

UDC 532.517:
533.6.013:
533.692

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-292

翼型の非圧縮乱流ウェーク流の近似計算法

—— 対称ウェーク流の場合 ——

石 田 洋 治

1972 年 7 月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 報 告

- | | | | |
|---------|---|-----------|---|
| TR-275 | 高度制御試験設備
Height Control Test Equipment for VTOL Aircraft | 1972年2月 | 松木正勝, 島崎忠雄, 西尾健二, 遠藤征己, 吉田晃, 山中武田, 岩部柱相, 越沼克己, 関根静雄 |
| TR-276 | フライングテストベッド機体総合実験
—エンジンを除く本体の機能—
Overall Ground Experiments on Flying Test Bed for VTOL Aircrafts at National Aerospace Laboratory | 1972年2月 | 滝澤直人, 田辺義一, 藤谷昭義, 小川斐夫, 藤枝郭俊史, 小野博芳, 西村博夫 |
| TR-277 | 円環状デフューザの乱流境界層の発達
Development of Turbulent Boundary Layers Along the Curved Walls of an Annular Diffusing Passage | 1972年2月 | 藤井昭一, 五味光男, 西脇英夫
Theodore H. OKIISHI |
| TR-278T | Development of Turbulent Boundary Layers Along the Curved Walls of an Annular Diffusing Passage | Feb. 1972 | Shoichi FUJII
Theodore H. OKIISHI |
| TR-279 | 直線硬化特性材料での有孔帯板内の応力およびひずみの集中係数について
Stress and Strain Concentration Factor of Strips with a Central Circular Hole in Linearly Strain-Hardening Materials | 1972年2月 | 青木山雄, 倉元真実, 小林芳人, 国尾武 |
| TR-280 | ガンタンネルによる鈍頭円錐の極超音速空力特性試験
Experimental Study on the Hypersonic Aerodynamic Characteristics of Spherically Blunted Cones by the Gun Tunnel | 1972年5月 | 曾我 国男, 小野寺信幸 |
| TR-281 | ジェットエンジンのデジタル制御
(1) 装置および予備実験
Digital Control of Jet Engines
(1) Control System and Preliminary Experiments | 1972年7月 | 西尾健二, 遠藤征己, 杉山七契, 越沼克己, 大畑敏美, 松田幸雄, 吉田晃, 中山晋 |
| TR-282 | 高温タービン試験設備およびその計測装置
On the High Temperature Turbine Test Facilities and the Data Processing System | 1972年6月 | 原動機部 |
| TR-283 | エンジン特性の実時間シミュレーション(I)
(装置および特性)
Real-time Simulation of Jet Engines with Digital Computer (I)
(Fabrication and Characteristics of the Simulator) | 1972年7月 | 西尾健二, 杉山七契, 越沼克己, 橋本武夫, 大畑敏美, 市川英夫 |
| TR-284 | 高 dn 値における玉軸受の性能に関する研究
Study on Performance of Ball Bearings at High dn Values | 1972年5月 | 宮川行雄, 関 勝美, 横山正幸 |
| TR-285 | 高温固体潤滑剤としての一酸化鉛 (PbO) に関する基礎的研究
Study on Lead Monoxide as Solid Lubricant for High Temperatures | 1972年5月 | 宮川行雄, 西村 允, 安部 亘 |
| TR-286T | An Investigation of Secondary Injection Thrust Vector Control | May, 1972 | Tatsuo YAMANAKA |
| TR-287 | 内面加熱を受ける中空円筒の非定常熱応力
Transient Thermal Stresses of the Hollow Cylinder Subjected Uniform Inner Heating | 1972年5月 | 江川幸一, 竹中幸彦 |
| TR-288 | 低アスペクト比後退角片持平板翼の遷音速および超音速のフラッタ特性
The Transonic and Supersonic Flutter Characteristics of Low Aspect Ratio Sweptback Thin Cantilerer | 1972年5月 | 中井映一, 森田甫之, 菊地孝男, 高橋 実, 東久保正年 |

翼型の非圧縮乱流ウェーク流の近似計算法*

— 対称ウェーク流の場合 —

石 田 洋 治**

An Approximate Calculation Method of Incompressible, Turbulent Wakes behind Aerofoils — Symmetrical Wake Flow Case —

By Youji ISHIDA

An approximate method of calculating the development of incompressible, symmetrical turbulent wake flows downstream of aerofoils is presented. In this method, the integral method using the momentum integral equation and the energy integral equation is applied.

New models for the mean-velocity and the mixing-length distributions across the wake are worked out which properly describe the change of the flow characteristics from the boundary-layer type on the aerofoil surface to that of the wake flow far downstream. In the model for the velocity distribution which is based on Coles' two-layer model, it is assumed that the 'wake component' of the mean velocity at the trailing edge is kept unchangeable, and only the 'wall component' at the trailing edge changes (viz. decreases) in the new inner layer with the distance from the trailing edge. In the model for the latter, the mixing lengths in the new inner layer where it behaves like $L \propto y^{-1/2}$ near the wake centerline and in the outer layer, where it is almost constant, are respectively simulated with physical reasonableness and are joined smoothly at the edge of the new inner layer.

The mean-velocity distribution is given as a one-parameter family of curves by the above model, and the streamwise variation of the parameter, together with the wake thickness is determined by way of the two integral equations mentioned above. The external inviscid stream velocity at the edge of the wake flow must be given in advance.

As examples, the development of several wake flows has been calculated and has been compared with the corresponding experimental data. The agreement is, in general, very good.

1. 序

本報告では二次元翼型の非圧縮対称乱流ウェーク流の、積分法にもとづく一近似計算法を述べる。

翼型のまわりの圧力分布は、境界層の排除厚だけでなくウェーク流の排除厚によっても影響を受ける。従って、その圧力分布を正確に評価するためには、ウェーク流の発達を正しく評価することが必要になる。また後縁から始まる乱流ウェーク流の成長を正確に予測す

ることは、翼型抗力の正確な評価のためにも必要である。このような要請にもかかわらず、これまでに公表されたウェーク流の計算法は非常に少ない。Squire & Young¹⁾ のよく知られた式は、実用上の精度からは妥当な結果を与えるが、非常に経験的なものであり、後縁から無限下流に到る途中のウェーク流のふるまいが予測できないことなどもあって、改良すべき余地が多い。また Spence²⁾ や Hill et al³⁾ および Gartshore⁴⁾ らはウェーク流の自己保存的な領域において正しい近似計算法を発達させたが、それらを翼型の後縁付近の非自己保存的な領域にまで適用することには疑問がある。

* 昭和47年5月20日受付

** 空気力学第二部

最近, Bradshaw⁵⁾ は後縁のすぐ下流の対称ウエーク流で適用できる計算法を発表した。この方法は二次元乱流境界層に対する Bradshaw et al²⁰⁾ の計算法に若干の修正を行ったもので, 境界層的な特性が強く残っている後縁付近では実験値とよい一致を与えるが, 十分下流まで精度よく予測できるまでには至っていないように思われる。しかし, Bradshaw が導入した「new inner layer」の概念は重要なものであり, 本報告でもこの概念をウエーク流の平均速度分布モデルを導く際の物理的根拠の一つとして応用した。

上に述べたように, 従来の計算法は後縁に近い領域 (near wake と呼ぶ) で精度のよいものは, 後縁から遠く離れた領域 (far wake と呼ぶ) では精度が悪く, 逆に far wake で良い予測をするものは, near wake では適用できないという大きな欠点があった。本報告でのべる計算法は, 後縁から始まる対称な乱流ウエーク流の成長を, 実用上十分の精度で予測することを目指したものであり, near wake のみならず far wake まで妥当な結果を与えることができるものである。

本報告では, まず計算法を構成するために必要なウエーク流の平均速度分布のモデルと, 乱流剪断応力を表現するための混合長モデルを, 平板ウエーク流の実験データ⁸⁾を基にして考察し, それらを用いて積分法に基づく計算法を構成する。そして最後に計算結果を, これまでに発表された実験結果と比較し, 検討する。

本計算法は翼型のように後縁角が小さい物体のウエーク流にのみ適用できるものであって, 鈍い後縁, もしくは底面があるような物体のウエーク流には適用できない。またウエーク流の外縁における主流速度 U_1 はあらかじめ与えられているものとした。

2. 記号

- U ウエーク (又は境界層) 内の平均速度
- U_1 ウエーク (又は境界層) の外縁における主流速度
- U_∞ 自由流速度
- u_τ 摩擦速度 ($=\sqrt{\tau_w/\rho}$)
- U_0 ウエーク中心線速度
- x 後縁からの流れ方向の距離
- y 流れに垂直な方向の距離
- η 無次元座標 ($=y/\delta$)
- y_1 新しい内部層の縁の y 座標
- η_1 無次元座標 ($=y_1/\delta$)
- y_e Bradshaw が導入した new inner layer の縁

の y 座標

- θ 運動量厚
- δ^* 排除厚
- ϵ エネルギー厚
- δ ウエーク (又は境界層) 厚さ
- H 形状係数 ($=\delta^*/\theta$)
- ΔU_{wall} ウエーク流における壁の法則速度成分の減少量
- $W(\eta)$ Coles のウエーク関係
- τ 乱流剪断応力
- l 混合長
- σ 自由乱流境界の標準偏差
- L_0 $\frac{1}{2}$ (最大速度欠損) を与える点までの y 方向距離
- L 基準長
- c 翼弦長
- α 迎角
- Re レイノルズ数 ($U_\infty c/\nu$)
- M マッハ数
- K Kármán 定数 ($=0.41$)
- ρ 密度
- ν 動粘性係数
- 添字
- T.E. 後縁
- B.L. 境界層
- wake ウエーク流
- inner 内部層
- outer 外部層

3. 平均速度分布と混合長のモデル

3.1 平均速度分布

「序」で述べたように, 本計算法は積分法を採用しているため, ウエーク流の平均速度分布に対するモデルが必要である。それを検討する。

一般に物体下流のウエーク流は, far wake 領域では自己保存的な状態に到達することがよく知られており, そこでの平均速度分布形は, 例えば Coles のウエーク関数を使ってよく近似できることが報告されている^{8), 6)}。いっぽう, 境界層の平均速度分布は Coles の二層モデル⁷⁾で十分良く表わされる。これは壁の法則 (law of the wall) とウエーク法則 (law of the wake) と呼ばれる二つの普遍的な関数の線型結合として, 平均速度分布を表現するものである (図 1 の (b))。従って後縁までは, 少なくとも近似的には, この二層モデルが適用できるであろう。後縁からはウエーク流とな

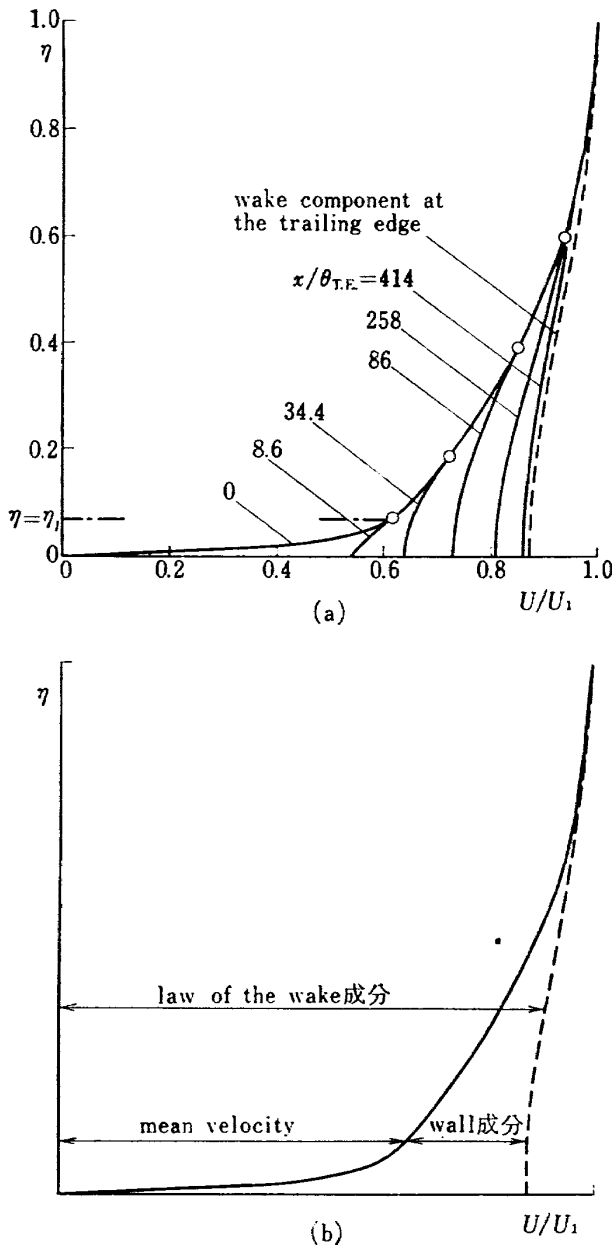


図 1 平板ウェーク流の平均速度分布 (Chevray & Kovaszny の実験から)

り、境界層的な特性を次第に失って行って、far wake 領域において上にのべたように、ウェーク関数を使って十分よく近似できるような、自己保存的平均速度分布形をもつに到る。これらのことを考えると、少なくとも第一近似としては、境界層の後縁におけるウェーク法則速度成分は(すなわち、例えば図 1(a) の破線で表わした速度成分は) 後縁から near wake を通って far wake にいたるまで不変であって、ウェーク流では後縁における壁の法則の成分(負の符号をもつ)だけが、 x とともに変化して行く(すなわちその絶対値が減少して行く)のであろうことが予想される。

この予想は図 1(a) から支持されるように思われる。

同図は Chevray & Kovaszny⁸⁾ の平板ウェーク流の平均速度分布 U/U_1 を一枚の図にまとめたものである。すでに述べたように、破線は後縁における平均速度分布のウェーク法則速度成分を示している。後縁から一番遠い測定点 $x/\theta_{T.E.}=414$ (ここではほとんど自己保存的状态が達成されている)における速度分布が、破線にほとんど一致することから、ウェーク法則成分は後縁からはほとんど変化せず、不変に保たれていると考えてよいであろう。また後縁における「壁の法則」成分は、 $x/\theta_{T.E.}$ が増すにつれてその絶対値が次第に減っていくこともよくわかる。そこで問題は、この「壁の法則」成分がどのような割合で減って行くかということになる。図 1(a) からわかるように、各測定位置における速度分布は、丸印をつけた η の位置 ($\eta=\eta_1$) で後縁の速度分布からずれ始める。すなわちウェーク流の速度分布は、後縁における速度分布から、 $0 \leq \eta \leq \eta_1$ の領域でのみ変化し、それ以外の η の領域ではほぼ不変であることがわかる。さらに言い換えれば、後縁における「壁の法則」成分は、 $0 \leq \eta \leq \eta_1$ でのみ変化する。 η のこの領域は Bradshaw の言う「new inner layer」に対応するものである。

さて、境界層に対する Coles の二層モデルは、

$$\left(\frac{U}{U_1}\right)_{B.L.} = \underbrace{1 - P(2 - W(\eta))}_{\text{「ウェーク法則」成分}} + \underbrace{\frac{u_r}{KU_1} \ln \eta}_{\text{「壁の法則」成分}} \quad (1)$$

(ここで $P = \pi u_r / KU_1$) と書けるから、われわれはウェーク流の $0 \leq \eta \leq \eta_1$ の領域に対して次のように書くことができるであろうと予想する。

$$\left(\frac{U}{U_1}\right)_{\text{wake}} = \underbrace{1 - P_{T.E.}(2 - W(\eta))}_{\text{「ウェーク法則」成分}} + \underbrace{\left(\frac{u_r}{KU_1}\right)_{T.E.} \ln \eta - \Delta U_{\text{wall}}}_{\text{「壁の法則」成分}} \quad (2)$$

ここで添字 T.E. は後縁での値を示す。そして ΔU_{wall} は上で述べた「壁の法則」成分の変化量である。 ΔU_{wall} は $y=y_1$ (又は $\eta=\eta_1$) で 0 になることを考慮し、「壁の法則」成分が対数形で書かれることを考えると、 ΔU_{wall} に対する表現として $\ln(y/y_1)$ が考えられる。そこで図 1(a) からもつめた ΔU_{wall} を $\ln(y/y_1)$ に対してプロットするとほぼ一本の線に乗ることがわかる(図 2)。このことは「壁の法則」成分の変化量 ΔU_{wall} は、近似的に相似形 $f(y/y_1)$ をしていることを示している。この事実は Bradshaw⁵⁾ の導入した

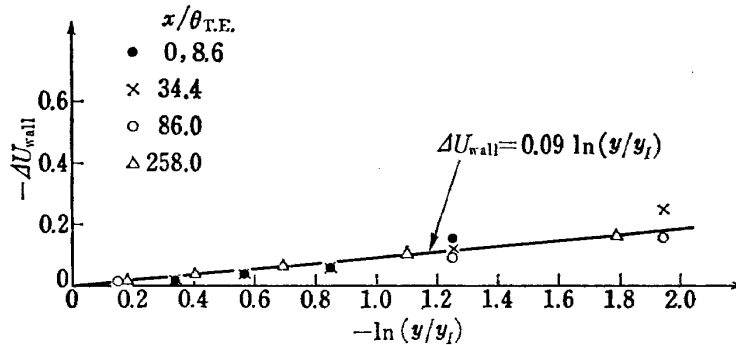


図 2 平板ウエーク流⁸⁾における壁の法則成分の変化量

new inner layer の概念と一致している。彼は表面の突然の変化の影響は、その点から始まる新しい内層に限られるという Townsend の議論⁹⁾ を論理的に拡張し、後縁の存在をそのような表面の変化の極端な場合であると見なした。そしてこの new inner layer の縁 y_c が 0.2δ (乱流境界層の内層の縁に相当する) より小さい時には、この inner layer における速度や剪断応力は自己保存的であり、長さのスケール y と、パラメータ y/y_c の関数として与えられるとした。従って、上述の「壁の法則」成分の変化量が相似形であり、パラメータ y/y_l で表わされることは、Bradshaw の言う new inner layer において、速度の「壁の法則」成分が変化することを意味するのであろう。ただ Bradshaw は、new inner layer の概念は、 y_c が 0.2δ をこえると正しくないとしているが、「壁の法則」成分の変化量の相似性は、図 2 からわかるように、ずっと下流まで成立っているように思われる。

さて、図 2 からこの関数形をもとめると、

$$\Delta U_{\text{wall}} \equiv f(y/y_l) = 0.09 \ln(y/y_l)$$

となる。しかるに係数 0.09 は、この実験例における後縁での u_τ/KU_1 の値とほとんど等しい。従って、一般の場合の表現として

$$\Delta U_{\text{wall}} \equiv f(y/y_l) = (u_\tau/KU_1)_{\text{T.E.}} \ln(y/y_l) \quad (3)$$

を得る。(3) 式を (2) 式へ代入すると、ウエーク流に対する平均速度分布のモデルとして、次の式が得られる。

$$\frac{U}{U_1} = \begin{cases} 1 - P_{\text{T.E.}}(2 - W(\eta)) + (u_\tau/KU_1)_{\text{T.E.}} \ln \eta; & 0 \leq \eta \leq \eta_1 \\ 1 - P_{\text{T.E.}}(2 - W(\eta)) + (u_\tau/KU_1)_{\text{T.E.}} \ln \eta; & \eta_1 \leq \eta \leq 1 \end{cases} \quad (4)$$

このモデルでは、 $\eta_1=1$ になった時、速度分布は自己保存形になる。また含まれる未知数は δ と y_l の二つ

である。

3.2 混合長モデル

計算法を構成する場合に重要な次の問題は、乱流剪断応力 τ をどのように表現するかということである。これに対しては混合長の概念や渦粘性の概念、さらには近年盛んになってきた乱流エネルギー法の概念などがあるが、本報告では混合長の概念を採用した。従って、

$$\tau/\rho = l^2 (\partial U/\partial y)^2 \quad (5)$$

である。

さて、従来の計算法では、混合長 l はウエークを横切って一定であり、その値はウエークの幅に比例する (すなわち、 $l = \beta\delta$, β は比例定数) という仮定が行われてきた。Schlichting¹⁰⁾ は far wake における実験データから比例定数、 $\beta=0.18$ を与え、妥当な計算結果を得たが、この仮定は後縁付近の near wake では失敗するであろう。なぜなら、near wake ではまだ流れが非平衡であって、境界層的な特性を強く維持しており、それに対応して混合長分布も境界層型に近いからである。それを示す一例として、図 3 に Chevray & Kovaszny⁸⁾ の平板ウエーク流のデータから求めた混合長分布を示す。後縁 ($x/\theta_{\text{T.E.}}=0$) では境界層型の混合長分布 (すなわち、 η の小さい所では η に比例して変化し、 η が大きい所では大体一定な値をとるような分布) を示しており、 $x/\theta_{\text{T.E.}}$ が小さい所 ($x/\theta_{\text{T.E.}} \leq 34.4$) では混合長はウエーク中心線付近でのみ変化し、それ以外の領域では後縁における分布とほとんど一致していることがわかる。従ってこのあたりまでは、ウエーク流も境界層的な特性を強く残しているわけである。物理的に言えば、ここまでのウエーク流領域では剪断応力分布、 $\tau/\rho U_1^2$ は後縁における分布とほとんど同じであり (これは流れの急激な変化に剪断応力 τ がただちに反応できないために、後縁での剪断応力分布が、ウエーク中心線付近でほんのわずかな変

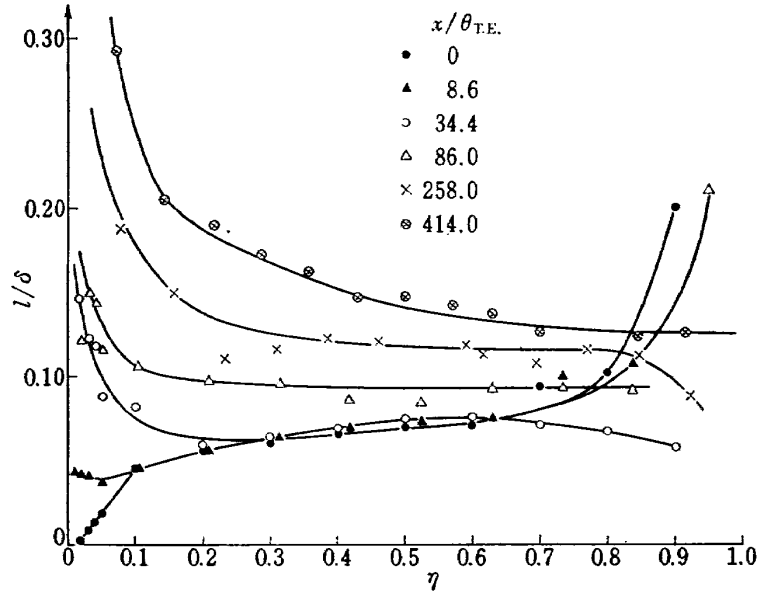


図3 平板ウェーク流の混合長分布 (Chevray & Kovaszny の実験から)

化を受けるだけで、ほとんどそのままの形に維持されるからである)、また平均速度分布も前節で示したように new inner layer においてのみ変化するだけで、後縁での分布とほとんど同じであるから、混合長分布も new inner layer を除いては後縁における分布とほとんど一致することになる。しかし、 $x/\theta_{T.E.}$ が大きくなると、このような境界層型の分布とはまったく異った分布を示すようになる。従って混合長の、この境界層型からウェーク型への移り変りが表現されなければならない。

さて、図3から推察できるように混合長は new inner layer と outer layer とで、はっきりと異ったふるまいを示す。すなわち前者においては、ウェーク中心線付近で、 $l/\delta \propto \eta^{-1/2}$ のように変化する。new inner layer の縁、 $\eta = \eta_1$ に近づくとゆるやかな変化をするようになる。いっぽう後者においては、混合長の値はほぼ一定である。従って、このような特徴を考慮に入れて、それぞれの層における混合長モデルを作る必要がある。われわれは、new inner layer では

$$\left(\frac{l}{\delta}\right)_{\text{inner}} = C \left(\frac{y}{y_1}\right)^{-1/2} \left(1 + \frac{y}{y_1}\right) \quad (6)$$

という表現を与えた。これは y が十分小さい時には、 $l/\delta \propto (y/y_1)^{-1/2}$ のようになり、 y が y_1 に近づくとつれて、 l/δ の減り方がゆるやかになる。係数 C は $y = y_1$ における l/δ の値からもとまる。次に、outer layer における混合長に関しては、Townsend の「大きな渦の平衡仮説」が有益な示唆を与えてくれる。なぜなら、outer layer では、大きな渦が運動を支配することが一般に知られているからである。Gartshore¹¹⁾

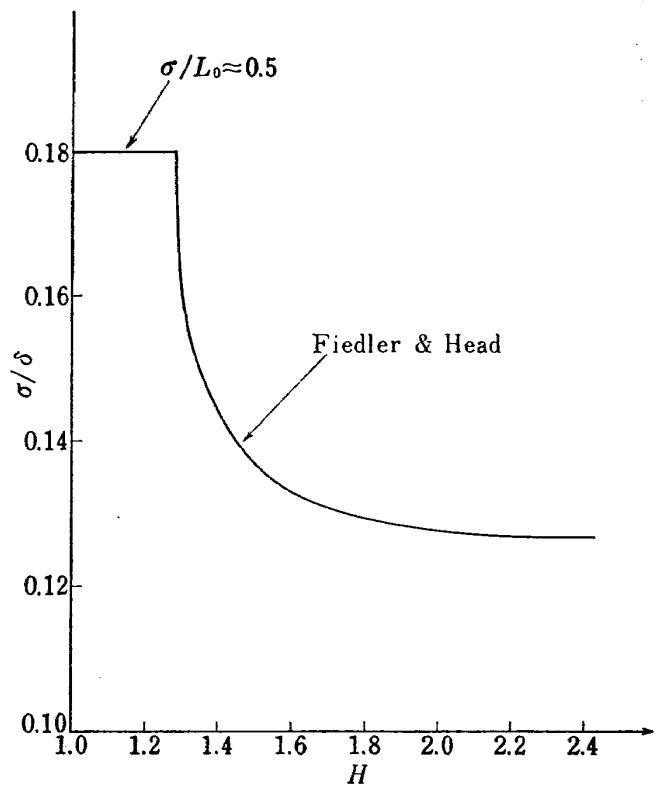


図4 $(\sigma/\delta) \sim H$ の曲線

はこの仮説を実験的に検証し、自由乱流境界の標準偏差 σ が大きな渦の代表的な長さスケールであることを示唆し、また

$$\frac{\tau}{\rho U_1^2} = 0.268 \left(\frac{\sigma}{\delta}\right)^2 \left\{ \frac{\partial(U/U_1)}{\partial(y/\delta)} \right\}^2 \quad (7)$$

という経験式を得た。この式と(5)式をくらべると、混合長 l の代りに大きな渦の長さスケール σ を使えば、混合長の表現、(5)式が outer layer で成立つと

ということがわかる。すなわち、

$$(l/\delta)_{\text{outer}} = 0.52(\sigma/\delta)$$

Fiedler & Head¹²⁾ は非平衡境界層に対して σ/δ を測定し、形状係数 H の関数として実験曲線を与えた(図4)。上に述べたように、near wake では、outer layer においては境界層的な特性が残っていることから、また(7)式は大きな渦に対して妥当なものであるから(大きな渦の構造は境界層とウェークとで余り変化は見られない¹¹⁾)、この関係を使って near wake における σ/δ の値をもとめることは近似的に許されるであろう。しかし、Fiedler & Head の与えた $\sigma/\delta \sim H$ の関係は、 $H < 1.28$ では定義されていない。これは $H < 1.28$ ではインタミッテンシが全境界層幅に広まってしまふことと対応している。いっぽうウェーク流においては、形状係数 H が 1.28 以下になることはしばしばあり、インタミッテンシがほぼ全ウェーク幅にわたって広まっていることが、例えば、Townsend の実験¹⁹⁾によって示されている。従って、 $H < 1.28$ となった時には、ウェーク流(自己保存的)で測定された σ の値を用いるのが妥当である。Townsend の実験から $\sigma/L_0 \doteq 0.5$ という値がえられる。しかるに自己保存ウェーク流では $\delta \doteq 2.8L_0$ であるから、結局 $\sigma/\delta \doteq 0.18$ となり、Fiedler & Head が与えた $H = 1.28$ での値、 $\sigma/\delta = 0.18$ とうまくつながる。それゆえ $H < 1.28$ では $\sigma/\delta = 0.18$ とした。結局ウェーク流の外部領域における混合長の値は、

$$\left(\frac{l}{\delta}\right)_{\text{outer}} = \begin{cases} 0.52 \cdot (\sigma/\delta) = 0.52 \cdot F(H); & H \geq 1.28 \\ 0.093 & ; H < 1.28 \end{cases} \quad (8)$$

で与えられる。図5は実験データからもとめた混合長の値、 $(l/\delta)_{\text{exp}}$ ($\eta = 0.6$ の値をとった)と、(8)式から求められた混合長の値、 $(l/\delta)_{\text{cal}}$ 、とを比較したものである。両者の一致は良好であり、(8)式はかなり良い近似モデルであることがわかる。(Schlichting が与えた比例定数 0.18 は、それに対応する(8)式の 0.093 より 2 倍程大きい)が、これは前者の値が平均速度分布の情報だけからもとめられたことによるものと考えられる。その理由は次の通りである。自己保存的なウェークの平均速度分布に対する良い近似式、例えば、

$$U - U_1 = -U_0 \exp\{-k(y/L_0)^2\}$$

($k = \ln 2$) を用い、平均運動方程式から乱流剪断応力 τ ($\equiv \tau_{\text{cal}}$) を計算すると、その値は対応する実験的な τ ($\equiv \tau_{\text{exp}}$) よりも大きくなり、 $y = L_0$ では比 $\tau_{\text{cal}}/\tau_{\text{exp}}$ は 2 に近い値になることが報告されている⁴⁾。したがって、そのような τ_{cal} の値を用いて混合長の値をもとめれば、 τ_{exp} の値を用いた場合よりはずっと大きくなるはずである(なぜなら、平均速度分布は同じものを用いているから)。特に $y = L_0$ では混合長の値も $\sqrt{2}$ 倍ほどちがうであろう。Schlichting は上述の方法で 0.18 という値をもとめてはいないが、平均速度分布と運動方程式だけを用いているから、結局

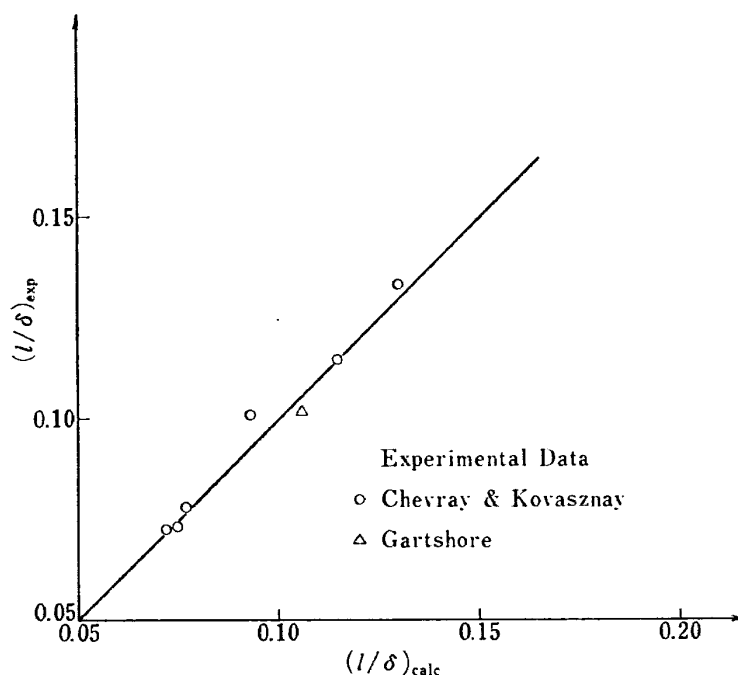


図5 Outer layer における混合長の値; 実験値と計算値の比較

$\tau_{cal.}$ を用いて混合長を計算したと等価であり、(8) 式の 0.093 という値が、より $\tau_{exp.}$ に密接した解析から導かれたことを考えれば、上の議論から両者の値が異なることは明らかであろう。

最終的に本計算法で採用した混合長モデルをまとめると、後縁においては、 $l/\delta=0.4\eta(0\leq\eta\leq 0.2)$ 、 $l/\delta=0.08(=一定)(0.2\leq\eta\leq 1)$ であって、ウエークにおいては y_1 の値によって次の二つに分けられる：

$y_1\leq 0.2\delta$ の時、

$$\frac{l}{\delta} = \begin{cases} 0.2\eta_1(y/y_1)^{-1/2}(1+y/y_1) & ; 0\leq y\leq y_1 \\ 0.4\eta & ; y_1\leq y\leq 0.2\delta \\ (l/\delta)_{outer} & ; 0.2\delta\leq y\leq \delta \end{cases} \quad (9a)$$

$y_1>0.2\delta$ の時、

$$\frac{l}{\delta} = \begin{cases} c(y/y_1)^{-1/2}(1+y/y_1) \left(c = \frac{1}{2}(l/\delta)_{outer} \right) & ; 0\leq y\leq y_1 \\ (l/\delta)_{outer} & ; y_1\leq y\leq \delta \end{cases} \quad (9b)$$

この混合長モデルに含まれる未知数は、 δ と y_1 であって、平均速度分布モデルの場合と同じである。

以上で、積分法を構成するために必要な平均速度分布と混合長のモデルが得られた。次の章で計算法を述べることにする。

4. 計算法

本計算法は積分法のアプローチを採用した。前章で述べたように、平均速度分布と混合長モデルが二つの未知数、 δ と y_1 、で表わされているので、これらをもとめるために方程式が二つ必要である。ここでは運動量積分方程式

$$\frac{d\theta}{dx} + (H+2)\frac{\theta}{U_1}\frac{dU_1}{dx} = 0 \quad (10)$$

と、エネルギー積分方程式

$$\frac{d\varepsilon}{dx} + 3\frac{\varepsilon}{U_1}\frac{dU_1}{dx} = 2D \quad (11)$$

とを用いた。ここで

$$D \equiv \frac{1}{\rho U_1^3} \int_0^\delta \tau \frac{\partial U}{\partial y} dy \quad (12)$$

平均速度分布形、(4) 式、を用いて排除厚、運動量厚およびエネルギー厚を計算すると、

$$\left. \begin{aligned} \delta^* &= \delta^*(\delta, \eta_1; A, P) \\ \theta &= \theta(\delta, \eta_1; A, P) \\ \varepsilon &= \varepsilon(\delta, \eta_1; A, P) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

(ここで簡単のため $P = P_{T.E.}$ 、 $A = (u_\tau/KU_1)_{T.E.}$ と

おいた) となり、また (4) 式と (9) 式を用いて消散積分 D を計算することができる。(これらの式の詳細は付録参照) ここで θ と ε をそれぞれ (10) 式と (11) 式に代入すると、 δ と y_1 に対する常微分方程式系

$$f_1 \frac{d\delta}{dx} + f_2 \frac{dy_1}{dx} = T_1 \quad (14)$$

$$f_3 \frac{d\delta}{dx} + f_4 \frac{dy_1}{dx} = T_2 \quad (15)$$

が得られる。これを $d\delta/dx$ 、 dy_1/dx について解くと

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\delta}{dx} &= \frac{1}{\Delta} (T_1 f_4 - T_2 f_2) \\ \frac{dy_1}{dx} &= \frac{1}{\Delta} (T_2 f_1 - T_1 f_3) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

となる。ここで $\Delta = f_1 f_4 - f_2 f_3$ である。関数 $f_i (i=1, 2, 3, 4)$ および $T_i (i=1, 2)$ の詳細は付録参照のこと。(16) 式は適当な初期値を与えれば Runge-Kutta-Gill 法などを使って数値的に解くことができる。

5. 結果と検討

この章では利用できる実験データと本計算法によって計算された結果を比較し、検討を行なう。

まず図6は、Chevray & Kovaszny⁸⁾ によって実験された平板対称ウエーク流について比較した結果を示す。この実験は後縁における境界層厚さ $\delta_{T.E.}$ に基づくレイノルズ数、 $\delta U_\infty/\nu$ が 1.5×10^4 の条件のもとで行われた。ウエーク外の流れ方向の速度勾配 dU_1/dx は実験では測定されていないが、測定された運動量厚がほとんど一定であることから、速度勾配 dU_1/dx はほとんど0であると考えられる。計算においても $dU_1/dx=0$ とおいた。また後縁における摩擦速度は、実験的に測定された値 $u_\tau/U_\infty=0.046$ を用いた。さて、同図 (a) は無次元の排除厚 δ^*/L と運動量厚 θ/L を実験値と比較したものである ($L=414\theta_{T.E.}$)。後縁から far wake にいたるまで、実験値と計算値の一致は非常に良好である。また同図には比較のため、Bradshaw の計算した排除厚の結果⁵⁾ も引用してある。本方法のほうが実験値とより一致が良い結果を与えることがわかる。運動量厚については、本方法による結果は実験値と非常に良く一致しているが、Bradshaw の結果は運動量厚に一定の値を与えなくて、 $x/L=1.0(x/\theta_{T.E.}=414)$ において後縁での値 $\theta_{T.E.}$ より約 6% 大きい値を予測することが、彼の文献⁵⁾の中で述べられている。このような傾向は、本方法においても、Runge-Kutta-Gill 法のステップ間隔 Δh

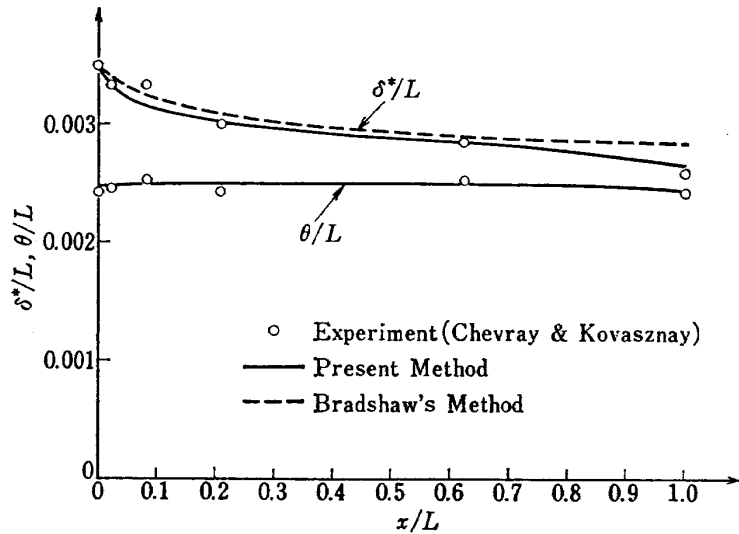


図 6 (a) 平板ウェーク流; 排除厚と運動量厚 ($x/L=0$ が後縁)

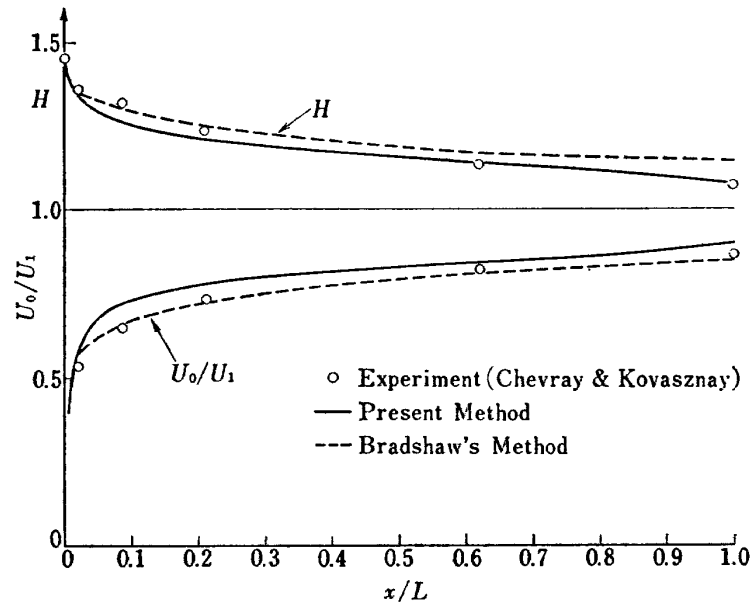


図 6 (b) 平板ウェーク流; 形状係数とウェーク中心線速度 ($x/L=0$ が後縁)

を大きくすると見られた。従って、運動量厚に関して Bradshaw の結果が示すような現象、すなわち、流れ方向の圧力勾配 (すなわち速度勾配 dU_1/dx) が 0 であるのに、運動量厚 θ が一定にならずに若干増加して行くような現象は、ステップ間隔の粗さによる計算精度の不足によるものと考えられる。次に同図 (b) は形状係数 H とウェーク中心線速度 U_0/U_1 について、実験結果と比較したものである。Bradshaw の計算結果⁶⁾も比較のため引用した。形状係数については、near wake では Bradshaw の計算結果の方が実験値とよく一致しているが、far wake での一致は本方法のほうがすぐれている。またウェーク中心線速度

U_0/U_1 については、Bradshaw の結果のほうが実験値との一致はよい。しかし、以上の比較からわかるように、この平板ウェーク流に対する本方法の計算精度は、実用上十分なものである。

次に図 7 は、NACA の Mendelsohn¹³⁾ によって行なわれた、NACA 65₁-012 翼型の対称ウェーク流の場合について実験値と比較したものである。平板の場合と異なり、流れ方向にゆるやかな正の速度勾配 ($dU_1/dx > 0$) が存在している。なおこの実験では、後縁における摩擦速度は測定されておらず、平均速度分布 U/U_1 しか測定されていないので、後縁における P と A の値は、速度分布に対する Coles の二層モデル

$$U/U_1 = 1 - P(2 - W(\eta)) + A \ln \eta$$

が、後縁における（測定された）速度分布とできるだけよく一致するように決めた。まず同図 (a) は無次元の排除厚, δ^*/c , と運動量厚, θ/c , について比較したものである。実験値との一致は大体良好であるが、ウェーク下流に行くに従って一致が悪くなっている。その理由として考えられることは、一つには上に述べたような、後縁における P と A の値が正確でないことであり、また一つにはこの実験はフラップがある翼型のウェーク流について行われたものであるために、フラップと主翼の間のすき間などが何らかの影響を及

ぼしているのではないかということである。次に同図 (b) は形状係数 H とウェーク中心線速度 U_0/U_1 について実験値と比較したものである。形状係数については、計算値は若干実験値よりも大き目に予測されている。しかし、ウェーク中心線速度については、実験値との一致は良い。この比較においては、本方法は前の平板ウェーク流の場合ほどよい一致を示さないが、実用上の精度としては十分であると思われる。

図 8 は RAE の Firmin & Cook¹⁴⁾ によって行われた、RAE 101 翼型の対称ウェーク流の場合についての比較である。実験は $M=0.4$, $\alpha=0^\circ$, $R_e=10^7$ の

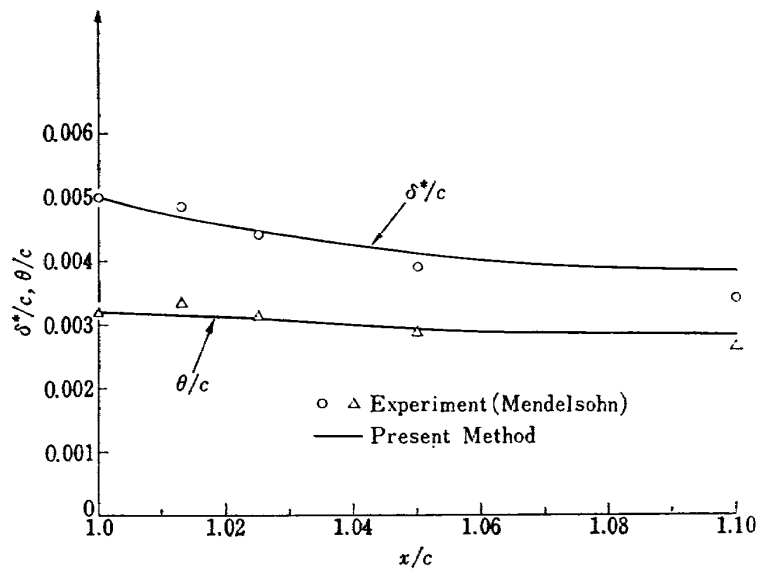


図 7(a) NACA 65₁-012 のウェーク流；排除厚と運動量厚 ($x/c=1.0$ が後縁)

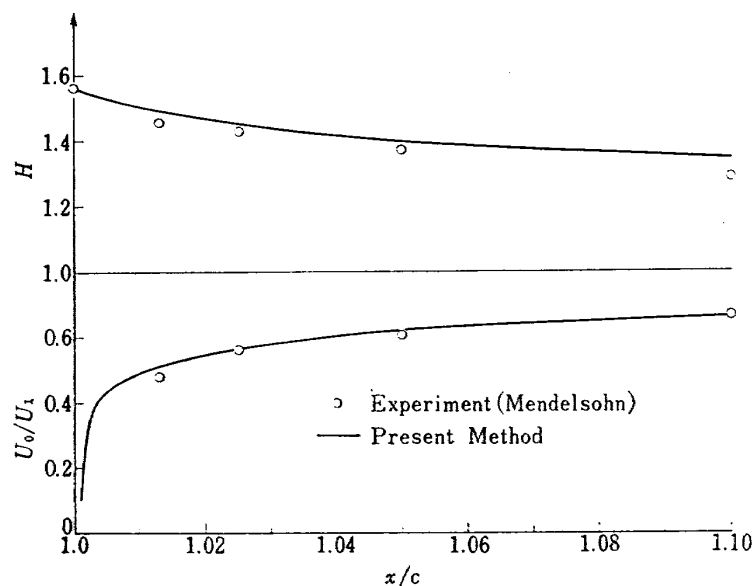


図 7(b) NACA 65₁-012 のウェーク流；形状係数とウェーク中心線速度 ($x/c=1.0$ が後縁)

条件の下で行なわれた。従って非圧縮ウェーク流に対する本計算法は厳密には適用できないが、マッハ数が低いため圧縮性の効果は小さいと考えられるので、本計算法の精度のチェックには役に立つと思われる。事実本計算法による結果は、実験値とかなり良く一致する。形状係数 H については、若干小さ目に予測されるが、排除厚と運動量厚については一致は良好である。このような良い一致が得られたことは、境界層に対して Maise & McDonald¹⁵⁾ が示したように、無次元混合長、 l/δ はマッハ数にほとんど依存しないという事実が、ウェーク流に対しても成立つことを示しているであろう。また Coles の二層モデルは、圧縮性

の効果を適当に入れば、圧縮性流れに対しても良く成立つが、この圧縮性の効果は小さいものであり、亜音速マッハ数では無視できることが、例えば、Seddon¹⁶⁾ によって報告されている。このようなことから、非圧縮流に対して正しい本計算法が、亜音速ウェーク流に対しても妥当な結果を与えたのであろう。なお同図には比較のための Bradshaw の非圧縮流の計算法で計算した結果⁵⁾ も引用した。本方法との比較においては、本方法のほうが実験値との一致はよい。

次に図9は、Preston & Sweeting¹⁸⁾ によって行われた Joukowski 翼型 (厚み比 11.8%) の下流ウェーク流の実験結果との比較を示す。実験は $\alpha=0^\circ, Re=$

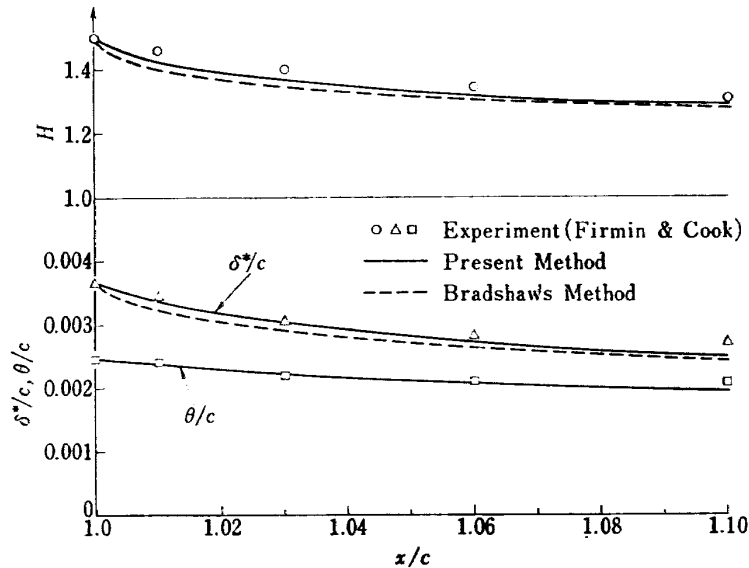


図 8 RAE 101 のウェーク流 ($M_\infty=0.4, \alpha=0^\circ, Re=10^7$) ($x/c=1.0$ が後縁)

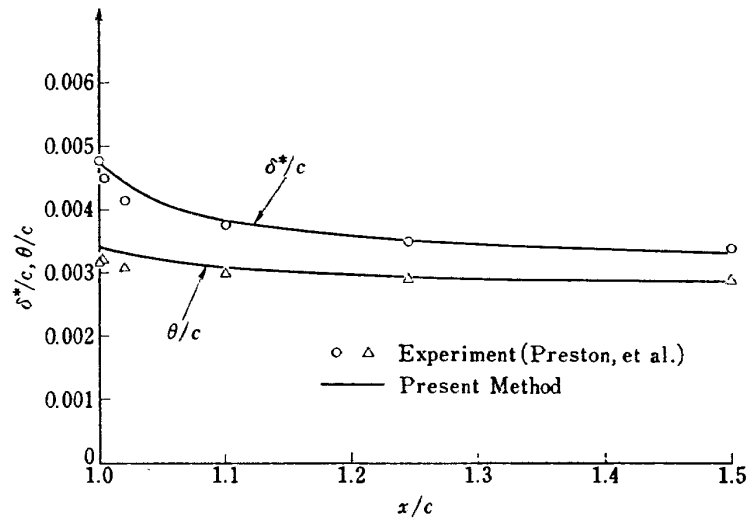


図 9(a) Joukowski 翼型のウェーク流; 排除厚と運動量厚 ($x/c=1.0$ が後縁)

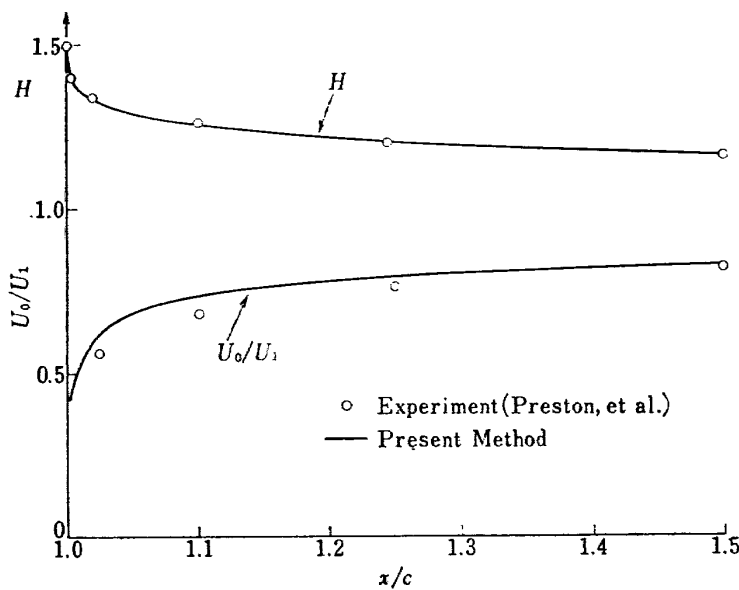


図 9(b) Joukowski 翼型のウェーク流; 形状係数とウェーク中心線速度 ($x/c=1.0$ が後縁)

4.2×10^5 の条件の下で行なわれた。この場合にも流れ方向にゆるやかな正の速度勾配 ($dU_1/dx > 0$) がある。また後縁における P と A の値は、図 7 の NACA 65₁-012 翼型の場合と同じようなやり方で決めた。まず同図 (a) は無次元排除厚、 δ^*/c 、および無次元運動量厚、 θ/c 、に関する比較である。後縁のすぐ後ろでは計算値と実験値の一致はそれほど良くないが、後縁から離れるにしたがって一致は良くなっている。後縁付近での一致が悪いのは、一つには本計算法のモデルの不完全さによると考えられるが、この付近でのウェーク厚さ、 δ 、を実験的に決めることのむずかしさを考えると、実験データの精度という点も考慮する必要があると思われる。次に同図 (b) は形状係数 H とウェーク中心線速度 U_0/U_1 についての比較を示す。形状係数に関しては一致は非常によい。ウェーク中心線速度については、一致はあまり良くない。near wake では実験値より大き目な値が予測される。この傾向はこれまでに検討した例についても見られものである。

さて、図 7 から図 9 までは翼型のウェーク流の場合であるので、ウェーク流の排除厚がどのようなふるまいを示すかが興味ある問題である。なぜなら翼型のまわりの圧力分布は境界層とウェーク(特に near wake)の排除厚によって影響を受けるからである。さらにはウェークの排除厚の効果を翼型のまわりの圧力分布の計算に取り入れる時、厳密には無限下流までの排除厚を考えなければならないが、実際問題としてはどのあたりまでを考えればよいかという問題もある。三つの

図から排除厚のふるまいの特徴をのべると、まず後縁にごく近い領域で急激に減少し、やがてその減り方がゆるやかになって、実際には $d\delta^*/dx \approx 0$ と見なせるほどになる(すなわち収束する)ことがわかる。この収束する位置は、考えている翼型や流れの条件によって一定していないが、ウェーク外速度 U_1 の x 方向勾配、 dU_1/dx 、が 0 になる位置と関係があるように思われる。翼型のまわりの圧力分布に及ぼすウェークの排除厚の効果を実算する場合には、その効果は $d\delta^*/dx$ の形で入ってくるから¹⁷⁾、 $d\delta^*/dx$ がほぼ 0 になった所までを考慮に入れればよい。実用上の精度では、弦長の 20% 後方までのウェーク領域を考慮に入れれば十分であると思われる。

翼型のプロフィール抵抗をもとめる際にしばしば使われる、Squire-Young の公式においては、ウェーク流の外縁における主流速度 U_1/U_∞ とウェーク流の形状係数 H の間に、次の関係が仮定された;

$$\frac{\ln(U_\infty/U_1)}{H-1} = \frac{\ln(U_\infty/U_1)_{T.E.}}{H_{T.E.}-1} = \text{一定} \quad (17)$$

これまでに計算した三つの翼型の場合について、この関係(以後 $S-Y$ の関係と略記する)の妥当性を検討してみよう。図 10 はこの $S-Y$ の関係と、本計算法でもとめた H を使って、 $\ln(U_\infty/U_1)$ と $H-1$ の関係をプロットした場合の比較を示す (U_1/U_∞ に対しては実験値を用いた)。 $S-Y$ の関係はこのプロットに対して直線になるが、後者の場合には決して直線にな

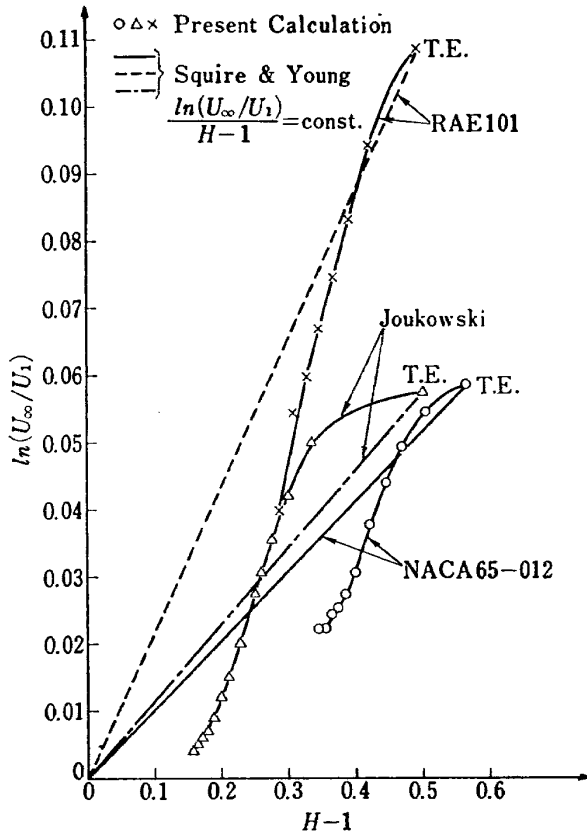


図 10 $\ln(U_\infty/U_1)$ 対 $(H-1)$ 曲線

らない。すでに示したように、本計算法による H は実験値と良く一致しているから、この H を使って得られた関係は実験的な関係に非常に近い。したがって、 S - Y の関係は対称ウエーク流の場合でも、かなり粗いものであることがわかる。それにもかかわらず、Squire-Young の公式がかなり良い精度でプロフィール抵抗を予測するのは、おそらく次の理由によるものであろう。Squire & Young は、積分

$$I \equiv \int_1^{Hr} \ln \frac{U_\infty}{U_1} dH = \int_0^{Hr-1} \ln \frac{U_\infty}{U_1} d(H-1)$$

を評価するために (17) 式の仮定を行なった。この場合、この積分値 I は図 10 で言えば直線の下面積に等しくなる。いっぽう本計算法で (かりに $H=1$ まで) 計算した場合の曲線を使えば、積分値 I は曲線の下面積に等しいはずである。この両者の面積は、 $\ln(U_\infty/U_1)$ 対 $(H-1)$ の関係が示すほど大きなちがいを示さない。おたがいに相殺される部分があるからである (特に、Joukowski 翼型の場合には顕著である)。面積すなわち積分値 I が大体同じなら、結果的にはプロフィール抵抗の値も大体同じになることは、Squire & Young の解析から明らかである。しかし、 S - Y の関係はあくまで粗い近似であって、それを改良することは一つの重要な問題であり、本計算法はそ

の解決に対する一つの試みを示したものである。

6. 結 論

翼型の対称な非圧縮乱流ウエーク流の近似計算法を、積分法を使って構成した。その際、平板ウエーク流の実験データから平均速度分布と混合長分布に対する新しいモデルを導き、後縁での境界層から十分下流の far wake までの変化が表現できるようにした。利用できる実験値との比較から、本計算法はかなり良い精度を持つことが示された。これは上述のモデルが、平板ウエーク流の実験データだけから導き出されたものであるにもかかわらず、一般的なウエーク流に対しても、かなり良く成立つことを示すものと考えられる。

文 献

- 1) H.B. Squire & A.D. Young; The Calculation of The Profile Drag of Airfoils. ARC R & M 1838, 1938
- 2) D.A. Spence; Growth of The Turbulent Wake Close Behind an Aerofoil at Incidence. ARC C.P. 125, 1952
- 3) P.G. Hill, U.W. Schaub & Y. Senoo; Turbulent Wakes in Pressure Gradients. Transaction of the ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 30, series E, No. 4, 1963, pp. 518~524
- 4) I.S. Gartshore; Two Dimensional Turbulent Wakes. J. Fluid Mech. Vol. 30, 1967, pp. 561
- 5) P. Bradshaw; Prediction of The Turbulent Near-Wake of a Symmetrical Aerofoil. AIAA Jour. Vol. 8, 1970, pp. 1507
- 6) B.G. Newman; Turbulent Jets and Wakes in a Pressure Gradient; Fluid Mechanics of Internal Flow (ed. G. Sovran), 1967, pp. 170
- 7) D. Coles; The Law of The Wake in The Turbulent Boundary Layer. J. Fluid Mech. Vol. 1, 1956, pp. 191
- 8) R. Chevray & L.S.G. Kovaszny; Turbulence Measurements in The Wake of a Thin Flat Plate. AIAA Jour. Vol. 8, 1969, pp. 1641
- 9) A.A. Townsend; The flow in a turbulent boundary layer after a change in surface roughness. J. Fluid Mech. Vol. 26, 1966, pp. 255
- 10) H. Schlichting; Boundary Layer Theory. 1960, McGraw Hill.
- 11) I.S. Gartshore; An experimental examination of the large eddy equilibrium hypothesis. J. Fluid Mech. Vol. 24, 1966, pp. 69

- 12) H. Fiedler & M.R. Head; Intermittency measurements in the turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech* Vol. 25, 1966, pp. 719
- 13) R.A. Mendelsohn; Wind-Tunnel Investigation of The Boundary Layer and Wake and Their Relation To Airfoil Characteristics—NACA 65₁-012 Airfoil With a True Contour Flap and a Beveled-Trailing-Edge Flap. NACA T.N. 1304, 1947
- 14) M.C.P. Firmin & T.A. Cook; Detailed Exploration of The Compressible, Viscous Flow over Two-Dimensional Aerofoils At High Reynolds Numbers. ICAS Paper No. 68-09, 1968
- 15) G. Maise & H. McDonald; Mixing Length and Kinematic Eddy Viscosity in a Compressible Boundary Layer. AIAA Paper 67-199, 1967
- 16) J. Seddon; The Flow Produced by Interaction of a Turbulent Boundary Layer with a Normal Shock Wave of Strength Sufficient to Cause Separation. ARC R & M 3502, 1967
- 17) B.J. Powell; The Calculation of the Pressure Distribution on a Thick Cambered Aerofoil at Subsonic Speeds Including the Effects of the Boundary Layer. ARC C.P. 1005, 1967
- 18) J.H. Preston & N.E. Sweeting; The Experimental Determination of the Boundary Layer and Wake Characteristics of a Simple Joukowski Aerofoil, with Particular Reference to the Trailing Edge Region. ARC R & M 1998, 1943
- 19) A.A. Townsend; The Structure of Turbulent Shear Flow. 1956, Cambridge University Press.

付録 関数形一覧表

$$\delta^* = \delta \{P + A(1 - \eta_1)\}$$

$$\theta = \delta \left\{ P + A - 2A^2 - \frac{52}{35} P^2 + PA \left(\frac{1}{2} \eta_1^4 - \frac{4}{3} \eta_1^3 + 4 \eta_1 - \frac{19}{6} \right) + A(2A - 1) \eta_1 - 2A^2 \eta_1 \ln \eta_1 \right\}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon = \delta & \left[2P - \frac{156}{35} P^2 + \frac{86}{35} P^3 - 9.5PA + \frac{265}{24} PA^2 \right. \\ & + \frac{10167}{1225} P^2 A + 2A - 6A^2 + 6A^3 \\ & + \eta_1 \{ 12PA(1 - A - P) + 6A^2(2P - 1 + A) \ln \eta_1 \\ & - 2A + 6A^2 - 6A^3 - 3A^3 (\ln \eta_1)^2 \} \\ & - 4PA \eta_1^3 \left(1 - \frac{1}{3} A - 2P + A \ln \eta_1 \right) \\ & + 3PA \eta_1^4 \left(\frac{1}{2} A \ln \eta_1 - P - \frac{1}{8} A \right) \\ & \left. - P^2 A \left(\frac{108}{25} \eta_1^5 - 4 \eta_1^6 + \frac{48}{49} \eta_1^7 \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1 = P + A - 2A^2 - \frac{52}{35} P^2 - \frac{19}{6} PA + 2A^2 \eta_1 \\ + \frac{8}{3} PA \eta_1^3 - \frac{3}{2} PA \eta_1^4 \end{aligned}$$

$$f_2 = A(4P - 1) - 2A^2 \ln \eta_1 + 2PA \eta_1^3 - 4PA \eta_1^2$$

$$\begin{aligned} f_3 = 2P - \frac{156}{35} P^2 + \frac{86}{35} P^3 - 9.5PA + \frac{265}{24} PA^2 \\ + \frac{10167}{1225} P^2 A + 2A - 6A^2 + 6A^3 \\ - 6A^2(2P - 1 + A) \eta_1 + 6A^3 \ln \eta_1 \cdot \eta_1 \\ + PA \eta_1^3 \left(8 + \frac{4}{3} A - 16P + 8A \ln \eta_1 \right) \\ + PA \eta_1^4 \left(9P - \frac{3}{8} A - 4.5A \ln \eta_1 \right) \\ + P^2 A \left(\frac{432}{25} \eta_1^5 - 20 \eta_1^6 + \frac{288}{49} \eta_1^7 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_4 = 12PA(1 - P) + 6A^2(2P - 1) \ln \eta_1 - 2A \\ - 4PA \eta_1^2(3 - 6P + 3A \ln \eta_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + 6PA \eta_1^3(A \ln \eta_1 - 2P) - 3A^3 (\ln \eta_1)^2 \\ - P^2 A \left(\frac{108}{5} \eta_1^4 - 24 \eta_1^5 + \frac{48}{7} \eta_1^6 \right) \end{aligned}$$

$$T_1 = -(\delta^*/\theta + 2)(\theta U_1'/U_1)$$

T_2 と D (本文 (12) 式) は混合長モデルによって異なる。本文 (9a) 式を使った時、

$$T_2 = 2D - 3\varepsilon U_1'/U_1$$

$$\begin{aligned} D = & -2.88PA^2 \eta_1^2 + 1.92PA^2 \eta_1^3 - 17.28P^2 A \eta_1^4 \\ & + 27.648P^2 A \eta_1^5 + (25.344P^3 - 11.52P^2 A) \eta_1^6 \\ & - \frac{355.968}{7} \eta_1^7 + \frac{1278.77}{35} P^3 \eta_1^8 \\ & - \frac{1543.68}{168} P^3 \eta_1^9 + 36PA^2 C \eta_L + (2.88PA^2 \\ & - 216P^2 AC) \eta_L^2 + (288P^2 AC - 1.92PA^2) \eta_L^3 \\ & + (17.28P^2 A - 108P^2 AC - 432P^3 C) \eta_L^4 \\ & + (1036.8P^3 C - 27.648P^2 A) \eta_L^5 \\ & + (11.52P^2 A + 46.08P^3 - 864P^3 C) \eta_L^6 \\ & + \left(\frac{1728}{7} P^3 C - \frac{829.44}{7} P^3 \right) \eta_L^7 \\ & + 103.68P^3 \eta_L^8 - 30.72P^3 \eta_L^9 \\ & + (0.16A^3 - 36PA^3 C) \ln \eta_L - 0.16A^3 \ln \eta_1 \\ & + 0.5A^3 C \frac{1}{\eta_L^2} - 0.5A^3 C - 36PA^3 C \\ & + 36P^2 AC + \frac{86.4}{7} P^3 C \end{aligned}$$

本文 (9b) 式を使った時、

$$T_2 = 2D - 3\varepsilon U_1'/U_1$$

$$\begin{aligned} D = & \frac{A^3 C}{2 \eta_1^2} + \frac{432}{35} P^3 C + 36P^2 AC - \frac{1}{2} A^3 C \\ & - 36PA^2 C + 36PA^2 C \eta_1 - 216P^2 AC \eta_1^2 \\ & + 288P^2 AC \eta_1^3 + (14.4P^3 C - 108P^2 AC) \eta_1^4 \\ & - 21.6P^3 C \eta_1^5 + \frac{432}{35} P^3 C \eta_1^6 - \frac{18}{7} P^3 C \eta_1^7 \\ & - 36PA^2 C \ln \eta_1 \end{aligned}$$

但し、

$$\begin{aligned} P = P_{T.E.}, \quad A = A_{T.E.}, \quad \eta_1 = y_1/\delta, \quad \eta_L = 1.3(\sigma/\delta), \\ \text{(これは } l/\delta = 0.4 \eta \text{ と } l/\delta = 0.52(\sigma/\delta) \text{ の交点) およ} \\ \text{び } C \text{ は本文 (6) 式の係数である。また } U_1' = dU_1/dx. \end{aligned}$$

- | | | | |
|---------|--|-----------|----------------------------------|
| TR-289T | Transient Hypersonic Leading-Edge Flow | Jun. 1972 | Katsuhisa KOURA |
| TR-290 | 二自由度回転駆動検出型ジャイロの研究
Study of a Rotary-drive Vibratory-output
Two-degree-of-freedom Gyro | 1972年7月 | 山田 博 |
| TR-291 | はり板結合構造物の振動(Ⅲ)
On the Natural Vibration of Plate-Beam
Combination Structures (Ⅲ) | 1972年7月 | 埴 武敏, 林 洋一
多田保夫, 戸田 勸
日下和夫 |

航空宇宙技術研究所報告292号

昭和47年7月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)☎182

印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川 2~27~12
