

UDC 629.735.051.83:  
62-52

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-312

最適制御理論を応用したフレア制御系について

渡辺 顕・堀川 勇壮

1973 年 3 月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

# 既 刊 報 告

- |         |   |           |   |
|---------|---|-----------|---|
| TR-291  | はり板結合構造物の振動 (Ⅲ)<br>On the Natural Vibration of Plate-Beam<br>Combination Structures (Ⅲ)   | 1972年 7 月 | 堀 武 敏, 林 洋 一<br>多 田 保 夫, 戸 田 一 勸<br>日 下 和 夫   |
| TR-292  | 翼型の非圧縮乱流ウェーク流の近似計算法<br>—対称ウェーク流の場合—<br>An Approximate Calculation Method of<br>Incompressible Turbulent Wakes behind<br>Aerofoils—Symmetrical Wake Flow<br>Case—  | 1972年 7 月 | 石 田 洋 治                                       |
| TR-293  | き裂先端塑性域に線形な応力分布のある弾塑<br>性モデルの解析<br>An Elastic-Plastic Analysis of a Crack with<br>Linearly Distributed Stress in the Plastic<br>Zone  | 1972年 8 月 | 寺 田 博 之                                       |
| TR-294  | ジェットフラップを持つ高揚力機の地面効果<br>Effect of Ground Proximity on the Longi-<br>tudinal Aerodynamic Characteristics of an<br>Airplane with a Jet-Flapped High Lift<br>Wing  | 1972年 8 月 | 遠 藤 浩, 高 橋 宏<br>中 谷 輝 臣, 綿 貫 忠 晴              |
| TR-295  | 自機搭載型軌道保持システムのための軌道決<br>定と制御<br>Orbit Determination and Control Method<br>for Self-Contained Station-Keeping Sys-<br>tems   | 1972年 8 月 | 松 島 弘 一                                       |
| TR-296  | 航空用ガスタービン燃焼器のライナ壁面の冷<br>却<br>Liner Cooling of the Aeronautical Gas<br>Turbine Combustor   | 1972年 8 月 | 相 波 哲 朗                                       |
| TR-297  | Green 関数を二次元ラプラス方程式に適用し<br>た解法による冷却タービン翼の温度分布の<br>計算 (境界条件として温度勾配を与える場<br>合)<br>A Calculation of Temperature Distribution<br>by Applying Green's Function to a Two-<br>Dimensional Laplace's Equations. (The<br>Case in which the Temperature Gradi-<br>ents on the Boundary are given) | 1972年 8 月 | 西 村 英 明, 白 井 弘                                |
| TR-255T | The Study on the Motion of an Artificial<br>Satellite in the Earth's Gravitational Field  | Aug. 1972 | Sumio Takeuchi<br>Koichi Matsushima           |
| TR-298  | 航空機用対気速度計の位置誤差について<br>Experiment on Airspeed Calibration Pro-<br>cedures  | 1973年 1 月 | 幸 尾 治 朗, 岡 遠 一<br>塚 野 雄 吉, 矢 沢 健 司<br>小 野 孝 次 |
| TR-299  | 遷音速における二次元翼の抵抗発散<br>On the Drag Divergence of Two-Dimensional<br>Airfoils at Transonic Speeds   | 1973年 1 月 | 神 谷 信 彦                                       |
| TR-300  | そり角の小さい遷音速二重円弧二次元翼列実<br>験<br>Experimental Investigation of Two-Dimen-<br>sional Cascade Performance with Thin and<br>Low-Cambered Double-Circular-Arc Blade<br>Sections at Transonic Inlet Mach Number<br>Range   | 1972年10月  | 坂 口 一, 近 藤 博<br>高 森 晋, 岩 下 敬 吾                |
| TR-301  | 観測系の評価に関するひとつの数学的理論<br>A Mathematical Theory on Evaluation of<br>Observation Systems  | 1972年 9 月 | 木 村 武 雄                                       |
| TR-302  | Kalman-Bucy フィルターによる誘導誤差の<br>推定<br>Estimation of Guidance Errors by Kalman-<br>Bucy Filtering Technique   | 1972年10月  | 村 田 正 秋                                       |

# 最適制御理論を応用したフレア制御系について\*

渡辺 顕\*\*・堀川 勇壮\*\*

## Simulation Study on Flare Control System by Optimization Theory

By Akira WATANABE and Yuso HORIKAWA

Simulation studies of the flare control system, which is the most important mode of automatic landing system, are prescribed here.

The flare control system is designed by Parameter Expansion Method which is one of optimization methods, and as a performance criterion, it is provided that the airplane flies along the exponential path.

Digital simulation studies are conducted by following three systems.

- (1) Time-Variable Gain System
- (2) Fixed Gain System
- (3) Repetition Gain System

As a result of the simulation, these control systems, designed by Parameter Expansion Method using the performance of flying along the exponential path, are allowable for the flare control system. In particular, the fixed gain system is a very realistic control system owing to a simplicity of the control system structure, and moreover the repetition gain system has highly an adaptability, that is, an ability of compensation for disturbance. This repetition gain system would be realized only using a more high speed computer.

### 1. ま え が き

航空機の自動着陸は、現在、欧米主要国で実用化が進められている。しかし、その自動着陸システムの設計法は一般に古典的な制御理論によって行なわれている。このため、本研究はこの古典的な方法にかわり、近代制御理論すなわち最適制御理論により、自動着陸システム（特にフレア制御系）を設計し、シミュレーション実験により検討を行なったものである。

本報告における最適制御理論としてはダイナミック・プログラミング (Dynamic Programming, 以下DP法と略称する) を適応する。この理論を応用すると、制御系のゲインの設定法が従来の根軌跡法などの試行錯誤的な手法と異なり、制御目的が定まればその目的にあった評価関数を与えることにより、最適なゲインが1回の一連の演算で求まる利点をもつ。

本研究では、この最適ゲインを得る方法として次の

3つの方法を考え、その各々についてフレア制御シミュレーション実験を行ない検討を行なった。

#### (1) 可変ゲイン系

この系は最適ゲインが時間的に変化する系である。このゲインは評価関数内の制御目的を指定時間内で達成しようという目的で得られる。システムはこのゲインを用いて構成される。

#### (2) 固定ゲイン系

この方法は最適ゲインをある固定した一組として求め、この不変ゲインを用いて制御系を構成する。このようにし構成された系は、従来の方法と同様可変要素のないシステムとして構成される。

#### (3) 繰返しゲイン系

このシステムは最適ゲインを制御終了迄固定とせず、一定時間ごとにその時のシステムの状態と制御目的とを考慮して、新しく最適ゲインを求めなおして制御を続ける。このため、この系は適応制御系とみなすことができ、外乱があってもその影響を逐次修正することができる。

\* 昭和47年9月14日受付

\*\* 計測部

以上の3つの方法について検討するが、得られる最適ゲインは設定された評価関数に対してのみ最適となるので、最適系を構成する際は制御目的に合った評価関数を設定することが重要な課題となる。

フレア制御系のための評価関数としては、フレア時の経路が Exponential 状経路となるような制御目的を含む関数を設定した。このような評価関数は、従来のレギュレータ問題でみられた評価関数<sup>1)~6)</sup>とは極めて異なり、斬新なアイデアのものである。この方法では、従来の評価関数の設定の困難さに比べ、評価関数および評価関数の中の重み係数の決定が極めて合理的にでき、容易であることである。さらに、制御上の願望を直接、評価関数に含めるため、願望がそのまま実現できる。また、構成された制御系も、従来の手法では、願望すなわち制御命令に沿って制御されていたが、このような評価関数を用いることによって制御系（フィード・バック制御系）の中に、願望すなわち、制御目的（フレア時の経路が Exponential 状経路をとること）を含めることができる。

このような手法の代表的な応用例として、着陸時のフレア制御に利用したものであるが、より一般的な手法としても利用できるもので、それらについては別報告として報告する予定である。

したがって、本報告の中心課題はシミュレーションによる検討であって、シミュレーション実験では航空機として中型輸送機を想定し、上記の3つのゲイン系に対し、地面効果の影響あるいは突風が加わった場合等をシミュレーションし、その比較検討を行なった。

この結果、Exponential 状経路を飛行させることを目的としてDP法で構成した系は、可変ゲイン系を除き、フレア制御系として許容のものとなることがシミュレーション実験結果より明らかになった。特に、固定ゲイン系は応用性の高いものであり、また繰返しゲイン系は制御系として高速の計算機を必要とするが、適応性があり今後発展性のあるシステムであると考えられる。

以下、最適系の構成、フレア制御シミュレーション実験結果およびその検討等について述べる。

## 2. 記 号

$A$ : 運動方程式係数マトリックス ( $n \times n$ )  
 $B$ : 運動方程式制御マトリックス ( $n \times r$ )  
 $C$ : 初期状態補正マトリックス ( $n \times n$ )  
 $D$ : 重みマトリックス ( $n \times 1$ )  
 $D(i, j)$ :  $D$  の  $i$  行  $j$  列の要素

$E$ : 重みマトリックス ( $1 \times 1$ )  
 $G$ : 地面効果の影響  
 $H$ : 制御量重みマトリックス (対称, 正定,  $r \times r$ )  
 $H(i, j)$ :  $H$  の  $i$  行  $j$  列の要素  
 $H_B$ : 経路定数 (バイアス高度)  
 $I$ :  $n$  次元単位ベクトル  
 $K_0$ : 評価関数値の時間依存項 ( $1 \times 1$ )  
 $K_1$ : 最適入力ゲインマトリックス ( $n \times 1$ )  
 $K_2$ : 最適フィードバックゲインマトリックス ( $n \times n$ )  
 $Q$ : 重みマトリックス (対称, 半正定,  $n \times n$ )  
 $Q(i, j)$ :  $Q$  の  $i$  行  $j$  列の要素  
 $T$ : 評価関数積分の上限, または着地予定時刻 [sec]  
 $T_{\delta_e}$ : 昇降舵サーボ系時定数 [sec]  
 $T_{\delta_{\eta}}$ : スロットサーボ系時定数 [sec]  
 $U$ : 航空機対気速度 [m/sec]  
 $V$ : 評価関数の最小値  
 $a_{ij}$ :  $A$  の  $i$  行  $j$  列の要素  
 $b_{ij}$ :  $B$  の  $i$  行  $j$  列の要素  
 $c_{ij}$ :  $C$  の  $i$  行  $j$  列の要素  
 $g$ : 重力の加速度 [ $9.8 \text{ m/sec}^2$ ]  
 $h$ : 重心高度 [m]  
 $h_0$ : 初期高度 [m]  
 $h_{TD}$ : 着地時重心高度 [m]  
 $k_i$ : フィードバックゲイン  
 $t$ : 時間 [sec]  
 $u$ : 速度変化分 [m/sec]  
 $u$ :  $r$  次元制御入力ベクトル  
 $u_i$ :  $u$  の要素  
 $u_{\text{opt}}$ : 最適制御入力ベクトル  
 $w$ : 重み係数  
 $w_w$ : 上下突風の速度 [m/sec]  
 $x$ :  $n$  次元状態変数ベクトル  
 $x_i$ :  $x$  の要素  
 $\alpha$ : 迎え角変化分 [rad]  
 $\alpha_0$ : 迎え角トリム分 [rad]  
 $\alpha_w$ : 突風による迎え角変化分 [rad]  
 $\gamma$ : 降下角変化分 [rad]  
 $\gamma_0$ : 一定降下時の降下角 [rad]  
 $\delta_T$ : 推力 [kg]  
 $\delta_e$ : 昇降舵舵角 [rad]  
 $\delta_{\eta i}$ : スロットルサーボ系入力  
 $\delta_{ei}$ : 昇降舵サーボ系入力  
 $\lambda_i$ :  $H$  の対角要素

$\theta$ : 姿勢角変化分 [rad]

$\theta_0$ : 姿勢角トリム分 [rad]

$\tau$ : 経路定数

$( )^{-1}$ : 逆マトリックス

$( )'$ : 転置マトリックス

$[ ]'$ : 転置ベクトル

$\dot{\phantom{x}} = \frac{d}{dt}$

GE: 地面効果 (Ground Effect)

GUST: 突風外乱

空力係数は通常の有次元係数

### 3. 最適系の構成法について

本報告の最適系とは、最適制御理論の1つであるダイナミック・プログラミング (DP 法) の連続形式を応用して構成された系をさす。一般に最適制御理論で構成される最適系とは、系を構成するために定めた評価関数に対してのみ最適性が保証される。したがって、工学上この最適制御理論を応用するには、評価関数の与え方が重要な課題となる。しかし、制御系構成上の各種条件をすべて評価関数に加えると解法が難しくなり、構成された系自身も複雑で実際に実現しにくい場合が多く、実用的観点から望ましいものではない。本報告ではまえがきで既に述べたようにフレア制御系を構成するのに、フレア時の種々の条件はすべて評価関数に含めることをせず、得られた系のシミュレーション実験による応答を検討することにより、フレア制御系として妥当なものであるかどうか判断する基準として利用することにした。このような方法は、最適制御理論を実際に応用する場合に問題を複雑化せず、計算を簡単にし、実用上有効な方法と考えられる。

本章では、まず始めに DP 法による最適系の構成法についての概略を述べ、次に、評価関数の設定の違いによる最適ゲインの求め方が異なる3つのゲイン系について述べる。

#### 3.1 最適系の構成

多くの制御対象は線形連立常微分方程式で近似することができる。本報告における航空機の縦の運動方程式においても、引起し時のみ扱うので、4.1 節に述べるように線形微分方程式であらわすことができる。

制御対象の運動方程式を、次の線形ベクトル微分方程式で表わすものとする。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) + \mathbf{C} \mathbf{I} \quad (3.1)$$

ここで、

$$\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]'$$

$$\mathbf{u}(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t)]'$$

なお全状態量  $(x_1, \dots, x_n)$  は可観測とする。

評価関数として、次の形式を与える。

$$V = \min \int_0^T (\mathbf{x}' \mathbf{Q} \mathbf{x} + 2 \mathbf{D} \mathbf{x} + \mathbf{E} + \mathbf{u}' \mathbf{H} \mathbf{u}) dt \quad (3.2)$$

ここで、 $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  は重みマトリックスである。

この評価関数には、状態量  $(\mathbf{x})$  の一次と二次量が含まれている。この形式の評価関数を用いると、 $\mathbf{E}$  を含ませているため、システムの運動方程式に時間の陽的関数量もしくは時間に関係のない固定量が含まれてもよいし、評価しようとする目的に時間関数量が含まれてもよい。ただし、一次量を含ませる場合には、 $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{E}$  による被積分項が全体で半正定になるような量に選ぶことが必要である。本報告ではこのような形式の評価関数を用いる。

この評価関数を最小にする制御量  $\mathbf{u}$  を求めることが最適系を構成するにあたっての問題であるが、ここでは C.W. Merriam の提唱した PEM (Parametric Expansion Method—付録1参照) を応用して求める<sup>1),2)</sup>。この PEM では、最小化された評価関数値を次のようにおく。

$$V = K_0(t) + 2K_1(t)\mathbf{x} + \mathbf{x}' K_2(t) \mathbf{x} \quad (3.3)$$

ここで、 $K_0$  は状態量に依存しないもの、 $K_1$  は1次の状態量に、 $K_2$  は2次の状態量に依存するものである。この式の  $K_1$ ,  $K_2$  が最適ゲインを与えるようになる。

PEM を応用して、最適制御入力  $\mathbf{u}_{\text{opt}}$  を求めると、次式のようになる。

$$\mathbf{u}_{\text{opt}}(t) = -\mathbf{H}^{-1} \mathbf{B}' [\mathbf{K}_1'(t) + \mathbf{K}_2(t) \mathbf{x}(t)] \quad (3.4)$$

ここで、 $K_1$ ,  $K_2$  は最適ゲインで、評価関数内の各重みマトリックス  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{H}$  とシステムマトリックス  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  によって決まる次式の Piccati 形微分方程式の解として与えられる。

$$\begin{aligned} -\dot{K}_1(t) &= K_1(t) \mathbf{A} + \mathbf{C}' K_2(t) - K_1(t) \mathbf{B} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{B}' K_2(t) + \mathbf{D} \\ -\dot{K}_2(t) &= K_2(t) \mathbf{A} + \mathbf{A}' K_2(t) - K_2(t) \mathbf{B} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{B}' K_2(t) + \mathbf{Q} \end{aligned} \quad (3.5)$$

(3.4) 式により得られた  $\mathbf{u}_{\text{opt}}$  を (3.1) 式に代入すると、

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{C} \mathbf{I} - \mathbf{B} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{B}' (\mathbf{K}_1' + \mathbf{K}_2 \mathbf{x}) \quad (3.6)$$

となり、最適系が構成される。この式より、 $K_2$  が最適フィードバックゲインを、また  $K_1$  が最適設定入力を与えることがわかる。 $K_0$  は制御入力には関係しない量となる。

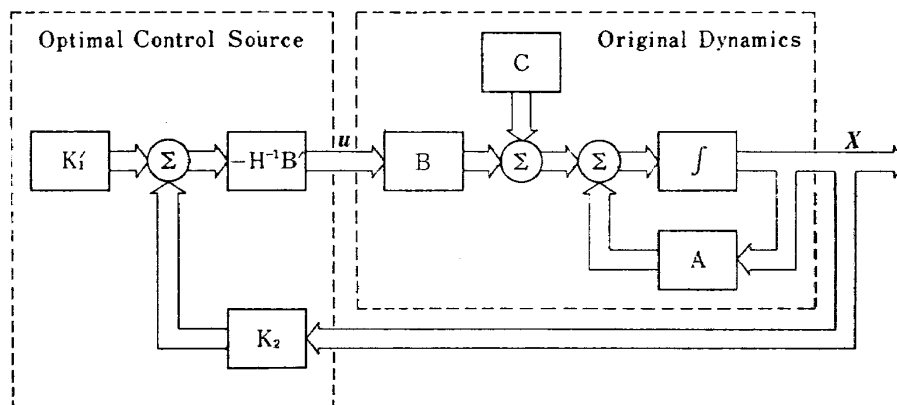


図 1 最適系

この最適構成系をブロック図で示すと図1のようになる。

### 3.2 評価関数および評価関数の設定の違いによる最適ゲインについて

最適制御理論によって得られた最適系は、前述したように、ある設定された評価関数に対して最適となる。したがって、望ましいと考えられる最適系を構成するためには、その望ましいと考えられる内容を評価関数に含める必要がある。

フレア制御系を構成するにあたって（詳しくは次章において述べる）、種々の願望があるが、これらを同時に満たす評価関数を始めから設定することはなかなか難しい。また、各願望に優先度もある。このため、評価関数の設定にあたっては、従来より工学上種々の方法がとられている<sup>4)~7)</sup>。どの方法が良いかは議論のある所で、その場合場合によって適宜設定されているのが実情である。実機の計算の際には、評価関数内の状態量および制御量に対する重み係数は願望に沿うよう設定する。

このようにして、一旦評価関数が設定されると、実際の最適系の構成としては最適ゲインを求める計算が残されていることになる。したがって、評価関数の設定が異なれば、得られる最適ゲインも異なることになる。

本報告におけるフレア制御系の評価関数としては、“制御目的として Exponential 状態経路をとらせるこ

と”を与えるが、この目的を満たすため次の3つの異なる方法を考える。

#### (1) 可変ゲイン系\*

この系は、(3.2) 式の評価関数の積分の上限を有限時間  $T$  とする場合である\*\*。この時 (3.1) 式の  $A$ ,  $B$ ,  $C$  の各係数は時間の関数であってもよく、また (3.2) 式の重み係数  $Q$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $H$  が時間の関数であってもかまわない。しかし、本報告のフレア制御系では、 $A$ ,  $B$ ,  $C$  および  $Q$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $H$  は時間に対して変化せず確定量として扱う。評価関数の積分の上限  $T$  はフレア制御が終了すべき時刻、すなわち着地予定時刻にとる。

この場合、フィードバックゲイン  $K_2$  および設定入力  $K_1$  は (3.5) 式の Riccati 形微分方程式の解となる。この解は付録1で述べてあるが、バックワードに解かれ、制御中はフォワードに用いられるため、解のすべてを記憶させておき、制御中には時刻に対応してゲインを用いることが条件となる。

#### (2) 固定ゲイン系

このシステムは運動方程式 (3.1) 式の係数  $A$ ,  $B$ ,  $C$  および評価関数 (3.2) 式の重み係数  $Q$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $H$  を確定値とし、評価関数の積分の上限を  $\infty$  とおいた場合に得られる系をさす。すなわち、 $\infty$  の時刻に評価目的が完全に達成しえれば良いとした系であり、付録1に述べてあるように、最適ゲインは与えられた評価関数に対して、ある一定値の一群が求まる。したがってこのシステムは設計時にある評価関数のもとに最適ゲインを計算し、そのゲインを用いた系を構成すればよく、制御中にゲインを変更することをせず、可変ゲイン系のように刻々のゲインを記憶しておく必要がない。

本報告のフレア制御系の運動方程式の係数  $A$ ,  $B$ ,  $C$  は一定値としてあり、評価関数の重み係数  $Q$ ,  $D$ ,

\* 本報告では、最適ゲインが時間に対してのみ変化する可変ゲイン系という。

\*\* 終端 ( $t=T$ ) での状態量に重みをつけることが考えられるが<sup>2), 11)</sup>、この場合は得られる最適ゲインが終端近くでパルス状に大きな値をとるようになり、実用的には望ましくないため、終端での条件は評価関数内には加えないように考慮した。

$E, H$  も一定値を与えているため、積分の上限を  $\infty$  とすることにより固定ゲイン系が得られる。

### (3) 繰返しゲイン系

このシステムは前の2つのシステムと異なり、制御開始から終了迄、制御目的を固定とせず、制御中に目的を変更しえるようにしたシステムである。

すなわち、設計時に設定していた評価目的を変更した方が良いと判断される時、たとえば初期状態のずれが大きい場合あるいは外乱が加わった場合、もしくは設計時に無視した要素の影響があらわれたような時に、その時刻での状態量と目的とを考慮して評価関数を再設定し、最適ゲインを求めなおせば、たえず目的にみあった最適性が保証されることになる。

しかし、外乱はいつ加わるか予測しえないので、たえず（もしくは単位時間ごとに）その時の状態量と目的を考慮して評価関数を設定しなおして（時には変更しなくてもよい場合もある）最適ゲインを求めなおす方法をとれば、予測しえなくとも有効に対処し得る。また、システム設計時に考慮しなかった要点に対しても、制御中にその影響があらわれれば、その影響を考慮した最適ゲインを再計算することができる\*。

したがって、フィードバック系の性質による修正動作のみで最適性を保つようにしている固定ゲイン系と異なり、この繰返しゲイン系ではより積極的に目的に合う最適ゲインを得て対処していることになる。このため、固定ゲイン系にくらべ、外乱等の影響をより少なくするような制御入力を加えることができる。

実際の方法としては、まずその時刻での評価目的を設定し、(3.2) 式の評価関数で積分の上限を  $\infty$  とした場合の最適ゲインを求める\*\*。これにより、すでに固定ゲイン系の項で述べたように、最適ゲインとしては一定値となる固定した一組の値が求まる。したがって、次に評価関数を再設定する迄は、固定ゲイン系でシステムの制御を行なうことになる。

次に、ある時間がたった後、ふたたびその時刻での状態量と目的を考慮して評価関数を再設定し、最適ゲインを得てこのゲインにより制御を続ける。このよう

にして、制御をやめる迄（本報告のフレア制御系では着地する迄）この方法をくり返す。

フレア制御系にこのような方法を用いると、突風などが加わった場合、あるいはDP法を適応する際に無視した非線形項の影響があらわれた場合に有効であると考えられる。

## 4. フレア制御シミュレーション

前章で述べた最適系の構成法によりフレア制御系を構成し、3つのゲイン系による応答を求め、その結果について検討する。このため、本章では始めに、フレア時の航空機の運動について述べ、次に3つのゲイン系に対応する評価関数を与え、最適ゲインを得てシミュレーション実験を行なう。

### 4.1 航空機のフレア時の縦運動

航空機が着陸する場合、大きくわけて3段階ある。その様子を図2に示す。すなわち、まず滑走路へ向って降下接近（アプローチ）区間があり、ある高度迄降下してくると、接地するための引き上げ（フレア）動作区間があり、安全に接地し、この後停止迄の地上滑走区間が続く。

この3つの区間の中で、パイロットにとって操縦の難しいとされるのは、第2段階のフレア区間である。したがって、この区間を安全に飛行させるための自動化が望まれる。さらに、この区間にスムーズに移行するためには、その前段階のアプローチ区間の操縦も重要となる。

航空機は空間（空中）で6自由度運動（直角座標3軸の並進と回転）を行なえる。しかし、特殊な飛行をしない場合あるいは運動の変化が大きい場合には、一般に縦3自由度運動（機体前後軸および上下軸に沿った並進とピッチングの回転）と横3自由度運動（横方向並進とローリングおよびヨーイングの回転）に分離して運動を解析することができる。

このため、まず航空機の縦の運動を記述する運動方程式を与え、次に航空機がフレア区間で実際にどのような点について考慮されているか示し、最後にフレア制御の代表的な方法である BLEU (Blind Landing Experimental Unit) 方式<sup>9)</sup>について簡単に述べる。

#### (1) 縦の運動方程式

航空機の縦の運動の基本モードとしては、比較的周期が長く減衰の悪いフゴイドモード (Phgoid Mode) と呼ばれる運動と、減衰は良いが周期の短い短周期モード (short period mode) とがある。着陸は着陸接近（アプローチ）からフレアして接地迄の比較的短い区

\* ある時間ごとにゲインが変化してゆく場合、このシステムは可変ゲインと見なせるが、本報告では可変ゲイン系と区別して繰返しゲイン系という。なお、この方法は Iterative Guidance としてロケットの誘導の一方法として考えられた例がある<sup>8)</sup>。

\*\* 上限を  $\infty$  としたのは、可変ゲイン系のように刻々のゲインを記憶しておくことをせず、ある一定値の一組のゲインを得るためである。

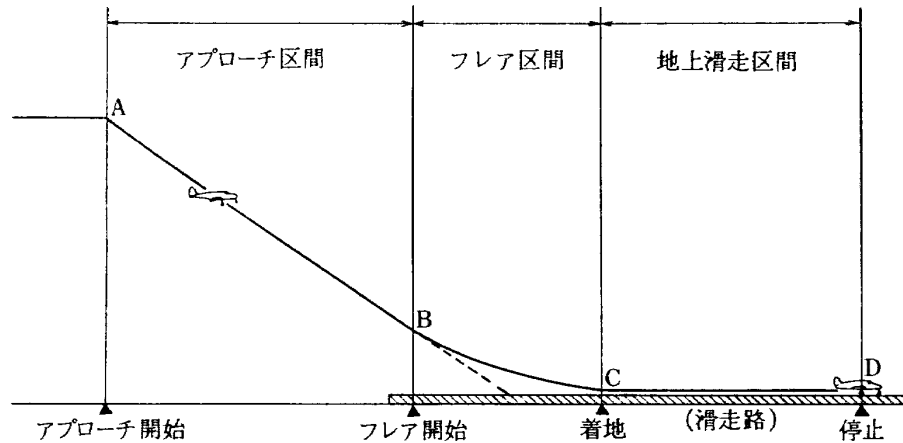


図 2 着陸パターン

間であるので、短周期モードのみ（速度の影響が無視され2自由度となる）でも運動の概略の様子を把握できるが、本報告では速度の変化も知り、その影響を考慮しえるため、フゴイドモードも無視せず3自由度の運動方程式を用いる。

航空機の運動をあらわすための座標系は機体軸まわりとするが、着地迄を含めた運動解析を行なうことが必要なので、地球固定座標と関連づけたものがさらに必要となる。

機体軸座標系に対して線形化された縦の3自由度運動方程式を次式に示す。

$$\left. \begin{aligned} \dot{u} - X_u \cdot u - X_{\dot{\alpha}} \cdot \dot{\alpha} - X_{\alpha} \cdot \alpha - X_{\dot{\theta}} \cdot \dot{\theta} + g \cdot \cos \gamma_0 \cdot \theta \\ = X_{\delta_\eta} \cdot \delta_\eta \\ - Z_u \cdot u + (1 - Z_{\dot{\alpha}}) \dot{\alpha} - Z_{\alpha} \cdot \alpha - (1 + Z_{\dot{\theta}}) \dot{\theta} + \frac{g}{U} \sin \gamma_0 \cdot \theta \\ = Z_{\delta_\eta} \cdot \delta_\eta + Z_{\delta_e} \cdot \delta_e \\ - M_u \cdot u - M_{\dot{\alpha}} \cdot \dot{\alpha} - M_{\alpha} \cdot \alpha + \ddot{\theta} - M_{\dot{\theta}} \cdot \dot{\theta} \\ = M_{\delta_\eta} \cdot \delta_\eta + M_{\delta_e} \cdot \delta_e \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

ただし、 $u$ 、 $\alpha$ 、 $\theta$ 、 $\delta_\eta$ 、 $\delta_e$  の各変数はトリム飛行状態からの変位量を示す。

着地時には地表面に固定されている滑走路へ着地するので、地球固定軸座標系と機体軸座標系との関係を近似的に次式で与える。

$$\begin{aligned} \dot{h} &\doteq U(\gamma + \gamma_0) \\ &= U(\theta - \alpha) + U\gamma_0 \\ &= U(\theta - \alpha) + \dot{h}_0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

次に、操舵量（(4.1)式の  $\delta_\eta$ 、 $\delta_e$ ）に関しては、遅れを伴うことを考慮する。すなわち、推力（ $\delta_\eta$ ）に関しては、スロットルレバーをサーボ系で駆動する遅れと、スロットルレバーを変化させてから実際にエンジ

ン推力が発生する迄の応答遅れがある。昇降舵（ $\delta_e$ ）についても、サーボ系で駆動されることによる遅れがある。これらの遅れを近似的に一次遅れと仮定し、次式で与えられるものとする。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\delta}_\eta &= -\frac{1}{T_{\delta_\eta}} \cdot \delta_\eta + \frac{1}{T_{\delta_\eta}} \cdot \delta_{\eta i} \\ \dot{\delta}_e &= -\frac{1}{T_{\delta_e}} \cdot \delta_e + \frac{1}{T_{\delta_e}} \cdot \delta_{ei} \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

この式の  $\delta_{\eta i}$ 、 $\delta_{ei}$  が自動着陸系の制御入力量となる。(4.1)、(4.2)、(4.3)の各式により運動方程式が得られたことになるが、飛行状態量としては  $\theta$ 、 $\theta$ 、 $\alpha$ 、 $u$  でなく、着陸時の運動を問題としているので、 $\alpha$  を  $\dot{h}$  にかえ\*、さらに  $h$  を加えた次の5つをとる。

飛行状態量： $\theta$ 、 $\theta$ 、 $\dot{h}$ 、 $h$ 、 $u$

さらに操舵系の状態量  $\delta_\eta$  と  $\delta_e$  を加え、最適制御理論を応用する際の状態変数ベクトル  $\mathbf{x}$  と制御入力ベクトルを各々次のように定める。

状態変数ベクトル： $\mathbf{x} = [\theta, \dot{\theta}, \dot{h}, h, u, \delta_\eta, \delta_e]'$

制御入力ベクトル： $\mathbf{u} = [\delta_{\eta i}, \delta_{ei}]'$

この制御入力と状態変数を用いて (4.1)、(4.2)、(4.3) 式を連立一次微分方程式になおすと次のベクトル微分運動方程式が得られる。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t) + \mathbf{C} \cdot \mathbf{I} \quad (4.4)$$

各係数マトリックス  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{C}$  の各々の要素と元の運動方程式 (4.1)、(4.2)、(4.3) 式で用いられている各係数との関係は付録2に示す。

\* (4.2) 式から  $\alpha$  を  $\dot{h}$ 、 $\theta$  であらわし、(4.1) 式に代入して  $\alpha$  を消去する。 $\dot{\alpha}$  は  $\ddot{h}$ 、 $\ddot{\theta}$  であらわす。



次に地面効果\*については、この影響を  $\Delta X$ ,  $\Delta Z$ ,  $\Delta M$  であらわし、(4.1) 式の運動方程式に加えると次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{u} - X_u \cdot u - X_\alpha \cdot \dot{\alpha} - X_\alpha \cdot \alpha - X_q \cdot \dot{\theta} + g \cdot \cos \gamma_0 \cdot \theta \\ = X_{\delta \eta} \cdot \delta_\eta + \Delta X \\ - Z_u \cdot u + (1 - Z_\alpha) \dot{\alpha} - Z_\alpha \cdot \alpha - (1 + Z_q) \dot{\theta} + \frac{g}{U} \sin \gamma_0 \cdot \theta \\ = Z_{\delta \eta} \cdot \delta_\eta + Z_{\delta \epsilon} \cdot \delta_\epsilon + \Delta Z \\ - M_u \cdot u - M_\alpha \cdot \dot{\alpha} - M_\alpha \cdot \alpha + \dot{\theta} - M_q \cdot \dot{\theta} \\ = M_{\delta \eta} \cdot \delta_\eta + M_{\delta \epsilon} \cdot \delta_\epsilon + \Delta M \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

$\Delta X$ ,  $\Delta Z$ ,  $\Delta M$  は高度 ( $h$ ) の関数である。関数の形およびシミュレーション実験で用いる数値は付録3 (1) に示す。

この (4.5) 式を (4.4) 式のベクトル微分方程式に変換した場合、 $\Delta X$ ,  $\Delta Z$ ,  $\Delta M$  の部分は次式のようになる。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t) + \mathbf{C} \cdot \mathbf{I} + \mathbf{G}(h) \quad (4.6)$$

$$\mathbf{G}(h) = \begin{bmatrix} \Delta M(h) + \frac{M_\alpha}{1 - Z_\alpha} \Delta Z(h) \\ 0 \\ -\frac{U}{1 - Z_\alpha} \Delta Z(h) \\ 0 \\ \Delta X(h) + \frac{X_\alpha}{1 - Z_\alpha} \Delta Z(h) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

この (4.7) 式が加わるため、運動方程式 (4.6) 式は非線形方程式となることがわかる。しかし、DP法により最適ゲインを求める場合、運動方程式として線形性を仮定しているの、シミュレーション実験では、この地面効果の影響を無視して最適ゲインを求め、最適フレア制御系の運動を解く際に、地面効果の項を外力的に加えてどのような影響があらわれるかを検討する。

また、航空機の飛行中の外乱としては、着陸時において縦運動に影響を与える代表的なものである上下突

風を加えて、その影響を検討する。シミュレーション実験においては、航空機がある高度になった時に、上あるいは下向の突風が一定時間加わる場合の影響について検討する。与え方および大きさについては付録3 (2) に示す。

## (2) フレア区間での飛行状態

フレア区間では、前区間のアプローチ区間で航空機が一定経路角で降下してきた後、着地時の条件（主に接地姿勢角と接地降下速度に関する条件）を満たすために、経路の引き（フレア）が行なわれる。すなわち引き制御（フレア制御）が行なわれる。この時、安全にかつ滑らかに着陸を行なうために、望ましいと考えられる飛行状態がとられる。このため最適フレア制御系を構成するにあたって、この望ましいと考えられる状態を考慮することが必要である。

フレア区間での飛行状態として望ましいと考えられている条件を列挙すると、

- 姿勢変化が急激に起こらないこと。
- 速度減少が急速でないこと。
- 降下率減少が急激に行なわれないこと。
- 各操作量（昇降舵系統と推力系統）はある制限量を越えないこと。
- 着地時の姿勢角はその機体にあった範囲内であること。
- 着地時の降下速度もその機体に許されたある範囲内であること。
- 着地点のずれは許容範囲内であること。
- 乗客の乗りごちについて不快感を与えないものであること。

等があるが、特に重要な条件は着地時の姿勢角、降下速度がある許容範囲内に入っていること、滑走路長が限られていることから、着地点のずれは大きくないことが大切である。乗客を輸送する航空機としては、乗客の乗りごちも重要な点である<sup>10)</sup>。

## (3) フレア経路

フレア区間での飛行経路としては Exponential 状経路をとらせるものとする。これは、英国で開発され、現在世界的に実用化が進められている BLEU 方式が採用している経路である。

この BLEU 方式は、アプローチ区間では ILS\*\* の

\* 航空機が着陸する際、地面近くでは地面の影響を受ける。すなわち、航空機のまわりの空気の流れが変化し、機体と地面との間で空気が圧縮され主翼と水平尾翼の揚力をまし、また主翼後流の吹き下し角が減って水平尾翼の迎え角にも変化があらわれる。このため、地面近くになると容易に接地せず着地距離がふえる。この影響を地面効果 (Ground Effect) といい、高度が下がるにつれて強くあらわれる。

\*\* ILS—Instrument Landing System (計器着陸システム) の略で、グライドパスとローカライザの2つの電波を地上より発射し、この2つの電波の中心に沿って降下することにより、望ましい着地点に向かうことができる。

グライドパス信号に沿って一定降下角となるよう飛行制御し、高度が下がるにつれてグライドパス信号の精度が低下するため、ある高度（約 100 ft）になると、その時の姿勢角を保持してさらに降下させる。60～50 ft の高度になると電波高度計による高度信号を利用し、飛行高度（等価的に経路とみなす）が時間に対して Exponential（指数関数）状に変化するように航空機を制御する。すなわち、高度を  $h$ 、降下率を  $\dot{h}$  とし、次の関係式を満たすように制御することになる。

$$\tau \dot{h}(t) + h(t) + H_B = 0 \quad (4.8)$$

ここで、 $\tau$  は経路を定める定数で、 $H_B$  はかならず接地させるためのバイアス高度である。上式は  $h$  の微分方程式であるので、 $h_0$  を初期高度として  $h(t)$  を求めると次式が得られる。

$$h(t) = (h_0 + H_B)e^{-(t/\tau)} - H_B \quad (4.9)$$

この式より、経路が Exponential 状になることがわかる。なお、このような経路をとらせると、着地時に着地条件を満足したものとなることが確認されている。

本報告では、この (4.8) 式の関係をもとに基本的な制御系としてフレア制御系を構成する。

#### 4.2 フレア制御のための評価関数

フレア区間での飛行経路を BLEU 方式で採用している Exponential 状経路とし、この経路を飛行させることを第 1 主眼としてフレア制御系を構成する。このため、シミュレーション実験では評価関数として次式を与える。

$$V = \min_u \int_0^T w \{ (\tau \dot{h} + h + H_B)^2 + \lambda_1 \delta_{\eta_i}^2 + \lambda_2 \delta_{e_i}^2 \} dt \quad (4.10)$$

フレア区間では、この経路のほかに望ましい飛行状態があると述べたが、評価関数としては数学的取扱いを容易とするため、なるべく簡単な形式を与え、他の条件は得られた系の応答が、この条件を満たしているかどうかの判定基準とする。

(4.10) 式の  $\lambda_1$  と  $\lambda_2$  は制御入力に制限があることより加える重み係数であり、あわせて、制御入力を加えるために必要な入力システムのエネルギーを少なくしようとするためである。 $w$  は Exponential 状経路に沿わせるための重み係数である。

(3.2) 式の形式の評価関数をここで与えた評価関数の重み係数の関係は次のようになる。

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w\tau^2 & w\tau & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w\tau & w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & wH_B\tau & wH_B & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$$

(4.11)

$E$  は任意

$\tau$ ,  $H_B$  は飛行経路定数として与えられる。したがって、 $w$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  を定めれば評価関数の重み係数は数値的に定まる。その定め方は次のようにして行なう。

$\lambda_1$  と  $\lambda_2$  については、状態量が最大に変位している時に両制御入力量 ( $\delta_{\eta_i}$  と  $\delta_{e_i}$ ) の最大値が対応し、次式が成立するものとする。

$$\lambda_1 (\delta_{\eta_i \max})^2 = \lambda_2 (\delta_{e_i \max})^2 \quad (4.12)$$

$\lambda_1$  を基準の 1 ととり、各制御入力量の制限値を代入して  $\lambda_2$  を定める。

$w$  は状態量が望ましい値からずれている場合に制御入力量が制限を越えないように選ぶ\*。

#### 4.3 フレア制御シミュレーション実験

航空機として中型輸送機を想定してシミュレーション実験を行なう。この中型輸送機の空力係数の値は付録 4 に示す。

この航空機のフレア区間での望ましい飛行経路は次のようにして定める。

航空機のフレア開始高度を重心位置で 15m とし、降下角 ( $\gamma$ ) が  $-3^\circ$  で進入してきた場合を標準として、重心高度が 3.06m になった時に脚が接地し着地とする。この接地時の降下率が  $-0.6 \text{ m/sec}$  となる場合の Exponential 状経路を望ましい経路と定める。なお、フレア開始時の対気速度は  $49 \text{ m/sec}$  とする。

これを数式であらわすと、高度と降下率  $\dot{h}$  が次式を満たすように降下してくる場合が望ましいことになる。

$$7.79\dot{h}(t) + h(t) + 1.655 = 0 \quad (4.13)$$

$$(\tau = 7.79, H_B = 1.955)$$

または、

$$h(t) = 16.655e^{-(t/7.79)} - 1.655 \quad (4.14)$$

\*  $w$  の値は、始め適当な値を与えて、実際に計算を行ない、制御操作量（本報告では  $\delta_e$  と  $\delta_\eta$ ）が制限を越えないかどうかを調べて、制限を越えない範囲の一番大きい方の値を選ぶ。

さらに、得られた系が自動着陸系として妥当なものであるかどうかの判定基準（飛行条件）を表1に示すように仮定する。

なお、(4.13) 式は、以後、可変ゲイン系、固定ゲイン系の評価関数の中に用いることにする。

(1) 可変ゲイン系による応答

航空機が高度 15m でフレア制御を開始し望ましい経路 (4.14) 式に沿って降下した場合、9.9 秒後に接地することになる。したがって、この時刻迄に制御が終了していると仮定して、評価関数の積分の上限  $T$  を 9.9 と定めて、次の評価関数を設定する。

$$V_1 = \min \int_0^{9.9} \{0.01(\tau \dot{h} + h + H_B)^2 + \delta_{\eta}^2 + \delta_{\epsilon}^2\} dt \quad (4.15)$$

ただし、

$$w=0.01, \quad \lambda_1=\lambda_2=1.0$$

この評価関数を用いた場合に、表2に示す初期状態の異なる3ケースについての応答を求める。ここで、ケースⅡが標準高度 (15m) で進入してきた場合であり、ケースⅠは標準より高めに、ケースⅢは低めに進入してきた場合である。

(4.15) 式の評価関数に対して、(3.5) 式の微分方程式を解いて最適ゲインを求めると図3に示す可変ゲインが得られる。この図で、左側のゲインの組がスロットル系統の最適ゲインであり、右側の組が昇降舵系統のゲインである。ともに、1番上のゲインが最適入力ゲイン ( $K_1$  に相当) で2番目以下が最適フィードバックゲイン ( $K_2$ ) である。最適入力ゲインは初期状態の異なるケースに対して違った値となる。

図を見てわかるように、得られる最適可変ゲインは着地予定時刻 (9.9 秒) 迄のものである。また、この可変ゲインを制後中に用いる場合は、各時刻に対応して用いることが必要である。

得られた可変ゲインを用いて、表2の3ケースに対し、地面効果 (GE) を無視し、外乱 (GUST) の無い場合の応答を求めると図4のようになる。この図において、縦軸は高度 ( $h$ )、降下率 ( $\dot{h}$ )、推力 ( $\delta_{\eta}$ )、昇降舵舵角 ( $\delta_{\epsilon}$ ) の各状態量で横軸は時間である。この横軸は前進速度変化が小さいので等価的に前進距離とみなせる。(他のゲイン系の場合も同様に考える)。図中の矢印は重心高度が着地高度 (3.06m) になった時の時刻を示す。

表1 判定基準

	判 定 項 目	判 定 基 準
1	飛行状態変化が急激でないこと。	$\alpha \leq 15^\circ$ $\begin{cases} -27^\circ \leq \delta_{\epsilon} \leq 13^\circ \\  \delta_{\eta}  \leq 0.5 (50\%) \end{cases}$ $0 \leq \bar{\theta}_{TD}^* \leq 10^\circ$ $-0.7 \text{ m/sec} \leq \dot{h} < 0.0 \text{ m/sec}$ $t_{TD} \leq 20 \text{ sec}^{**}$ **
2	迎え角変化は失速角を越えないこと。	
3	操作量は制限内であること。	
4	着地時姿勢角はある範囲内にあること。	
5	注着地時降下率はある範囲内にあること。	
6	フレア制御はある時間内で終了すること。	
7	着地点のずれが少ないこと。	

\*  $\bar{\theta}$  はトリム値を加えた値。

\*\* 実際には滑走路長より決まる。

表2 フレア開始初期状態

ケース	高 度 $h$ (m)	降下率 $\dot{h}$ (m/sec)	姿勢角速度 $\dot{\theta}$ ( $^\circ$ /sec)	姿勢角 $\theta$ ( $^\circ$ )	速 度 $u$ (m/sec)	迎え角 $\alpha$ ( $^\circ$ )	推 力 $\delta_{\eta}$ (%)	昇降舵舵角 $\delta_{\epsilon}$ ( $^\circ$ )
I (高)	18	-1.712	0.0	0.0 (-1.5)	0.0 (49.0)	0.0 (1.0)	0.0 (50.0)	0.0
Ⅱ (標準)	15	-2.138	0.0	0.0 (-1.5)	0.0 (49.0)	0.0 (1.0)	0.0 (50.0)	0.0
Ⅲ (低)	12	-2.567	0.0	0.0 (-1.5)	0.0 (49.0)	0.0 (1.0)	0.0 (50.0)	0.0

注) カッコ内の数値はトリム値

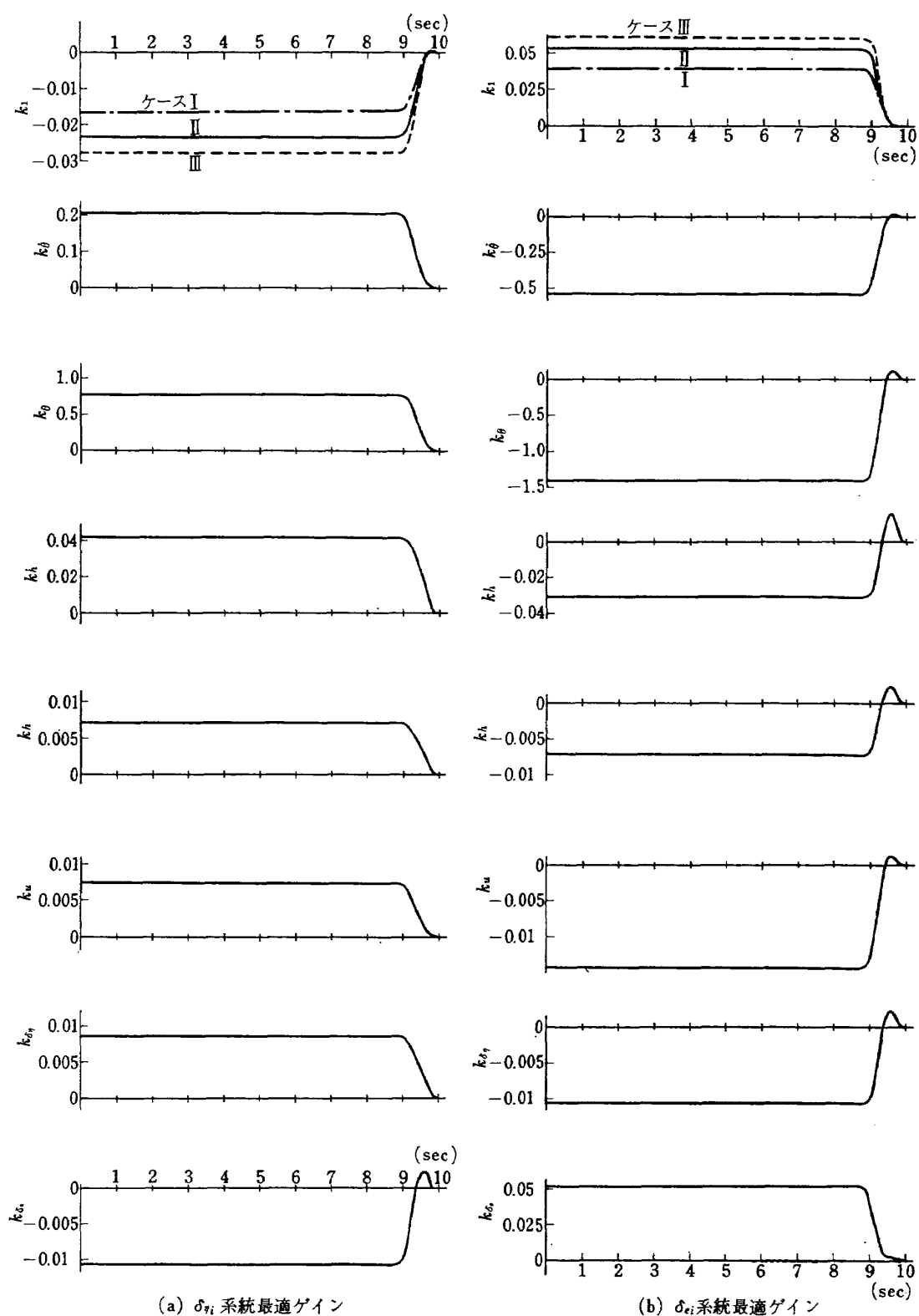


図 3 可 変 ゲ イ ン

ケースⅡ、Ⅲは予定時刻(9.9秒)迄に着地するが、標準高度より高めに進入してきたケースⅠでは着地予定時刻迄に着地しない。したがって、この場合は終端時刻以降のゲインを求めている(図3参照)ので、この時刻以降は無制御となる。なお、予定時刻迄に着地しているケースⅡ、Ⅲのフレア時の飛行状態は、表1の条件をすべて満たしている。

地面効果の影響を考慮すると、標準の場合でも着地

予定時刻迄に着地せず、したがってこの時刻以降はケースⅠ同様無制御の状態になる。(この様子は明らかに予想されるので結果ははぶく)また地面効果なしで突風外乱だけは現実性が薄いので、この実験は行なわない。

## (2) 固定ゲイン系による応答

固定ゲイン系は前述したように、評価関数の積分の上限を  $\infty$  とすることにより固定した一組のゲインを

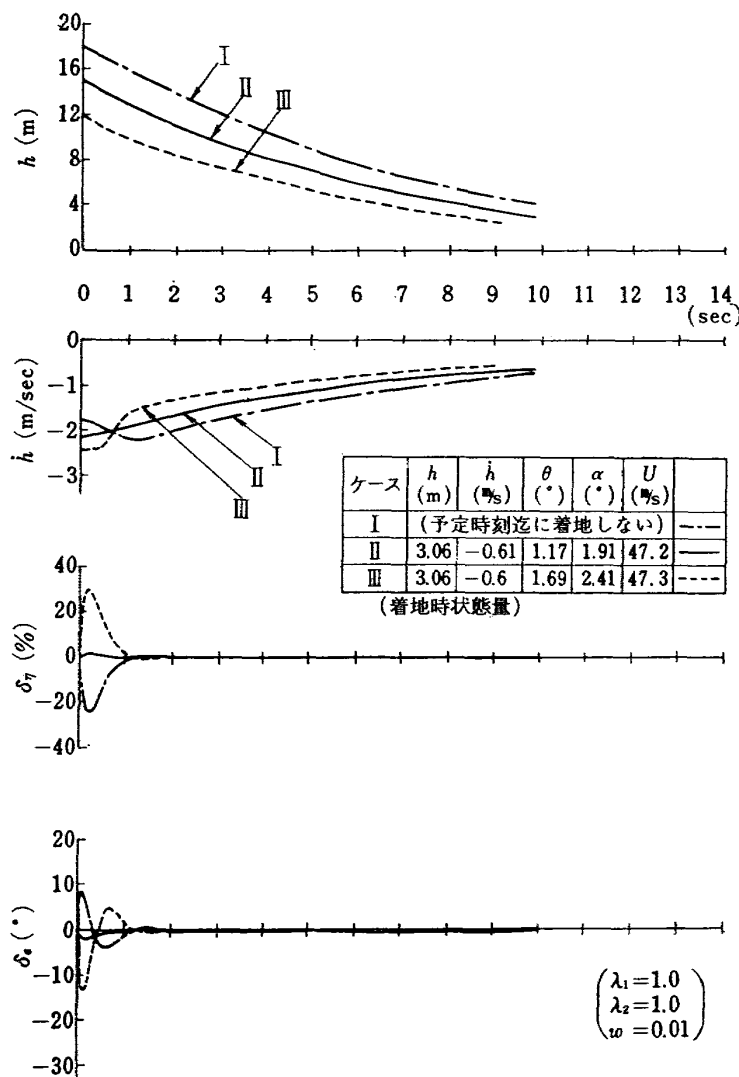


図4 可変ゲイン系の応答 (GE, GUST なし)

得て、このゲインにより制御を行なうものである。評価関数としては次式を設定する。

$$V_2 = \min \int_0^{\infty} \{0.01(\tau \dot{h} + h + H_B)^2 + \delta_{\eta}^2 + \delta_{\epsilon}^2\} dt \quad (4.16)$$

ただし、

$$w=0.01, \quad \lambda_1=\lambda_2=1.0$$

この評価関数による最適ゲインは、(3.5) 式の

Riccati 形の微分方程式の右辺を零とおいた代数方程式の解として得られる。この値は、可変ゲイン系の最適ゲインの定常値（過渡状態が過ぎた値）とほぼ同じ値となる。以下にここで得られた最適ゲインを用いて、表 2 に示した 3 ケースに対する応答を求める。

地面効果を見出し外乱の無い場合の応答を図 5 に示す。矢印は着地時の時刻である。固定ゲイン系の場合は終端時刻の指定が無いので着地する迄制御を続ける

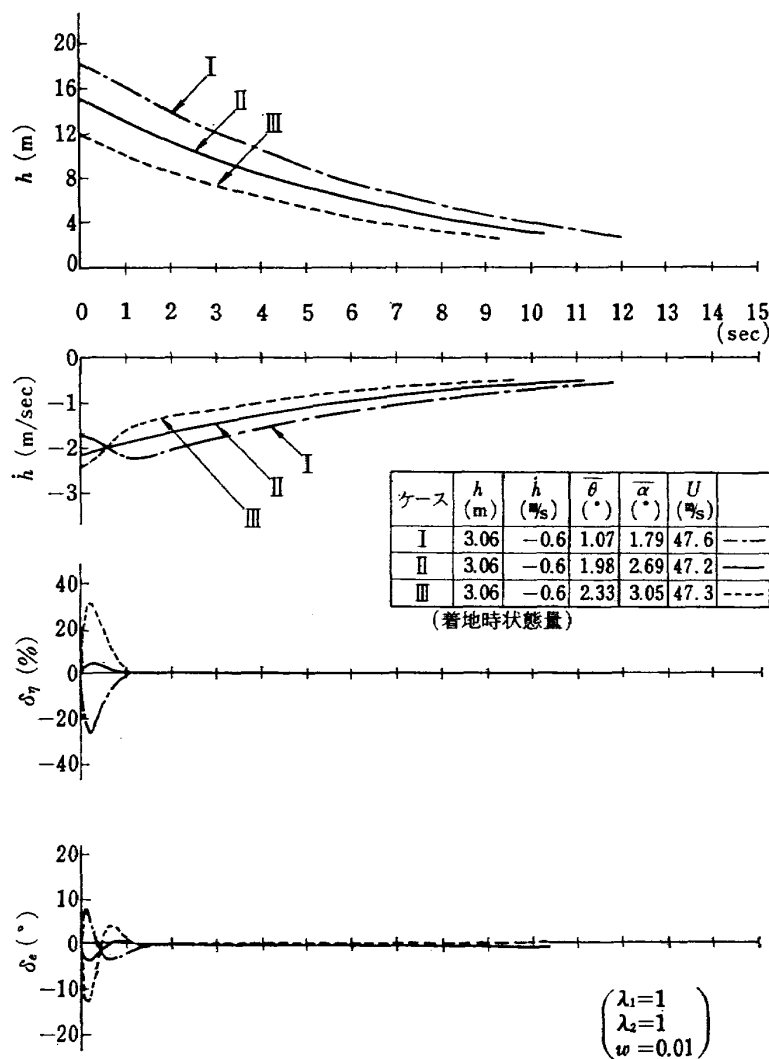


図 5 固定ゲイン系の応答 (GE, GUST なし) .

ことが可能である。ただし、制御目的が  $(\tau \dot{h} + h + H_B = 0)$  を満たすことであるので、初期高度が異なる場合には  $\dot{h}$  と  $h$  がこの関係を一旦満たすようになると、制御目的が達成されたことになり、制御入力は小さくなる。この結果着地点に変動があらわれる。この様子が図5に見られる。また、この場合の各飛行状態量は各ケースとも表1の飛行条件を満たしている。

次に、同じゲインを用いて地面効果を考慮した場合

のシミュレーション実験結果を図6に示す。この地面効果の影響は前述したように、揚力の増加をもたらし高度が下がるにつれて強く影響を与える。この結果、着地距離がふえることになる。この様子は図と比較するとよくわかる。制御系としては、地面効果は外力として加わるので、制御目的を達成するため制御入力に変動があらわれる。この制御系では主に推力を減らして対応していることが、図5と図6の推力 ( $\delta_T$ ) を比

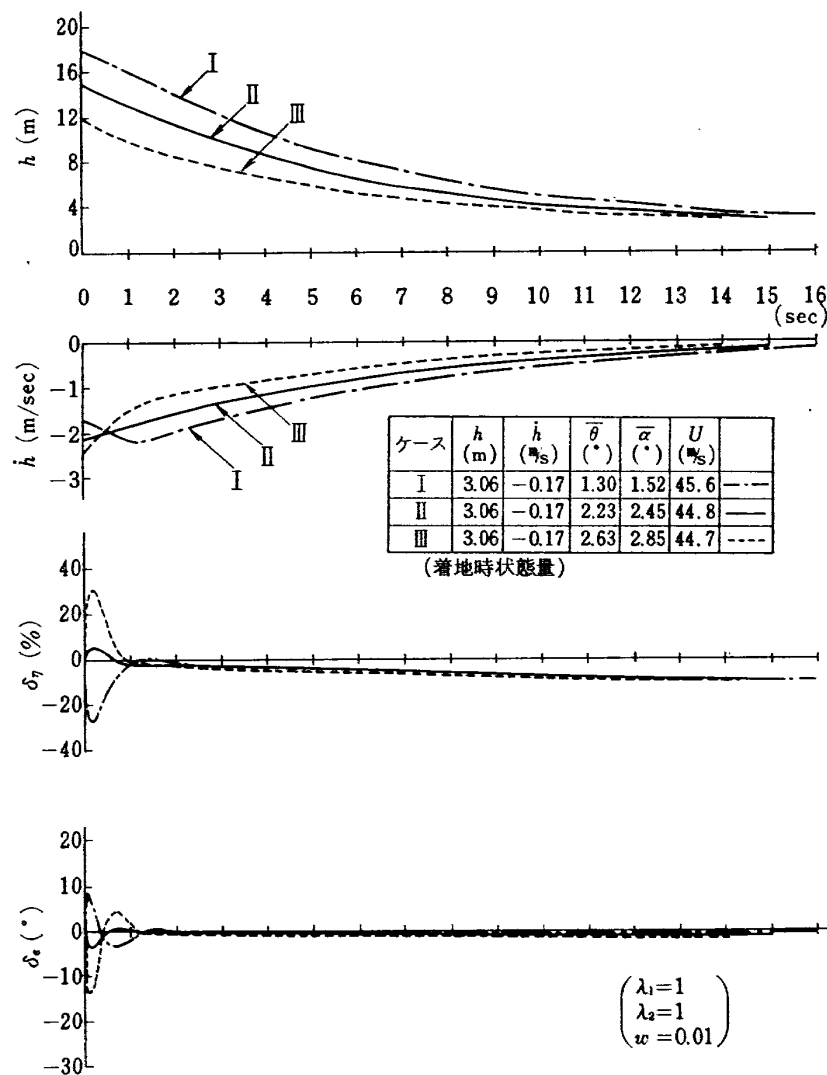


図6 固定ゲイン系の応答 (GE あり, GUST なし)

べることによりわかる。

さらに、上下突風外乱 ( $w_w$ ) が加わった場合のシミュレーション実験結果を図 7, 図 8 に示す。突風は航空機高度が 12m になった時に  $\pm 1\text{m/sec}$  の風が吹き 4 秒間続く場合を想定してある。

図 7 は上向突風が加わった場合で、降下率 ( $\dot{h}$ ) が減少するため着陸距離がのびる結果となり望ましくない。特にケース I の初期高度が 18m の場合は地面効

果により着陸距離が増す上に、さらにこの突風により距離が増し、着地予定時刻 (9.9 秒) の倍近く経てから着地することになる。一方、図 8 は下向突風が加わった場合で、降下率を増す方向にはたらくため、3 ケースとも 15 秒以内で着地している。

どちらの場合も、この制御系ではこの突風外乱に対し推力を変化させて対応している。すなわち、上向突風が加わった場合は推力を減らし揚力を減少させ降下

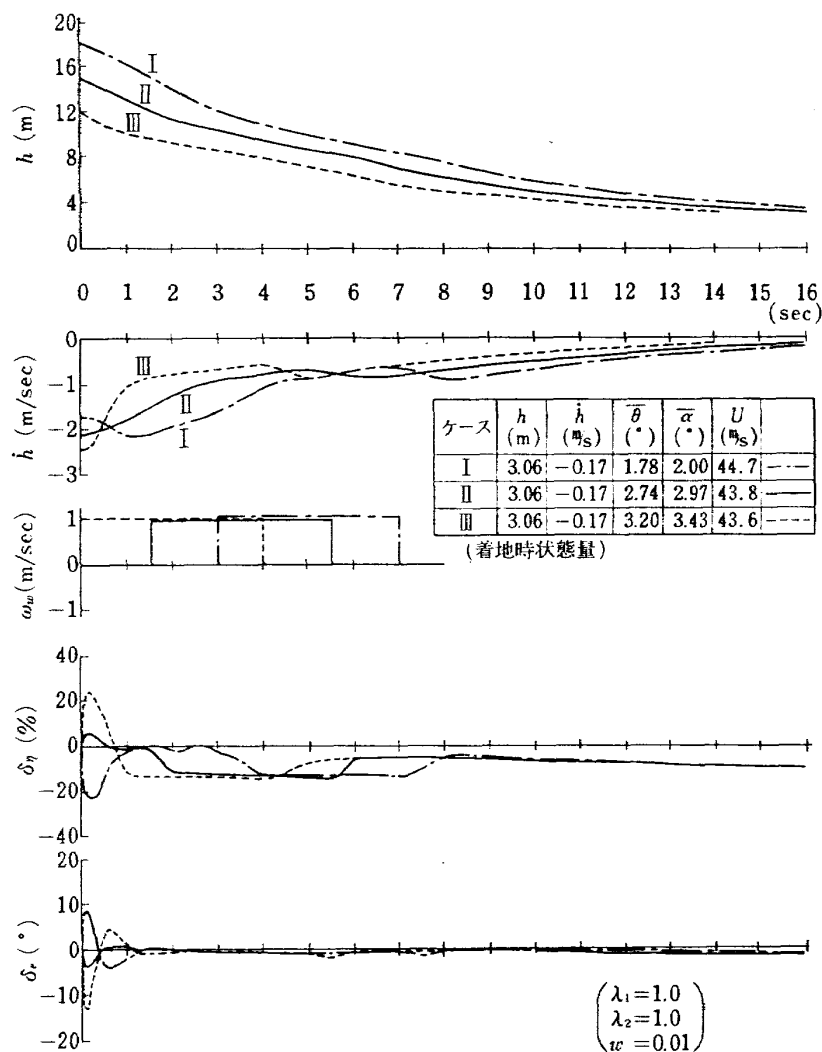


図 7 固定ゲイン系の応答 (GE あり, 上向 GUST あり)



率を高めようと作動している。

また、シミュレーション実験結果より各状態量を検討すると、着陸距離が変動する点を含めても表1の飛行条件を満たして飛行している。

### (3) 繰返しゲイン系による応答

この方法は前述したように他の方法と異なり、制御開始から終了迄制御目的を固定とせず、制御中に目的を変更しえるようにしたものである。

ここでは、ある時間ごとにその時の状態量と目的とを考慮した評価関数を設定しなおしてシミュレーション実験を行なった場合について示す。

1つの目的として飛行経路が Exponential 状になるよう飛行制御するものとし、他の1つとして着地点のずれが少ないことが望ましいとする。このため現時点の高度と着地予定時刻さらに着地予定点での高度と降下率を与え、この条件を満たす Exponential 状経路の

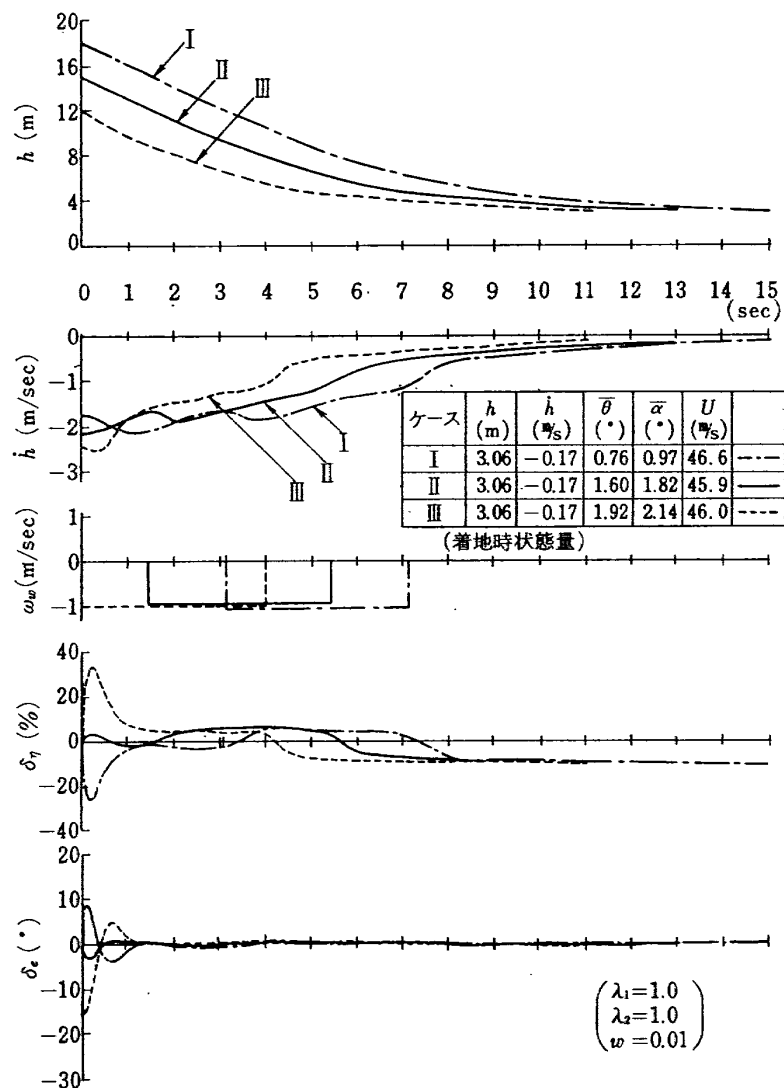


図8 固定ゲイン系の応答 (GE あり, 下向 GUST あり)

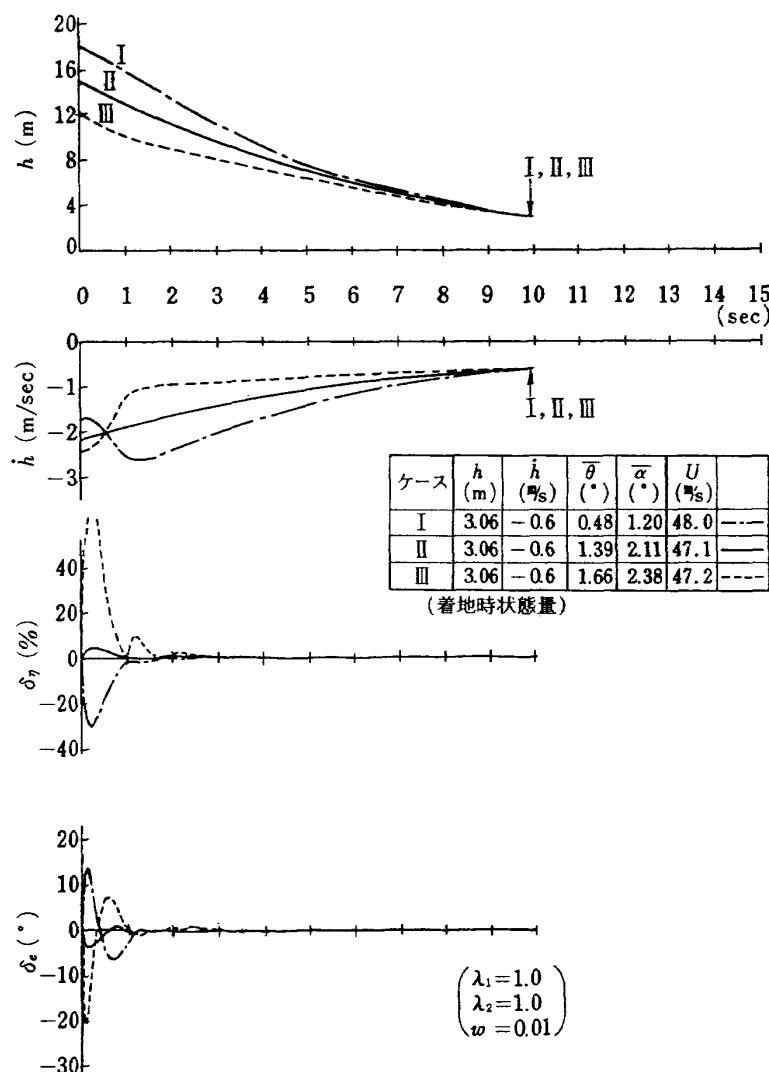


図9 繰返しゲイン系 (GE, GUST なし)

経路定数  $\tau$  と  $H_B$  を求める。得られた  $\tau$  と  $H_B$  を用いて、(4.16) 式の評価関数を与え最適ゲインを求める。このようにして新しく得られた最適ゲインを用いて制御を続けると、たえず着地予定点に向かう制御がなされることになる。

なお、 $\tau$  と  $H_B$  の求め方は付録5に示してある。

着地予定時刻をフレア制御開始後 9.9 秒とし、着地時（重心高度 3.06m）の降下率が  $-0.6 \text{ m/sec}$  となる Exponential 状経路をその高度での所望経路とする。そして、この経路を定める経路定数  $\tau$  と  $H_B$  を 1 秒おきに求め、この定数を含む評価関数に対して最適ゲインを求める。このようにして新しく得られた最適ゲインを用いてフレア制御を続ける。

図9に、地面効果無視し外乱が無い場合のシミュレーション実験結果を示す。この図を見ると、初期高度が異なる場合でも、各高度からの所望経路に沿うよう制御されるため、着地点はほぼ同一地点（図では区別がつかない）になり、着地時の降下率も所望値

( $-0.6 \text{ m/sec}$ ) となることがわかる。ただしある一定時間ごと（本シミュレーション実験では1秒ごと）にゲインが再設定されるので、高度と降下率の関係が評価目的と異なる状態にある場合は、その都度大きな制御入力が必要となる。しかし、一担各高度からの所望経路に沿うと、その後その飛行状態を続ければ良いため制御入力はあまり必要とされない。この様子が図9の推力 ( $\delta_T$ ) と昇降舵舵角 ( $\delta_e$ ) の変化に見られる。

この方法を可変ゲイン系と固定ゲイン系の結果（図4と図5）とくらべると、可変ゲイン系では初期高度によっては予定時刻迄に着地しない場合があったが、この系ではかならず着地する。また着地点についても、固定ゲイン系では初期高度によって着地点にずれを生じたが、このシステムではほぼ同一地点に着地し、ずれを生じさせない。

高度と降下率以外の状態量については表1の飛行条件を満たしている。ただし、推力 ( $\delta_T$ ) がケースⅢの初期状態に対して制限を越えているので実用に際して

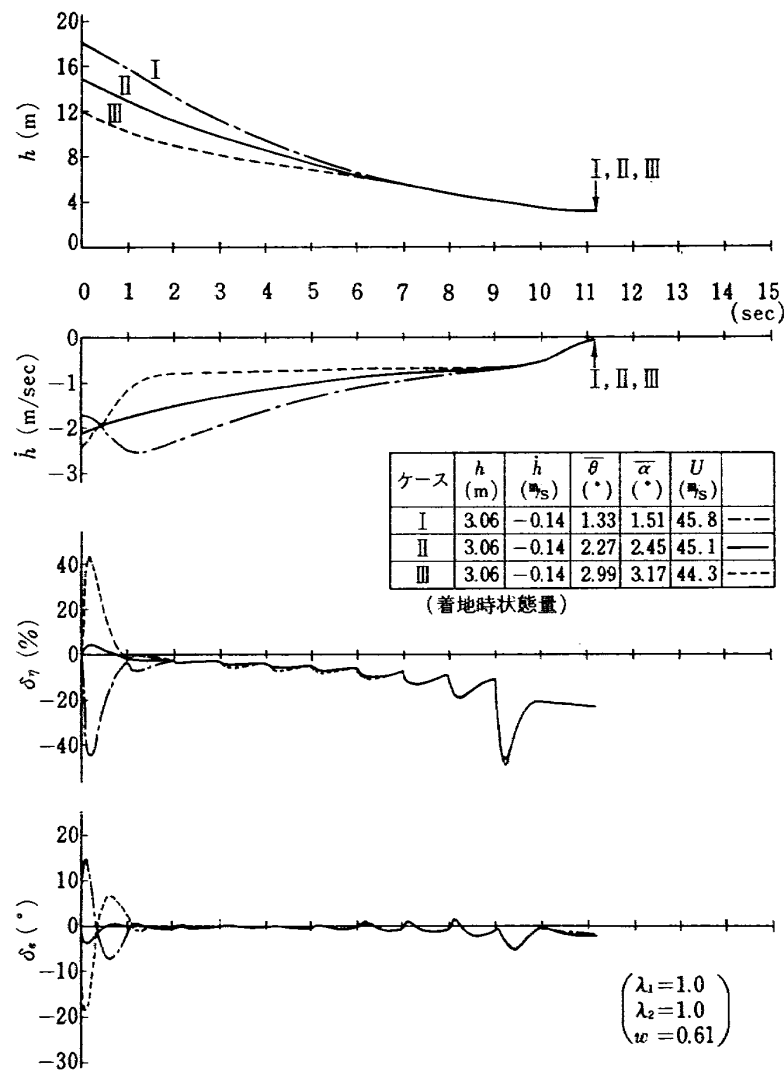


図 10 繰返しゲイン系 (GE あり, GUST なし)

は重み係数 ( $w$ ) を小さくする必要がある。

地面効果を考慮した場合は評価関数として次式を与える。

$$V_3 = \min \int_0^\infty \left\{ w \left( \dot{h} + \frac{h}{\tau} + \frac{H_B}{\tau} \right)^2 + \lambda_1 \delta_{\eta_i}^2 + \lambda_2 \delta_{\epsilon_i}^2 \right\} dt \quad (4.17)$$

(4.16) 式の評価関数と異なる点は制御目的の式を  $\tau$  で除したことである\*。これは、地面効果が加わる

\* この場合の  $Q, D$  の要素は次式のようにになる。

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w & w/\tau & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w/\tau & w/\tau^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & wH_B/\tau & wH_B/\tau^2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

と揚力が増し、飛行経路が上方へ偏位してくる (図6 参照) ため、新しく設定される  $\tau$  の値が前区間より小さい値となるので、重み係数 ((3.2) 式の  $Q, D$ ) を増す方向に作用させるためである。したがって、制御目的 (Exponential 状経路をとらせること) は変わっていない。なお、(4.16) 式による場合とくらべ、フレア制御開始地点での降下率の重み係数を合わせるため  $w$  は 0.61 に定める。

この (4.17) 式の評価関数を用いて、1 秒ごとに新しいゲインをもとめて地面効果に対処した場合のシミュレーション実験結果を図 10 に示す。この場合にはこのシステム (繰返しゲイン系) の特徴が良く示される。すなわち、フレア制御の開始高度が異なっているが、また地面効果の影響が加わっているにもかかわらず、目的地点に向かうように制御がなされる結果、初期高度の異なる各ケースとも同一地点に着地するような経路に沿って飛行するように制御される。

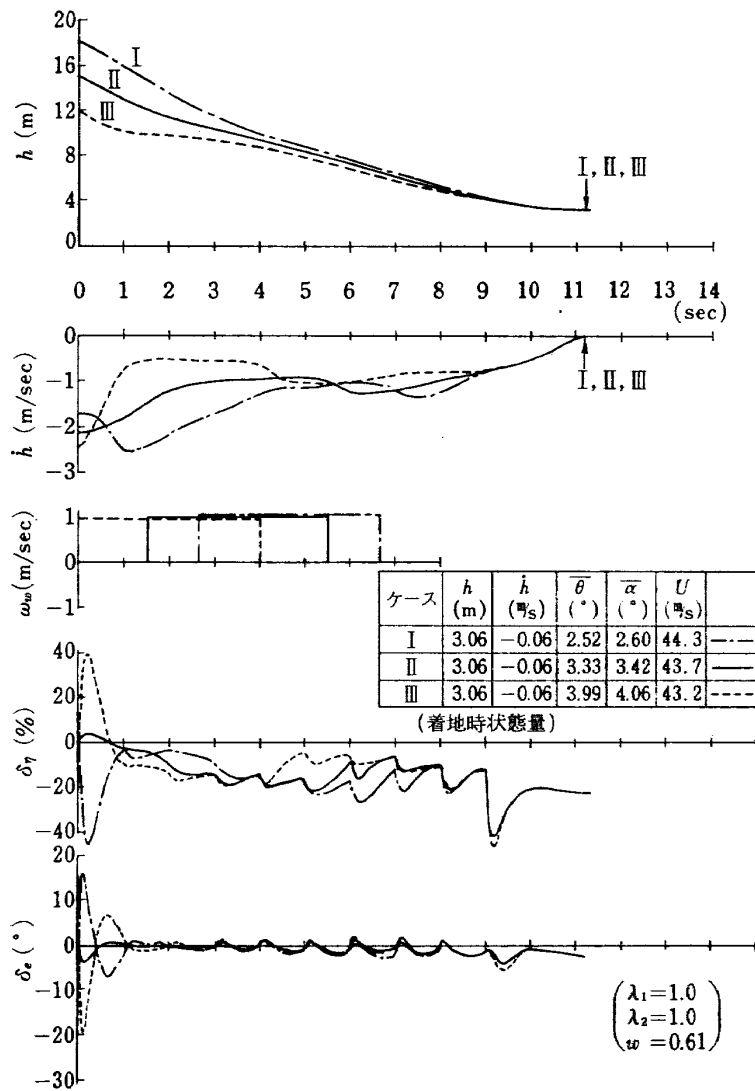


図 11 繰返しゲイン系 (GE あり, 上向 GUST あり)

地面効果は高度が下がるにつれて影響が強くなりあらわれるため、着地予定地点に向かう所望経路に沿わせるためには、高度が下がるにつれて大きな制御入力が必要とする。この様子が推力( $\delta_T$ )と昇降舵舵角( $\delta_e$ )変化に見られる。ただし、ここでの制御目的では 9.9 秒以内に着地することを 1 つの目的としていたため、9.9 秒以内に着地しない場合は以後の最適ゲインを再設定しえないため、前区間で得られたゲインをそのまま利用することにした。(したがって、この時刻以降は固定ゲイン系のシステムが制御を引きつづぐことを意味する。) このため、10 秒以降は地面効果に対処するゲインが再設定されないため、この影響が強くなりあらわれる。飛行状態量では、地面効果による揚力の増加に伴い、降下率( $\dot{h}$ )の減少が大きくなり、着地距離がふえることになる。

さらに、突風が吹いた場合のシミュレーション実験結果を図 11 (上向突風)と図 12 (下向突風)に示す。

突風は固定ゲイン系の場合と同じく、高度が 12m になった時に +1m/sec あるいは -1m/sec の風が吹き、4 秒間続く場合を想定してある。

図 11, 図 12 より、初期高度の異なる各ケースとも、突風外乱に対しては推力を変えて対応している。これは固定ゲイン系の場合と同じである。しかし、固定ゲイン系では、初期高度が異なると、突風外乱が加わった後も、経路は平行になる(図 7, 図 8 参照)。しかし、この繰返しゲイン系では、このシステムの特徴が良くあらわれ、初期高度が異なる各ケースに対し、各高度からの所望経路に沿うような制後入力が加えられるとともに、突風外乱の影響による経路のずれも修正するような制御入力加えられる。

この結果、外乱が無くなる頃には各ケースとも同じような経路に沿って飛行するようになり、地面近くになってからは、地面効果に対処する制御入力加えられるようになる。このため、異なる初期高度でフレア

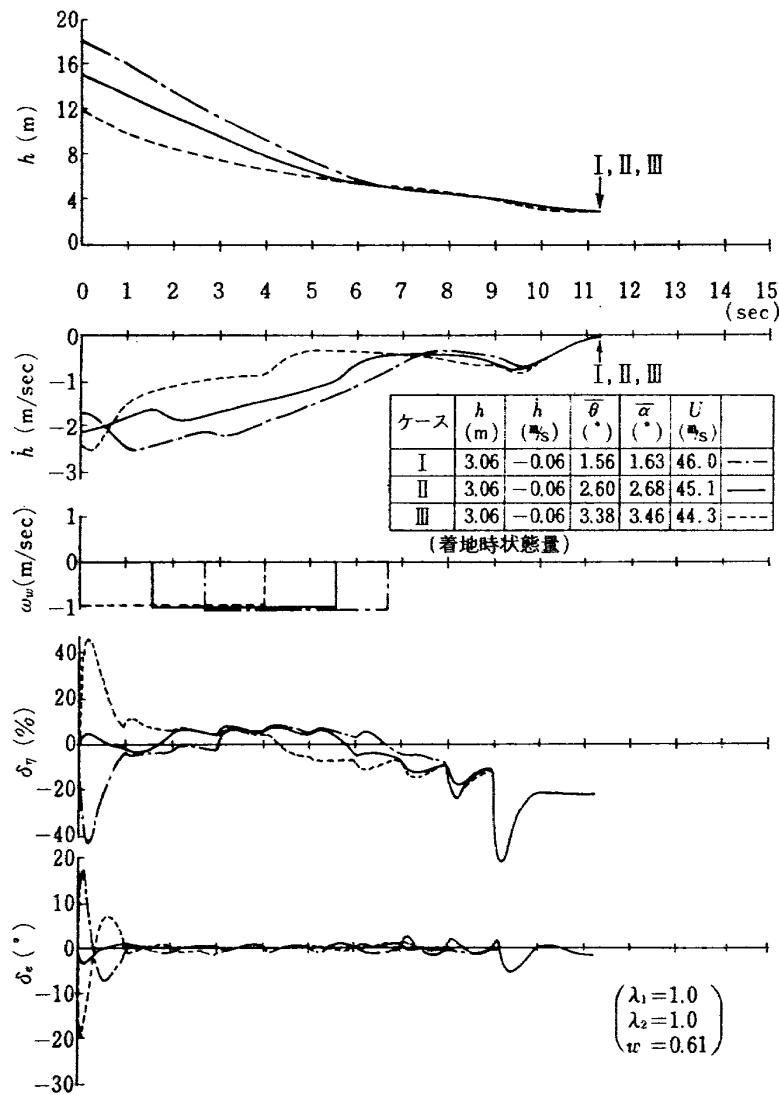


図 12 繰返しゲイン系 (GE あり, 下向 GUST あり)

制御が開始されても、また異なる時刻に突風が加わっても着地点はほぼ同一地点になり、着地距離も固定ゲイン系より短いものになっている。ただし、9.9 秒以降については突風が無い場合 (図 10) と同様、ゲインが再設定しえないので、前区間のゲインを用いることにしたため、地面効果の影響を強く受け、降下率の減少が大きくなっている。

高度、降下率以外の飛行状態量については、実験結果よりどのケースの場合も表 1 の飛行条件を満たして飛行している。ただし、初期高度が低いケース III の場合に、フレア開始時に制限を越える大きな制御入力が必要とされる場合があるが、実用に際しては重み ( $w$ ) を小さくすることが必要である。

#### 4.4 フレア制御シミュレーション実験結果の検討

##### (1) フレア制御系の構成について

フレア制御系の構成を最適制御理論の 1 つであるダイナミック・プログラミングを応用して行なった。こ

の時、航空機の運動として線形運動を、また評価関数も複雑な形式を与えないで解析を行ない、工学的実用的となるように扱った。

最適制御理論による制御系の構成は制御目的を評価関数に表わせれば、後は一連の演算を機械的に行ない最適系を構成しえる。この点は従来の根軌跡法と異なり利点となるが、制御目的をいかに評価関数で表わすかが最適系を構成する上で重要な課題となる。

本シミュレーション実験では、フレア制御として、Exponential 状経路に重点をおいて制御系を構成した。これは高度と降下率のみ評価関数にとり入れて構成した制御系である。この系の応答は、フレア制御時の動作条件をほぼ満たしているので、Exponential 状経路をとらせる様に系を構成しえれば、他の条件は 2 次的に考えてもフレア制御飛行可能であると考えられる。

地面効果は、最適ゲインを得る際無視して扱い、運

動時に影響を加えてシミュレーション実験を行なった。この時、制御目的として Exponential 状経路をとらせることがあるため、この制御がなされる結果距離がのびる以外には、他の状態量は飛行に支障をきたすような大きな変化は生じない。

上下突風においても、主に着地距離に影響をおよぼし、他の状態量は着地しえないような状態にはならない。

#### (2) 可変ゲイン系について

可変ゲイン系として、本シミュレーションでは状態量の終端での条件に重みをつけないため、終端近くでゲインがパルス状に増すことはない。また、この可変ゲインを用いて制御を行なった場合、初期状態が評価目的 ( $\tau \dot{h} + h + H_B = 0$  を満たすこと) とずれていない場合は所望経路に沿うよう飛行制御される。さらに終端近くでゲインが絞られ操作量を増さないようにすることができる。

しかし、ゲインを得るのに Riccati 型微分方程式を終端 ( $t=T$ ) での境界条件でバックワードに解かねばならず、また制御時はフォワードにゲインを用いるため解かれたゲインを全て記憶しておかなければならない。このほか、初期値が標準とずれていた時あるいは制御中に外乱等が加わり着地予定時刻迄に制御が終了しない場合は、この時刻以降無制御となる。このため、この方法のみでフレア制御を行なわせることは、実際の自動着陸系として適さないと考えられる。

#### (3) 固定ゲイン系について

可変ゲイン系に対し、固定ゲイン系の場合は最適ゲインが一定値として得られ、このゲインをあらかじめ計算しておけばフレア制御系はたえず固定された最適系として制御が行なわれる。外乱が加わった場合でもフィードバック系の性質により最適性が保たれるように制御される。

本シミュレーション実験では、評価関数として高度と降下率の関係式 ( $\tau \dot{h} + h + H_B = 0$ ) を与えたため、この関係式を満たすような飛行状態になれば制御目的が達成されるので、初期状態がこの関係式を満たさない時にフレア制御が始まった場合、あるいは制御中に外乱が加わった場合には、制御された結果の経路は各々パラレルの経路となり、着地点にばらつきを生じる。この様子は、固定ゲイン系のシミュレーション実験結果 (図5～図8) を見るとよくわかる。

固定ゲイン系は従来からの制御系の基本であり、制御中にシステムのパラメータを変える動作がとられず、実物の機器においては信頼性の高い装置を構成し

える利点がある。

ただし、システムを設計する上で、ゲインを設定する際に含ませなかった事項については、実際の飛行時に影響があらわれることはやむをえない。本シミュレーション実験では地面効果と突風がこれに相当する。地面効果についてはシステム設計時にその影響を含ませることができるが、始めから加えると非線形のゲインを得ることになり、線形性を仮定してゲインを求めることに反し、また可変ゲインとなる装置も含めねばならないことになる。しかし、この地面効果については、シミュレーション実験結果をみると経路がのびる以外特に大きな影響を与えず、着陸に支障をきたすことはない。このため、システムを構成する際無視し、後から影響を加えて検討するという方法は可能であると考えられる。

#### (4) 繰返しゲイン系について

このシステムの特徴は、前述したように、システム設計時に線形性を仮定して最適ゲインを求め、非線形項その他外乱は運動制御中に影響があらわれた場合に、最適ゲインを再設定しなおして対処するようにしていることである。

本シミュレーション実験では、設計時に考慮しなかった地面効果に対して、有効に対処していることがわかった。しかし、あらかじめわかっている非線形項 (この場合地面効果) に対しては、区間線形化 (piecewise linear) の方法で対処することも考えられる\*。しかし、突風のようにいつ加わるかわからないような外乱に対してはより有効な方法といえる。

シミュレーション実験では、1秒ごとにその時の状態量と制御目的とに見合った評価関数を再設定し、最適ゲインを求めなおして制御を続けた。このため、固定ゲイン系とくらべ、制御目的がより有効にはたされることになるが、状態量が前区間の制御目的と異なるような状態にある場合は、最適ゲインはステップ状に変化するため、過渡変化を生じさせることになる。この過渡変化を少なくするためには、区間の分割を小さくし、外乱等の影響が小さいうちに修正動作 (ゲイン再設定を含む) をとらせれば良いと考える。

システムとして、フレア制御開始から着地迄の全区間をみれば、最適ゲインは可変ゲインとなる。しかし、外乱等の影響を受けず、制御目的と一致した状態量

\* ただし、この場合地面効果は状態量 (高度) の関数であるため、高度変化に応じて線形化をほどこさねばならず、本報告のように区間ごとに状態量の観測結果を知る必要がある。

になった場合は同一ゲインで制御が続けられることになり、過渡変化も生ずることがなくなり、適応性のあるシステムといえる。

システムの実現のためには、構成機器に可変ゲインをとらせる要素と、高速演算の可能な計算機が必要となる。これらについては、計算方式の簡略化をはかるとともに、計算機技術の発展に伴い可能なシステムになると考えられる。

なお、本シミュレーション実験では制御目的の1つに着地点のずれを小さくするため、着陸予定時刻をフレア制御開始から 9.9 秒後としたため、この時刻迄に着地しない場合、この後固定ゲイン系がシステムの制御を引き継ぐことにした。このため、この時刻以降は地面効果の影響を強く受け、着地距離が若干延びることになった。この点については今後実用にあたって、制御目的をさらに検討することが必要であろう。

## 5. ま と め

フレア制御系を最適制御理論のDP法により構成した。この系を構成する際、Exponential 状経路をとらせることを主目的とした。この目的に対して構成された結果、フレア制御時の飛行状態量はほぼ許容条件を満たしている。このため、フレア時の各種飛行条件は評価関数に含めず、2次的に扱っても許容しうる着陸を可能にするものと考えられる。

システムとして、ゲインの求め方により、可変ゲイン系、固定ゲイン系および繰返しゲイン系の3つに分けてシミュレーション実験を行なった。

可変ゲイン系は時間に対してゲインを変化する系であるが、設計時に想定した飛行状態がたえず続く場合は着地可能である。しかし、設計時に考慮しえなかったような外乱が加わった場合、経路にずれを生ずることになり、着地予定時刻迄に着地しない場合が生ずる。このような時には、予定時刻以降のゲインが設定されていないので、無制御になるため、実用系として不適当であると考ええる。

固定ゲイン系は、一担求めたゲインを制御中変化させることなく用い、システムとしては可変要素もなく実用性の高いシステムであると考えられる。ただし、この系も設計時に考慮しなかった、あるいはしえなかった事項に関しては影響を受ける。しかし、フィードバック系になっているため、ある程度の補正動作をとることができ、また可変ゲイン系と異なり、着地時刻を過ぎても最適ゲインによる制御が可能である。地面効果については、非線形性のため、運動方程式を解く

際に外力として加えてシミュレーション実験を行なったが、距離がのびることを除けば、フレア制御系として許容しうるものであった。

一方、繰返しゲイン系はフレア制御中に制御目的をたえず目的に合わせたものに設定することができ、外乱等システム設計時に考慮しえなかった。あるいは無視した事項に対しても、制御中にその影響を含めて最適ゲインを再設定しえるので、適応性の高い系となる。本報告では、地面効果の影響を設計時に無視し、また突風外乱を考慮しえなかったものとして、フレア制御運動解析時に加えたが、どちらに対してもこの系は有効に対処し、目的を満たすような制御がなされることがわかった。

以上、最適理論を応用して、フレア制御系を構成したが、この理論を実用系の設計として用いるためには、今後多くの研究と実験を要すると考えられる。ただし今後の科学技術の進歩により、高速の計算機ができ、さらに理論応用の簡略化がはかられれば、最適制御理論を直接応用した系が実用系になると考えられる。

なお、シミュレーション実験にあたっては、すべての計算を当所の HITAC 5020 F を用いて行なった。

終りに、当研究にあたり、計測部自動制御第二研究室森室長より有益な助言を頂いたことを付記します。

## 参考文献

- 1) C.W. Merriam III "Optimization Theory and The Design of Feedback Control Systems" McGraw-Hill 1964
- 2) F.J. Ellert and C.W. Merriam III "Synthesis of Feedback Control Using Optimization Theory—An Example" IEEE Trans. on-AC, pp. 89-103, Apr. 1963
- 3) A.R.M. Noton "Introduction to Variational Methods in Control Engineering" Pergamon Press 1965
- 4) J.S. Tyler "The Characteristics of Model-Following Systems as Synthesized by Optimal Control" IEEE Trans. on-AC, pp. 485-498, Oct. 1964
- 5) J.S. Tyler and F.B. Tuteur "The Use of a Quadratic Performance Index to Design Multivariable Control Systems" IEEE Trans. Vol. AC-11, No. 1, pp. 84-92, Jan. 1966
- 6) 中川, 室津, 金定 "垂直離着陸航空機の最適姿勢制御における評価関数の重み係数選択に関する一考察" 制御工学第 10 巻第 12 号 1966

- 7) 川幡 “測度最大の可制御領域を与える二次形式評価関数の最適重みマトリックスに対する必要条件” 航空宇宙技術研究所報告 TR-178, 1969.7
- 8) 新田, 他 “宇宙飛しょう体の直接式最適誘導法” 航空宇宙技術研究所報告 TR-161, 1968.8
- 9) J.S. Shaylor “An Automatic Landing System Developed by B.L.E.U., with Particular Reference to the Radio Aids” Navigation Systems for Aircraft and Space Vehicles” pp. 414-431, Pergamon Press 1962
- 10) 幸尾 “航空機の乗り心地について” 航空宇宙技術研究所資料 TM-181 1970.6
- 11) 堀川, 渡辺, 森 “航空機の Exponential Control による自動引き起し制御 (Ⅲ) — 最適制御理論の応用” 航空宇宙学会 飛行機シンポジウム資料 1968.11
- 12) “Automatic Landing System Study” Technical Report No. ASD TR 61-114 1962.8

## 付録 1. Parametric Expansion Method

この方法は, DP の連続形式を利用するが, 評価関数の与え方が通常の二次形式とくらべ異なり, C.W. Merriam が提唱したものである。

### 1. システム運動方程式

システムの動特性は次のベクトル微分方程式で記述されるものとする。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (\text{付 1.1})$$

$$\mathbf{x}: [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n]'$$

$$\mathbf{u}: [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_r]'$$

$$\mathbf{A}: n \times n \text{ マトリックス}$$

$$\mathbf{B}: n \times r \text{ マトリックス}$$

本文 (3.1) 式では右辺に補正量を加えられていたがここでは省略する。

### 2. 評価関数

評価関数として, 次の形式を与える。

$$\begin{aligned} V &= \min_{\mathbf{u}} \int_0^T g(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt \\ &= \min_{\mathbf{u}} \int_0^T (\mathbf{x}'\mathbf{Q}\mathbf{x} + 2\mathbf{D}\mathbf{x} + \mathbf{E} + \mathbf{u}'\mathbf{H}\mathbf{u}) dt \quad (\text{付 1.2}) \end{aligned}$$

$$\mathbf{Q}: n \times n \text{ 重みマトリックス}$$

$$\mathbf{D}: n \times 1 \quad //$$

$$\mathbf{E}: 1 \times 1 \quad //$$

$$\mathbf{H}: r \times r \quad //$$

この形式は本文でも述べたが, 状態量の一次, 二次量を含んでいる。これは, 従来の二次形式より要素は増す ( $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{E}$  が増えている) が, 汎用性のある形式となる。ただし, 各重みマトリックスを定める場合, 被

積分項が半正定 (ただし  $\mathbf{H}$  は正定) となるような与え方が必要である。

制御入力  $\mathbf{u}$  で最小化された時の評価関数の値は状態量  $\mathbf{x}$  に依存し, 次式で与えられると仮定する。

$$V = K_0(t) + 2K_1(t)\mathbf{x} + \mathbf{x}'K_2(t)\mathbf{x} \quad (\text{付 1.3})$$

$$K_0: 1 \times 1 \text{ マトリックス}$$

$$K_1: 1 \times n \quad //$$

$$K_2: n \times n \quad // \quad (\text{対称})$$

このように評価関数値をなくことを Merriam が提唱した。この式の  $K_1$ ,  $K_2$  が最適ゲインを与えることになる。 $K_0$  は制御系に関係しない。

### 3. 最適制御入力

システム運動方程式 (付 1.1) と, 評価関数 (付 1.2) に対して, DP の連続形式を適応して最適入力を求める。このとき, 最適入力  $\mathbf{u}_{\text{opt}}$  は次式を満たすものとして求められる。

$$\min_{\mathbf{u}} \left\{ g(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) + \frac{dV}{dt} \right\} = 0 \quad (\text{付 1.4})$$

ここで,

$$g(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = \mathbf{x}'\mathbf{Q}\mathbf{x} + 2\mathbf{D}\mathbf{x} + \mathbf{E} + \mathbf{u}'\mathbf{H}\mathbf{u} \quad (\text{付 1.5})$$

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \cdot \frac{d\mathbf{x}}{dt} \\ &= \dot{K}_0 + 2\dot{K}_1\mathbf{x} + \mathbf{x}'\dot{K}_2\mathbf{x} + 2K_1\dot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{x}}'K_2\mathbf{x} + \mathbf{x}'K_2\dot{\mathbf{x}} \\ &= \dot{K}_0 + 2\dot{K}_1\mathbf{x} + \mathbf{x}'\dot{K}_2\mathbf{x} + 2K_1(\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}) \\ &\quad + (\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u})'K_2\mathbf{x} + \mathbf{x}'K_2(\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}) \end{aligned} \quad (\text{付 1.6})$$

(付 1.4) 式に (付 1.5), (付 1.6) 式を代入し, 最小にする  $\mathbf{u}$  を求めると, 次式が得られる。

$$\mathbf{u}_{\text{opt}}(t) = -\mathbf{H}^{-1}\mathbf{B}'(K_1'(t) + K_2(t)\mathbf{x}(t)) \quad (\text{付 1.7})$$

上式において,  $K_1$ ,  $K_2$  が最適ゲインである。したがって, このゲイン  $K_1$ ,  $K_2$  が求まれば, 最適制御入力  $\mathbf{u}_{\text{opt}}$  は求まることになる。

このため, (付 1.7) 式で求められた  $\mathbf{u}_{\text{opt}}$  を (付 1.4) に代入し, 状態量  $\mathbf{x}$  のいかにかわらず (付 1.4) 式を満足する条件を求めると次式を得る。

$$\begin{aligned} -\dot{K}_1(t) &= \mathbf{D} + K_1(t)\mathbf{A} + \mathbf{C}'K_2(t) - K_1(t)\mathbf{B}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{B}'K_2(t) \\ -\dot{K}_2(t) &= \mathbf{Q} + K_2(t)\mathbf{A} + \mathbf{A}'K_2(t) - K_2(t)\mathbf{B}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{B}'K_2(t) \end{aligned} \quad (\text{付 1.8})$$

上式は  $K_1$ ,  $K_2$  が満たすべき式で, Riccati 形微分方程式となる。この時, 境界条件としては, (付 1.2) 式より  $t=T$  のとき  $V=0$ , したがって (付 1.3) 式より,  $K_0(T) = K_1(T) = K_2(T) = 0$  が終端境界条件となる。このため, (付 1.8) 式は通常バックワードに解かねばならない。特に, (付 1.2) 式の積分の上限が  $\infty$  の場合には, 最適ゲインは (付 1.8) 式の定常



値, すなわち右辺を零に等しいとおいた代数方程式の解となる。

なお,  $K_1$  は  $(1 \times n)$  のマトリックスで  $n$  個の要素をもつが,  $K_2$  は  $(n \times n)$  の対称マトリックスなので,  $n(n+1)/2$  個の要素について解けばよい。

#### 4. 最適系の構成

最適制御入力  $u_{opt}$  が (付 1.7) 式により求められたので, この  $u_{opt}$  をもとのシステム (付 1.1) 式に代入して

$$\dot{x} = Ax - BH^{-1}B'(K_1' + K_2x) \quad (\text{付 1.9})$$

が得られる。この式が最適制御システム (最適系) を表わす。

したがって, (付 1.8) 式より最適ゲイン  $K_1, K_2$  をあらかじめ求めておき, (付 1.9) を初期状態  $x_0$  のもとに解けば, 最適解  $x_{opt}$  が得られる。

#### 付録 2. 運動方程式 (4.4) 式の係数マトリックスの要素と空力係数の関係

本文 (4.4) 式より運動方程式は次のベクトル微分方程式で示される。

$$\dot{x} = Ax + Bu + CI \quad (\text{付 2.1})$$

$$x: [\theta, \dot{\theta}, \dot{h}, \dot{h}, u, \delta_\eta, \delta_\epsilon]'$$

$$u: [\delta_{\eta i}, \delta_{\epsilon i}]'$$

A, B, C の各係数マトリックスは次のようになる。

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & a_{15} & a_{16} & a_{17} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & a_{35} & a_{36} & a_{37} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & 0 & a_{55} & a_{56} & a_{57} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{77} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_{61} & 0 \\ 0 & b_{62} \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

これらのマトリックスの各要素と, 本文 (4.1), (4.2), (4.3) 式の運動方程式の係数との関係は次のようになる。なお, 数値はシミュレーション実験での値である。

$$a_{11} = \frac{M_\alpha(1+Z_q)}{1-Z_\alpha} + M_q = 1.0534$$

$$a_{12} = \frac{M_\alpha(UZ_\alpha - g \sin \gamma_0)}{(1-Z_\alpha)U} + M_\alpha = -0.8677$$

$$a_{13} = -\frac{M_\alpha Z_\alpha}{U(1-Z_\alpha)} - \frac{M_\alpha}{U} = 0.01768$$

$$a_{15} = M_u + \frac{M_\alpha Z_u}{1-Z_\alpha} = 0.002086$$

$$a_{16} = \frac{M_\alpha Z_{\delta_\eta}}{1-Z_\alpha} + M_{\delta_\eta} = 0.00892$$

$$a_{17} = \frac{M_\alpha Z_{\delta_\epsilon}}{1-Z_\alpha} + M_{\delta_\epsilon} = -1.384$$

$$a_{31} = -U \left( \frac{Z_\alpha + Z_q}{1-Z_\alpha} \right) = 2.058$$

$$a_{32} = -\frac{UZ_\alpha - g \sin \gamma_0}{1-Z_\alpha} = 44.06$$

$$a_{33} = \frac{Z_\alpha}{1-Z_\alpha} = -0.9045$$

$$a_{35} = -\frac{UZ_u}{1-Z_\alpha} = 0.3957$$

$$a_{36} = -\frac{UZ_{\delta_\eta}}{1-Z_\alpha} = 1.692$$

$$a_{37} = -\frac{UZ_{\delta_\epsilon}}{1-Z_\alpha} = 2.677$$

$$a_{51} = \frac{X_\alpha(1+Z_q)}{1-Z_\alpha} + X_q = 0.0$$

$$a_{52} = \frac{X_\alpha(UZ_\alpha - g \sin \gamma_0)}{(1-Z_\alpha)U} + X_\alpha - g \cos \gamma_0 = -3.952$$

$$a_{53} = -\frac{X_\alpha Z_\alpha}{U(1-Z_\alpha)} - \frac{X_\alpha}{U} = -0.11735$$

$$a_{55} = X_u + \frac{Z_u X_\alpha}{1-Z_\alpha} = -0.0415$$

$$a_{56} = \frac{X_\alpha Z_{\delta_\eta}}{1-Z_\alpha} + X_{\delta_\eta} = 3.1$$

$$a_{57} = \frac{X_\alpha Z_{\delta_\epsilon}}{1-Z_\alpha} = 0.0$$

$$a_{66} = -\frac{1}{T_{\delta_\eta}} = -10.0$$

$$a_{77} = -\frac{1}{T_{\delta_\epsilon}} = -10.0$$

$$b_{61} = \frac{1}{T_{\delta_\eta}} = 10.0$$

$$b_{62} = \frac{1}{T_{\delta_\epsilon}} = 10.0$$

$$c_{11} = -a_{13} \cdot \dot{h}_0$$

$$c_{33} = -a_{33} \cdot \dot{h}_0$$

$$c_{55} = -a_{53} \cdot \dot{h}_0$$

### 付録 3. 地面効果および突風外乱の与え方

#### (1) 地面効果

本文 (4.5) 式の  $\Delta X$ ,  $\Delta Z$ ,  $\Delta M$  は以下のように求まる<sup>12)</sup>。まず、地面効果による揚力の増加を  $\Delta C_L$ , 抗力変化を  $\Delta C_D$ , モーメント変化を  $\Delta C_M$  とすると各値は次式で与えられる。

$$\Delta C_L \doteq \Delta C_{Lw} = a_w \frac{C_{Lw}}{\pi A_w} \sigma_w$$

$$\Delta C_D = \frac{C_{Lw}^2}{\pi A_w} \cdot \sigma_w$$

$$\Delta C_M = L_w \cdot \bar{X}_w - \Delta L_T l_T + \left( \frac{\partial C_{mf}}{\partial C_{Lw}} \right) \Delta C_{Lw} \cdot q_w \cdot S_w \bar{c}$$

$$\sigma_w = e^{-2.48 \left( \frac{2h_w}{b} \right)^{0.768}}$$

(右辺の各値の意味、詳細については文献 12 を参照されたい。)

以上の式にシミュレーション実験での中型輸送機の場合の値を代入すると、

$$\Delta C_L = 0.273 e^{-2.48 \left( \frac{h}{16} + 0.0281 \right)^{0.768}}$$

$$\Delta C_D = -0.0642 e^{-2.48 \left( \frac{h}{16} + 0.0281 \right)^{0.768}}$$

$$\Delta C_M \doteq 0.0$$

となる。

したがって、

$$\Delta X = -\frac{\Delta D}{m} = \frac{-\frac{1}{2} \rho V^2 S \Delta C_D}{m}$$

$$\Delta Z = -\frac{\Delta L}{m} \frac{1}{U} = -\frac{\frac{1}{2} \rho V^2 S \Delta C_L}{mU}$$

$$\Delta M = \frac{\Delta C_M}{I_Y}$$

より、

$$\Delta X = 0.426 e^{-2.48 \left( \frac{h}{16} + 0.0281 \right)^{0.768}}$$

$$\Delta Z = -0.0372 e^{-2.48 \left( \frac{h}{16} + 0.0281 \right)^{0.768}}$$

$$\Delta M = 0.0$$

となる。

#### (2) 突風外乱

上下突風は航空機の運動として、主に迎え角の変化としてあらわれる。突風の大きさを  $w_w$  とすると迎え角変化分  $\alpha_w$  は次式で近似される。

$$\alpha_w \doteq w_w / U$$

この突風が加わると本文 (4.1) 式の運動方程式の  $\alpha$  が  $\alpha + \alpha_w$  にかわる。本文 (4.4) 式の運動方程式で解く場合は降下率  $\dot{h}$  の変動として考慮される。

シミュレーション実験では  $w_w$  の大きさを  $\pm 1 \text{ m/sec}$  とし、高度 12 m になった時に加わり、4 秒間続く場合を検討する。

### 付録 4. 中型輸送機の空力係数

中型輸送機として YS-11 型機を想定し、以下の値をシミュレーション実験で用いた。

着陸条件；

$$U = 95 \text{ kt} \doteq 49 \text{ m/sec}$$

$$W = 21,000 \text{ kg (重量)}$$

$$\delta_f = 40^\circ \text{ (フラップ角)}$$

$$\text{脚下げ, } h = 0.21 \text{ (21\% MAC)}$$

$$C_L = 1.475, \quad \theta_0 = -1.5^\circ, \quad \gamma_0 = -2.5^\circ$$

$$X_u = -0.0415 \text{ (1/sec)}$$

$$X_\alpha = 0.0$$

$$X_\alpha = 5.75 \text{ (m/sec}^2\text{)}$$

$$X_q = 0.0$$

$$Z_u = -0.00816 \text{ (1/m)}$$

$$Z_\alpha = -0.01055 \text{ (1)}$$

$$Z_\alpha = -0.914 \text{ (1/sec)}$$

$$Z_q = -0.0319 \text{ (1)}$$

$$M_u = 0.0$$

$$M_\alpha = -0.2583 \text{ (1/sec)}$$

$$M_\alpha = -1.1 \text{ (1/sec}^2\text{)}$$

$$M_q = -0.806 \text{ (1/sec)}$$

$$M_{\delta_e} = -1.398 \text{ (1/sec}^2\text{)}$$

$$Z_{\delta_e} = -0.0552 \text{ (1/sec)}$$

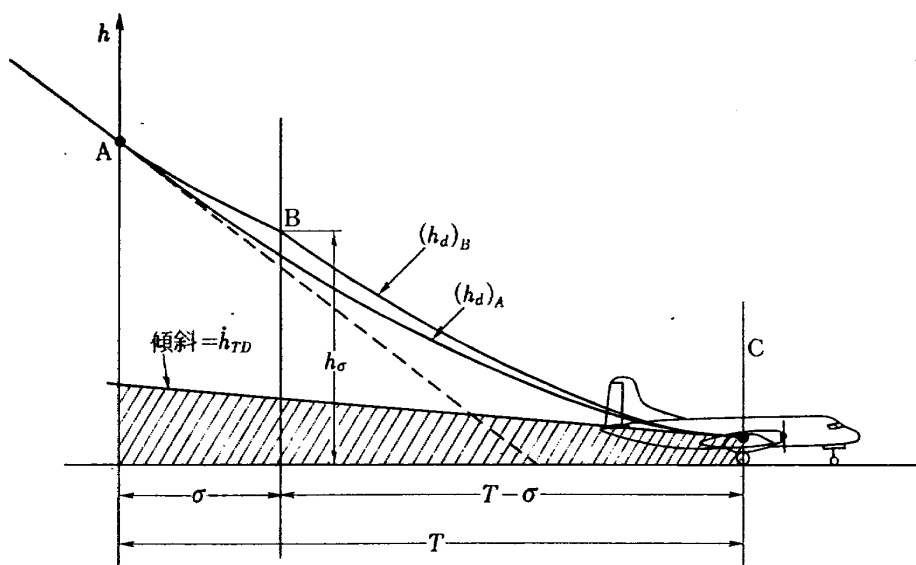
$$X_{\delta_f} = 3.1/100 \text{ (m/sec}^2\text{/}\%)$$

$$Z_{\delta_f} = -0.0349/100 \text{ (1/sec/}\%)$$

$$M_{\delta_f} = 0.0$$

### 付録 5. 所望経路の経路定数の求め方

所望経路は次の Exponential 状経路に沿うものとする。



付図 1 繰返しゲイン系の所望経路

$$\left. \begin{aligned} h(t) &= (h_\sigma + H_B)e^{-\frac{t}{\tau}} - H_B \\ \dot{h}(t) &= -\frac{h_\sigma + H_B}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{付 4.1})$$

付図1において、A点からフレア制御を開始し、 $T$ 秒後にC点で着地するものとし、着地時の高度は脚が接地した時とする。今A点をすぎ、フレア開始後 $\sigma$ 秒たち何らかの影響でA点からの所望経路 $(h_d)_A$ からずれ、B点(高度 $h_\sigma$ )を飛行しているとする。この時、B点から $(T-\sigma)$ 秒後にC点に着地するExponential状経路 $(h_d)_B$ を新しい所望経路とし、この経路の経路定数 $\tau$ と $H_B$ を(付4.1)式を用いて求める。

B点での時刻を $t=0$ とする。C点(時刻 $t=T-\sigma$ )での高度 $h_{TD}$ と降下率 $\dot{h}_{TD}$ を与え(付4.1)式に代入し、次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} h_{TD} &= (h_\sigma + H_B)e^{-\frac{T-\sigma}{\tau}} - H_B \\ \dot{h}_{TD} &= -\frac{h_\sigma + H_B}{\tau}e^{-\frac{T-\sigma}{\tau}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{付 4.2})$$

現時点での高度 $h_\sigma$ はわかっているので、この式より $\tau$ と $H_B$ が求まる。

シミュレーション実験では(付4.2)式は超越関数なので、まず $H_B$ を消去した式

$$f(\tau) = (h_\sigma - \tau \dot{h}_{TD} - h_{TD})e^{-\frac{T-\sigma}{\tau}} + \tau \dot{h}_{TD} = 0 \quad (\text{付 4.3})$$

を得て、Newton Raphson 法により $\tau$ を求めた。

ただし、重心高度が付図1の斜線の領域(着地予定時刻の高度と降下率できまる)にある場合は、 $\tau = H_B = \infty$ とする。これは、この領域内の点から着地予定時刻の条件を満たす指数関数状経路が存在しないためである。(数値的には、(付4.2)式を満たす正の確定値が存在しない。

TR-303	ジンバルエンジン駆動用油圧制御系に適した IDPF サーボバルブの研究 Studies of IDPF Servovalve Appropriate for Gimbale Engine Positioning Hydraulic Control Systems	1972年11月	畑 山 茂 樹
TR-304	ドラッグカップ型ジャイロモータの同期化制御 の研究 Study on a Synchronizing Control of a Drag-Cup Gyro Motor	1972年11月	山 田 博
TR-305	オイラー角表示による座標変換のアルゴリズム Coordinate Transformation Algorithm by the Eulerian Angels Representation	1972年11月	狼 嘉 彰
TR-306	フライングテストベッド用付帯設備の計画 System Design of Facilities for VTOL Flying Test Bed at National Aerospace Labatory	1972年11月	滝 沢 直 人, 渋谷 昭 義 小 川 敏 雄, 藤 枝 敦 俊 甲 斐 忠 夫, 宮 本 義 人 田 辺 義 一, 小 野 幸 一 竹 内 和 之
TR-307	プラズマ風洞アーク加熱器, ノズル流および ノズル噴流に対する諸考察 Some Characteristics of the Arc-Heater, Nozzle Flow, and the Underexpanded Jet in the NAL 60kW Plasma Wind Tunnel	1972年12月	松 崎 利 一, 平 林 則 明
TR-308	固体ロケット推進薬の超音波探傷 On the Ultrasonic Inspection of Separation in Solid Propellant Rocket Motors	1972年12月	清 水 盛 生, 野 口 義 男 種 村 利 春
TR-309	複数翼をすぎる二次元, 非圧縮, ポテンシャル 流れの緩和法による計算 A Numerical Calculation of a Two-Dimensional Incompressible Potential flow Around a Set of Airfoils by Applying the Relaxation Method	1973年 1 月	中 村 正 義
TR-310	圧縮流体の Navier-Stokes 方程式に対する数 種の差分法とその評価 An Evaluation of Several Difference Methods for Compressible Navier-Stokes Equations	1973年 3 月	石 黒 登 美 子
TR-311	界面最大引張り応力基準での固体推進薬での降 伏曲面 (三次元) について On a Failure Criterion of a Solid Propellant under Tri-axial Stress Fields	1973年 3 月	遠 藤 修 司, 河 田 幸 三

---

## 航 空 宇 宙 技 術 研 究 所 報 告 312 号

昭和 48 年 3 月 発 行

発 行 所 航 空 宇 宙 技 術 研 究 所  
東京都調布市深大寺町 1880  
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表) 182  
印 刷 所 株 式 会 社 東 京 プ レ ス  
東京都板橋区桜川 2-27-12

---

