

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-364

空冷タービン翼の非定常熱応力軽減について

吉田 豊明 ・ 松木 正勝

1974年5月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

## 目 次

1. まえがき .....	1
2. 一次元非定常温度分布 .....	2
2.1 計算方法 .....	2
2.2 適用例 .....	3
2.2.1 概 要 .....	3
2.2.2 計 算 例 .....	3
2.2.3 時定数の定義 .....	5
2.2.4 時定数に影響を及ぼす因子 .....	6
2.3 実 測 例 .....	11
3. 薄肉空冷タービン翼の非定常温度分布計算 .....	14
4. 薄肉空冷タービン翼の非定常熱応力分布計算 .....	17
5. 熱応力軽減について .....	20
6. 考 察 .....	21
7. 結 論 .....	23
おわりに .....	23
主な記号 .....	23
参考文献 .....	24
付録 A 一次元非定常温度分布の解析解 .....	25
1. 基礎方程式	
2. 表面の定常温度	
3. 定常項と非定常項の分離	
4. 非定常項の解析	
5. $Y_n$ の直交性	
6. 非定常温度 $T_N$	
7. 無次元化	
付録 B 実測値からの修正計算に関する補足 .....	28
1. 伝熱計算	
2. ガス温度測定用熱電対の時定数	
3. 翼材の時定数 $\tau_b$ の算出	
4. 熱伝達率の比	

# 空冷タービン翼の非定常熱応力軽減について\*

吉田豊明・松木正勝\*\*

## On the Reduction of Unsteady Thermal Stress in Air Cooled Turbine Blades

By Toyoaki YOSHIDA and Masakatsu MATSUKI

Unsteady temperature distribution and thermal stress distribution of air cooled turbine blades, having thin wall thickness, were calculated under several assumptions. Transient temperature response after a sudden temperature change of the working fluid was approximated by the fundamental equation of one-dimensional heat conduction in the thickness direction, then transient thermal stress of the blade was calculated under the condition that plane remains plane, considering as in a quasi-steady state.

As a result, excessive thermal stress was shown especially at the trailing edge region in a few seconds after a sudden temperature change of the working fluid. The position in which this excessive thermal stress occurred could be connected with the difference of the temperature response at each position of the blade.

When the temperature response was made equally at every part of the blade, the transient thermal stress could be remarkably reduced, where temperature response was determined from the blade surface wall thickness, heat capacity of the blade material and heat transfer coefficients on both sides of the wall. The equality of the temperature response can be actually obtained by giving the blade surface wall thickness distribution corresponding to the heat transfer coefficient distributions. When the blade surface wall thickness obtained from the present method conflicts with the blade profile designed on the basis of the aerodynamic performance, it is necessary to introduce a film cooling or a transpiration cooling to the relevant region. Then the equality of the temperature response is attained without the modification of the blade profile.

This method giving the equality of the temperature response was proposed for the first time by us and applied for a patent.

### 1. まえがき

ガスタービンでは内部冷却式タービン翼の導入によって無冷却翼の場合に可能なタービン入口温度(TIT)よりも一層高い温度で作動させることが可能となり、その結果熱効率の向上、比推力の増大が進められてきた。周知のように航空機用エンジンにおいて空冷翼の最初の実用化が1950年代に行なわれ、その後冷却方式の改良、耐熱合金の開発などによってTITは年当たり約20°Cの割合

で向上して、1970年代に入ってTITが1200°Cを越す例も見られるようになってきている。

しかしながらタービン翼の前縁部、後縁部で亀裂が生じ易いということがなお問題にされるのはこれまでの冷却方式が主として定常運転時において翼の温度を均一に低く保つという方針で研究されてきたためであると思われる。すなわち起動、停止、加減速時のような非定常運転下のタービン翼においては翼材各部の熱容量が違いため温度の応答性に差異が生じ、過大な熱応力が発生するので、定常運転下の熱応力が小さくても亀裂が生じるものと考えられる。この問題は頻繁な離着陸に耐える航

\* 昭和48年12月20日受付

\*\* 原動機部

空機用エンジンの開発において特に重要である。

本研究では対流冷却方式の空冷翼についていくつかの仮定を設けて非定常下の温度分布、熱応力を計算して過大な熱応力が発生する位置、理由について考察した。その結果翼材温度の過渡応答の同一性を考慮した肉厚分布を与えることによって著るしく非定常下の熱応力を軽減できることが明らかになった。

実機翼においては半径方向、円周方向に作動流体の温度分布が一様でなく、エンジンの設計点外の作動時にはノズル翼、動翼共に設計迎え角以外の迎え角となるなど多くの因子が関係して来るが、これらは本研究の仮定に対して二次的な影響を与えるものであり、その補正については今後研究を進めるつもりである。

## 2. 一次元定常温度分布

### 2.1 計算方法

作動流体の状態量に急変が生じた時、空冷タービン翼の温度がどのように応答するかを見るために次のような仮定をする。

- (i) 供試空冷翼は薄肉構造とし、非定常下の熱流は肉厚方向の一次元で扱えるものとする。(翼弦方向、翼高方向への伝導熱量を無視する。)
- (ii) 供試空冷翼の翼外被の曲率を無視し平板として扱う。
- (iii) 翼外被の主流側および冷却空気側の熱伝達率  $\alpha_{gx}$ 、 $\alpha_{cx}$  は翼表面の局所位置においてそれぞれ時間的に一定である。
- (iv) 翼材は等方質であり、物性値(熱伝達率  $\lambda$ 、温度伝達率  $a$ ) は温度に依存しない。

これらの仮定を基にした計算は解析的に解けるので結果が実際の場合の定性的な傾向を損なうことがなければ第1近似として重要な意義を持つ。計算法の導入の前に上記仮定それぞれの事情を簡単に述べる。

仮定(i): 前章で述べたように空冷タービン翼の冷却方式は定常運転時において翼の温度を均一かつ低く保つように研究されてきた。したがって定常状態において翼弦方向、翼高方向への伝導熱量を対流による作動流体との伝熱量に比して無視出来るように冷却方式を選定することが出来るとして議論を進めることはそれほど非現実的ではない。我々の問題とするのは非定常時の温度の応答性であるが、初期値である定常温度分布が翼全体にわたって同一になるほど仮定(i)は合理的になる。

仮定(ii): 板の厚さと翼外被の曲率半径の比が小さいほど平板として扱いかげ出来るから薄肉構造の供試翼では前縁付近を除いた大部分はこの仮定が有効である。前縁

部では分割された微小要素の主流側表面積と冷却空気側表面積の相違が大きいために曲率を考慮した計算による確認が必要であると思われる。

仮定(iii): 作動条件に変化を与えた時(たとえば燃料流量を変えた時)作動流体の状態量が時間的にどのように変わるかを知ること、境界条件の時間依存性が増したことによる数学的な解析の手続きの修正が必要であることなどが予期される。後で実測例を示すように着火時の熱伝達率はかなり変化をし、着火以前と着火後安定してからとでは実測例の場合で対流によるものが着火後20%強増大するばかりでなくふく射の影響によってさらに差が大きくなる。しかし冷却の場合はほとんど差がない。すなわち温度変化のステップがそれほど大きくなければ熱伝達率は一定とみなし得るわけで、実際には着火時を除くすべての作動範囲でこの仮定は定性的に問題がない。

仮定(iv): 異方性の問題に関してはタービン翼が何か特別な構造をとらない限り現在のところ等方質であるとして扱いかげ出来る。他方ここで問題にする物性値は温度の依存性がある。しかし通常よく用いられる耐熱合金における依存の様式は問題となる温度範囲内で単調な変化( $\lambda$ 、 $a$ とも単調増大)をする例が多く、そのような場合代表温度における値で計算を行なった結果は定性的な傾向を損なうことはない。

このように仮定はそれぞれ考慮すべき問題を含んでいるが、結論的にはここに導入する計算方法の結果によって実測値の傾向を定性的に説明することが出来れば、十分目的は達せられるのであって、仮定をさらに考察することは定量的に計算の精度を向上させることになる。

さて以上の仮定によれば着目する微小要素の翼材における温度変化は周知の一次元非定常熱伝導方程式で表わすことができる。

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (1)$$

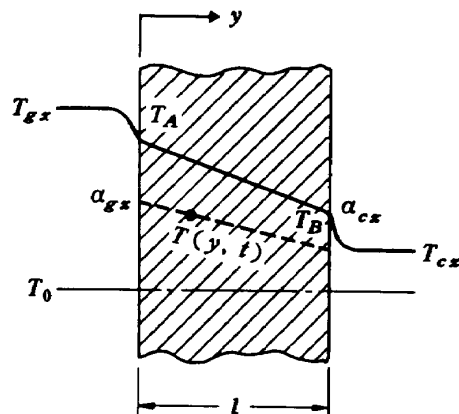


図1 非定常温度の計算モデル

ここに  $T$  : 翼材の温度  $T(y, t)$ ,  $t$  : 時間,  $y$  : 翼材の肉厚方向にとつた座標で主流側表面を  $y=0$  とする。  
 $a$  : 温度伝導率 (≡ 熱伝導率/熱容量 ≡  $\lambda / \rho c_p$ ), なお  $x$  座標は翼外形の前縁よみ点 ( $x=0$ ) から表面に沿って翼弦方向にとる。

図1は着目する微小要素において一次元非定常温度分布の計算を適用した時の説明図である。

供試翼を急激に加熱した場合(II)、急激に冷却した場合(c)に対してそれぞれ境界条件, 初期条件は次のようになる。

急激に加熱した場合(II)

$$\left. \begin{aligned} y=0 \text{ で } \alpha_{gx} (T_{gx} - T|_{y=0}) &= -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \\ y=l \text{ で } \alpha_{cx} (T|_{y=l} - T_{cx}) &= -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=l} \\ t=0 \text{ で } T &= T_0 \\ (t=\infty \text{ で } T &= T_A - (T_A - T_B) \frac{y}{l} ) \end{aligned} \right\} (2)$$

急激に冷却した場合(c)

$$\left. \begin{aligned} y=0 \text{ で } \alpha_{gx} (T|_{y=0} - T_0) &= \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \\ y=l \text{ で } \alpha_{cx} (T|_{y=l} - T_0) &= -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=l} \\ t=0 \text{ で } T &= T_A - (T_A - T_B) \frac{y}{l} \\ (t=\infty \text{ で } T &= T_0 ) \end{aligned} \right\} (3)$$

ここで  $T_{gx}$ ,  $T_{cx}$  : 翼外被の局所位置における主流側冷却空気側のガス温度,  $l$  : 翼外被の肉厚,  $T_0$  : 急激な加熱をする前, あるいは急激な冷却をした後に系全体が保たれる平衡温度,  $T_A$ ,  $T_B$  :  $y=0$ ,  $y=l$  における定常温度でありそれぞれ次式で表わされる。

$$T_A = T_{gx} \left( 1 + \frac{\alpha_{cx} l}{\lambda} + \frac{\alpha_{cx} T_{cx}}{\alpha_{gx} T_{gx}} \right) / \left( 1 + \frac{\alpha_{cx} l}{\lambda} + \frac{\alpha_{cx}}{\alpha_{gx}} \right) \quad (4)$$

$$T_B = T_{gx} \left( 1 + \frac{\alpha_{cx} l}{\lambda} + \frac{\alpha_{cx} T_{cx}}{\alpha_{gx} T_{gx}} \right) / \left( 1 + \frac{\alpha_{cx} l}{\lambda} + \frac{\alpha_{cx}}{\alpha_{gx}} \right) \quad (5)$$

さて方程式(1)の解析解は上記の境界条件, 初期条件(2), (3)のもとでは次のように得られる。

途中の手続きは文献1) 2) に詳しいけれども急激な加熱の場合(II)と急激な冷却の場合(c)の解の関係を明らかにするために巻末に附録として解説を加えることとし, ここでは結果のみを記す。

問題にしている翼材の温度  $T$  は肉厚方向  $y$ , 時間  $t$  の関数であるから  $T = T(y, t)$  と書くことにすれば,

$$\text{加熱の場合(II)} \quad T(y, t) = T_N + T_A - (T_A - T_B) \frac{y}{l} \quad (6)$$

$$\text{冷却の場合(c)} \quad T(y, t) = T_0 - T_N \quad (7)$$

ここで  $T_N$  は  $t=0$  で  $T_N = T_0 - \{T_A - (T_A - T_B) \frac{y}{l}\}$ ,  $t=\infty$  で  $T_N = 0$  なる値をとる温度の非定常項であり, 次式で表わされる。

$$\begin{aligned} T_N = & 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_n^2 t} \\ & \times \frac{\alpha_n \cos(\alpha_n y) + K_g \sin(\alpha_n y)}{(\alpha_n^2 + K_g^2) l + (K_c + K_g)(\alpha_n^2 + K_c K_g) / (\alpha_n^2 + K_c^2)} \\ & \times \left\{ (c_1 + c_2 l + \frac{c_2 K_g}{\alpha_n^2}) \sin(\alpha_n l) - \left( \frac{c_1 K_g}{\alpha_n} - \frac{c_2}{\alpha_n} + \frac{c_2 K_g l}{\alpha_n} \right) \cos(\alpha_n l) + \frac{c_1 K_g}{\alpha_n} - \frac{c_2}{\alpha_n} \right\} \quad (8) \end{aligned}$$

ただし  $c_1 = T_0 - T_A$ ,  $c_2 = (T_A - T_B) / l$ ,  $K_g = \alpha_{gx} / \lambda$ ,  $K_c = \alpha_{cx} / \lambda$ , また  $\alpha_n$  は次に示す固有方程式の正根である。

$$\tan(\alpha_n l) = \frac{(K_c + K_g) \alpha_n}{\alpha_n^2 - K_c K_g} \quad (9)$$

## 2.2 適用例

### 2.2.1 概要

前節で述べた計算方法を適用する例として当所の高温タービン第4次試験体用ノズル翼<sup>3)</sup>を採用して数値計算を実行し翼材の温度はどのような変化を示すか, 周囲流体の温度 ( $T_{gx}$ ,  $T_{cx}$ ), 熱伝導率 ( $\alpha_{gx}$ ,  $\alpha_{cx}$ ), 厚み ( $l$ ), 翼材の物性値などによって応答性はどのように影響を受けるかを考察する。なお第4次ノズル翼は薄肉で翼外被の肉厚が後縁の一部を除いて一定 (約 0.8 mm) である。非定常下の温度, 熱応力を計算するに際しこのノズル翼を採用したのは本報の主題である肉厚分布の設定をする上で肉厚一定の例として, 肉厚分布の異なる他の例との比較に適切だからである。

### 2.2.2 計算例

試みた計算例は表1の通りである。

採用した計算例のCASE1は前記ノズル翼の前縁よみ点近傍における値をとり, CASE2はCASE1の周囲温度を変えた場合, CASE3はCASE2の熱伝導率を変えた場合, そしてCASE4はCASE3の厚みを変えた場合のそれぞれ代表例である。ノズル翼の材質はコバルト基の耐熱合金X-40であり, 物性値は表1に付記した値で代表させる。

図2-1, 図2-2はCASE1, CASE2についての一次元非定常温度分布であり縦軸は無次元温度  $\theta (= (T - T_{cx}) / (T_{gx} - T_{cx}))$ , 横軸は厚み方向の無次元長さ  $y/l$ , パラメータは時間  $t$  である。

主流側, 冷却空気側の熱抵抗 ( $1/\text{熱伝導率}$ ) が翼材部の熱抵抗 (厚み/熱伝導率) に比して大きい (計算例では約27倍) ので翼材内の温度差 ( $T_{y=0} - T_{y=l}$ ) が流

表 1 一次元非定常温度分布の計算例

CASE	l (mm)	$T_{gx}$ $T_{cx}$ ( $= T_0$ ) ( $^{\circ}\text{C}$ )		$\alpha_{gx}$ $\alpha_{cx}$ (Kcal/m <sup>2</sup> h $^{\circ}\text{C}$ )		$\tau$ (sec)	
		$T_{gx}$	$T_{cx}$	$\alpha_{gx}$	$\alpha_{cx}$	y = 0	y = l
1	0.77	1150	500	1360	1520	0.871	0.936
2	0.77	500	100	1360	1520	0.871	0.936
3	0.77	500	100	500	1060	1.639	1.704
4	1.54	500	100	500	1060	3.226	3.481

$a : 4.44 \times 10^{-6}$  (m<sup>2</sup>/s)  $\lambda : 15.0$  (Kcal/m h $^{\circ}\text{C}$ )

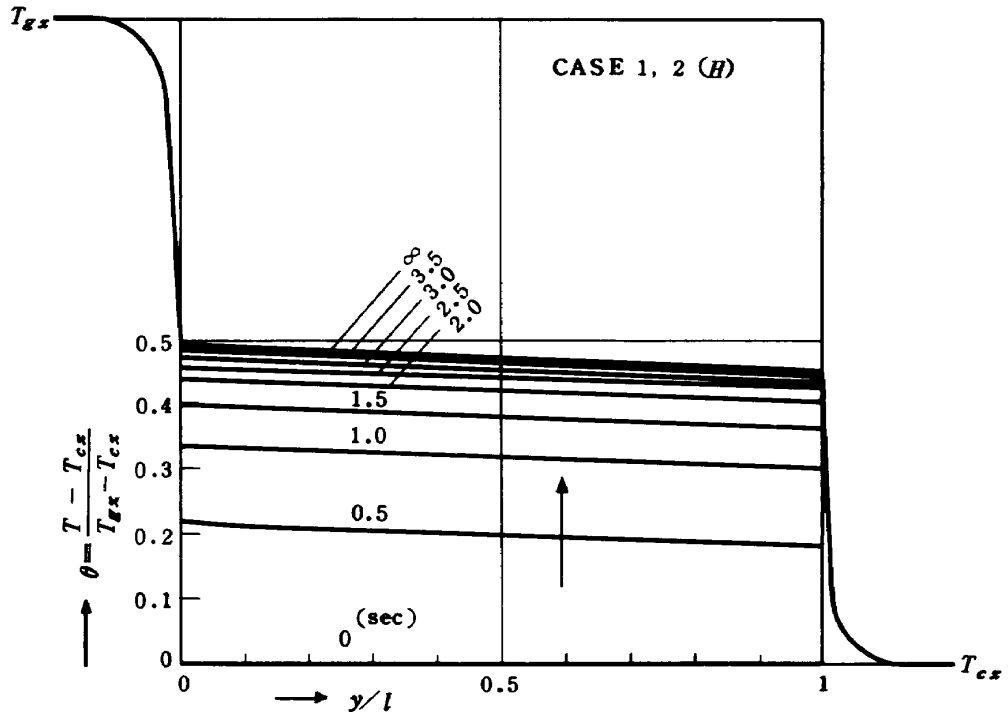


図 2-1 一次元非定常温度分布 (加熱の場合)

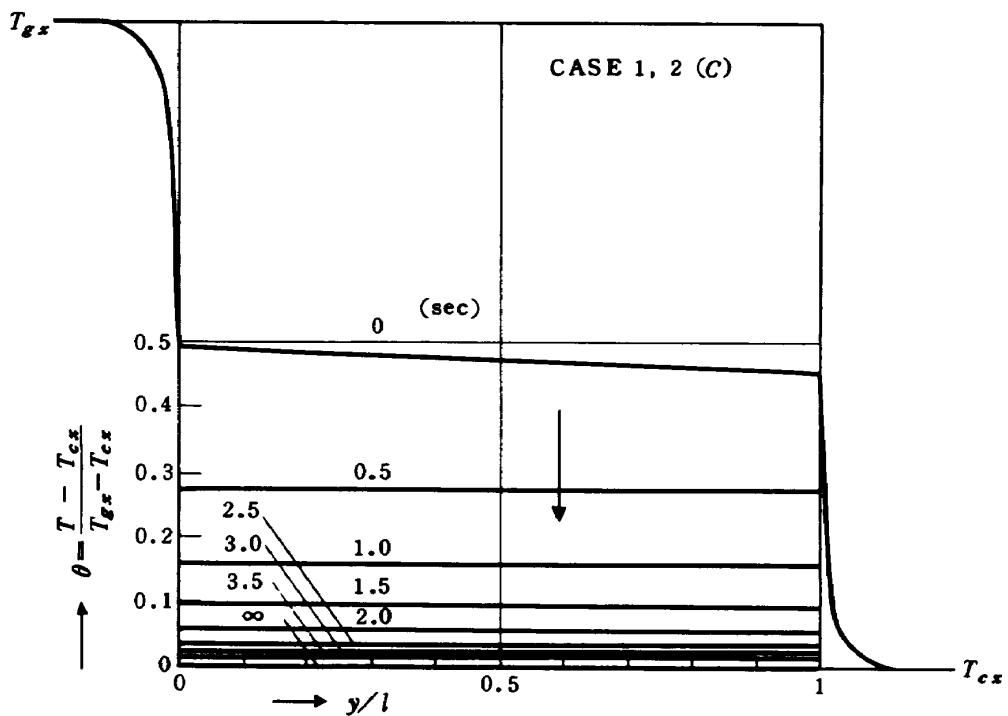


図 2-2 一次元非定常温度分布 (冷却の場合)

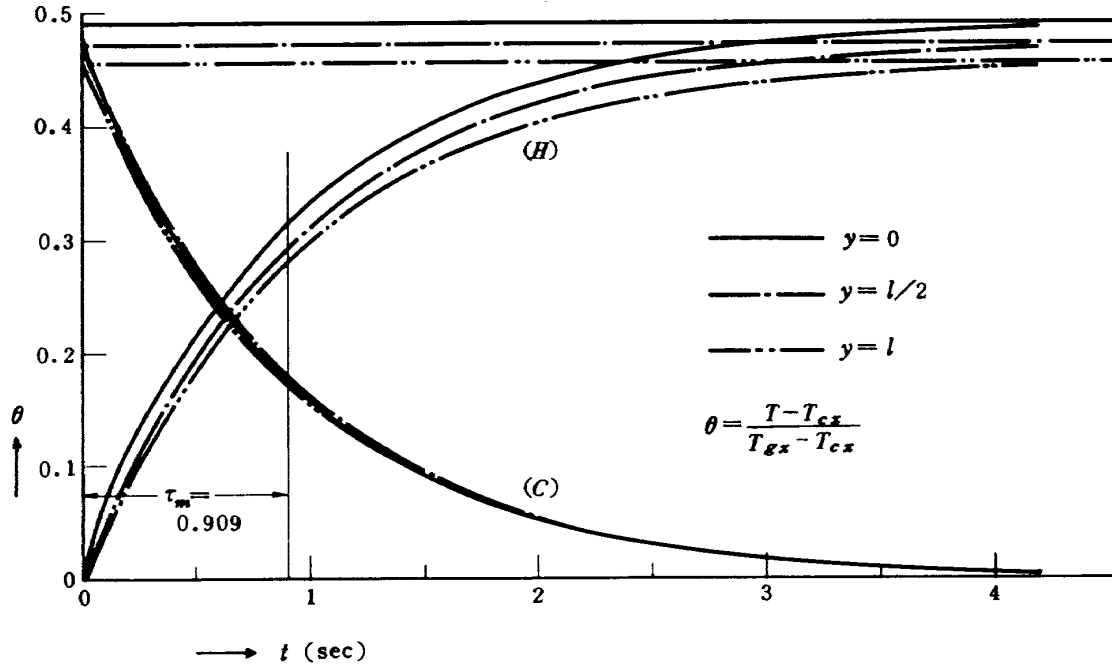


図3 翼材温度の時間的変化 (CASE 1, 2)

体の温度差 ( $T_{gx} - T_{cx}$ ) に比して小さく、かつ分布は直線的である。また  $y=0$ ,  $y=l/2$ ,  $y=l$  における温度の時間的変化を同じく CASE 1, CASE 2 について表わしたものが図3である。縦軸は無次元温度  $\theta$ 、横軸は時間  $t$  であり、図中の  $\tau_m$  は  $y=0$ ,  $y=l/2$ ,  $y=l$  における時定数の算術平均値である。

なお  $T_N$  の計算精度は次式で与えた。

$$|(T_{Ni-1} - T_{Ni}) / T_{Ni}| \leq 0.005 \quad (10)$$

$t=0$ ,  $y=0$  において  $T_N$  は最大値をとり、このとき温度  $T$  の誤差 ( $\Delta T$ ) も最大となる。

$$|\Delta T| \leq 0.005 T_N \leq 0.005 (T_A - T_{cx}) \quad (11)$$

ところで  $(T_A - T_{cx})$  は次式で表わされる。

$$T_A - T_{cx} = (T_{gx} - T_{cx}) \left( \alpha_{cx} + \frac{\lambda}{l} \right) / \left( \alpha_{cx} + \frac{\lambda}{l} + \frac{\lambda}{l} \frac{\alpha_{cx}}{\alpha_{gx}} \right) \quad (12)$$

先に述べたように計算適用例では  $1/\alpha_{cx} \gg l/\lambda$  だから(12)式は近似的に次式となる。

$$T_A - T_{cx} \doteq (T_{gx} - T_{cx}) / \left( 1 + \frac{\alpha_{cx}}{\alpha_{gx}} \right) \quad (13)$$

故に(11)式は次式となる。

$$|\Delta T| \leq (T_{gx} - T_{cx}) \times 0.005 / \left( 1 + \frac{\alpha_{cx}}{\alpha_{gx}} \right) \quad (14)$$

これより計算例の温度の最大誤差は次の通りである。

	絶対誤差 (°C)	相対誤差
CASE 1	1.6	0.0025
CASE 2	1.0	0.0025
CASE 3, 4	0.68	0.0017

他方時定数  $\tau$  の計算は時間の刻み  $\Delta t (= t_j - t_{j-1})$  の間

で直線近似によって求めた。そこで解析解を指数関数曲線とみなせば  $\tau$  の誤差 ( $\Delta \tau$ ) は近似的に評価することができる。計算結果は次の通りである。

$$\Delta \tau \doteq \Delta t \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{T(y, t_j) - T(y, t_{j-1})}{T(y, \infty) - T(y, t_{j-1})} \quad (15)$$

上式はオーダとして次式のオーダと等しい。

$$\Delta \tau \doteq \Delta t \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\Delta t}{\tau} \quad (16)$$

計算例では  $\Delta t = 0.05$  (sec) としたので  $\Delta \tau_{max}$  は次の通りである。

	$\tau_{min}$ (sec)	$\Delta \tau_{max}$ (sec)
CASE 1, 2	0.871	0.0029
CASE 3	1.639	0.0015
CASE 4	3.226	0.0008

### 2.2.3 時定数の定義

(8)式は次のように置ける。

$$T_N = \sum_{n=1}^{\infty} (e^{-a \alpha_n^2 t} \cdot z_n) \quad (17)$$

したがって  $T_N|_{t=0}$  は次のように表わされる。

$$T_N|_{t=0} = \sum_{n=1}^{\infty} z_n = T_0 - \{ T_A - (T_A - T_B) y/l \} \quad (18)$$

(6), (10), (11)式より次式を得る。

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} (e^{-a \alpha_n^2 t} z_n) + T_0 - \sum_{n=1}^{\infty} z_n \quad (19)$$

$z_n = -z_n$  とすれば

$$T - T_0 = \sum_{n=1}^{\infty} z_n (1 - e^{-a \alpha_n^2 t}) \quad (20)$$

一方周知のようにステップ入力に対する一次おくれ応答は次式で表わされる。

$$T = c (1 - e^{-t/\tau}) \tag{21}$$

ここに  $c$  : 定数 (定常値),  $\tau$  : 時定数  
 故に非定常温度 ( $T - T_0$ ) は一次おくれ応答系の重ね合わせと見ることができる。このような事情から翼材温度の応答性を代表する特性値として一次おくれ応答で定義される時定数の考え方を踏襲する。すなわち次式の通り  $T(y, t)$  が定常値  $T(y, \infty)$  の 63.2% に達するまでの時間を時定数  $\tau$  として定義する。

$$\frac{T(y, \tau) - T_0}{T(y, \infty) - T_0} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} z_n (1 - e^{-a_n^2 \tau})}{\sum_{n=1}^{\infty} z_n} = 0.632 \tag{22}$$

$z_n$  は (8), (20) 式より次のように表わせる。

$$z_n = E_n \{ \alpha_n \cos(\alpha_n y) + K_g \sin(\alpha_n y) \} \tag{23}$$

ただし  $E_n$  は  $y, t$  に依存しない。

(22), (23) 式より次式を得る。

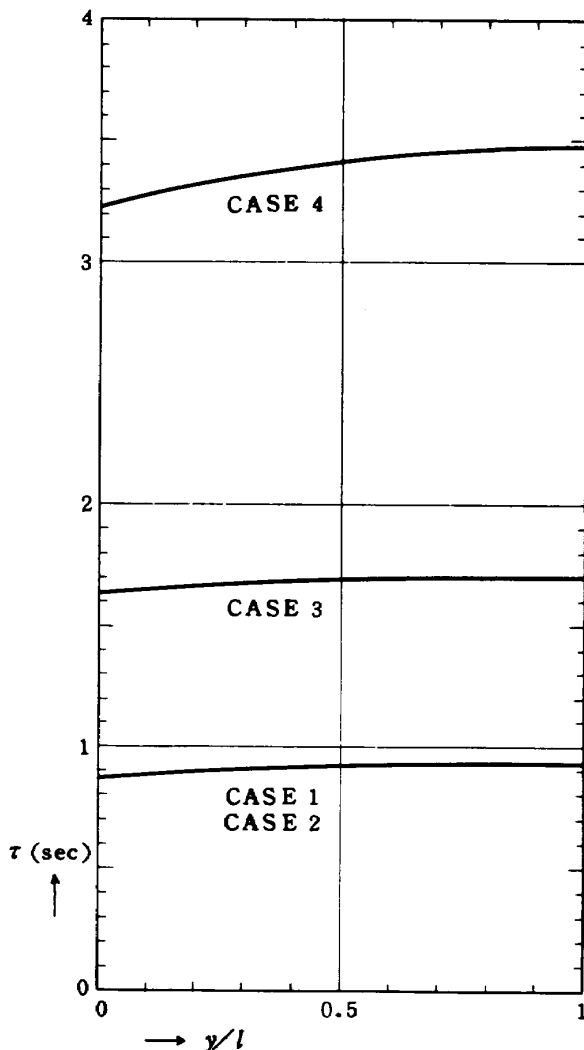


図4 厚み方向の時定数分布

$$\sum_{n=1}^{\infty} E_n (0.368 - e^{-a_n^2 \tau}) \{ \alpha_n \cos(\alpha_n y) + K_g \sin(\alpha_n y) \} = 0 \tag{24}$$

上式が  $0 \leq y \leq l$  で任意の  $y$  に対して成り立つためには  $\tau$  は  $y$  に依存せざるを得ない。

図4は厚み方向 ( $y$  方向) の各点について時定数を計算した結果であって時定数分布の傾向を知ることができる。厚み方向の絶対値の差はそれほど大きくない。図3によれば急激な変化があつて後、経過時間  $t$  の短い期間を除いた他の大部分は一次おくれ応答にきわめてよく似ていることを確認できる。これは (20) 式右辺において  $z_1$  が  $z_2$  以下に比して十分大きく、かつ各項の時定数  $1/a_n^2$  において  $1/a_1^2$  は  $1/a_2^2$  以下に比して大きいからである。ちなみに CASE 1 の場合、次のような値である。

$$z_1 = 289, z_2 = 11.6, z_3 = 2.04 \quad (^\circ\text{C})$$

(ただし  $y=0$ )

$$\tau_1 = 0.950, \tau_2 = 0.0133, \tau_3 = 0.0036$$

#### 2.2.4 時定数に影響を及ぼす因子

簡単のために最初  $T(y, t)$  は厚み方向の変化を問わず一定値  $T_b$  で代表させる (この一定は前述のように翼材部の熱抵抗が小さいとき有効である)。図1に示す記号を用いれば、微小時間  $dt$  の間に翼材部に蓄積される熱量を考慮することによって次式を得る。

$$dT_b \cdot l \cdot r c_p = \{ \alpha_{gx} (T_{gx} - T_b) - \alpha_{cx} (T_b - T_{cx}) \} dt \tag{25}$$

ここに  $r$  : 翼材の比重量,  $c_p$  : 翼材の比熱  
 上式を変形、整理して、

$$\frac{dT_b}{dt} + \frac{\alpha_{gx} + \alpha_{cx}}{l r c_p} T_b = \frac{\alpha_{gx} T_{gx} + \alpha_{cx} T_{cx}}{l r c_p} \tag{26}$$

この式の解は次式で表わされる。

$$T_b = K \cdot \exp\left(-\frac{\alpha_{gx} + \alpha_{cx}}{l r c_p} t\right) + \frac{\alpha_{gx} T_{gx} + \alpha_{cx} T_{cx}}{\alpha_{gx} + \alpha_{cx}} \tag{27}$$

ここに  $K$  : 定数

すなわち

$$\tau = l r c_p / (\alpha_{gx} + \alpha_{cx}), \tag{28}$$

$$T_{b\infty} = (\alpha_{gx} T_{gx} + \alpha_{cx} T_{cx}) / (\alpha_{gx} + \alpha_{cx}) \tag{29}$$

$$T_b|_{t=0} = T_{b0} \tag{30}$$

とおけば

$$K = T_{b0} - T_{b\infty} \tag{31}$$

したがって次式を得る。

$$T_b - T_{b0} = (T_{b\infty} - T_{b0}) (1 - e^{-t/\tau}) \tag{32}$$



これからたゞちに時定数は(28)式で表わされることを知る。(25)式は急激な加熱の場合について成り立つ式であるが急激な冷却の場合については次式となる。

$$-dT_b \cdot l \cdot r c_p = \{ \alpha_{gx}(T_b - T_{gx}) + \alpha_{cx}(T_b - T_{cx}) \} dt \quad (25')$$

この式は(25)式と全く同一式であるから時定数も同一である。

さて(20)式から第  $n$  番目の時定数は  $\tau_n = 1/a \alpha_n^2$  であるから  $\tau_n$  について考察する。

$\alpha_n$  は固有方程式(9)から得られるが解析的な手続きにしても数値計算にしても  $\alpha_n$  を無次元化した形 ( $\xi_n = \alpha_n l$ ) で考察した方が容易である。(付録(9')式)

$$\tan \xi_n = (B_c + B_g) \xi_n / (\xi_n^2 - B_c B_g) \quad (9')$$

ここに  $B_c = K_c l = \alpha_{cx} \cdot l / \lambda$ ,  $B_g = K_g l = \alpha_{gx} l / \lambda$  (9') 式を数値計算適用例 CASE 1, CASE 2 についてグラフにしたものが図5である。したがって近似的に  $\xi_n$

は次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} \xi_1 &\doteq (B_c + B_g)^{\frac{1}{2}} \\ \xi_2 &\doteq \pi \\ &\vdots \\ \xi_n &\doteq (n-1)\pi \end{aligned} \quad (33)$$

一方  $\tau_n$  は次式で与えられる。

$$\tau_n = l^2 / a \xi_n^2 \quad (34)$$

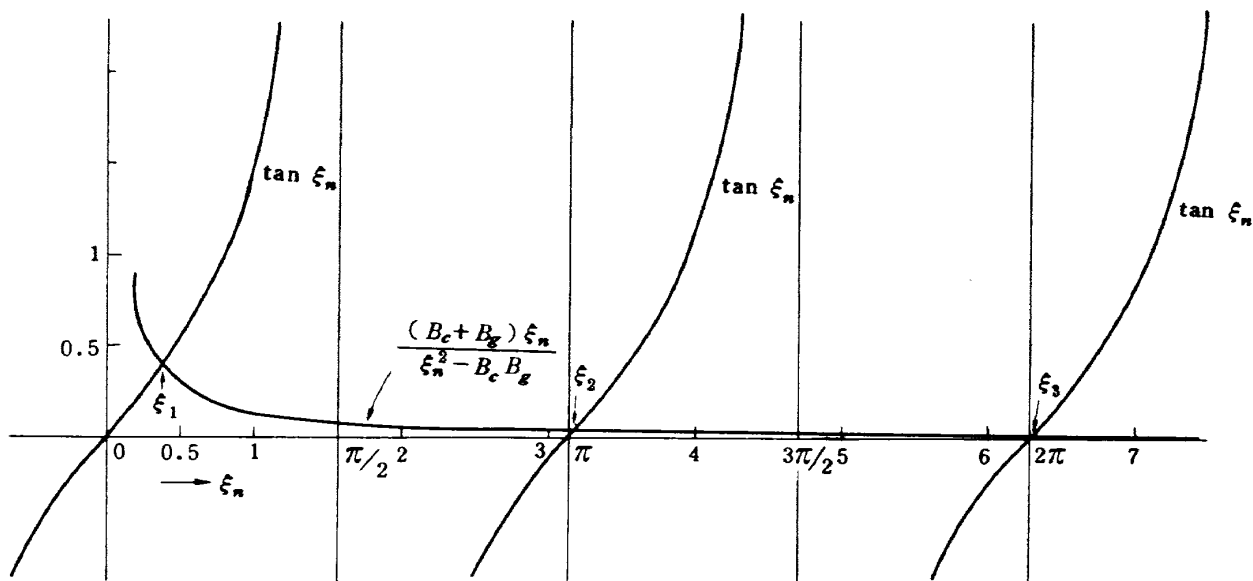
故に  $\tau_n$  は次のようになる。

$$\begin{aligned} \tau_1 &\doteq l^2 / a (B_c + B_g) = l r c_p / (\alpha_{gx} + \alpha_{cx}) \\ \tau_2 &\doteq l^2 / a \pi^2 \\ &\vdots \\ \tau_n &\doteq l^2 / a (n-1)^2 \pi^2 \end{aligned} \quad (35)$$

数値計算した結果は次の通りである。

$$\tau_1 = 0.903, \tau_2 = 0.0135, \tau_3 = 0.0038, \dots, \text{ (sec)}$$

これから  $\tau_1$  は(28)式と同一であり、かつ  $\tau_2$  以降は  $\tau_1$  に比してオーダーとして微小であることを知る。このよ  
うな事情から時定数は近似的に式(28)で表わされる。



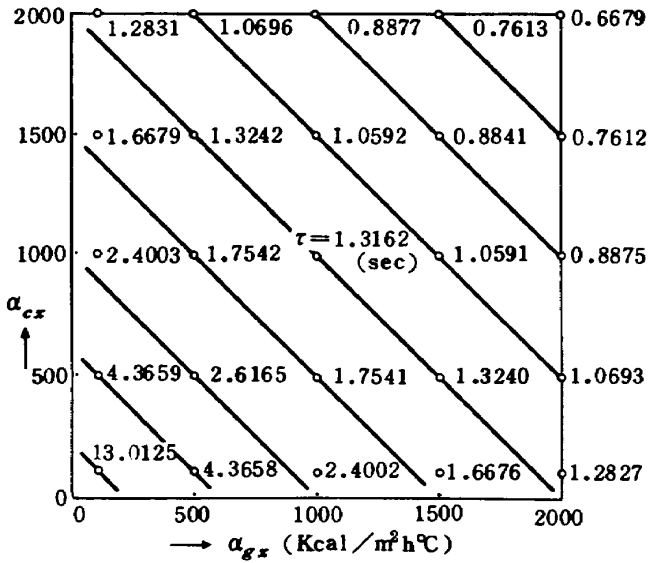
CASE 1, 2	{	$\alpha_{cx} : 1520 \text{ Kcal/m}^2 \text{ h}^\circ\text{C}$	$l : 0.77 \text{ mm}$	$B_c : 0.0780$
		$\alpha_{gx} : 1360$	$\lambda : 15 \text{ Kcal/m h}^\circ\text{C}$	$B_g : 0.0698$
			$a : 4.44 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	

図5 固有値の確認

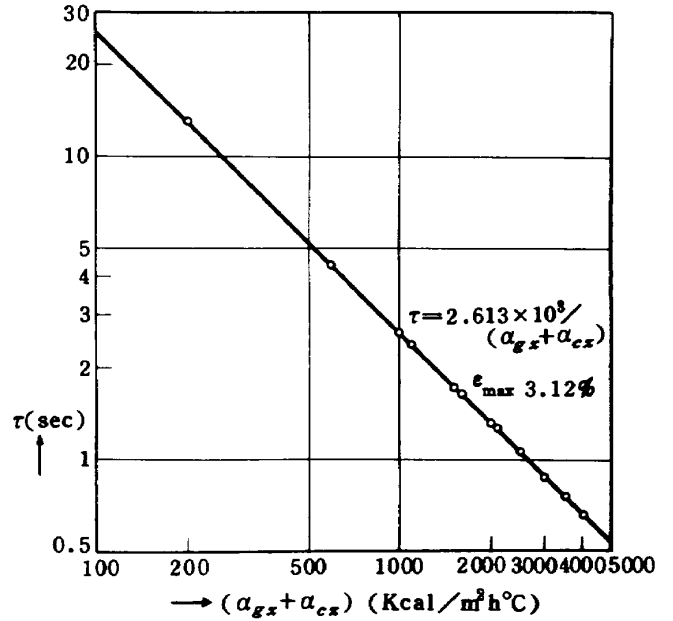
以下に厳密解(式(6)~(9))の数値計算による時定数について述べる。計算例は基本的にはCASE 1, CASE 2をとる。すなわち次の条件を与える。 $l = 0.77$  (mm),  $T_{gx} = 1150$  ( $^\circ\text{C}$ ),  $T_{cx} = 500$  ( $^\circ\text{C}$ ),  $T_0 = 500$  ( $^\circ\text{C}$ ),  $a = 4.44 \times 10^{-6}$  ( $\text{m}^2/\text{s}$ ),  $\lambda = 15$  ( $\text{Kcal/m h}^\circ\text{C}$ ),  $\alpha_{gx} = 1360$  ( $\text{Kcal/m}^2 \text{ h}^\circ\text{C}$ ),  $\alpha_{cx} = 1520$  ( $\text{Kcal/m}^2 \text{ h}^\circ\text{C}$ )。前節で述べたように時定数は厚み方向に変化をすることが著しい差異はないのでここでは厚みの中心 ( $y = l/2$ ) における時定数を代表値として考察する。

図6-(a), (b)は熱伝達率 ( $\alpha_{gx}$ ,  $\alpha_{cx}$ ) の効果を示す。他の条件は前記の値をとった。図6-(b)より  $\tau = a_1 / (\alpha_{gx} + \alpha_{cx})$  とみなして係数  $a_1$  を最小自乗法により求めると  $a_1 = 2.613 \times 10^3$  を得る。しかるに式(28)から  $a'_1 = l r c_p$  で表わされ、上記条件を代入すると  $a'_1 = 2.601 \times 10^3$  となる ( $a_1/a'_1 = 1.0046$ )。すなわち式(28)  $\tau = l r c_p / (\alpha_{gx} + \alpha_{cx})$  はほぼ満足されている。

次に図7は厚み( $l$ )の影響を示す。 $\tau = a_2 l$  として同様に最小自乗法によると  $a_2 = 1.218$  を得る。式(28)から  $a'_2$



(a)



(b)

図 6 熱伝達率と時定数

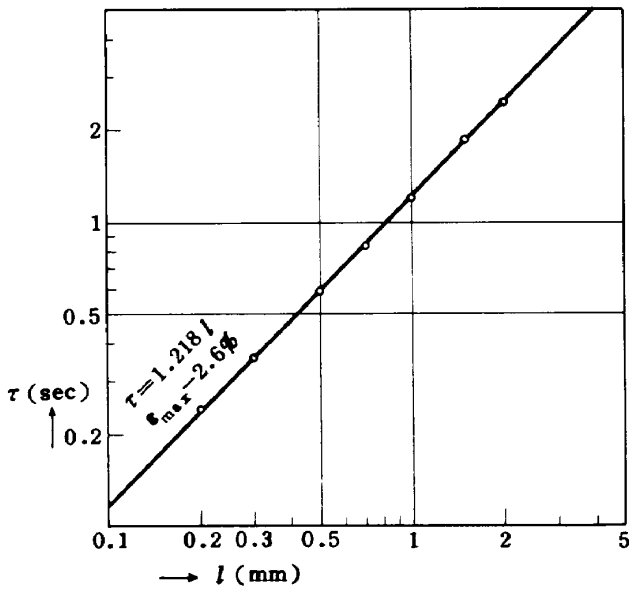


図 7 厚みと時定数

$= r c_p / (\alpha_{gx} + \alpha_{cx})$  であり数値は  $a_2' = 1.173$  ( $a_2/a_2' = 1.0383$ )。したがって厚みに関しても明らかに式(28)は満足されている。

さて図 8 は熱伝導率( $\lambda$ )の影響を表わす。(28)式によれば  $\tau$  は  $\lambda$  に依存しないが図では  $\lambda$  が小さくなると  $\tau$  が増大する傾向を示している。図に示す結果は  $\lambda = r c_p / a$  なる関係から熱容量 ( $r c_p$ ) の影響は別に考察することにして、つまりここでは  $r c_p$  を一定として、温度伝導率 ( $a$ ) を  $\lambda$  の変化に対応させて計算したものである。(28)式を誘導した基礎式は(25)式であるが、異材部の熱抵抗 ( $l/\lambda$ ) が大きくなるほど、すなわち  $\lambda$  が小さくなるほど異材部の温度 ( $T_b$ ) は厚み方向に変化する度合が大き

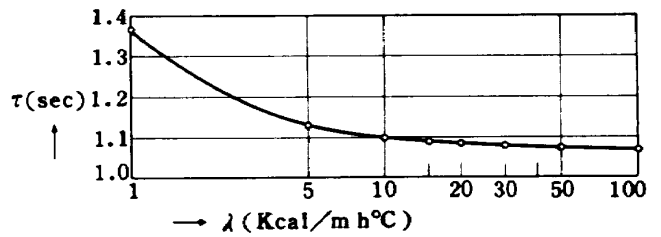


図 8 熱伝導率と時定数

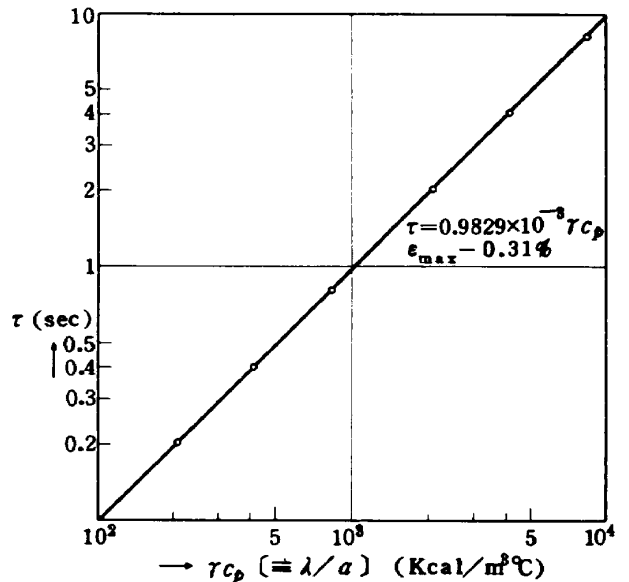


図 9 熱容量と時定数

くなるから(25)式では近似し得なくなる。しかしタービン翼の素材に用いられるコバルト基、ニッケル基の耐熱合金はそのほとんどが常温から 1000 °C の範囲で熱伝導率が 7~25 Kcal/m h °C を示す。したがって図 8 によれ

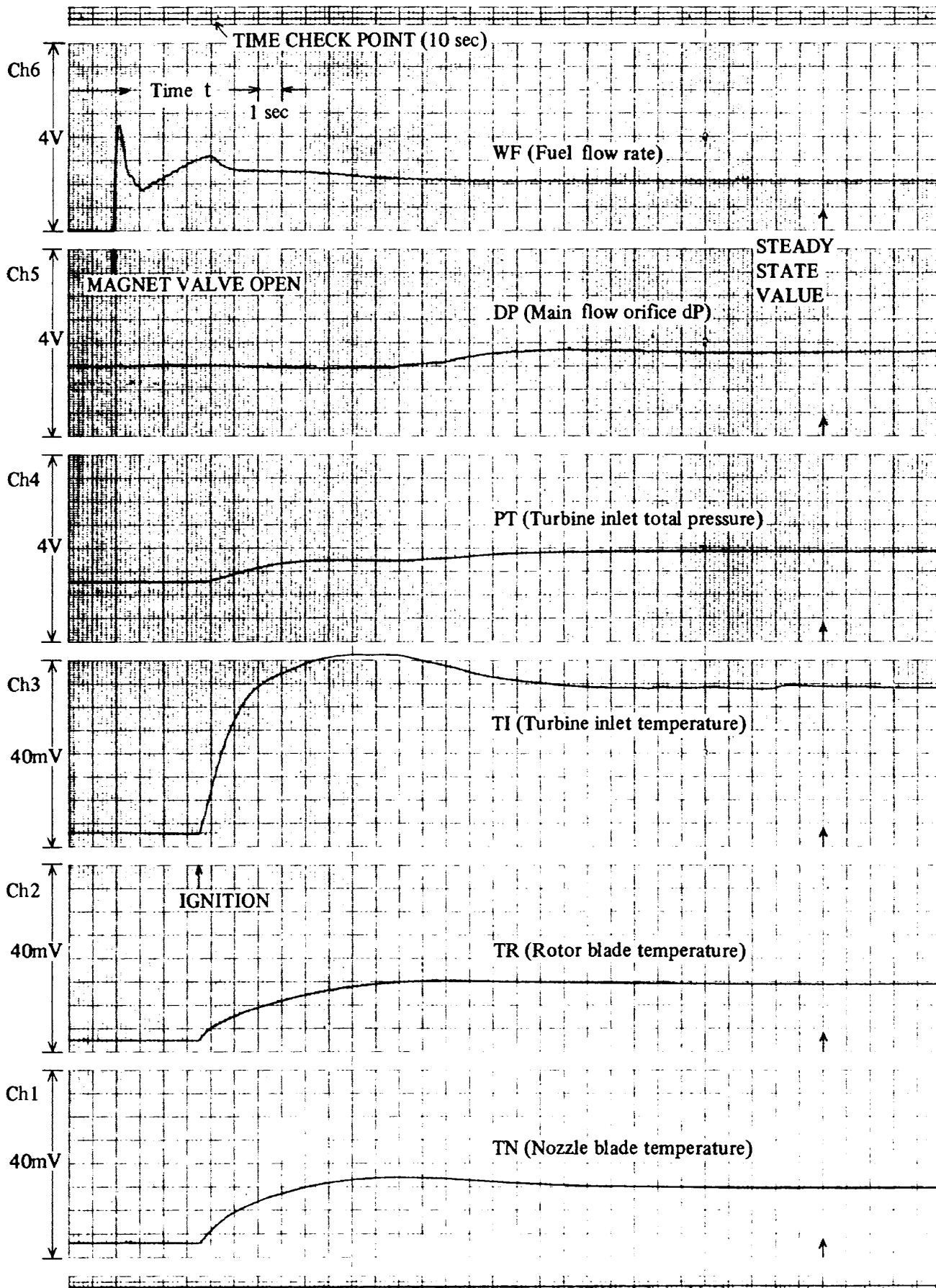


図 10-1 非定常温度実測例 (加熱の場合)

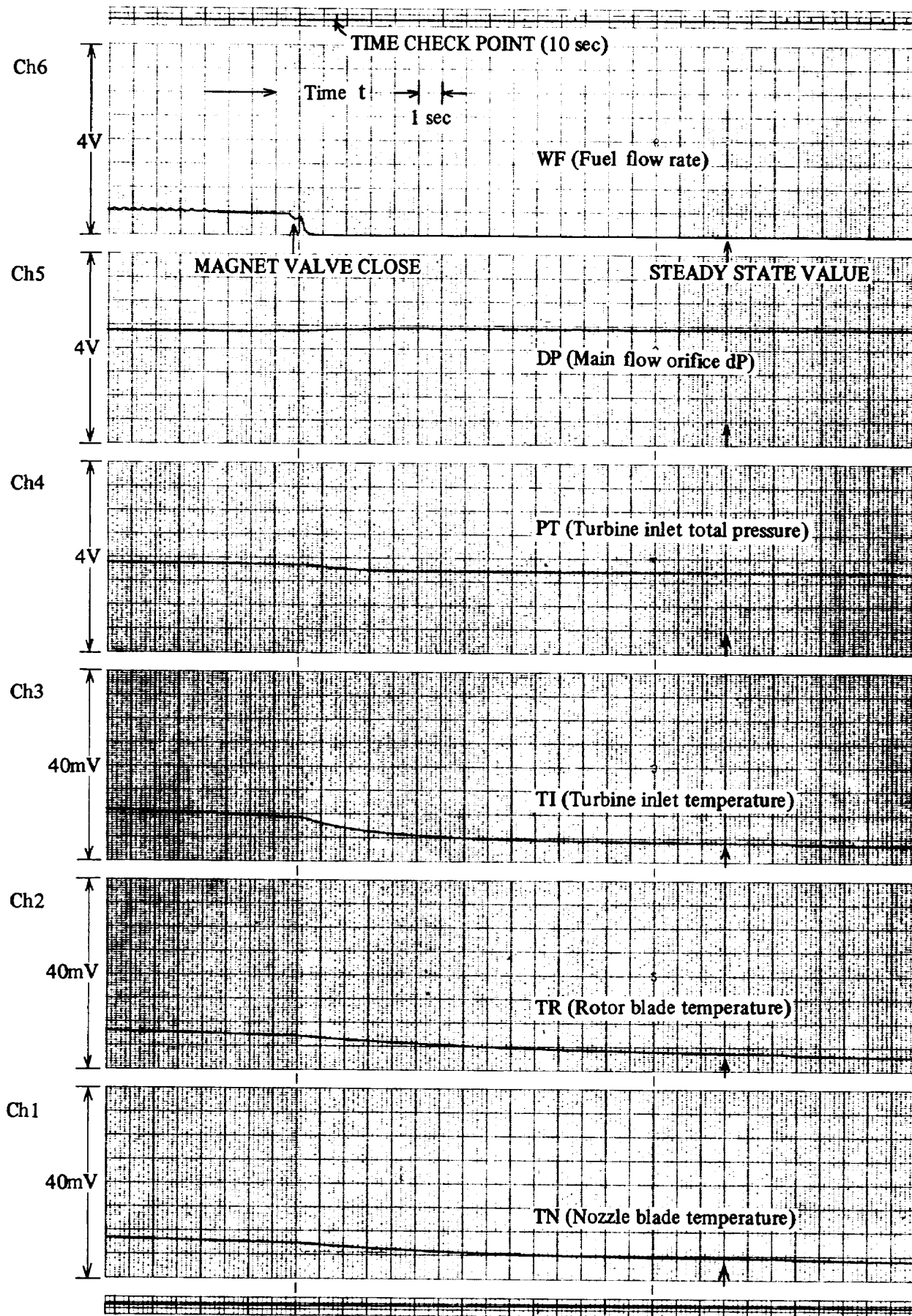


図 10-2 非定常温度実測例 (冷却の場合)

ば時定数は 1.08~1.11 (sec) の範囲に入る。すなわち熱伝導率が変わっても時定数は最大約 3% の誤差を見込めば一定であるとしてよい。

なお(28)式による計算値は  $\tau = 1.067$  (sec) たゞし  $r = 7920$  (Kg/m<sup>3</sup>),  $c_p = 0.14$  (Kcal/Kg°C) であった。

最後に図 9 は熱容量 ( $r c_p$ ) の影響を示したものである。

$r c_p = l/a$  よりここでは熱伝導率( $a$ )は一定とし温度伝導率( $a$ )を  $r c_p$  に対応して変化させた。  $\tau = a_3 \cdot r c_p$  として係数  $a_3$  を最小自乗法により求めると  $a_3 = 0.9829 \times 10^{-9}$  を得るが計算値は  $a'_3 = l / (a_{gx} + a_{cx})$  だから  $a'_3 = 0.9625 \times 10^{-9}$  ( $a_3/a'_3 = 1.021$ ) である。したがって熱容量に関しても(28)式は満足されている。

なお周囲温度は時定数に影響を及ぼさない。というのは、図 3 から明らかなように非定常温度は無次元化された形で計算することができ絶対値は問題とならないからである。たゞし温度の絶対値が異なれば物性値が違って

くるといふ意味では間接的に時定数は影響を受ける。

以上の考察、すなわち近似式(25)から(28)式を導びいたこと、厳密解から帰結される時定数と(28)式との解析的な関係を比較したこと、さらに厳密解の数値計算による時定数と(28)式による値との定量的な検討をしたことから結論として時定数は実用上(28)式  $\tau = l r c_p / (a_{gx} + a_{cx})$  で表わすことができる。

### 2.3 実測例

当所の高温タービン試験設備<sup>4)</sup>による高温、回転試験において翼の温度はタービン入口温度、燃料流量などと共に非定常時の変化も計測できるようになっている。

ここではその結果の一例を取り上げて、前節までの計算による非定常温度との比較考察をする。図 10-1, 図 10-2 はそれぞれ燃料着火時〔急激な加熱(H)〕, 燃料シャ断時〔急激な冷却(C)〕における 6 ケの計測事項の時間的な変化を示す。計測事項の詳細は表 2 の通りである。

使用計測器の主な仕様は次の通りである。

表 2 非定常現象の計測事項詳細

Ch	計 測 事 項	縦軸フルスケール	備 考
1	ノズル翼温度 $T_N$	40 (mV)	CA 熱電対の起電力
2	動翼温度 $T_R$	40 (mV)	"
3	タービン入口温度 $T_I$	40 (mV)	"
4	タービン入口全圧 $PT$ 変換式 $P$ (Kg/cm <sup>2</sup> g) = (PT (V) - 1.0281) / 1.7058	4 (V)	圧力変換器の出力
5	主流オリフィス差圧 $DP$ 変換式 $\Delta P$ (mm Aq) = (DP (V) - 1.0245) / 0.008722	4 (V)	圧力変換器の出力
6	燃料流量 $WF$ 変換式 $W_f$ (Kg/s) = 0.042204 × WF (V)	4 (V)	タービンフローメータ + FV 変換器

直線書きペンレコーダ (MODEL WTR 281)

要素数: 6, 最高感度: 5 mV / 40 mm

周波数特性: 40 mm (P-P) で 0~30 Hz

記録紙最高送り速度: 250 mm/sec

力平衡型圧力変換器

ch 4 MODEL TP-210G 圧力レンジ: 0~5 Kg/cm<sup>2</sup>

ch 5 MODEL TP-210D 圧力レンジ: 0~1000 mm Aq

誤差はフルスケールの ± 0.2% 以内

タービンフローメータ (MODEL COX AN8-4)

測定レンジ: 43~430 Kg/h, 精度: 読みの ± 0.25%

実験ではノズル翼, 動翼ともにその温度を計測しているが, 計算例と対照できるのは薄肉構造のノズル翼(Ch 1)である。図 11 はノズル翼温度測定用熱電対の取付状

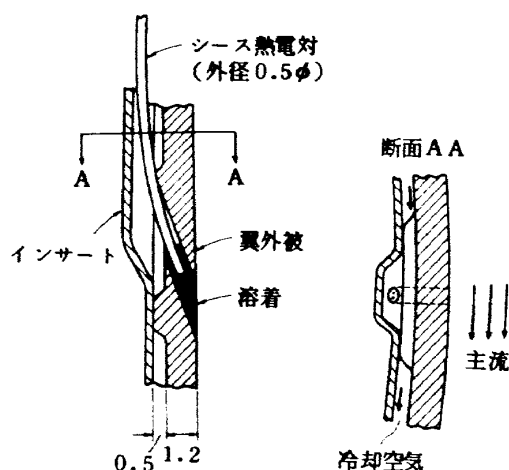


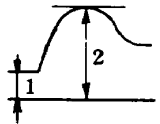
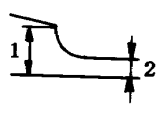


図 11 ノズル翼温度測定用熱電対の取付方法

態を示したもので測定位置は翼弦方向、翼高方向ともほぼ中央の背側である。またタービン入口温度 (Ch 3) は先端露出形 (直径約 2 mm) の熱電対で半径方向、円周方向ともに Ch 1 測定点のほぼ直前である。高温、回転試験では安全に作動させることが最優先されるから作動ガスの急激な状態変化といっても制約をうけ、完全にステップ入力を実現させることはできない。すなわち着火時は火が着く時点ではステップ入力とみなされるが着火が確認されるとたゞちに燃料バルブを絞って温度の過上昇を防止するため図 10-1 に見られるようにタービン入口温度は一度極大値に達した後、下降しながら一定値に落ち着くのが通例である。他方燃料シャ断は安全の観点からタービン入口温度の高い時にシャ断することはできず、そうかといって比較的低いガス温度で作動すること

は燃焼効率の低下による排気ガスの汚れを招くので短時間にとどめざるを得ないという事情から図 10-2 に見られるようにタービン入口温度が下降しながら比較的低い値になった時点で燃料シャ断を行なうことになる。しかし着火時における極大値に達するまでの経過、シャ断時における燃料シャ断以後の経過は図 10-1, 2 に限らず多くの実験結果から判断していずれも近似的にステップ入力に対する一次おくれと応答とみなすことができる。

さてノズル翼温度の過渡応答はガス温度のおくれと熱電対の応答などを含んでいるため測定結果からたゞちに時定数を読むことはできない。さらにガス温度の測定結果にも熱電対のおくれがあるため、結局翼温度の時定数を実験結果から求めるにはガス温度、翼温度測定用の熱電対の時定数、ガス温度自身の時定数を算定しなければ

表 3 加熱及び冷却時の状態量と伝熱量 (図 10-1, 図 10-2 の場合)

		加熱 (H) [NHT 232-09]	冷却 (C) [NHT 232-07]
ガス温度	$T_g$ (°C)	$T_{g1}$ 132 $T_{g2}$ 1012 	$T_{g1}$ 229 $T_{g2}$ 102 
翼材温度	$T_b$ (°C)	414 	110 
主 流			
流 量	$G_g$ (Kg/s)	3.23	4.31
熱伝導率	$\lambda_g$ (Kcal/m h °C)	0.069	0.027
粘性係数	$\mu_g$ (Kg s/m <sup>2</sup> )	$5.0 \times 10^{-6}$	$2.16 \times 10^{-6}$
比 熱	$c_{pg}$ (Kcal/Kg °C)	0.285	0.242
冷却空気			
流 量	$G_c$ (Kg/s)	0.1518	0.0372
	$G_c/G_g$ (%)	4.7	0.95
熱伝導率	$\lambda_c$ (Kcal/m h °C)	0.026	0.029
粘性係数	$\mu_c$ (Kg s/m <sup>2</sup> )	$2.12 \times 10^{-6}$	$2.35 \times 10^{-6}$
比 熱	$c_{pc}$ (Kcal/Kg °C)	0.242	0.243
入口温度	$T_{co}$ (°C)	88.3	136
燃料流量	$W_f$ (Kg/s)	0.04757	0
空 燃 比	$G_g/W_f$	67.9	—
$Q_1$	燃料発熱量 (Kcal/s) $W_f H, H: 10250 \text{ Kcal/Kg}$	487.6	—
$Q_2$	主流のエンタルピ上昇 (Kcal/s) $G_g c_{pg} \Delta T_g$	750.4	- 124.1
$Q_3$	ライナの熱容量 (Kcal) $G_l c_{pl} \Delta T_l$	258.0	- 37.2
$Q_4$	ライナの受熱量 (Kcal/s) 対流 ぶく射	5.26 11.6	- 0.392 - 0.03

ならない。これらの時定数を計算するためには作動ガスの状態量、熱電対等の物性値が必要であり、かつ計算方法にも適当な仮定を設けねばならない。表3は図10-1、図10-2の場合における各状態量、伝熱量を示し、表4には結果としての時定数を示すが、各伝熱量および各時定数の算出法については付録Bで補足する。

ガス温度の時定数( $\tau_g$ )が着火時とし $\epsilon$ 断時と異なる原因には燃料配管系(電磁開閉弁 $\rightarrow$ 噴射ノズル)、ライナの熱容量が主として考えられる。この二つはいずれもし $\epsilon$ 断時の方が遅い応答性を示す方向に作用する。ライナの熱容量に関しては表3から $Q_3/Q_4$ を求めると加熱時(H) 15.3(sec)、冷却時(C) 94.2(sec)を得る。つまり冷却時はライナからの放熱量が相対的にきわめて少ないためライナの温度はゆっくり下降する。

表4に示した時定数 $\tau_g$ は熱電対の時定数 $\tau_{TC}$ とガス温度の実測値(Ch 3)から算定したもので、データの合わ

せ方で値が違ってくる(付録B-3参照)。しかし $\tau_g$ の値が他の時定数に比して小さい場合は結果として $\tau_g$ はあまり変動しない。

さて表4に示した翼材の時定数 $\tau_b$ は $\tau_g$ と実測値(Ch 1)から算定したものである。ただし翼材に埋め込んだ熱電対は翼材と同じ過渡応答を示すものとみなす。つまりこの熱電対の時定数は微小であるとする。

前節で解析的に帰結された翼材の時定数[(28)式 $\tau = lrc_p / (\alpha_{gx} + \alpha_{cx})$ ]との比較は熱伝達率の値の妥当性を論ずることに置き換えることができる。すなわち $\tau = \tau_b$ とし $lrc_p$ を与えれば $(\alpha_{gx} + \alpha_{cx})$ が得られるのでこの値が不合理でなければ(28)式は実測値からの裏付けを得たとみなすことができる。なぜなら熱伝達率は状態量がはあくできて形状の複雑さ、影響因子の多様さなどのために冷却翼の場合特に算定が困難であって、適当な仮定の下に計算した値を参考にオーダーを確認するこ

表4 時定数(図10-1, 図10-2の場合)

	加熱 (H)	冷却 (C)
ガス温度 (Ch 3, 修正なし) $\tau_g'$ (sec)	1.58	3.44
翼材温度 (Ch 1, 修正なし) $\tau_b'$	2.65	7.28
ガス温度用熱電対 $\tau_{TC}$	1.013	0.56
ガス温度 $\tau_g$	0.33	2.89
翼材温度 $\tau_b$	1.76	2.36

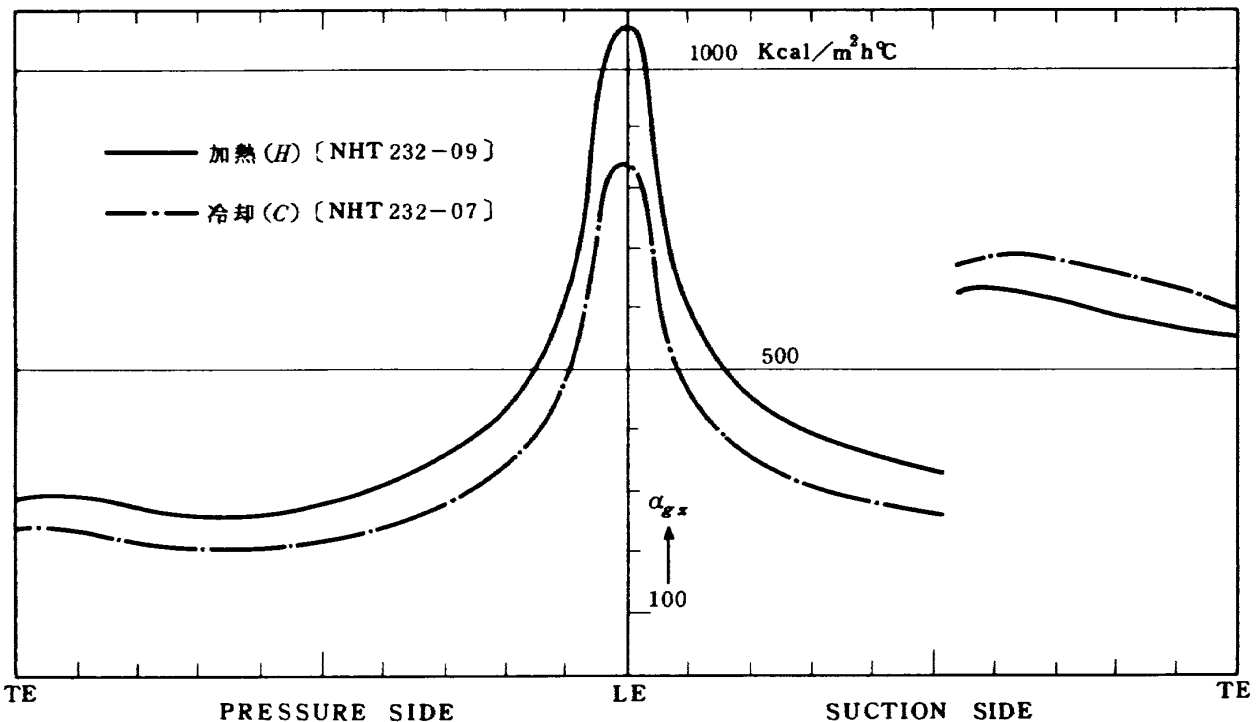


図12 主流側翼表面熱伝達率分布

と以外に定量的な検討を高い精度で行なうことはあまり期待できないからである。図 10 の場合  $l=1.2\text{mm}$  (図 11 参照),  $r=8.61 \times 10^3 \text{Kg/m}^3$ ,  $c_{pH}=0.11$ ,  $c_{pc}=0.12 \text{Kcal/Kg}^\circ\text{C}$  を代入して

$(\alpha_{gx} + \alpha_{cx})_H = 2324$ ,  $(\alpha_{gx} + \alpha_{cx})_c = 1891 \frac{\text{Kcal}}{\text{m}^2 \text{h}^\circ\text{C}}$  を得る。他方  $\alpha_{gH}/\alpha_{gc} = 1.0592$ ,  $\alpha_{cH}/\alpha_{cc} = 3.0007$  (付録 B-4 参照) なる関係も得られるので、これらを連立させて解くと次のようになる。

$$\begin{aligned} \alpha_{gH} &= 1828, & \alpha_{cH} &= 495 \\ \alpha_{gc} &= 1726, & \alpha_{cc} &= 165 \quad (\text{Kcal/m}^2 \text{h}^\circ\text{C}) \end{aligned}$$

主流側の熱伝達率はふく射の影響を考慮したとしても絶対値が大きすぎる。一方冷却空気側の熱伝達率は妥当な値を示す。というのは冷却(c)の場合ふく射の影響は無視できかつ対流熱伝達率は別に計算した結果(方法は文献 5)による)の図 12 によれば大きくても  $\alpha_{gc} = 700$  (Kcal/m<sup>2</sup>h<sup>°</sup>C) 程度であり、この時冷却効率が 0.4 ~ 0.5 で  $\alpha_{cc} = 470 \sim 700$  (Kcal/m<sup>2</sup>h<sup>°</sup>C) となるからである。

しかしここに引用した例で、仮に  $l=0.6\text{mm}$ ,  $\alpha_{cH} = 495$ ,  $\alpha_{cc} = 165 \text{Kcal/m}^2 \text{h}^\circ\text{C}$  として  $\alpha_{gH}$ ,  $\alpha_{cH}$  を計算すると、 $\alpha_{gH} = 667$ ,  $\alpha_{cH} = 781 \text{Kcal/m}^2 \text{h}^\circ\text{C}$  を得る。これらはいずれも妥当な値として容認できるものである。

(28) 式から計算される  $\tau'_b$ , 実測値から求められる  $\tau_b$  はいずれもそれぞれ誤差の要因となる問題があり、計算方法、物性値その他のとり方でかなり結果が違ってくることを考慮すると、ここに述べた実測例は翼材の温度の過渡応答が一次おくれで近似できることを示すが、その時定数は 3.1 節で導入した非定常温度の計算法から誘導された式(28)と一致するかどうかは断定できない。

### 3. 薄肉空冷タービン翼の非定常温度分布計算

高温タービン第 4 次試験体用ノズル翼は図 13 に示すような薄肉構造であって翼表面に沿って翼外被を図のよう

$\alpha_{cx}$ ) および周囲温度 ( $T_{gx}$ ,  $T_{cx}$ ) は下記の条件より数値計算で求めた。

- タービン入口全温  $T_{g0} : 1150^\circ\text{C}$
- 冷却空気入口全温  $T_{c0} : 500^\circ\text{C}$
- タービン入口主流マッハ数  $M_1 : 0.170$
- 冷却空気と主流の質量流量比 : 0.02

主流側流体の翼表面に沿った翼弦方向の静温分布  $T_{gx}$  は一定値  $T_{gx} = T_{g0} = 1150^\circ\text{C}$  とし、冷却空気の静温分布  $T_{cx}$  は階差法による数値計算<sup>5)</sup> から求めた。一方翼外被の主流側、冷却空気側の熱伝達率分布  $\alpha_{gx}$ ,  $\alpha_{cx}$  は主流に直交する円筒表面、平板に沿う境界層などにおける熱伝達の実験式より算出した。計算の手続きは文献 5) に詳しく記してあるのでここでは省略する。図 14 は熱伝達率分布の計算結果である。図中横軸は前縁よどみ点を中心に翼外被を展開した翼表面の位置である。冷却空気側熱伝達率  $\alpha_{cx}$  が後縁の近くで急激に大きくなっているのは図 13 から明らかのように冷却空気の通路が急激に狭くなっているためである。

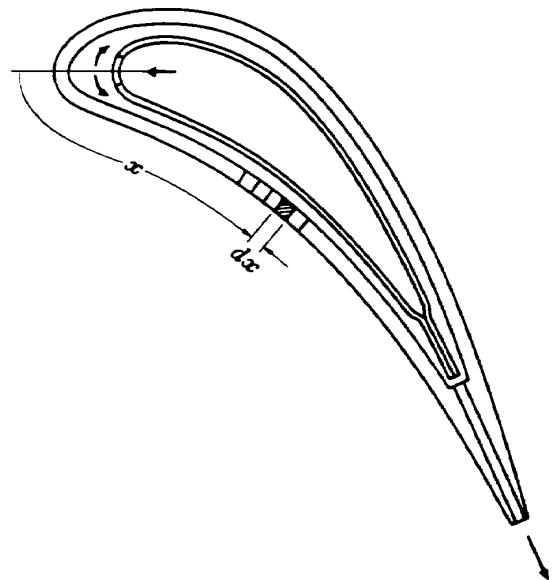


図 13 高温タービン第 4 次試験体用ノズル翼 (肉厚一定)

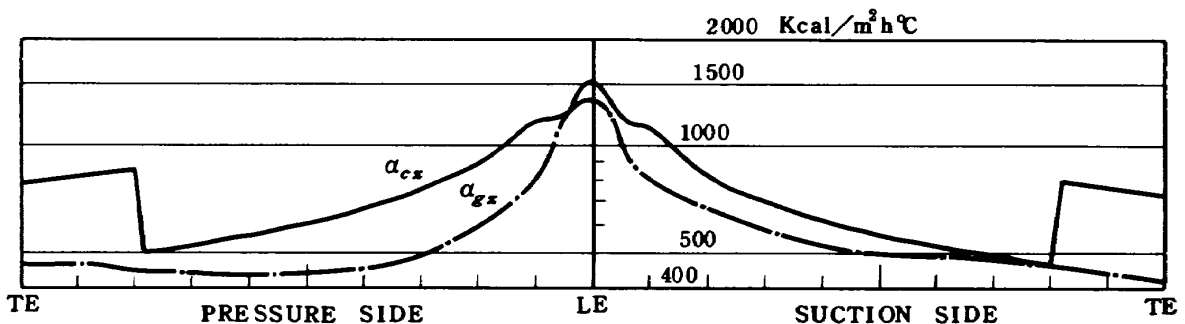


図 14 ノズル翼熱伝達率分布



表5-1 階差法による数値計算結果(定常温度分布)

XK	TH1	RAD	ALG	ALC	YET	YTC	TB	TC	DT/DX	QG	QC	QM
0.000	0.770	0.729	1356.8	1522.0	0.459	1.000	851.6	500.0	0.361	0.102E+02	0.984E+01	-0.133E+00
0.020	0.770	0.772	1338.0	1451.1	0.459	0.977	851.4	514.9	-0.903	0.101E+02	0.951E+01	0.334E+00
0.040	0.770	0.809	1206.7	1241.8	0.462	0.956	849.9	528.6	-3.019	0.913E+01	0.814E+01	0.112E+01
0.060	0.770	0.840	935.5	1178.2	0.466	0.937	847.2	540.8	-3.680	0.714E+01	0.765E+01	0.136E+01
0.080	0.770	0.866	866.1	1176.3	0.469	0.919	845.0	552.5	-1.836	0.668E+01	0.752E+01	0.679E+00
0.100	0.770	0.888	815.0	1133.6	0.470	0.902	844.5	563.8	0.465	0.628E+01	0.712E+01	-0.172E+00
0.120	0.770	0.905	774.8	1047.3	0.468	0.886	845.6	574.3	2.333	0.595E+01	0.648E+01	-0.862E+00
0.140	0.770	0.919	741.8	979.4	0.465	0.871	847.9	583.9	3.517	0.565E+01	0.599E+01	-0.130E+01
0.160	0.770	0.929	713.8	924.0	0.460	0.857	851.0	592.9	4.252	0.538E+01	0.559E+01	-0.157E+01
0.180	0.770	0.937	689.5	877.9	0.455	0.844	854.5	601.2	4.686	0.514E+01	0.525E+01	-0.173E+01
0.200	0.770	0.943	668.1	838.7	0.449	0.832	858.3	609.1	4.912	0.491E+01	0.497E+01	-0.182E+01
0.220	0.770	0.947	648.9	804.8	0.443	0.821	862.2	616.6	4.994	0.471E+01	0.472E+01	-0.185E+01
0.240	0.770	0.950	631.6	775.1	0.437	0.810	866.1	623.7	4.975	0.452E+01	0.450E+01	-0.184E+01
0.260	0.770	0.952	615.6	749.0	0.431	0.799	870.0	630.5	4.886	0.435E+01	0.430E+01	-0.181E+01
0.280	0.770	0.953	600.9	725.6	0.425	0.789	873.8	637.0	4.751	0.419E+01	0.413E+01	-0.176E+01
0.300	0.770	0.955	587.3	704.5	0.419	0.780	877.5	643.3	4.587	0.404E+01	0.397E+01	-0.170E+01
0.320	0.770	0.956	574.4	685.5	0.414	0.770	881.0	649.3	4.411	0.390E+01	0.383E+01	-0.163E+01
0.340	0.770	0.959	562.4	668.0	0.409	0.761	884.4	655.1	4.235	0.377E+01	0.370E+01	-0.157E+01
0.360	0.770	0.961	550.9	652.0	0.404	0.753	887.7	660.8	4.072	0.364E+01	0.359E+01	-0.150E+01
0.380	0.770	0.965	540.0	637.3	0.399	0.744	890.8	666.2	3.932	0.353E+01	0.348E+01	-0.145E+01
0.400	0.770	0.969	529.7	623.5	0.394	0.736	893.9	671.5	3.827	0.342E+01	0.339E+01	-0.141E+01
0.420	0.770	0.974	519.7	610.7	0.389	0.728	896.9	676.7	3.767	0.332E+01	0.330E+01	-0.139E+01
0.440	0.770	0.980	510.1	598.7	0.380	0.720	899.9	681.7	3.764	0.322E+01	0.322E+01	-0.139E+01
0.460	0.770	0.987	504.8	587.5	0.380	0.713	902.8	686.7	3.796	0.315E+01	0.316E+01	-0.140E+01
0.480	0.770	0.993	503.2	576.8	0.376	0.705	905.8	691.5	3.809	0.310E+01	0.310E+01	-0.141E+01
0.500	0.770	0.999	501.3	566.8	0.371	0.698	908.8	696.2	3.786	0.305E+01	0.304E+01	-0.140E+01
0.520	0.770	1.000	499.2	557.3	0.366	0.691	911.8	700.9	3.721	0.300E+01	0.296E+01	-0.138E+01
0.540	0.770	1.000	496.7	548.3	0.362	0.684	914.7	705.4	3.601	0.295E+01	0.289E+01	-0.133E+01
0.560	0.770	1.000	494.1	539.8	0.358	0.677	917.4	709.8	3.432	0.290E+01	0.283E+01	-0.130E+01
0.580	0.770	1.000	491.2	531.8	0.354	0.671	920.1	714.1	3.219	0.285E+01	0.276E+01	-0.119E+01
0.600	0.770	1.000	488.1	524.2	0.350	0.664	922.5	718.4	2.964	0.280E+01	0.270E+01	-0.110E+01
0.620	0.770	1.000	484.9	516.9	0.347	0.658	924.7	722.5	2.666	0.275E+01	0.264E+01	-0.985E+00
0.640	0.770	1.000	481.5	510.0	0.344	0.652	926.7	726.5	2.320	0.271E+01	0.257E+01	-0.858E+00
0.660	0.770	1.000	478.1	503.4	0.341	0.645	928.4	730.4	1.918	0.267E+01	0.251E+01	-0.709E+00
0.680	0.770	1.000	474.5	497.1	0.339	0.640	929.7	734.3	1.450	0.264E+01	0.245E+01	-0.536E+00
0.700	0.770	1.000	470.9	491.0	0.338	0.634	930.6	738.0	0.899	0.261E+01	0.238E+01	-0.332E+00
0.720	0.770	1.000	467.2	485.2	0.337	0.628	931.1	741.6	0.247	0.258E+01	0.232E+01	-0.914E-01
0.740	0.770	1.000	463.5	479.6	0.337	0.623	930.9	745.2	-0.531	0.256E+01	0.225E+01	0.196E+00
0.760	0.770	1.000	459.9	474.3	0.338	0.618	930.2	748.6	-1.465	0.253E+01	0.217E+01	0.541E+00
0.780	0.770	1.000	456.2	469.1	0.341	0.613	928.6	751.9	-2.593	0.250E+01	0.209E+01	0.958E+00
0.800	0.770	1.000	452.5	464.2	0.345	0.608	926.0	755.0	-3.962	0.250E+01	0.200E+01	0.146E+01
0.820	0.786	1.000	448.9	458.1	0.349	0.601	923.0	759.1	-3.721	0.257E+01	0.329E+01	0.140E+01
0.840	0.834	1.000	445.3	453.3	0.353	0.594	920.7	764.0	-2.000	0.257E+01	0.311E+01	0.800E+00
0.860	0.829	1.000	441.6	448.4	0.354	0.587	919.6	768.7	-0.765	0.257E+01	0.297E+01	0.304E+00
0.880	0.746	1.000	438.0	443.0	0.354	0.580	919.4	773.2	0.170	0.255E+01	0.285E+01	-0.609E+01
0.900	0.663	1.000	434.3	438.3	0.354	0.573	919.8	777.6	1.021	0.255E+01	0.275E+01	-0.325E+00
0.920	0.581	1.000	430.4	434.0	0.352	0.567	921.0	781.7	1.897	0.249E+01	0.266E+01	-0.529E+00
0.940	0.498	1.000	426.4	429.4	0.349	0.560	922.9	785.8	2.926	0.244E+01	0.260E+01	-0.699E+00
0.960	0.415	1.000	422.0	425.4	0.345	0.554	925.8	789.8	4.359	0.239E+01	0.256E+01	-0.869E+00
0.980	0.333	1.000	417.3	421.4	0.338	0.548	930.2	793.7	6.778	0.233E+01	0.254E+01	-0.108E+01
1.000	0.250	1.000	417.3	417.3	0.327	0.542	937.4	797.7	11.719	0.224E+01	0.258E+01	-0.141E+01

表 5-2 階差法による数値計算結果(定常温度分布)

PRESSURE SIDE													
XR	TH1	RAD	ALG	ALC	YET	YTC	TB	TC	DT/DX	QG	QC	QM	
0.000	0.770	C.734	1356.8	1511.7	0.459	1.000	851.6	500.0	-0.361	0.839E+01	0.124E+01	0.133E+00	
0.020	0.770	C.735	1346.4	1511.7	0.460	0.977	851.0	514.7	-1.583	0.835E+01	0.775E+01	0.265E+00	
0.040	0.770	C.761	1273.3	1289.5	0.463	0.957	849.1	527.9	-4.302	0.654E+01	0.654E+01	0.159E+01	
0.060	0.770	C.806	1075.1	1200.0	0.469	0.939	845.4	539.7	-7.102	0.795E+01	0.613E+01	0.262E+01	
0.080	0.770	C.860	889.3	1170.0	0.476	0.922	840.6	550.9	-7.540	0.570E+01	0.604E+01	0.279E+01	
0.100	0.770	C.915	808.2	1164.4	0.483	0.904	836.3	562.1	-6.007	0.526E+01	0.605E+01	0.222E+01	
0.120	0.770	C.963	746.0	1132.2	0.487	0.887	833.1	573.2	-3.611	0.490E+01	0.588E+01	0.133E+01	
0.140	0.770	C.996	695.9	1055.9	0.490	0.871	831.6	583.7	-1.191	0.459E+01	0.541E+01	0.440E+00	
0.160	0.770	1.000	654.5	992.0	0.490	0.857	831.4	593.2	0.690	0.432E+01	0.490E+01	-0.255E+00	
0.200	0.770	1.000	589.8	896.0	0.486	0.831	833.9	609.9	2.021	0.408E+01	0.449E+01	-0.747E+00	
0.220	0.770	1.000	564.4	858.6	0.483	0.819	836.1	617.4	3.668	0.367E+01	0.387E+01	-0.110E+01	
0.240	0.770	1.000	542.7	826.2	0.479	0.809	838.6	624.4	4.189	0.350E+01	0.367E+01	-0.155E+01	
0.260	0.770	1.000	524.1	797.7	0.475	0.798	841.5	631.0	4.586	0.335E+01	0.348E+01	-0.169E+01	
0.280	0.770	1.000	508.3	772.4	0.470	0.789	844.5	637.3	4.892	0.322E+01	0.332E+01	-0.181E+01	
0.300	0.770	1.000	494.9	749.7	0.465	0.779	847.8	643.4	5.129	0.310E+01	0.318E+01	-0.190E+01	
0.320	0.770	1.000	483.6	729.1	0.460	0.771	851.2	649.1	5.310	0.300E+01	0.305E+01	-0.196E+01	
0.340	0.770	1.000	474.1	710.4	0.454	0.762	854.6	654.7	5.444	0.290E+01	0.295E+01	-0.201E+01	
0.360	0.770	1.000	466.2	693.3	0.449	0.754	858.2	660.1	5.538	0.282E+01	0.285E+01	-0.205E+01	
0.380	0.770	1.000	459.6	677.5	0.443	0.746	861.8	665.3	5.595	0.275E+01	0.276E+01	-0.207E+01	
0.400	0.770	1.000	454.1	663.0	0.438	0.738	865.4	670.3	5.618	0.268E+01	0.268E+01	-0.208E+01	
0.420	0.770	1.000	449.6	649.4	0.432	0.730	869.1	675.2	5.611	0.262E+01	0.261E+01	-0.207E+01	
0.440	0.770	1.000	445.8	636.8	0.427	0.723	872.7	680.0	5.574	0.256E+01	0.254E+01	-0.206E+01	
0.460	0.770	1.000	442.6	625.0	0.421	0.716	876.3	684.7	5.511	0.251E+01	0.248E+01	-0.204E+01	
0.480	0.770	1.000	440.0	614.0	0.416	0.709	879.8	689.2	5.422	0.246E+01	0.243E+01	-0.200E+01	
0.500	0.770	1.000	437.8	603.6	0.410	0.702	883.3	693.7	5.307	0.242E+01	0.237E+01	-0.196E+01	
0.520	0.770	1.000	436.0	593.7	0.405	0.695	886.7	698.0	5.165	0.238E+01	0.232E+01	-0.191E+01	
0.540	0.770	1.000	434.5	584.5	0.400	0.689	890.0	702.3	4.997	0.234E+01	0.228E+01	-0.185E+01	
0.560	0.770	1.000	433.5	575.7	0.395	0.682	893.2	706.4	4.798	0.231E+01	0.223E+01	-0.177E+01	
0.580	0.770	1.000	432.7	567.3	0.390	0.676	896.2	710.5	4.564	0.228E+01	0.218E+01	-0.169E+01	
0.600	0.770	1.000	432.3	559.4	0.386	0.670	899.1	714.5	4.291	0.225E+01	0.214E+01	-0.159E+01	
0.620	0.770	1.000	432.3	551.8	0.382	0.664	901.7	718.5	3.971	0.223E+01	0.210E+01	-0.147E+01	
0.640	0.770	1.000	432.6	544.6	0.378	0.658	904.2	722.3	3.594	0.220E+01	0.205E+01	-0.133E+01	
0.660	0.770	1.000	433.3	537.7	0.375	0.652	906.4	726.1	3.149	0.219E+01	0.201E+01	-0.116E+01	
0.680	0.770	1.000	434.4	531.1	0.372	0.647	908.3	729.8	2.621	0.218E+01	0.197E+01	-0.969E+00	
0.700	0.770	1.000	435.9	524.8	0.370	0.641	909.8	733.4	1.994	0.217E+01	0.192E+01	-0.737E+00	
0.720	0.770	1.000	437.8	518.7	0.368	0.636	910.8	736.9	1.246	0.217E+01	0.187E+01	-0.460E+00	
0.740	0.770	1.000	440.1	512.9	0.367	0.630	911.3	740.3	0.353	0.216E+01	0.182E+01	-0.131E+00	
0.760	0.770	1.000	442.6	507.3	0.367	0.625	911.2	743.6	-0.700	0.216E+01	0.176E+01	0.262E+00	
0.780	0.870	1.000	445.5	501.9	0.369	0.620	910.4	746.8	-1.787	0.215E+01	0.170E+01	0.746E+00	
0.800	0.814	1.000	448.5	480.7	0.370	0.614	909.3	751.0	-1.613	0.224E+01	0.202E+01	0.630E+00	
0.820	0.757	1.000	451.7	452.0	0.371	0.606	908.7	756.1	-0.333	0.226E+01	0.269E+01	0.121E+00	
0.840	0.701	1.000	454.8	443.7	0.371	0.598	908.8	761.0	0.742	0.227E+01	0.258E+01	-0.250E+00	
0.860	0.645	1.000	457.9	435.5	0.370	0.591	909.6	765.7	1.643	0.226E+01	0.249E+01	-0.508E+00	
0.880	0.588	1.000	460.6	427.7	0.368	0.584	910.9	770.3	2.397	0.228E+01	0.241E+01	-0.677E+00	
0.900	0.532	1.000	462.9	420.1	0.365	0.577	912.6	774.7	3.033	0.228E+01	0.235E+01	-0.774E+00	
0.920	0.475	1.000	464.5	412.7	0.362	0.571	914.6	779.0	3.589	0.227E+01	0.229E+01	-0.819E+00	
0.940	0.419	1.000	465.2	405.6	0.358	0.564	917.3	783.2	4.116	0.224E+01	0.224E+01	-0.828E+00	
0.960	0.363	1.000	464.7	398.7	0.354	0.558	920.1	787.3	4.704	0.221E+01	0.220E+01	-0.819E+00	
0.980	0.306	1.000	462.6	392.0	0.349	0.552	923.5	791.4	5.222	0.217E+01	0.217E+01	-0.812E+00	
1.000	0.250	1.000	462.6	385.5	0.342	0.546	927.5	795.4	6.663	0.213E+01	0.213E+01	-0.824E+00	

計算に際しては上記の条件 $T_{gx}$ ,  $T_{cx}$ ,  $\alpha_{gx}$ ,  $\alpha_{cx}$  および翼材の物性値(温度伝導率 $a = 4.44 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ , 熱伝導率 $\lambda = 15.0 \text{ Kcal/m h}^\circ\text{C}$ ), と翼外被の肉厚分布(後縁付近を除いた部分は $l = 0.77 \text{ mm}$ )を与える必要がある。

表 5-1 と表 5-2 は階差法による翼材の定常温度分布の計算結果<sup>5)</sup>であるがこれらの表からここで問題にしている第 4 次ノズル翼の諸条件を読むことができる。

表中の記号は次の通りである, XR: 翼表面無次元長さ, THI:  $l$  肉厚 (mm), RAD: 表面比(冷却空気側/主流側), ALG:  $\alpha_{gx}$  (Kcal/m<sup>2</sup>h<sup>2</sup>°C), ALC:  $\alpha_{cx}$  (Kcal/m<sup>2</sup>h<sup>2</sup>°C), YET:  $\eta$  翼材の無次元温度( $T_{g0} - T$ )/( $T_{g0} - T_{c0}$ ), YTC:  $\eta_c$  冷却空気の無次元温度( $T_{g0} - T_{cx}$ )/( $T_{g0} - T_{c0}$ ), TB:  $T$  翼材の温度(°C), TC:  $T_{cx}$  冷却空気の温度(°C), DT/DX:  $dT/dx$   $x$  方向の温度勾配(°C/mm), QG: 主流から翼材への伝熱量(Kcal/h), QC: 翼材から冷却空気への伝熱量(Kcal/h), QM: 翼材内 $x$  方向の伝導熱量(Kcal/h)

図 15-1, 図 15-2 は肉厚一定の場合(第 4 次ノズル翼)の非定常温度分布の計算結果である。図 15-1, 図 15-2 はそれぞれ急激な加熱の場合, 急激な冷却の場合であり, パラメータは急激な変化が生じた時点からの経過時間  $t$  である。

また参考のために階差法による定常温度分布も記入した。どちらの場合も後縁の近くで急激な温度変化を示し

ているのは翼外被の肉厚がここで急激に変わっているためである。一方前縁近傍領域での急激な温度変化は対応する位置の熱伝達率 $\alpha_{gx}$ ,  $\alpha_{cx}$  に依存している。

#### 4. 薄肉空冷タービン翼の非定常熱応力分布計算

第 3 章で得られた温度分布をもとに非定常熱応力を計算する。計算に際しては温度分布の計算において設定した仮定に加えて次の仮定をする。

- (V) 各微小要素は翼高方向( $z$  方向)に膨脹又は収縮し, 面 A, 面 A' は平面を保つ。(図 16)
- (VI) 膨脹又は収縮は準静的状態変化をする(各時刻において静的つりあいを保つ)
- (VII) クリーブ歪, 遠心応力など外力は考慮に入れない。
- (VIII) 線膨脹係数 $\alpha$ , 縦弾性係数 $E$ は温度のみの関数であると, 次式で近似する。

$$\alpha = 5.4 \times 10^{-9} T + 12.1 \times 10^{-6} \text{ (1/}^\circ\text{C)} \quad (36)$$

ここに  $T$ : 温度(°C)

$$E = -8.4 T + 2.41 \times 10^4 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \quad (37)$$

以上の仮定より着目する要素  $i(x, y)$  が拘束のないときに示す自由歪は次式で表わされる。

$$\epsilon_{Ti} = \alpha_i T_i \quad (38)$$

実際に示す歪は仮定(V)より次式で表わされる。

$$\epsilon_{Pi} = A + Bx_i + Cy_i \quad (39)$$

ここで  $x, y$  は断面の図心を原点とする直交座標である。

(38), (39) 式より熱応力は次式となる。

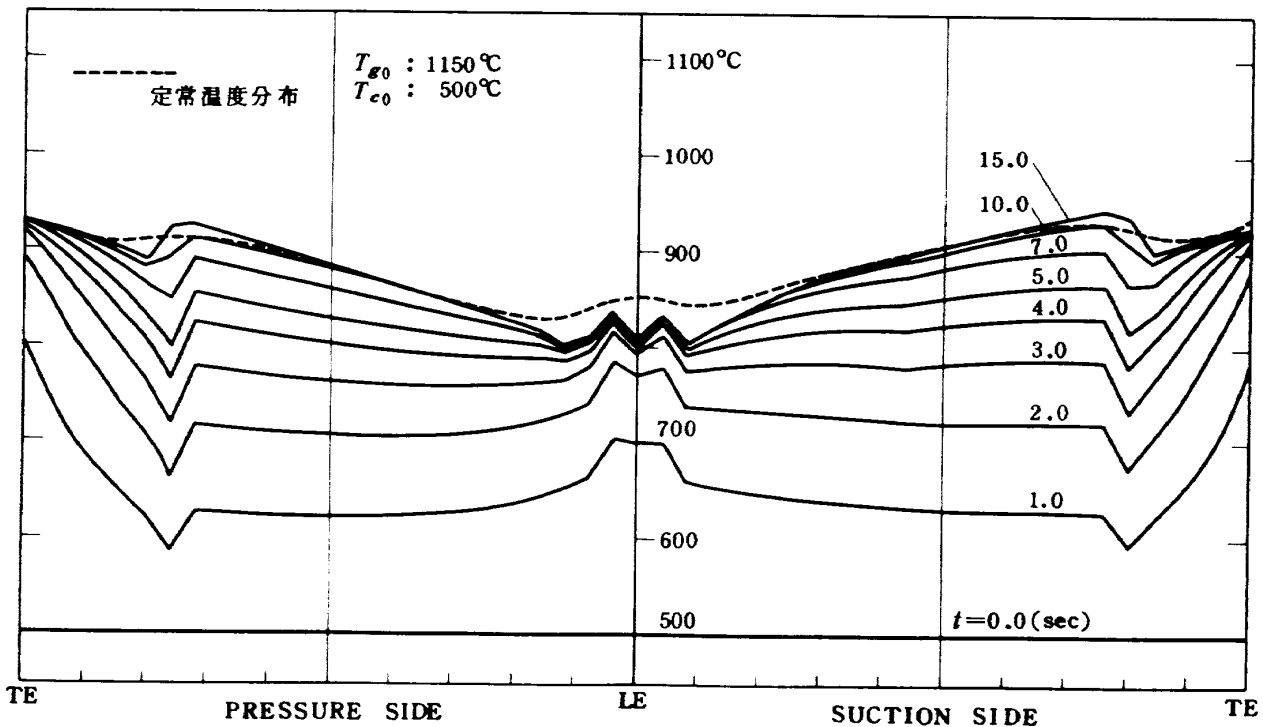


図 15-1 肉厚一定の場合の非定常温度分布(加熱の場合)

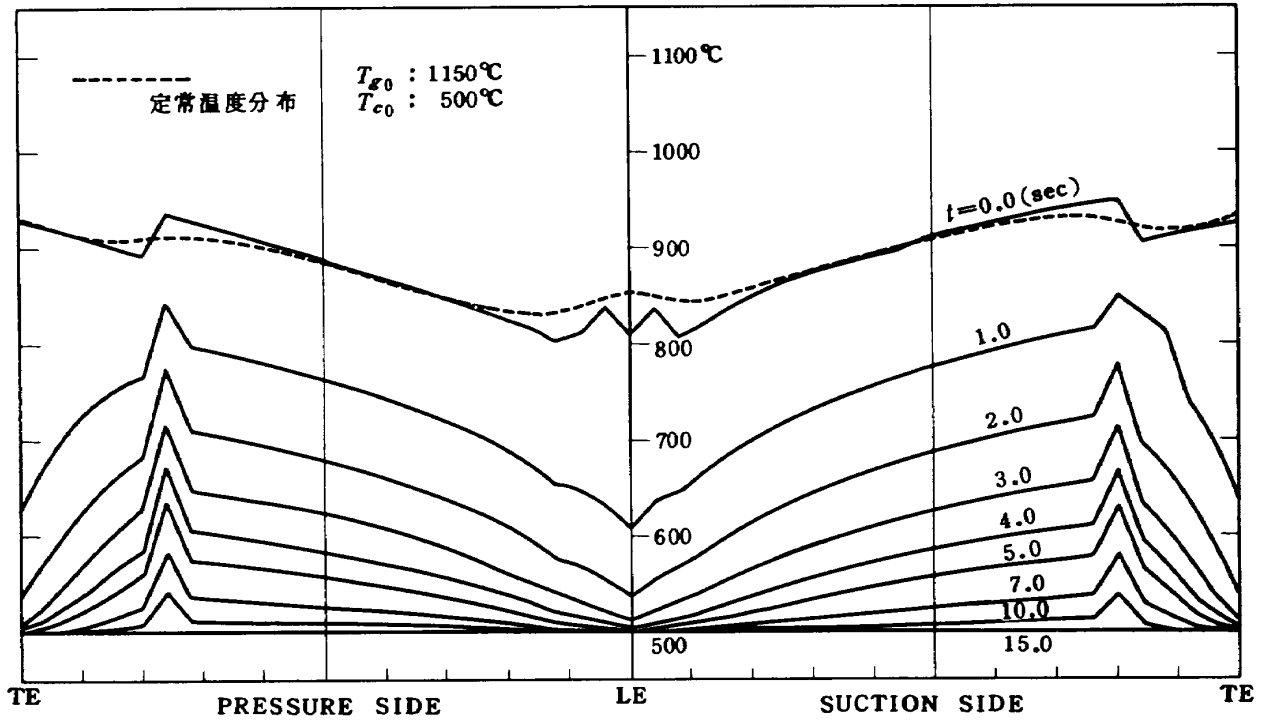


図 15-2 肉厚一定の場合の非定常温度分布 (冷却の場合)

$$\sigma_{Ti} = E_i (\epsilon_{Pi} - \epsilon_{Ti}) \quad (40)$$

したがって要素  $i$  の時刻  $t$  における熱応力は未知数  $A, B, C$  が得られれば計算出来る。

ここで系にはたらく外力がない場合を考えると系全体の力のつりあい、曲げモーメントのつりあいから次の三元一次連立方程式が得られ所要の  $A, B, C$  を求めることが出来る。添字  $i$  は省略し、式中の  $S$  は要素  $i$  の断面

積である。<sup>6)</sup>

$$\begin{cases} A \sum SE + B \sum SEx + C \sum SEy = \sum SE \alpha T \\ A \sum SEx + B \sum SEx^2 + C \sum SExy = \sum SE x \alpha T \\ A \sum SEy + B \sum SExy + C \sum SEy^2 = \sum SE y \alpha T \end{cases} \quad (41)$$

図 17-1, 図 17-2 は前章で得られた非定常温度を用いた薄肉空冷タービン翼 (肉厚一定) の非定常熱応力分布の計算結果である。図 17-1 は急激な加熱の場合、図 17-2 は急激な冷却の場合であり、縦軸は熱応力  $\sigma_T$  (正は引張, 負は圧縮), 横軸は前縁を中心に翼外被を展開した時の翼弦方向の位置である。図 15-1, 図 15-2 と同様にパラメータは作動流体に急激な変化が生じた時点からの経過時間  $t$  である。前縁部, 後縁部における熱応力の時間的変化を図 18 に示す。

図 17-1, 図 17-2, 図 18 によれば後縁部と後縁近くの肉厚急変部において (特に後縁部で), 過大な熱応力が急激な作動流体の温度変化があつて 1~2 秒後に発生することが見られる。この過大な熱応力のためにエンジンの頻繁な起動, 停止による繰返し熱疲労でタービン翼が短時間で破断に至る例が生ずる。

翼材内の伝導熱量を考慮すれば図 15 点線からも推定されるように温度分布はここで計算された結果よりも相対的になめらかになり, 熱応力の絶対値は低くなるものと予想されるが, 定性的には前記傾向が現われることは変わらない。

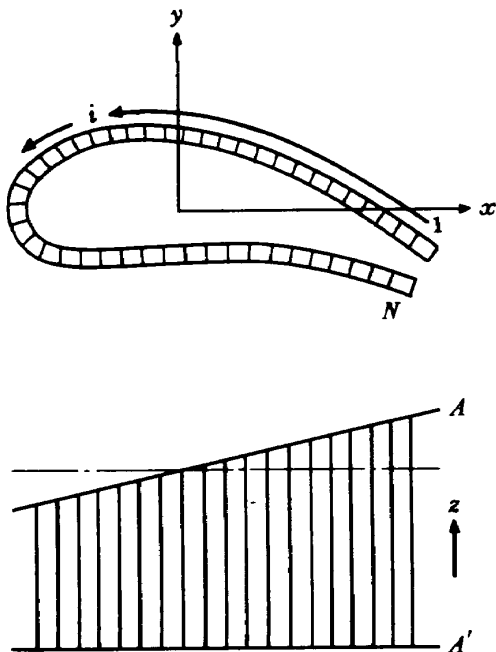


図 16 熱応力計算のモデル

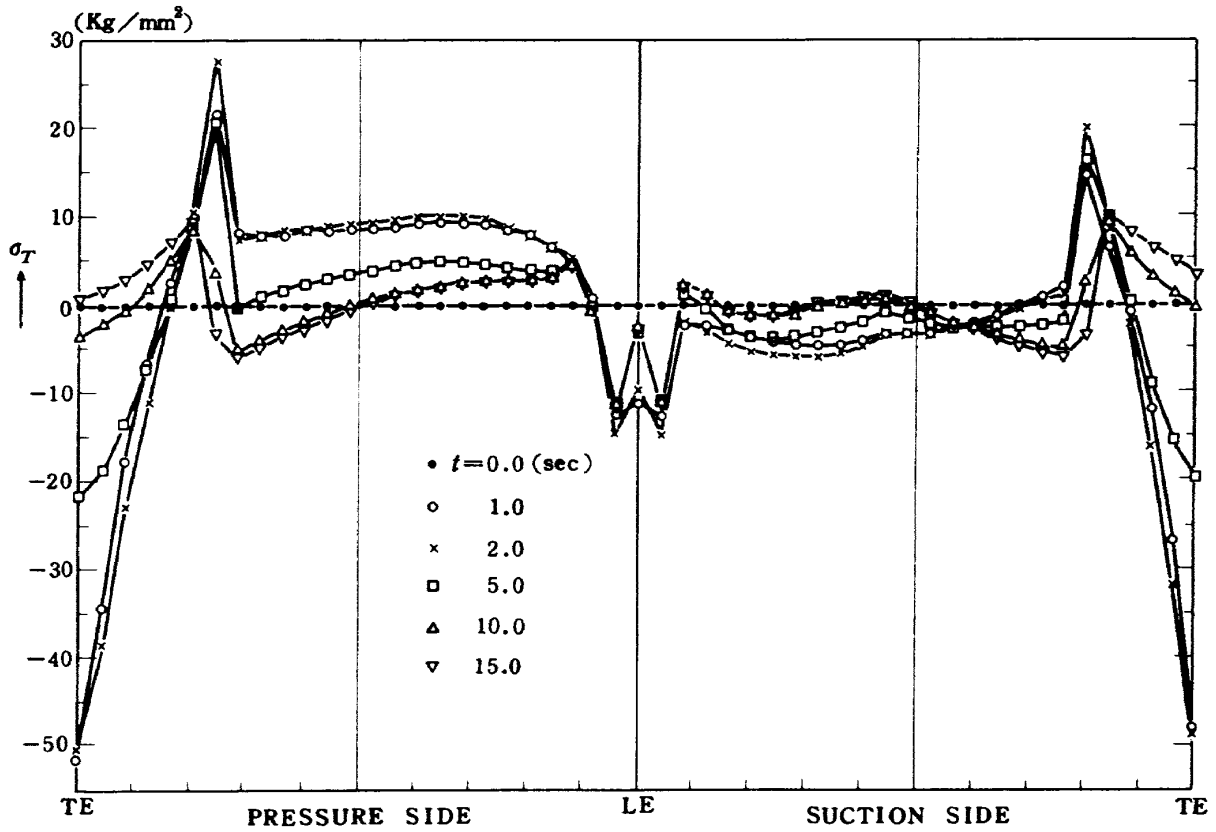


図 17-1 肉厚一定の場合の非定常熱応力分布 (加熱の場合)

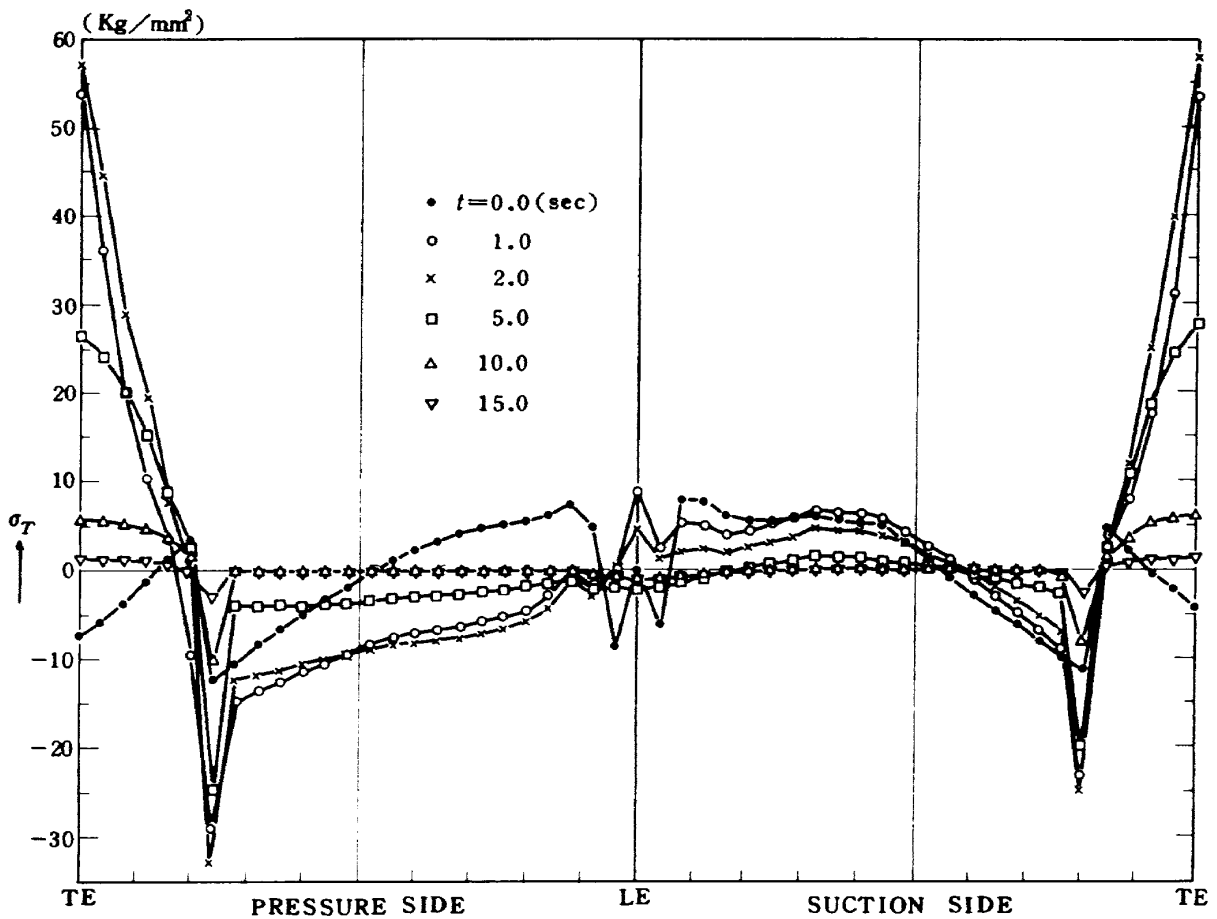


図 17-2 肉厚一定の場合の非定常熱応力分布 (冷却の場合)

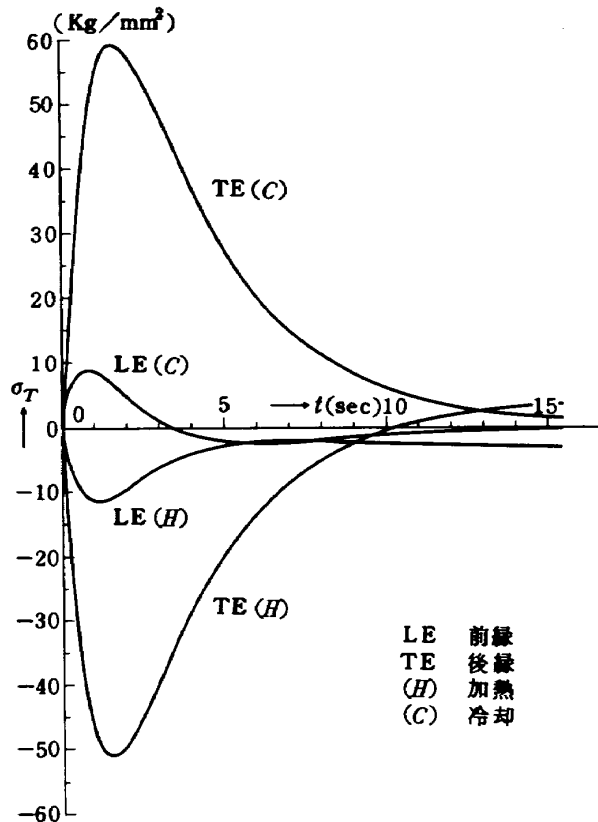


図 18 熱応力の時間的变化

5. 熱応力軽減について

着目する微小要素に発生する熱応力は前章(41)式から明らかなように温度場と要素の位置によって与えられるが、隣接する要素との温度差(温度勾配)が大きいほど熱応力も相対的に大きくなる。(ただし要素の位置つまり拘束条件が関係するので互いに離れた位置の要素間で温度勾配の大きい方が熱応力も大きいとは限らない。)したがって熱応力を軽減させるためには系(タービン翼)全体にわたって温度勾配を小さくすること、温度を低くすることが耐熱合金の向上、翼の支持構造を除いては必

要十分条件である。タービン翼の冷却方式は主としてこの条件にかなりよく研究されてきたわけであるが、作動流体の非定常温度変化に対しても冷却構造の面からこの条件を考慮した研究例は少ない。<sup>7)</sup>

これまでのタービン翼は、中実翼はもちろん、中空翼においても翼材各部の温度が作動流体の非定常温度変化に対して一様に応答しないために温度差が生じ過大な熱応力が発生するので破損に至る例が多かった。

ここで以上の考え方をまとめると次のようになる、「熱応力を軽減させるためには定常、非定常を問わずタービン翼全体にわたって温度を低くかつ均一にすること、作動流体の非定常温度変化に対してこの条件にかなり方策は翼材各部の温度の過渡応答性(時定数)を同一にすること。」

翼材各部の温度の過渡応答は 2.2 節で述べたように翼材の物性値、熱伝達率、厚みなどに依存するが物性値に関しては翼全体の温度分布が均一に変化する過程の場合考慮する必要がない。したがって実際問題として過渡応答の同一性を得るためには翼材の両面における熱伝達率に対応して厚みを決定する方法をとればよい。この方法を提示した例はこれまでみられなかったので、著者らは国内及び米国他に特許申請中である。以下実施例について述べる。

第 3 章、第 4 章で計算を適用した例(高温タービン第 4 次試験体用ノズル翼)について翼材各部の時定数を求めると図 19 のようになる。この図によれば前縁よどみ点、後縁よどみ点、背側、腹側の無次元翼表面長さ 0.8 付近における時定数は平均値からの偏差が大きい。

これらの位置は図 17-1、図 17-2 の熱応力分布において過大な値が生じている位置と対応しているので時定数分布を均一にすれば熱応力は大巾に軽減されることが容易に帰結される。そこで熱伝達率分布は第 3 章で与え

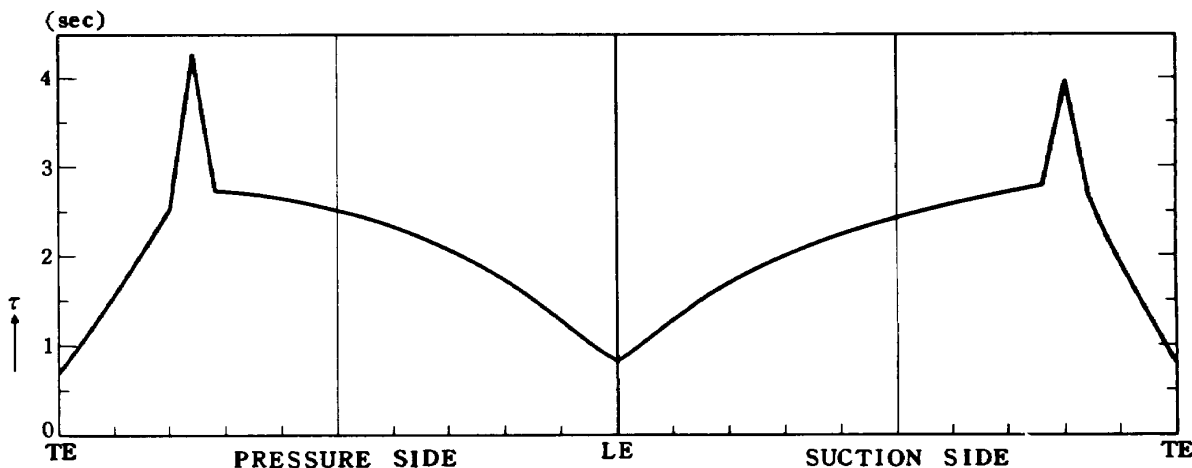


図 19 肉厚一定の場合の時定数分布

た値(図14)をそのまま適用し、前縁よみ点の肉厚を2mmに設定して翼表面に沿った翼の肉厚を時定数が同一になるように翼表面の各位置で求めると図20のようになる。ここで導入した時定数は2.2節で定義したように翼表面の各位置において肉厚方向の3ヶ所( $y=0$ ,  $y=1/2$ ,  $y=1$ )における時定数の算術平均値とした。この肉厚分布を有するノズル翼について非定常温度分布、熱応力分布を計算した結果がそれぞれ図21-1、図21-2および図22-1、図22-2である。非定常熱応力は定常運転時の熱応力よりもほとんど常に絶対値が小さい。また値は $\pm 10 \text{ Kg/mm}^2$ 以内である。つまり熱応力軽減の効果がきわめて有効であることがこの例から立証された。ここで注意すべきことは計算例の場合後縁付近の翼厚が2mmを越えているので空力性能から要求される翼厚を逸脱してしまうことである。計算例に限らず過渡応答の同一性を確保するのに必要な肉厚が空力性能から要求される翼厚を満足し得ない場合が起りうる。しかしこのよ

うな場合には、フィルム冷却、しみ出し冷却などを適用することによって主流から翼への熱流束を少なくして翼厚をそこなうことなく時定数を他の部分と同じに制御することが可能である。

### 6. 考 察

前章までで肉厚のうすいタービン翼における翼材の非定常温度、非定常熱応力の計算方法と熱応力軽減の方法を提示した。ここに提示した熱応力軽減の方法は作動流体の非定常温度変化時に発生する過大な熱応力を軽減させるのにきわめて有効なものであるが、勿論定常状態における熱応力を軽減させるために温度分布を一様にする方が先ず第一に計られるべきであり、それは冷却方式、翼の材質、翼の支持構造などの観点からアプローチされる問題として考えられる重要なテーマである。

さて本報で提示した軽減法をこのような状況の上によって最も望ましいと考えられるフィロソフィーとして記

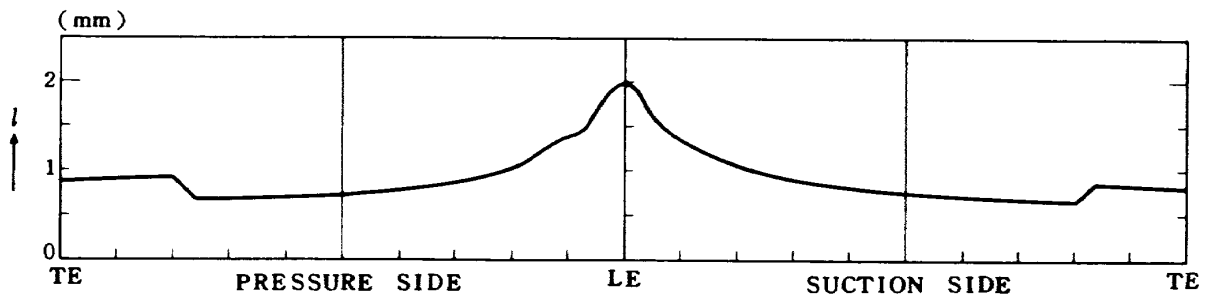


図20 肉厚分布(時定数一定 2.40(sec))

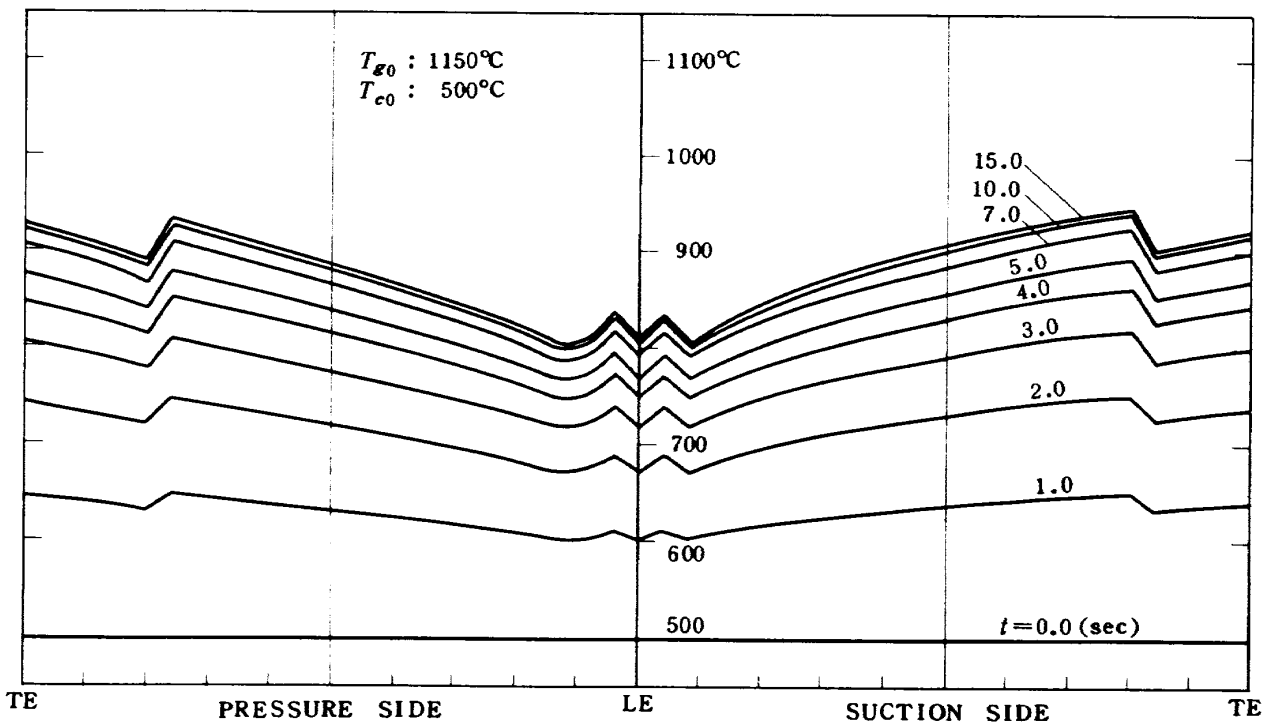


図21-1 時定数一定の場合の非定常温度分布(加熱の場合)

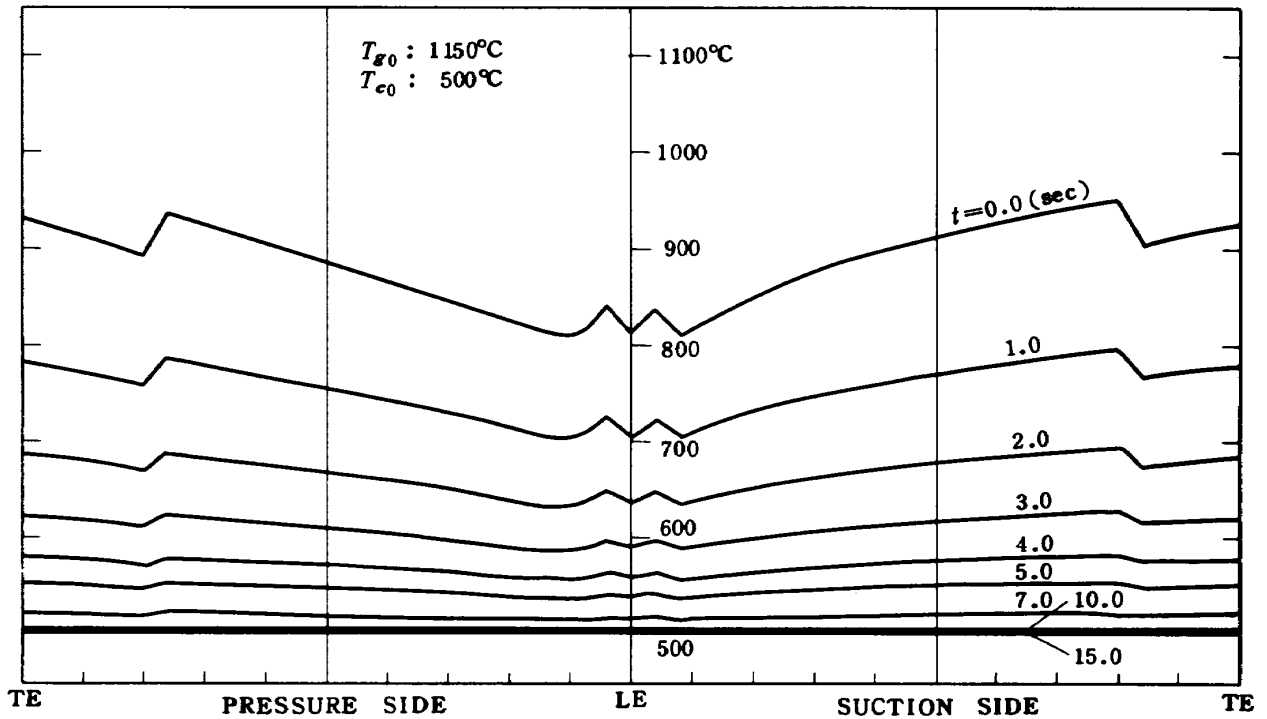


図 21-2 時定数一定の場合の非定常温度分布 (冷却の場合)

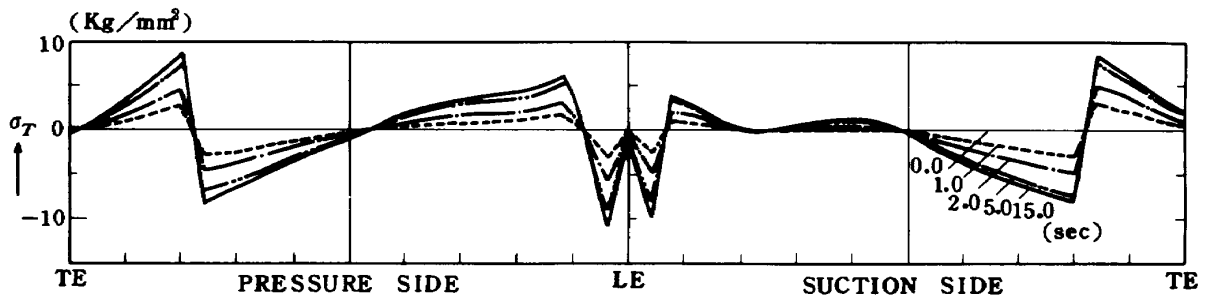


図 22-1 時定数一定の場合の非定常熱応力分布 (加熱の場合)

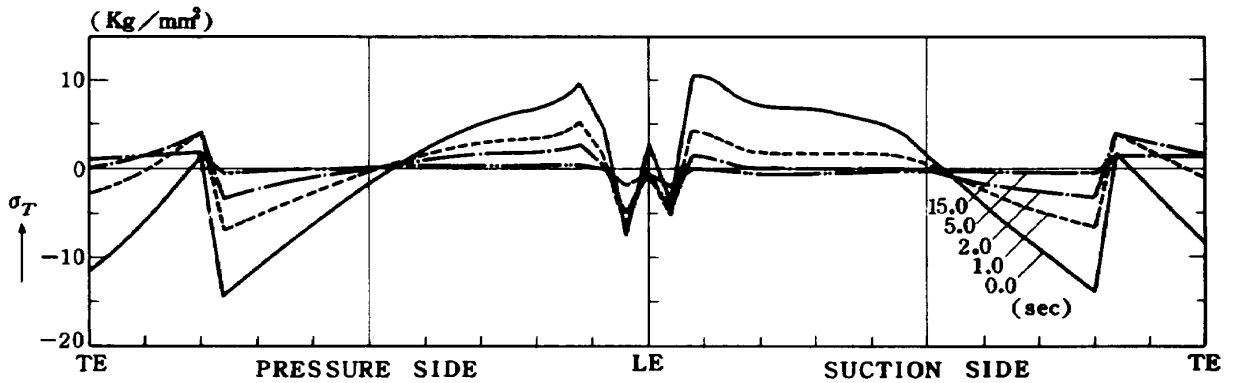


図 22-2 時定数一定の場合の非定常熱応力分布 (冷却の場合)



述すれば次のようになる。

“タービン翼の非定常熱応力を軽減させるためには、タービン翼が次の条件を満足する構造(肉厚分布)を有すればよい、すなわち時間の変化と三次元的な広がり を考慮し、かつ材質の方向性、物性値の温度依存性、境界との拘束状態などのすべてを考慮した翼材の温度が翼材のどの位置においても作動流体の状態変化に対して同一な過渡応答を示すこと。”

前章までにおいて展開した具体的方法とこのフィロソフィーを比較すれば今後更に検討すべき問題が明らかに なる。以下に考慮すべき事項を列挙する。

- (i) 翼材温度の三次元非定常解析, つまり曲率, 翼弦, 翼高への伝導熱量
- (ii) 作動流体の状態変化に対応した熱伝達率
- (iii) 翼材の方向性, 物性値の温度依存性
- (iv) 支持部材への伝導熱量

以上は非定常温度の計算に対する事項であり, 熱応力の絶対値算出にあたってはさらに次の事項を可能な限り考 慮すべきである。

- (v) 熱応力の三次元非定常解析
- (vi) クリープ歪
- (vii) ガスペンディング, 遠心応力などの外力

本報で計算した方法は前記フィロソフィーの特定な場 合について試みたものであり前記(i)~(vii)の事項を多く考 慮するほど理論的には熱応力軽減がより効果的になるは ずである。つまり定性的に前記フィロソフィーを満足す る本報の方法を定量的にもっとつめるためには多数の条 件を考慮しなければならない。しかし比較的容易な方法 で非定常熱応力を大巾に軽減出来る可能性を見出したこ とは大きな意義を有する。さらに前記諸条件を考慮する ことによって本報で得た結果の定量的な検討を進め, よ り効果的な肉厚分布を得ることについては今後の問題と したい。

## 7. 結 論

- (i) 薄肉空冷タービン翼の非定常温度分布, 非定常熱応 力をいくつかの仮定の下に計算し, 作動流体の急激な 状態変化があるとき過大な熱応力が発生することを示 した。
- (ii) 過大な熱応力が発生する位置は翼材の温度の過渡応 答が翼全体の過渡応答平均値からの偏差が大きい位置 と対応する。温度の過渡応答を示す特性値はステップ 入力に対する一次おくれの時定数の定義方法を踏襲し てよい。
- (iii) 翼材の温度の過渡応答を翼材のすべてにおいて同一

にすれば非定常熱応力を軽減するのにきわめて効果的 である。過渡応答の時定数は肉厚と熱容量, 熱伝達率 とから決められる〔 $\tau = l r c_p / (\alpha_g + \alpha_c)$ 〕。翼材の 温度変化が一様になるという立場からすれば物性値の 同一性は確保されるから過渡応答の同一性を得るため には主流側と冷却空気側の熱伝達率分布に対応して肉 厚分布を与えればよい。

- (iv) ここでは物性値と熱伝達率分布を与えて非定常一次 元熱伝導の厳密解の数値計算(電算機による)から肉 厚分布を求めたが実用上は  $l / (\alpha_g + \alpha_c) = \text{一定}$  から 簡単に求めることができる。
- (v) 熱伝達率分布から求められる肉厚分布が空力性能か ら要求されるタービン翼の形状を満足し得ない場合 (これは特に翼後縁部で考えられる)にはフィルム冷 却又はしみ出し冷却をその部分に適用して形状をそこ なうことなく過渡応答の同一性を得ることが出来る。

## おわりに

本研究は高原タービン研究室長の討論によって修正検 討を加えながら進めたことをここに記し謝意を表します。 また高温タービン試験データ採取その他に多大の協力を いただいたタービン研究室, 熱伝達研究室の各位に深く 感謝します。

## 主 な 記 号

- $a$ : 温度伝導率 (=熱伝達率/熱容量) ( $\text{m}^2/\text{s}$ )
- $c_p$ : 比熱 ( $\text{Kcal}/\text{Kg } ^\circ\text{C}$ )
- $E$ : 縦弾性係数 ( $\text{Kg}/\text{mm}^2$ )
- $l$ : 翼外板の肉厚 ( $\text{mm}$ 又は $\text{m}$ )
- $S$ : 翼外被微小要素の断面積 ( $\text{mm}^2$ )
- $T$ : 翼材の温度 ( $^\circ\text{C}$ )
- $T_A, T_B$ :  $y=0, y=l$ における定常温度(4), (5)式 ( $^\circ\text{C}$ )
- $T_0$ : 急激な加熱をする前, 又は急激な冷却をした 後に系全体が保たれる平衡温度 ( $^\circ\text{C}$ )
- $T_N$ : 温度の非定常項 (8)式 ( $^\circ\text{C}$ )
- $T_{c0}$ : 冷却空気入口全温 ( $^\circ\text{C}$ )
- $T_{g0}$ : タービン入口全温 ( $^\circ\text{C}$ )
- $T_{cx}, T_{gx}$ : 翼外被の局所位置における冷却空気側, 主流 側のガス温度 ( $^\circ\text{C}$ )
- $t$ : 作動流体の急激な状態変化があつた時刻から の経過時間 ( $\text{sec}$ )
- $x$ : 翼外表面の前縁よどみ点から表面に沿って翼 弦方向にとつた座標 ( $\text{mm}$ 又は $\text{m}$ )
- $y$ : 翼材の肉厚方向にとつた座標で主流側翼表面

を $y=0$ とする	[mm又はm]	2) 藤井石根 一色尙次：熱伝達によって加熱される板の非定常熱応力：日本機械学会論文集 35巻 271号 (昭44-3) PP604-614
$\alpha$ ：線膨脹係数	[ $1/^\circ\text{C}$ ]	3) 高原北雄ほか：タービンの研究：内燃機関 vol. 11 No. 2 (昭47-2) PP95-103
$\alpha_{gs}, \alpha_{cs}$ ：翼外被の主流側および冷却空気側の熱伝達率	[ $\text{Kcal}/\text{m}^2 \text{h}^\circ\text{C}$ ]	4) 原動機部：高温タービン試験設備およびその計測装置：NAL TR-282 (昭47-6)
$r$ ：比重量	[ $\text{Kg}/\text{m}^3$ ]	5) 吉田豊明ほか：高温タービンノズル翼二次元翼列試験，第2報：NAL TR-232 (昭46-1)
$\varepsilon$ ：歪		6) G.A. Halls: Air Cooling of Turbine Blades and Vanes: AIRCRAFT ENGINEERING Aug. 1967 PP4-14
$\theta$ ：無次元温度 $(T-T_{cs})/(T_{gs}-T_{cs})$		7) 山口富夫：設計現場における熱応力の諸問題(1)：機械の研究 vol.22 No.1 (昭45-1) PP24-30
$\lambda$ ：熱伝導率	[ $\text{Kcal}/\text{m h}^\circ\text{C}$ ]	
$\sigma_T$ ：熱応力	[ $\text{Kg}/\text{mm}^2$ ]	
$\tau$ ：時定数	[sec]	
$\tau_m$ ：時定数の算術平均値	[sec]	

## 参 考 文 献

- 1) Carslow and Jaeger: Conduction of Heat in Solids: Oxford 2nd ed. 1959

付録A 一次元非定常温度分布の解析解

1. 基礎方程式

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (1)$$

境界条件, 初期条件

急激に加熱した場合(H)

$$\left. \begin{aligned} y=0 \text{ で } \alpha_{gx}(T_{gx}-T|_{y=0}) &= -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \\ y=l \text{ で } \alpha_{cx}(T|_{y=l}-T_{cx}) &= -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=l} \\ t=0 \text{ で } T &= T_0 \\ (t=\infty \text{ で } T &= T_A - (T_A - T_B) \frac{y}{l}) \end{aligned} \right\} (2)$$

急激に冷却した場合(c)

$$\left. \begin{aligned} y=0 \text{ で } \alpha_{gx}(T|_{y=0}-T_0) &= \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \\ y=l \text{ で } \alpha_{cx}(T|_{y=l}-T_0) &= -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=l} \\ t=0 \text{ で } T &= T_A - (T_A - T_B) \frac{y}{l} \\ (t=\infty \text{ で } T &= T_0) \end{aligned} \right\} (3)$$

用いた記号の説明は第2章, 2.1節を参照のこと。

2. 表面の定常温度

解析解を誘導する前に翼外被の表面 ( $y=0, y=l$ ) における定常温度  $T_A, T_B$  について説明する。

解析解の定常項(後述)で明らかのように無限平板に

おける一次元定常温度分布は次式のように直線で表わされる。

$$T = T_A - (T_A - T_B) \frac{y}{l} \quad (A-1)$$

一方主流から翼外被, 冷却空気へ至る熱流束の連続性から次式を得る。

$$\begin{aligned} \alpha_{gx}(T_{gx}-T_A) &= -\lambda \frac{dT}{dy} \Big|_{y=0} = -\lambda \frac{dT}{dy} \Big|_{y=l} \\ &= \alpha_{cx}(T_B - T_{cx}) \end{aligned} \quad (A-2)$$

したがって  $T_A, T_B$  に関して次の連立方程式が成り立つ。

$$\begin{cases} \alpha_{gx}(T_{gx}-T_A) = \lambda \frac{T_A - T_B}{l} \\ \alpha_{cx}(T_B - T_{cx}) = \lambda \frac{T_A - T_B}{l} \end{cases} \quad (A-3)$$

これを解いて(4), (5)式を得る。

$$T_A = T_{gx} \left( 1 + \frac{\alpha_{cx} l}{\lambda} + \frac{\alpha_{cx}}{\alpha_{gx}} \frac{T_{cx}}{T_{gx}} \right) / \left( 1 + \frac{\alpha_{cx} l}{\lambda} + \frac{\alpha_{cx}}{\alpha_{gx}} \right) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} T_B = T_{gx} \left( 1 + \frac{\alpha_{cx} l}{\lambda} \frac{T_{cx}}{T_{gx}} + \frac{\alpha_{cx}}{\alpha_{gx}} \frac{T_{cx}}{T_{gx}} \right) / \\ \left( 1 + \frac{\alpha_{cx} l}{\lambda} + \frac{\alpha_{cx}}{\alpha_{gx}} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

3. 定常項と非定常項の分離

さて(1)式の解析解は定常項と非定常項で表わすことができる。

$$T = T_S + T_N \quad (A-4)$$

この式を(1)~(3)式に適用すると次のようになる。はじめに定常項に関しては

$$\frac{\partial^2 T_S}{\partial y^2} = 0 \dots\dots\dots (A-5)$$

$$(H) \left. \begin{array}{l} y=0 \text{ で } T_S = T_A \\ y=l \text{ で } T_S = T_B \end{array} \right\} \dots\dots\dots (A-6)$$

$$(C) \left. \begin{array}{l} y=0 \\ y=l \end{array} \right\} \text{ で } T_S = T_0 \dots\dots\dots (A-7)$$

したがって定常項は次式で表わされる。

$$T_S = T_A - (T_A - T_B) \frac{y}{l} \dots\dots\dots (A-8)$$

〔(A-1), (2)式  $t = \infty$  に対応する〕

$$T_S = T_0 \dots\dots\dots (A-9)$$

〔(3)式  $t = \infty$  に対応する〕

一方非定常項に関しては次のようになる。

$$\frac{\partial T_N}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T_N}{\partial y^2} \dots\dots\dots (A-10)$$

(H)

(C)

$$\left. \begin{array}{l} y=0 \text{ で } \\ \alpha_{gx} \{ T_{gx} - (T_S|_{y=0} + T_N|_{y=0}) \} = -\lambda \frac{\partial T_S}{\partial y} \Big|_{y=0} - \lambda \frac{\partial T_N}{\partial y} \Big|_{y=0} \\ y=l \text{ で } \\ \alpha_{cx} \{ (T_S|_{y=l} + T_N|_{y=l}) - T_{cx} \} = -\lambda \frac{\partial T_S}{\partial y} \Big|_{y=l} - \lambda \frac{\partial T_N}{\partial y} \Big|_{y=l} \\ t=0 \text{ で } T_S + T_N = T_0 \\ (t = \infty \text{ で } T_S + T_N = T_0 - (T_A - T_B) \frac{y}{l}) \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} y=0 \text{ で } \\ \alpha_{gx} \{ (T_S|_{y=0} + T_N|_{y=0}) - T_0 \} = \lambda \frac{\partial T_S}{\partial y} \Big|_{y=0} + \lambda \frac{\partial T_N}{\partial y} \Big|_{y=0} \\ y=l \text{ で } \\ \alpha_{cx} \{ (T_S|_{y=l} + T_N|_{y=l}) - T_0 \} = -\lambda \frac{\partial T_S}{\partial y} \Big|_{y=l} - \lambda \frac{\partial T_N}{\partial y} \Big|_{y=l} \\ t=0 \text{ で } T_S + T_N = T_A - (T_A - T_B) \frac{y}{l} \\ (t = \infty \text{ で } T_S + T_N = T_0) \end{array} \right\}$$

これらの境界条件, 初期条件は(2), (3)式に(A-4)式を代入したそのまゝの形であり定常温度  $T_S$  に関する結果(A-2), (A-8), (A-9)を代入して整理すれば非定常温度  $T_N$  に関する境界条件, 初期条件は次のようになる。

(H)

(C)

$$\left. \begin{array}{l} y=0 \text{ で } \alpha_{gx} T_N|_{y=0} = \lambda \frac{\partial T_N}{\partial y} \Big|_{y=0} \\ y=l \text{ で } \alpha_{cx} T_N|_{y=l} = -\lambda \frac{\partial T_N}{\partial y} \Big|_{y=l} \\ t=0 \text{ で } T_N = T_0 - \left\{ T_A - (T_A - T_B) \frac{y}{l} \right\} \\ (t = \infty \text{ で } T_N = 0) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (A-11)$$

$$\left. \begin{array}{l} y=0 \text{ で } \alpha_{gx} T_N|_{y=0} = \lambda \frac{\partial T_N}{\partial y} \Big|_{y=0} \\ y=l \text{ で } \alpha_{cx} T_N|_{y=l} = -\lambda \frac{\partial T_N}{\partial y} \Big|_{y=l} \\ t=0 \text{ で } T_N = -T_0 + \left\{ T_A - (T_A - T_B) \frac{y}{l} \right\} \\ (t = \infty \text{ で } T_N = 0) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (A-12)$$

(A-11), (A-12)を比較して明らかのように非定常温度  $T_N$  は急激な加熱の場合(H)と急激な冷却の場合(C)とにおいて絶対値が等しく符号が反対である。したがって加熱の場合に得られる非定常温度をあらためて  $T_N$  とすれば(A-4), (A-8), (A-9)より(1)式の解析解は次の形をとる。

$$(H) T = T_N + T_A - (T_A - T_B) \frac{y}{l} \dots\dots\dots (6)$$

$$(C) T = T_0 - T_N \dots\dots\dots (7)$$

4. 非定常項の解析

(A-10) 式の解析解は変数分離法から容易に次の形を得る。

$$T_N = \{ A \cos(\alpha y) + B \sin(\alpha y) \} e^{-a \alpha^2 t} \dots\dots\dots (A-13)$$

ここで  $A, B, \alpha$  は定数である。

(A-13)式を(A-11)の境界条件に代入して定数  $A, B, \alpha$  の満たすべき条件を求めらる。

$$\alpha_{gx} T_N|_{y=0} = \lambda \frac{\partial T_N}{\partial y} \Big|_{y=0} \text{ より } \alpha_{gx} A e^{-a \alpha^2 t} = \lambda B \alpha e^{-a \alpha^2 t}$$

$$\alpha_{cx} T_N|_{y=l} = -\lambda \frac{\partial T_N}{\partial y} \Big|_{y=l} \text{ より}$$

$$\alpha_{cx} \{ A \cos(\alpha l) + B \sin(\alpha l) \} e^{-a \alpha^2 t} = -\lambda \alpha \{ -A \sin(\alpha l) + B \cos(\alpha l) \} e^{-a \alpha^2 t}$$

したがって  $K_g = \alpha_{gx} / \lambda, K_c = \alpha_{cx} / \lambda$  とおけば(A-13)式は次のようになる。

$$T_N = A \left\{ \cos(\alpha y) + \frac{K_g}{\alpha} \sin(\alpha y) \right\} e^{-a \alpha^2 t} \dots\dots\dots (A-14)$$

たとし  $\alpha$  は次式で規定される〔固有方程式(9)に対応する〕

$$\tan(\alpha l) = \frac{(K_c + K_g) \alpha}{\alpha^2 - K_c K_g} \dots\dots\dots (A-15)$$

さらに(A-14)式は(A-11)の初期条件を満足しなければならぬ。すなわち次式が与えられる。

$$f(y) = T_0 - \left\{ T_A - (T_A - T_B) \frac{y}{l} \right\} = A \left\{ \cos(\alpha y) + \frac{K_g}{\alpha} \sin(\alpha y) \right\} \quad (A-16)$$

いま  $f(y) = A_1 Y_1 + A_2 Y_2 + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} A_n Y_n$  (A-17)

$$Y_n = \cos(\alpha_n y) + \frac{K_g}{\alpha_n} \sin(\alpha_n y) \quad (A-18)$$

で表わされる係数行列  $\{A_n\}$  を求めることができれば解として  $T_N = \sum_{n=1}^{\infty} A_n Y_n e^{-a \alpha_n^2 t}$  を得る。ただし  $\alpha_n$  は方程式(A-15)の第  $n$  番目の正根である。

ところで係数  $A_n$  は次式が成り立てば容易に得られる。

$$A_n \int_0^l Y_n^2 dy = \int_0^l f(y) Y_n dy \quad (A-19)$$

(A-19)式が成り立つためには  $Y_n$  が直交関数であることが必要十分条件である。すなわち次式が証明されればよい。

$$\left\{ \begin{aligned} \int_0^l Y_n^2 dy &= C & (A-20) \\ \int_0^l Y_m Y_n dy &= 0 \quad (m \neq n) & (A-21) \end{aligned} \right.$$

ここで  $C$  は 0 でない定数

### 5. $Y_n$ の直交性

(A-18)式より

$$\frac{dY_n}{dy} = -\alpha_n \left\{ \sin(\alpha_n y) - \frac{K_g}{\alpha_n} \cos(\alpha_n y) \right\} \quad (A-22)$$

$$\frac{d^2 Y_n}{dy^2} = -\alpha_n^2 \left\{ \cos(\alpha_n y) + \frac{K_g}{\alpha_n} \sin(\alpha_n y) \right\} \quad (A-23)$$

したがって

$$\frac{d^2 Y_n}{dy^2} + \alpha_n^2 Y_n = 0 \quad (A-24)$$

同様に  $\frac{d^2 Y_m}{dy^2} + \alpha_m^2 Y_m = 0$  (A-25)

(A-24), (A-25)式より

$$\begin{aligned} (\alpha_m^2 - \alpha_n^2) \int_0^l Y_m Y_n dy &= \int_0^l \left( Y_m \frac{d^2 Y_n}{dy^2} - Y_n \frac{d^2 Y_m}{dy^2} \right) dy \\ &= \left[ Y_m \frac{dY_n}{dy} - Y_n \frac{dY_m}{dy} \right]_0^l \quad (A-26) \end{aligned}$$

しかるに(A-11)の境界条件と  $T_N = \sum_{n=1}^{\infty} A_n Y_n e^{-a \alpha_n^2 t}$  なる仮定を用いれば次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dY_n}{dy} &= K_g Y_n \quad (y=0) \\ \frac{dY_n}{dy} &= -K_c Y_n \quad (y=l) \end{aligned} \right\} \quad (A-27)$$

(A-27)式を(A-26)式に代入すれば次式となる。

$$(\alpha_m^2 - \alpha_n^2) \int_0^l Y_m Y_n dy = 0 \quad (m \neq n) \quad (A-28)$$

すなわち(A-21)式は証明された。

一方(A-24)式より

$$Y_n \frac{d^2 Y_n}{dy^2} + \alpha_n^2 Y_n^2 = 0 \quad (A-29)$$

したがって

$$\begin{aligned} \alpha_n^2 \int_0^l Y_n^2 dy &= - \int_0^l Y_n \frac{d^2 Y_n}{dy^2} dy = - \left[ Y_n \frac{dY_n}{dy} \right]_0^l \\ &\quad + \int_0^l \left( \frac{dY_n}{dy} \right)^2 dy \quad (A-30) \end{aligned}$$

また(A-18), (A-22)式より次式が誘導できる。

$$\alpha_n^2 Y_n^2 + \left( \frac{dY_n}{dy} \right)^2 = \alpha_n^2 + K_g^2 \quad (A-31)$$

したがって

$$\alpha_n^2 \int_0^l Y_n^2 dy + \int_0^l \left( \frac{dY_n}{dy} \right)^2 dy = (\alpha_n^2 + K_g^2) l \quad (A-32)$$

(A-30), (A-32)式を加えて(A-27)式を用いると

$$\begin{aligned} 2\alpha_n^2 \int_0^l Y_n^2 dy &= (\alpha_n^2 + K_g^2) l - \left[ Y_n \frac{dY_n}{dy} \right]_0^l \\ &= (\alpha_n^2 + K_g^2) l + K_c Y_n^2 \Big|_{y=l} + K_g Y_n^2 \Big|_{y=0} \quad (A-33) \end{aligned}$$

さらに(A-27)式の平方をとり(A-31)式に代入すると

$$\left. \begin{aligned} Y_n^2 \Big|_{y=0} &= 1 \\ Y_n^2 \Big|_{y=l} &= (\alpha_n^2 + K_g^2) / (\alpha_n^2 + K_c^2) \end{aligned} \right\} \quad (A-34)$$

これを(A-33)式に代入し整理すれば次式を得る。

$$\int_0^l Y_n^2 dy = \frac{(\alpha_n^2 + K_g^2) l + (K_c + K_g) \frac{\alpha_n^2 + K_c K_g}{\alpha_n^2 + K_c^2}}{2 \alpha_n^2} \quad (A-35)$$

すなわち(A-20)式が立証された。

### 6. 非定常温度 $T_N$

前節の結果(A-35)式を(A-19)式に代入すれば係数  $A_n$  が得られる。

$$A_n = \frac{2 \alpha_n^2}{(\alpha_n^2 + K_g^2) l + (K_c + K_g) \frac{\alpha_n^2 + K_c K_g}{\alpha_n^2 + K_c^2}} \int_0^l f(y) Y_n dy \quad (A-36)$$

第4節で述べたように  $T_N = \sum_{n=1}^{\infty} A_n Y_n e^{-a \alpha_n^2 t}$  であるから, (A-36)式を代入すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} T_N &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-a \alpha_n^2 t} \frac{\alpha_n \cos(\alpha_n y) + K_g \sin(\alpha_n y)}{(\alpha_n^2 + K_g^2) l + (K_c + K_g) \frac{\alpha_n^2 + K_c K_g}{\alpha_n^2 + K_c^2}} \\ &\quad \times \int_0^l f(y) \{ \alpha_n \cos(\alpha_n y) + K_g \sin(\alpha_n y) \} dy \quad (A-37) \end{aligned}$$

関数  $f(y)$  は (A-16) 式で定義したように  $y$  の一次関数であるから (A-37) 式の積分項は容易に計算できる。  
すなわち

$$f(y) = T_0 - T_A + \frac{T_A - T_B}{l} y \quad (A-16)$$

より  $f(y) = c_1 + c_2 y$  とおいて部分積分を実行すれば (8) 式が得られる。

$$T_N = 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_n^2 t} \frac{\alpha_n \cos(\alpha_n y) + K_g \sin(\alpha_n y)}{(\alpha_n^2 + K_g^2)l + (K_c + K_g)(\alpha_n^2 + K_c K_g) / (\alpha_n^2 + K_c^2)}$$

$$X \left\{ (c_1 + c_2 l + \frac{c_2 K_g}{\alpha_n^2}) \sin(\alpha_n l) - (\frac{c_1 K_g}{\alpha_n} - \frac{c_2}{\alpha_n} + \frac{c_2 K_g l}{\alpha_n}) \right.$$

$$\left. \times \cos(\alpha_n l) + \frac{c_1 K_g}{\alpha_n} - \frac{c_2}{\alpha_n} \right\} \quad (8)$$

7. 無次元化

以上より (1) 式の解析解は (6), (7), (8) 式で与えられることが説明された。数値計算に際しては次のような無次元化を行なった。

$$\theta = (T - T_0) / (T_{gx} - T_0), \quad \theta_A = (T_A - T_0) / (T_{gx} - T_0),$$

$$\theta_B = (T_B - T_0) / (T_{gx} - T_0), \quad \theta_{AB} = (T_A - T_B) / (T_{gx} - T_0),$$

$$\theta_N = T_N / (T_{gx} - T_0)$$

$$\xi_n = \alpha_n l, \quad F = at / l^2, \quad \zeta = y / l,$$

$$B_g = \alpha_{gx} l / \lambda = K_g l, \quad B_c = \alpha_{cx} l / \lambda = K_c l$$

$$(H) \quad \theta = \theta_N + \theta_A - \theta_{AB} \zeta \quad (6')$$

$$(C) \quad \theta = -\theta_N \quad (7')$$

$$\theta_N = 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\xi_n^2 F} \frac{\xi_n \cos(\xi_n \zeta) + B_g \sin(\xi_n \zeta)}{\xi_n^2 + B_g^2 + (B_c + B_g)(\xi_n^2 + B_c B_g) / (\xi_n^2 + B_c^2)}$$

$$X \left\{ (-\theta_B + \theta_{AB} \frac{B_g}{\xi_n^2}) \sin \xi_n + (\theta_B B_g + \theta_{AB}) \frac{\cos \xi_n}{\xi_n} \right.$$

$$\left. - \frac{\theta_A B_g + \theta_{AB}}{\xi_n} \right\} \quad (8')$$

$$\tan \xi_n = \frac{(B_c + B_g) \xi_n}{\xi_n^2 - B_c B_g} \quad (9')$$

付録B 実測値からの修正計算に関する補足

1. 伝熱計算

(イ) ライナの熱容量

形状は軸方向長さ 300, 内筒直径 300 φ, 外筒直径 600 φ, 板厚 1 (mm) の同心二重管とみなし, 材質はハステロイ X とした。またライナの温度は表 3 の場合

$$(H) \quad 132^\circ\text{C} \rightarrow 484^\circ\text{C}, \quad (C) \quad 152.8^\circ\text{C} \rightarrow 102^\circ\text{C}$$

という変化を仮定した。計算式は次式による。

$$Q_3 = G_l c_{pl} \Delta T_l \quad (B-1)$$

ここに  $G_l$ : ライナの重量 ( $\tau_l = 8.23 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3$ ),

$c_{pl}$ : ライナの比熱 ( $c_{pl} = 0.105 \text{ Kcal/Kg}^\circ\text{C}$ )

(ロ) ライナの受熱量 (対流)

$$Q_{4c} = \alpha_l A (T_g - T_{lm}) \quad (B-2)$$

ここに  $\alpha_l$ : ライナ表面の熱伝達率 (円管内の乱流伝達率で近似する),  $A$ : ライナの表面積,  $T_g$ : 主流の代表温度 (表 3 中の  $T_{g2}$ ),  $T_{lm}$ : ライナの平均温度

(ハ) ライナの受熱量 (ふく射)

$$Q_{4R} = \sigma A F_{CG} (T_g^4 - T_{lm}^4) \quad (B-3)$$

ここに  $\sigma$ : ステファンボルツマン定数  $4.88 \times 10^{-8} \text{ Kcal/m}^2 \text{ h}^\circ\text{K}^4$ ,  $F_{CG}$ : ガス  $G$  から放射されたもののうち受熱面  $C$  に入射する部分の割合

$$F_{CG} = 1 / (1/\bar{F}_{CG} + 1/\epsilon_c - 1) \quad (B-4)$$

$$\text{ただし } \bar{F}_{CG} = \epsilon_G \left\{ 1 + \left\{ \frac{A_R}{A_C} / \left( 1 + \frac{\epsilon_G}{1 - \epsilon_G F_{RC}} \right) \right\} \right\}$$

$$(B-5)$$

$A_R$ : 反射面の表面積,  $A_C$ : 受熱面の表面積,  $A_R = A_C = A$ ,  $\epsilon_c$ : 受熱面のふく射率,  $\epsilon_G$ : ガスのふく射率,  $\epsilon_c = 0.4$ ,  $\epsilon_G = 0.7$

$F_{RC}$ : 反射面  $R$  から放射されたもののうち受熱面  $C$  に入射する部分の割合  $F_{RC} = 1$ , したがって  $\bar{F}_{CG} = 0.910$   
 $F_{CG} = 0.385$ 。

2. ガス温度測定用熱電対の時定数

先端露出形 (球状) の熱電対に関してリード線への伝導熱量を無視すれば, 対流とふく射による伝熱量が熱電対の先端部の温度を支配するから次式が成り立つ。

$$\tau_T C_{pT} V_T \frac{dT}{dt} = \alpha_T A_T (T_g - T) + \sigma A_T \epsilon_T (T_W^4 - T^4) \quad (B-6)$$

ここに  $V_T$ : 熱電対先端部 (添字  $T$  で示す) の体積,

$T$ : 熱電対先端部の温度,  $T_W$ : 周囲の壁面温度

$T$  が一定時間の後示す平衡温度を  $T_f$  とすれば (B-6) 式を変形して次式を得る ( $T_f = T_{g2}$  表 3 参照)。

$$\frac{dT}{dt} = \left\{ \frac{\alpha_T A_T + 4\sigma A_T \epsilon_T T_f^3}{\tau_T C_{pT} V_T} \right\} (T_f - T) \quad (B-7)$$

上式を解けば  $T$  の時定数  $\tau_{TC}$  が与えられる。

$$\tau_{TC} = \frac{\tau_T C_{pT} V}{A_T (\alpha_T + 4\sigma \epsilon_T T_f^3)} \quad (B-8)$$

ここで  $\tau_T = 8.30 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3$ ,  $C_{pT} = 0.106 \text{ Kcal/Kg}^\circ\text{C}$ ,  $\epsilon_T = 0.385$ , 先端は直径 ( $d$ ) 2mm の球, 平均熱伝達率  $\alpha_T$  は一様流中の球の平均熱伝達率を与える次式から算出する。

$$Nu = 2 + 0.34 Re_d^{0.566} Pr^{1/3} \quad (B-9)$$

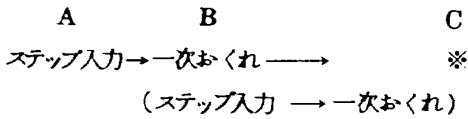
$$1.8 \times 10^3 < Re_d < 1.5 \times 10^5$$

ただし  $N_u$  : ヌセルト数 ( $\equiv \frac{\alpha_T d}{\lambda}$ ),  $Re_d$  : レイノルズ数 ( $\equiv \frac{u d}{\nu}$ ),  $Pr$  : プラントル数。

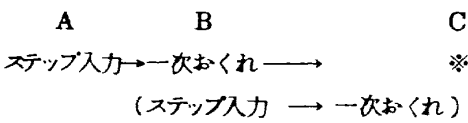
3. 翼材の時定数の算出

ステップ入力に対する一次おくれ係が二重にある場合を考える。すなわち次の二つの変化を想定する。

(イ) 燃料 → ガス温度 → ガス温度測定用熱電対



(ロ) 燃料 → ガス温度 → 翼材の温度



これらの変化を数式で表わすと次のようになる。

	入力	伝達関数	出力
A → B	$1/S$	$G_B/(1+\tau_B S)$	$G_B(1-e^{-t/\tau_B})$
A → B → C	$1/S(1+\tau_B S)$	$G_C/(1+\tau_C S)$	*
	* $\frac{\tau_B}{\tau_B - \tau_C} G_C(1-e^{-t/\tau_B}) + \frac{\tau_C}{\tau_C - \tau_B} G_C(1-e^{-t/\tau_C})$		

この出力は(イ), (ロ)とも実測値がある。さらに(イ)では $\tau_C$ に相当する $\tau_{TC}$ が前節(B-8)式で別にと与えられるから $\tau_B$ に相当する $\tau_g$ が求められる。したがって(ロ)では $\tau_B$ に

相当する $\tau_g$ に(イ)で得られた値を代入し実測値と DATA FITTING すれば $\tau_C$ に相当する $\tau_b$ すなわち翼材の時定数が求められる。図23-(a)(b)は加熱(H)の場合の DATA FITTING を示す。どの時間で実測値と一致させるかによって結果が異なってくるが、ガス温の時定数 $\tau_g$ の値が他の時定数に比して小さい場合は結果として $\tau_b$ はあまり変動しない。

4. 熱伝達率の比

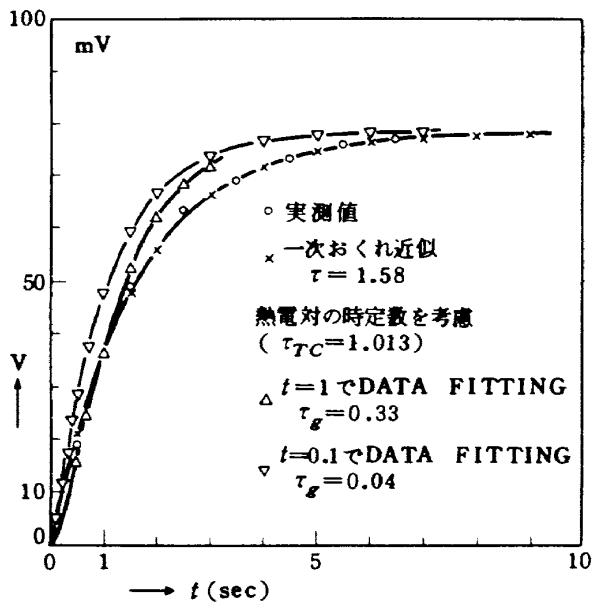
翼材部の一定位置において状態量の異なる二つの場合の熱伝達率の比は境界層の様式(層流, 乱流)が両者で同じであれば状態量の比を用いて表わすことができる。すなわち伝熱の特性式 $N_u = a Re^m Pr^n$ において定数 $a, m, n$ は着目する位置の形状, 流れの様式によって決まる。ここでは平板上の乱流境界層の値を採ることとし( $m=0.8, n=1/3$ )各々無次元値を状態量に分解した後整理する。

$$Nu \propto a/\lambda, Re \propto G/\mu, Pr = \mu c_p/\lambda$$

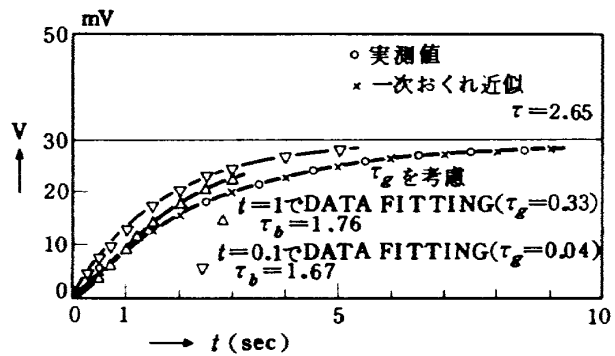
$$\text{したがって } a \propto \lambda^{2/3} \cdot G^{0.8} \cdot \mu^{-7/15} \cdot c_p^{1/3} \quad (B-10)$$

二つの場合に対し添字H, Cで区別する。

$$\frac{\alpha_H}{\alpha_C} = \left(\frac{\lambda_H}{\lambda_C}\right)^{2/3} \left(\frac{G_H}{G_C}\right)^{0.8} \left(\frac{\mu_C}{\mu_H}\right)^{7/15} \left(\frac{c_{pH}}{c_{pC}}\right)^{1/3} \quad (B-11)$$



(a) ガス温度



(b) 翼材温度

図23 一次おくれ近似による DATA FITTING

---

## 航空宇宙技術研究所報告 364号

昭和49年5月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)千182

印刷所 有限会社 共 進  
東京都杉並区久我山4-1-7(羽田ビル)

---



