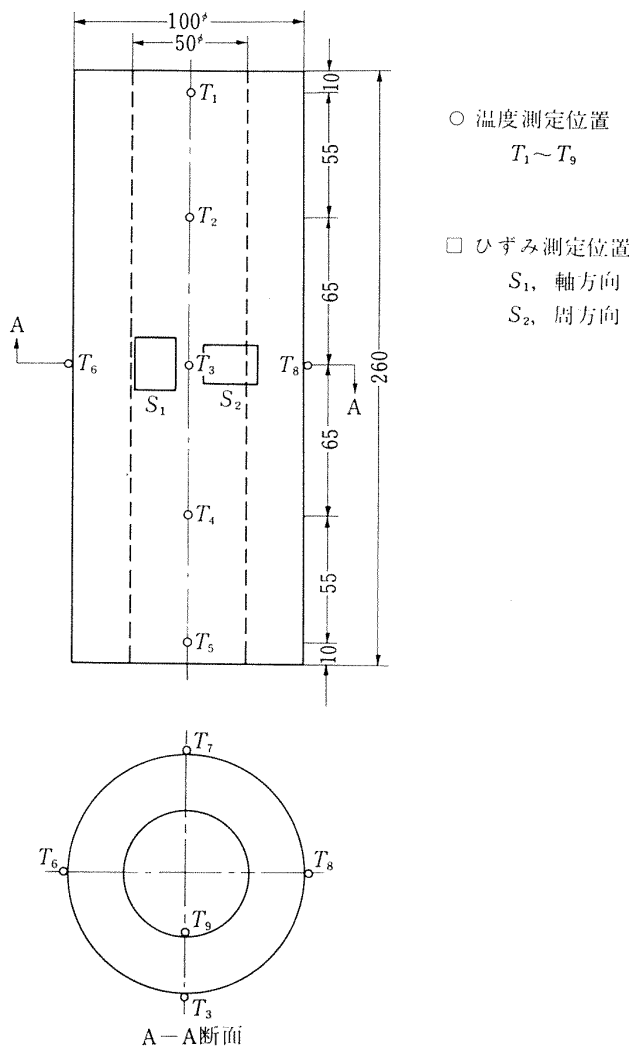


図3 熱電対とひずみゲージの取付け位置

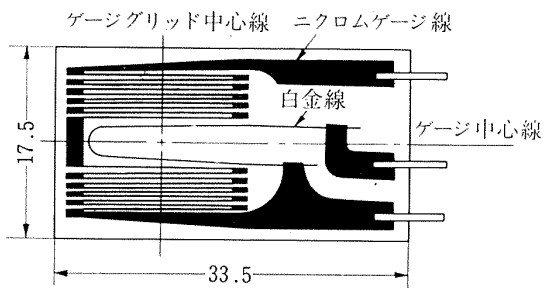


図4 白金線を組込んだ自己温度補償ゲージ (BLH FNB-50-12E, ベークライトベース)

り、これを加熱源として円筒を内面から一様に加熱するものである。円筒の上下端面は石棉板で覆われ、端面からの輻射熱の流入を防ぎ、同時に円筒の下部から上部に向う気流が生じるのを防いだ。

## 6. 実験方法

### 予備実験

実験を行なう前に、ひずみゲージの温度による零点移動とゲージ率変化の補正曲線を求めねばならない。ゲージの温度による零点移動とは主としてゲージの温

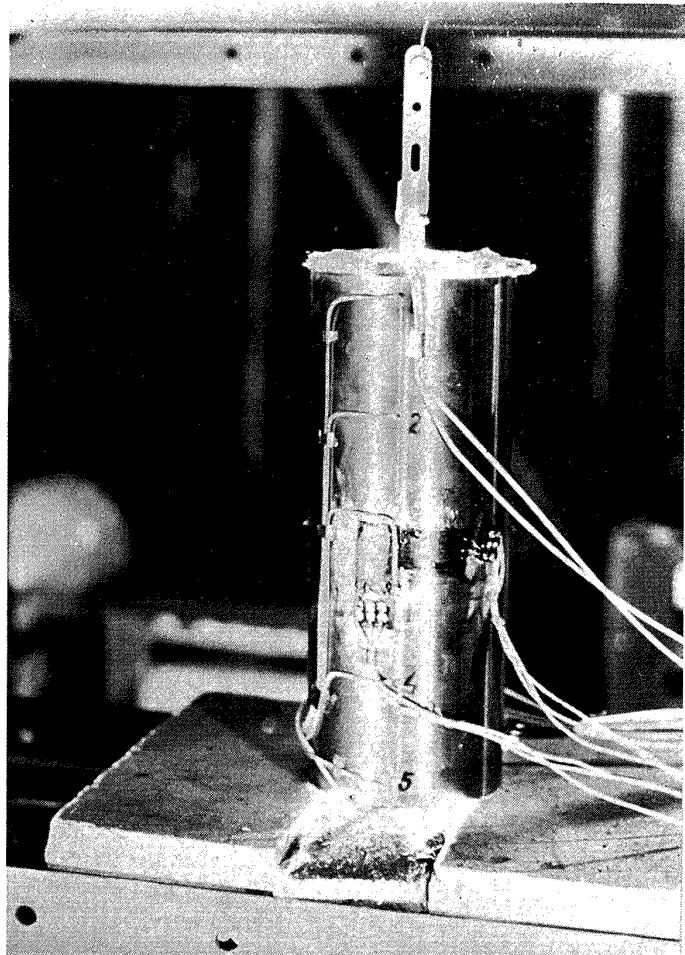


図6 加熱を受ける中空円筒

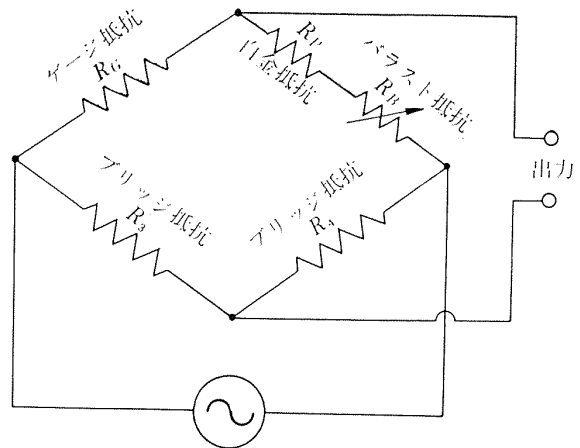


図5 白金線とバリスタ抵抗による自己温度補償ゲージの回路

度による抵抗変化およびゲージと試験体の線膨脹の大きさの差によって生じる見かけのひずみのことである。ゲージ率の変化とは与えられた一定ひずみに対するゲージ出力の温度による変化をいう。高温でのひずみ測定値にはこれらが含まれているため、あらかじめ求めた補正曲線を使って測定値の補正を行ない<sup>\*5</sup>、荷

<sup>\*5</sup> これらの補正曲線の作り方については文献3または6を参照されたい。

重や熱応力による熱ひずみを求める必要がある。いま、 $T$  を測定点における温度、 $\varepsilon$  を温度  $T$  のとき荷重および熱応力によって生じたひずみ、 $\varepsilon_{app}(T)$  を温度  $T$  におけるひずみ測定値、 $F(T)$  を温度  $T$  における零点移動、 $K_T$  と  $K_0$  をそれぞれ温度  $T$  および室温におけるゲージ率とすると、これらの関係はつぎのように表わされる。

$$\varepsilon(T) = [\varepsilon_{app}(T) - F(T)](K_0/K_T) \quad \cdots (26)$$

図 7 に零点移動の補正曲線を示す。零点移動は温度変化  $140^\circ\text{C}$  までの範囲で  $\pm 40 \times 10^{-3}$  以下で、円筒の熱ひずみの定常値(計算値)の  $1/4$  以下になっている。図 8 にゲージ率変化の補正曲線を示す\*。ひずみゲージの一定ひずみに対する出力は、温度変化  $150^\circ\text{C}$  までの範囲ではほぼ直線的に低下し、 $150^\circ\text{C}$  で  $4 \sim 5\%$  の低下となる。

## 実 験

実験により求められた外面温度の準定常状態における直線性から、解析に用いた円筒の外面断熱の仮定の成立する時間を求め、その時間内の測定値をデータとして用いるため、実験は一応 360 秒間行なった。加熱源の管型赤外線電球にスライダックを通じて  $480\text{V}$  の電圧を加え、 $3\text{KW}$  の出力で円筒を内面より一様に加熱した。測定は印加電圧が  $480\text{V}$  になるのと同時に開始した。温度はインク書き多点ミリボルト計で、ひずみは動ひずみ計と電磁オッ

\* 図 8 の縦軸のゲージ率比  $K_T/K_0$  は、室温および温度  $T$  で一定ひずみ  $\varepsilon$  を試験片に支えた時の測定ひずみ値 ( $\varepsilon$ ,  $\varepsilon_T$ ) の比をとったものである。いま、 $\Delta R/R$  をひずみ  $\varepsilon$  によるゲージの抵抗変化とすれば、温度  $T$  におけるひずみ  $\varepsilon$  は

$$\varepsilon = \frac{\Delta R}{R} / K_T \quad \cdots (i)$$

となる。しかし、ひずみ測定器には室温におけるゲージ率  $K_0$  が設定されているため、測定器によって指示されるひずみ値  $\varepsilon_T$  は

$$\varepsilon_T = \frac{\Delta R}{R} / K_0 \quad \cdots (ii)$$

これは

$$\begin{aligned} \varepsilon_T &= \left( \frac{\Delta R}{R} \right) \frac{1}{K_T} \cdot \frac{K_T}{K_0} \\ &= \varepsilon \frac{K_T}{K_0} \quad \cdots (iii) \end{aligned}$$

したがって

$$\varepsilon_T / \varepsilon = K_T / K_0 \quad \cdots (iv)$$

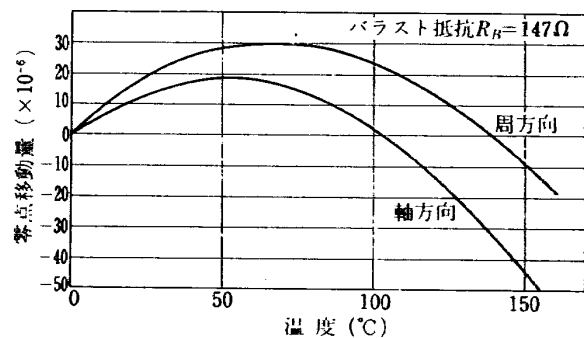


図 7 ひずみゲージの零点移動

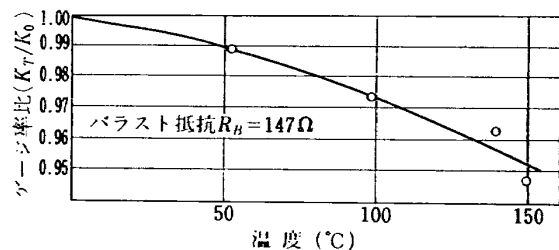


図 8 ひずみゲージのゲージ率の変化

シログラフで、いずれも連続的に測定した。測定中の各時間における温度から、図 7, 8 を用いて零点移動とゲージ率の変化の大きさを求め、(26) 式により熱応力にもとづくひずみを算出した。

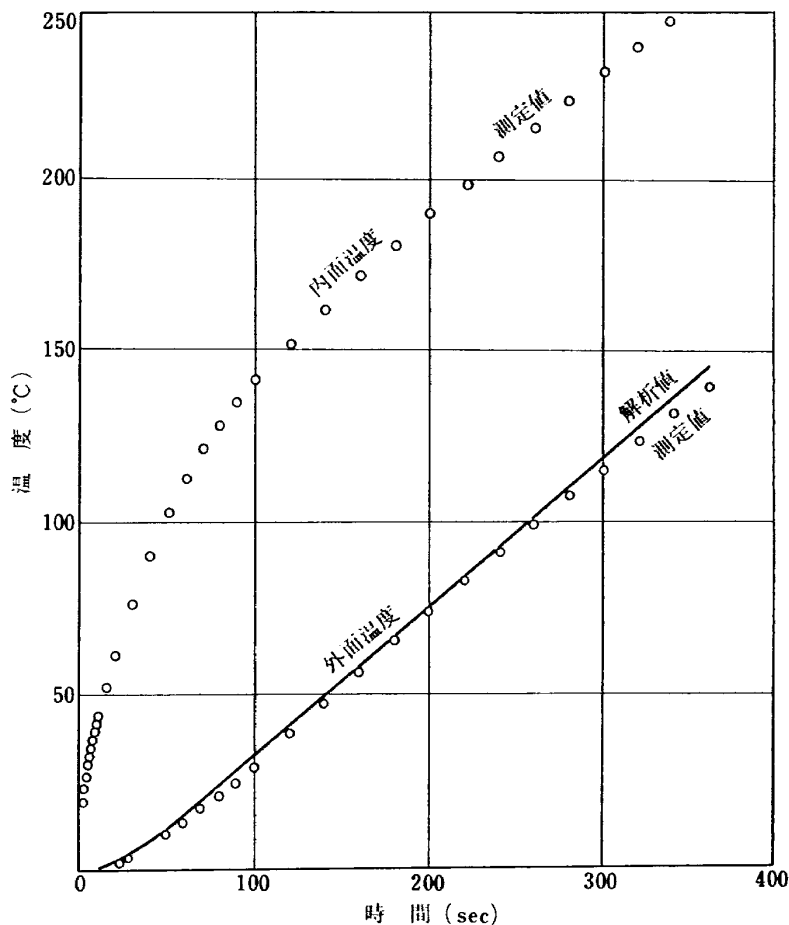


図 9 円筒内外面の温度上昇



表 1 試験体の物性値

熱伝導率 $\lambda$	$3.89 \times 10^{-3}$ (cal/mm $\cdot$ sec $\cdot$ °C)
温度伝導率 $K$	4.45 (mm $^2$ /sec)
比熱 $C$	0.11 (cal/gr $\cdot$ °C)
密度 $\mu$	$7.82 \times 10^{-3}$ (gr/mm $^3$ )
線膨張係数 $\alpha$	$1.77 \times 10^{-5}$ (1/°C)

## 7. 実験結果

### 温度

円筒中央部の内面と外面に取付けられた熱電対  $T_6$  と  $T_7$  による温度測定結果および解析にもとづく外面温度の計算値を図 9 に示す。外面温度の計算値は、実験より求めた温度上昇速度の値と表 1 に示す円筒の物性値を (13) 式に代入して単位時間・単位面積当りの流入熱量を求め、これを (5) 式に代入して求めたものである。(5) 式の右辺かっこ内の最後の項は減衰がきわめて早かったので、3 項までで打切った<sup>\*7</sup>。円筒内外面の測定温度の直線性は 100 秒以後きわめて良好となり、たがいにほとんど平行になっている<sup>\*8</sup>。この時の温度上昇速度は約 0.44°C/sec であった。また、外面温度の測定値は計算値ときわめて良い一致を示し、実験が解析に用いた条件を満たしていることを表わしている。しかし、240 秒以降では、測定値が計算値に比べ徐々に小さくなっていくが、これは放射などによる熱損失が生じて外面断熱の仮定が成立し難くなっていることを表わすものである。

周方向の温度分布は、図 10 に示すように、実験時間中ほぼ一様で、軸対称性が保持されていることがわかる。軸方向の温度分布は、図 11 に示すように、時間の経過とともに一様性を失ない、円筒中央部の温度が上下端の温度より高い凸形の温度分布となる。しかし、ひずみ測定を行なった円筒中央部附近では、実験開始より 150 秒ほどの間は、温度勾配はきわめて小さく、ほぼ軸対称熱流の条件を満たしているものと思われる。

### 熱ひずみ

周方向と軸方向のひずみ測定値および解析にもとづく計算値を図 12 に示す。実験開始より約 60 秒間が過渡状態で、周方向と軸方向のひずみはほとんど等しい

\*7 計算の詳細については附録 2 参照。

\*8 内面温度の測定は、その精度に問題があるため、単にその変化の傾向を知り、参考値を得るため行なったものである。詳細については附録 3 および文献 7, 8 を参照

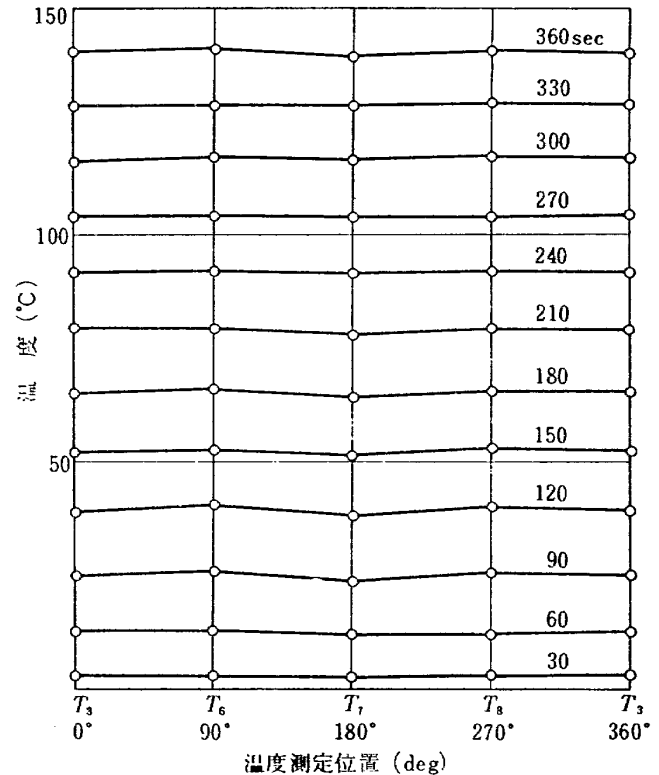


図 10 周方向温度分布

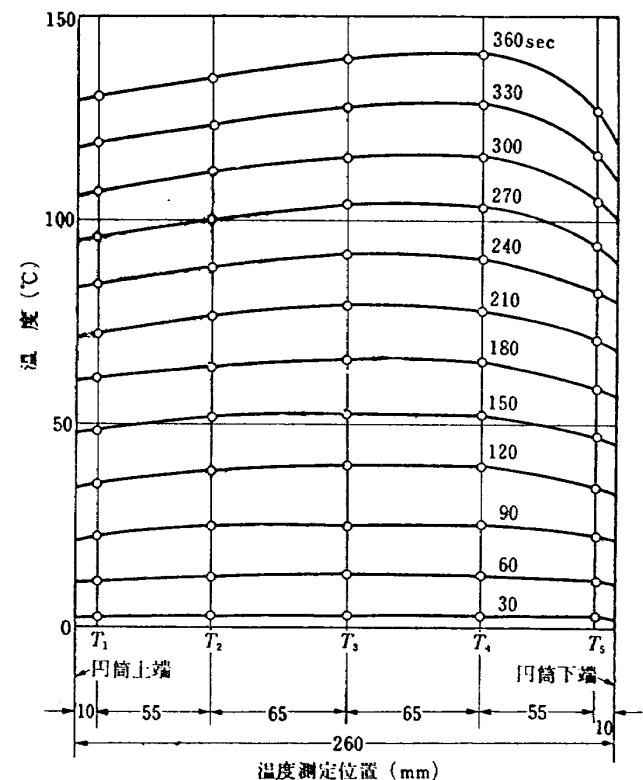


図 11 軸方向温度分布

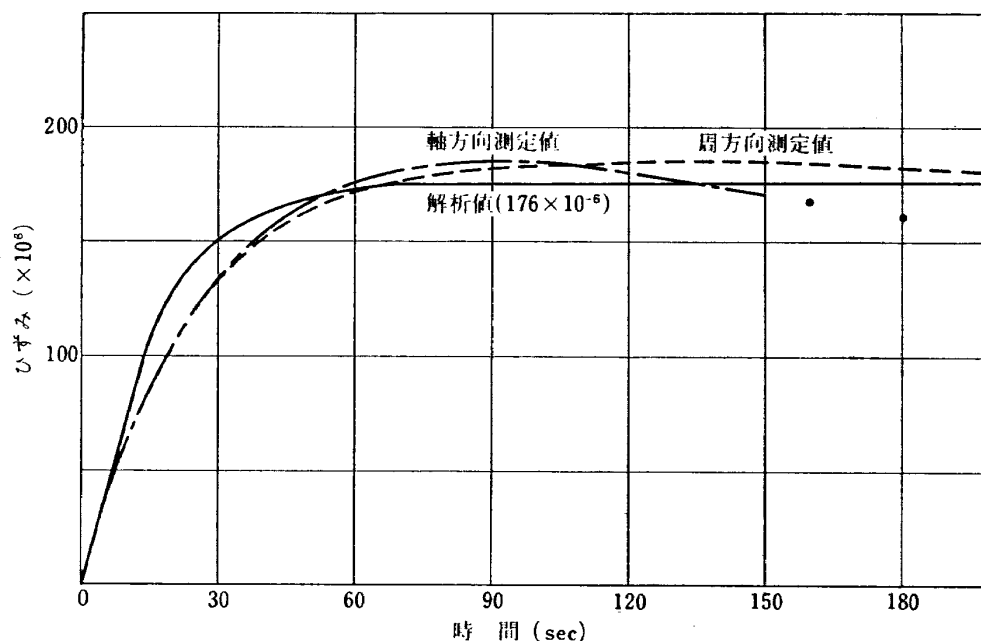


図 12 温度ひずみの測定結果

大きさを急速に増大し、その後一定値に収束する傾向を示している。しかし、計算値に対しては時間おくれを生じている。温度が準定常状態となる 60 秒以降では、周方向と軸方向のひずみはいずれもほぼ一定値に収束した。収束値は計算値の約 5% 増になっている。その後、110 秒を境として軸方向ひずみは減少しはじめ、円筒中央部の軸方向温度勾配がきわめて小さい 150 秒までに計算値の約 5% 減の値となる。周方向ひずみはしばらく一定値を保つが、180 秒以降徐々に減少し、円筒の外表面断熱の仮定の成立している 240 秒までに計算値の約 5% 減の値となる。

## 8. 考 察

### 8.1 温度分布の不整に起因する熱ひずみの誤差の検討

円筒の軸方向の温度分布が一様でないことから生じる熱ひずみの誤差の評価のために、次のような計算を試みた。すなわち、ある時刻において円筒内外面上に生じる温度分布が軸方向のみの関数  $T = T(Z)$  であるとし、これが図 13 に示すように軸方向に余弦分布をなす場合を考える。円筒の内外面温度はたがいに等しい大きさを、 $P$  を円筒中央部と上下端の温度差とし、

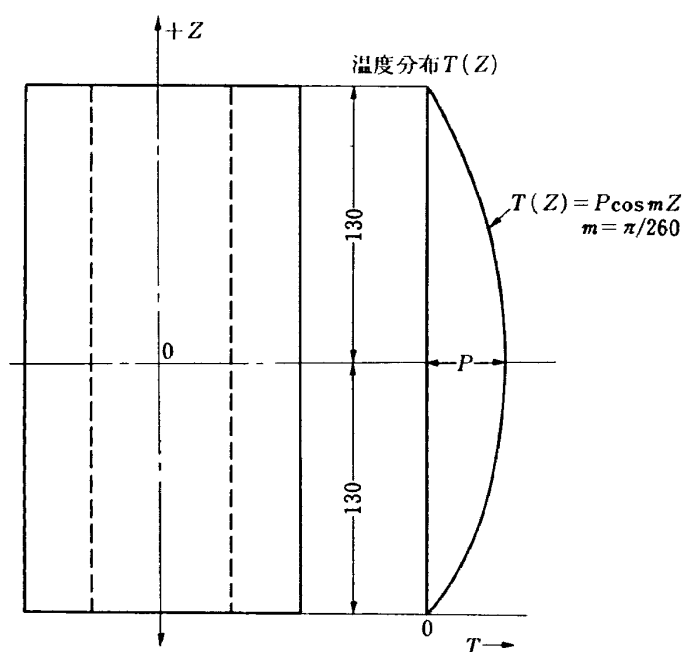


図 13 円筒の軸方向温度分布の例

表 2 軸方向温度分布によって生ずる熱ひずみ

$P$	$\epsilon_z$	$\epsilon_\theta$
3°C	$+4 \times 10^{-6}$	$-0.6 \times 10^{-6}$
10 "	+13 "	-2 "
20 "	+26 "	-4 "

$$T(Z)_{r=a} = T(Z)_{r=b} = P \cos mZ \quad \dots\dots (27)$$

として計算を行なうと<sup>9)</sup>、ひずみ測定点 ( $r=b, Z=0$ ) における周方向と軸方向のひずみ  $\epsilon_\theta$  と  $\epsilon_z$  とは  $P$  をパラメータとして表 2 に示す値をとる。本実験では円筒内面の軸方向温度分布を測定していないので、表 2 に示す値を用いて測定値を直接補正することはできない。しかし、温度が準定状態になると、半径方向の各点の温度差は一定となることが解析により示され、しかも実験が解析条件を満たしていることがわかっている。このため、円筒内面の軸方向温度分布は外面のそれとほぼ等しくなるものと推定される。すなわち、 $T_0$  を準定状態における円筒内外面の温度差とすれば、

$$\left. \begin{aligned} T(Z)_{r=b} &= P \cos mZ \\ T(Z)_{r=a} &= P \cos mZ + T_0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (28)$$

となるものと推定される。このことから、ひずみの測定結果をつぎのような考えの下に整理する。すなわち、軸方向温度分布が一樣でないことに起因する熱ひずみの誤差は、円筒中央部と上下端の温度差がひどく大きくなならない限り、周方向ひずみには影響しないが、軸方向ひずみには比較的大きな影響を与える。このため軸方向ひずみの測定値と計算値との比較を行なうには、この温度差がかなり小さい範囲のものに限定する必要がある。いま、この温度差が  $5^\circ\text{C}$  までの範囲をとると、実験時間は  $0 \sim 150$  秒までの範囲となり、表 2 に示す  $\epsilon_z$  はひずみの計算値の 5% 弱の大きさになる。

## 8.2 高温域でのひずみ測定に対する検討

高温域でのひずみ測定上の主要な問題は零点移動とゲージ率の補正、温度特性の再現性およびひずみゲージの試験体への取付けの 3 つである。零点移動は実験温度範囲が拡大すると、たとえ温度補償を行なっても、その大きさが増大する傾向にあるため、求める熱ひずみ値が小さい場合には信号/雑音比が小さくなり、測定精度はやや低下すると考えるのが一般的である。温度特性の再現性は高温域で低下し、ばらつきの幅が広がってくるため、高温での零点移動やゲージ率変化の補正の精度は若干低下する。本実験では、加熱源の出力が大きくないため、円筒の外面温度は  $150^\circ\text{C}$  ほどにしかなっていないが、ゲージの取付けの問題を除いて熱ひずみ測定上の主要な問題は全て含まれている。したがって、本実験により得られる結論をより高温でのひずみ測定に適用するには、精度の若干の低下を考慮すればよいことがわかる。

## 8.3 過渡状態での熱ひずみの立上りの遅れの検討

測定値の記録はランプ印加電圧が  $480\text{V}$  になると同時に開始したが、加熱ランプは電圧を加えられてから定常的な発熱を行なうまでに若干の時間を必要とすることと、円筒に溶接された熱電対の温度をひずみゲージの温度としているが、ゲージの温度はベースが介在するために試験体の温度より立上りが遅れることの 2 つが、立上りの遅れの主な原因として考えられる。

## 9. 結 論

実験結果から、熱ひずみの測定値は周方向、軸方向ともいずれも解析で示された変化の傾向をほぼ忠実に再現し、その大きさについても過渡状態、準定常状態とも計算値にほぼ等しい値となっていることが示された。

したがって、求める熱ひずみ値に比べてひずみゲージの零点移動を小さくするように配慮すれば、ひずみゲージを用いて行なう高温ひずみ測定により、 $300 \sim 400^\circ\text{C}$  までの温度域で構造物や部材に発生する熱ひずみをかなり精度良く求めうることがわかった。ただし測定精度は測定すべき雰囲気の温度が高くなると、一般に低下するものと推測される。

## 引 用 文 献

- 1) 竹中: 航空技術研究所報告, TR-6, (1960).
- 2) 江川: 航空宇宙技術研究所資料, TM-62, (1965).
- 3) 竹中, 江川: 機械学会誌, 68-562, (昭 40-11), 1573.
- 4) 熱伝導問題については、たとえば V.S. Arpaci, Conduction Heat Transfer, (1966), Addison-Wesley.
- 5) S. Timoshenko & J.N. Goodier, Theory of Elasticity, (1951), 412, McGraw-Hill.
- 6) 竹中, 江川: 非破壊検査, 17-1 および 3, (昭 43-1 および 3), 21 および 117.
- 7) 竹中, 江川: 機械学会第 42 期全国大会講演前刷, No. 122, (昭 39-10), 624.
- 8) F. J. White, Experimental Mechanics, 2-7, (1962), 204
- 9) E. Melan & H. Purkus, Wärmespannungen, (1953), 85, Springer.
- 10) 江川, 溶接学会誌, 40-3, (昭 46-3), 20.
- 11) A.J. Chapman, Heat Transfer, 2nd edition, (1967), 23, MacMillan.
- 12) Metal Handbook, 8th edition, (1961), Vol. 1, 490 and 503, American Society of Metal.

## 付 録

1. 円筒の温度と熱ひずみの解析
2. 円筒の流入熱量, 温度および熱ひずみの計算
3. 輻射加熱を受ける金属表面の温度測定

4. 零点移動を小さく押えることの必要性
5. 市販の高温ひずみゲージとその使用温度限界
6. ステンレスの物性値の温度による変化

## 1. 円筒の温度と熱ひずみの解析

内径  $a$ , 外径  $b$  の長い円筒が内面から一様な熱量  $q$  を受けて加熱される場合, 熱の流れは半径方向の一次元流れとなり, 時間  $t$  において円筒に生じる温度分布  $T(r, t)$  は次式を満足していなければならない。

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{K} \frac{\partial T}{\partial t} \quad \cdots (A-1)$$

いま, 円筒の初期温度が一様で, この温度から計った温度を  $T$  で表わすことにし, さらに円筒の外面が断熱状態に保たれているとすれば, 初期条件および境界条件は次式で表わされる。

初期条件:

$$T(r, 0) = 0 \quad \cdots (A-2)$$

境界条件:

$$\frac{\partial T(a, t)}{\partial r} = -q/\lambda \quad \cdots (A-3)$$

$$\frac{\partial T(b, t)}{\partial r} = 0 \quad \cdots (A-4)$$

$$\bar{T}(r, s) = \frac{q}{\lambda} \frac{1}{\sqrt{S}} \left[ \frac{I_0\left(\sqrt{\frac{S}{K}}r\right)K_1\left(\sqrt{\frac{S}{K}}b\right) - K_0\left(\sqrt{\frac{S}{K}}r\right)I_1\left(\sqrt{\frac{S}{K}}b\right)}{K_1\left(\sqrt{\frac{S}{K}}a\right)I_1\left(\sqrt{\frac{S}{K}}b\right) - I_1\left(\sqrt{\frac{S}{K}}a\right)K_1\left(\sqrt{\frac{S}{K}}b\right)} \right] \quad \cdots (A-9)$$

ここで得られた温度のラプラス変換は二価関数  $\sqrt{s}$  を含んでいるため, 一見, 岐点を持つように思われるが, いま試みに  $S = \gamma^{1/2} e^{\pm i\pi/2}$  を代入し, ベッセル関

$$\bar{T}(r, s) = \frac{q}{\lambda} \frac{1}{S} \frac{1}{\omega} \frac{J_0(\omega\rho)Y_1(\omega\rho_0) - Y_0(\omega\rho)J_1(\omega\rho_0)}{J_1(\omega)Y_1(\omega\rho_0) - J_1(\omega\rho_0)Y_1(\omega)} \quad \cdots (A-10)$$

ここで

$$\omega^2 = -a^2 S / K \quad \cdots (A-11)$$

したがって, 次式で定義されるラプラス逆変換は,

$$T(r, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \bar{T}(r, s) e^{-st} dS \quad \cdots (A-12)$$

その被積分関数の特異点, すなわちいずれも 1 位の極である  $S=0$ , および  $S_n = -K\omega_n^2/a^2$  についての留数計算に帰着される。ただし,  $\omega_n$  は

$$J_1(\omega)Y_1(\omega\rho_0) - J_1(\omega\rho_0)Y_1(\omega) = 0 \quad \cdots (A-13)$$

の  $n$  次の正根である。

$$e^{st} \bar{T}(r, s) = e^{st} \left( \frac{aq}{\lambda} \right) \frac{1}{\rho_0^2 - 1} \left\{ \frac{2K}{a^2 S^2} + \frac{1}{S} \left\{ \frac{1}{4} (2\rho^2 - 3\rho_0^2 - 1) + \frac{\rho_0^2}{\rho_0^2 - 1} [\rho_0^2 \ln \rho_0 + (1 - \rho_0^2) \ln \rho] \right\} \right. \\ \left. + \frac{1}{S^2} \left\{ \cdots \right\} + \cdots \right\} \quad \cdots (A-14)$$

したがって

$$R_{es}(0) = \left( \frac{aq}{\lambda} \right) \frac{1}{\rho_0^2 - 1} \left\{ \frac{2Kt}{a^2} + \frac{1}{4} (2\rho^2 - 3\rho_0^2 - 1) + \frac{\rho_0^2}{\rho_0^2 - 1} [\rho_0^2 \ln \rho_0 + (1 - \rho_0^2) \ln \rho] \right\} \quad \cdots (A-15)$$

温度  $T$  のラプラス変換  $\bar{T}$  を次式で定義し,

$$\bar{T} = \int_0^\infty T e^{-st} dt \quad \cdots (A-5)$$

(A-1) 式のラプラス変換を行なえば

$$\frac{d^2 \bar{T}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\bar{T}}{dr} = \frac{S}{K} \bar{T} \quad \cdots (A-6)$$

円筒の内外面における境界条件は

$$\frac{d\bar{T}}{dr}(a, S) = -q/\lambda S \quad \cdots (A-7)$$

$$\frac{d\bar{T}}{dr}(b, S) = 0 \quad \cdots (A-8)$$

となる。

(A-6) 式の一般解は零次の第 1 種および第 2 種変形ベッセル関数の 1 次結合で与えられる。境界条件 (A-7), (A-8) を用いてその積分定数を定めればラプラス変換形における温度の解は次のようになる。

数と変形ベッセル関数の関係を用い,  $\rho_0 = b/a$ ,  $\rho = r/a$  として整理してみると (A-9) 式は 1 価関数となることがわかり, (A-10) 式のように変換される。

## 逆 変 換

(1)  $S=0$  における留数

$S=0$  における留数は被積分関数を  $S$  のべき乗に級数展開した際の  $1/S$  の項の係数として求められることがわかっているから,  $J_0(Z)$ ,  $J_1(Z)$ ,  $Y_0(Z)$ ,  $Y_1(Z)$  を展開して計算を行なうと

(2)  $S_n = -K\omega_n^2/a^2$  における留数

一般にラプラス逆変換を行なうべき関数  $f(Z)$  が

$$f(Z) = \frac{P(Z)}{Z^K Q(Z)} \quad \dots\dots (A-16)$$

$K$  は極の次数

なる時,  $Z=a_n$  における留数は

$$\sum_{n=1}^N \text{Res}(a_n) = \sum_{n=1}^N \frac{P(Z)}{a_n^K (dQ/dZ)_{Z=a_n}} \quad \dots\dots (A-17)$$

で与えられる。(A-17)式にしたがって計算を行ない、これをロンスキーの公式

$$J_1(Z) Y_1'(Z) - J_1'(Z) Y_1(Z) = 2/\pi Z \quad \dots\dots (A-18)$$

または

$$Y_1'(Z) = \frac{1}{J_1(Z)} \left[ \frac{2}{\pi Z} + J_1'(Z) Y_1(Z) \right] \quad \dots\dots (A-18')$$

を用いて整理すると

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N \text{Res}(-K\omega_n^2/a^2) &= \pi \left( \frac{aq}{\lambda} \right) \sum_{n=1}^N \frac{1}{\omega_n} \frac{J_1(\omega_n) J_1(\omega_n \rho_0)}{J_1^2(\omega_n \rho_0) - J_1^2(\omega_n)} \\ &\quad \times [J_0(\omega_n \rho) Y_1(\omega_n \rho_0) - Y_0(\omega_n \rho) J_1(\omega_n \rho_0)] e^{-K\omega_n^2 t/a^2} \quad \dots\dots (A-19) \end{aligned}$$

したがって求める温度は

$$\begin{aligned} \frac{T(r, t)}{aq/\lambda} &= \frac{1}{\rho_0^2 - 1} \left\{ \frac{2Kt}{a^2} + \frac{1}{4} (2\rho^2 - 3\rho_0^2 - 1) + \frac{\rho_0^2}{\rho_0^2 - 1} [\rho_0^2 \ln \rho_0 + (1 - \rho_0^2) \ln \rho] \right\} \\ &\quad + \pi \sum_{n=1}^N \frac{1}{\omega_n} \frac{J_1(\omega_n) J_1(\omega_n \rho_0)}{J_1^2(\omega_n \rho_0) - J_1^2(\omega_n)} [J_0(\omega_n \rho) Y_1(\omega_n \rho_0) - Y_0(\omega_n \rho) J_1(\omega_n \rho_0)] e^{-K\omega_n^2 t/a^2} \quad \dots\dots (A-20) \end{aligned}$$

ただし  $\omega_n$  は

$$J_1(\omega_n) Y_1(\omega_n \rho_0) - J_1(\omega_n \rho_0) Y_1(\omega_n) = 0 \quad \dots\dots (A-21)$$

の  $n$  次の正根である。

円筒内外面に発生する熱ひずみは

および (A-21) 式を用いて計算を行なうと

$$\begin{aligned} (\varepsilon_\theta)_{\rho=1} = (\varepsilon_z)_{\rho=1} &= \alpha \left( \frac{2}{\rho_0^2 - 1} \int_1^{\rho_0} T \rho d\rho - T_{\rho=1} \right) \\ &\quad \dots\dots (A-22) \\ (\varepsilon_\theta)_{\rho=\rho_0} = (\varepsilon_z)_{\rho=\rho_0} &= \alpha \left( \frac{2}{\rho_0^2 - 1} \int_1^{\rho_0} T \rho d\rho - T_{\rho=\rho_0} \right) \\ &\quad \dots\dots (A-23) \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} \int x J_0(x) dx &= x J_1(x) \\ \int x Y_0(x) dx &= x Y_1(x) \\ \int f'(x) \ln x dx &= f(x) \ln x - \int \frac{f(x)}{x} dx \end{aligned} \right\} \quad (A-24)$$

(A-20) 式を (A-22, 23) 式に代入し, 公式 (A-24)

$$\begin{aligned} (\varepsilon_\theta)_{\rho=1} = (\varepsilon_z)_{\rho=1} &= \left( \frac{\alpha a q}{\lambda} \right) \frac{2}{\rho_0^2 - 1} \int_1^{\rho_0} \left\{ \frac{1}{\rho_0^2 - 1} \left[ \frac{2Kt}{a^2} + \frac{1}{4} (2\rho^2 - 3\rho_0^2 - 1) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\rho_0^2}{\rho_0^2 - 1} [\rho_0^2 \ln \rho_0 + (1 - \rho_0^2) \ln \rho] \right] + \pi \sum_{n=1}^N \frac{1}{\omega_n} \frac{J_1(\omega_n) J_1(\omega_n \rho_0)}{J_1^2(\omega_n \rho_0) - J_1^2(\omega_n)} \right. \\ &\quad \left. \times [J_0(\omega_n \rho) Y_1(\omega_n \rho_0) - Y_0(\omega_n \rho) J_1(\omega_n \rho_0)] e^{-K\omega_n^2 t/a^2} \right\} \rho d\rho - \alpha T_{\rho=1} \\ (\varepsilon_\theta)_{\rho=\rho_0} = (\varepsilon_z)_{\rho=\rho_0} &= \left( \frac{\alpha a q}{\lambda} \right) \left\{ \frac{\rho_0^2}{\rho_0^2 - 1} \left( \frac{1}{2} - \frac{\rho_0^2}{\rho_0^2 - 1} \ln \rho_0 \right) + \frac{1}{4} \right. \\ &\quad \left. - \pi \sum_{n=1}^N \frac{1}{\omega_n} \frac{J_1(\omega_n) J_1(\omega_n \rho_0)}{J_1^2(\omega_n \rho_0) - J_1^2(\omega_n)} [J_0(\omega_n) Y_1(\omega_n \rho_0) - Y_0(\omega_n) J_1(\omega_n \rho_0)] e^{-K\omega_n^2 t/a^2} \right\} \quad \dots\dots (A-25) \end{aligned}$$

同様にして

$$\begin{aligned} (\varepsilon_\theta)_{\rho=\rho_0} = (\varepsilon_z)_{\rho=\rho_0} &= \left( \frac{\alpha a q}{\lambda} \right) \left\{ \frac{\rho_0^2}{\rho_0^2 - 1} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{\rho_0^2 - 1} \ln \rho_0 \right) - \frac{1}{4} \right. \\ &\quad \left. - \pi \sum_{n=1}^N \frac{1}{\omega_n} \frac{J_1(\omega_n) J_1(\omega_n \rho_0)}{J_1^2(\omega_n \rho_0) - J_1^2(\omega_n)} [J_0(\omega_n \rho_0) Y_1(\omega_n \rho) - J_1(\omega_n \rho_0) Y_0(\omega_n \rho)] e^{-K\omega_n^2 t/a^2} \right\} \quad (A-26) \end{aligned}$$

## 2. 円筒の流入熱量、温度および熱ひずみの計算

表 1 に示す物性値を用いて解析にもとづく計算を行った。

### 2.1 流入熱量

円筒の温度上昇率は  $0.44^{\circ}\text{C}/\text{sec}$  なることが図 9 に示す実験結果から求められたので、円筒の単位面積当り単位時間に流入する熱量  $q$  は (13) 式より

$$q = \frac{1}{2} a \mu c (\rho_0^2 - 1) \frac{dT}{dt} = 1.419 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{sec} \quad \dots\dots (\text{A-27})$$

### 2.2 円筒の外面温度

#### 1) 準定常項

$$(T_b)_{PT} = 0.434t - 9.98 \quad \dots\dots (\text{A-28})$$

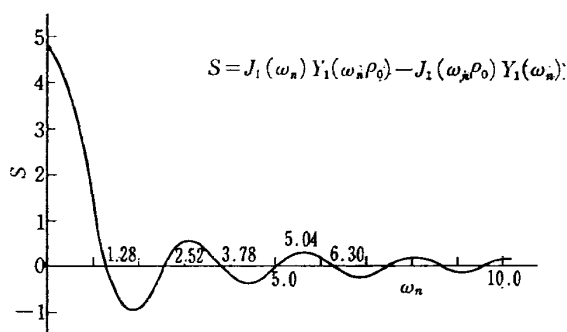


図 A-1  $\omega_n$  の計算値

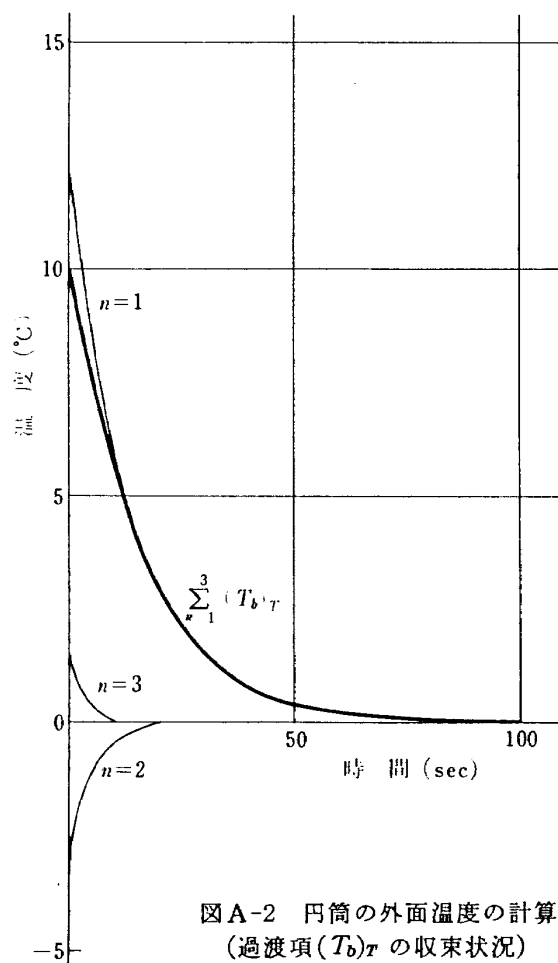


図 A-2 円筒の外面温度の計算  
(過渡項  $(T_b)_T$  の収束状況)

#### 2) 過渡項

(6) 式から  $\omega_n$  を求めた。その結果

$$\omega_1 = 1.28, \omega_2 = 2.52, \omega_3 = 3.78, \omega_4 = 5.04, \omega_5 = 6.30, \dots\dots$$

となった。また、 $S = J_1(\omega_n)Y_1(\omega_n\rho_0) - J_1(\omega_n\rho_0)Y_1(\omega_n)$  として、 $\omega_n$  を 0~10 までの範囲について計算した結果を図 A-1 に示す。これらの  $\omega_n$  を用いて  $n=1$  から順次計算してゆくと

$$(T_b)_T = 12.0e^{-0.073t} - 3.36e^{-0.283t} + 1.42e^{-0.636t} \dots\dots (\text{A-29})$$

となる。計算の過程から  $n$  を 4 以上に大きくとっても  $1/e$  の収束が早まり、しかもその項の係数が急速に小さくなって、 $(T_b)_T$  の値にあまり影響しないことがわかったので 3 項まで打切った。各項の大きさと時間に対する収束状況を図 A-2 に示す。

#### 3) 円筒の外面温度

以上から、円筒の外面温度は

$$T_b \doteq 0.434t - 9.98 + 12.0e^{-0.073t} - 3.36e^{-0.283t} + 1.42e^{-0.636t} \quad \dots\dots (\text{A-30})$$

となり、結果は図 A-3 および図 9 に示すようになる。

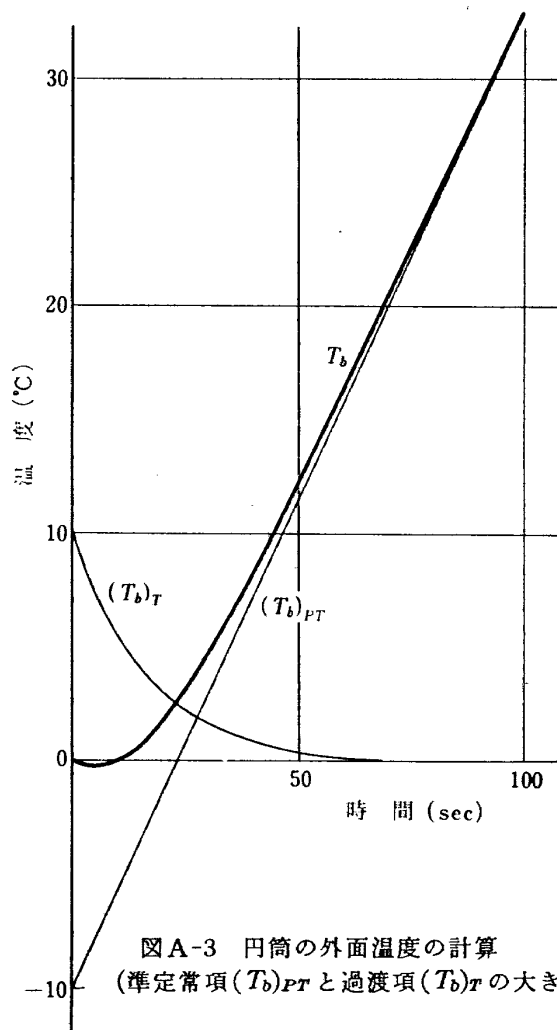


図 A-3 円筒の外面温度の計算  
(準定常項  $(T_b)_{PT}$  と過渡項  $(T_b)_T$  の大きさ)

表A-1 温度と熱ひずみの過渡項の大きさと収束状況

$t$ (sec)	$(T_b)_{T,n=1}$ (°C)	$(T_b)_{T,n=2}$ (°C)	$(T_b)_{T,n=3}$ (°C)	$\sum_{n=1}^3 (T_b)_T$ (°C)	$(\varepsilon_\theta)_{\rho=\rho_0}$ ( $\times 10^{-6}$ )
0	12.0	-3.36	1.42	10.06	-177
1	11.2	-2.53	0.752	9.38	166
2	10.4	-1.91	0.398	8.86	157
3	9.64	-1.44	0.211	8.41	149
4	8.96	-1.08	0.112	7.99	141
5	8.33	-0.816	0.059	7.57	134
10	5.78	-0.198	0.0025	5.59	99.0
15	4.01	-0.048	0.0001	3.97	70.3
20	2.79	-0.012		2.78	49.3
25	1.94	-0.003		1.93	34.2
30	1.34	-0.0007		1.34	23.8
35	0.932	-0.0001		0.932	16.5
40	0.647			0.647	11.5
45	0.449			0.449	8.0
50	0.312			0.312	5.5
60	0.150			0.150	2.7
70	0.072			0.072	1.3
80	0.035			0.035	0.6
90	0.017			0.017	0.3
100	0.008			0.008	0

## 2.3 円筒外面の熱ひずみ

熱ひずみの式 (A-26) の右辺かっこ内の第3項を円筒の外面温度の式 (A-20) のそれと比べると, (A-20) 式の過渡状態を表わす項を  $-\alpha$  倍すれば, (A-26) 式の過渡項と同じになることがわかる。したがって, (A-29) 式を用いて計算すると求める円筒外面の熱ひずみは

$$(\varepsilon_\theta)_{\rho=\rho_0} = (\varepsilon_\theta)_{\rho=\rho_0} \doteq [177 - 17.7(12.0e^{-0.073t} - 3.36e^{-0.283t} + 1.42e^{-0.686t})] \times 10^{-6} \quad \dots\dots (A-31)$$

となる。過渡熱ひずみの項の大きさとその収束状況を表A-1に示す。

## 3. 輻射加熱を受ける金属表面の温度測定

本実験における円筒内面の温度測定の場合のように, 輻射加熱を受ける金属表面の温度を熱電対を用いて測定しようとする, 熱電対自体が加熱を受けてその温度が上昇するため, 正しい測定値が求められない。これらの詳細については文献7, 8にゆづるが, 測定に際して, 次の諸点に留意して測定値が少しでも正しい値に近づくようにした。

1. 通常行なうように熱電対の先端を玉にして測定体に溶着すると, この玉と測定体との熱容量のちが

いから, この玉の温度が急上昇するものと予想される。ここでは熱電対の先端を約1mm離して, 別々に測定体に溶着する方法を採った。

2. 熱電対に流入する熱を遮へいするため, ガラスセシイで二重被覆されたCA熱電対を用いた。この熱電対をさらに碍管を通して使用する方法も考えられるが, 文献7に述べる実験を行なった際の経験から, あまり効果がないと思われたのでここでは採用しなかった。

ここでの円筒内面の温度値は解析値に比べて,

1. 過渡時間が長く, 準定常状態に収束するまでにかなり温度上昇する。

2. したがって, 準定常状態では測定値は解析値に比べて大きくなるが, 解析値とは平行性を保って上昇してゆく。

これらはいずれも文献7に述べる一定入射熱量を受ける平板の温度の実験済のことであった。

したがってここでは, 円筒の内面温度は解析値および外面温度との平行性を調べるために求めたものである。

## 4. 零点移動を小さく押えることの必要性

すでに本文で述べているように, 高温でのひずみ測定では予備実験で零点移動の補正曲線を求め, 測定中の各時間における測定点温度から, これらの補正曲線と(26)式を用いて熱ひずみを算出する。従来, この方法によれば零点移動の測定値におよぼす影響を排除ことができると考えられていた。しかし, ひずみゲージの温度特性の再現性が完全でないため, 零点移動値がばらつき, 補正曲線はこれらのばらつきの平均値を示すものとなる。零点移動量が大きくなるとばらつきの幅も拡大するため, 求める熱ひずみ値に含まれる誤差も大きくなっていく。したがって, 精度の良い測定を行なうためには, 求める熱ひずみ値に比べて零点移動をかなり小さく押えることが必要となってくる。なお, 零点移動の大きさやばらつき, 再現性などの詳細については文献2を参照されたい。

## 5. 市販の高温ひずみゲージとその使用温度限界

国産および米国製の高温ひずみゲージについて, メーカー, 型名, 測定体への取付方法, 使用温度限界を表A-2に示す。表中の静的測定とは, 試験開始直前にとられたひずみ測定器のゼロ点(平衡位置)を基準として, 荷重が負荷されまたは温度が変動する試験中の

表 A-2 市販の高温ひずみゲージとその使用温度限界

メーカ	型名	取付法	使用温度限界		注
			静的測定	動的測定	
共和電業	KA	溶接	300°C	800°C	自己温度補償型
"	KH	溶射			
新興通信	H	接着	400°C		
東京測器	K}	"	400°C		
ボルドウィン	FNWFB	溶接	1,200°F	1,500°F	自己温度補償型
"	HT	溶着	1,200°F		
"	FNO-E	接着	700°F		
マイクロドット	SG-420	溶接	950°F		
マイクロメジャメント	WK	接着	600°F		"

ひずみ値を求める測定をいい、動的測定とは試験中の温度変動や定常的にまたはゆっくりと負荷される荷重により生じるひずみを求めることを目的とせず、主として振動荷重により生じる変動応力のみを求める測定をいう。一般の熱応力測定は前者に属する。静的測定はひずみゲージの温度特性の影響を直接受けるため、主として測定上の問題から、その使用可能温度範囲は動的測定に比べて小さくなる。なお、注に記してある

表 A-3 計算値に影響する物性値

温度に対して	熱ひずみに対して	熱応力に対して
$\lambda$	$\alpha$	$\alpha$
$K$	$\lambda$	$\lambda$
	$K$	$K$
		$E$

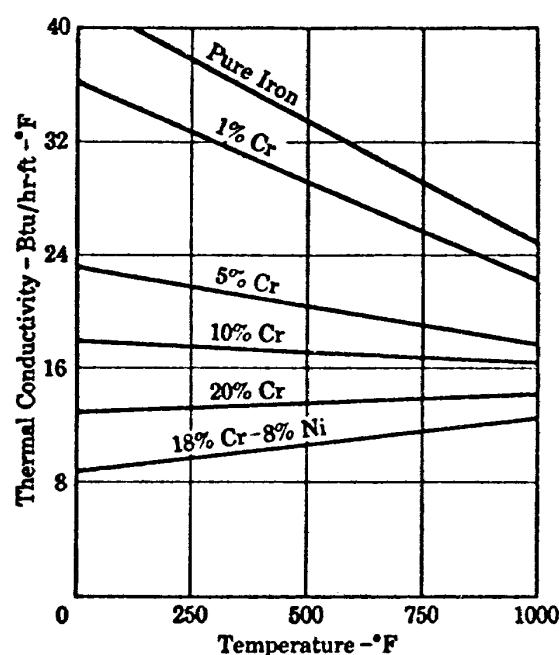
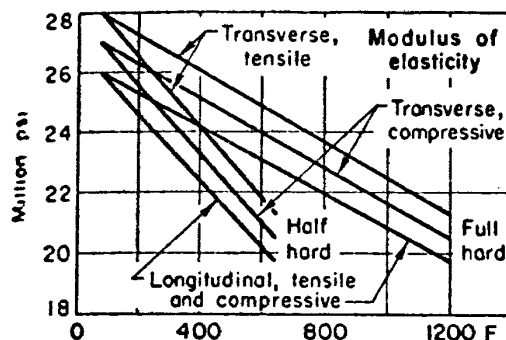


図 A-4 鋼材の熱伝導率におよぼす温度の影響

自己温度補償型とはひずみゲージ自体でその零点移動を小さくするように工夫された形式のものをいう。これらのの実例については文献 10 を参照されたい。

## 6. ステンレスの物性値の温度による変化

本実験では物性値は全て定数として取扱っているが、これらは一般に温度変化に伴って変動する。解析計算の結果に影響をおよぼす物性値は表 A-3 に示す 4 種である。ここでは参考とするためこれらの物性値の温度変化による変動を図 A-4、A-5 および表 A-4 に示した<sup>10)11)</sup>。ただ、温度伝導率  $K$  は熱伝導率  $\lambda$  と比熱  $C_p$  の変化に依存するが、 $C_p$  の変化は、その温度変化がそれほど大きくない場合は、ごく小さいことが知られているため、ここでは温度伝導率  $K$  の温度変化に伴う変動については省略した。



材料: 301 ステンレス鋼 (17% Cr-7% Ni)

図 A-5 ステンレス鋼の縦弾性係数におよぼす温度の影響

表 A-4 ステンレス鋼の線膨張係数

温度範囲 (°C)	線膨張係数 ( $\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ )
17~260	14.2
17~538	16.6
17~649	16.9
17~816	17.6



TR-276	フライングテストベッド機体総合実験 —エンジンを除く本体の機能— Overall Grond Experiments on Flying Test Bed for VTOL Aircrafts at National Aerospace Laboratoy	1972年2月	滝澤直人, 田辺義一 淡谷昭義, 小川敏夫 藤枝郭俊, 申斐幸 西村博史, 小野幸 後藤芳夫
TR-277	円環状ディフューザの乱流境界層の発達 Development of Turbulent Boundary Layers Along the Curred Walls of an Annular Diffusing Passage	1972年2月	藤井昭一, 五味光男 西脇英夫 Theodore H. OKIISHI
TR-278T	Development of Turbulent Boundary Layers Along Curred Walls of an Annular Diffusing Passage	Feb. 1972	Shoichi FUJII Theodore H. OKIISHI
TR-279	直線硬化特性材料での有孔帯板内の応力お よびひずみの集中係数について Stress and Strain Concentration Factor of Strips with a Control Circular Hole in Linearly Strain Herdening Materials	1972年2月	青木由雄, 倉元真実 小林芳人, 国尾武
TR-280	ガンタンネルによる鈍頭円錐の極超音速空 力特性試験 Experimental Study on the Hypersonic Aerodynamic Characteristics of Sphe- rically Blunted Cones by the Gun Tunnel	1972年5月	曾我国男, 小野寺信幸
TR-281	ジェットエンジンのディジタル制御 (1) 装置および予備実験 Digital Control of Jet Engines (1) Control System and Preliminary Ex- periments	1972年7月	西尾健二, 遠藤征紀 杉山七契, 越沼威雄 大畑敏美, 松田幸雄 吉田晃, 中山晋
TR-282	高温タービン試験設備およびその計測装置 On the High Temperature Test Facilities and the Data Processing System.	1972年6月	原動機部
TR-283	エンジン特性の実時間シミュレーション(I) (装置および特性) Real-time Simulation of Jet Engines with Digital Computer (I) (Fabrication and Characteristics of the Simulator)	1972年7月	西尾健二, 杉山七契 越沼威, 橋本武男 大畑敏美, 市川英夫
TR-284	高 $dn$ 値における玉軸受の性能に関する研 究 Study on Performance of Ball Bearings at High $dn$ Valves	1972年5月	宮川行雄, 関勝美 横山正幸
TR-285	高温固体潤滑剤としての一酸化鉛(PBO)に 関する基礎的研究 Study on Lead Monoxide as Solid Lubricant for High Temperatures	1972年5月	宮川行雄, 西村充 安部 亘
TR-286T	An Investigation of Secondary Injection Thrust Vector Control	May 1972	Tatsuo YAMANAKA

## 航空宇宙技術研究所報告287号

昭和47年5月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表) 182  
印刷所 有限会社啓文堂松本印刷  
東京都文京区水道2-7-5

