

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-356

飛行実験データからカーブ・フィッティングにより  
安定微係数を求める方法について

別府護郎・坂井紀穂

1974年1月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

# 飛行実験データからカーブ・フィッティングにより 安定微係数を求める方法について\*

別府 護郎\*\*・坂井 紀穂\*\*

## A Technique Using a Curve Fitting Method for Identifying the Stability Derivatives from Flight Test Records

By Goro BEPPU and Toshiho SAKAI

For the design of autopilot of an airplane and the investigations of stability and control characteristics of an airplane, we must have stability derivatives of the airplane. Although we can obtain them by theoretical calculations or wind tunnel tests, it is necessary to get them from flight test and to assure estimated values. Therefore, various methods for determining stability derivatives from flight test data have been investigated for a long time. However, in case of putting these methods into practical use, any of them can not be free from some faults. For example, a method requires a great deal of labor to be carried-out and the accuracies of stability derivatives, which are obtained by a method, are not sufficient and so forth.

Then, we have developed a new method. The response of an airplane to control surface deflection, which have been displaced in flight test, is calculated, using assumed stability derivatives. Then a cost function  $J$ , which is the squared value of the difference between the calculated response and the response obtained in flight, is estimated. By applying the modified steepest descent method, the stability derivatives are amended into new ones so as to make  $J$  small. The above mentioned calculations are repeated iteratively until  $J$  becomes very small. This new method is applied determining lateral stability derivatives from flight test data. The problems, which are generated when this new method is put into practical use, are discussed.

### 1. まえがき

飛行機の安定操縦性の検討をしようとするとき、あるいは、オートパイロットの設計をしようとするときには、飛行機の運動特性、操舵応答特性を良く理解しておく必要がある。さらに、飛行機に適応制御を行おうとするとき、飛行機の運動特性等の同定は飛行中に行わねばならない。

飛行機の運動特性、操舵応答特性を知るには、飛行機の運動方程式を立て、それを解いて、その解について調べると良い。飛行機の運動方程式は、通常の運動を考える限り線型化された方程式で十分であり、運動方程式を立てるに際して、運動方程式の各係数、すな

わち、安定微係数を知ることが必要になってくる。

安定微係数は設計の初期段階では、風洞実験を元にして算定されるが、この算定はいくつかの仮定の下に行われる。特に、パワー効果、空力弾性の効果、あるいは、マッハ数の効果などがある場合は、算定に際してある程度の現象の単純化が行われる。したがって、最終的には実機の飛行実験から安定微係数を求め、仮定の正しさを確認することが必要である。

飛行実験で安定微係数を求めるのには、古くは、ある安定微係数は静的な実験に頼る（たとえば定常横滑り運動中の舵角と横滑り角の測定を元にして、舵の効きとか上反角効果を求める）、また動的な安定微係数は、ダッチロール運動の自由振動から得られる振動数あるいは減衰係数を元にして求める等の方法が用いられていた。しかし、1950年頃より、パルス操舵によ

\* 昭和48年11月1日受付

\*\* 飛行実験部

る機体の応答を測定し、その応答曲線を解析して安定微係数を求めるいろいろな方法が開発されてきた。これらの方法の実用性は、最近の電子計算機の発達により高められて、一部実用に供せられているが、未だ開発途上にあると思われる。これらの方法は、運動方程式法とカーブ・フィッティング法に分けられるが、これについては 2. で述べる。

本報告では、飛行実験データから最大傾斜法を母体としたカーブ・フィッティング法により、安定微係数を求めるときに発生する諸問題を、実際にこの方法で安定微係数を求めることによって調べたので、その結果を報告する。

## 記 号

- $a_t$ : 横方向加速度 ( $m/s^2$ )  
 $b$ : 主翼翼幅 (m)  
 $C_{y\beta}, C_{y\delta r}, C_{n\beta}, C_{np}, C_{nr}, C_{n\delta a}, C_{n\delta r}, C_{l\beta}, C_{lp}, C_{lr}, C_{l\delta a}$ : 横および方向の無次元安定微係数  
 $g$ : 重力加速度 ( $m/s^2$ )  
 $I_X$ : X 軸まわりの慣性能率 ( $kg \cdot m \cdot s^2$ )  
 $I_Z$ : Z 軸まわりの慣性能率 ( $kg \cdot m \cdot s^2$ )  
 $L_\beta, L_r, L_p, L_{\delta a}$ : (横揺れモーメント)/ $I_Z$  についての安定微係数  
 $m$ : 機体の質量 ( $kg \cdot s^2/m$ )  
 $N_\beta, N_r, N_p, N_{\delta a}, N_{\delta r}$ : (偏揺れモーメント)/ $I_Z$  についての安定微係数  
 $p$ : 横揺れ角速度 (rad/s または degree/s)  
 $r$ : 偏揺れ角速度 (rad/s または degree/s)  
 $S$ : 主翼翼面積 ( $m^2$ )  
 $s$ : ラプラス演算子 ( $1/s$ )  
 $t$ : 時間 (s)  
 $V$ : 速度 (mile/hour または m/s)  
 $Y_\beta, Y_\phi, Y_{\delta r}$ : (Y 軸方向の力)/ $m$  についての安定微係数  
 $\alpha$ : 迎え角 (rad または degree)  
 $\beta$ : 横滑り角 (rad または degree)  
 $\delta_a$ : 補助翼舵角 (rad または degree)  
 $\delta_r$ : 方向舵舵角 (rad または degree)  
 $\zeta_a$ : ダッチロールモードのダンピング比  
 $\rho$ : 空気密度 ( $kg \cdot s^2/m^4$ )  
 $\phi$ : バンク角 (rad または degree)  
 $\omega_a$ : ダッチロールモードの角振動数 (rad/s)  
 (安定微係数  $Y_\beta, Y_\phi, L_\beta, \dots$  etc の符号は正とする。負であるものは式 (13)~(24) に示すように “-” の符号をつけて正とした。)

## 2. 飛行実験で安定微係数を求める いろいろな方法

1. で述べたように、飛行実験で安定微係数を求める方法についての研究は古くから行われており、いろいろの方法が提案されているが、それらは次の方法で代表されその他はこれらの変形であると考えられる。

- (1) 単純化された方程式による方法
- (2) パルス操舵に対する応答から求める方法
  - (a) 運動方程式法
  - (b) カーブ・フィッティング法

これらの方法について簡単に述べる。

### 2.1 単純化された方程式による方法

次に示す近似方程式により安定微係数を求める方法である。左辺は求められる微係数で右辺は計測される量、( ) の中は操舵あるいは運動状態をあらわす。

$$N_{\delta r} = \frac{\Delta \dot{r}}{\Delta \delta_r} \quad (\text{方向舵パルス操舵}) \quad (1)$$

$$L_{\delta a} = \frac{\Delta \dot{r}}{\Delta \delta_a} - L_p \frac{\Delta p}{\Delta \delta_a} \quad (\text{補助翼パルス操舵}) \quad (2)$$

$$N_{\delta a} = \frac{\Delta \dot{r}}{\Delta \delta_a} - N_r \frac{\Delta r}{\Delta \delta_a} - N_p \frac{\Delta p}{\Delta \delta_a} - N_\beta \frac{\Delta \beta}{\Delta \delta_a} \quad (\text{補助翼パルス操舵}) \quad (3)$$

$$Y_\beta = \frac{g}{V} \frac{|a_t|}{|\Delta \beta|} \quad (\text{ダッチロール運動の自由振動}) \quad (4)$$

$$L_\beta = -L_{\delta r} \frac{\Delta \delta_r}{\Delta \beta} - L_{\delta a} \frac{\Delta \delta_a}{\Delta \beta} \quad (\text{定常横滑り}) \quad (5)$$

$$L_p = -L_{\delta a} \frac{\Delta \delta_a}{\Delta p} \quad (\text{補助翼ステップ操舵}) \quad (6)$$

$$N_\beta = \omega_a^2 + \alpha L_\beta \quad (\text{ダッチロール運動の自由振動}) \quad (7)$$

$$N_r = -2\zeta_a \omega_a - Y_\beta \quad (\text{ダッチロール運動の自由振動}) \quad (8)$$

この方法は簡便であるが、近似式を用いているため得られる安定微係数の精度はこの近似によって制約を受ける。また、 $N_{\delta r}$ ,  $L_{\delta a}$ ,  $N_{\delta a}$ ,  $L_p$  については、 $\Delta \dot{r}$ ,  $\Delta p$ ,  $\Delta r$ ,  $\Delta p$  は操舵後の応答曲線のどの時点での値を用いるかが問題である。さらに、測定するのに時間がかかり多くの飛行実験の飛行時間を必要とする。

### 2.2 パルス操舵に対する応答曲線を解析して安定微係数を求める方法

2.1 の方法は上述のように、測定に時間がかかり、多くの飛行時間を必要とする。したがって、わずかの時間で飛行実験の測定を済ませようとする方法が考えられた。すなわち、パルス操舵に対する応答曲線を解

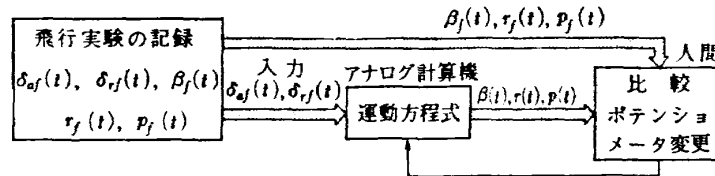


図1 アナログ・マッチング

析して安定微係数を求める方法である。この解析方法は大きく運動方程式法とカーブ・フィッティング法に分けられる。

(a) 運動方程式法

この方法は、運動方程式を積分したり Donegan の方法<sup>1)</sup>、あるいは、a method function  $y_v(t)$  を乗じて積分したり (Shinbrot の方法<sup>2)</sup>) して、状態変数  $(\beta(t), p(t), r(t), \delta_\alpha(t), \delta_r(t))$  およびその微分項を積分したものを既知とし、安定微係数を未知として方程式をつくり、最小自乗法で安定微係数を求める方法である。

Shinbrot の方法について以下に示す。

一例として次の横揺れモーメントの方程式について考える。

$$\dot{p}(t) + L_p p(t) - L_r r(t) + L_\beta \beta(t) = L_{\delta\alpha} \delta_\alpha(t) \quad (9)$$

上式にある method function  $y_v(t)$  を乗じ、ある時間  $T$  まで積分して次式を得る。

$$\int_0^T \dot{p}(t) y_v(t) dt + L_p \int_0^T p(t) y_v(t) dt - L_r \int_0^T r(t) y_v(t) dt + L_\beta \int_0^T \beta(t) y_v(t) dt = L_{\delta\alpha} \int_0^T \delta_\alpha(t) y_v(t) dt \quad (10)$$

上式の積分は  $\dot{p}(t)$  の項を除いて、 $p(t), r(t), \beta(t), \delta_\alpha(t)$  が飛行実験で得られるので既知である。なお、 $\dot{p}(t)$  の項の積分は次式より求める。

$$\int_0^T \dot{p}(t) y_v(t) dt = p(t) y_v(t) \Big|_0^T - \int_0^T p(t) \dot{y}_v(t) dt \quad (11)$$

$v$  個の  $y_v(t)$  について同様なことを行い、 $L_p, L_r, L_\beta, L_{\delta\alpha}$  を未知とする方程式が  $v$  個できるので、これを最小自乗法を用いて解いて、 $L_p, L_r, L_\beta, L_{\delta\alpha}$  が得られる。

この方法は、逐次計算を用いていない点で優れている。この方法の適用に際しては、データの長さは十分であること、また、計算を行うとき十分な有効数字をとること等に注意しなければならない。

(b) カーブ・フィッティング法

この方法は、飛行機の運動方程式に飛行実験で用い

た操舵量等を使用してレスポンスを計算し、飛行実験で得られたレスポンスのデータと合うように (fit するように) 運動方程式中の安定微係数を決める方法である。いわゆるアナログ・マッチングの方法はこの範疇に入る。

つまり図1に示すように、アナログ計算機の出力と飛行実験の記録とを人間が比較して、両者がフィットするように、アナログ計算機に設定された安定微係数の値、すなわちポテンショメータの設定値を変化させる。そして再びアナログ計算機を行って出力を求めて、比較する。このようにして飛行実験の記録とアナログ計算機の出力が一致するまで繰返し、安定微係数を求める。

この方法は、安定微係数を人間が変化させるので、物理的に不合理な結果を示すことはあまりない。しかし人間の労力をかなり必要とし、また、上述のような操作に慣れた人間が行うことが必要である。

そこで人間の代りをデジタル計算機で行わせようとして考えられたのが、以下に示す方法である。

3. 方法

例を横および方向安定の問題について行った。まず次の仮定をおく。

- (1) 飛行実験中の外乱が無視できる。
- (2) 計測誤差、記録・再生誤差が無視できる。
- (3) 飛行機の運動は、次の運動方程式でほとんど完全に表わせる。

$$\left. \begin{aligned} (s + Y_\beta)\beta + r - Y_\phi\phi &= Y_{\delta r}\delta_r \\ -N_\beta\beta + (s + N_r)r + N_p s\phi &= N_{\delta r}\delta_r + N_{\delta\alpha}\delta_\alpha \\ L_\beta\beta - L_r r + (s + L_p)s\phi &= L_{\delta\alpha}\delta_\alpha \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

各安定微係数と各無次元安定微係数との関係は次の通りである。

$$Y_\beta = -\frac{\rho S}{2m} C_{y\beta} V \quad (13)$$

$$Y_\phi = \frac{g}{V} \quad (14)$$

$$Y_{\delta r} = \frac{\rho S}{2m} C_{y\delta r} V \quad (15)$$

$$N_{\beta} = \frac{\rho S b}{2I_Z} C_{n\beta} V^2 \quad (16)$$

$$N_p = -\frac{\rho S b^2}{4I_Z} C_{np} V \quad (17)$$

$$N_r = -\frac{\rho S b^2}{4I_Z} C_{nr} V \quad (18)$$

$$N_{\delta a} = \frac{\rho S b}{2I_Z} C_{n\delta a} V^2 \quad (19)$$

$$N_{\delta r} = \frac{\rho S b}{2I_Z} C_{n\delta r} V^2 \quad (20)$$

$$L_{\beta} = -\frac{\rho S b}{2I_X} C_{l\beta} V^2 \quad (21)$$

$$L_p = -\frac{\rho S b^2}{4I_X} C_{lp} V \quad (22)$$

$$L_r = -\frac{\rho S b^2}{4I_X} C_{lr} V \quad (23)$$

$$L_{\delta a} = \frac{\rho S b}{2I_X} C_{l\delta a} V^2 \quad (24)$$

方法の概要を述べる。

なお計測は補助翼舵角, 方向舵舵角, 横滑り角, 偏揺れ角速度, 横揺れ角速度について行ったので, 以下の議論はこれらの変数に関するものに限られる。

(12) 式の運動方程式をプログラムしておき, 入力として飛行実験の操舵量  $\delta_a(t)$ ,  $\delta_r(t)$  を用い, 最初は適当な安定微係数でレスポンス  $\beta(t)$ ,  $r(t)$ ,  $p(t)$  を計算し飛行実験で得られたデータ  $\beta_f(t)$ ,  $r_f(t)$ ,  $p_f(t)$  とを比較し, 両者が fit するように安定微係数を変化させる。

この逐次計算は, デジタル計算機で自動的に行われたので, マッチングの度合の指標として 3.1 で述べるような評価関数を計算し, その評価関数を小さくするように最大傾斜法を母体とした 3.3 に述べるような方法で安定微係数を逐次変化させた。最大傾斜法については 3.2 で述べる。

### 3.1 評価関数

今回用いた評価関数について述べる。

(a) 評価関数  $J$  の原型としては, “実験データ  $\beta_f$ ,  $r_f$ ,  $p_f$ ” と “実験のときの操舵を入力とした運動方程式の解  $\beta$ ,  $r$ ,  $p$ ” との差の二乗の和の積分とした。

$$\begin{aligned} J &= J(\beta_f, r_f, p_f, \beta, r, p, T) \\ &= \int_0^T [\{\beta_f(t) - \beta(t)\}^2 + \{r_f(t) - r(t)\}^2 \\ &\quad + \{p_f(t) - p(t)\}^2] dt \end{aligned} \quad (25)$$

(b) どのような操舵を行ったレスポンスを評価関数として用いたらよいかということは, むづかしい問題であるが, 実験の易しさ等からインパルス操舵のレス

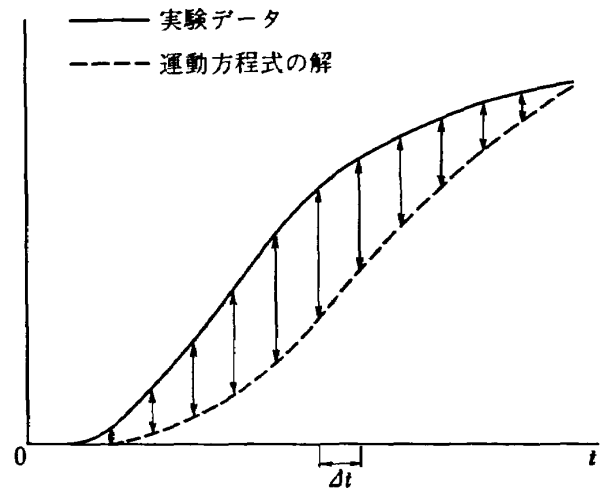


図 2 評価関数  $J$  の計算

ポンスを用いることとした。また, 入力としては  $\delta_a$ ,  $\delta_r$  の二つとし, それぞれ別々に操舵を行った。

すなわち  $\delta_a$  入力による評価関数を  $J^{\delta a}$ ,  $\delta_r$  入力によるそれを  $J^{\delta r}$  とすると  $J$  は次のとおりである。

$$J = J^{\delta a} + J^{\delta r} \quad (26)$$

ここで

$$J^{\delta a} = J(\beta_f^{\delta a}, r_f^{\delta a}, p_f^{\delta a}, \beta^{\delta a}, r^{\delta a}, p^{\delta a}, T) \quad (27)$$

$$J^{\delta r} = J(\beta_f^{\delta r}, r_f^{\delta r}, p_f^{\delta r}, \beta^{\delta r}, r^{\delta r}, p^{\delta r}, T) \quad (28)$$

上添字 “ $\delta_a$ ”, “ $\delta_r$ ” は  $\delta_a$  入力,  $\delta_r$  入力によるものを意味する。

(c) 積分時間  $T$  が短ければ計算時間も短くなるから, その意味からいえば,  $T$  は短い方がよい訳であるが, そこから情報が抽出できないほど短くては問題外である。適当な長さが望ましい。

これらを考慮して

(i)  $\delta_a$  入力に対しては, ローリングモードの時

定数, 舵の効き等が求められることより 3 秒

$$J^{\delta a} = J(\beta_f^{\delta a}, r_f^{\delta a}, p_f^{\delta a}, \beta^{\delta a}, r^{\delta a}, p^{\delta a}, 3) \quad (29)$$

(ii)  $\delta_r$  入力に対しては, ダッチロールモードの

周期, 減衰係数等が求められることより 9 秒

$$J^{\delta r} = J(\beta_f^{\delta r}, r_f^{\delta r}, p_f^{\delta r}, \beta^{\delta r}, r^{\delta r}, p^{\delta r}, 9) \quad (30)$$

とした。

(d)  $J^{\delta a}$ ,  $J^{\delta r}$  に大きな差があつては, 入力を二つ用いた意味がなくなるので, 適当な重み  $K$  で equalization を行った。

以上 (a)~(d) より, 評価関数  $J$  は次のようになる。

$$J = K \cdot J^{\delta a} + J^{\delta r} \quad (31)$$

$\Delta t$  おきにサンプリングしたデータについては

$$\left. \begin{aligned} M1 \cdot \Delta t &= 3 \\ M2 \cdot \Delta t &= 9 \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

であるように  $M1, M2$  を選び、積分を簡単に和の形に直して、次の式より計算する。

$$\begin{aligned}
 J = & K \sum_{i=0}^{M1} [\{\beta_{f_a}^{\delta_a}(i\Delta t) - \beta_a(i\Delta t)\}^2 + \{r_{f_a}^{\delta_a}(i\Delta t) \\
 & - r_a^{\delta_a}(i\Delta t)\}^2 + \{p_{f_a}^{\delta_a}(i\Delta t) - p_a^{\delta_a}(i\Delta t)\}^2] \Delta t \\
 & + \sum_{i=0}^{M2} [\{\beta_{f_r}^{\delta_r}(i\Delta t) - \beta_r(i\Delta t)\}^2 \\
 & + \{r_{f_r}^{\delta_r}(i\Delta t) - r_r(i\Delta t)\}^2 \\
 & + \{p_{f_r}^{\delta_r}(i\Delta t) - p_r(i\Delta t)\}^2] \Delta t \quad (33)
 \end{aligned}$$

### 3.2 最大傾斜法

近年自動制御の分野において“最適制御”ということがよくいわれる。そしてこれはいくつかの変数からなるある関数を各変数に課せられた拘束条件のもとで最大あるいは最小にするという数学的な問題に変換される。一般にこのような問題では評価関数と変数との関係は複雑で、その関係を知ることができない場合もある。たとえこの関係が既知であっても解析的に最適解を求めることが困難な場合もある。

このような場合には試行錯誤的な繰り返し計算による方法しかなく、これが極値探索問題といわれるものである。最大傾斜法は極値問題を解く場合の基本的概念である。以下に最大傾斜法について述べる。

まず、 $n$  個の変数  $x_1, x_2, \dots, x_n$  の関数  $J$  を考え、これらの変数について連続な偏微分を有するとする。

$$J(x) = J(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (34)$$

いま

$$\Delta x = (\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n) \quad (35)$$

$$\delta = \sqrt{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2} \quad (36)$$

なる微小距離を動いたとする。すなわち  $J(x + \Delta x)$  を Taylor 展開し 1 次の項までとると

$$J(x + \Delta x) \approx J(x) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial J}{\partial x_i} \Delta x_i \quad (37)$$

$\delta = \text{一定}$  なる条件で (37) 式右辺第 2 項を最大にするには Lagrange の乗数法を使えば次のように求められる。

$$\frac{\left(\frac{\partial J}{\partial x_1}\right)}{\Delta x_1} = \frac{\left(\frac{\partial J}{\partial x_2}\right)}{\Delta x_2} = \dots = \frac{\left(\frac{\partial J}{\partial x_n}\right)}{\Delta x_n} = \text{const} \quad (38)$$

次に、以上のことを 2 変数の最大点探索を例にとり説明する (図 3 参照)。まず A 点から出発するものとし、そこで最大傾斜の方向を探すが、実際には  $\frac{\partial J}{\partial x_i}$  は  $x_i$  を少し変化させてそのときの関数

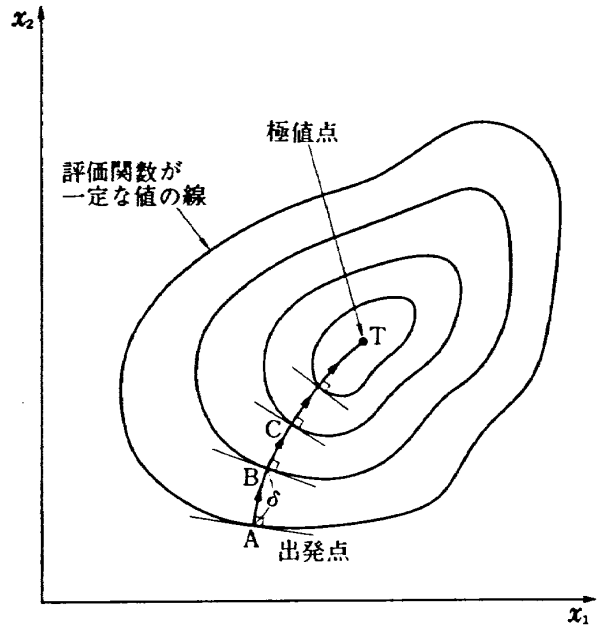


図 3 最大傾斜法

$J$  の変化  $\Delta J$  から求める。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial J}{\partial x_1} & \approx \frac{\Delta J_1}{\Delta x_1} \\
 & = \frac{1}{\Delta x_1} \{J(x_1 + \Delta x_1, x_2) - J(x_1, x_2)\} \quad (39)
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial J}{\partial x_2} \approx \frac{1}{\Delta x_2} \{J(x_1, x_2 + \Delta x_2) - J(x_1, x_2)\} \quad (40)$$

そして

$$\epsilon_{x_1} = \frac{\frac{\Delta J_1}{\Delta x_1}}{\sqrt{\left(\frac{\Delta J_1}{\Delta x_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta J_2}{\Delta x_2}\right)^2}} \delta \quad (41)$$

$$\epsilon_{x_2} = \frac{\frac{\Delta J_2}{\Delta x_2}}{\sqrt{\left(\frac{\Delta J_1}{\Delta x_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta J_2}{\Delta x_2}\right)^2}} \delta \quad (42)$$

だけ移動させて B 点へ到達する。この手順を繰り返すことにより極値点  $T$  へ到達できる。

### 3.3 計算手順

計算のフローチャートを図 4 に示す。なお同図中で  $S_1 \sim S_{11}$  は微係数である。

$$J = J(S_1, S_2, \dots, S_{11}) \quad (43)$$

この表現は (25)~(33) 式とは異なるが、微分方程式の解の唯一性より全く同じものである。この  $S_i$  は (34) 式の  $x_i$  に相当するものであり、具体的には (12) 式の 11 個の微係数にあたることになる。また  $J, J'$  はどちらも評価関数であるが  $J$  はその時点での値、 $J'$  は  $\frac{\partial J}{\partial S_i}$  を計算するために微小量移動した点での値およびこれから進もうとする点での値であり

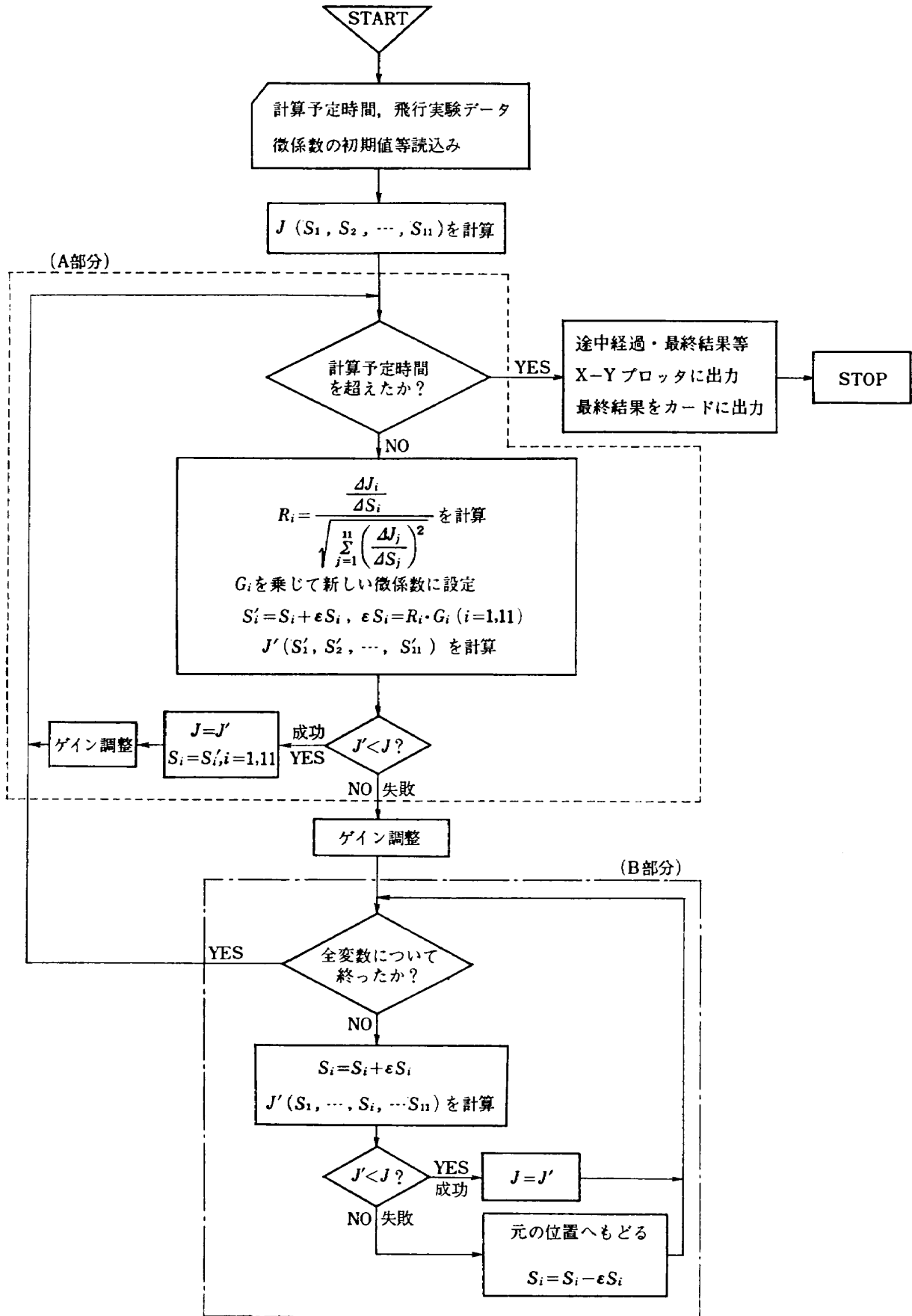


図 4 フローチャート

$J < J$  ならば  $J$  が新しい  $J$  となる。

図4について説明する。

(a) 計算手順は2つの部分に分けることができる。第一は全変数変化法であり、A部分(破線で囲んだ部分)がこれにあたる。第二は単一変数変化法であり、B部分(一点鎖線で囲んだ部分)が相当する。

まず全変数について同時に求められた方向へ変化させ、“成功”の場合は同じA部分内の手順を繰り返すが“失敗”の場合はB部分へ進んで、今度は順次に一変数毎に評価関数の小さくなる方向へ進み、小さくならなければ元に戻る。B部分で11個の変数についてこれを終えたら又A部分の計算へ移る。

$$R_i = \frac{\Delta J_i}{\Delta S_i} \sqrt{\sum_{j=1}^{11} \left( \frac{\Delta J_j}{\Delta S_j} \right)^2} \quad (44)$$

なる  $R_i$  に一定数  $G$  を乗じた  $G \cdot R_i$  移動させるのではなく  $G_i \cdot R_i$  移動させる。いいかえれば  $G_i$  各変数により異なる値をもつ。これは  $\frac{\partial J}{\partial S_i}$  が各変数により100倍以上の開きがあり、かつその値が一定した値となるとは限らないためである。図4で“ゲイン調整”とある部分はこの  $G_i$  を適当な時点毎に調整するサブーチンである。計算の最初に全ての  $G_i$  をある値に設定しておき、計算途中での  $S_i$  の増減の状態等から判断してゲインを変化させる。その内容は次のようなものである。

- i) 3回続けて増加(減少)の方向であればゲインを2倍
- ii) 振動的であればゲインを半分
- iii) 失敗が3回続けばゲインを半分
- (c) 停止はあらかじめ読み込ませた予定計算時間

および sense switch on による。  $J$  の減少率等で判定することは困難であった。

(d) 本プログラムは最終状態をカードに出力させるので、そのカードを最初に読み込ませれば更に計算を続行することができる。

#### 4. 結 果

本方法により行った計算例を2つ紹介する。

(1) 第一の例は、予め微係数を決めそのレスポンスを計算しておき、これを目標値としてマッチングを行ったもので表1に示す。

表1で右端は目標となる微係数で、このレスポンスを前もって計算しておく。この例は、まず全ての微係数を1にして各微係数がスラップ毎にどのように目標値に近づくかを示したもので、計算予定時間は1,000秒であり59ステップまで計算を行っている。評価関数の値は最初の  $\frac{1}{2 \times 10^5}$  に減少している。目標値の微係数によるレスポンスと59ステップ目におけるレスポンスとは図上では全然差異が認められないほどマッチングが行われているのでこの図は省略する。

(2) 次に実際の飛行試験データについて行った計算例を示す。これらは当所のクィーンエア機(図5参照)で実験したもので、速度を140, 130, 120, 110 mile/h の4通りに選び、各速度について補助翼パルス操舵・方向舵パルス操舵を右・左一回づつ行ったものである。求められた微係数の値を表2に示す。図6~図16は各微係数を速度に関してプロットしたもので、図17~図24はそのマッチングの程度を表わす。なお図で  $\delta_a$  は stick 角度を表わし、 $\delta_r$  は pedal の変位を表わす。

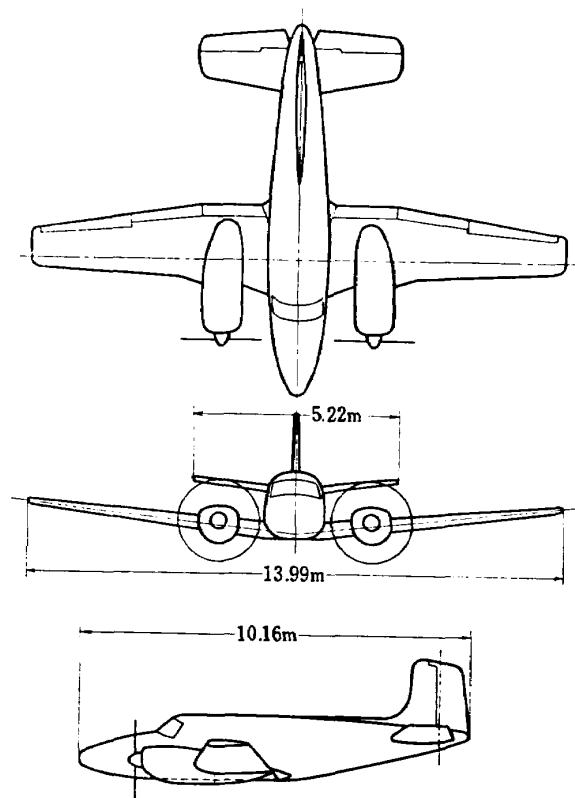
表 1

ステップ	1	10	20	30	40	50	59	目標値
$Y_\beta$	1.0000	0.9030	-0.0146	0.0140	0.0193	0.0230	0.0219	0.0155
$Y_{\delta_r}$	1.0000	-0.0613	0.0262	0.0211	0.0160	0.0095	0.0100	0.0115
$N_\beta$	1.0000	1.3769	2.3153	2.3501	2.3782	2.3809	2.3809	2.3872
$N_r$	1.0000	1.1989	0.5462	0.5017	0.5047	0.5052	0.5044	0.5018
$N_p$	1.0000	0.8468	0.4256	0.3737	0.3624	0.3577	0.3579	0.3537
$N_{\delta_r}$	1.0000	1.1043	0.6535	0.6474	0.6459	0.6438	0.6418	0.6390
$N_{\delta_a}$	1.0000	-0.1152	-0.0899	-0.0972	-0.0978	-0.0989	-0.0992	-0.0993
$L_\beta$	1.0000	1.3109	3.6577	4.6227	4.9831	5.0154	5.0502	5.1140
$L_r$	1.0000	1.4586	0.9695	0.8886	0.7540	0.7108	0.7135	0.7172
$L_p$	1.0000	1.4204	2.3496	3.0709	3.1622	3.2385	3.2385	3.2720
$L_{\delta_a}$	1.0000	0.5496	0.9646	1.1510	1.1713	1.1829	1.1829	1.1930



表 2

速度 実験 番号 微係数	140 mile/h		130 mile/h		120 mile/h		110 mile/h	
	140-1	140-2	130-1	130-2	120-1	120-2	110-1	110-2
$Y_{\beta}$	-0.041	0.371	0.104	0.102	0.130	0.294	0.100	0.232
$Y_{\delta_r}$	0.039	-0.090	0.017	0.002	-0.015	-0.022	0.030	-0.018
$N_{\beta}$	2.659	2.644	2.378	2.572	1.614	1.958	1.444	0.724
$N_r$	0.526	0.102	0.443	0.377	0.528	0.126	0.393	0.426
$N_p$	0.462	0.409	0.247	0.154	0.541	0.259	0.433	0.829
$N_{\delta_r}$	0.778	0.722	0.729	0.666	0.608	0.582	0.492	0.474
$N_{\delta_a}$	0.067	0.220	0.134	0.077	0.154	0.161	0.177	0.195
$L_{\beta}$	7.205	6.347	7.059	7.343	6.481	5.170	4.081	4.774
$L_r$	1.169	0.367	0.748	0.484	0.371	0.813	1.076	0.796
$L_p$	3.333	3.350	3.419	3.606	3.409	2.873	2.471	2.798
$L_{a\delta}$	1.896	2.218	1.877	1.900	1.668	1.632	1.268	1.417



全 幅 13.99m  
 全 長 10.16m  
 全 高 4.32m  
 主翼面積 25.75 m<sup>2</sup>  
 全備重量 3,538 kg

図 5 クイーン・エア機

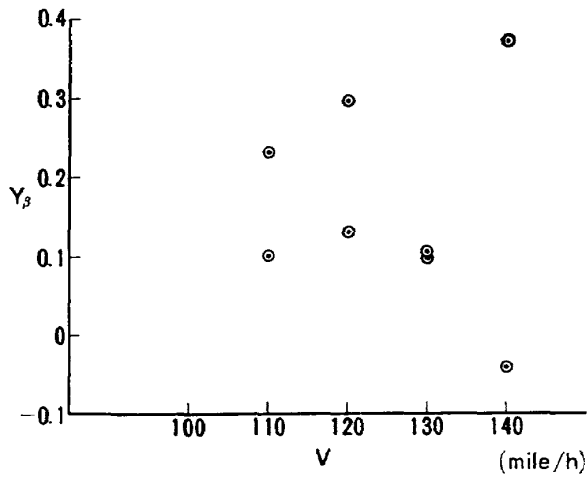


図 6  $Y_{\beta} \sim V$

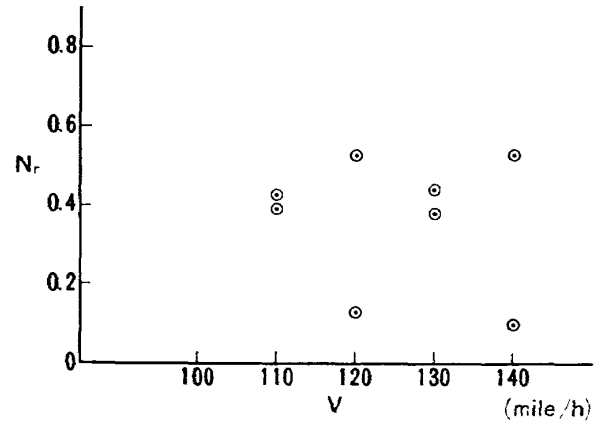


図 9  $N_r \sim V$

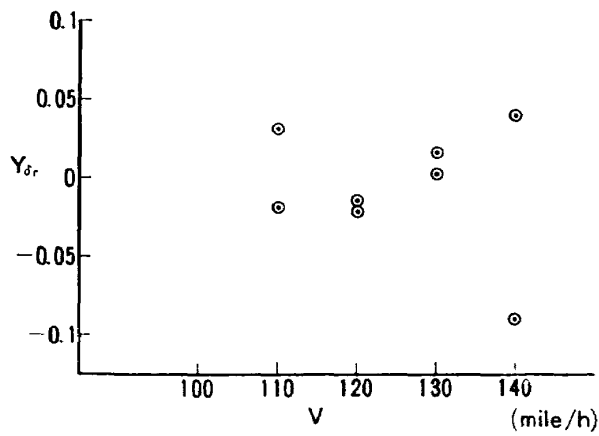


図 7  $Y_{\delta_r} \sim V$

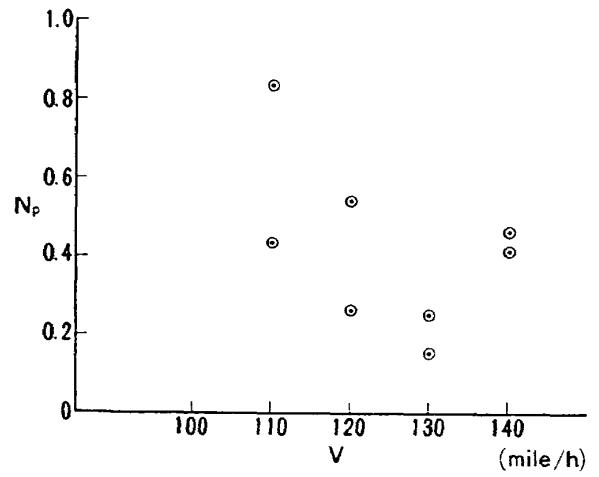


図 10  $N_p \sim V$

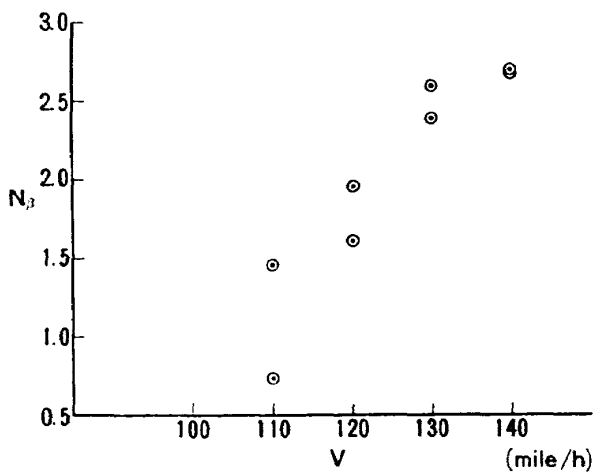


図 8  $N_{\beta} \sim V$

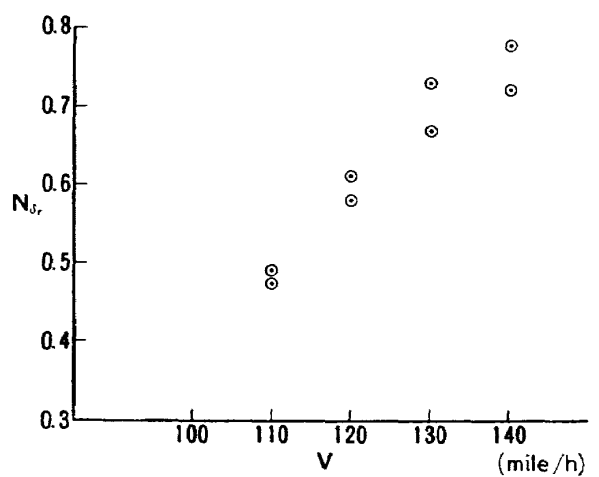


図 11  $N_{\delta_r} \sim V$

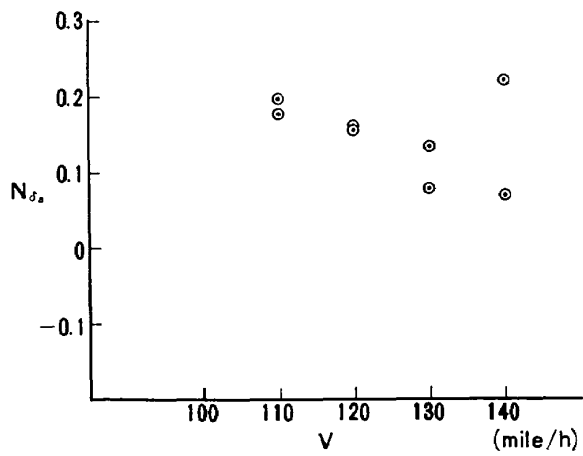


図 12  $N_{\delta_a} \sim V$

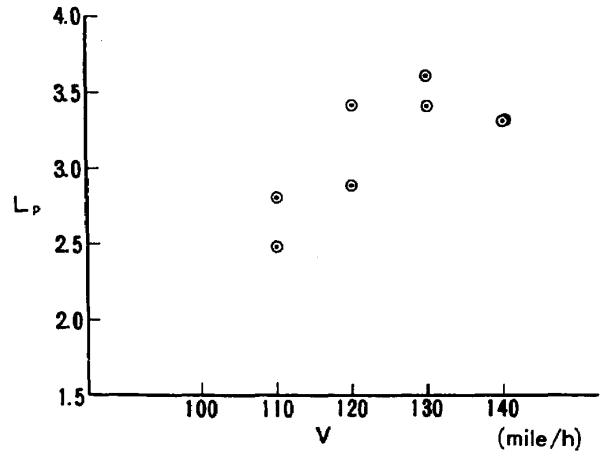


図 15  $L_p \sim V$

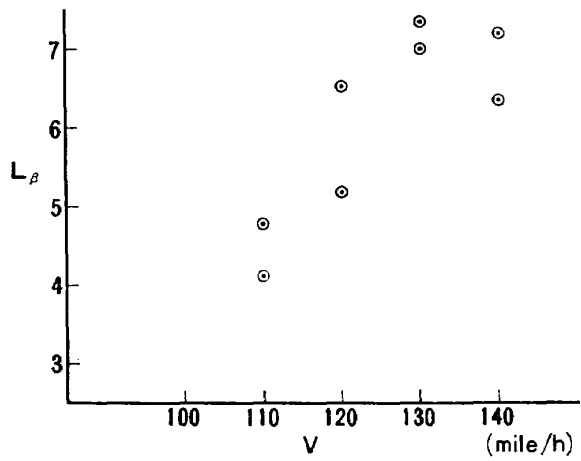


図 13  $L_{\beta} \sim V$

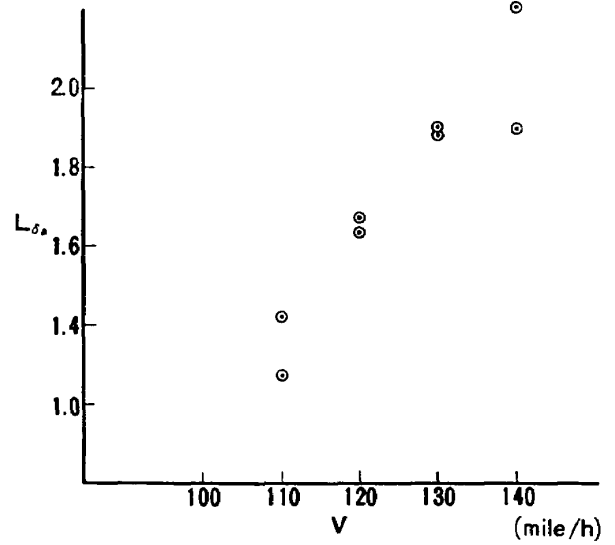


図 16  $L_{\delta_a} \sim V$

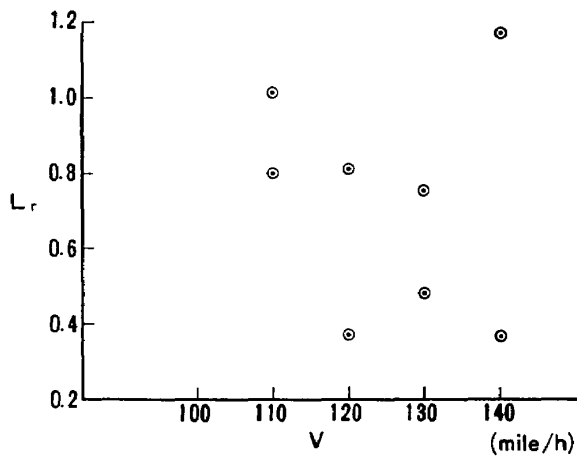


図 14  $L_r \sim V$

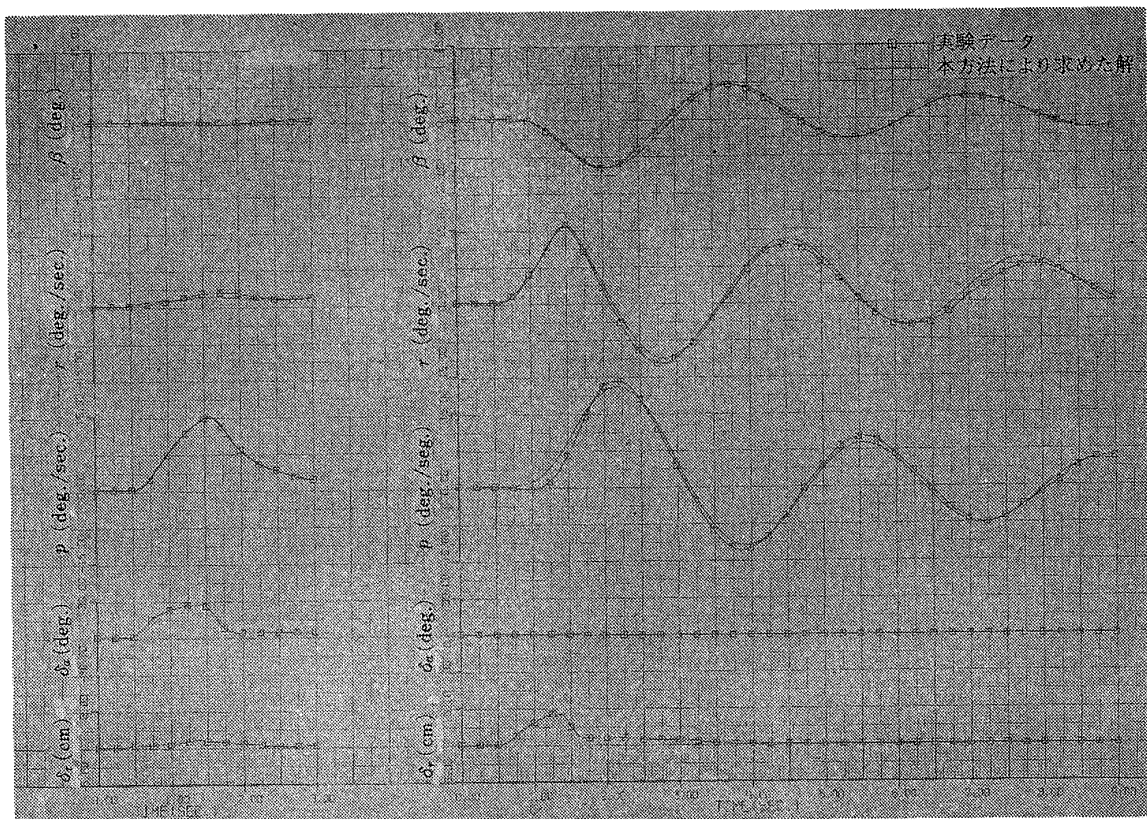


図 17 実験番号 140-1

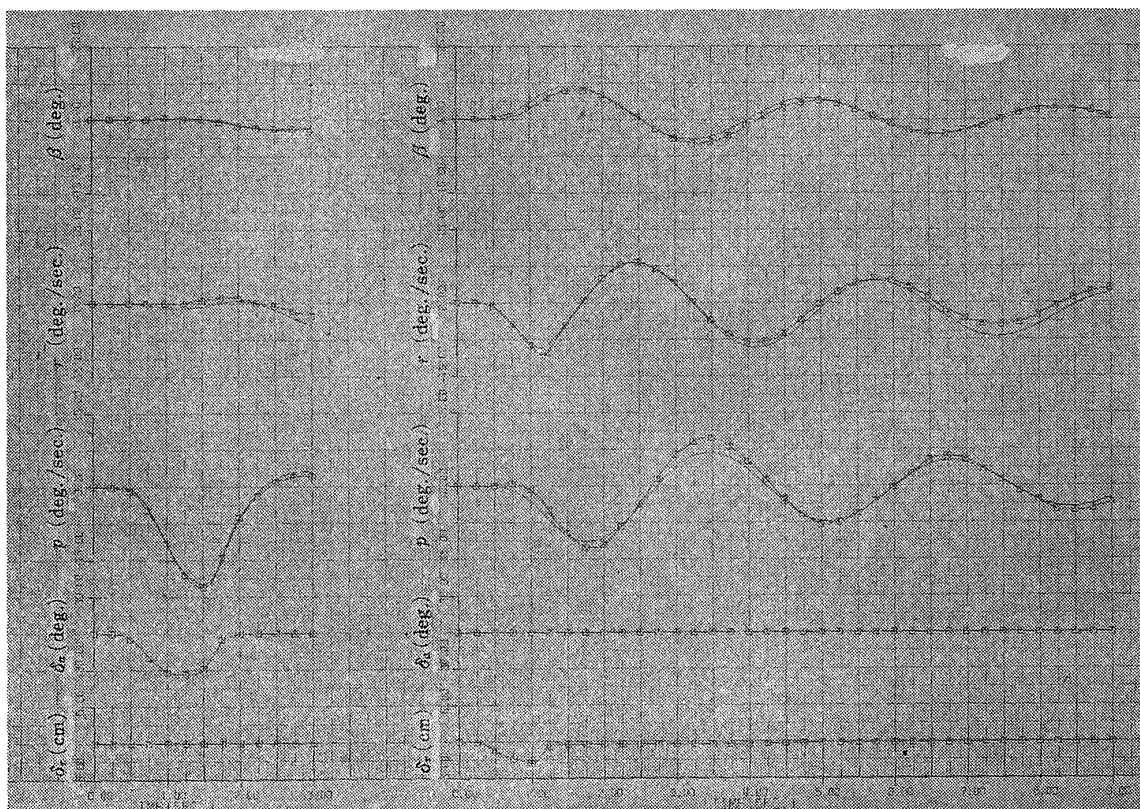


図 18 実験番号 140-2

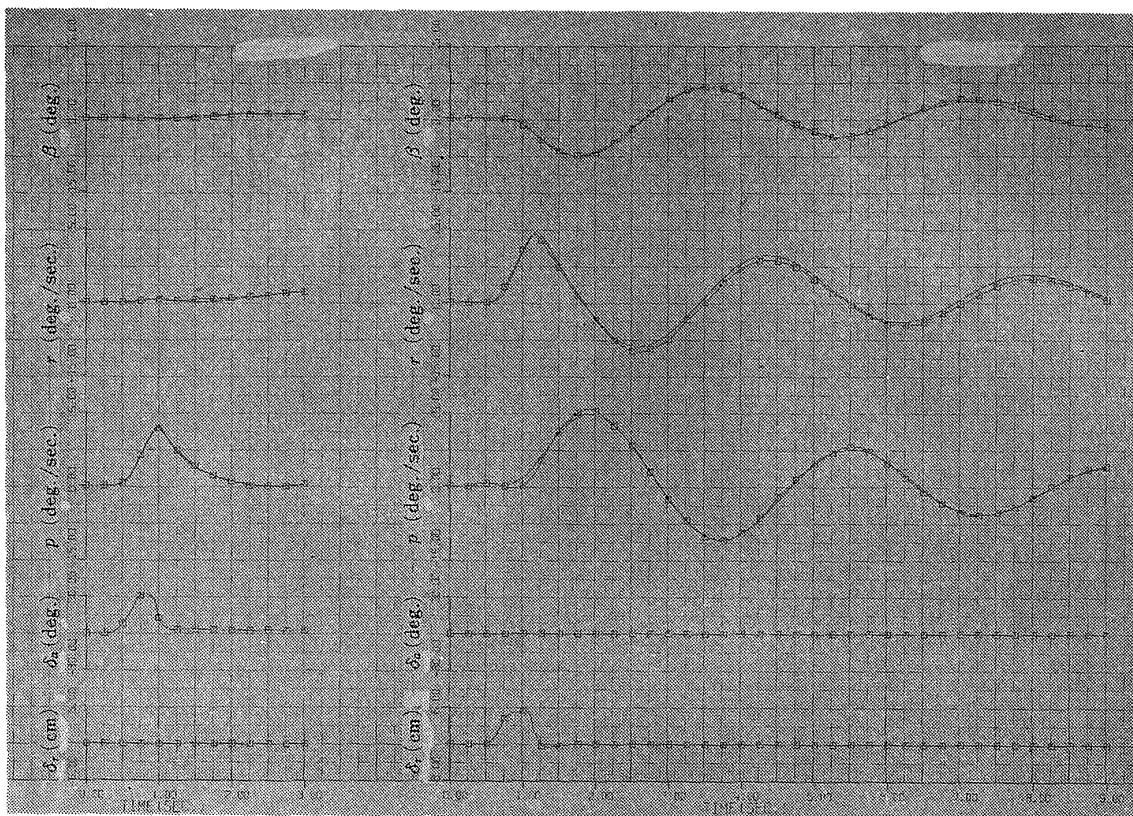


図 19 実験番号 130-1

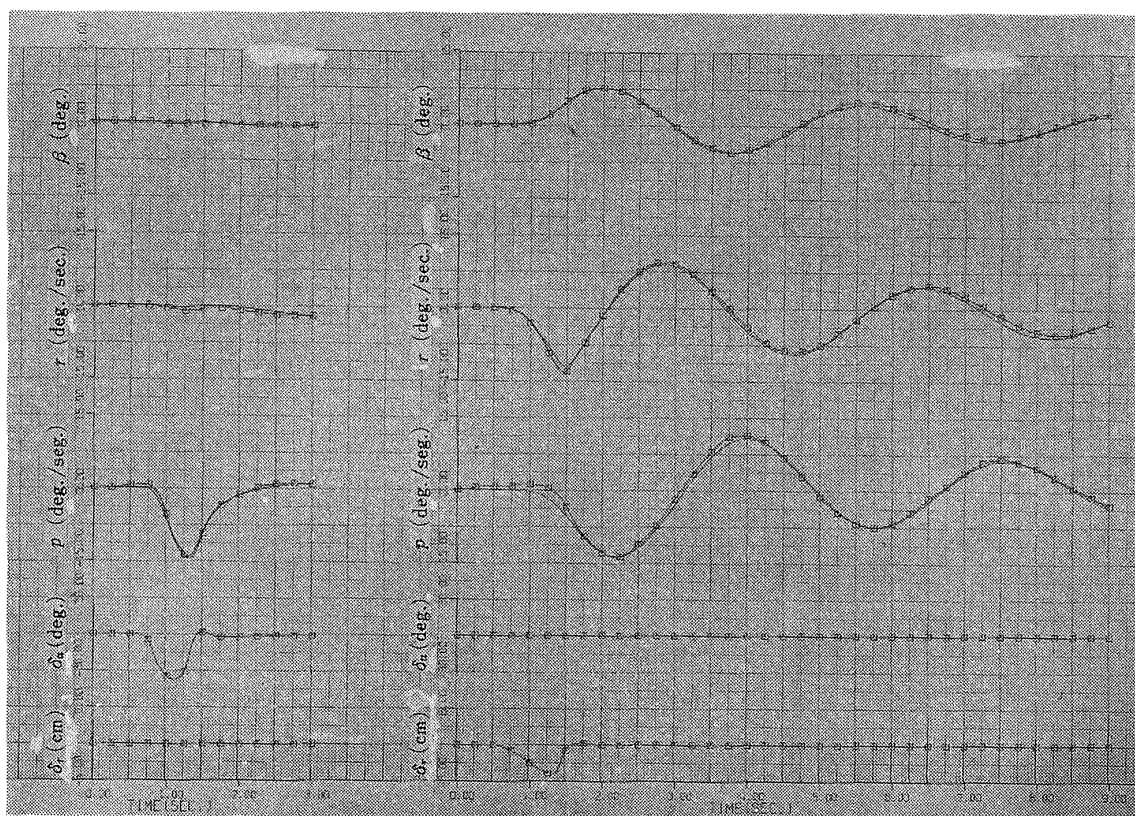


図 20 実験番号 130-2



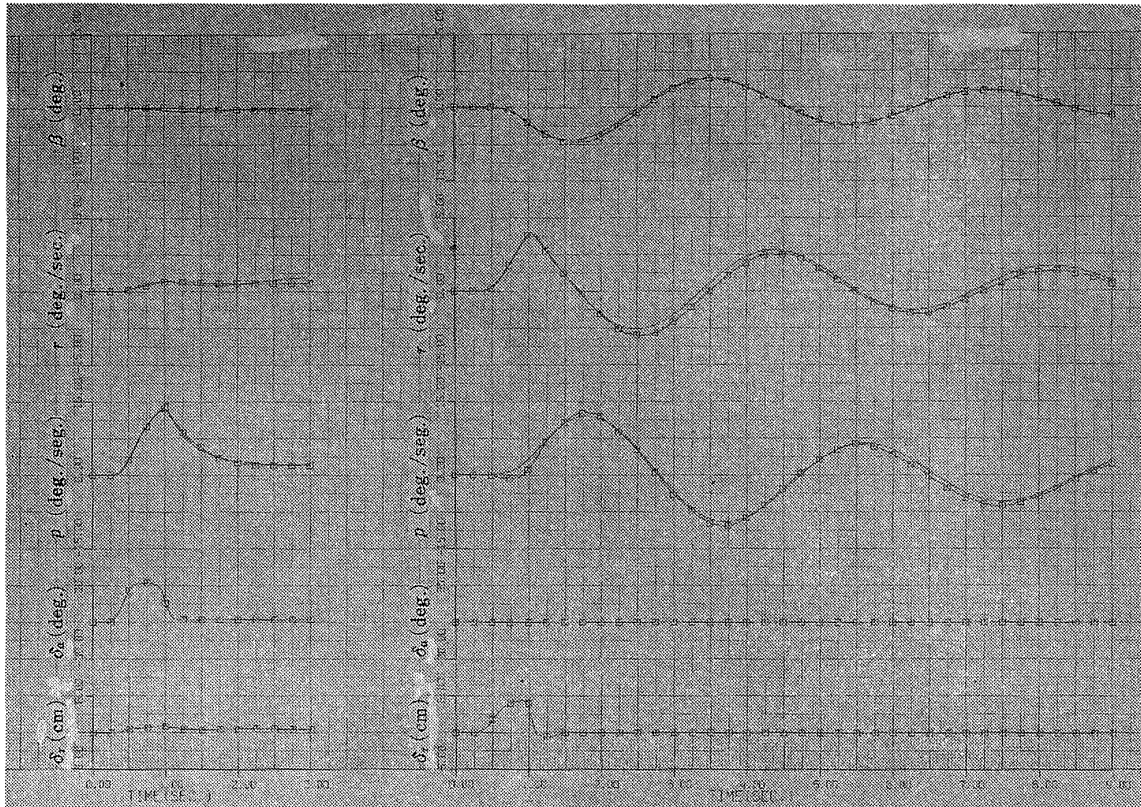


図 21 実験番号 120-1

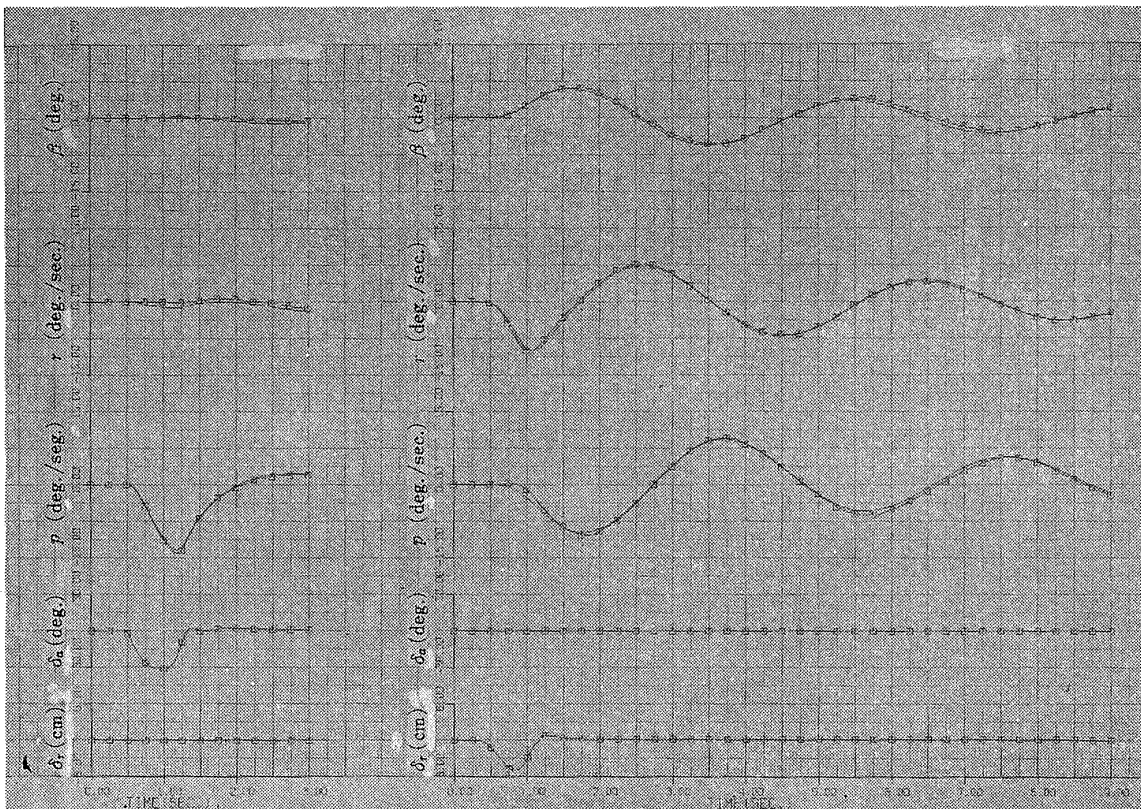


図 22 実験番号 120-2

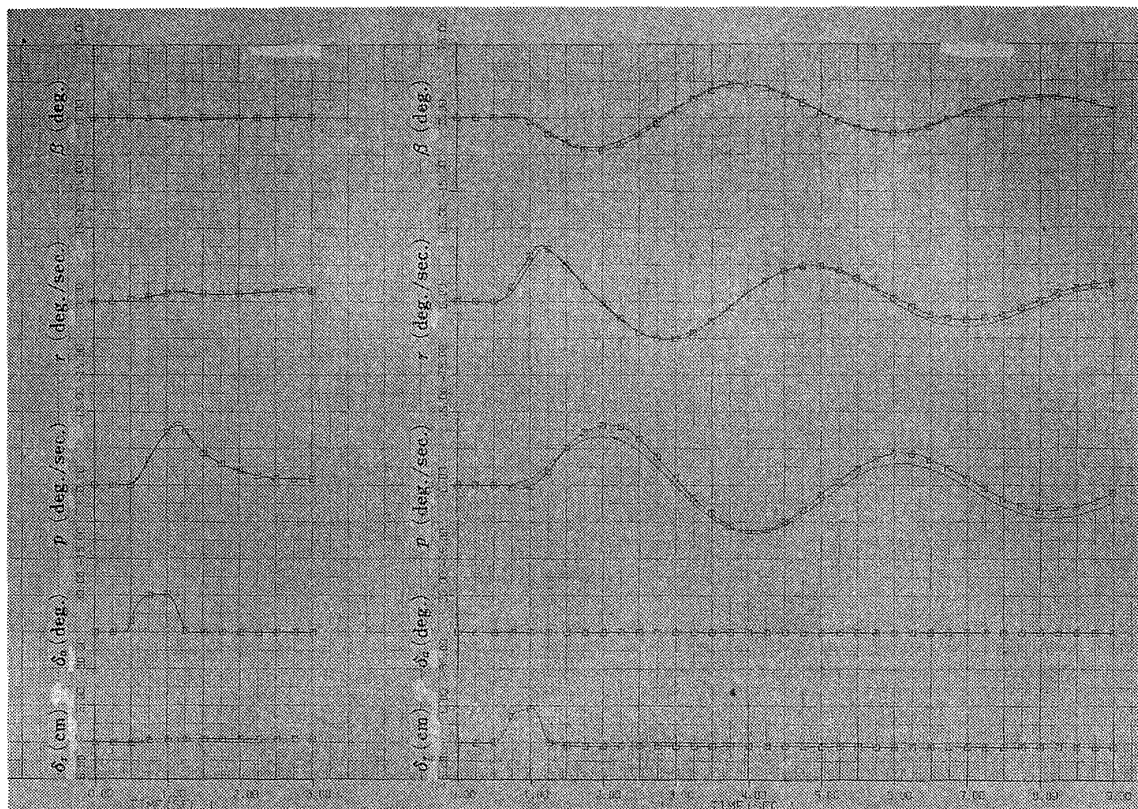


図 23 実験番号 110-1

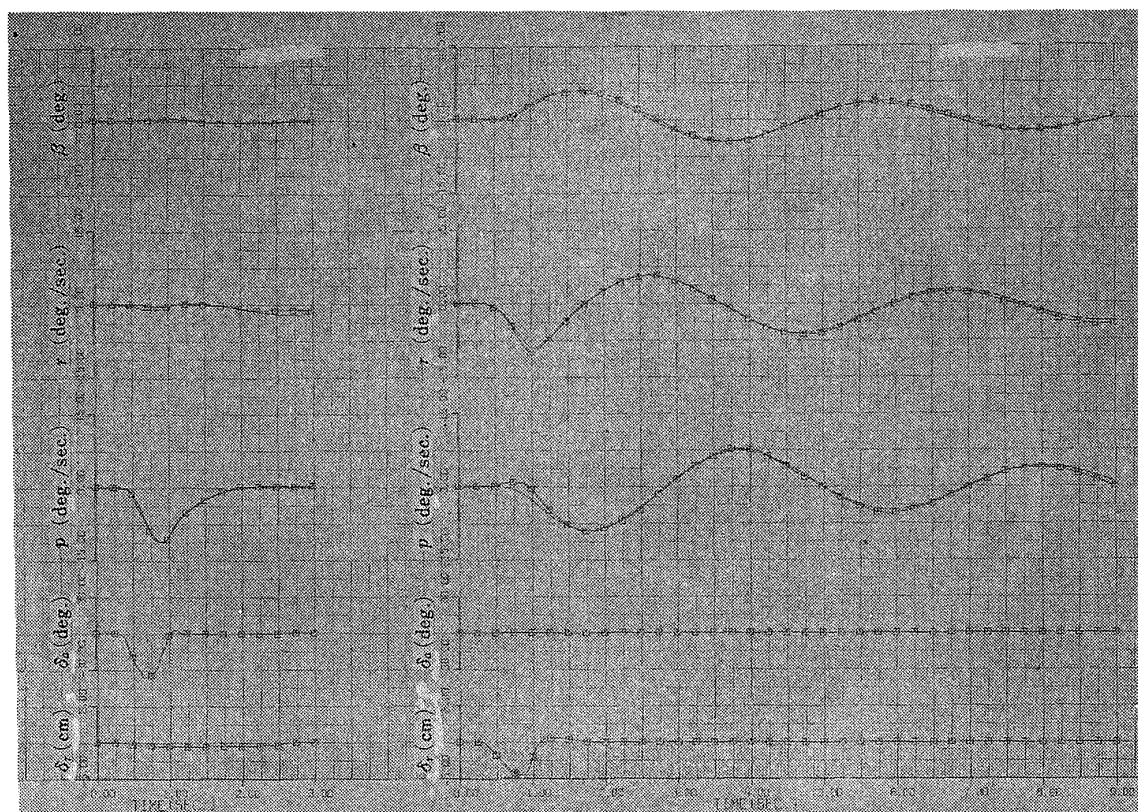


図 24 実験番号 110-1

## 5. 結果の検討と問題点

予め安定微係数を決めておき、それを用いてレスポンスを計算し、その計算値を用いて 3. に示した方法によって行った解析では、表 1 に示すように殆ど完全に正しく安定微係数を求めることができる。つまり外乱が全くなく、計測誤差が 0、そして運動方程式の近似が成り立つときは提案された方法で正しく安定微係数を求められることが判った。

飛行実験で求めた操舵応答のデータを用いて解析した結果は、表 2 に示すように、結果の散らばりはいくらかあるが、 $N_{\beta}$ ,  $N_{sr}$ ,  $L_{\beta}$ ,  $L_p$ ,  $L_{\beta a}$  は比較的よく提案された方法で求まるが、他の  $Y_{\beta}$ ,  $Y_{sr}$ ,  $N_r$ ,  $N_p$ ,  $N_{\beta a}$ ,  $L_r$  はあまりよく求まらないようである。

この原因としては、 $Y_{\beta}$  等は  $\frac{\Delta J}{\Delta Y_{\beta}}$  つまり微係数を变化させたときの評価関数の変化が小さい、いいかえると  $J$  は  $Y_{\beta}$  等による sensitivity が小さいことと、計測されたデータは外乱の影響を含んでいること、計測誤差を含んでいることが互いに関連しているためと考えられる。sensitivity が小さいということは、その安定微係数を求めるには飛行実験データの中の情報量が不足していることが考えられる。

したがって更により結果を得ようとするためには、外乱の少ないときに実験を行うことは勿論であるが、情報量を増やすことが必要であり、更に横方向の加速度を計測することが考えられる。このとき  $Y_{\beta}$  は横方向の加速度のデータから精度良く求まる。このようにして求められた  $Y_{\beta}$  を固定して他の解析を進めることにより他の微係数、例えば  $N_r$  の精度も改善するであろう。

上に述べたとおり、提案された方法によって飛行実験データから運動特性、操舵応答特性にとって重要な安定微係数の多くを求めることができることが判ったが、本方法の欠点の一つとして計算時間が長くなるということが挙げられる。逐次計算で収斂点に充分近い値を

得るのに HITAC 5020F で約 30 分必要である。したがって本方法は特にハイブリッド計算機を用いる時は効力を一層発揮すると考えられる。

終りに、元機体第一部荒木 浩部長（現在東洋大学教授）、飛行実験部高木廣治部長、および飛行実験部矢沢健司技官には終始ご援助をいただいたことを付記する。

## 文 献

- 1) James J. Donegan and Henry A. Pearson; Matrix Method of Determining the Longitudinal Stability Coefficients and Frequency of an Aircraft from Transient Response Flight Data, NACA REPORT 1070
- 2) Shinbrot, Marvin; On the Analysis of Linear and Non-Linear Dynamical Systems from Transient-Response Data, NACA TN 3288
- 3) Greenberg, Harry; A Survey of Methods for Determining Stability Parameters of an Airplane from Dynamic Flight Measurement, NACA TN 2340
- 4) Shinbrot, Marvin; A Least Squares Curve Fitting Method with Applications to the Calculation of Stability Coefficients from Transient-Response Data, NACA TN 2341
- 5) C.B. Tompkins; Method of Steep Descent, E.F. Beckenbach (ed.), Modern Mathematics for the Engineer, Chap. 18, McGraw-Hill, N.Y., 1956
- 6) 福永圭之介; 試行法による多変数最適化制御, 制御工学第 5 巻, 第 1 号, 1961
- 7) Douglass J. Wilde; Optimum Seeking Methods, Prentice-Hall, Inc., 1964
- 8) Chester H. Wolowicz; Consideration in the Determination of Stability and Control Derivatives and Dynamic Characteristics from Flight Data, AGARD REPORT 549-Part 1, 1966
- 9) 藤井克彦, 西村行雄; 極値探索法について, 制御工学第 12 巻, 第 6 号, 1968
- 10) 増淵正美; 最適制御入門, オーム社, 1964



## TR-356 正 誤 表

ページ	行	図, 式	誤	正
2		(2) 式	$\Delta \dot{r}$	$\Delta \dot{p}$
		"	$-L_p$	$+L_p$
		(3) 式	$-N_r$	$+N_r$
		"	$-N_p$	$+N_p$
		(5) 式	$-L_{\delta r}$	$+L_{\delta r}$
		"	$-L_{\delta a}$	$+L_{\delta a}$
		(6) 式	$-L_{\delta a}$	$+L_{\delta a}$
		(7) 式	$+\alpha L_\beta$	$-\alpha L_\beta$
		(8) 式	$-2\zeta_d \omega_d - Y_\beta$	$2\zeta_d \omega_d + Y_\beta$
7 左	21		サブーチン	サブルーチン
7 右	13		スラップ	ステップ
8		表 2	$L_{\alpha\delta}$	$L_{\delta a}$
9		図 11	$N_r \sim V$	$N_{\delta r} \sim V$

---

## 航空宇宙技術研究所報告 356号

昭和49年1月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表) 5182

印刷所 株式会社 東京プレス  
東京都板橋区桜川2-27-12

---

