

UDC 629.7.017.2:
159.938:
62-50

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-367

不安定系の手動制御

田中敬司

1974年6月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

目 次

概 要	1
記 号	2
第 1 部 人間オペレータの伝達関数における 2 次の進み項について	3
第 1 章 不安定系の手動制御に関する従来の知見	4
第 2 章 実験 1	5
2.1 目的	5
2.2 周波数解析法	5
2.3 実験のセット・アップ	6
2.4 目標信号について	6
2.5 実験手順	7
2.6 データ処理	7
2.7 実験結果	8
第 3 章 結 論	9
第 2 部 被制御系の特性と人間の制御特性との関係について	11
第 1 章 実験 2 の目的	12
第 2 章 実験 2 の概要	12
2.1 実験のセット・アップ	12
2.2 実験手順	12
2.3 データ処理	13
第 3 章 実験結果および考察	13
3.1 被制御系のダンピング、固有振動数とパフォーマンスとの関係	13
3.2 推定した人間の伝達関数について	13
3.3 推定した人間の伝達関数のパラメータについて	21
結 論	24
あとがき	24
参考文献	24
附 録 A むだ時間について	26
附 録 B 本実験で用いた伝達関数推定法について	26
附 録 C 実験 2 で用いた実験計画法について	27

不安定系の手動制御*

田 中 敬 司**

There have been several remarks on manual control theory which experimentally or theoretically point out that a human operator may take double lead operation, and so the transfer function of the human operator must incorporate the double lead term when controlling unstable systems. In this research, two simple manual tracking experiments were conducted, in the first place to prove the existence of the double lead term in the transfer function of the human operator when controlling unstable systems, and secondly to investigate the variations of the control characteristics of human operators according to the variations of the dynamics of the controlled elements.

The purpose of this paper is to re-examine the role of the lead terms of the human transfer function and to obtain some insight into the controllability limit of manual control.

The results of these investigations can be summarized as follows:

1) Through the first experiment:

It was proper to add the double lead term to the transfer function of the human operator when controlling unstable systems.

2) Through the second experiment:

It was difficult to express the human transfer characteristics with one linear transfer function. In such cases it seems to be more accurate to divide the human transfer function into two linear functions according to their dominant frequency ranges, the one part of the transfer function being determined by the lower frequency domain, and the second by the higher frequency domain. The human characteristics indicated by the former transfer function contribute to the improvement of control performance, while the human characteristics indicated by the latter suppress the divergence of the controlled element.

The relationships between parameters of the human transfer function and the parameters of the controlled elements are as follows:

A) Double lead term of the human operator proves to be independent of the damping of the controlled elements.

B) As the stability of the controlled element decreases, the time delay term decreases so as to increase the stability of the whole system, but there are cases in which both the first lead term and the time delay term do not take maximum values to stabilize the system.

In the future, some new method of analysis which takes account of the nonlinear characteristics of the human operator will make these phenomena clearer.

概 要

普通、航空機の動特性は、通常の飛行状態においては安定なものである。しかし、VTOL機ホバリングや遷移飛行時、およびヘリコプターのホバリングや低速飛行時には不安定な特性をもつことがある。こういった特性

は普通自動安定化装置によって改善されているが、自動安定化装置が故障した場合の航空機の特性は元の動特性に戻ったり、あるいはそれより更に不安定な動特性を持つたりする。こういう時、パイロットは手動によりかかる不安定な機体を操縦して、パイロットと機体自体を含めた全体の系を安定にして機体の姿勢を保持する必要がある。それゆえ、パイロットと機体を含めた系が安定に

* 昭和49年2月5日 受付

** 計測部

なるように注意して航空機の設計をおこなわなければならない。したがって、航空機設計の一資料としてそのような時の人間の特性がどのようなものであるか、また、どの程度の不安定な機体まで手動による操縦が可能であるかについて資料を得ることが重要な問題であると考えられる。

2 次の振動する不安定系を制御している場合の人間の特性に関し、その特性を伝達関数の形で表わした場合、経験的、および理論的に、2 次の進み項が存在するであろうということが今迄に指摘されてきた。本報告では、第1部で、不安定系を制御している場合の人間の伝達関数に2 次の進み項が存在することを実験的に明らかにし、第2部で、被制御系の特性をいくつか選んで変えた場合のそれぞれに応じた人間の制御特性の変動を調べた。このような実験的検討を通して、今迄多くの人々によって論じられてきた進み項の役割を再検討し、手動制御の制御限界に関する知見を得ることを目的とした。

その結果、実験1によって(本文第1部記載)

- 1) 2 次の振動する不安定系を制御している場合の人間の伝達関数に2 次の進み項を入れる方が適當であることを確認した。

また、実験2によって(本文第2部記載)

- 1) 制御が難しい場合は、人間の記述関数を1つの線形な式で近似することがかなり困難であることが認められた。そこで、かかる場合は、低い周波数領域と高い周波数領域で支配的な関数とに分けて、2つの記述関数を求めると近似度が高まることが示唆された。このことは、高い周波数領域で支配的な人間の制御特性が被制御系の発散を押えているものであり、他方、低い周波数領域で支配的な人間の制御特性が制御のパフォーマンスを高めるものであることを意味すると考えられる。
- 2) 被制御系の特性と、人間の制御特性との間に以下のような関係があることが明らかになった。すなわち、2 次の進み項は被制御系のダンピングには依存しない値をとること。1 次の進み項やむだ時間は必ずしも安定化に最適の値はとらないが、被制御系の安定度が悪化するにつれ、系全体の安定度を増すように変動すること。

以上の結果を得た。

今後、これらの結果をもとにして、人間の非線形性に基づいた別の解析法によって、これらの現象を解析してゆくことが課題として残されている。

記 号

- A_k : 目標信号の各周波数成分の振幅
- c : 操縦桿の出力
- $C(j\omega)$: c のフーリエ変換
- e : 人間に対する入力, (エラー), [volt]
- $E(j\omega)$: e のフーリエ変換
- F : 操縦桿反力 [kg/mm]
- i : 目標入力 [volt]
- K_c : 被制御系のゲイン
- K_d : ディスプレイのゲイン [mm/volt]
- K_p : 人間のゲイン
- K_s : 操縦桿のゲイン [volt/mm]
- K_{\max}/K_{\min} : ゲインマージン
- m : 被制御系の出力 [volt]
- N : サンプルデータ数
- P : パフォーマンス ($= \overline{e^2}/\overline{i^2}$)
- τ : 人間の出力に含まれるレムナント
- s : ラプラスのオペレータ
- T_1 : 1 次の遅れ項 [sec]
- T_L : 1 次の進み項 [sec]
- T_L' : 2 次の進み項 [sec]
- T_n : 神経筋肉系の遅れ [sec]
- Y_p : 人間の伝達関数
- Y_c : 被制御系の伝達関数
- Y_H : 高周波数領域での人間の伝達関数
- Y_L : 低周波数領域での人間の伝達関数
- ζ : 被制御系のダンピング
- τ : むだ時間 [sec]
- ϕ_{ic} : i と c の相互スペクトル密度
- ϕ_{ie} : i と e の相互スペクトル密度
- ω : 周波数 [rad/sec]
- ω_k : 目標信号に含まれる各成分の周波数 [rad/sec]
- ω_n : 被制御系の固有振動数 [rad/sec]
- ω_s : 切り換え周波数 [rad/sec]

第 1 部

人間オペレータの伝達関数における 2 次
の進み項について

第1章 不安定系の制御に関する従来の知見

人間が手動により制御している場合の人間の制御特性を表現するのに伝達関数を用いる方法がある。この方法は Tustin¹⁾ が用いて以来多くの研究者によって使われ、人間の制御特性を表わす最も一般的な様式となっている。普通用いられる人間の伝達関数は、図1において、

$$Y_p(s) = K_p \frac{1 + T_L s}{(1 + T_N s)(1 + T_I s)} e^{-\tau s} \quad (1) \quad (2) \quad (3) \quad (4)$$

である。ここに、 K_p はゲイン常数、 τ はむだ時間、 T_N は神経筋系のおくれ、 T_I はおくれ項、 T_L は進み項と称されるものであり、このうち τ と T_N は、生理的に人間に固有な定数とみなされており、 τ は約 0.15~0.8sec、^(附録A) また T_N は約 0.1sec と考えられている。

この伝達関数に基づいて、不安定系を制御する人間の制御特性を解析したり、人間の制御限界について調べた一連の研究がある。2次の振動発散系を制御している場合に限ってこれらの研究を略述すると以下の様になる。

まず、Cheatham⁴⁾ は人間の周波数特性を求めた結果、偏揺れ振動を制御する人間の制御特性においては微分特性が顕著であるとして

$$Y_p(s) = K_p \frac{s}{1 + T_N s} e^{-\tau s} \quad (2)$$

なる人間の伝達関数を提示した。そして、これに基づいた制御限界を求めた。この論文では、リズムのある応答 (Rhythmic Response) の現象の指摘がなされていることが特徴的である。これは、後述される2次の進み項で示される応答と関係があると考えられる。

また、操縦特性 (Hand ling Quality) を調べた一連の研究報告^{5), 6), 7), 9)} のなかにおいても、人間の伝達関数における進み項や遅れ項の果たす役割を航空機の伝達関数に対応させて論じたものが多くみうけられる。

つぎに、Jex⁸⁾ が(1)式の人間の伝達関数を用いて不安定系に対する理論的な人間の制御限界を求めた。この論文においては、被制御系のダンピング(ζ)によって、予知的な制御限界 (Precognitive Limit) と、普通の補償的な制御限界 (Compensatory Limit) とに分けられている。すなわち、 $\zeta > -0.2$ のとき $\tau > 0.2$ となり、 $\zeta < -0.2$ のとき $\tau = 0.1$ となると、操縦様式の相違に対応してむだ時間の値が切り換わり得るとした。さらに、被制御系の固有振動数が大きい場合に、腕が追従できなくなって生じる限界 (Manipulative Cutoff) の存在も指摘した。これらをまとめて、いくつかの曲線から成る制御限界を示した。

そのころ、Taylor¹⁰⁾ らは、シミュレーション試験と実際の飛行試験によって、航空機の特性に対する人間の

制御限界について多くのデータをまとめた。そして、データに一致する人間の伝達関数の形をやはり(1)式に基づいて検討した。しかし、被制御系の性質を熟知していると、連続的な制御の場合、むだ時間が負として表現できるときがあり得るとしている。

いっぽう、Smith^{12) 14)} は、約900回の試行を繰り返した結果、2次の不安定系の制御について

$$\begin{cases} 2\zeta\omega_n = -5.04 \\ \omega_n^2 = 51.8 \end{cases} \quad (3)$$

という非常に不安定な被制御系が操縦限界として与えられることを報告した。そして、人間の伝達関数に、

$$Y_p(s) = K_p \frac{(s+0.2)(s+0.3)e^{-0.15s}}{\{s^2+2(0.9)(13)s+(13)^2\}\{s^2+2(0.25)(21.5)s+(21.5)^2\}} \quad (4)$$

なる実験式を用い、さらにむだ時間が 0.02sec 迄小さくなり得るとして、(3)式の非常に不安定な被制御系の制御が可能となると説明した。この論文での特徴は、実験式の進み項に対して s^2 の項を附加していること、すなわち入力加速度に比例した出力成分が存在すると考えたことである。

これに対して、鷲津、宮嶋^{13) 15) 17)} は、まず(1)式に基づいた全系の特性方程式から定めた理論的制御限界を計算し、初期変位のみを与えた実験で求めた制御限界の結果と比較した。さらに、Smith の得た(3)式の制御限界を説明するために、パイロットが、信号の周期のわかる場合、それを最も簡単に伝達関数であらわそうとした。そして、そのため(1)式を改良して、次式の如く、被制御系の固有振動数の2乗、 ω_n^2 の関数として2次の進み項を附加した伝達関数をもって検討した。

$$Y_p(s) = K_p \frac{(1 + T_L s + \frac{1}{\omega_n^2} s^2) e^{-\tau s}}{(1 + T_N s)} \quad (5)$$

これによって初めて(3)式の安定限界が理論的に妥当に説明された。

以上の諸論文によると、振動する不安定系を制御している人間は、伝達関数として表現することが簡単ではなく、McRuer らの提案した(1)式とは異なった様式であるといえる。これらの(1)式との相違点は、ある論文ではむだ時間を非常に小さくしたり、負にすることによって、あるいは2次の進み項を附加することによって説明されている。

第2章 実験 1

2.1 目的

第1章によると、非常に不安定な系を制御する人間の伝達関数には2次の進み項を附加すべきであるというのが一般的な傾向であるが、これを実験データによって検証したものは少ない。¹⁸⁾

よって、まず実験1では、不安定系を制御している人間の伝達関数に2次の進み項をあてはめることの妥当性を、周波数解析法によって検証することを目的として実験を試みた。

2.2 周波数解析法

補償作業 (Compensatory Tracking) をしている場合の人間-機械系は、図1の様に表現するのが一般的である。この場合、人間の制御特性は、入力信号 (図1においてはエラー、 e) に対して線形に伝達する部分 (記述

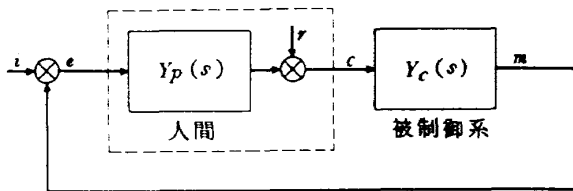


図1 代表的な人間-機械系

関数、 Y_p) と、目標信号 (i) に対して相関をもたない出力であるレムナント (r) に分けて考えられる。これら記述関数の関数形は、目標信号の性質および被制御系 (Y_c) の特性に応じて変化する。

人間の伝達関数として求めようとする記述関数は、この場合、 $i(t)$, $e(t)$, $c(t)$ がすべて定常な信号であるという仮定の下に、次式で与えられる。¹⁹⁾

$$Y_p(j\omega) = \frac{\Phi_{ic}(j\omega)}{\Phi_{ie}(j\omega)} \quad (6)$$

ここに、 $\Phi_{ie}(j\omega)$, $\Phi_{ic}(j\omega)$ は、それぞれ i と e 、 i と c の相互スペクトル密度である。

今回の解析では、計算の簡略化のために次式を用いた。

$$Y_p(j\omega) = \frac{C(j\omega)}{E(j\omega)} \quad (7)$$

ここに、 $E(j\omega)$, $C(j\omega)$ は、それぞれ e , c のフーリエ変換値である。上式は、附録Bに示された条件の下に有効な伝達関数推定法である。この方式による計算結果は、本実験のように多数回の試行の空間平均をとった場合、(6)式のように相関々数より求める方法からの計算結果とよく一致している。その例として任意に選んだデータ例を図2に示す。

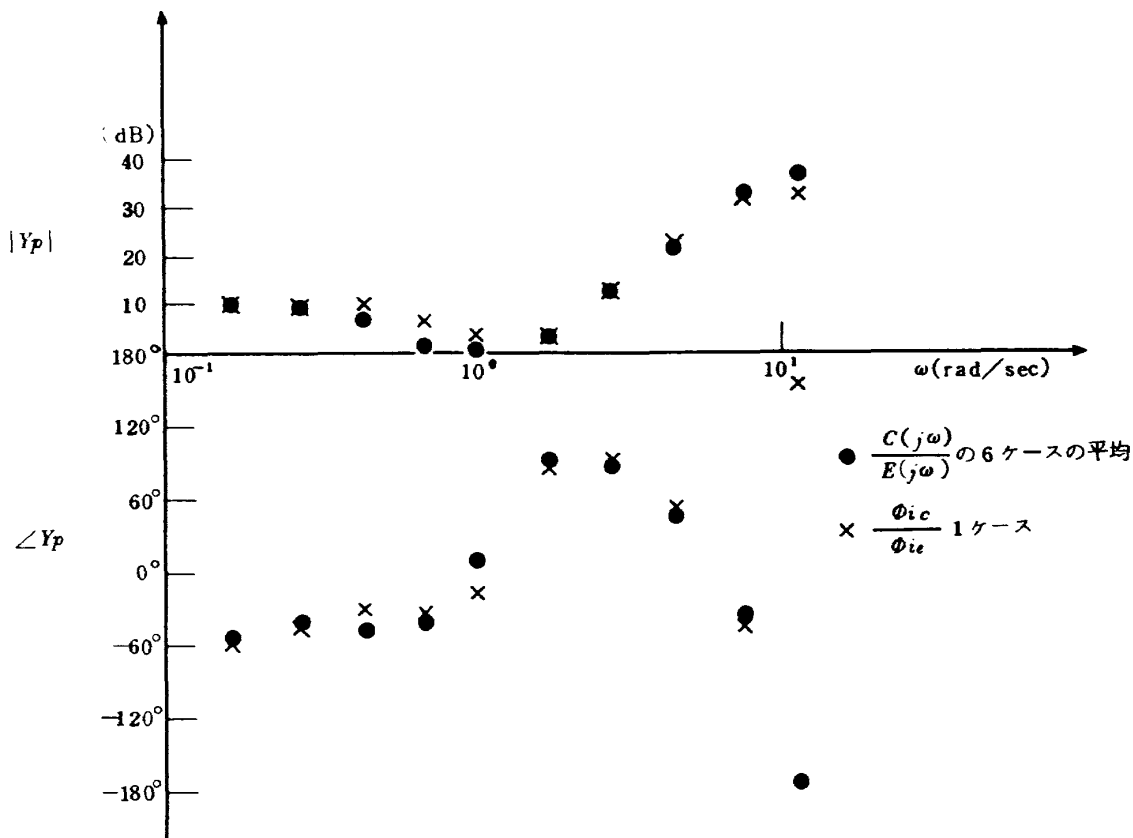


図2 パワースペクトル法と直接法との比較(例)

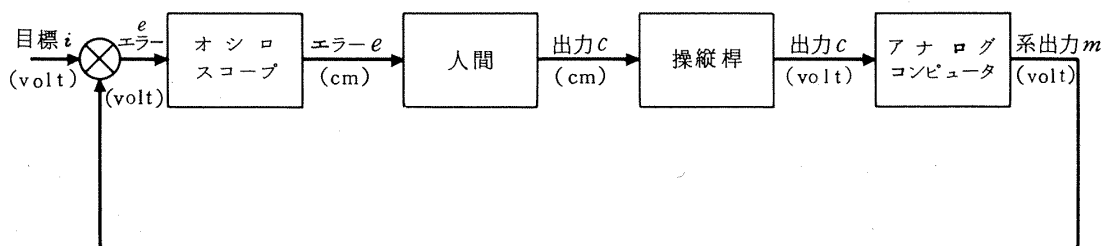


図3 実験のセットアップ

2.3 実験のセット・アップ

図3のように装置を配置して、図1のブロックを構成した。図4に実験の外観を示す。あらかじめデータ・レコーダに記録された目標信号(i)と被制御系の出力(m)との差(e)が、ディスプレイ管面の中心線からの輝線の上下偏位で示される。この偏位を零に(輝線を中心にもってくるように)するように被験者が操縦桿を操作する。この操縦桿出力(c)がアナログ計算機に組まれた被制御系への入力となる。その結果、被制御系から出力 m が得られる。そして、 i, e, c をそれぞれ計算機処理のためデータ・レコーダに記録する。各要素の説明を以下に示す。

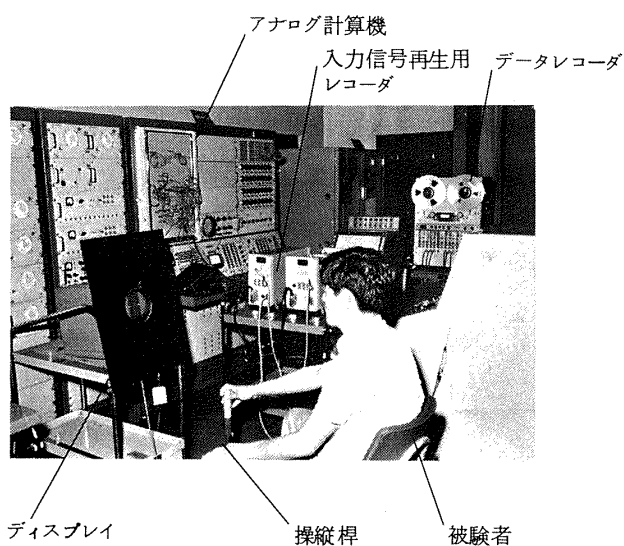


図4 実験装置の外観

被験者；成年男子1名。航空機の操縦の経験はなく、自動車運転免許はあり、トラッキング作業に習熟している。

ディスプレイ；直径5インチのオシロスコープを用い、表示方法は水平輝線が入力信号に従って上下する。ゲインは

$$K_D = 10 \quad [\text{mm/volt}] \quad (8)$$

である。

操縦桿；棒状で、前後方向に変位させて c を出力とし

て生ずる。操舵反力がスプリングで与えられている。回転軸から握りまでの距離は

$$H = 420 \quad [\text{mm}] \quad (9)$$

変位ゲインは

$$K_S = 0.2 \quad [\text{volt/mm}] \quad (10)$$

反力は

$$F = 0.01 \quad [\text{kg/mm}] \quad (11)$$

である。

被制御系 Y_c ；手動制御の実験において多く用いられている次式の2次の振動不安定系を、アナログ計算機で組み、被制御系とする。

$$Y_c(s) = \frac{K_c}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (12)$$

ただし、 $K_c = 1.0$, $2\zeta\omega_n = -1.0$, $\omega_n^2 = 10$ である。

ただし、本報告で人間のゲイン K_p と記されるものは、本来の人間のゲインに、 K_D, K_S の掛かったものである。

2.4 目標信号について

本実験では、擬似ランダム波が比較的簡単に作成でき、信号の性質も予め完全に把握できるので便利であると考えて、これを目標信号として用いた。本実験で使った擬似ランダム波は、周波数範囲が0.157~11.7 rad/sec

表1 目標信号の成分

k	A_k (volt)	ω_k (rad/sec)
1	1.0	0.157
2	-1.0	0.262
3	1.0	0.419
4	-1.0	0.681
5	1.0	0.995
6	-1.0	1.78
7	1.0	2.78
8	-1.0	4.50
9	1.0	7.44
10	-1.0	11.7

にわたる 10 個の正弦波を合成して次式の様に構成されている。

$$i(t) = \sum_{k=1}^{10} A_k \sin \omega_k t \quad (13)$$

合成した各正弦波の振幅および周波数を表 1 に示す。この正弦合成波の周期が 2 分となるように、これらの各正弦波が周期 2 分の正弦波の周波数の整数倍の周波数を持つように定めた。

2.5 実験手順

あらかじめ被験者に十分な練習を課し、被制御系の特性をよく捉えた状態になってからデータを取った。1 ケースを 3 分間の連続作業とした。各ケースの間に約 3 分間、とくに第 5 ケースと第 6 ケースの間には約 10 分間の休止をいれた。同一日の間に 10 ケースのデータを得た。データの例を図 5 に示す。

2.6 データ処理

各ケースについて、中間の 2 分間のデータを取りだし、このアナログデータをサンプリング間隔 0.1 sec で A/D 変換し、 i 、 e 、 c 各々 1201 個、合計 3603 個のデジタル値を得た。そして、 i および e の平均パワー \bar{i}^2 、 \bar{e}^2 を、それぞれ次式によって計算した。

$$\bar{i}^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \{i(t_n)\}^2 \quad (14)$$

$$\bar{e}^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \{e(t_n)\}^2 \quad (15)$$

ただし、 $N = 1201$ である。

そして、操縦のパフォーマンスを次式によって定めた。すなわち、

$$P = \bar{e}^2 / \bar{i}^2 \quad (16)$$

P が大きい程操縦が困難であることを示している。各ケースのパフォーマンスを表 2 に示す。

伝達関数を求めるため、各ケース毎に (13) 式の各 ω_k 成分について、次の 2 つの値を計算した。

$$E(j\omega_k) = \sum_{n=1}^N e(t_n) \{\cos \omega_k t_n - j \sin \omega_k t_n\} \Delta t \quad (17)$$

$$C(j\omega_k) = \sum_{n=1}^N c(t_n) \{\cos \omega_k t_n - j \sin \omega_k t_n\} \Delta t \quad (18)$$

ただし、 $\Delta t = 0.1$ [sec]

である。(17)、(18) 式で得た値を (7) 式に代入して $Y_p(j\omega_k)$ を求めた。10 点の ω_k について、 $Y_p(j\omega_k)$ のゲインと位相

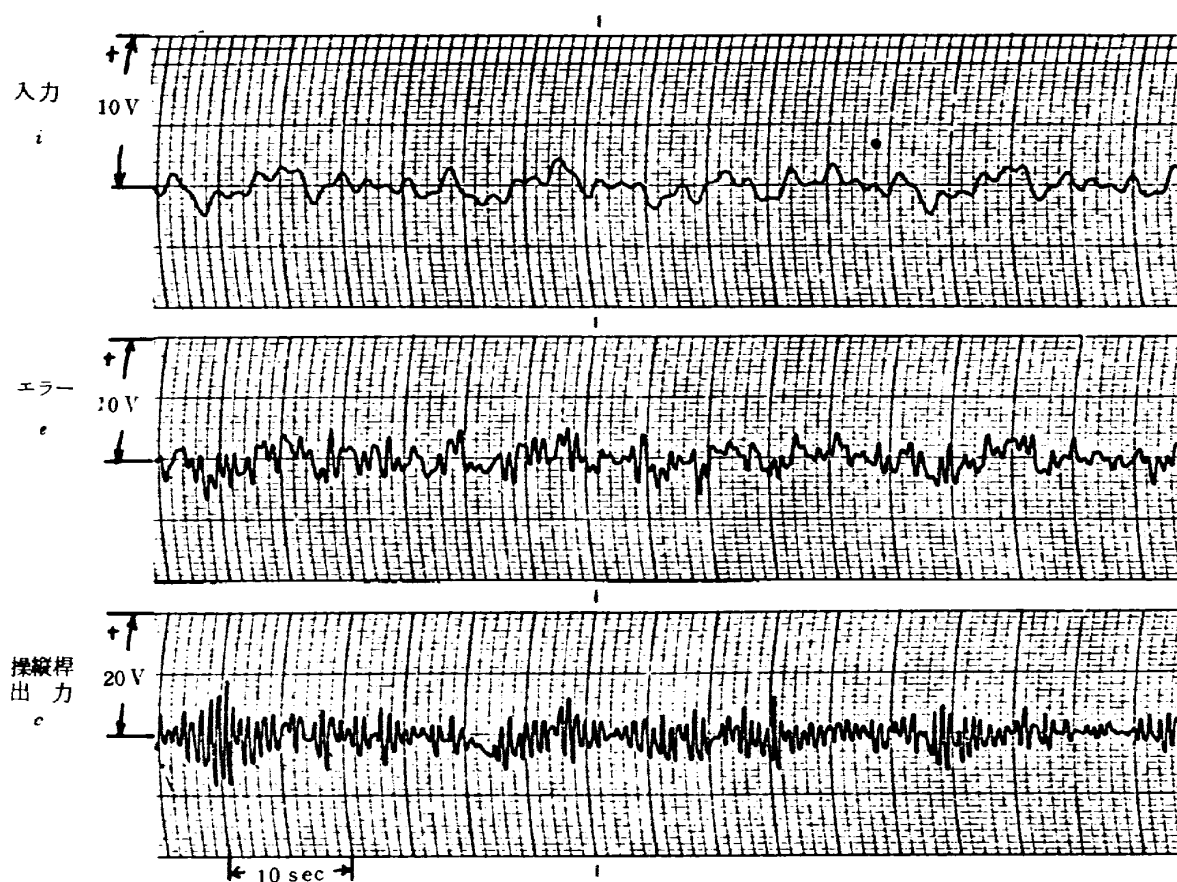


図 5 データ例

表2 各ケースのパフォーマンス

ケース	パフォーマンス ($P = \overline{e^2} / \overline{t^2}$)
1	1.50
2	1.53
3	1.30
4	1.40
5	1.25
6	1.33
7	1.18
8	1.25
9	1.13
10	1.18

を、その平均および標準偏差でボード線図に示した。図6の黒点が平均値であり、平均値の上下に示された線分は標準偏差 1σ の範囲を示している。

2.7 実験結果

以上の処理によって次の様な結果が導かれた。

- 1) パフォーマンス P がすべて1より大であったことから、ランダムに見える入力に応じて不安定系を操縦することは、非常に困難なタスクであることがわかる。そして、被験者の努力は、 e を最小にするこ

とよりもむしろ発散を食い止めることに注がれていたとすることができる。

2) 図6について言える主な特徴は、

(1) 2 rad/sec 以上で、主に 40 dB/dec. のゲイン上昇

(2) 2 ~ 5 rad/sec で位相の進み

(3) 10 rad/sec 附近で急激な位相の遅れ

である。(1)の特徴によって、ボード線図で示される伝達関数に2次の進み項が存在すると考えられる。図6の各点に対し、(5)式を参照して

$$Y_P(s) = K_P \frac{1 + T_L s + T_L' s^2}{1 + T_N s} e^{-\tau s} \quad (19)$$

を近似関数として用いてカーブフィッティングをおこない、次の実験式を得た。

$$Y_P(s) = 2.8 \frac{1 + 0.5s + 0.24s^2}{1 + 0.1s} e^{-0.45s} \quad (20)$$

カーブフィッティングにあたっては、各 ω_k での値に対して推定時の重要性を加味する重みを掛けて、推定関数の値との差の絶対値の総和を評価関数に用いた。この評価関数が最小となるように推定関数のパラメータを傾斜法により探した。ただし、 $T_N = 0.1 \text{ sec}$ と固定した。(20)式を図6に実線部分で示した。低い周波数領域 (0.4 rad/sec 以下)、および高い周波数領域 (10 rad/sec 以上)

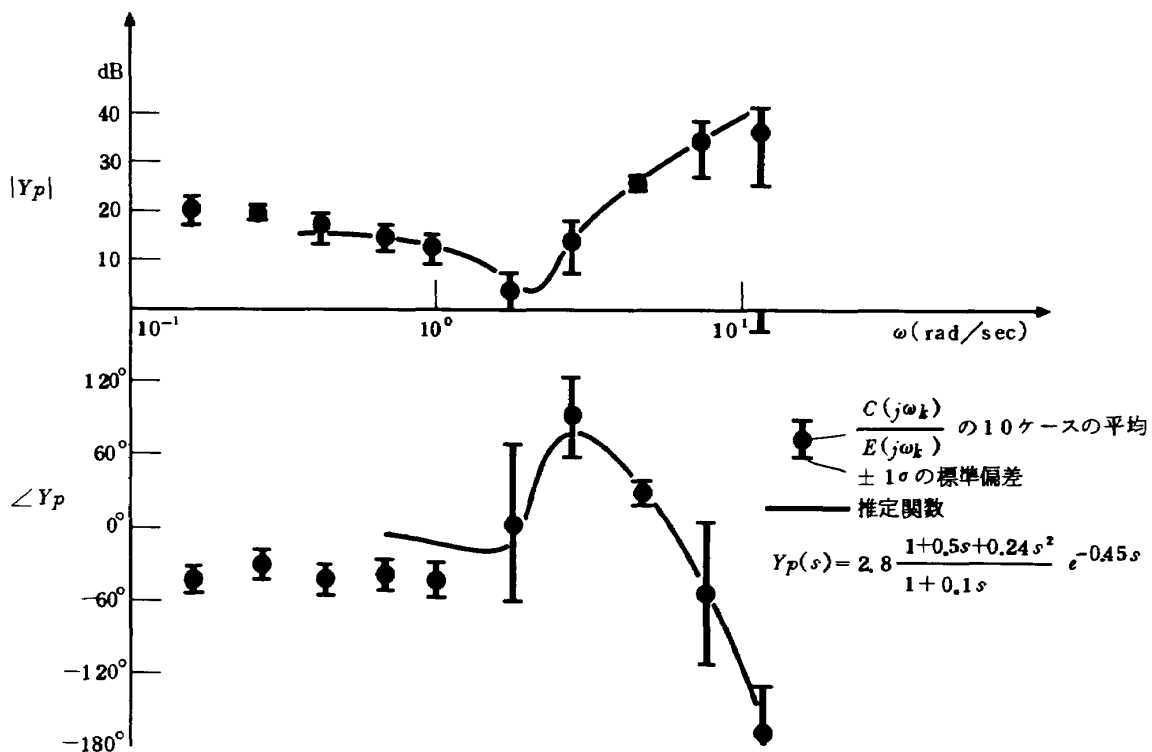


図6 実験値 ($Y_P = \frac{C(j\omega_k)}{E(j\omega_k)}$) と推定関数

では、ずれが有るが、 $0.6 \sim 10 \text{ rad/sec}$ の範囲では非常によい一致を示す。

第3章 結 論

今回の実験で、かかる実験状況において、不安定系を制御している場合の人間の伝達関数に2次の進み項をあてはめることの妥当性が確かめられた。しかし、このことが2次の振動する不安定な被制御系に対し、つねに成立することが明らかになったわけではない。さらに、この進み項の値が何に依存して決定されるのかも明らかではない。第2部の実験で、これらのことも検討することにした。

第 2 部

被制御系の特性と人間の制御特性との
関係について

第1章 実験2の目的

ある系を人間が操縦して安定化する場合の人間の制御特性は、その被制御系の特性により必然的に異なった様相を示す。一般に、制御が困難になると、それに対応して人間は努力を傾け、制御の成績を維持しようとする。しかし、人間の努力にも生理的および精神的な限界が存在し、この限界をこえると制御が不可能になると考えられる。もし、この人間の制御特性の変動が被制御系の動特性に依存して表現されるならば、人間のこの内的なプロセスの一端が理解できる筈である。一方、第1部の実験において、不安定系を制御している人間の伝達関数に2次の進み項を附加することの妥当性を実験的に検証した。ところで、鷺津、宮嶋¹⁷⁾は、2次の進み項が、被制御系のダンピングに独立で、固有振動数の逆数となると提案しているが、第1部の実験ではこれが妥当であったかどうか確かめることはできなかった。

そこで、今回の実験2においては、2種類の固有振動数の被制御系についてダンピングを変えて与えて、これを制御している人間の伝達関数をそれぞれについて求めることを試みる。そして、人間の伝達関数のパラメータ変動を、被制御系のパラメータの関数として示す。このような実験的検討をとおして、今まで論じられてきた進み項およびむだ時間の性質や、それら人間の伝達関数のパラメータが系の安定化に果たす役割を再検討する。さらに、これらに基づいて、手動制御の限界に関する知見を得ることを目的とする。

第2章 実験2の概要

2.1 実験のセット・アップ

実験1においては、固定した被制御系を扱ったのに対して、この実験では、被制御系の特性の変化に応じた人間の制御特性の変動を調べるために、以下の様な実験プログラムに従って実験をおこなった。

実験のセット・アップ、用いた目標信号等は、実験1

と全く同様である。

被験者は、1名である。実験1の実験とは異なる被験者であるが、航空機の操縦の経験がなく、自動車運転免許を所持しており、トラッキング作業に習熟していることは実験1の被験者と同様である。

2.2 実験手順

今回の実験においても、練習試行と本試行の2つに分けて実験をおこなった。

- 1) 練習試行 — いくつかの2次振動不安定系について、エラーの絶対値(|e|)を1分間積分した値を評価メジャーとし、3日間にわたり練習試行をおこなった結果、評価メジャーがほぼ一定となったので次の本試行に移った。
- 2) 本試行 — 本実験では、主に被制御系のダンピング変化に対する人間の特性の変化を調べるために、2次の振動不安定系

$$Y_c(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1)$$

において、表1に示すように ζ 、 ω_n を定め、12種

表1 被制御系

型	$2\zeta\omega_n$	ω_n^2
A	0.5	9
B	0	9
C	-0.5	9
D	-1.0	9
E	-1.5	9
F	-2.0	9
G	0.5	2.5
H	0	2.5
I	-0.5	2.5
J	-1.0	2.5
K	-1.5	2.5
L	-2.0	2.5

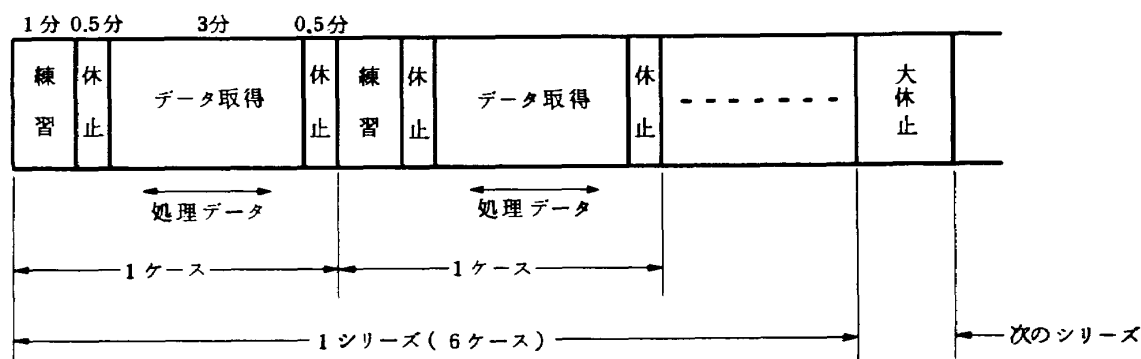


図1 実験手順の概略

類の被制御系を用いた。これをアルファベットの A ～ L であらわす。そして図 1 に示すごとく、ある 1 つの被制御系につき 1 分間の練習と小休止ののち、3 分間の連続作業をさせ、これをデータ・レコーダに記録した。これを 1 つのケースとし、6 ケースをひとまとめの実験単位として 1 シリーズとした。合計 12 シリーズすなわち、72 ケースのデータを取得した。ただし、それぞれのケースにおいて解析に用いたデータはその間の 2 分間のデータである。各シリーズの間には大休止を取った。実験は 3 日間に分けておこなった。各実験シリーズでの試行順序は、附録 C で詳述する如く、各ケースの評価値における 1 次の順序効果を消去できるように、表 2 の順序に従った。

表 2 実験順序

シリーズ \ 順	1	2	3	4	5	6
I	A	C	D	E	F	B
II	B	E	D	A	F	C
III	C	B	F	E	A	D
IV	D	B	C	F	A	E
V	E	C	A	B	D	F
VI	F	D	C	E	B	A
VII	G	I	J	K	L	H
VIII	H	K	J	G	L	I
IX	I	H	L	K	G	J
X	J	H	I	L	G	K
XI	K	I	G	H	J	L
XII	L	J	I	K	H	G

2.3 データ処理

今回用いたデータ処理法も、実験 1 の場合と同様のものであり、人間の伝達関数を、簡単のために、人間の出力 (c) と、エラー (e) のそれぞれのフーリエ変換の比によって求めた。すなわち、次式によって、 $Y_p(j\omega)$ を推定した。

$$Y_p(j\omega) = \frac{C(j\omega)}{E(j\omega)} \quad (2)$$

さらに、実験 1 の場合と同様に $Y_p(j\omega)$ の 6 個の空間平均をとった。

第 3 章 実験結果および考察

3.1 被制御系のダンピング、固有振動数とパフォーマンスとの関係

前回の実験と同様にして求めたパフォーマンス $P (= \bar{e}^2 / \bar{i}^2)$ を表 3 に示す。一般に、被制御系のトータルダンピングを悪くするにつれ、また、被制御系の固有振動数が大きい程、パフォーマンスが悪化する。ダンピング (ζ) をパラメータにしてパフォーマンスの平均をあらわすと、図 2 の如くなる。

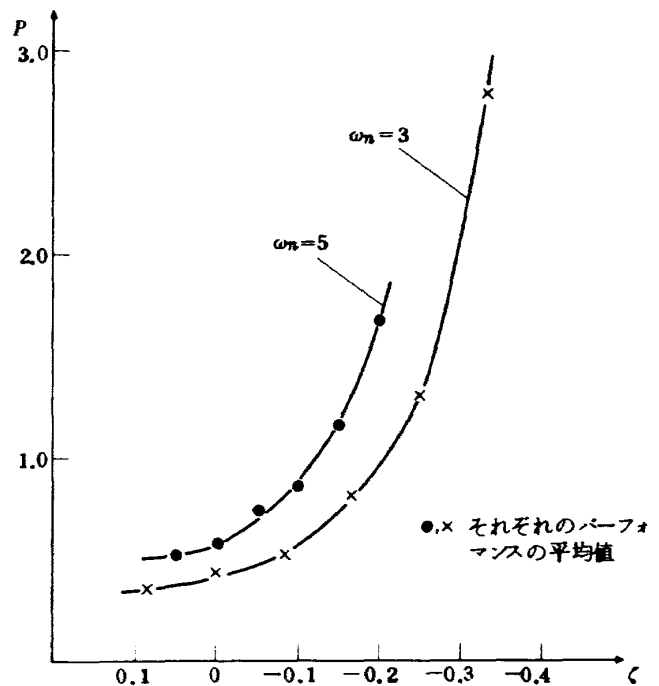


図 2 ダンピングとパフォーマンスとの関係

3.2 推定した人間の伝達関数について

いわゆるクロスオーバーモデル³⁾に合致するようなデータが得られなかったため、人間の伝達関数だけについて調べた。

各々の被制御系を制御している場合について、 $Y_p(j\omega)$ の推定値の平均と標準偏差を図 3-1～図 3-12 に図示した。

まず、図 3 の各ボード線図を検討すると、以下の様な特徴が明らかとなった。すなわち、 Y_p が、図 3-1 に代表されるような 1 つの関数でカーブフィッティングが収束する A 型と、図 3-9 に代表されるような 1 つの関数ではカーブフィッティングが収束しない I 型との 2 つの型に大別できることである。A 型に属するのは A, B, C, D, G, および実験 1 の被制御系すなわち、

$$Y_c(s) = \frac{1}{s^2 - s + 10} \quad (3)$$

表3 各ケースのパフォーマンス $\left(P = \frac{\bar{e}^2}{\bar{i}^2}\right)$

被制御系 シリーズ		1	2	3	4	5	6	平均
A	$\frac{1}{s^2+0.5s+9}$	0.38	0.32	0.39	0.38	0.33	0.35	0.36
B	$\frac{1}{s^2+9}$	0.47	0.40	0.52	0.44	0.43	0.37	0.44
C	$\frac{1}{s^2-0.5s+9}$	0.54	0.55	0.56	0.50	0.50	0.48	0.52
D	$\frac{1}{s^2-s+9}$	0.91	0.86	0.84	0.73	0.84	0.66	0.81
E	$\frac{1}{s^2-1.5s+9}$	1.73	1.41	1.24	1.05	1.16	1.21	1.30
F	$\frac{1}{s^2-2s+9}$	3.06	3.28	2.58	2.80	2.60	2.38	2.78
被制御系 シリーズ		7	8	9	10	11	12	平均
G	$\frac{1}{s^2-0.5s+25}$	0.55	0.50	0.57	0.54	0.49	0.44	0.51
H	$\frac{1}{s^2+2.5}$	0.70	0.59	0.55	0.59	0.49	0.52	0.57
I	$\frac{1}{s^2-0.5s+25}$	0.71	0.75	0.68	0.66	0.65	0.55	0.67
J	$\frac{1}{s^2-s+2.5}$	1.00	0.85	0.90	0.96	0.81	0.63	0.86
K	$\frac{1}{s^2-1.5s+25}$	1.58	1.22	1.09	1.10	1.03	0.87	1.15
L	$\frac{1}{s^2-2s+2.5}$	1.65	1.56	1.93	1.75	1.62	1.44	1.66

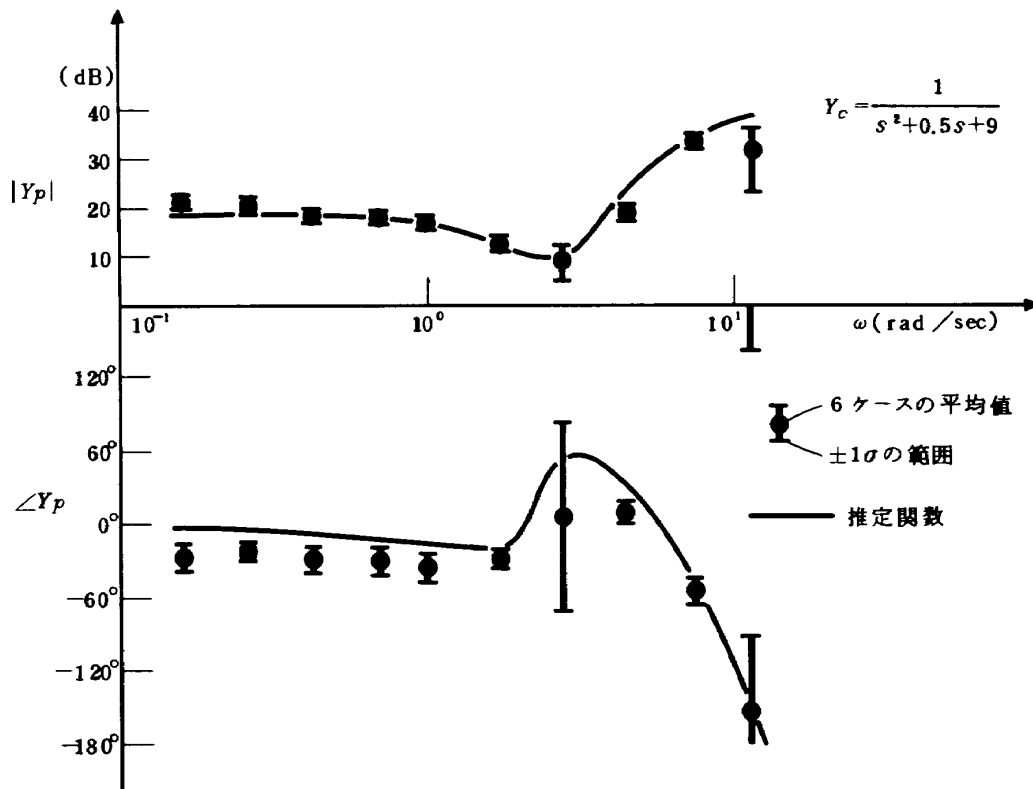


図 3-1 A を制御している人間の周波数特性

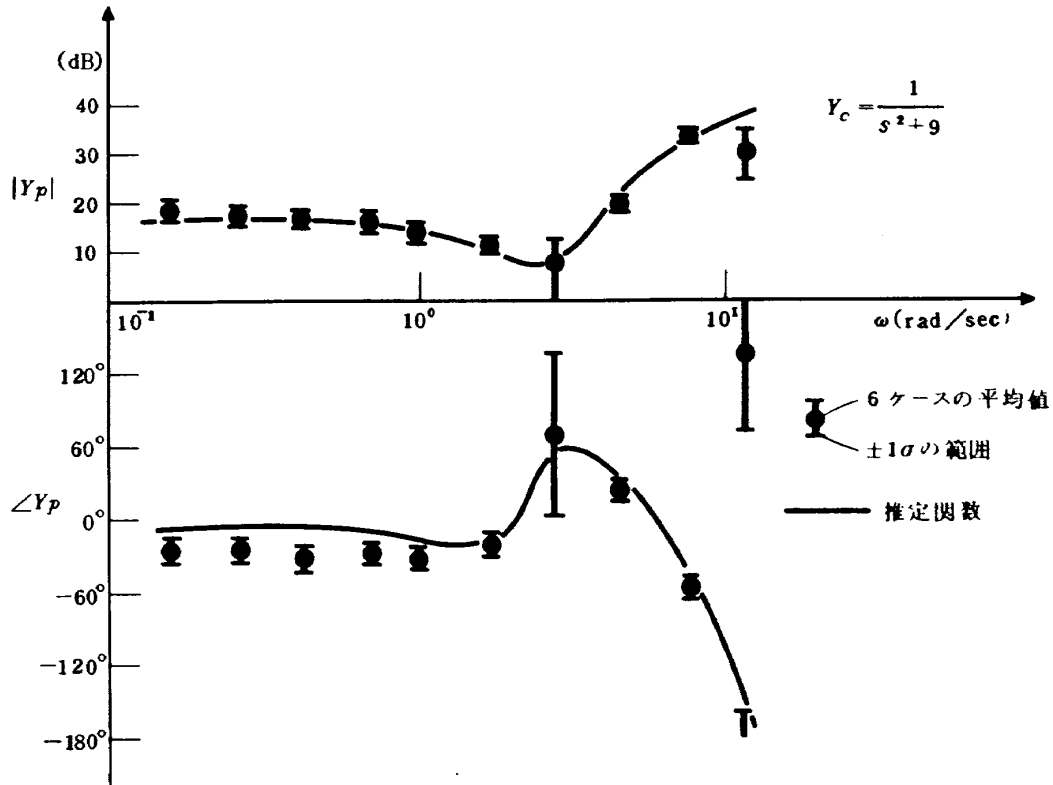


図 3-2 Bを制御している人間の周波数特性

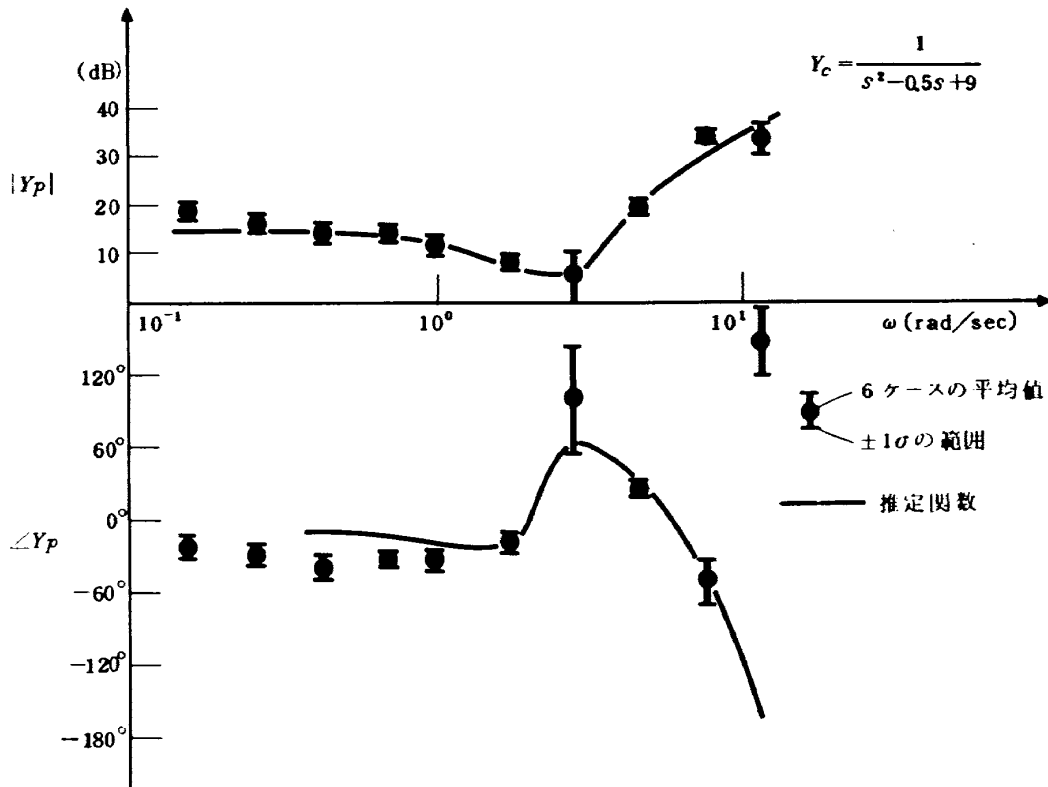


図 3-3 Cを制御している人間の周波数特性

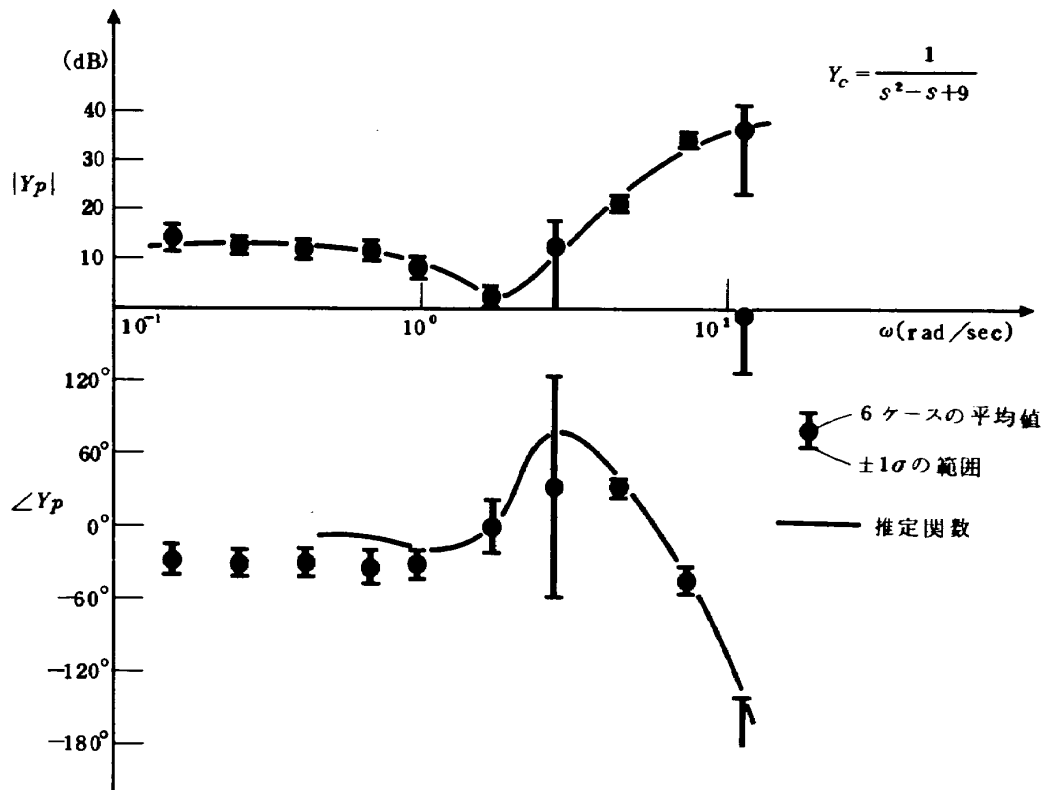


図3-4 Dを制御している人間の周波数特性

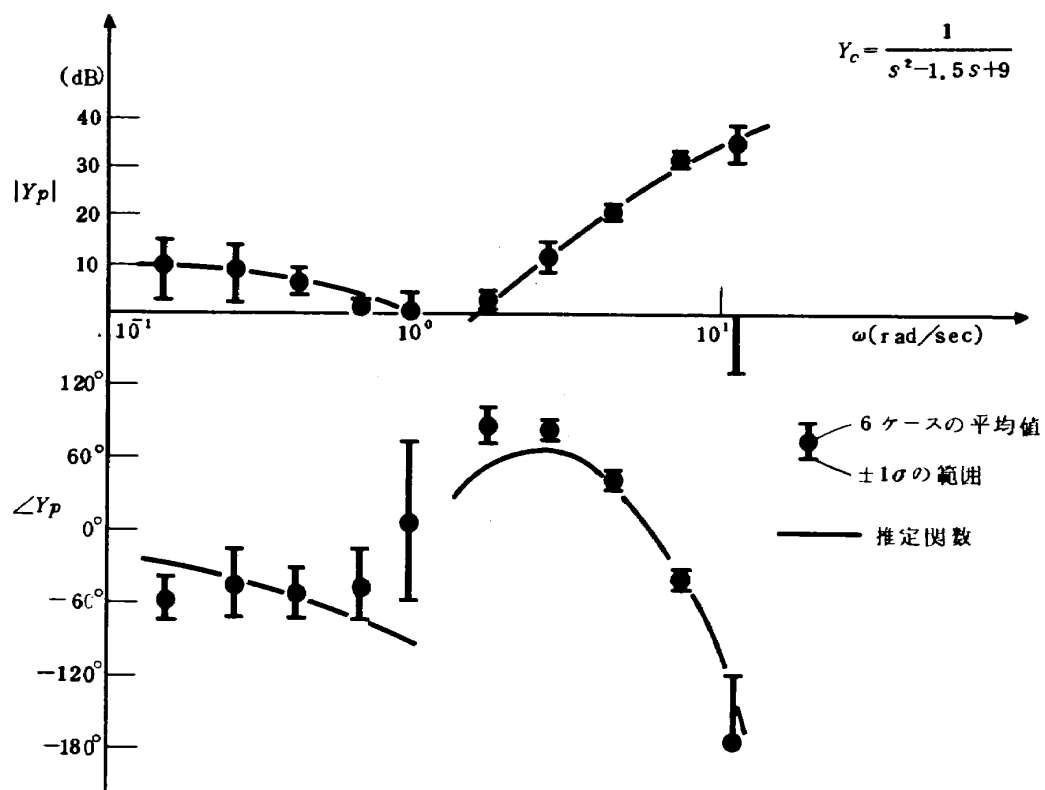


図3-5 Bを制御している人間の周波数特性

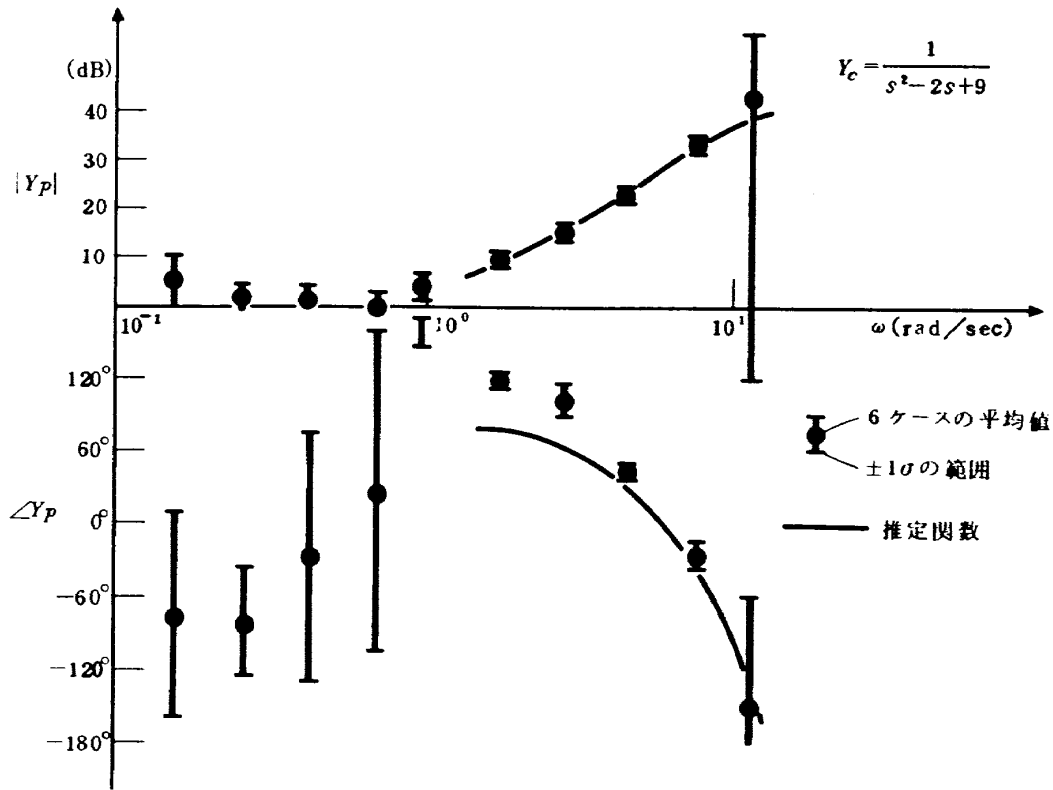


図 3-6 Fを制御している人間の周波数特性

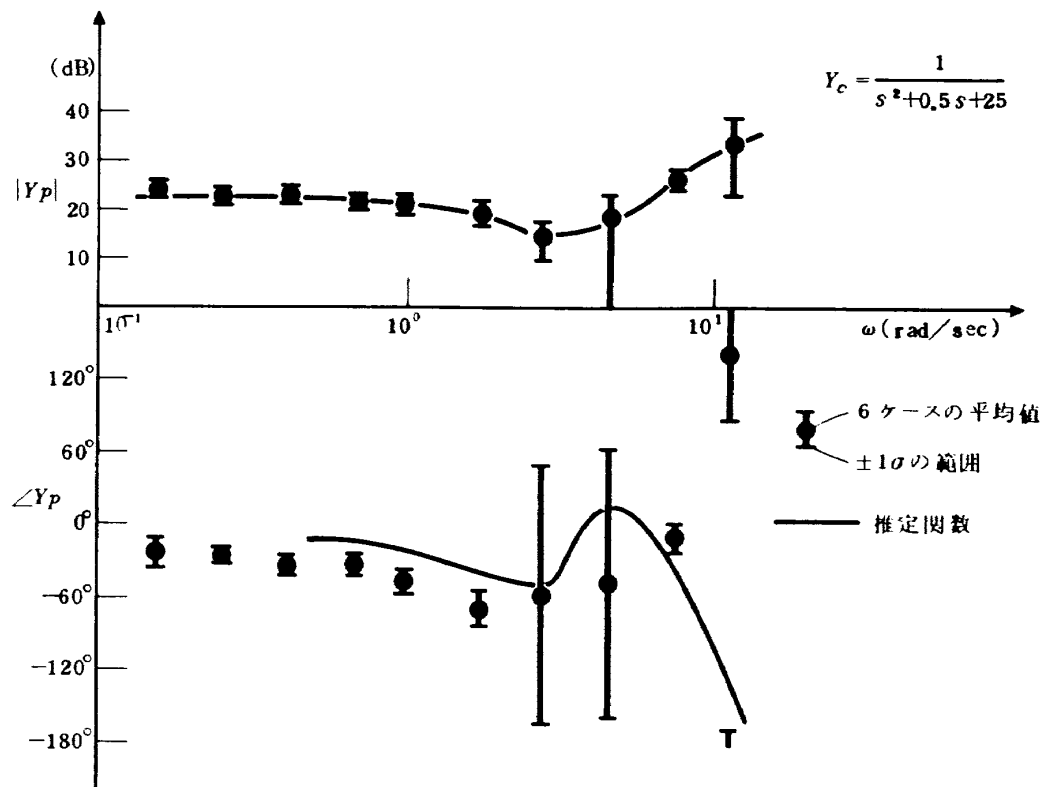


図 3-7 Gを制御している人間の周波数特性

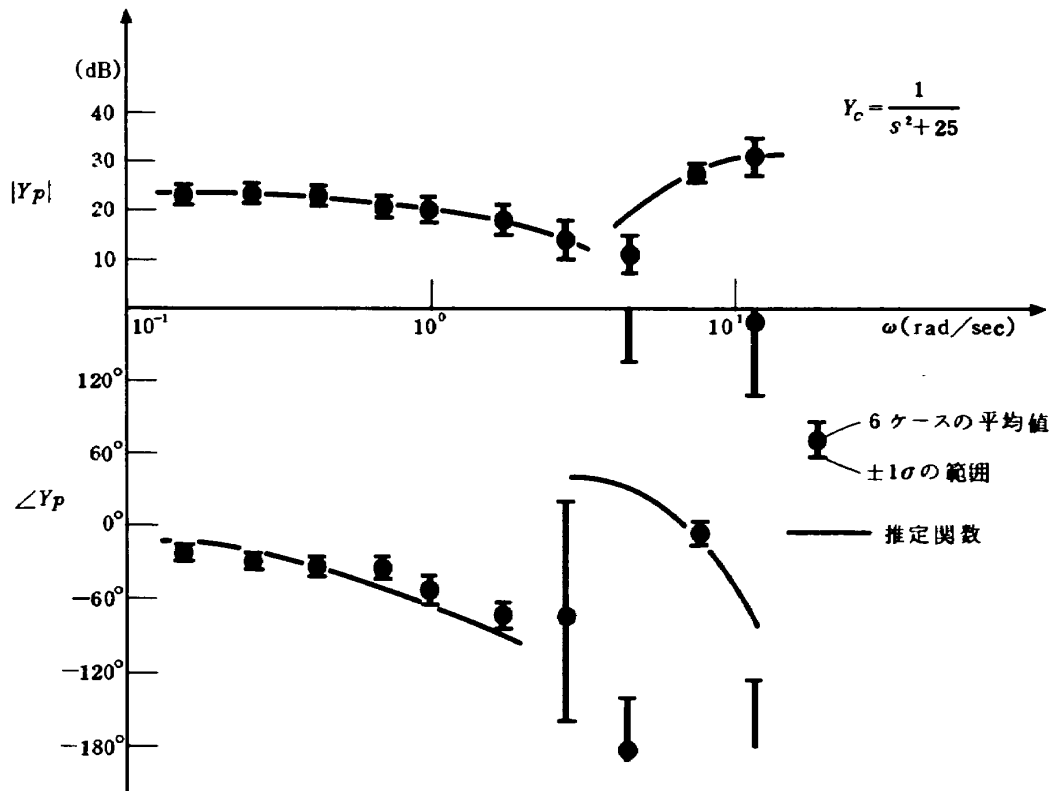


図 3-8 H を制御している人間の周波数特性

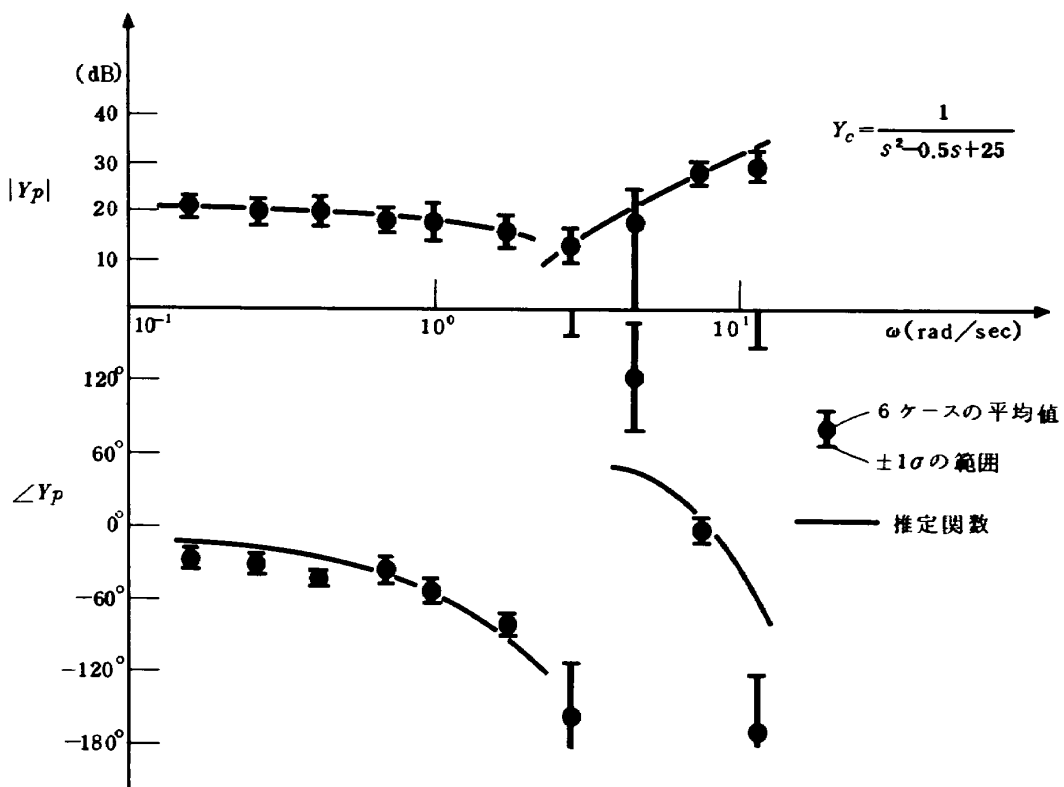


図 3-9 I を制御している人間の周波数特性

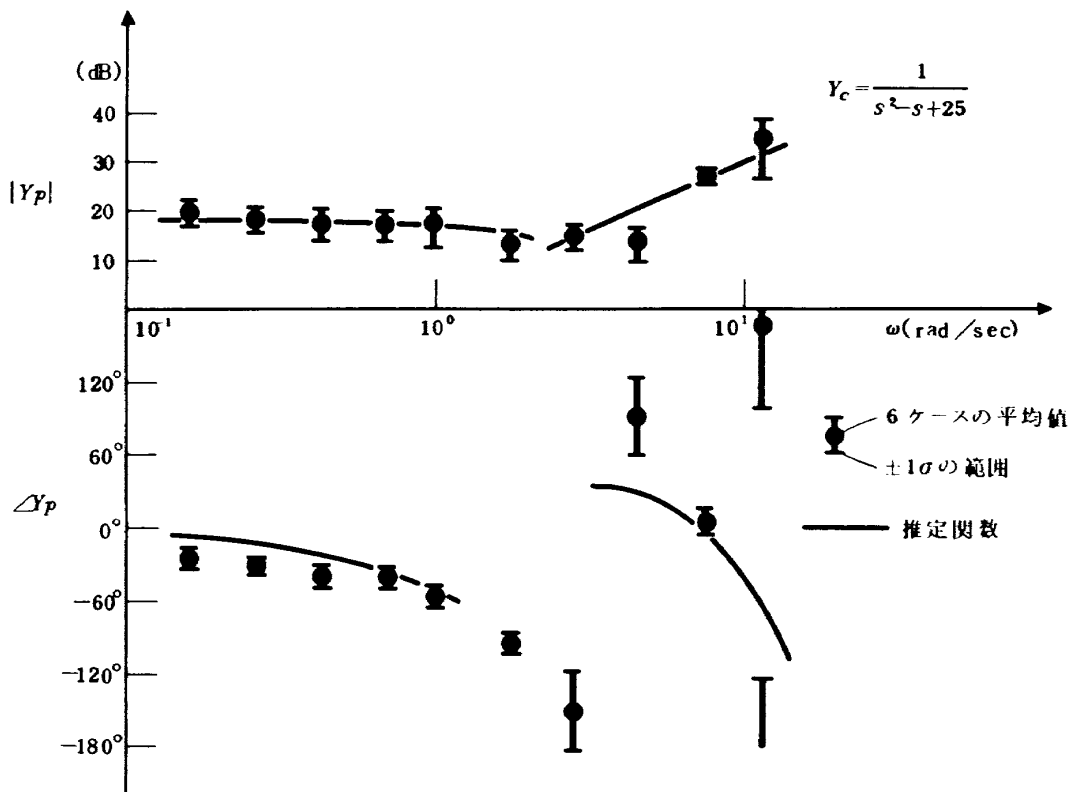


図 3-10 J を制御している人間の周波数特性

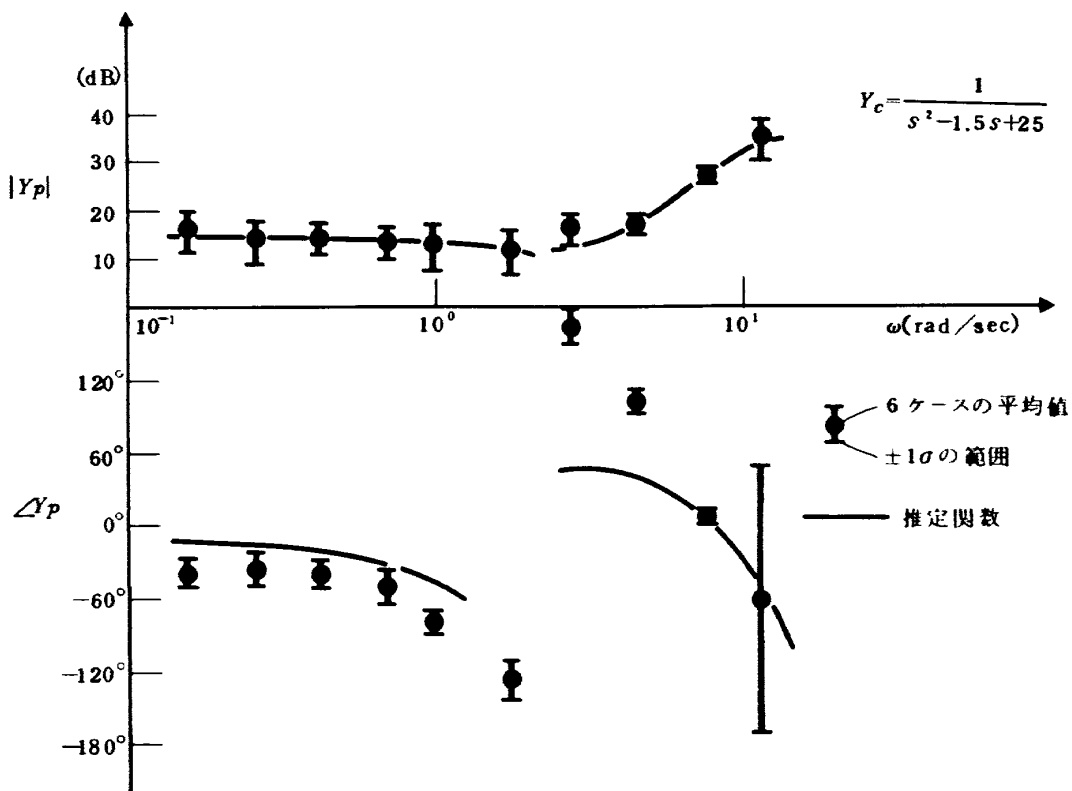


図 3-11 K を制御している人間の周波数特性

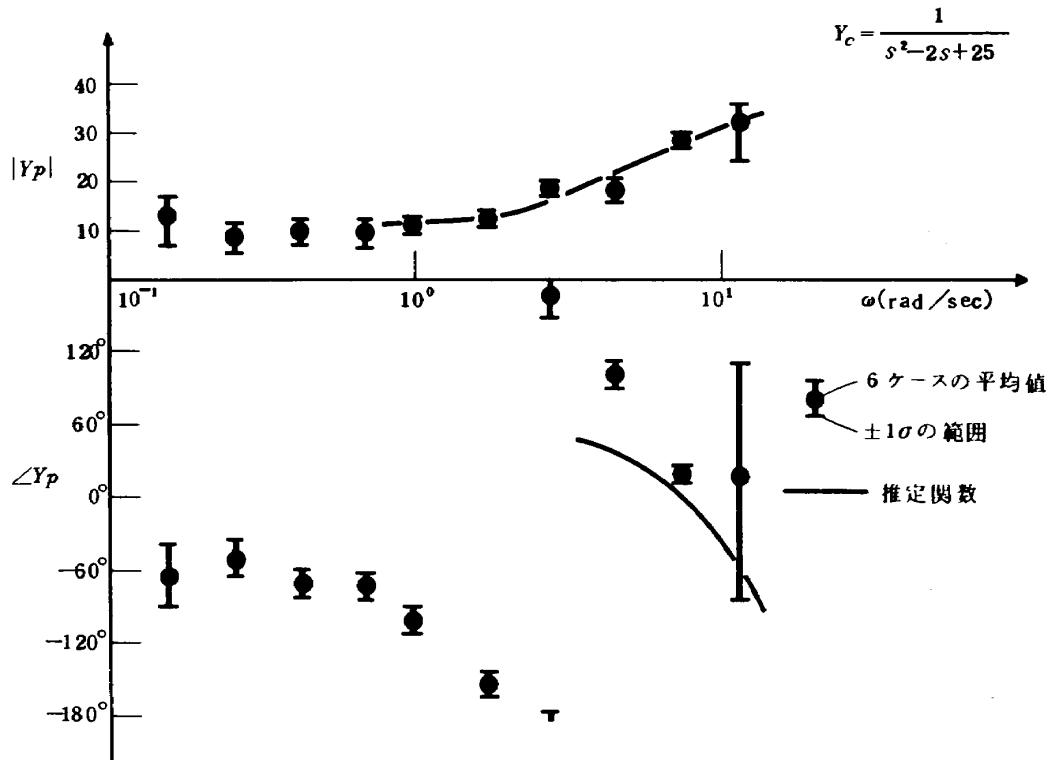
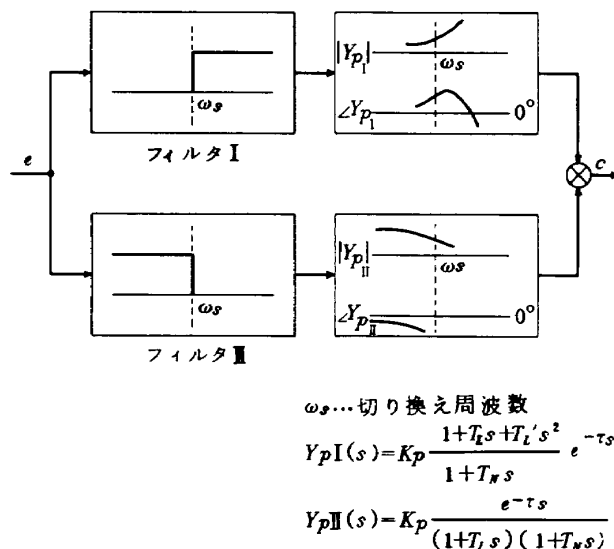


図 3-12 Lを制御している人間の周波数特性

を制御している場合の Y_p 、いっぽう I 型に属するのは、E, F, H, I, J, K, L の被制御系を制御している場合の Y_p である。だいたいにおいて、A 型に属するのは Y_c が不安定であっても制御が容易な場合であり、I 型に属するのは Y_c の不安定度がさらに大きく制御がむづかしい場合である。

この I 型について考えてみる。 Y_p のボード線図から、 Y_p を、図 4 に示す如く、 Y_{pI} と Y_{pII} によって構成されていると考え、それぞれの推定関数を求めてみた。すなわ

図 4 Y_p のブロック構成図

ち、第 1 部と同様の方法によりカーブフィッティングをおこなった。ただし、 Y_{pI} を推定するときは、低周波数領域で重み関数を零とし、 Y_{pII} を推定するときは高周波数領域で重み関数を零とした。また、A 型についてはそのまま 1 つの関数でフィッティングをおこなった。あてはめた関数は、

$$Y_p(s) = K_p \frac{1 + T_L s + T_L' s^2}{(1 + T_n s)(1 + T_I s)} e^{-\tau s} \quad (4)$$

である。ここで、固定したパラメータは $T_n = 0.1$ であり、求めたパラメータは、 $K_p, T_L, T_L', T_I, \tau$ である。これらの結果を表 4 にまとめた。また、そのボード線図を図 3 の各々の実線で示した。ただし、A 型については、1 つの式で求めている。

まず、 Y_{pI} の関数形について、主に進み項の役割に関して考察すると、全系の特性方程式

$$1 + Y_p(s) \cdot Y_c(s) = 0 \quad (5)$$

に、 Y_{pI} の代表的な関数形

$$Y_p(s) = K_p \frac{1 + T_L s + T_L' s^2}{(1 + T_n s)(1 + T_I s)} e^{-\tau s} \quad (6)$$

において、大体の目安を得るために、 T_I, T_n, τ を小さいとして零とおいたもの、および (1) 式を (5) 式に代入すると次式を得る。

$$(1 + K_p T_L' s^2 + (2\zeta \omega_n + K_p T_L) s + K_p \omega_n^2) = 0 \quad (7)$$

上式から、傾向として、まず、第 1 項の $K_p T_L'$ が ω_n^2 に対

表4 パラメータ推定値

$\omega_n = 3$							$\omega_n = 5$						
		K_p	T'_l	T_l	T_i	τ			K_p	T'_l	T_l	T_i	τ
低周波数域での Y_p	A	な し					低周波数域での Y_p	G	な し				
	B	な し						H	14.4	0	0	0.905	
	C	な し						I	10.7	0	0	0.665	
	D	な し						J	8.05	0	0	0.375	
	E	3.45	0	0	2.66			K	5.3	0	0	0.39	
	F	推 定 で き ず						L	推 定 で き ず				
高周波数域での Y_p	A	8.35	0.16	0.1	0	0.453	高周波数域での Y_p	G	13.0	0.08	0.085	0.11	0.437
	B	6.35	0.17	0.1	0	0.478		H	3.4	0.2	0.55	0.11	0.199
	C	5.2	0.175	0.1	0	0.451		I	4.5	0.2	0.395	0.105	0.209
	D	4.25	0.235	0.095	0	0.473		J	3.5	0.2	0.625	0.12	0.167
	E	2.8	0.308	0.285	0	0.406		K	3.6	0.2	0.655	0.12	0.157
	F	4.05	0.248	0.405	0	0.364		L	4.05	0.2	0.585	0.12	0.137

する補償項となり、全系の固有振動数を下げる役割を果たすこと、つぎに、 $K_p T_I$ が $2\zeta\omega_n$ に対する補償項で全系のダンピングを改善して系を安定にする役割を果たすことが予想される。これから、鷲津、宮嶋¹⁵⁾の指摘したように T_L' が ω_n^2 の関数であること、さらに T_L が系の安定に重要な $2\zeta\omega_n$ の関数となることが推察される。

一方、 Y_{pII} の形は、図3-5、3-8~3-11にみられるように一様に、

$$Y_{pII}(s) = K_p \frac{e^{-\tau s}}{(1+T_L s)(1+T_I s)} \quad (8)$$

の形をしており、 Y_{pI} よりもゲイン K_p がかなり大きいことから低周波数範囲での目標値への追従精度を上げるような性質のものであることがわかる。

以上の議論から、I型、すなわち、むづかしい被制御系を制御する場合の人間の伝達関数は、1つの式に記述するよりも、より一般的に2つの伝達特性が重複されていると考えた方が理解し易い。今迄の議論では、参考文献7にも示される如く、 T_I が全系の低周波数特性を改善するものであり、 T_L が高周波数特性を改善するものである、そして、高周波数特性を T_L によって改善し得る程度に T_I の値が抑えられているとされていた。しかし、この非常にクリティカルな場合、 T_L および T_I のパラメータ変動よりも、以上の議論の如く、ある周波数よりも高い場合と低い場合とで、操縦モードが異なってしまうと考える方がより適当であると考えられる。この様に考えることは、実際の操縦にあたって、人間の出力が緊急の発散を食い止めるための比較的高い周波数の出力と、定常偏差を零にしようとする低周波数の出力との重畳したものとなっ

ていることをみると自然であるといえる。この2つの操縦モードの切り換えの生じる周波数は、被制御系のダンピング(ζ)とともに固有振動数(ω_n)の関数でもあると考えられる。本実験の場合では、図3より、

切り換え周波数; $\omega_s=1\text{rad/sec}$ ($\omega_n=3$ において)
 " ; $\omega_s=3\text{rad/sec}$ ($\omega_n=5$ において)
 程度である。Jex⁸⁾らの提案した予知的操縦限界と、補償的制御限界のモード切り換えが、この場合は周波数軸上で生じていると考えられる。

3.3 推定した人間の伝達関数のパラメータについて
 まず、被制御系の不安定度を増す(ダンピング悪化)につれ、一般にデータのばらつきは増加するが、このときの各パラメータの変動をまとめると

- 1) 人間のゲインは減少する。
- 2) 1次進み項(T_L)は変動するが、その規則性を見い出すのは困難である。
- 3) 2次進み項(T_L')は、ほぼ一定である。(図5)
- 4) τ は小さくなる。(図6)

ただし、1)のゲインについては、図3における $\omega \rightarrow 0$ での $|Y_p|$ をみた。一方、2)~4)の各パラメータは、表4より、A型のものおよびI型では Y_{pI} のものについて記している。

1)により、被制御系のダンピングが悪化するにつれて、安定化に影響しない方の、低周波数領域での追従精度を上げる効果が減少すると考えられる。このことが、パフォーマンスを悪化させる一因であると考えられる。いっぽう、2)については、 T_L が系の安定化に果たす役割は明確であるにもかかわらず、今回の結果からはこのことは

明らかにできなかった。また、4)から、 τ の減少によっても系の安定増大を図っていると考えられる。

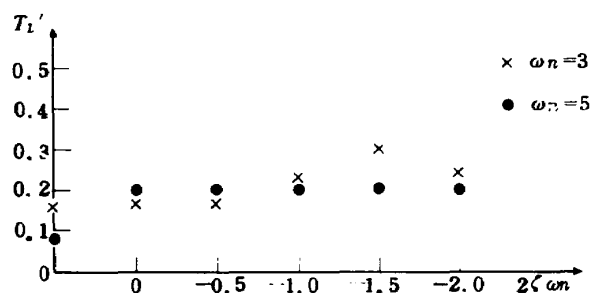


図5 ダンピングに対する T_l' の変動

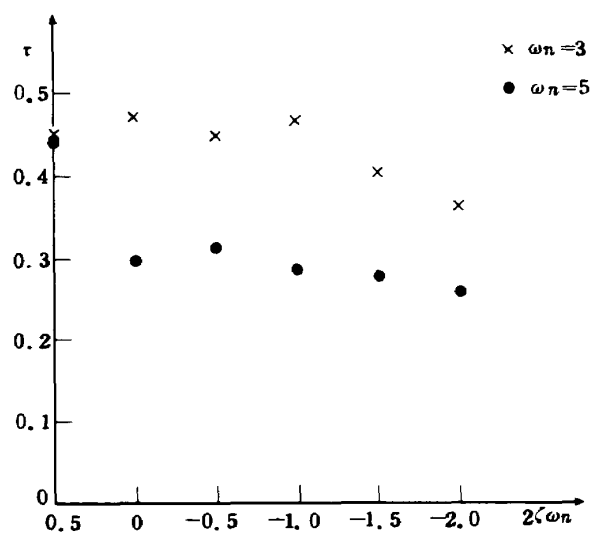


図6 ダンピングに対するむだ時間の変動

つぎに、1次の進み項とゲインマージンとの関係を検討する。ここで用いたゲインマージンとは、鷲津、宮嶋によって使われたものであり、人間のゲインの変動を、最大ゲイン ($K_{p\max}$) と最小ゲイン ($K_{p\min}$) との比であらわしたとき、その比がどの程度まで系の安定に対して許容されるかを示したものである。その許容値が大きい程安定性が大きいことを意味し、鷲津、宮嶋と同様の方法を用いてこれを計算した。まず、(5)式の特性方程式に、(1)式、(6)式を代入して、

$$1 + K_p \frac{(1 + T_l s + T_l' s^2)}{(1 + T_n s)(1 + T_f s)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} e^{-\tau s} = 0 \quad (9)$$

上式において、 $\omega_n=3$ のとき、 $T_l'=0.25$ $T_f=0$ とおき、 $2\tau\zeta\omega_n$ および T_l/τ をパラメータにして上式が純虚根をもつときの $K^{**} = (\tau^2 K_p)(T_l/\tau)/\tau^2 \omega_n^2$ を計算した。(図7) 図7を用いて、さらに、縦軸を $2\tau\zeta\omega_n$ 、横軸を T_l/τ としてゲインマージン $K_{\max}^{**}/K_{\min}^{**}$ のプロットを示したのが図8である。図7中の×印は、実験で得たバ

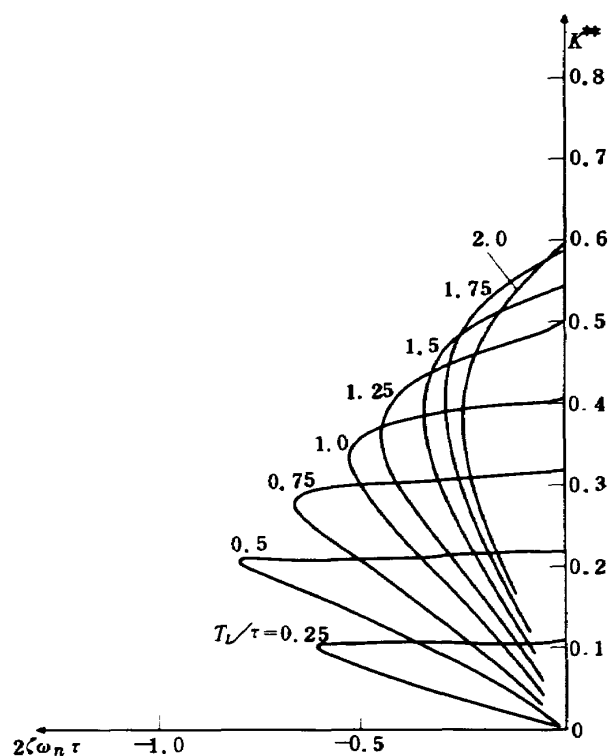


図7 理論的安定限界における K^{**} の計算結果 ($\omega_n=3$, $T_l'=0.25$)

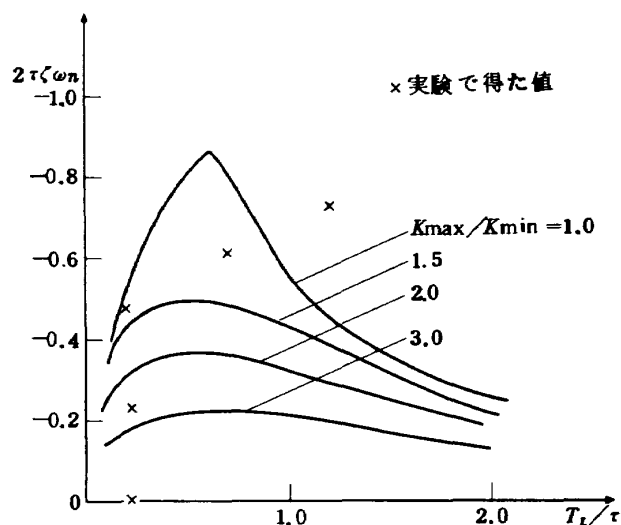


図8 ゲインマージンと実験データの比較 ($\omega_n=3$)

ラメータである。また、 $\omega_n=5$ のとき、 $T_l'=0.2$ とし、 τ のかわりに $(\tau+T_l)$ を用いて同様の処理をした結果が図9および図10である。これらによると、1次の進み項は必ずしも安定に最適値をとって(最大ゲインマージンを与えて)安定化を図ってはいないように思える。このことは、データ解析の精度の問題と共に、操縦の巧妙さについて人間が必ずしも最適な状態にあるわけではないことを暗示している。

いっぽう、被制御系の固有振動数に対するパラメータ

の変動は、固有振動数が大きい場合の方が、

- 1) T_L は一般に大きい。
- 2) 不安定度の強い場合に限り T_L' は小さい。
- 3) τ は小さい。

ことがわかるが、1), 3) は、固有振動数が大きいことによる操縦の困難さに対し、人間の安定化により大きな努力を払ったからであると考えられる。2) は、 T_L' がやはり $1/\omega_n^2$ に比例していること暗示している。

また、前述の推定パラメータから計算したゲインマージンを、制御のパフォーマンスと比較したところ、両者がほぼ比例関係にあることがわかった。(図11) これから、これらのパラメータがパフォーマンスに対応した成績を上げている努力の程度を反映していると考え得る。すなわち、この実験の範囲では、このパラメータの動きが、パフォーマンスとの関係により意味のあるものであると確認できた。このことを考慮して以上の議論をまとめることにより、人間の制御特性としては、被制御系の動特性に適応してあるいは努力して人間が動特性を変化させ、できるだけ効果的かつ容易な制御をおこなっているが、しかしある定まった程度以上には変化し得ないので、制御成績が悪化し、ついには制御不能に至るというプロセスが存在することが推察できた。

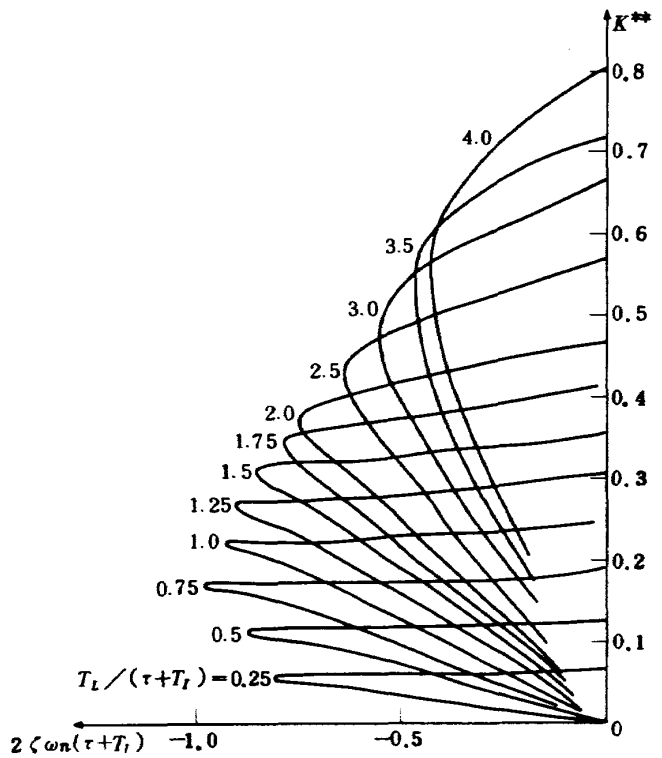


図9 理論的安定限界における K^{**} の計算結果
($\omega_n=5, T_L'=0.2$)

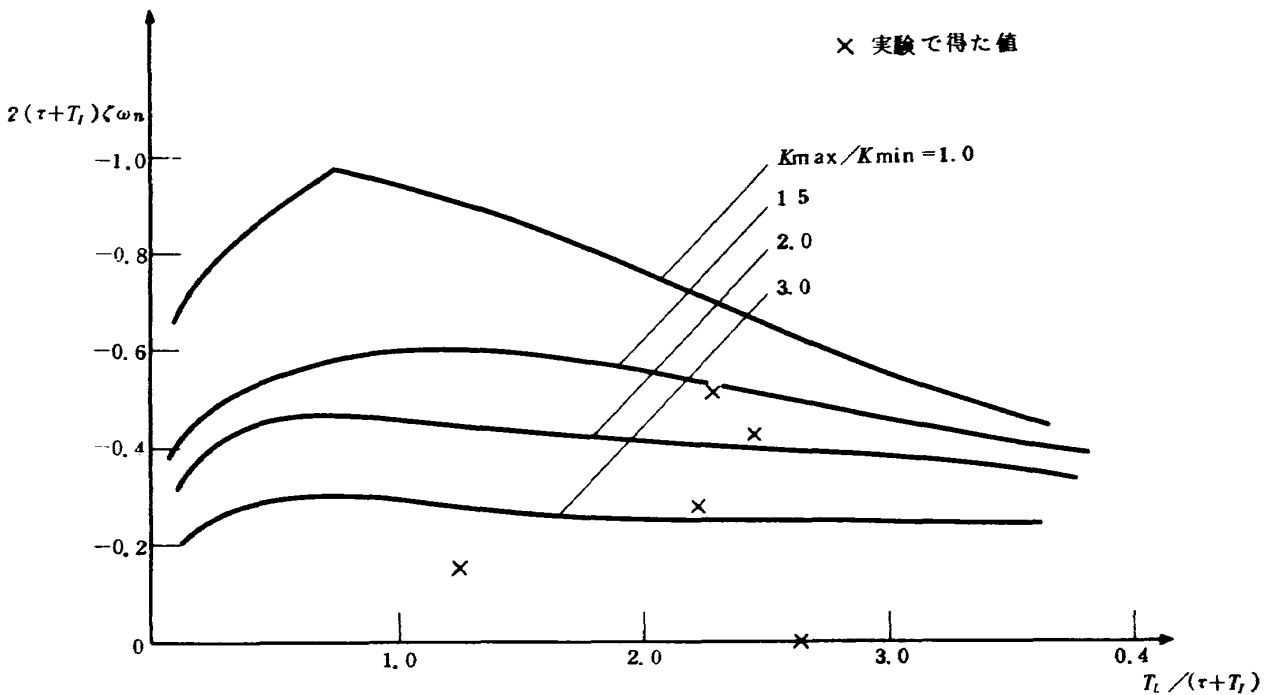


図10 ゲインマージンと実験データの比較 ($\omega_n=5$)

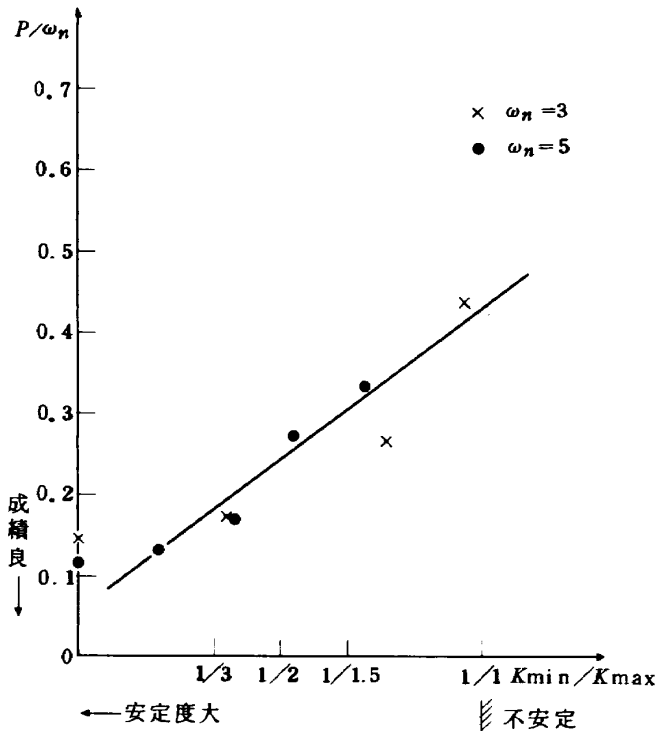


図 11 ゲインマージンとパフォーマンスとの関係

結 論

今回の実験によって、2次の振動不安定系を制御している人間の制御特性について明らかになったことをまとめると以下ようになる。

- 1) 制御が困難な場合、周波数軸上で操縦モードの切り換え周波数が存在すること。
- 2) 系の安定化に際しては、1次および2次の進み項がその役割を果たしていること。2次の進み項は被制御系のダンピングには依存しないこと。1次の進み項やむだ時間は必ずしも安定化に最適な値はとっていないが、被制御系の安定度が悪化するにつれ、それぞれ安定度を増すように変動する傾向があること。

以上の実験結果から、今迄議論されてきた不安定系の手動制御における人間の行動の一端が明らかにされたと言える。一般に、人間の伝達関数のパラメータはかなり複雑な関数となり、非線形性も見うけられることから人間の非常に高度な適応能力の存在が暗示される。

残された課題としては、まず、表現された伝達関数の出力が全出力に対し果たしてどの位の割合を占めるかを考察しなかった、すなわち、レムナントがかなり大きい筈であるがこれが系の安定に果たす役割を明らかにできなかったことがある。また、実際の人間の操作が非定常である可能性があるが、これを今回の方法で調べること

はできない。人間の非線形性に基づいた新しい解析法を考案すれば、これら残された問題も解決できると考える。

あ と が き

本研究をおこなうについて、東京大学の鷺津久一郎教授をはじめとする鷺津研究室の方々、および九州大学の後藤昇弘助教授から種々の有益な御教示を賜わった。また、当研究所顧問の青山学院大学高木貫一講師および京都大学百名盛之助教授から本稿を作成するにあたり種々の助言をいただいた。以上の諸先生に対し、ここに謹んで謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Tustin, A.: The Nature of the Operator's Response in Manual Control, & its Implications for Controller Design, J. Inst. Elec. Engrs., Vol. 94, Part IIA, (1947), pp. 190-202.
- 2) McRuer, D.T. & Krendel, E.: Dynamic Response of Human Operators, WADC-TR 56-524, (1957).
- 3) McRuer, D.T., Graham, D. & Krendel, E.: Human pilot Dynamics in Compensatory Systems, AFFDL-TR-65-15, (1966).
- 4) Cheatham, D.C.: A Study of the Characteristics of Human-Pilot Control Response to Simulated Aircraft Lateral Motions, NACA Rept. 1197, (1954).
- 5) Westbrook, C.B. & McRuer, D.T.: Handling Qualities & Pilot Dynamics, Aerospace Eng., Vol. 18, (1959), pp. 26-32.
- 6) Ashkenas, I.L. & McRuer, D.T.: The Determination of Lateral Handling Quality Requirements from Airframe-Human Pilot System Studies, WADC Rept. 59-135, (1959).
- 7) McRuer, D.T., Ashkenas, I.L. & Guerre, C.L.: A Systems Analysis View of Longitudinal Flying Qualities, WADD Rept. 60-43, (1960).
- 8) Jex, H.R., Cromwell, C.H. & Siskind, R.K.: Correlation of Experimental & Theoretical Limits for Pilot Control of Unstable Second Order Systems, WADD TM56, (1960).
- 9) Sadoff, M., McFadden, N.M. & Heinle, D.R.: A Study of Longitudinal Control Problems at Low & Negative Damping & Stability with Emphasis on Effects of Motion Cues, NASA TN D-348, (1961).
- 10) Taylor, L.W. & Day, R.E.: Flight Controllability Limits & Related Human Transfer Functions as

- Determined from Simulator & Flight Tests, NASA TN D-746, (1961).
- 11) Durand, T.S. & Jex, H.R.: Handling Qualities in Single-Loop Roll Tracking Tasks; Theory & Simulator Experiments, ASD-TDR-62-507, (1962).
 - 12) Smith, R.H.: On the Limits of Manual Control, IEEE Transactions HFE-4, (1963), pp. 56-59.
 - 13) Washizu, K. & Miyajima, K.: Controllability Limit of a Human Pilot, AIAA J., Vol. 3, No. 5, (1965), pp. 941-947.
 - 14) Smith, R.H.: Comment on "Controllability Limit of a Human Pilot," AIAA J., Vol. 3, No. 10, (1965), pp. 1980-1981.
 - 15) Washizu, K. & Miyajima, K.: Reply by Authors to R.H. Smith, AIAA J., Vol. 3, No. 10, (1965), pp. 1981.
 - 16) Adams, J.J., Kincaid, J.K. & Bergeron, H.P.: Determination of Critical Tracking Tasks for a Human Pilot, NASA TN D-3242, (1966).
 - 17) Washizu, K. & Miyajima, K.: Some Consideration on the Controllability Limit of a Human Pilot, AIAA J., Vol. 5, No. 1, (1967), pp. 151-155.
 - 18) 後藤昇弘: 「2次不安定系の操縦について」, 飛行機シンポジウム講演集(1971), pp.17-20.
 - 19) McRuer, D.T. & Krendel, E.: The Human Operator as a Servo System Element, Rept. from Journal of Franklin Institute, Vol. 267, No. 5, & No. 6, (1959).
 - 20) Frostell, C.E.: A Comparison of Pilot Describing Function Measurement Techniques, UTIAS TN No. 167, (1971).
 - 21) Young, L.R. & Windblade, R.: Summary, NASA SP-128, (1966), pp. 10-11.

附録 A. むだ時間について

一般に人間は非線形な応答をするので、入力の種類により、むだ時間が異なって計測されるのは当然であると考ええる。

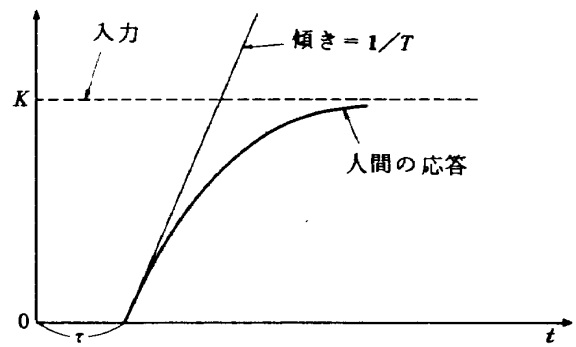
被制御系が定数である閉ループ系において人間は、

$$Y_p(s) = K \frac{e^{-\tau s}}{1 + T_s s}$$

なる応答をする。すなわち、附図aの如く考えるのが普通である。しかし、人間が系を熟知して、かつ、目標となるステップ状入力が印加される時間が予測し得る場合には τ が負の値をとることも考えられる。

これに対して、人間のむだ時間を生理学的に定義する方法もある。たとえば、神経系のサイクルタイムというものがあるならば、その倍数で人間に不変な定数としてむだ時間を定義できるが、この値を実験的に求めることは現在では不可能である。

今回の実験では、周波数応答法によって位相の高周波



附図a 理想的な人間のステップ応答

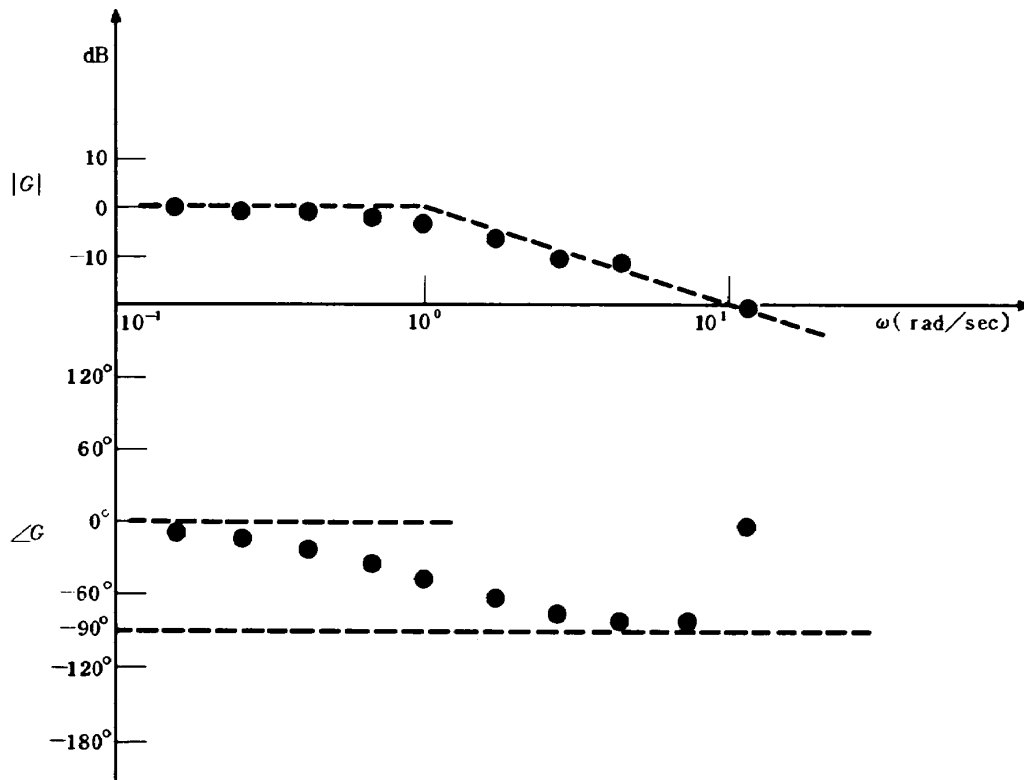
数領域での遅れからむだ時間を求めた。このときは、むだ時間は単なる変数となる。よって、推定関数形を変えるとむだ時間が負となる可能性もある¹⁰⁾。この意味で、今回の実験で求めた τ は、上記2種類の定義のうちでは前者に近い意味をもつものである。

附録 B. 本実験で用いた伝達関数推定法について

第1部(7)式は、いわゆる直接フーリエ変換法といわれるもので、計算の最も簡単な伝達関数推定法である。しかし、他の推定法、たとえば、第1部(6)式の相関々数から求める相互スペクトル密度法やパワースペクトル密度法などに比べると、一般にばらつきが大きい難点があるが、次の条件の下では有効な推定法であるとされている。²⁰⁾²¹⁾

- I. 入力がサイン合成波であること。
- II. 同じ試行長さにわたって、どちらの変換も同じサイン、コサイン関数を用いて求められていること。
- III. 変換値が入力関数の周波数でのみ求められていること。

なお、直接フーリエ変換法の精度をチェックするために、次式のフィルターを同方法で求めてみた。



附図b $G(s) = \frac{1}{1+s}$ とその推定値

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)}$$

その結果を附図 b に示す。これによると、約 10 rad/sec 以上では位相がずれてくるが、それ以下の周波数領域で

附録 C. 実験 2 で用いた実験計画法について

一般の実験計画法で用いられるラテン方格や、グレコラテン方格は、分散分析において各要因の影響を、少ない試行回数で調べるためのもので、ここで用いた方格とは異なっている。実際の人間工学的研究でおこなう実験においては、1 次の順序効果すなわちある試行をおこなったことがその次の試行に必然的に影響を及ぼすということを考慮に入れなければならない場合がある。このことは、他の分野ではたとえばきき酒のテストなどの官能テストでは特に問題になることである。

普通、この順序効果を消去して論じるために実験順序のランダム化をおこなう。ランダム化とは、たとえば、極めて単純な手法としては、5 回の試行について、1～5 のカードをよく混ぜて一枚ずつとりだしたカードの番号に従って試行の順序を決めるなどの方法のことをいう。この方法は、非常に多くの繰り返しをおこなって順序効果の消えるものであるが、この方法の有限の繰り返しでは一般に何らかの順序効果が残る。このことから、このランダム化のかわりに、もし有限回で作為的に順序効果が消去できればそれを用いた方がよいことになる。これの一番簡単な場合は、試行水準数を N としたとき、 N 回ですべての水準を 1 回ずつ含むような試行の順列の数は $N!$ であるから、試行を全部で $N \times N!$ 回おこなうことである。この測定値を各水準についてまとめれば確かに順序効果を消去できる。しかし、この場合 N が少し大きくなると非常に多数回の試行が必要になり、ランダム化の方が実際的になる。

しかし、1 次の順序効果を消去するには N^2 回でよい。これについて以下に説明する。

今、 N 種類の実験をそれぞれ N 回くり返す実験について考える。水準 i ($1 \leq i \leq N$)、水準 i の中での試行の順序を j ($1 \leq j \leq N$)、全体の試行での順番を k ($1 \leq k \leq N^2$) とするとき、この試行の測定値 F は、次式のように書くことができる。

$$F(i, j, k) = f(i, j) + g(i, j, I_{k-1}) \quad (I)$$

ここに、 I_{k-1} は、この試行の 1 つ前の回 ($k-1$) におこなった試行の水準をあらわす。ただし、 I_0 は 1 つ前の試行が存在しないことをあらわすが、今は計算の都合上

はかなりの精度があることがわかる。本実験では、この方法によるデータを周波数軸上の各測定周波数につき 10 ケ求めて空間平均をとって調べている。

N^2 回の試行が輪状になっているとして、

$$I_0 = I_{N^2} \quad (II)$$

とおいた。

全体としての水準 i に対する評価値は、

$$F_i = \sum_{j=1}^N F(i, j, k) \quad (III)$$

で与えられると考えて妥当である。(I) 式より、

$$F_i = \sum_{j=1}^N f(i, j) + \sum_{j=1}^N g(i, j, I_{k-1}) \quad (IV)$$

上式から、右辺第 2 項が i のみの関数となれば、順序効果が消去されたことになる。このためには、 I_{k-1} が、 $1 \leq I_{k-1} \leq N$ の範囲で、 $1 \leq i \leq N$ の水準 i とちょうど 1 対 1 に対応していればよい。このとき、(IV) 式右辺第 2 項は、すべての水準の試行を 1 回だけ先行試行とする水準 i の評価の和となるから、もはや先行試行の関数ではなくなって、当の試行水準 i のみの関数になる。このように、 N 個の I_{k-1} ($1 \leq I_{k-1} \leq N$) が N 種類の水準 i ($1 \leq i \leq N$) に 1 対 1 に対応していることが、すべての水準 i について成り立つことがあれば、その順序が求める実験計画順序である。すなわち、 F_i が i のみの関数となり得るのである。

N^2 回の試行でこれを実現するには N 個の水準を、それぞれ点として示し、それらを結ぶ方向をもつ線分を試行順序の流れとする。その線分がすべての点間で方向の逆なものどうし一対ずつ存在するようにすればよい。これは、2 重の「ひとふで書き」をおこなうことと等しい。

以上は、試行が輪状におこなわれる場合であったが、これに、方格として用いる条件、すなわち方格の各行では N 個の水準が 1 個ずつ存在するという条件を加えると N のすべてについて解が存在するとは限らなくなる。


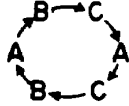
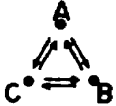
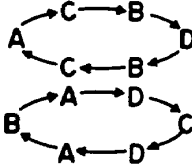
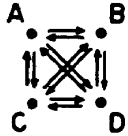
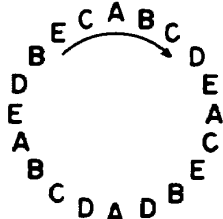
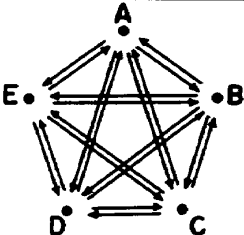
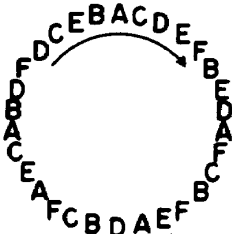
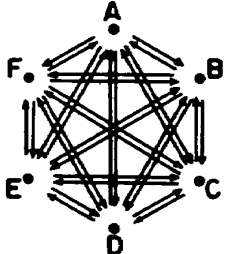
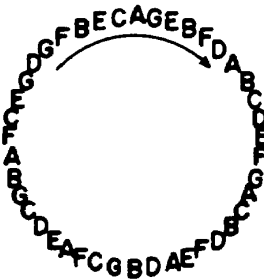
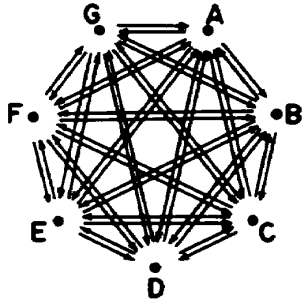
附表 C に例を示す。たとえば $N = 6$ とすれば、

$$N \times N! = 4320$$

$$N^2 = 36$$

であることから、この順序が非常に効率的であることがわかる。ただし、この場合、 $I_{k-1} = i$ の場合を省略してある。これを削除しても F_i が i のみの関数であることにはかわりない。本実験では、 $N = 6$ について $I_{k-1} = i$ の場合を省略し、方格にした順序を用いた。

附表c 1次の順序効果のない試行の方格

N	輪	方 格	ひとふで書き
1	A	A	A •
2		A B B A	A • ↔ • B
3			
4		A C B D B A D C C D A B D B C A	
5			
6		A C D E F B B E D A F C C B F E A D D B C F A E E C A B D F F D C E B A	
7			

*) N=1~6は机上で求めた。7はデジタル計算機で求めた。8以上は計算の時間がかかりすぎて求め得なかった。

**) すべてが唯一解であるわけではない。

航空宇宙技術研究所報告 367号

昭和49年6月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182

印刷所 有限会社 共 進
東京都杉並区久我山4-1-7(羽田ビル)
