

UDC 531.23:
534:
629.76:
629.783

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-355

風によって衛星打上げ用飛しょう体に生ずる
曲げモーメントおよび振動加速度

森 英 彦

1974 年 1 月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

風によって衛星打上げ用飛しょう体に生ずる 曲げモーメントおよび振動加速度*

森 英 彦**

Bending Moments and Vibration Caused by Wind on Launch Vehicles

By Hidehiko MORI

This research is an extension of the system study to construct a model launch vehicle for geostationary satellite, and attempts to present the wind effects on the launch vehicle, especially focusing on bending moment and lateral vibration.

Bending moment coefficients are calculated for angle of attack, engine deflection and generalized coordinates of bending. Angle of attack and engine deflection are mainly associated with the quasi-steady-state wind, and their approximate values are given by rigid body trajectory simulation. Turbulence effects on the variances of generalized coordinates of bending and other variables are evaluated by stochastic methods. In this evaluation various degrees of approximation for equations of motion are taken to assess the influence of model refinements. These computations provide insights to the interaction between vehicle characteristics and two types of winds.

The present model vehicle SS-3 has proved to be little affected by the turbulence and have a firm structure.

1. 序 論

空気層を飛しょうする機体に働く荷重を正確に推定することは、飛しょうの安全性を保持するために、また構造の能率を高めるために重要な問題である。

飛しょう体に働く荷重の要因は、飛しょう体の種類、大きさあるいは形などによって異なる。本報告で扱うのは中型の飛しょう体であり、モデルとしては宇宙グループのシステムスタディで検討された SS-3¹⁾を用いる。SS-3 は全長約 37 m, 3 段の飛しょう体であって宇宙開発事業団で開発途上にある N よりはやや大きめのロケットである。しかし N とはほぼ同様の問題を含んでいると考えてよい。

液体燃料を用いているため剛性が低く、またジンバル制御を含むという点で、これまで我が国で主として開発されてきた固体非制御の機体とは荷重の要因が異なる。他方サターン V などと比べると同種類の飛し

ょう体であるため、荷重要因も取扱い手法も類似になる。しかしながら形が小さいことによる量的な差異があって、数値上はもちろん傾向としても同一になるとはいえない。

ジンバル制御を用いた剛性の低い飛しょう体において、曲げ振動および液体燃料の揺動を含めた飛しょう体の安定化をはかることは、かなり困難な問題である。その手法については以前報告した²⁾。もし機体が不安定の状態に陥れば、激しい振動を伴って機体は破損の危機に見舞われる。実際に初期の米国のロケットでは、このような失敗の例がいくつかあったことが報告されている。またたとえ運動が安定化されていても、安定な範囲内で荷重が過大になるとやはり機体は損傷される恐れがある。したがってこの荷重の大きさとその発生機構とを正しく推定することが設計上必要なのである。

飛しょう体を剛体とみなせば、通常の飛しょう状態においては、機体の空力中心に働く空気力とジンバル点に働く制御力とが重心まわりのモーメントとしてつ

* 昭和 48 年 10 月 25 日受付

** 宇宙研究グループ

り合っていると考えることができる。モーメントは静定はりの静的荷重の問題として容易に算定することができる。ところが飛しょう体の曲げ剛性を考慮に入れると、動的荷重すなわち機体の曲げ振動加速度によるモーメントが加わるため、はりの振動方程式を解かなければならない。この方程式は飛しょう体の運動と連成しているため次数が高い。加うるに剛体としての性質が強い場合にはあまり影響を生じない風速の変動分、すなわち突風が機体振動を励振して大きな荷重となる可能性が出てくる。サターンVの場合は先端部が細いため、この部分で動的な荷重が静的な荷重よりも大きくなる⁵⁾。解析の結果、今回扱うような機体では、振動に起因する曲げモーメントは静的荷重に比べると小さいことがわかった。しかしこの振動は塔載機器への影響から軽視できない。ことに慣性誘導を行なう場合、振動加速度によって生ずるジャイロおよび加速度計の出力軸まわりの角加速度は、誘導精度に重要な影響を与える可能性があるため、振動加速度の大きさを推定することはこの面からも重要である。

以上述べたごとく、本報告は液体燃料を用いた衛星打上げ用飛しょう体が、初段燃焼時に受ける荷重および振動加速度の要因とその大きさを解析して、機体設計および機器設計のための資料とするためのものである。3章で曲げモーメントの計算法を、4、5章では曲げ振動加速度の推定法を記し、数値計算例は6章にまとめて示した。

2. 記 号

- $A(t)$: フィードバックを含む系の特性を示すマトリクス (5.4)
- $a_{\eta i}$: η_i の方程式に関する $A(t)$ の行ベクトル
- $a_{\eta i j}$: $a_{\eta i}$ の j 要素
- B : 減衰係数マトリクス, (4.2) 式
- \bar{B} : 減衰係数マトリクス, (4.5) 式
- \tilde{B} : 減衰係数マトリクス, (4.19) 式
- b_{0i} : 観測量係数ベクトル, (4.3) 式
- $\bar{b}(t)$: 入力係数ベクトル, (5.4) 式
- $C_{z\alpha}'(x)$: 揚力分布係数 ($=\partial C_{z\alpha}(x)/\partial x$) [1/m]
- $EI(x)$: 飛しょう体ピッチ面内の曲げ剛性 [kg m²]
- $f(t)$: 時間 t に飛しょう体を受ける突風の強さ [m/s]
- $G(s)$: 一般伝達関数
- $G_i(s)$: 入力 $n(s)$ から i 番目変数 $x_i(s)$ への伝達関数
- $G_{w,i}(s)$: $w_i(s)$ から $x_i(s)$ への伝達関数
- $G_{w,\eta i}(s)$: $w_i(s)$ から $\eta_i(s)$ への伝達関数
- h : 高度
- I : 飛しょう体の機体軸系 Y 軸に関するイナーシア [kg m s²]
- K : バネ定数マトリクス, (4.2) 式
- \bar{K} : バネ定数マトリクス, (4.5) 式
- \tilde{K} : バネ定数マトリクス, (4.19) 式
- k_β : β の係数ベクトル, (4.2) 式
- k_w : w の係数ベクトル, (4.2) 式
- k_{0i} : 観測量係数ベクトル, (4.3) 式
- L : 機体全長 [m]
- M : 質量マトリクス, (4.2) 式
- \bar{M} : 質量マトリクス, (4.5) 式
- \tilde{M} : 質量マトリクス, (4.19) 式
- M : 飛しょう体の質量 [kg s²/m]
- $M(x, t)$: 機体の位置 x に生ずる曲げモーメント [kg m]
- $M_\alpha'(x)$: α に関する曲げモーメント係数 [kg m/rad]
- $M_\beta'(x)$: β に関する曲げモーメント係数 [kg m/rad]
- $M_{\eta i}'(x)$: η_i に関する曲げモーメント係数 [kg s²]
- $m(x)$: 機体の位置 x における単位長さあたりの分布質量 [kg s²/m]
- m_{0i} : 観測量係数マトリクス, (4.3) 式
- $n(t)$: 白色雑音
- $q(x, t)$: 機体の位置 x における単位長さあたりの分布荷重 [kg/m]
- q' : 動圧 [kg/m²]
- S : $C_{z\alpha}$ のための基準面積 [m²]
- $S(t)$: 共分散マトリクス
- T_c : 制御力を発生するエンジンの総推力 [kg]
- v : 測定飛しょう体上昇速度 [m/s]
- V : 飛しょう体上昇速度 [m/s]
- W : 回転地球に相対的な風速 [m/s]
- w : W の Z 軸方向成分 [m/s]
- w_s : w の定常風成分 [m/s]
- w_t : w の突風成分 [m/s]
- x : 機体軸系 x 座標 (飛しょう体尾端を原点とする) [m]
- x : \dot{z} , ϕ , η_i , β 等からなる列ベクトル
- x_{CG} : 飛しょう体重心位置 [m]
- x_β : ジンバル点位置 [m]
- $y(x, t)$: 機体軸系 Z 座標方向にとった機体位置 x の点の変位 [m]

- y_i : i 番目の検出器による測定量
- $Y_i(x)$: 曲げ振動の i 次基準変位
- y_{xi} : i 番目の液燃可動部の変位 [m]
- $z(t)$: 基準座標系 Z 軸方向の機体重心変位 [m]
- $\alpha(t)$: 迎え角 [rad]
- $\beta(t)$: エンジン触れ角 [rad]
- δ_{ij} : Kronecker のデルタ
- $\delta(x)$: x に関するデルタ関数
- $\eta_i(t)$: 曲げ振動一般化変位 [m]
- σ_{ω^2} : ω_i の分散 [m²/s²]
- $\phi(t)$: ピッチング姿勢角の基準状態からのずれ [rad]
- $\phi(\tau)$: 突風の自己相関関数 [m²/s²]
- $\Phi(\omega)$: 実飛しょう体に加わる突風のスペクトル密度 [m²/s²/(rad/s)]
- $\Phi_c(\omega)$: 出力スペクトル密度
- $\Phi_m(\omega)$: 測定用飛しょう体に加わる突風のスペクトル密度 [m²/s²/(rad/s)]
- $\Phi_r(\omega)$: 入力スペクトル密度
- $\Phi_i(\omega)$: i 番目の変数 x_i のスペクトル密度
- $\phi(\sigma)$: 突風の空間的自己相関関数 [m²/s²]
- $\Psi(\Omega)$: 突風の空間的スペクトル密度 [m²/s²/(rad/m)]
- Ω : 空間周波数 [rad/m]
- ω : 角振動数 [rad/s]
- ω_i : 曲げ振動 i 次の固有角振動数 [rad/s]

3. 曲げモーメント係数

飛しょう機体に沿った曲げモーメントを計算する式および曲げモーメント係数の導き方に関しては文献 2) でも触れた。しかし本報告で扱う内容の筋を明快にするためと、計算上の目的のために、少し変えた形で要点を再記する。

飛しょう体を両端自由な変断面梁とみなし、分布荷重 $q(x, t)$ が働いているものとして記号を図 3.1 のように定める。このとき、 x の面に働くモーメント係数 $M(x, t)$ は次式で表わされる。

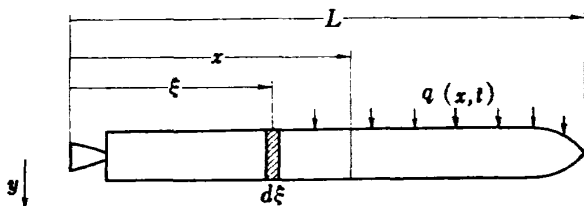


図 3.1 梁のモーメントのつり合いに関する記号設定

$$M(x, t) = EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \int_0^x (x - \xi) q(\xi, t) d\xi + \int_0^x (x - \xi) \left[-m(\xi) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right] d\xi \quad (3.1)$$

x で 2 回微分すると梁の運動方程式がえられる。

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = q(x, t) \quad (3.2)$$

$$\text{境界条件: } y''(0, t) = 0, \quad y''(L, t) = 0$$

$$y'''(0, t) = 0, \quad y'''(L, t) = 0$$

$$\text{初期条件: } y(x, 0) = 0, \quad y'(x, 0) = 0$$

(3.2) の右辺を 0 とおいた斉次方程式に $y(x, t) = e^{j\omega t} Y_i(x)$ を代入すると、固有関数系の方程式 (3.3) がえられ、さらに両端自由の境界条件を用いると (3.4) の直交条件式がえられる。

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(EI \frac{d^2 Y_i(x)}{dx^2} \right) - \omega_i^2 m(x) Y_i(x) = 0 \quad (3.3)$$

$$\left. \begin{aligned} \int_0^L Y_i(x) m(x) Y_j(x) dx &= M_i \delta_{ij} \\ \int_0^L Y_i(x) \frac{d^2}{dx^2} \left(EI \frac{d^2 Y_j(x)}{dx^2} \right) dx &= M_i \omega_i^2 \delta_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

$i, j = 0, 1, 2, \dots$

$\omega_0 = 0$ に対応する固有関数は剛体運動を表わすもので、境界条件を満足する次の二つが考えられる。

$$Y_{01}(x) = 1, \quad Y_{02}(x) = x - x_{CG} \quad (3.5)$$

(3.4) に (3.5) を代入すると、第一式からは $M_{01} = M$, $M_{02} = I$ がえられる。

$i \geq 1$ の場合、 ω_i , $Y_i(x)$ は (3.3) を満たすように数値的に求めなければならない。この方法の一般的な検討については文献 3), 4) に、また SS-3 の例については文献 1) に記されている。

一様弾性棒の場合については、解析的にも容易に解がえられる。 $\beta_i = (\gamma \omega_i^2)^{1/4}$ とおくと、固有値および固有関数はそれぞれ

$$\begin{cases} \cos \beta_i L \cosh \beta_i L = 1 \\ Y_i(x) = (\sin \beta_i L + \sinh \beta_i L) (\sinh \beta_i x + \sin \beta_i x) \\ \quad + (\cos \beta_i L - \cosh \beta_i L) (\cos \beta_i x - \cosh \beta_i x) \end{cases}$$

によって与えられる。固有値はその式から明らかなように $\cos \beta_i L = 0$ を与える β_i の値に近い点で与えられる。また固有関数は端部を除くと正弦曲線に近く、図 3.2 のようになる⁹⁾。ロケットのような形状の場合を一様弾性棒の場合と比べると、固有値の各次数の比は類似の比をなし、また固有関数も一様弾性棒の場合から変形してきた様子が見られる。飛しょう時間の経過と共に変化する固有値および固有関数の感度等に関する

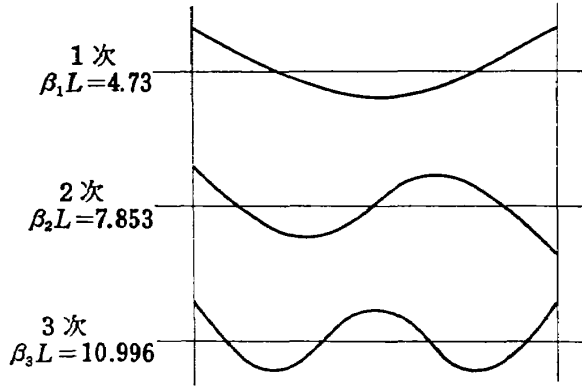


図 3.2 両端自由一様棒の曲げ振動モード

概念的な理解を助ける上で、一様弾性棒の場合を想起することは有用である。

いま (3.2) の解を

$$y(x, t) = Y_{01}z(t) + Y_{02}(x)\phi(t) + \sum_{i=1}^{\infty} Y_i(x)\eta_i(t) \quad (3.6)$$

とおいて (3.2) に代入し (3.4) を用いると次式がえられる。

$$M\ddot{z}(t) = F_q(t), \quad F_q(t) = \int_0^L q(x, t) dx \quad (3.7)$$

$$\left. \begin{aligned} I\ddot{\phi}(t) &= T_q(t) \\ T_q(t) &= \int_0^L (x - x_{CG}) q(x, t) dx \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

$$\left. \begin{aligned} M_i(\ddot{\eta}_i + \omega_i^2 \eta_i) &= Q_i(t) \\ Q_i(t) &= \int_0^L Y_i(x) q(x, t) dx \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

$i = 1, 2, 3, \dots$

(3.7) および (3.8) はそれぞれ剛体運動としての横方向移動および回転を表わす。(3.9) は曲げ振動の運動方程式である。機体にはたらく荷重を計算するためにはこの微分方程式の解を求め、その結果を (3.1) に適用してモーメントを求めることになる。これらの微分方程式の解は形式的には、(3.7), (3.8) に対しては単なる積分により、また (3.9) に対しては微分方程式の解

$$\eta_i(t) = \int_0^t \frac{\sin \omega_i(t-\tau)}{\omega_i} \langle Y_i(x), q(x, \tau) \rangle d\tau$$

$$\text{ただし } \langle Y_i(x), q(x, \tau) \rangle = \int_0^L Y_i(x) q(x, \tau) dx$$

によって与えられる。しかしながら、飛しょう運動の場合には $q(x, t)$ を構成する諸量と $z(t)$, $\phi(t)$, $\eta(t)$ 等との間の連成がある。実際には $q(x, t)$ を通じてこれら 3 式は連立微分方程式をなしている。厳密に解く

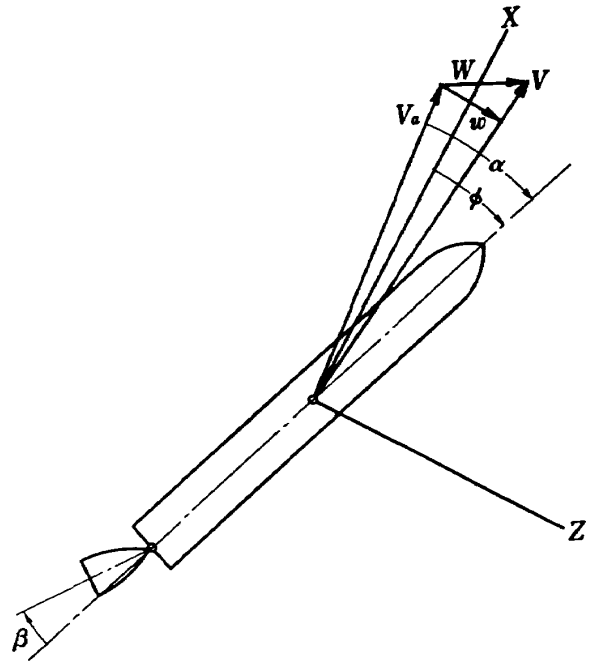


図 3.3 剛体飛しょう運動 (ピッチ)

ためには $q(x, t)$ を微小項まで考慮して連立微分方程式を解き、それを用いて曲げモーメントを求めなければならない。しかし微小連成項は運動の安定性などには大きな影響を与える可能性があるが、もし系が安定であれば曲げモーメントに与える寄与はやはり微小である。したがって運動を求める場合は別として、その運動を使って曲げモーメントを表現する式をえるために次のような仮定を用いることは妥当であろう。

飛しょう体にかかる荷重としては、空気力 $q'S \cdot C_{za}'(x)\alpha(t)$ とジンバル制御力 $T_c\beta(t)$ とのみを考える。すなわち

$$q(x, t) = q'S C_{za}'(x)\alpha(t) + T_c\beta(t)\delta(x - x_\beta) \quad (3.10)$$

とする。 $\alpha(t)$ は飛しょう体の平均的な迎え角である。

(3.10) を (3.7), (3.8) に代入すると次式をえる。

$$F_q(t) = \left[q'S \int_0^L C_{za}'(x) dx \right] \alpha + T_c\beta$$

$$T_q(t) = \left[q'S \int_0^L (x - x_{CG}) C_{za}'(x) dx \right] \alpha + (x_\beta - x_{CG}) T_c\beta$$

(3.6) を (3.1) の右辺に代入し、(3.7), (3.8) および上二式を用いることにより次式がえられる。

$$M(x, t) = M_\alpha'(x)\alpha(t) + M_\beta'(x)\beta(t) + \sum_{i=1}^{\infty} M_{\eta_i}'(x)\eta_i(t) \quad (3.11)$$

ここに $M_\alpha'(x)$, $M_\beta'(x)$ および $M_{\eta_i}'(x)$ は曲げモーメント係数と呼ばれ、次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned}
 M_{\alpha'}(x) &= q' S \int_0^x (x-\xi) C_{z\alpha'}(\xi) d\xi \\
 &\quad - \ddot{z}_{\alpha} \int_0^x (x-\xi) m(\xi) d\xi \\
 &\quad - \ddot{\phi}_{\alpha} \int_0^x (x-\xi) (\xi - x_{CG}) m(\xi) d\xi \\
 M_{\beta'}(x) &= T_c (x - x_{\beta}) - \ddot{z}_{\beta} \int_0^x (x-\xi) m(\xi) d\xi \\
 &\quad - \ddot{\phi}_{\beta} \int_0^x (x-\xi) (\xi - x_{CG}) m(\xi) d\xi \\
 M_{\eta_i'}(x) &= - \int_0^x (x-\xi) m(\xi) Y_i(\xi) d\xi
 \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

ただし

$$\begin{aligned}
 \ddot{\phi}_{\alpha} &= \frac{q'S}{I} \int_0^L (x - x_{CG}) C_{z\alpha'}(x) dx \\
 \ddot{\phi}_{\beta} &= \frac{x_{\beta} - x_{CG}}{I} T_c \\
 \ddot{z}_{\alpha} &= \frac{q'S}{M} \int_0^L C_{z\alpha'}(x) dx \\
 \ddot{z}_{\beta} &= \frac{T_c}{M}
 \end{aligned}$$

文献 2) に示した結果は次の通りであった。

$$\left. \begin{aligned}
 M_{\alpha'}(x) &= q'S \int_x^L (\xi - x) C_{z\alpha'}(\xi) d\xi \\
 &\quad - \ddot{z}_{\alpha} \int_x^L m(\xi) (\xi - x) d\xi \\
 &\quad - \ddot{\phi}_{\alpha} \int_x^L m(\xi) (\xi - x) (\xi - x_{CG}) d\xi \\
 M_{\beta'}(x) &= - \ddot{z}_{\beta} \int_x^L m(\xi) (\xi - x) d\xi \\
 &\quad - \ddot{\phi}_{\beta} \int_x^L m(\xi) (\xi - x) (\xi - x_{CG}) d\xi \\
 M_{\eta_i'}(x) &= - \int_x^L m(\xi) (\xi - x) Y_i(\xi) d\xi
 \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

この両者の相違は、(3.1) 式のモーメントを x の面の左右いずれの荷重状態によって評価するかの違いによるものである。文献 2) では積分区間を $[x, L]$ でとった。この違いは単なる表現の相違であって、両者の差をとると 0 になることは容易にわかる。しかしながら実際に (3.12) または (3.13) を積分して曲げモーメントを求める際に、計算の収束性がよくないために誤差を生ずる。(3.12) によるときは $x=0$ の附近、(3.13) によるときは $x=L$ の附近の収束性がよくない。したがって両表現を使い分けると飛しょう体全長に沿っての精度のよい曲げモーメント係数が短時間でえられる。

(3.11) の第一項は空気力による曲げモーメントへ

の寄与であり、第二項はその空気力に対抗して指令方向に機体向けのための制御力モーメントである。第三項は機体に曲げ剛性があるために機体各部の加速度によって生ずるモーメントを表わす。もし曲げ剛性が十分に大きくて、機体を剛体とみなせる場合は第三項を無視することができる。このときは空気力と制御力との静的なつり合い状態での荷重を表わすことになる。

それでは α, β, η_i 等をどのようにして求めるべきであろうか。

$$\alpha = \phi + \frac{w - \dot{z}}{V} \quad (3.14)$$

であるから、曲げモーメントを正確に計算するためには、外乱としての風に対する \dot{z}, ϕ, η_i 等の関係する運動方程式を解くことが必要である。これらをどのような方法で解くかということが次の問題である。

4. 突風に対する弾性飛しょう体の運動

運動方程式の導き方はすでに報告した²⁾。ここでは風に対する弾性飛しょう体の応答を求めるという観点から、運動方程式をいかに扱うべきかを論ずる。そのためには入力としての風の特性を調べることがまず必要である。

4.1 運動方程式

運動方程式に入る前に、外力としての風の性質について整理しておこう。飛しょう体の受ける風については文献 5) にくわしい。要約すると次のとおりである。風は地上 150m くらいまでを吹く地上風 (Surface Wind) と、それ以上の高度で吹く飛しょう中風 (In-flight Wind) とがある。ランチャ上および発射直後の飛しょう体の扱いは特別なものとなるので今回は扱わない。したがって飛しょう中風のみについて考える。

この飛しょう中風はたとえば図 4.1 に示すようなものである。風速測定用の機器としては、各時点での測定用飛しょう体の鉛直下方向 600m 程度の風速の平均を記録する rawin sonde とその高度における風速を高周波まで計測する FPS-16 radar / Jimsphere とが使われている。図 4.1 に示すのはその 1 つの記録例である。前者すなわち rawin sonde は、風に対する応答の一次遅れ特性により EWP 平均 (Exponentially-weighted-past Average) を記録するものであり、後者の平均値を測定している感じが図によく出ている。前者に関する測定例は日本でも多いが、後者に関するデータは見当らない。

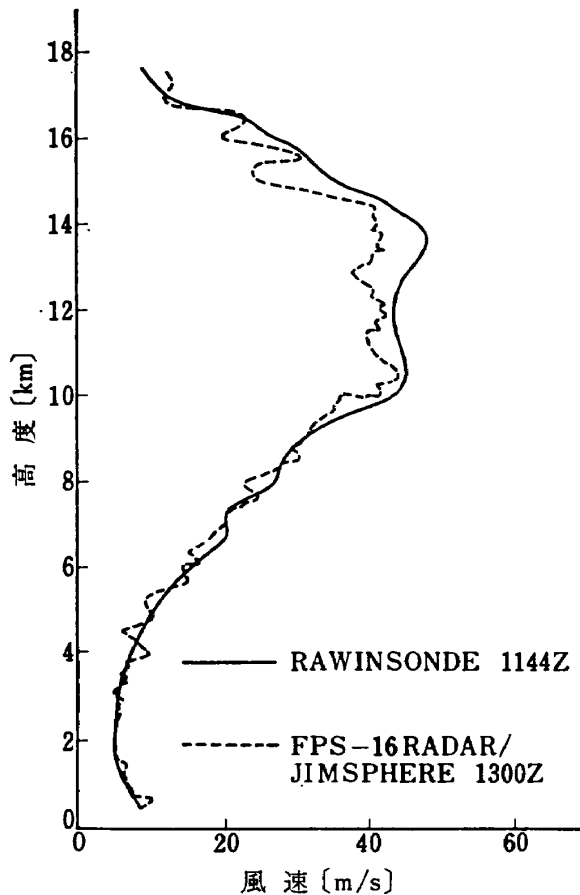


図 4.1 飛しょう中風の記録例
(AGARDograph 115⁶⁾)

飛しょう中風を扱うとき、便宜上定常風 (Quasi-steady-state Wind) の上に突風 (Turbulence, or Gust) がのっていると考え。定常風は rawin sonde で測定される風であり、突風は FPS-16 radar / Jimsphere の測定から定常風を差引いた分である。図 4.1 の一例でもみるように定常風はなめらかで、風のおよその強度を表わしているのに対して、突風は種々の周波数成分を含むが強度的には定常風よりはるかに小さい。この定義を数式で次のように表わしておく。

$$w = w_s + w_t \quad (4.1)$$

ただし w_s は定常風、 w_t は突風である。

さてこの定常風と突風との和としての風に対して、諸変数の応答がどのようになるかということが、運動方程式を解く上での関心事である。もし系が線形であれば、この二種類の入力を独立に入れた場合の線形結合として解が与えられる。そのような扱い方が妥当であろうか。

飛しょう体の運動方程式の取り扱い方には複雑なところがある。その理由は取り扱う対象に応じて運動方

程式の使いわけが必要だからである。たとえば、大気密度が高度の関数であるとか、空力係数がマッハ数に依存するとかいう点で非線形である。軌道解析を目的とするような場合はこのような形で運動方程式を扱わなければならない⁶⁾。しかし高度、マッハ数の変り方が単調であって扱うダイナミクスからの影響が少なく、経過時間のみによってきまると考えられる場合には時変数系として扱える。このような場合は物理的に意味をもった基準運動を想定して、その運動からの外乱によるパターンベーションに関する運動方程式を扱う。たとえば文献 2) で導いた方程式形はこの一例である。線形系の係数が時々刻々規準運動に沿って変化するので時変数系であり、えられた解と規準運動との和は一次近似での原方程式に対する解となる。質量変化のような時変数系としての特質が、剛体運動のダイナミクスを考える場合無視できないことがある⁶⁾。

さらに取り扱う現象が、非常に短い時間での判定に関する問題、すなわち曲げ振動、液体燃料の揺動等を含む系の安定性について考えるような場合には、ある一つの時間にパラメータを固定して、定数係数線形系とみなした解析ですますこともできる。文献 2) ではこの問題を取り扱った。

今回の風に対する機体振動の応答を求める問題は、時間変化に沿った振幅の定量的推定を行なうものである。したがって厳密には図 4.1 の FPS-16 radar / Jimsphere で与えられる風に対して第 1 の方法、すなわち非線形系としてのシミュレーションプログラムを用いて解かねばならぬであろう。しかし風を (4.1) のごとく定常風と突風とに分けて考えるとき、定常風に対する飛しょう体の運動を基準運動と考えれば、突風に対する応答は第 2 の方法、すなわち時変数線形系について解けばよい。この場合、さらに突風の特性が飛しょう中風の範囲で高度に依存しないということ⁶⁾ および定数係数線形系では外力に対する定常値が初期値に依存しないことなどを考慮すると、およその見当をつける意味では第 3 の方法、すなわち定数係数系理論を用いることもできる。実際に米国では第 1 の方法で解いている例もあるらしい。しかしこの場合、方程式の次数が高くなって計算量が多く、かつ統計的手法を用いるのに適当でない。それで本報告では第 2 および第 3 の方法を用いることを検討する。

以上の理由のもとに運動方程式としては、規準運動からのパターンベーションをとった次のような形を用いる。 M 、 B 、 K 、 k_β 等は飛しょう経路に沿って変化する時間関数と考えておく。

$$\left(M \frac{d^2}{dt^2} + B \frac{d}{dt} + K\right)x = k_\beta \beta_c + k_w w \quad (4.2)$$

本文で導いた (3.7)~(3.9) も $q(x, t)$ を微小連成項まで入れて考えると、これと同等の式になる。

i 番目の検出器による観測量を

$$y_i = \left(m_{oi}' \frac{d^2}{dt^2} + b_{oi}' \frac{d}{dt} + k_{oi}'\right)x \quad (4.3)$$

とする。いま簡単のためにゲインフィードバックのみからなる場合について考える。各検出量からのフィードバックゲインを g_i とすると、閉ループを構成した場合の運動方程式は

$$\left\{ \left(M - k_\beta \sum_i g_i m_{oi}' \right) \frac{d^2}{dt^2} + \left(B - k_\beta \sum_i g_i b_{oi}' \right) \frac{d}{dt} + \left(K - k_\beta \sum_i g_i k_{oi}' \right) \right\} x = k_w w \quad (4.4)$$

となる。この方程式をあらためて

$$\left(\bar{M} \frac{d^2}{dt^2} + \bar{B} \frac{d}{dt} + \bar{K} \right) x = k_w w \quad (4.5)$$

とおく。 M が正則マトリクスの場合、(4.4) は次式と等価である。

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & I \\ -\bar{M}^{-1}\bar{K} & -\bar{M}^{-1}\bar{B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{M}^{-1}k_w \end{pmatrix} w \quad (4.6)$$

さてここで具体的な数値計算を行なう場合、変数間の連成をどの程度考慮しておけばよいかについて検討しておこう。一般に運動方程式をたてる場合に、変数間の連成をどこまで考慮するかということは問題の性質によって異なる。系の安定性を考える場合には、もっとも小さな項まで考えることが必要である。その理由は機体振動のように減衰係数が小さい運動に対しては、他モードの小さい影響も重大になりうるからである²⁾。しかしながら安定化シンセシスにより閉ループ系の安定性が確認され、クリティカルな影響をもたないことがわかれば、変数の時間応答を求めるときには連成の小さい項を除くことができる、すなわち曲げモーメント表現のときに用いた考え方をこんどは運動方程式を解く場合に適用するわけである。

迎え角 α およびジンバル舵角 β の支配項は、定常風に逆らってステップ状の指令入力に従おうとするときの応答と考えることができる。ピッチング運動の減衰係数は通常 0.7 くらいに設定され、十分な減衰性をもっているランダムな入力により励振されても共振が起りにくい。かつ機体振動が起っても、たわみによる局所的な迎え角の増分は、後の解析で明らかになるように、剛体運動を仮定したときの迎え角 α に比べるとずっと小さいので、剛体運動そのものに大き

な影響を与えない。したがって (3.11) における α および β としては、定常風のみを入力と考えたときの剛体運動の応答を用いればよい。以上のことはサターンVに関する実測データによって確認することができる⁷⁾。応答曲線上高周波成分は微小振幅でしか認められない。

剛体運動を仮定しての軌道計算については以前に報告した^{2), 5)}。今回はその計算プログラムを転用して用いることにする。

一方機体振動を表わす y_i について考えると、ステップ状入力とか定常風に対しては、たとえそれが瞬間的に大きな変化であっても衝撃力に対しては十分な強度を備えていれば問題とはならない。減衰係数が小さいことから、振幅が小さくともむしろ突風の持続的励振に対して振幅が増大する恐れがある。突風の周波数帯域と曲げ振動の固有周波数との関係が問題となってくるわけである。その解析のためには突風を入力とする方程式 (4.5) を解くことが必要になる。これに先立ってまず突風の特性について次節で述べる。

4.2 突風モデル

突風の定義に関しては前節で述べた。定義が明確であるにもかかわらず、種々の文献に用いられている数式モデルは同一ではない。その理由は突風の発生機構が複雑であるためモデル化がむづかしいこと、および測定に費用がかかるため多くのデータがえられないことによると思われる。水平飛行を行なう飛行機の体験する突風に関してはかなりの文献が見受けられる、しかし垂直に近い飛しょうを行なう飛しょう体が体験する突風とは異なったものとなるはずである。この間の混同も一つの要因であろう。

今回は突風に関して十分調査、検討をするための資料がえられなかった。かつ得られた資料の形式も同一ではないので、比較する際に欠如したパラメータを適当に仮定するなどの方法をとらざるをえなかった。比較検討により妥当と思われるモデルを採ったが、突風モデルとして正確さを期したとは云いがたい。

飛しょう体の上昇速度を v [m/s]、この飛しょう体が時刻 t に体験する突風の強さを $f(t)$ [m/s] とする。突風の発生機構を定常なエルゴード過程と考えると、 $f(t)$ の自己相関関数およびスペクトル密度 (power spectral density, or power density spectrum) は次式で与えられる。

$$\varphi(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f(t)f(t+\tau) dt \quad [\text{m}^2/\text{s}^2] \quad (4.7)$$

$$\Phi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad \left[\frac{\text{m}^2/\text{s}^2}{\text{rad/s}} \right] \quad (4.8)$$

一方飛しょう体が体験した突風を高度 $h=vt$ [m] の関数として

$$p(h) = f(t) \quad [\text{m/s}] \quad (4.9)$$

と表わしておく。 $p(h)$ に関する空間的な自己相関関数, スペクトル密度を次式で定義する。

$$\phi(\sigma) = \lim_{H \rightarrow \infty} \frac{1}{2H} \int_{-H}^H p(h)p(h+\sigma) dh \quad [\text{m}^2/\text{s}^2] \quad (4.10)$$

$$\Psi(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\sigma) e^{-j\Omega\sigma} d\sigma \quad \left[\frac{\text{m}^2/\text{s}^2}{\text{rad/m}} \right] \quad (4.11)$$

ここで空間周波数 (spacial frequency) を

$$\Omega = \omega/V \quad [\text{rad/m}] \quad (4.12)$$

とおけば, (4.9) の関係式により次の等式が成立する。

$$\Psi(\Omega) = v\Phi(\omega) \quad (4.13)$$

したがって突風測定用飛しょう体および実飛しょう体の上昇速度をそれぞれ v および V , それぞれが体験する突風のスペクトル密度を $\Phi_m(\omega)$, $\Phi(\omega)$ とすると

$$\Psi(\Omega) = v\Phi_m(\omega), \quad \Omega = \omega/v$$

の関係により $\Psi(\Omega)$ をえておけば

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{V} \Psi(\Omega), \quad \omega = V\Omega$$

により, 任意上昇速度 V の飛しょう体に対するスペクトル密度 $\Phi(\omega)$ をえることができる。

つぎにこのスペクトル密度をもつ突風のシミュレート方法について考えよう。定係数線形系においては入力および出力のスペクトル密度を $\Phi_r(\omega)$, $\Phi_c(\omega)$, 系の伝達関数を $G(s)$ とすると次の関係がある。

$$\Phi_c(\omega) = |G(j\omega)|^2 \Phi_r(\omega) \quad (4.14)$$

したがって所望のスペクトル密度 $\Phi(\omega)$ をもつ入力を作るためには, スペクトル密度 1 の白色雑音を入力として

$$|G(j\omega)|^2 = G(j\omega)\overline{G(j\omega)} = \Phi(\omega) = \frac{1}{V} \Psi\left(\frac{\omega}{V}\right) \quad (4.15)$$

が成立つように $G(s)$ を作ればよい。 $G(s)$ はシェーピングフィルタと呼ばれる, この種のシェーピングフィルタを用いて正確に表わすことのできるスペクトル密度は有理型関数で表わされるものである。たとえば Rheinfunth のモデルにおいてはスペクトル密度は

$$\Psi(\Omega) = \frac{4\left(\frac{\sigma_s}{\sigma_w}\right)^3}{\left[\left(\frac{\sigma_s}{\sigma_w}\right)^2 + \Omega^2\right]^2} \sigma_w^2 \quad (4.16)$$

であり, シェーピングフィルタは次式で与えられる。

$$G_w'(s) = \frac{2\alpha'^{3/2}\sigma_w}{(s+\alpha')^2}, \quad \alpha' = \frac{\sigma_s}{\sigma_w} \quad (4.17)$$

この系を微分方程式の形で書くと $w(s) = G(s)n(s)$ の関係から

$$\ddot{w}_t + 2\alpha'\dot{w}_t + \alpha'^2 w_t = 2\alpha'^{3/2}\sigma_w n(t) \quad (4.18)$$

$$E[n(t)] = 0, \quad E[n(t), n(t+\tau)] = \delta(\tau)$$

となる。ただし $w_t(t)$ [m/s] は突風であり, $n(t)$ は白色雑音でそのスペクトル密度は 1 である。

表 4.1 は種々の文献にみられた突風モデルを整理したものである。また図 4.2 にはそのスペクトル密度を凶示する。Press のモデルが一般には知られているが, 飛行機で測定した飛行機用のデータであって, ロケットには適さないといわれている。Blackburn が用いたモデルは低周波領域でかなり高いゲインを有しているという点で全体風 (total wind) すなわち定常風と突風との和に対するスペクトル密度であると思われる。実際彼の論文¹¹⁾でもそのような使い方をしている。しかし定常的に吹く偏西風の存在を考えると定常風は定数成分すなわちスペクトル密度としては $\Omega=0$ の点に集中した δ 関数と考えるほうが適切であると思われる。このような意味では本報告のように定常風と突風とに分離して考える設定の方がよい。

ロケット用の突風モデルとして現在のところもっとも信頼性が高いと思われるのは Scoggins のモデルである。これは実際の測定データに対する実験式である。表に示したスペクトル密度の関数形は全体風に対するもので $\Omega \rightarrow 0$ のとき無限大になる点で定常風の特徴を表わしている。突風のみを表わす場合は低周波領域で点線のように表わされる。このモデルは信頼性は高いのであるが有理型ではないために, 前記のシェーピングフィルタを用いた解析方法を適用することがで

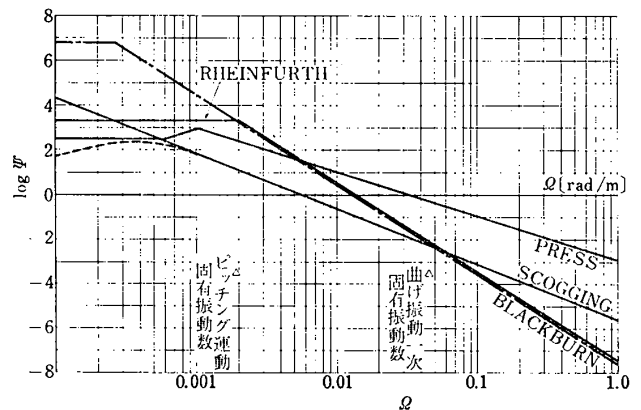


図 4.2 突風のスペクトル察度

表 4.1 突風特性の記述例

	スペクトル密度	シェーピング・フィルタ	数値設定
Scoggins ⁵⁾	$\Psi(\Omega) = \Psi_0 \left(\frac{4000}{2\pi} \Omega \right)^{-p}$		99 パセントイルに対して $\Psi_0 = 20$ $p = 2.46$
Rheinfurth ⁶⁾	$\Psi(\Omega) = \sigma_T^2 \frac{L}{\pi} \frac{1 + 3\Omega^2 L^2}{(1 + \Omega^2 L^2)^2}$	$G(s) = \sigma_T \sqrt{\frac{L}{\pi V}} \frac{1 + \sqrt{3} \frac{L}{V} s}{\left(1 + \frac{L}{V} s\right)^2}$	σ_T^2 : 突風の分散 (=1 [m ² /s ²]) L (=1000 [m])
Press ⁵⁾	$\Psi(\Omega) = \frac{4 \left(\frac{\sigma_s}{\sigma_w} \right)^3}{\left[\left(\frac{\sigma_s}{\sigma_w} \right)^2 + \Omega^2 \right]^2} \sigma_w^2$	$G(s) = \frac{2\alpha^{3/2} \sigma_w}{(s + \alpha')^2}$ $\alpha' = \frac{\sigma_s}{\sigma_w} V$	σ_w^2 : 突風の分散 (=1 [m ² /s ²]) σ_s^2 : シア $\frac{d\psi}{dh}$ の分散 (=0.002 [1/s ²]) α' (=1.056)
Blackburn ¹¹⁾	$\Psi(\Omega) = \frac{V \cos \phi_c \left(\frac{1}{L V_w L \dot{V}_w} \right)^2}{\left(\frac{1}{L V_w L \dot{V}_w} - \Omega^2 \right)^2 + \left(\frac{1}{L \dot{V}_w} \Omega \right)^2}$	$G(s) = \frac{\frac{V^2 \cos^2 \phi_c}{L V_w L \dot{V}_w}}{s^2 + \frac{V \cos \phi_c}{L \dot{V}_w} s + \frac{V^2 \cos^2 \phi_c}{L \dot{V}_w L V_w}}$	$\Psi_0 = \frac{58200}{2\pi}$ $L \dot{V}_w = 2120$ [m] $L V_w = 6800$ [m] $V \cos \phi_c$ (=766 [m/s])

() 内は本報告で補充した推定値

きない。そこで本報告では Rheinfurth の提案するモデルの特性を突風の分散に関するデータおよび他のデータと比較し、適当と思われる定数値を設定して用いた。この方法は Rheinfurth が特性値を与えていないためにとったやむをえぬ処置である。

まず σ_w^2 としては文献 5) によるとパセンタイル (percentile) 50 で 0.86, パセンタイル 99 で 2.75 である。ここでは簡単のために $\sigma_w^2=1$ とした, また σ_s/σ_w はスペクトル密度の形が合うように 0.002 とした。この結果 α' は 1.056 となる。 σ_s/σ_w を一定に保ったまま σ_w^2 の値をそれぞれのパセンタイルに合わせたときの共分散の大きさは $\sigma_w^2=1$ の場合を単純に 0.86 あるいは 2.75 倍しただけのものである。

選択した特性値に対して Rheinfurth のスペクトル密度は高周波領域で Blackburn が用いたスペクトル密度と一致する。また今回モデル飛行体として用いた SS-3 の最大動圧時の速度 528 [m/s] および 1 次の曲げ振動固有角振動数 $\omega_1=23.66$ [rad/s] を用いると $\Omega \approx 0.045$ [rad/m] となる。この周波数においては Scoggins の与えるスペクトル密度の大きさともほぼ一致し、剛体運動に対してはゲインを大きめにとつてある。このような意味で、今のところ妥当なモデルとは思えるが、将来はより正確なデータ収集と、また日本上空における実際のデータの測定を行なうことが必要であろう。

さて以上の理由で、突風モデルを (4.18) に設定すると (4.18) は n を入力とした w に関する 2 次の微分方程式である。そこで (4.5) を用いる代りにもう一度 (4.4) に帰って、 w_i をも一変数と考へて x の一成分とし、次のように書きかえる。

$$\left(\tilde{M} \frac{d^2}{dt^2} + \tilde{B} \frac{d}{dt} + \tilde{K}\right)x = k_n n \quad (4.19)$$

(4.6) に対応してこの場合も

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & I \\ -\tilde{M}^{-1}\tilde{K} & -\tilde{M}^{-1}\tilde{B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{M}^{-1}k_n \end{pmatrix} n \quad (4.20)$$

と書くことができ、けっきょくスペクトル密度 1 の白色ノイズに対する線形系の応答問題に帰結される。

5. 機体振動加速度の二乗平均値

白色ノイズに対する線形系の応答を求める問題は理論的には平凡な問題である。しかしながら今回扱うような場合を含めて、高次系を数値的に計算する場合、プログラミングの面倒はつねに生じてくる。したがってできるだけ一般の場合にも適用できるような計算ル

ーチンを作成することが望ましい、今回は複素数平面で伝達関数を用いて求める方法と、実時間領域で共分散を用いて求める方法との二種類についてプログラムを作成した。前者は計算がより簡単であるが、定係数系に対する定常値だけしか与えない。これに対して後者は過渡解を与えるので時変数系に対する数値解を求める求めるプログラムに発展しうる可能性がある。

5.1 伝達関数による方法

扱う系が定係数線形系とみなすことができる場合、入力のスペクトル密度と出力のそれとの関係は (4.14) で与えられる。したがってこの方程式から入力 $n(s)$ に対する i 番目の出力 $x_i(s)$ への伝達関数 $G_i(s)$ が求められれば、 n のスペクトル密度は 1 であるから、 i 番目出力 x_i のスペクトル密度は

$$\Phi_i(\omega) = |G_i(j\omega)|^2 \quad (5.1)$$

で与えられる。

スペクトル密度から二乗平均値を算出するには、(4.7), (4.8) 式の $f(t)$, $\varphi(\tau)$, $\Phi(\omega)$ をそれぞれ i 番目変数に関する $x_i(t)$, $\varphi_i(\tau)$, $\Phi_i(\omega)$ で置きかえて、(4.8) 式の逆変換を用いると

$$\begin{aligned} E[x_i^2] &= \overline{x_i^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x_i^2(t) dt \\ &= \phi_i(0) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \Phi_i(\omega) d\omega \end{aligned} \quad (5.2)$$

あるいは (4.17) を用いれば、 w から x_i への伝達関数を $G_{w,i}(s)$ として

$$E[x_i^2] = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty |G_{w,i}(j\omega)|^2 \frac{4\alpha'^3 \sigma_w^2}{(\omega^2 + \alpha'^2)^2} d\omega \quad (5.3)$$

で与えられる。今回特に必要なのは η_i であるから、 w から η_i への伝達関数を $G_{w,\eta_i}(s)$ とすると

$$E[\eta_i^2] = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty |\omega^2 G_{w,\eta_i}(j\omega)|^2 \frac{4\alpha' \sigma_w^2}{(\omega^2 + \alpha'^2)^2} d\omega$$

である。(4.19) の形の方程式に関する伝達関数を求めるプログラムは以前に作成してあるので、本手法の適用はきわめて容易である。20 次程度の系にまで適用可能である。

5.2 共分散を求める方法

(4.20) 式を簡単のために次のように書きかえる。

$$\dot{\bar{x}}(t) = A(t)\bar{x}(t) + \bar{b}(t)n(t), \quad \bar{x}(t_0) = \bar{x}_0 \quad (5.4)$$

この式の斉次方程式に対する伝達マトリクスを $\phi(t, t_0)$ とすると

$$\bar{x}(t) = \phi(t, t_0)\bar{x}_0 + \int_{t_0}^t \phi(t, \tau)\bar{b}(\tau)n(\tau)d\tau$$

となる。ベクトル $\bar{x}(t)$ の原点まわりの共分散マトリクスを $S(t)$ とする。本報告では分散および共分散はすべて原点まわりでとるものとする。したがって分散

は二乗平均値と同義である。上式を用いると共分散マトリクスは次式のように表わされる。

$$\begin{aligned}
 S(t) &= E[\bar{x}(t)\bar{x}^T(t)] \\
 &= E[\phi(t, t_0)\bar{x}_0, \bar{x}_0^T\phi^T(t, t_0)] \\
 &\quad + E\left[\int_{t_0}^t \phi(t, \tau_1)\bar{b}(\tau_1)n(\tau_1)d\tau_1 \right. \\
 &\quad \left. \times \int_{t_0}^t \bar{b}^T(\tau_2)\phi^T(t, \tau_2)n(\tau_2)d\tau_2 \right] \\
 &= \phi(t, t_0)S(t_0)\phi^T(t, t_0) \\
 &\quad + \int_{t_0}^t \phi(t, \tau)\bar{b}(\tau)\bar{b}^T(\tau)\phi^T(t, \tau)d\tau \quad (5.5)
 \end{aligned}$$

この式を解きやすくするために、両辺を微分して次のような微分方程式の形にする。

$$\begin{aligned}
 \dot{S}(t) &= \dot{\phi}(t, t_0)S(t_0)\phi^T(t, t_0) \\
 &\quad + \phi(t, t_0)S(t_0)\dot{\phi}^T(t, t_0) \\
 &\quad + \int_{t_0}^t [\dot{\phi}(t, \tau)\bar{b}(\tau)\bar{b}^T(\tau)\phi^T(t, \tau) \\
 &\quad + \phi(t, \tau)\bar{b}(\tau)\bar{b}^T(\tau)\dot{\phi}^T(t, \tau)]d\tau + \bar{b}(t)\bar{b}^T(t) \\
 &= A(t)\phi(t, t_0)S(t_0)\phi^T(t, t_0) \\
 &\quad + \phi(t, t_0)S(t_0)\phi^T(t, t_0)A^T \\
 &\quad + \int_{t_0}^t [A(t)\phi(t, \tau)\bar{b}(\tau)\bar{b}^T(\tau)\phi^T(t, \tau) \\
 &\quad + \phi(t, \tau)\bar{b}(\tau)\bar{b}^T(\tau)\phi^T(t, t_0)A^T(t)]d\tau \\
 &\quad + \bar{b}(t)\bar{b}^T(t) \\
 &= A(t)S(t) + S(t)A^T(t) + \bar{b}(t)\bar{b}^T(t) \quad (5.6)
 \end{aligned}$$

(5.5) を直接計算しようとする、(5.4) が m 次
のとき伝達マトリクスは m^2 次の微分方程式になる。
これに対して (5.6) は $S(t)$ が対称であることから
 $m(m+1)/2$ 次の微分方程式となり、(5.5) を計算する
よりは解きやすい。よって共分散行列に関する微分
方程式 (5.6) を解けば対角要素にすべての変数の分散
がえられる。時変数系に対して適用可能である点で
きわめて有力な手法といえる。しかしながら原方程式
の次数が高くなるにつれて計算時間が倍化することは
避けられない。

上記計算を用いて $E[\ddot{\eta}_i^2]$ を求めるためには、(5.4)
において変数 η_i に関する行を用いると

$$\ddot{\eta}_i = a_{ri}^T \ddot{x} = \sum_j a_{rij} x_j$$

ただし a_{ri} は変数 η_i の方程式を表わす $A(t)$ の行ベ
クトル、 a_{rij} はその要素である。したがって

$$E[\ddot{\eta}_i^2] = \sum_j \sum_k a_{rij} a_{rik} E[x_j x_k] = \sum_j \sum_k a_{rij} a_{rik} S_{jk}(t) \quad (5.7)$$

となる。

6. 計算結果

本章ではこれまでに提示した計算式に基づき、SS-3
の数値を用いて計算した結果を示す。作成したプログ
ラムは BENMC, RBSIM, MC, VT, VC 等であ
り、その内容および構成は付録Aに示す。また計算に
用いた主要なデータは付録Bに示す。

6.1 モーメント係数と曲げモーメント

3章の結果に基づいて作成したプログラム BENMC
によって、荷重状態がもっとも厳しいと思われる最大
動圧時におけるモーメント係数を算出した。図 6.1 に
結果を示す。この計算のために用いたデータは付図 4
に示す。液体燃料の状態は図示するように最大動圧時
を考慮して用いた。空力分布については、その後実験
研究にまで進み、より詳細なデータがえられている¹⁾。
しかし現段階での本研究の本質にかかわるような相違
ではないので付図のような形のままで計算した。

積分演算としてはシンプソンの公式によるサブルー
チンおよび台形積分の両方を用いたが計算時間および
精度に大差はみられなかった。いずれの場合にも飛し
ょう体の一端から他端まで、よい精度で計算すること
は困難であった。(3.12) により尾端部を、(3.13) に
より先端部を計算し、両者をつなぐようにするとよい
結果がえられる。えられた結果はサターンVなどの場
合と比較するとよく類似している¹⁾。

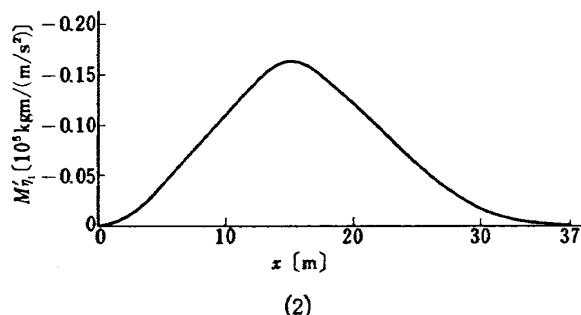
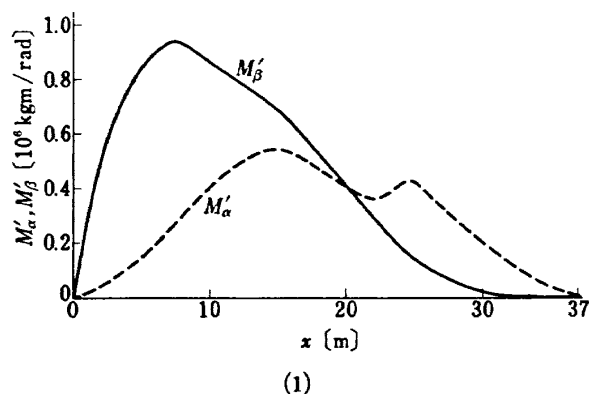


図 6.1 曲げモーメント係数

図 6.2 に剛体運動を仮定した飛しょう軌道プログラム RBSIM によって計算した迎え角 α と舵角 β とを示す。図 6.3 は迎え風として入れた定常風のモデルである。4.1 で述べた理由により、(3.11) 式で用いる α, β としてはここでえられた値を用いればよ

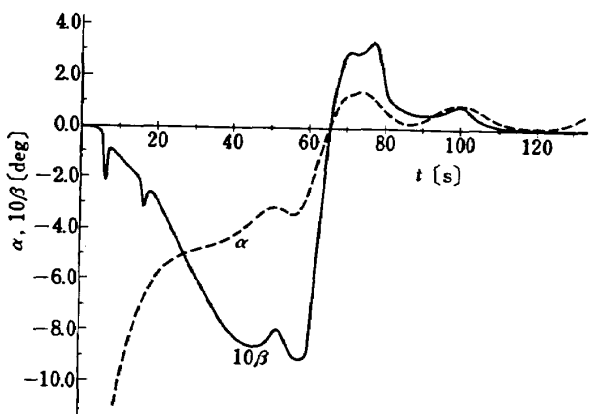


図 6.2 定常風が加わったときの剛体運動

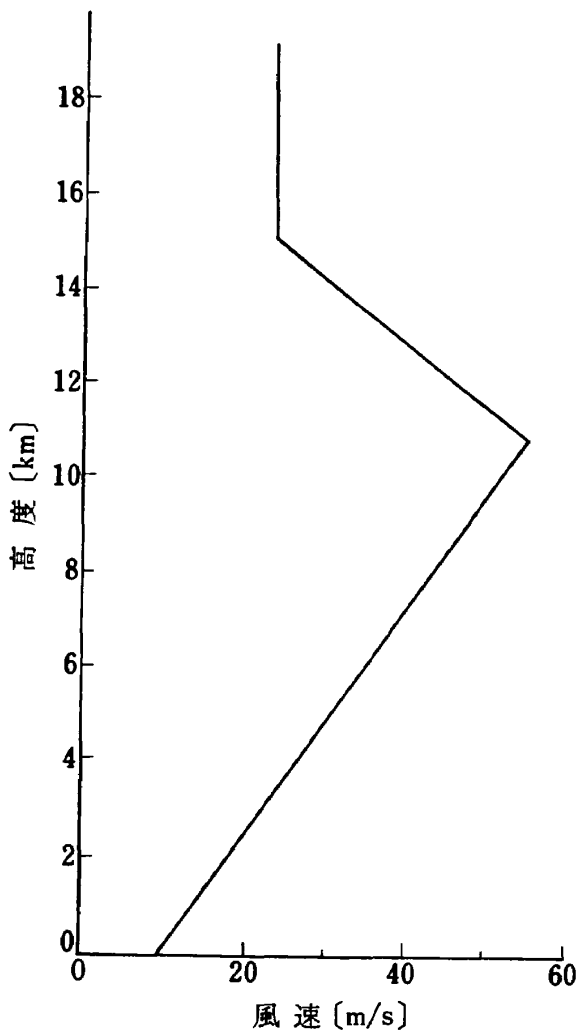


図 6.3 定常風モデル

い。(3.11) に α, β の最大動圧時の数値を適用した結果を図 6.4 に示す。 $E[\eta_1^2]$ の計算の詳細については次節で述べるが、その値は最大に見積もってもたかだか $0.3 \times 10^{-4} [\text{m}^2/\text{s}^4]$ 程度である。 η_1 の振幅としてその平方根に $\sqrt{2}$ 倍した値を用いると約 $0.8 \times 10^{-2} [\text{m}/\text{s}^2]$ である。この値を (3.11) に適用すると $M'_\eta(x)\eta_1$ の最大値は約 $0.136 \times 10^3 [\text{kg m}]$ となり、剛体運動の曲げモーメントの 1% にみえない。したがって SS-3 の場合、機体にかかるモーメントとしては、剛体運動を仮想して静力学的つり合い条件で可まるモーメントを考えておけば十分であることがわかる。

サターンVの場合には、 $M'_{\eta_i}\eta_i$ の項が全体としても無視できず、また先端の細い部分においては前2項よりも大きくなることが報告されている⁷⁾。その理由の第一は、まず M'_α, M'_β に対する M'_{η_i} の数値の比が大きくなることである。(3.12) および (3.13) を参照してこの原因を推測すると

- 1) 最大動圧がサターンVの方が小さい。(0.8 倍)
- 2) サターンVの場合は形状が大きいため、幾何学的に相似であれば、 $SC_{2\alpha}/M$ および $SC_{2\alpha}/I$ が小さくなる。
- 3) $T_c/M, T_c/I$ がサターンVの方が小さい。

などが考えられる。このうち特に重要なのは 2) の理由であって、幾何学的スケールが大きくなる場合、面積力としての空気力の増加が、体積力としての質量あるいはイナーシアの増加割合よりも小さいことに起因する。3) はもしこの項が小さければ、 β が大きくなって $(T_c/I)\beta$ が空気力の項とつり合うような値をとるといことになるので本質的ではない。

第二の理由としては、サターンVの場合 η_i が SS-3 よりも大きくなることが考えられる。直感的にはこの

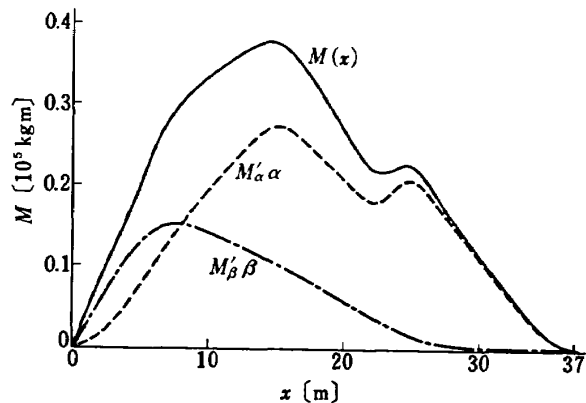


図 6.4 曲げモーメント

ことはサターンVの方が大きくて剛性に欠けるから
だと思われる。実際剛性が欠けることによる効果を
(3.3) でみると、

- 1) ω_i を小さくする。
- 2) Y_i は尾端で基準化されているが、この量の変
化が先端部において激しくなる。

といったことに現われる。1) の要因は剛体運動の固
有振動数と曲げ振動の固有振動数を近づけるという意
味で、また 2) の要因は微分方程式における連成項が
大きくなるという形で、いずれも系のモード間連成効
果を強める。突風の η_i への影響は η モードの方
程式に直接的にも入るが、剛体運動を通じて入るの
で、この連成によって η_i の振幅が大きくなると考
えられる。 η_i に関するこの推論の一部は次節で考察す
る。

SS-3 はサターンVとほぼ幾何学的に相似の体型を
している。しかし形状の大小関係から考えると、構造
強度的にサターンVと同じ条件にするためにはもっと
細い型であってもよいはずである。細ければそれだけ
空気抵抗が少なくなるので大気層を飛ぶためには有利
になる。しかしその結果として、上記理由により、振
動についてはサターンVと同種の問題が起ってくるわ
けである。

SS-3 の機体設計は第一段階であるため、このよ
うな点ではまだかなり安全率を高く見積っている。ミ
ッションがより高度になって、構造の能率をさらに高め
ることが要求されるようになれば、上記のような点を
考慮しなければならぬであろう。機体設計、飛しょう
シミュレーションそして本報告で扱うようなダイナミ
クス研究等を閉ループの作業として定式化し、安全で
かつ能率のよい機体設計の方法を確立することが必要
であろう。

6.2 振動加速度 η_i の推定

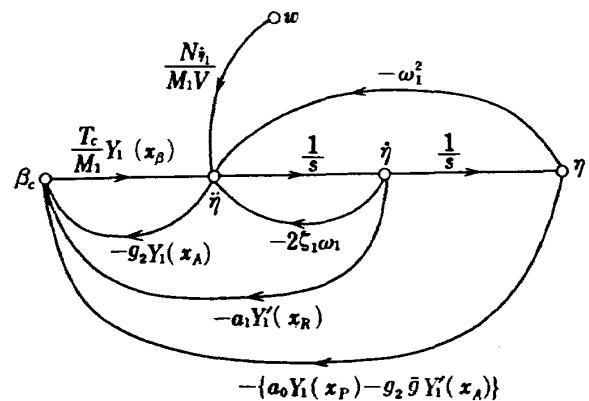
5章で述べた二通りの方法によって $E[\eta^2]$ を求め
る。その目的は、前節で触れた $M_{\eta_i} \eta_i$ の項を評価す
るためでもあるが、慣性誘導系研究のための資料とし
て $E[\eta_i^2]$ を数値として与えるためでもある。またこれ
まで本報告の中で用いたいくつかの推論を査証するた
めでもある。

5章でも述べたように、共分散による方法は時変数
系をも扱えるが伝達関数による方法では定係数系しか
扱えない。今回はこの両方法の比較のためと、また実
用的にもじゅうぶん参考になる結果がえられるであろ
うという判断から荷重状態のもっとも厳しい最大動圧
時に係数を固定して定係数系として扱った。解析対象

となる $E[\eta^2]$ の過渡状態が数秒内で納まるよう
であればこの設定は妥当といえる。この場合えられた
 $E[\eta^2]$ の値は時変数系として計算したときえられる
 $E[\eta^2]$ の最大動圧近辺での値に対する目安を与える
はずである。将来時変数系の計算を行なうためには
VC のプログラムを用い、時々刻々の係数値を発生さ
せればよいわけである。今回はその準備段階にあた
る。

さてつぎに運動方程式を設定するにあたって、まず
曲げ振動モードとしては一次のみをとることとした。
理由は曲げ振動モード相互間の連成が小さいこと、
SS-3 では二次振動以上の周波数が高いため振幅が微
小になることなどである。そしてこの一次の曲げ振動
の方程式 (3.9) と他の方程式との連成効果を調べる
ために5種類の方程式を考えた。これを表 6.1 に示
す。

I は η_1 に関する方程式 (3.9) のみを考えた場
合である。このとき信号流れ線図を描くと図 6.5 の
ようになる。計算を人力に頼ろうとするとこの場合でも
楽ではない。この場合を含めて実際の計算はプログラ



$$T_{w, \eta_1} = \frac{t_{w, \eta_1}}{\Delta}$$

$$\Delta = 1 - \left[-\frac{2\zeta_1 \omega_1}{s} - \frac{\omega_1^2}{s^2} - g_2 Y_1(x_\beta) \frac{T_c}{M_1} Y_1(x_\beta) - a_1 Y_1(x_R) \frac{T_c Y_1(x_\beta)}{s M_1} - \{a_0 Y_1(x_P) - g_2 \bar{g} Y_1(x_A)\} \frac{T_c Y_1(x_\beta)}{s^2 M_1} \right]$$

$$= \frac{1}{s^3} \left[\{1 + g_2 Y_1(x_A) Y_1(x_\beta) T_c / M_1\} s^2 + \{2\zeta_1 \omega_1 + a_1 Y_1(x_R) Y_1(x_\beta) T_c / M_1\} s + \omega_1^2 + \{a_0 Y_1(x_P) - g_2 \bar{g} Y_1(x_A)\} T_c Y_1(x_\beta) / M_1 \right]$$

$$t_{w, \eta_1} = \frac{N_{\eta_1}}{M_1 V}$$

図 6.5 系の信号流れ線図と閉ループ特性 (I の場合)

表 6.1 運動方程式の係数のマトリクス表示

I

	η_1			β_c	w
	s^2	s	1		
η_1	1	$2\zeta_1\omega_1$	ω_1^2	$\frac{T_c}{M_1} Y_1(x_\beta)$	$\frac{N_{\eta_1}}{M_1 V}$

II

	z		ϕ			η_1			β_c	w
	s^2	s	s^2	s	1	s^2	s	1		
z	1	$\frac{N_\alpha}{MV}$		$\frac{N_{\alpha}l_{cp}}{NV}$	$\bar{g} - \frac{N_\alpha}{M}$		$\frac{N_{\eta_1}}{MV}$	$-\bar{g} Y_1'(x_\beta)$	$\frac{T_c}{M}$	$\frac{N_\alpha}{MV}$
ϕ		$\frac{N_{\alpha}l_{cp}}{IV}$	1		$-\frac{N_{\alpha}l_{cp}}{I}$			$\frac{M\bar{g}}{I} \{Y_1(x_\beta) \quad Y_1'(x_\beta)l_\beta\}$	$-\frac{T_c l_\beta}{I}$	$\frac{N_{\alpha}l_{cp}}{IV}$
η_1		$\frac{N_{\eta_1}}{M_1 V}$	1		$-\frac{N_{\eta_1}}{M_1}$	1	$2\zeta_1\omega_1$	ω_1^2	$\frac{T_c Y_1(x_\beta)}{M_1}$	$\frac{N_{\eta_1}}{M_1 V}$

III

	z		ϕ			η_1			β			β_c	w	
	s^2	s	s^2	s	1	s^2	s	1	s^2	s	1			
z	1	$\frac{N_\alpha}{MV}$		$\frac{N_{\alpha}l_{cp}}{MV}$	$-\bar{g} - \frac{N_\alpha}{M}$		$\frac{N_{\eta_1}}{MV}$	$-\bar{g} Y_1'(x_\beta)$				$-\frac{T_c}{M}$		$\frac{N_\alpha}{MV}$
ϕ		$\frac{N_{\alpha}l_{cp}}{IV}$	1		$\frac{N_{\alpha}l_{cp}}{I}$			$\frac{M\bar{g}}{I} \{Y_1(x_\beta) \quad -Y_1'(x_\beta)l_\beta\}$				$-\frac{T_c l_\beta}{I}$		$\frac{N_{\alpha}l_{cp}}{IV}$
η_1		$\frac{N_{\eta_1}}{M_1 V}$			$-\frac{N_{\eta_1}}{M_1}$	1	$2\zeta_1\omega_1$	ω_1^2				$\frac{T_c Y_1(x_\beta)}{M_1}$		$\frac{N_{\eta_1}}{M_1 V}$
β			1					$Y_1'(x_\beta)$				$\frac{A}{K_1} \omega_E^2$	ω_E^2	ω_E^2

V				η ₁				β					
z		φ		s ²		1		s		s ²		s	
1	$\frac{N_\alpha}{MV}$	$\frac{N_{\alpha cp}}{MV}$	$-\bar{\theta} - \frac{N_\alpha}{M}$	1				$\frac{N_{\eta_1}}{MV}$		$-\bar{\theta} Y_1'(x_\beta)$			1
φ	$\frac{N_{\alpha cp}}{IV}$	1	$-\frac{N_{\alpha cp}}{I}$							$\frac{M\bar{\theta}}{I} \{Y_1(x_\beta) - Y_1'(x_\beta)l_\beta\}$			$-\frac{T_c l_\beta + \bar{\theta} M_{E l_E}}{I}$
η ₁	$\frac{N_{\eta_1}}{M_1 V}$		$-\frac{N_{\eta_1}}{M_1}$	1				$2\zeta_{\eta_1} \omega_1$		ω_1^2			$\frac{1}{M_1} \{c\bar{\theta} M_{E l_E} Y_1'(x_\beta) - T_c Y_1(x_\beta)\}$
β	$\frac{M_{E l_E}}{I_E}$	$1 - \frac{M_{E l_E} l_\beta}{I_E}$	$\bar{\theta} \frac{M_{E l_E}}{I_E}$	$Y_1'(x_\beta) \frac{M_{E l_E} Y_1(x_\beta)}{I_E}$						$\frac{\bar{\theta} M_{E l_E} Y_1'(x_\beta)}{I_E}$			1
y _{s1}	1	l _{s1}	-θ̄	Y ₁ (x _{s1})						-θ̄ Y ₁ '(x _{s1})			
y _{s2}	1	l _{s2}	-θ̄	Y ₁ (x _{s2})						-θ̄ Y ₁ '(x _{s2})			

y _{s1}				y _{s2}				ω	
s ²		1		s ²		1		β _c	
$\frac{M_{s1}}{M}$				$\frac{M_{s2}}{M}$					$\frac{N_\alpha}{MV}$
$\frac{M_{s1} l_{s1}}{I}$		$\frac{\bar{\theta} M_{s1}}{I}$		$\frac{M_{s2} l_{s2}}{I}$		$\frac{\bar{\theta} M_{s2}}{I}$			$\frac{N_{\alpha cp}}{IV}$
$\frac{M_{s1}}{M_1} Y_1(x_{s1})$		$\frac{\bar{\theta} M_1}{M_1} Y_1'(x_{s1})$		$\frac{M_{s2}}{M_1} Y_1(x_{s2})$		$\frac{\bar{\theta} M_{s2}}{M_1} Y_1'(x_{s2})$			$\frac{N_{\eta_1}}{M_1 V}$
									ω _E ²
1		2 $\zeta_{s1} \omega_{s1}$							
				1		2 $\zeta_{s2} \omega_{s2}$			
									ω _{s2} ²

[註] ケースIVはケースVの y_{s1}, y_{s2} の行と列とを除去したものである。

ム MC, VT, VC によった。MC は図 6.5 の作業に加えて一つ一つのフィードバックについて特性根の寄与を分析するプログラムである。VT, VC は 5 章で記した二通りの方法により $E[\text{rad}^2]$ を求めるプログラムである。付録に示すようにこれら 3 つのプログラムでは共通して用いているサブルーチンが多い。今

後まだこの拡張が考えられることから、これらのサブプログラム群を一つの体系として構成していくことが望ましい。

さて II のケースでは、質量のないジンバルエンジンが作動するものとして、剛体運動と振動モードとの連成のみを考慮している。III は同じくジンバルの動きの

表 6.2 運動方程式係数マトリクスの数値 (V の場合)

行	列	s^2	s	1
1	1	0.100000E+01	0.237283E-01	0.000000E-40
	2	0.000000E-40	0.113659E+00	-0.344486E+02
	3	0.000000E-40	0.596939E-01	0.482240E+01
	4	-0.371318E-02	0.000000E-40	-0.148924E+02
	5	0.539753E-01	0.000000E-40	0.000000E-40
	6	0.763533E-01	0.000000E-40	0.000000E-40
2	1	0.000000E-40	0.165798E-02	0.000000E-40
	2	0.100000E+01	0.000000E-40	-0.875414E+00
	3	0.000000E-40	0.000000E-40	-0.594744E+00
	4	0.747830E-03	0.000000E-40	0.282473E+01
	5	0.206287E-02	0.000000E-40	-0.172589E-01
	6	-0.701690E-02	0.000000E-40	-0.244143E-01
3	1	0.000000E-40	0.578302E-01	0.000000E-40
	2	0.000000E-40	0.000000E-40	-0.305344E+02
	3	0.100000E+01	0.236600E+00	0.559796E+03
	4	-0.423542E-02	0.000000E-40	-0.144448E+02
	5	-0.522901E-01	0.000000E-40	0.573099E-01
	6	0.406832E-01	0.000000E-40	0.291854E+00
4	1	-0.124011E+01	0.000000E-40	0.000000E-40
	2	0.171214E+02	0.000000E-40	0.271831E+02
	3	-0.146011E+01	0.000000E-40	-0.598028E+01
	4	0.100000E+01	0.490000E+02	0.125218E+04
	5	0.000000E-40	0.000000E-40	0.000000E-40
	6	0.000000E-40	0.000000E-40	0.000000E-40
5	1	0.100000E+01	0.000000E-40	0.000000E-40
	2	0.000000E-40	0.262000E+01	-0.219200E+02
	3	-0.100000E+01	0.000000E-40	0.109600E+01
	4	0.000000E-40	0.000000E-40	0.000000E-40
	5	0.000000E+01	0.453000E-01	0.205209E+02
	6	0.000000E-40	0.000000E-40	0.000000E-40
6	1	0.100000E+01	0.000000E-40	0.000000E-40
	2	0.262000E+01	0.000000E-40	-0.219200E+02
	3	0.550000E+00	0.000000E-40	0.394560E+01
	4	0.000000E-40	0.000000E-40	0.000000E-40
	5	0.000000E-40	0.000000E-40	0.000000E-40
	6	0.100000E+01	0.453000E-01	0.205209E+02

反動は本体に影響を及ぼさないとしてエンジンアクチュエータ系の特性のみを一次遅れとして扱った。IVではジンバルエンジンが動くときロケット本体に与える反動力すなわち TWD (Tail Wags Dog) をも考慮した場合である。またエンジンアクチュエータ特性は二次系として扱った。VはIVの場合にさらに初段搭載の2個の燃料タンク内の液体の揺動 (Sloshing) をも付加したモデルである。他のケースの係数とも包含しているケースVについて数値を表 6.2 に示す。

このうちとくにエンジンアクチュエータ系の扱いについては問題が多い。たとえばエンジンアクチュエータのコンポーネント研究者が全系に対するこの要素の特性を評価する際に、この部分のみを詳細に記述し、ロケット本体を剛体運動として結論を出している場合がある。また弾性飛しょう機体 (Flexible Vehicle) を研究する場合にエンジン系をIIのような仮定で処理することも多い。T.W.D. はもとより他の連成項も無視するのである。いずれの場合も機体の安定性を問題とするならば適当な設定とはいえない。

今回はこれらの影響を調べるためにエンジンアクチュエータ系の他のモードとの連成項についてはIVおよびVにおいて十分に考慮している。エンジン系の周波

数特性については本来三次近似することが妥当と思われるが²⁾、今回はこれを因数分解して1実根をIIIのケースで用い、二つの複素根をIVおよびVで用いて両者の与える影響の差について調べた。このような形で用いられている例が多いため、また三次式のままで用いるにはややデータが不足しているためにとった処置である。

センサが検出する変数は表 6.3 のごとくである。ここで扱うレートジャイロおよび加速度計は制御専用の目的で機体に取り付けられるものである。またその数値は表 6.4 に示す。当然Iの場合のみは ϕ , φ の項は検出しない。フィードバックはレドジャイロおよび積分ジャイロのみによる場合Aと、加速度計をもあわせて用いる場合Bとの二とおりについて計算した。それぞれの場合のフィードバックゲインの設定はジャイロ零 a_1/a_0 を 0.8 にとること、およびピッチ運動固有角振動数がほぼ1になることを条件として設定した。このゲイン設定の方法は文献 2) で代表値として選んだ場合の方法と同じである。

剛体運動と曲げ振動との固有振動数の隔たりに起因する連成効果への影響を調べるための一つの方法としては、曲げ振動の固有振動数を下げることを試み

表 6.3 センサ検出量に対する係数マトリクス

	z		φ			η ₁		
	s ²	s	s ²	s	1	s ²	s	1
レートジャイロ				1			Y ₁ '(x _R)	
積分ジャイロ					1			Y ₁ '(x _P)
加速度計	1		l _A		-ḡ	Y ₁ (x _A)		-ḡY ₁ '(x _A)

表 6.4 センサ検出量係数マトリクスの数値

行	列	s ²	s	1
1	1	0.000000 E -40	0.000000 E -40	0.000000 E -40
	2	0.000000 E -40	0.100000 E +01	0.000000 E -40
	3	0.000000 E -40	-0.130000 E +00	0.000000 E -40
2	1	0.000000 E -40	0.000000 E -40	0.000000 E -40
	2	0.000000 E -40	0.000000 E -40	0.100000 E +01
	3	0.000000 E -40	0.000000 E -40	0.310000 E +00
3	1	0.100000 E +01	0.000000 E -40	0.000000 E -40
	2	-0.130000 E +01	0.000000 E -40	-0.219200 E +02
	3	-0.600000 E +00	0.000000 E -40	-0.284960 E +01

た。SS-3 のデータでは $\omega_1=23.66$ [rad/s] であるが、これをサターンV級の 7 [rap/s] にまで下げてみた。A, Bに対応したこれらの場合を A', B' とする。もちろん ω_i だけを小さくしても Y_i を変えてはいないので、この結果はより剛性の低い機体に対する直接のデータを与えるものではない。しかし周波数領域の近接化による連成効果への影響を調べることを意図したのである。

計算結果を以下に示す。まず他のモードとの連成がまったくないと考えたときの各モードの特性根を表 6.5 に示す。これらの根は表 6.1 に示すマトリクスにおいて非対角要素を 0 とおいたときの系の特性根である。つぎに表 6.6 に各ケースに対する特性根を示

表 6.5 連成がないときのモードの特性根

	特性根
z	-0.023728
ϕ	± 0.93564
η_1	-0.11830 $\pm 23.659j$
β	-24.500 $\pm 25.533j$
z_{s1}	-0.22650 $\pm 4.5243j$
z_{s2}	-0.22650 $\pm 4.5243j$

表 6.6 各ケースにおけるモードの特性根

A					
	I	II	III	IV	V
z		-0.083537	-0.082915	-0.080175	-0.076227
ϕ		-0.86936 $\pm 0.74521j$	-0.90624 $\pm 0.84197j$	-0.92442 $\pm 0.81348j$	-0.93200 $\pm 0.83778j$
η_1	-0.71488 $\pm 23.573j$	-0.72295 $\pm 23.525j$	-0.30769 $\pm 23.925j$	-0.26330 $\pm 24.160j$	-0.23673 $\pm 25.158j$
β			-11.717	-24.517 $\pm 21.440j$	-24.598 $\pm 21.272j$
z_{s1}					-0.061837 $\pm 4.5002j$
z_{s2}					-0.047292 $\pm 4.8569j$
B					
	I	II	III	IV	V
z		-0.053505	-0.052981	-0.048960	-0.045009
ϕ		-0.44866 $\pm 0.83616j$	-0.38695 $\pm 0.91765j$	-0.43926 $\pm 0.92611j$	-0.43964 $\pm 0.94796j$
η_1	-0.30391 $\pm 22.242j$	-0.30215 $\pm 21.757j$	-0.93438 $\pm 23.422j$	-1.3482 $\pm 23.475j$	-1.4292 $\pm 24.530j$
β			-9.4464	-24.665 $\pm 15.926j$	-24.770 $\pm 14.549j$
z_{s1}					-0.012777 $\pm 4.4952j$
z_{s2}					-0.029142 $\pm 4.9757j$

表 6.6 (つづき)

A'

	I	II	III	IV	V
z		-0.071391	-0.070816	-0.068833	-0.065363
ϕ		-0.82247 $\pm 0.91480j$	-0.80774 $\pm 1.0575j$	-0.84986 $\pm 1.0153j$	-0.85595 $\pm 1.0393j$
η	-0.63518 $\pm 6.7096j$	-0.69261 $\pm 6.5161j$	-0.92973 $\pm 6.9630j$	-0.96488 $\pm 6.7794j$	-1.0003 $\pm 7.2770j$
β			-10.516	-23.811 $\pm 21.209j$	-23.786 $\pm 20.958j$
z_{s1}					-0.027968 $\pm 4.3837j$
z_{d1}					-0.064721 $\pm 4.8584j$

B'

	I	II	III	IV	V
z		-0.21649	-0.19130	-0.17178	-0.14808
ϕ		-0.29891 $\pm 0.45140j$	-0.24998 $\pm 0.54209j$	-0.30295 $\pm 0.54919j$	-0.31353 $\pm 0.58567j$
η_1	-0.23018 $\pm 6.5325j$	-0.29981 $\pm 6.3978j$	-0.57810 $\pm 6.6874j$	-0.53500 $\pm 6.5821j$	-0.61603 $\pm 6.9844j$
β			-10.128	-25.474 $\pm 17.659j$	-25.576 $\pm 16.674j$
z_{s1}					-0.025197 $\pm 4.3901j$
z_{d2}					-0.013322 $\pm 4.9802j$

す。このうちとくにAのケースについては運動方程式 II~V に対するゲイン-位相線図を図 6.6 に示す。

ゲイン-位相線図はいずれも $\omega=0\sim+\infty$ に対して 0[dB], 180° の点を1回囲む形で、系が安定であることを示している。この点からの曲線への距離は安定余裕を示す。いずれの場合も安定ではあるが、安定余裕にはかなりの相違が認められる。ことにスロッシングを含めた場合、他の周波数領域に与える影響は小さいが、 $\omega=4\sim 5$ [rad/s]においてスロッシングにより安定性が脅かされる可能性があることを示している。他の設定条件が同じであっても、運動方程式の連成の

扱いによってこの種の違いが生ずることは注意を要する。今回設定したモデルに対して、系はいずれも安定であった。しかしこのゲイン設定は既報告研究にもとづいたためであり、ゲイン設定のしかたによっては不安定になることもありうる。特性根に関するこのあたりの解析はプログラム MC を作成して用いた。

表 6.7 に上記設定の各ケースに対して $E[\eta^2]$ を計算した結果を示す。伝達関数による方法を用いたプログラム VT によりすべてのケースについて計算した。また共分散を求める方法を用いたプログラム VC ではケースAのみについて行なった。VC による場合

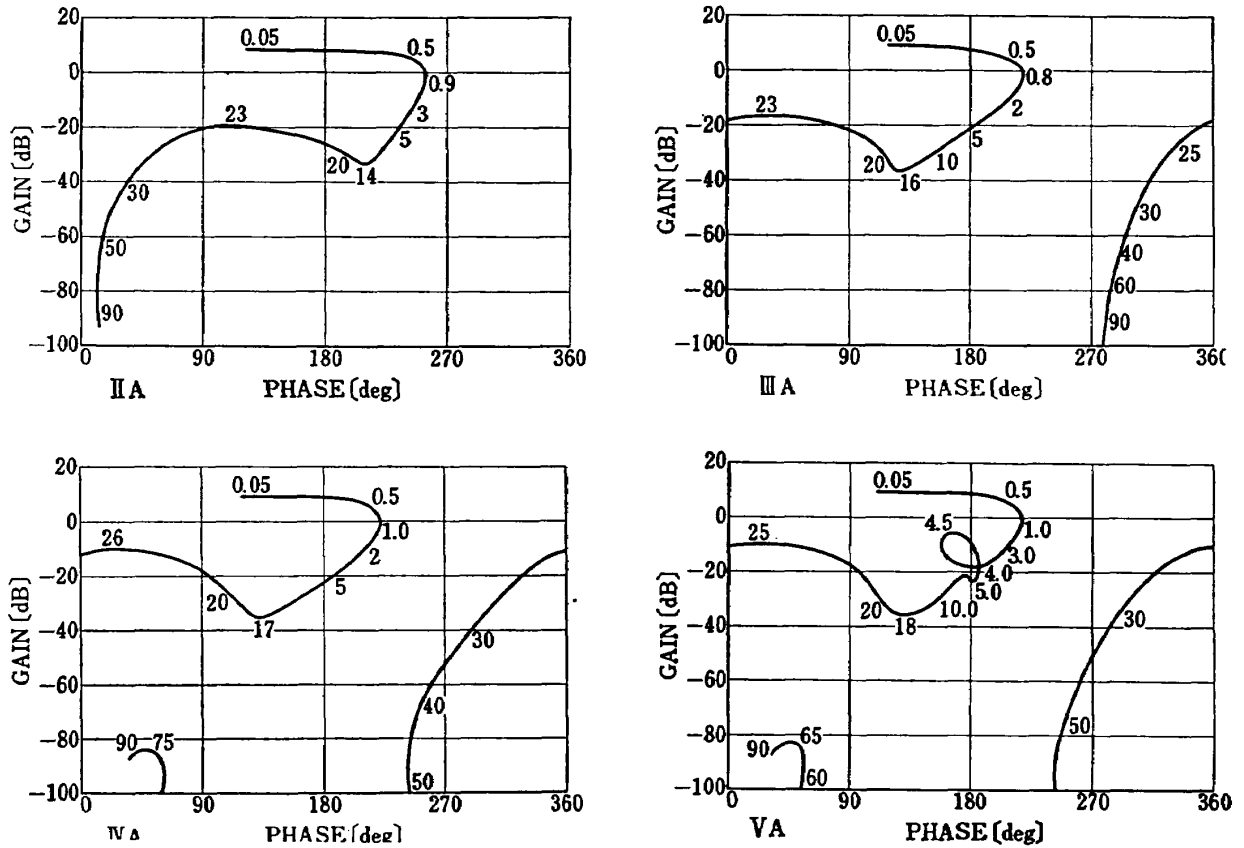


図 6.6 ゲイン-位相線図

表 6.7 振動加速度の分散 $\bar{\ddot{x}}_1^2 [m^2/s^4]$ の計算結果

運動方程式	伝達関数による方法 (VT)					共分散を求める方法 (VC)	
	A	B	A'	B'	計算時間 [s]	A	計算時間 [s]
I	0.973×10^{-5}	0.204×10^{-4}	0.125×10^{-3}	0.293×10^{-3}	25		
II	0.968×10^{-5}	0.242×10^{-4}	0.119×10^{-3}	0.254×10^{-3}	57	0.970×10^{-5}	604
III	0.222×10^{-4}	0.778×10^{-5}	0.931×10^{-4}	0.137×10^{-3}	69	0.220×10^{-4}	957
IV	0.257×10^{-4}	0.591×10^{-5}	0.926×10^{-4}	0.148×10^{-3}	79	0.254×10^{-4}	1450
V	0.304×10^{-4}	0.598×10^{-5}	0.945×10^{-4}	0.146×10^{-3}	135	0.294×10^{-4}	1676×3

[註] A : $a_0=0.8, a_1=0.64, g_2=0$
 B : $a_0=0.3, a_1=0.24, g_2=0.015$
 A' : Aにおいて $\omega_1=7$
 B' : Bにおいて $\omega_1=7$

のⅡ, Ⅲ, Ⅳについて共分散の定常値を表 6.8 に示す。また各変数の分散の過渡応答を図 6.7 に示す。

表 6.7 に示す二とおりの計算による $E[\eta_1^2]$ の定常値の誤差は V のケースで 3%, 他のケースでは 1%

内外に納まっている。計算の刻みをより細かくとれば、この誤差はとうぜんより小さくなる。計算きざみを小さくしても計算値の変動が小さいので VT による方が真値に近いと考えてよい。計算時間を比較する

表 6.8 共分散マトリクスの定常値

Ⅱ A

	ϕ	η_1	\dot{z}	$\dot{\phi}$	$\dot{\eta}_1$
ϕ	0.101756E-05	0.144247E-06	0.358881E-04	0.637367E-10	-0.472695E-07
η_1		0.278111E-07	-0.292370E-05	0.472890E-07	0.162263E-11
\dot{z}			0.138272E+00	-0.624841E-04	-0.107799E-04
$\dot{\phi}$				0.364792E-06	0.320496E-07
$\dot{\eta}_1$					0.343837E-07
w					
\dot{w}					

	w	\dot{w}
ϕ	-0.681167E-03	0.333718E-03
η_1	-0.151470E-03	0.193661E-04
\dot{z}	-0.937694E-01	0.560306E-01
$\dot{\phi}$	-0.333718E-03	-0.547811E-04
$\dot{\eta}_1$	-0.193654E-04	-0.128008E-03
w	0.100000E+01	-0.104838E-06
\dot{w}		0.111514E+01

Ⅲ A

	ϕ	η_1	\dot{z}	$\dot{\phi}$	$\dot{\eta}_1$
ϕ	0.106561E-05	0.152375E-06	0.339479E-04	0.630512E-10	-0.489093E-07
η_1		0.286662E-07	-0.277106E-05	0.489287E-07	0.178220E-11
\dot{z}			0.138189E+00	-0.658899E-04	-0.111974E-04
$\dot{\phi}$				0.420062E-06	0.386000E-07
$\dot{\eta}_1$					0.557565E-07
β					
w					
\dot{w}					

	β	w	\dot{w}
ϕ	0.912592E-06	-0.717758E-03	0.344022E-03
η_1	0.158789E-06	-0.153685E-03	0.203191E-04
\dot{z}	-0.101887E-04	-0.959591E-01	0.574843E-01
$\dot{\phi}$	0.250973E-06	-0.344022E-03	-0.738229E-04
$\dot{\eta}_1$	-0.218243E-07	-0.203185E-04	-0.128465E-03
β	0.932189E-06	-0.811732E-03	0.268217E-03
w		0.100000E+01	-0.104838E-06
\dot{w}			0.111514E+01

表 6.8 (つづき)

IV A

	ϕ	η_1	β	\dot{z}	$\dot{\phi}$
ϕ	0.935603 E -06	0.138498 E -06	0.822784 E -06	0.341045 E -04	0.230941 E -09
η_1		0.274168 E -07	0.150734 E -06	-0.234640 E -05	0.456424 E -07
β			0.875846 E -06	-0.828140 E -05	0.234113 E -06
\dot{z}				0.132385 E +00	-0.593882 E -04
$\dot{\phi}$					0.360672 E -06
$\dot{\eta}_1$					
$\dot{\beta}$					
w					
\dot{w}					

	$\dot{\eta}_1$	$\dot{\beta}$	w	\dot{w}
ϕ	-0.455686 E -07	-0.233736 E -06	-0.674510 E -03	0.322835 E -03
η_1	0.622274 E -11	0.207361 E -07	-0.151223 E -03	0.189009 E -04
β	-0.206770 E -07	0.155823 E -09	-0.797823 E -03	0.251564 E -03
\dot{z}	-0.105824 E -04	-0.600670 E -04	-0.937107 E -01	0.558538 E -01
$\dot{\phi}$	0.336233 E -07	0.327054 E -06	-0.322835 E -03	-0.703422 E -04
$\dot{\eta}_1$	0.605549 E -07	-0.135672 E -07	-0.189002 E -04	-0.128716 E -03
$\dot{\beta}$		0.688517 E -06	-0.251565 E -03	-0.358513 E -03
w			0.100000 E +01	-0.104838 E -06
\dot{w}				0.111514 E +01

と VC による場合は VT による場合の 10 倍以上かかっている。これはすべての変数が定常値に達するまで求めたためであって、 $E[\eta_1^2]$ のみが定常値に達するまでであればこの 1/3 程度でよい。しかしいずれにしても計算時間を要し、ことに次数が高くなると計算時間は倍化する。V のケースについては $E[\eta_1^2]$ が定常値に達するまでで計算を打切ったので、全変数が定常値に達するまでだと約 3 倍の時間がかかる。計算精度は今回の目的のためにはほぼ十分と考えられる。

さて各変数の計算結果の検討に入る前に、入力としての w について調べておこう。風 w_i の分散の定常値が 1 になることはモデル設定において $\sigma_w^2=1$ としたと正しく対応している。(5.3) を用いて計算すると

$$\begin{aligned} E[w_i^2] &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{4\alpha'\sigma_w^2}{(\omega^2+\alpha'^2)^2} d\omega \\ &= \frac{4\alpha'\sigma_w^2}{\pi} \int_0^\infty \frac{1}{(\omega^2+\alpha'^2)^2} d\omega \\ &=\sigma_w^2 \end{aligned}$$

であるから、 σ_w^2 の設定と $E[w_i^2]$ の計算値とはつねに一致する。選択すべきパセントイルに応じてもし

σ_w^2 の値を K 倍することを考えれば、線形系であるから他の共分散も当然 K 倍される。 η_1 の振幅への影響で考えると \sqrt{K} 倍である。したがって 50 パセントイルおよび 99 パセントイルの選択によって生ずる η_1 の振幅の相違は $(2.75/0.86)^{1/2}=1.79$ 倍程度である。

図 6.7 のはじめに w の過渡応答を示す。 w_i は入力として他のモードに影響を与えるが、他の変数から w モードへ流入する連成項はない。したがって全方程式の次数が変わっても w_i に関する限りは単独で解くのとほとんど変りがない。このため II, III, IV の各ケースで w_i^2 および \dot{w}_i^2 の過渡応答には相違が認められない。

w_i^2 および \dot{w}_i^2 が静定するまでに約 3.5 秒かかっている。用いた突風モデルは突風の定常性を示すもので過渡特性とは関係ない。したがって理想的入力としての w_i^2 はステップ状変化を示すべきである。ここで用いた w_i^2 はその近似であり、シェーピングフィルタを用いたことによる過渡特性が現われている。むしろそれぞれの定常値を初期値として与えれば正確なステップ状入力を与えることはできる。しかしこの過渡特性はさほど長くはないので、ステップ状で加わった

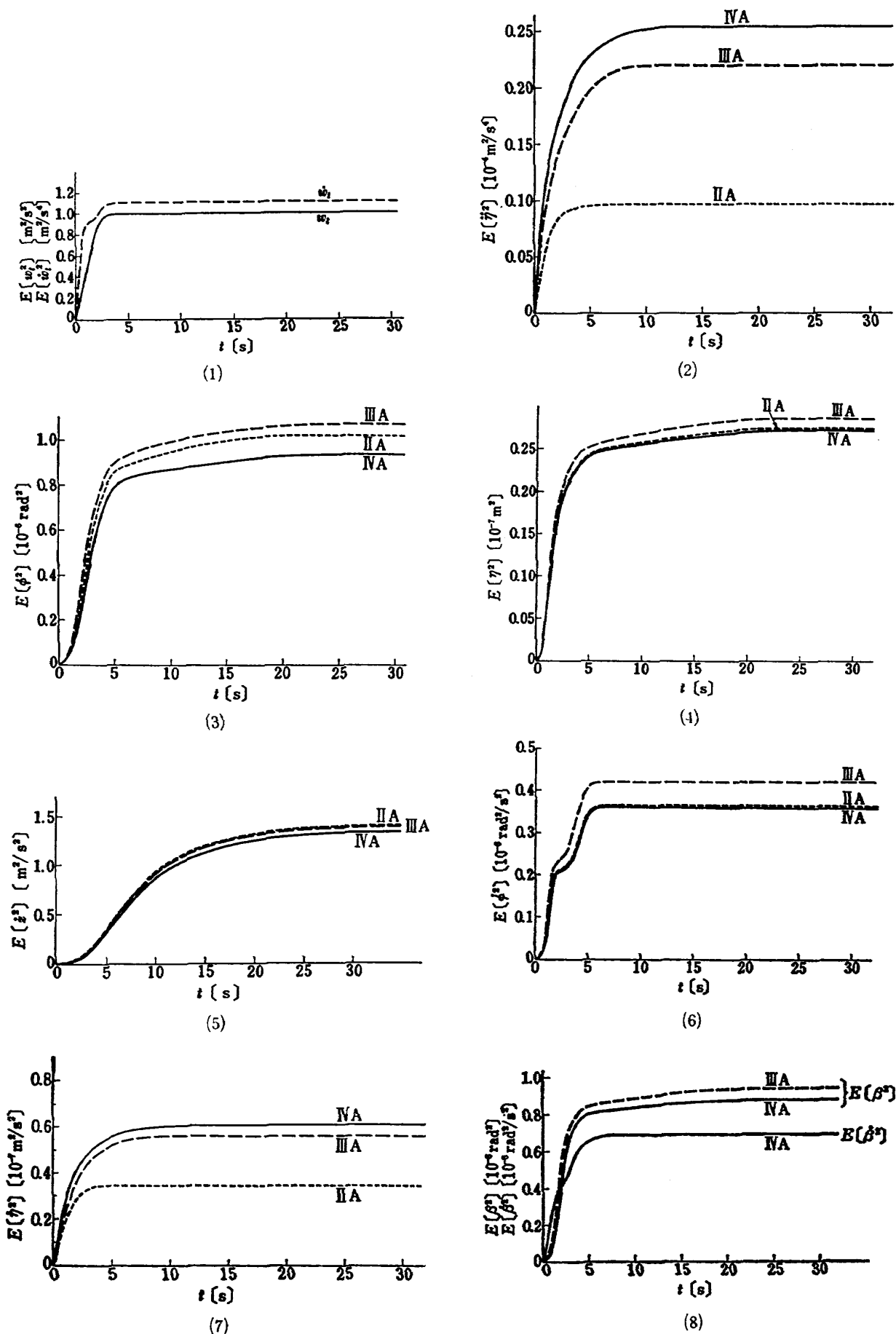


図 6.7 各変数の分散の過渡応答

突風を近似するモデルと考えてよいであろう。

また突風の発生機構が定常なエルゴード過程で表わされることを考えると、現実の飛しょうにおいては突風がステップ状で急に加わるということもありえないから突風のこの過渡状態の存在はあまり重要ではない。特性変化を示すのは飛しょう体運動方程式の係数であるから、今回のように運動方程式を定係数系で表現した場合の定常値の信頼度については、任意入力変化に対する系の追従性と系の特性変化速度との相対的な関係が問題なのである。

さてそれではこれまでの筋道で用いた推論ないしは仮定、また途中で提起された問題等について検討を加えよう。

1) $E[\eta_1^2]$ および他の変数の過渡特性

$E[\eta_1^2]$ の過渡状態は A の場合について図 6.6 に示されている。ケース II, III, IV, V に対して静定するまでそれぞれ 4, 7.8, 9.0, 9.5 秒程度かかっている。連成が複雑になるにつれて低周波領域のモードの影響が高周波領域に現われてくると考えられる。もし過渡状態が過度に長ければ、定係数系と仮定した運動方程式のこの間に係数変化が解に及ぼす影響を考えなければならぬことになる。SS-3 の初段燃焼時間は約 130 秒でありこの間に係数はなめらかに変化する。最大動圧時点を含む前後 10 秒程度では、諸特性は停留的傾向を示し、急激な変化はしない。このようなことを考えると本計算でえた $E[\eta_1^2]$ の値はかなりの信頼度があるものと思われる。

変数の中でもっとも過渡状態の長いのは $E[\xi^2]$ で静定するまでに約 30 秒かかっている。 $E[\xi^2]$ の応答に対しては ε モードの微小な 1 実根の影響が強く、したがって応答は鈍い一次遅れ特性を示す。この応答については定係数系の仮定がくずれてくる。また突風のスペクトル密度でも信ぴょう性の薄い低周波特性に関係しているので、この ε の値はあまり参考にならない。むしろ定常風に対する軌道シミュレーションで推定すべき量であろう。このモードの $E[\eta_1^2]$ の応答への影響が小さいことは表 6.7 の I と II とのケースの比較によっても明らかである。

$E[\phi^2]$ および $E[\beta^2]$ は $E[\eta_1^2]$ と $E[\xi^2]$ との中間くらいの過渡特性をもっている。これらの数値については過度に信頼はできないが、桁数を表わす程度の目安としては用いるものと思われる。このことは次の問題と関連してくる。

2) α , β の突風に対する応答と定常風に対する応答との比較

β については III A の $E[\beta^2]$ の値から振幅を計算すると

$$\begin{aligned} \sqrt{0.9322 \times 10^{-6}} \times \sqrt{2} &\doteq 1.368 \times 10^{-3} \text{ [rad]} \\ &= 0.0785 \text{ [deg]} \end{aligned}$$

である。また α については (3.14) 式および III A の共分散の定常値を用いると

$$\begin{aligned} E[\alpha^2] &= E[\phi^2] + \{E[\phi\omega] - E[\phi\xi]\} / V \\ &\quad + \{E[\omega\xi^2] + E[\xi^2]\} / V^2 \\ &\doteq 0.384 \times 10^{-5} \text{ [rad]} \end{aligned}$$

したがって α の振幅は

$$\begin{aligned} \sqrt{0.384 \times 10^{-5}} \times \sqrt{2} &\doteq 2.78 \times 10^{-3} \text{ [rad]} \\ &= 0.159 \text{ [deg]} \end{aligned}$$

定常風に対する α , β の応答は図 6.2 に示すとおりで、最大動圧付近ではそれぞれ約 3.4, 0.9 [deg] である。したがって突風に対する応答は定常風に対する応答の α で 4.7%, β で 8.7% 程度である。先に述べた α , β の定常値の信頼性を考え合わせれば、突風に対する応答は定常値に対する場合の 1~10% と考えておけばよいであろう。

3) エンジンアクチュエータ系の周波数特性が η_1 に与える影響

表 6.7 をみると A, B, A', B' の各ケースにおいて、I, II がほぼ類似の値をとっているのに対し、III, IV, V もまた近接した値をとっている。前者はエンジンアクチュエータ系の周波数特性を無視し、後者では考慮しているのであるから、この事実は曲げ振動モードとエンジンアクチュエータ系の連成が他の連成以上に重要であることを示している。III, IV はそれぞれその周波数特性を一次遅れ、二次系で表現したこと、および T.W.D. 等の連成を考慮したかしないかの違いがある。このような相違が $E[\eta_1^2]$ に関する限りでは重要でないことも興味深い。

4) 液体燃料の揺動が系特性および応答に与える影響

さらに IV, V の比較で考えるとスロッシングの影響も $E[\eta_1^2]$ に対しては重要ではない。これは根軌跡で考えるとスロッシングモードについてのダイポールペアが存在するため他の周波数領域に影響を及ぼさないためである。しかしながらゲイン-位相線図でも明らかかなようにこのダイポールによりその付近の周波数領域で特性は大きな影響を受ける。したがって安定性解析を行なうときはスロッシングの運動方程式を外すことはできないのである。また一般化して、安定性が損なわれなければ各モードの振幅はそのモード近辺の周波数特性できまるという 4.1 節での推論を裏づける

ものである。

5) 曲げ振動の固有振動数を小さくしたときの連成効果

表 6.7 において A と A', ならびに B と B' を比較すると、いずれの場合も曲げ振動モードの固有振動数を下げた場合、 $E[\eta_1^2]$ が明らかに増加している。この程度の増加では、まだ曲げモーメントの成分として振動成分が重要になるには至らない。この事実は固有振動数の減少が $E[\eta^2]$ を増加させる一要因であるとともに、前節で指摘した $Y_i(x)$ の形状変化が連成効果を高める上で大きな要因をなしていることを暗示している。 $Y_i(x)$ の変化の影響を調べることは次の課題である。

6) 加速度計の系特性および応答に与える影響

表 6.7 で A', B' を比べると、B' の場合はいずれも $E[\eta_1^2]$ が A' の場合よりも増加している。このことのみから判定すると、加速度計は $E[\eta_1^2]$ を増す効果があると思われる。しかし A, B の III, IV, V のケースでは逆に加速度計を用いた場合の方が $E[\eta_1^2]$ は小さくなっている。サターン V においてもその傾向はゲインの大きさに依存し一様ではないことが示されている⁹⁾。既報告研究²⁾では加速度計を用いると、スロッシングモードの影響が出て系の安定性を損なうという結果がでた。しかしながら米国で行なわれた非常にやわらかい機体を安定化する研究では、加速度計出力のフィードバックを用いなければならなかったという報告もある¹²⁾。またたとえばサターン I では加速度計フィードバックを用いているが、サターン V では用いないという事実もある。以上の例が示すとおり加速度の効用については確定した傾向がないのである。

もともと加速度計はフィードバックの自由度を増してドリフト最小条件³⁾を満足させるために用いられる第 3 のセンサとして考えられた。しかしながら加速度計の検出量は表 6.3 が示すごとくジャイロに比べると複雑である。かつ特性変化に対して敏感でもある。このため被制御系の特性に応じて異なった効果をもつ可能性が出てくる。そういう意味では、発射から燃焼終了時まで大幅な系特性の変化をみせるロケットの初段にとって、加速度計フィードバックは可能性を含むとともに危険性をも伴っている。加速度計を用いるときは、一般的な傾向の推測が許されず、数値実験をたんねんに試みなければならないことを銘記すべきであろう。

7) 振動加速度の振幅

すでに前節で曲げ振動に起因するモーメントの推定

のところで触れたように、 $E[\eta_1^2]$ の代表値としては、ケース A の III, IV, V を比較し、 0.3×10^{-4} という値をとっておこう。このときの η_1 の振幅は約 0.8×10^{-2} [m/s²] である。振動加速度は

$$\ddot{y}(t) = Y_1(x) \eta_1(t)$$

で与えられる。 x_P は慣性機器ユニットの搭載位置である。SS-3 の場合 $x_P = 32$ [m], $Y_1(x_P) = 1.5$ である。したがって 1 次曲げ振動によって慣性機器に生ずる加速度は 1.2×10^{-2} [m/s²] である。

7. 結 論

液体燃料ロケットを用いた衛星打上げ用飛しょう体には、初段燃焼時、風およびエンジンジンバリングによる制御力が作用して大きな荷重が加わる。本報告ではこの荷重の算定法と機体の曲げ振動加速度の推定法を定式化し、計算処理することを試みた。またモデル機体 SS-3 に適用して数値検討を行なった。定式化については、突風モデルの整理と計算プログラムの作成が主たる内容である。

結果としてはまず基礎的手法を確立することができた。突風モデルに対する一応の検討を終えた。またすでに作成しておいた軌道シミュレーションプログラム、安定性解析用プログラムに加えて、曲げモーメント係数計算プログラム、伝達関数および共分散計算の両手法による任意変数の分散を計算するプログラム等を作成した。以上により飛しょう体初段のピッチおよびヨー制御についての総合的な検討を進める基礎をえたといえよう。

数値計算の結果としては SS-3 の構造設計の評価のための資料および慣性誘導システム研究に必要な振動加速度の資料がえられた。しかしながら、計算内容がまだ乏しく、データの信頼性も高くはないので今後も検討を続けることが必要である。以下に計算によってえられた具体的な知見について述べる。

1. SS-3 に働くモーメントは定常風に対する剛体運動の応答のみによってほぼきまる。最大荷重 0.4×10^6 [kg m] で末端から約 15m, 初段 RP-1 タンクの中央部にかかる。

2. 突風による曲げモーメントへの影響は、定常風に対する場合と同じく主として迎え角 α およびエンジン触れ角 β を通じてであって定常風に対する場合の 1 ~ 10% 程度と思われる。機体の曲げ振動による曲げモーメントへの寄与は SS-3 の場合たかだか 1% にみえない。

3. SS-3 の場合、慣性機器ユニットに加わる曲

げ振動加速度は角周波数 24 [rad/s] で振幅 1.2×10^{-2} [m/s²] 程度である。

4. $E[\eta_1]$ を計算するための運動方程式としてはエンジンアクチュエータ系の周波数特性を入れることが必要である。スロッシングは入れなくても大きな誤差は生じない。T.W.D. もまた大きな影響を与えない。ただし安定性解析の場合はこれらを無視しえないことが認められる。また加速度計フィードバックは、 $E[\eta_1]$ に影響を与えるが、増減のいずれかは飛しょう体の状態にもよる。

5. 分散を計算する二種類のプログラムは明らかな用法上の差異がある。伝達関数による方法は一変数ずつ計算するので次数が高くなっても計算時間が膨大になることがない。共分散法による場合は次数が高くなると計算時間は倍化するが、全変数の共分散が過渡状態を含めて計算できるので情報量が多い。かつデータさえ時間変化させれば時変数系をも計算できる点で発展性がある。今回の検討ではこの両者の特徴を生かすことができた。

なお今回の作業を通じて、次段階で研究すべき問題もいくつか提起された。たとえば SS-3 をサターン V と動的にも同程度の構造にするためにはより細い機体にしてもよいことなどである。形状をより細くすることによる得失は動的荷重の問題とからみ合わせた燃料-構造重量比と空気抵抗とのトレードオフによってきまると思われる。しかしその他にもペイロード直径、あるいは射場の制約等の考慮すべき点もある。いずれにしてもまだ我が国では体系的な飛しょう体の最適形状構成の手法が確立されていない。早急に着手されるべき問題ではなかろうか。

今回の報告と飛しょう体の制御性能についての既報告とを総合する形で、最適な制御系を構成する問題も考えられる。この場合、軌道ドリフト、安定度、機体過重の軽減等の相反する条件をいかに処理するかという問題になる。また加速度計の用法についてもより丁寧に調べてみる必要があるであろう。

突風モデルのより詳しい調査と厳密化も本報告内容の実際問題上への適用をはかる上では欠かせない項目である。これらの問題についてはいずれまた検討する機会をえたいと思っている。

文 献

- 1) 五代富文他; 人工衛星打上げロケットシステムについての検討, NAL TM-249, 1973
- 2) 森 英彦, 興石 肇; 液体燃料ロケットを用い

た衛星打上げ用飛しょう体の初段に関する制御系構成, NAL TR-264, 1972年 1月

- 3) 川井忠彦, 戸川隼人, 林 洋一; 変断面梁の曲げ振動について, NAL TR-22, 1962年 2月
- 4) 中井暎一, 古関晶次, 田寺木一, 高木俊朗, 安藤泰勝, 森田甫之, 峯岸正勝, 菊地英男, 太田幹雄; “NAL TM-16-31” および “NAL-25-31” 二段ロケットの振動試験, NAL TM-123, 1967年11月
- 5) Geissler, E.D. ed.; Wind Effects on Launch Vehicle, AGARDograph No. 115, Feb. 1970
- 6) 興石 肇, 中 正夫, 森 英彦, 大石 晃, 冠昭夫, 本間幸造; 誘導制御を含んだロケットの運動のハイブリッドシミュレーション, NAL TR-189, 1970年 1月
- 7) SATURN V Flight Evaluation Working Group NASA; SATURN V Launch Vehicle Flight Evaluation Report; AS-503 APOLLO 8 Mission, N-69-24692, Feb. 1969
- 8) Lumley, J.L. and H.A. Panofsky; The Structure of Atmospheric Turbulence, Interscience Pub. 1964
- 9) 高橋利衛; 機械振動とその防止, オーム社, 1958年, pp. 99
- 10) Korn, G.A.; Random-Process Simulation and Measurement, McGRAW HILL, 1966, pp. 95
- 11) Blackburn, T.R. and Vaughan, D.R.; Application of Linear Optimal Control and Filtering Theory to the Saturn V Launch Vehicle, IEEE on AC, Dec. 1971, pp. 799-806
- 12) Johnston, D.E. and W.A. Johnson; Feasibility of Conventional Control Techniques for Large Highly Coupled Elastic Boost Vehicles, STI Technical Rep. No. 146-2, Mar. 1967

付録 A プログラム構成

6章の計算のために用いたプログラムの種類および構成の概要を以下に示す。MC, VT, VC はいずれもメインプログラムではデータのみを与え、プログラム主体はそれぞれ MULCON, VTRFUN, VCOVAR にある。これらは汎用性を備えたプログラムである。

計算は HITAC 5020F によった。

1) BENMC (Bending Moment Coefficients)

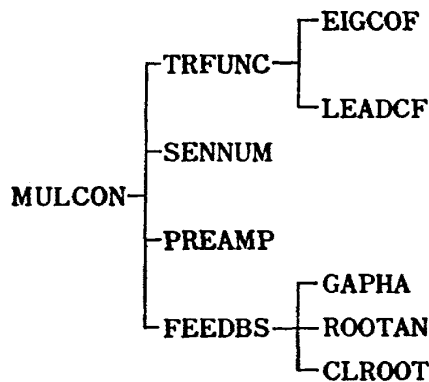
(3.12) あるいは (3.13) により曲げモーメント係数を求めるプログラムである。カード枚数は積分のサブルーチンを除いて 170 枚, 計算時間は 935 秒。

2) RBSIM (Rigid Body Trajectory Simulation)

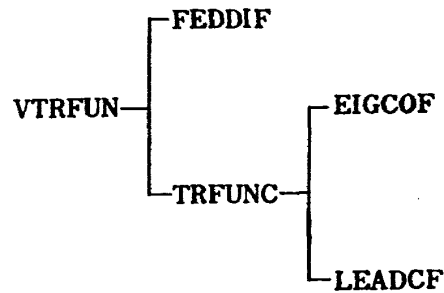
機体を剛体と仮定し、運動をピッチ面内のみに限定した場合の軌道およびピッチング運動を調べるためのプログラムである。ハイブリッドシミュレーションの

付表 1 サブルーチン内容

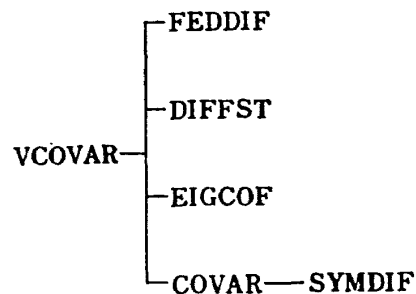
サブルーチン名	カード枚数	計 算 内 容
MULCON	98	(本文 MC の項)
VTRFUN	33	(本文 VT の項)
VCOVAR	50	(本文 VC の項)
SENNUM	56	入力から各変数への伝達関数が与えられたとき、リストで与えられた検出変数に応じて検出器出力の伝達関数を求める。
PREAMP	44	検出器出力をフィルタリングしてフィードバックする場合、フィルタリングされた後の伝達関数を与える。
FEDDIF	64	(4.2), (4.3) が与えられたとき, (4.4) の形を求める。
DIFFST	80	(4.5) が与えられたとき (4.6) を求める。この際連成のない項は除去しておく。
COVAR	87	(5.4) が与えられたとき, 各時刻における共分散マトリクスをプリントし, 各変数の分散を図示する。
SYMDIF	30	(5.6) を Runge-Kutta 法を用いて微小区間について解く。



付図 1 MC のためのサブプログラム



付図 2 VT のためのサブプログラム



付図 3 VC のためのサブプログラム

研究に用いたプログラムを改良して用いている。カード枚数 569 枚。計算時間は 300 秒。

3) MC (Multivariable Control System)

被制御系方程式, 検出器検出変数, フィードバックフィルタ等を与えたとき系の 1 次, 2 次, 3 次フィードバックに対するナイキスト線図, ボーデ線図, 根軌跡等を与える。文献 2) に記した内容をやや一般化したプログラムである。その構成の概略は付図 1 に示す。計算時間は方程式の形によらず 60 秒前後である。

4) VT (Variance via Transter Function)

5.1 の方法で定係数系の分散を求めるプログラム。

付図 2 のサブルーチンにより構成される。

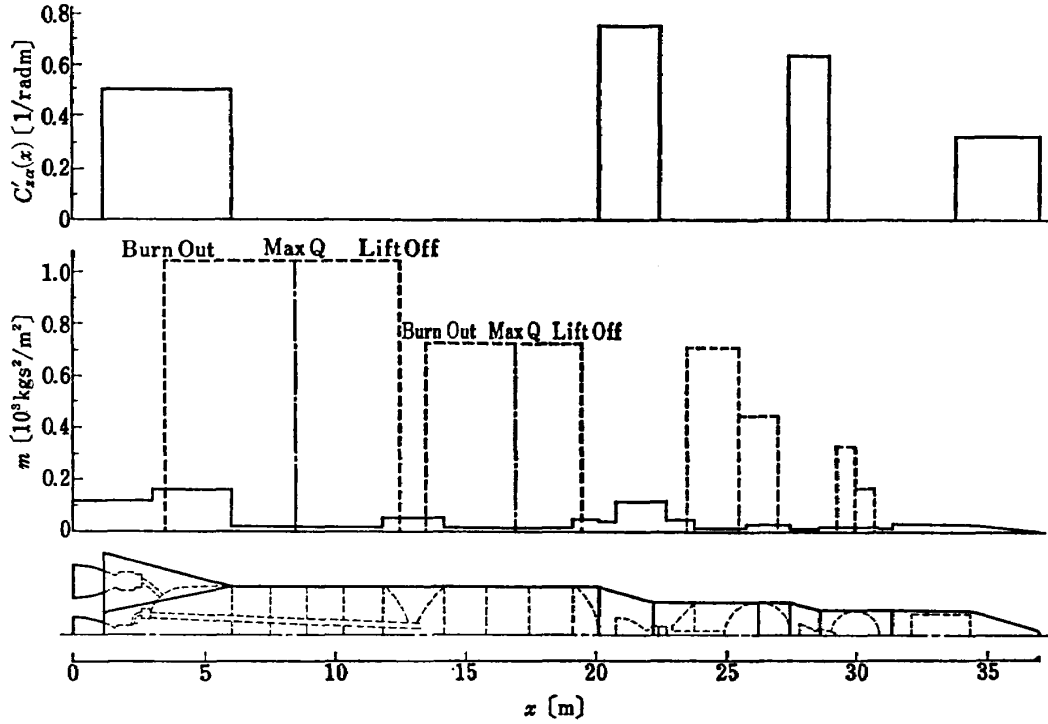
5) VC (Variance via Covariance Computation)

5.2 の方法で分散を求めるプログラム。付図 3 のサブルーチンにより構成される。

付録 B SS-3 のデータ

本解析に用いたデータを示す。付図4は曲げモーメント係数算出に用いたデータである。付表2には曲げ振動加速度の分散を求めるために用いた方程式の係数

を算出するのに必要であった諸量を示す。これらは文献 1) からとった。特に機体データは機体部中井部長, 田寺室長, 填室長, 空力データは空力二部谷室長, 近藤技官の諸氏によっている。



付図 4 機体および空力データ

付表 2 計算に用いた記号および数値

記号	単位	数値	内容
M	$\text{kg s}^2/\text{m}$	12691.0	飛しょう体の質量
I	kg m s^2	8.7×10^5	飛しょう体の Y 軸イナーシア
N_e	kg/rad	1.59×10^5	リフト係数 ($=q'SC_{ze}$)
V	m/s	528.0	飛しょう体速度
l_{cp}	m	4.79	空力中心, 重心間距離 ($=x_{cp}-x_{cg}$)
\bar{g}	m/s^2	21.92	重力ターン飛しょう状態の場の重力加速度
l_β	m	-13.0	ジンバル点, 重心間距離 ($=x_\beta-x_{cg}$)
T_c	kg	1.89×10^5	制御力を発生するエンジンの総推力
l_A	m	-1.3	加速度計, 重心間距離 ($=x_A-x_{cg}$)
K_1	$\text{m}^3/\text{s/rad}$	800.0	アクチュエータ開ループゲイン
A	m^2	56.995	アクチュエータ面積
C		2	ジンバルエンジン個数
I_E	kg m s^2	19.0	エンジンのエンジン重心まわりイナーシア
M_E	$\text{kg s}^2/\text{m}$	30.6	エンジン質量
l_E	m	0.77	ジンバル点, エンジン重心間距離 ($=x_\beta-x_{EGG}$)
ω_E	rad/s	35.0	エンジン・アクチュエータ系の固有振動数
ζ_E		0.7	エンジン・アクチュエータ系の減衰係数
M_{s1}	$\text{kg s}^2/\text{m}$	685.0	1 番目タンクの可動部質量
l_{s1}	m	2.62	M_{s1} 重心, 機体重心間距離 ($=x_{s1}-x_{cg}$)
ζ_{s1}		0.005	M_{s1} に関する減衰係数
ω_{s1}	rad/s	4.53	M_{s1} に関する固有振動数
M_{s2}	$\text{kg s}^2/\text{m}$	969.0	} (2 番目タンクに関する以外上と同じ)
l_{s2}	m	-6.3	
ζ_{s2}		0.005	
ω_{s2}	rad/s	4.53	
M_1	$\text{kg s}^2/\text{m}$	1.31×10^4	曲げ振動 1 次的一般化質量
ζ_1		0.005	曲げ振動 1 次の減衰係数
ω_1	rad/s	23.66	曲げ振動 1 次の固有振動数
$N_{\dot{\eta}_1}$		4.0×10^5	曲げ振動 1 次に対する空気力 ($=\rho S \int_0^L C_{ze}(x) Y_1(x) dx$)
$Y_1'(x_\beta)$	$1/\text{m}$	-0.22	} 曲げ振動 1 次基準姿勢およびその傾斜 (x_β : ジンバル点 x_R : レートジャイロ x_P : 積分ジャイロ x_A : 加速度計 x_{si} : i 番目タンク可動部位置)
$Y_1(x_\beta)$		1.0	
$Y_1'(x_R)$	$1/\text{m}$	-0.13	
$Y_1'(x_P)$	$1/\text{m}$	0.31	
$Y_1(x_A)$		-0.6	
$Y_1'(x_A)$	$1/\text{m}$	0.13	
$Y_1(x_{s1})$		-1.0	
$Y_1'(x_{s1})$	$1/\text{m}$	-0.05	
$Y_1(x_{s2})$		0.55	
$Y_1'(x_{s2})$	$1/\text{m}$	-0.18	

航空宇宙技術研究所報告 355号

昭和49年1月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)●182

印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川2-27-12
