

UDC 629.7.015.7:
629.783.525.036.5

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-395

微小推力による人工衛星の軌道遷移について
の数値シミュレーション

吉村庄市・上村平八郎・山中龍夫

1974年11月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

微小推力による人工衛星の軌道遷移について の数値シミュレーション*

吉村庄市** 上村平八郎** 山中龍夫**

A Numerical Simulation for the Spiral Raising to the 24-Hour Orbit by a Low-Thrust Space Vehicle with Solar Electric Propulsion (S.E.P.) System

By Shoichi YOSHIMURA, Heihachiro KAMIMURA
and Tatsuo YAMANAKA

Abstract

A computer simulation study has been carried out for the orbital transfer of the space vehicle by the use of a low-thrust propulsion system. In the formulation of the basic equations of motion, two kinds of forces are regarded as the perturbation forces, i.e., one is the thrust generated by a low-thrust propulsion system, and the other is the disturbing force from the coefficient J_2 of zonal harmonics of the earth's gravitational potential. The disturbed orbit has been derived by direct integration of a set of so-called osculating orbital elements.

As an example, an orbital transfer has been investigated, which is one from a low altitude elliptic parking orbit, with a 30 degrees inclination to the equator, to the synchronous equatorial orbit, namely so-called 24-hour orbit. This kind of mission will be important for future space development program of Japan, because there might be a limit to the capability of their launching rocket. In the simulation, two kinds of maneuvers have been compared with. One is the parallel maneuvers of orbit raising and plane change, and the other is the serial ones of these two operations, i.e., after orbit raising has been over, plane change is started. The effect of the earth's shadow, eclipse, on the transfer orbit also has been discussed, because the space vehicle must have a coasting flight during every eclipse in order to save the weight of batteries.

第1章 まえがき

太陽電池を電源とするイオン・エンジンなどの電気推進系は、化学燃料推進系に比べて推力は小さいが比推力は高い。従って地上からの打上げ用推進システムとしては使用できないが、人工衛星の軌道遷移 (orbital transfer) や姿勢制御用に適していると考えられる。

特に軌道遷移に用いられる場合には、化学燃料ロケットを使うような perigee, apogee kick による場合

* 昭和49年9月5日受付

** 宇宙研究グループ

よりも高いペイロード比が得られることが知られている¹⁾。我国においては、大型の打上げ用ロケットが存在せず、一方ペイロードへの要求は増大しつつある。

この様な状況を考慮すれば、小さな打上げ用ロケットを用いても大きなペイロードをミッション軌道へ投入できるという点で、電気推進系の微小推力を用いて軌道遷移を行なう方法は非常に有望であると考えられる。

こうした観点から、種々の電気推進系の研究及びミッション・アナリシスが各国で行なわれている。

我国でも、イオン・エンジン、プラズマ・エンジン等の各種電気推進系及びパワー・コンディショナー等

周辺機器の実験研究が行なわれている。^{2),3),4)} またミッション・アナリシスとしては、静止軌道への遷移について、太陽電池の劣化を考慮して飛しょう径路の最適化を図ったもの⁵⁾、蝕の影響を考慮して黄道面内での遷移を取扱ったもの⁶⁾、長期間にわたる軌道遷移中の姿勢制御の一方法について検討したもの⁷⁾ などがある。

打上げ用ロケットに関して我国と同様の立場にあるヨーロッパにおいても、この種の研究が進められている。ドイツにおいては、イオン・エンジン、コロイド・スラスター等の実験研究や、放送衛星などのミッション・アナリシスが行なわれており⁸⁾、旧ELDOでも各種のミッション・アナリシスが行なわれ、現在も引継がれている。

一方、アメリカにおいてはSEPT計画を含め多くの実験研究が行なわれ、静止軌道への遷移についてのミッション・アナリシスも行なわれている。¹⁾ しかし、アメリカでは、ヨーロッパや我国と異り、多種多様な大型の打上げ用ロケットを有している為か、ミッション・アナリシスの多くは深宇宙(deep space)に関するものである。

これらのミッション・アナリシスにおいて用いられている軌道計算の方法は、1周中の軌道要素の変化が小さいとの仮定のもとで、1周毎の軌道要素の変化を求めていくmethod of averagesによるものがほとんどである。更に待機軌道(parking orbit)及び途中の遷移軌道を共に円軌道とする例が多く^{1),9)}、蝕の影響を考慮して楕円軌道を含めた場合でも軌道面の修正は除外した例がある⁶⁾。また地球のoblatenessによる摂動力の影響(たとえば昇交点の逆行、近地点の順行)をも考慮した例は、筆者の知る限りでは見受けられない。

method of averagesは計算回数を少くし、また円軌道とすることは計算すべき軌道要素の数を減らすことになり、共に計算時間の短縮に役立つ。

他方、実際の軌道遷移においては、打上げ用ロケットの能力、待機軌道への投入誤差などによって待機軌道が楕円軌道となることは十分予想され、蝕の影響によって遷移軌道が楕円となることは容易に想像できる。この蝕の影響について、軌道面の修正を含めると、簡単な定式化によってmethod of averagesへ組み込むことは困難である。また地球のoblatenessによる摂動力の影響についても、同様のことが言える。

以上の様を考えに基き、計算回数及び計算項目、すなわち計算時間の増加は止むを得ないものとして、本

報告においては、いわゆる接触軌道要素(osculating orbital elements)の時間変化率を直接積分する方法を採用することとした。この方針に基き、筆者らは、地球のまわりの楕円軌道上の人工衛星に地球のoblatenessによる摂動力及び微小推力が作用する場合、軌道の変化を計算するプログラム(HITAC 5020用フォートラン)を開発した。

そのプログラムを用いて、低高度楕円待機軌道から静止軌道(synchronous equatorial orbit)を達成する場合についてのシミュレーションを行なった。

最初に、蝕の影響を無視した場合について行なった。多くのミッション・アナリシスは、軌道高度の上昇と傾斜角の修正とのparallel maneuversがserial maneuversより優れているという結果を示しているが、本シミュレーションでもこの両者を比較することとし、更に推力の軌道面内成分として、一般に楕円軌道において高度の上昇に最も効きの良い軌道接線方向推力(tangential thrust)と、円軌道においてよく用いられる局地水平方向推力(local horizontal thrust)とを比較した。

かくして、微小推力による軌道遷移についての基礎的資料を得た上で、次に、実際のspiral raisingにおいて避けることのできない蝕の影響を考慮してシミュレーションを行なった。

軌道の離心率は、蝕のために大きな影響を受けるが、それを修正するための一方法について検討し、計算を行ない、良好な結果を得た。

第2章 軌道方程式

本シミュレーションでは、人工衛星としては待機軌道上で約1トン程度、推進系としては直径30cmクラスの電子衝撃型イオン・エンジン(推力10~15gf重)を2~5個束ねたもの、をそれぞれ想定している。

従って、微小推力による加速度としては、おおよそ $0.1 \sim 1.0 \text{ sec}^{-2}$ ($10^{-4} \sim 10^{-5} g$)程度であるので、微小推力を人工衛星に作用する「摂動力」として取扱うことにする。微小推力(摂動力)による「摂動」の累積として軌道遷移を考えることになる。

さて、地球近傍の軌道上で人工衛星が受ける摂動力としては、

- (a) 地球重力場の歪による力
- (b) 空気力
- (c) 太陽、月など他の天体の引力
- (d) 太陽輻射圧

などが考えられる。(b)については、待機軌道として十分高い高度の軌道をとるものとして無視する。(c)は低高度では(a)よりはるかに小さいが、静止軌道高度付近では(a)と同程度もしくは大きくなることもあり得る。

(d)は太陽からの距離によるから、地球近傍ではほぼ一定であり、静止軌道高度付近では(a)に関して、(c)と同様の事が言える。しかし、プログラムに適用できるミッションとしては静止軌道高度付近までの軌道遷移に限っているので、(c)、(d)は考えないことにする。

従って、地球を均質な球であると考えた時に決定される軌道上の人工衛星が、「微小推力」と「地球重力場の歪による力」とを「摂動力」として受けるものとする。

天体力学(celestial mechanics)において摂動を取扱う方法には、general perturbation 法と special perturbation 法とがある⁹⁾。前者は、運動方程式の解析的な解を取扱う方法で、その一方法とし

て摂動力を級数に展開して項別に積分する方法がある。他方、後者は摂動力による加速度を直接積分する方法である。

本シミュレーションの目的は、低高度待機軌道から静止軌道への軌道遷移に限っているので、軌道計算に適している後者を用いることとした。

更に special perturbation 法にも、加速度、速度を順に積分していく方法と、いわゆる接触軌道要素(osculating orbital elements)の時間変化率を積分する方法とがあるが、軌道要素を直接知ることのできる後者によることとした。

2.1 座標系

天体力学においては、座標系として、太陽を原点にとる日心黄道面座標系や日心赤道面座標系、地球を原点にとる地心赤道面座標系などが用いられるが、基準の方向としては、春分点の方向及び各基準面の北極の方向が選ばれるのが普通である⁹⁾。

ここで取扱うのは、地球のまわりを周回する人工衛星であるので、一般に用いられている地心赤道面座標系を基準座標系とする。この座標系は並進運動座標系であるが、慣性座標系として扱う¹⁰⁾。

この座標系は、地球の質量中心を原点 O とし、赤道面上春分点の方向を i_x 、赤道面に垂直で天の北極の方向を i_z 、これらと右手系をなす様に赤道面上に i_y をとって決定される。

次にこの i_x, i_y, i_z 系を、 i_x 軸まわりに角度 r だけ回転した座標系を i_x, i_y', i_z' とする。後に2.4-(1)で述べる理由により、実際の計算に当ってはこの i_x, i_y', i_z' 系を基準とする。以上2つの座標系を図-1-(a)に示す。

一方、人工衛星の運動を表現する際には、軌道面を

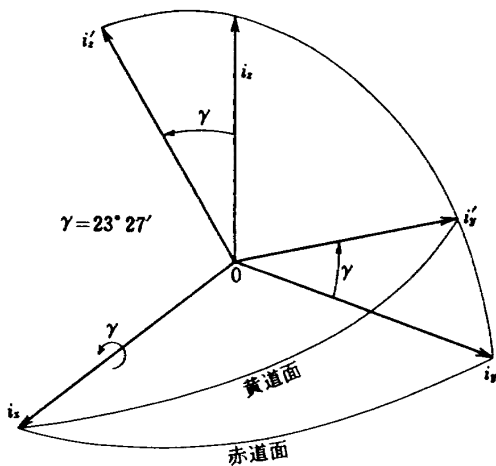


図-1-(a) 基準座標系

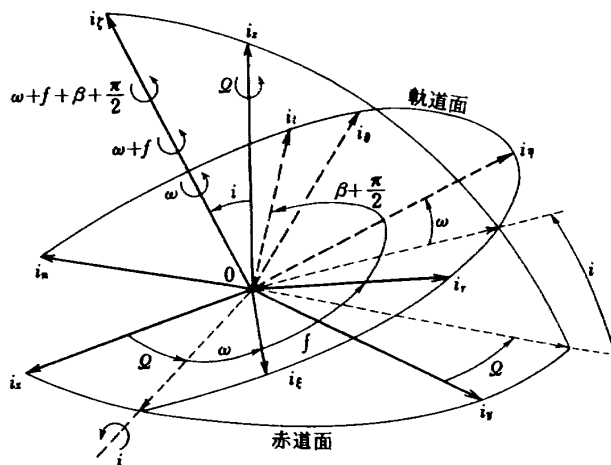


図-1-(b) 軌道面座標系

基準面とする座標系がよく用いられる。

i_x, i_y, i_z 系より, 昇交点経度 Ω , 軌道傾斜角 i , 近地点引数 ω をオイラーの角として, 又 i_x, i_y, i_z 系より, 同じ順番で Ω', i', ω' をオイラーの角として, i_x', i_y', i_z' 系を導入する。 i_x' は近地点の方向を示し i_x と共に軌道面を形成し, i_z' は軌道面に垂直な方向を示す。

上記の回転において, ω のかわりに $\omega + f (= \theta)$, ω' のかわりに $\omega' + f' (= \theta')$ を用いると, i_x, i_y, i_z 系が導入される。

但し f : 真近点離角

i_r は人工衛星の位置の方向, i_θ は局地水平方向を示す。

更に上記の回転において, ω のかわりに $\omega + f + \beta + \pi/2$, ω' のかわりに $\omega' + f' + \beta + \pi/2$ を用いると, i_x, i_y, i_z 系が導入される。

但し

$$\cos \beta = \frac{h(1 + e \cos f)}{p \cdot v} \tag{1}$$

$$\sin \beta = - \frac{e \cdot h \cdot \sin f}{p \cdot v}$$

h : |角運動量ベクトル| e : 離心率 (eccentricity)

p : $\equiv a(1 - e^2)$ a : 軌道長半径

v : $|v|$, v は速度ベクトル

このとき, i_r は人工衛星の速度ベクトルの方向 (軌道接線方向) を示し, i_θ と共に軌道面を形成する。

以上, 3つの座標系を図-1-(b)に示す。これらは, いずれも軌道面を基準面とする座標系であり, プログラムに用いる数式は, どの座標系を用いてもよいのであるが, プログラム作製時には, 軌道接線方向推力を中心に計算を行なう予定であったので, その表示に都合のよい i_x, i_y, i_z 系による表示式を用いた。

なお, 座標系間の変換式は, 付録-1で述べる。

2.2 地球重力場の歪による摂動力

地球重力場の歪には, いわゆる zonal harmonics と tesseral harmonics とがある。前者が長年, 長周期及び短周期の摂動をもたらすのに対し, 後者は一般に短周期の摂動をもたらす, かつその大きさも前者に比較して小さい。^{9), 11)} 従って前者のみを考慮することとする。ここで,

(a) 地球の質量分布は i_x 軸に関して回転対称である。

(b) i_x, i_y, i_z 系の原点 O は, 地球の質量中心にある。

との仮定により, 重力場の歪による加速度 a_d は,

$$a_d = \frac{\mu}{r^2} \sum_{k=2}^{\infty} J_k \left(\frac{r_{eq}}{r} \right) \cdot [P'_{k+1}(\cos \lambda) \frac{r}{r} - P'_k(\cos \lambda) i_x] \tag{2}$$

で与えられる。⁹⁾

μ : 重力常数 \times 地球の質量

r : 人工衛星の位置ベクトル $r = |r|$

r_{eq} : 地球の赤道半径

J_k : 定数であって, 人工衛星の軌道の観察などから経験的に得られる。

λ : r と i_x とのなす角

P_k : $\cos \lambda$ の多項式であって, ル・ジャンドルの多項式と呼ばれる。 P'_k は, P_k の $\cos \lambda$ に関する微分を意味する。

ところで, J_k の値は,

$$J_2 = 1082.7 \times 10^{-6}, J_3 = -2.4 \times 10^{-6}$$

$$J_4 = -1.7 \times 10^{-6}, J_5 = -0.1 \times 10^{-6}, J_6,$$

$$J_7, \dots$$

である。¹²⁾ a_d のオーダーを決定する $\mu \cdot J_k \cdot r_{eq}^k / r^{k+2}$ について, $k=3$ 及び $k=4$ の項を $k=2$ の項に対してそれぞれ比較すると, r_{eq}/r が $1 \sim 6$ (低高度~静止軌道付近) とかわるとき,

$$(J_3 \cdot r_{eq}) / (J_2 \cdot r) \div 2 \times 10^{-3} \sim 4 \times 10^{-4}$$

$$(J_4 \cdot r_{eq}) / (J_2 \cdot r) \div 1 \times 10^{-3} \sim 4 \times 10^{-5}$$

であるので, J_3 以下の項は無視する。

従って, (2)式より

$$a_d = \frac{\mu}{r^2} J_2 \left(\frac{r_{eq}}{r} \right)^2 \cdot [P'_3(\cos \lambda) \frac{r}{r} - P'_2(\cos \lambda) i_x] \tag{3}$$

となる。

2.3 運動方程式

地球近傍の人工衛星の運動^{*} は, i_x, i_y, i_z 系で,

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{\mu}{r^3} r = a_r \tag{4}$$

$$a_r = a_d + a_s, a_s : \text{推力による加速度} \dots \tag{5}$$

と表わすことができる。(4)式の左辺第2項は, 地球を均質な球とした時の加速度であり, 右辺が摂動力による加速度である。他方, 人工衛星の運動は, $a, e, \tau, \Omega, i, \omega$ の6つの軌道要素によっても記述できる。すなわち, 昇交点経度 Ω と軌道傾斜角 i によって軌道面が, 近地点引数 ω によって近地点の方向が, 離心率 e と軌道長半径 a によって軌道の形と大きさが, 近地点通過時刻 τ によって軌道上の位置が, それぞれ

* 人工衛星を質点と見做し, 軌道は楕円軌道だけを考慮することとする。

定まるからである。接触軌道要素 (osculating orbital elements) の時間変化率は次の様に求められる。⁹⁾ 接触軌道要素とは、ある時刻において摂動力がすべてなくなったとした場合、その後人工衛星が運動を続ける軌道の要素のことである。なお以下の式では、 r のかわりに、軌道要素ではないが軌道上の位置を直接示す、真近点離角 f を用いている。

$$\frac{da}{dt} = \frac{2a^2}{\mu} \cdot v \cdot a_r \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{1}{\mu \cdot a \cdot e} \{ (pa - r^2)(v \cdot a_r) + (r \cdot v)(r \cdot a_r) \} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{h}{r^2} + \frac{d\eta}{dt} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{h \sin i} \begin{pmatrix} \cos \Omega \\ \sin \Omega \\ 0 \end{pmatrix} \cdot (r \times a_r) \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{1}{h} \begin{pmatrix} \sin \Omega \cdot \cos i \\ \cos \Omega \cdot \cos i \\ \sin i \end{pmatrix} \cdot (v \times a_r) \quad \dots\dots (10)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{1}{h \tan i} \begin{pmatrix} \cos \Omega \\ \sin \Omega \\ 0 \end{pmatrix} \cdot (r \times a_r) - \frac{d\eta}{dt} \quad \dots\dots(11)$$

但し

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{1}{r e \sin f} \left[\frac{r \cos f}{\mu a e} \{ (pa - r^2)(v \cdot a_r) + (r \cdot v)(r \cdot a_r) \} - \frac{2}{\mu} \{ r^2(v \cdot a_r) - (r \cdot v)(r \cdot a_r) \} \right] \quad \dots\dots (12)$$

であり、⁹⁾ η の定義は付録-2 に述べる。

2.1 で述べた様に、プログラムでは i_e, i_n, i_c 系で表示するので、上式中のベクトルを i_e, i_n, i_c で表示すると、

$$r = \frac{r h}{p v} \begin{pmatrix} e \sin f \\ -1 - e \cos f \\ 0 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$v = \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$a_r = a_e + a_n = \begin{pmatrix} a_{e1} + a_{n1} \\ a_{e2} + a_{n2} \\ a_{e3} + a_{n3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{r1} \\ a_{r2} \\ a_{r3} \end{pmatrix} \quad \dots\dots (15)$$

となる。(13)~(15) を、(6)~(12) に代入すると i_e, i_n, i_c 系での表示は次の様になる。

$$\frac{da}{dt} = \frac{2a^2}{\mu} \cdot v \cdot a_{r1} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{1}{v} \left\{ 2(e + \cos f) a_{r1} - \frac{r}{a} \sin f \cdot a_{r2} \right\} \quad \dots\dots (17)$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{h}{r^2} + \frac{d\eta}{dt} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{r \sin(\omega + f)}{h \sin i} \cdot a_{r3} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{r \cos(\omega + f)}{h} \cdot a_{r3} \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{r \sin(\omega + f)}{h \cdot \tan i} \cdot a_{r3} - \frac{d\eta}{dt} \quad \dots\dots (20)$$

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{1}{e v} \left\{ 2 \sin f a_{r1} + \left(2e + \frac{r}{a} \cos f \right) a_{r2} \right\} \quad \dots\dots (21)$$

2.4 Singularity の回避

上式のうち、(8), (18)~(21) の各式中では、分母に $e, \sin i, \tan i$ が現われている。ところが本シミュレーションの目標としている静止軌道付近へ軌道遷移を行なうと、 $e \rightarrow 0, i \rightarrow 0$ であるから、 a_r が小さいにもかかわらず、接触軌道要素の時間変化率が大きくなることが考えられる。これを避けるために次の方法をとる。

(1) i について

計算においては、基準面として赤道面ではなく、地球の公転軌道面 (黄道面) をとる。⁹⁾ 黄道面は周知の如く赤道面に対し $23^\circ 27'$ 傾斜しているから、静止軌道付近 (赤道面) でも、 $i \rightarrow 0$ を避けることができる。このための座標系が 2.1 で導入した i_e, i_n', i_c' 系である。すなわち、計算に用いるオイラーの角 Ω', i', ω' は、 i_e, i_n', i_c' 系と軌道面とを関係付けることになり、 Ω, i, ω について成立つ(9)~(11)及び(18)~(20)の各式は、 Ω', i', ω' についても同様に成立つ。

しかし、一般に地球を周回する人工衛星の軌道要素として用いられるオイラーの角は、 i_e, i_n, i_c 系と軌道面を関係付ける Ω, i, ω である。

このため、プログラムでは入力として与えた Ω, i, ω を Ω', i', ω' に変換して計算し、再び Ω, i, ω へ変換して出力としている。変換式は、付録-3 で述べる。

(2) e について

軌道要素 e, f, ω' のかわりに、下式で導入する e_x, e_y, θ' を用いる。⁹⁾ a, Ω', i' はそのままである。

$$e_x = e \cos \omega' \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$e_y = e \sin \omega' \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$\theta' = \omega' + f \quad \dots\dots\dots (24)$$

e_x, e_y, θ' の3変数は、 e, f, ω' の3変数の情報を含んでいるから、 $a, e_x, e_y, \theta', \Omega', i'$ を計算することは、 $a, e, f, \Omega', i', \omega'$ を計算することと同じである。すなわち、

$$\frac{d e_x}{d t} = \frac{d(e \cos \omega')}{d t} = \cos \omega' \frac{d e}{d t} - e \sin \omega' \frac{d \omega'}{d t} \quad \dots\dots (25)$$

$$\frac{d e_y}{d t} = \frac{d(e \sin \omega')}{d t} = \sin \omega' \frac{d e}{d t} + e \cos \omega' \frac{d \omega'}{d t} \quad \dots\dots (26)$$

$$\frac{d \theta'}{d t} = \frac{d(\omega' + f)}{d t} = \frac{d \omega'}{d t} + \frac{d f}{d t} \quad \dots\dots (27)$$

となる。(25), (26)式右辺第2項では、 $\frac{d \omega'}{d t}$ に係数 e が乗じられているので、 $\frac{d \omega'}{d t}$ の右辺第2項すなわち $\frac{d \eta}{d t}$ の分母に現われている e は相殺されて問題とならない。

一方、(27)式に(8), (20), (21)式を代入すると、

$$\frac{d \theta'}{d t} = \frac{d \omega'}{d t} + \frac{d f}{d t} = \left\{ -\frac{r \sin(\omega' + f)}{h \tan i'} a_{T\zeta} - \frac{d \eta}{d t} \right\} + \left\{ \frac{h}{r^2} + \frac{d \eta}{d t} \right\}$$

となって、 e を分母に持つ $\frac{d \eta}{d t}$ の項は消去される。かくして上述の危険を避けることができるのである*。

2.5 計算式

これまで述べてきた手続きによって、結局、計算式は次の様になる。

$$\frac{d a}{d t} = \frac{2 a^2}{\mu} \cdot v \cdot a_{Tt} \quad \dots\dots (16)$$

$$\frac{d e_x}{d t} = \frac{2}{v} (e_x + \cos \theta') a_{Tt} - \frac{1}{v} (2 e_y + \frac{r}{a} \sin \theta') a_{T\zeta} + \frac{r e_y}{h} \cdot \frac{\sin \theta'}{\tan i'} a_{T\zeta} \quad \dots\dots (28)$$

$$\frac{d e_y}{d t} = \frac{2}{v} (e_y + \sin \theta') a_{Tt} + \frac{1}{v} (2 e_x + \frac{r}{a} \cos \theta') a_{Tz} - \frac{r e_x}{h} \cdot \frac{\sin \theta'}{\tan i'} a_{T\zeta} \quad \dots\dots (29)$$

$$\frac{d \theta'}{d t} = \frac{h}{r^2} - \frac{r \sin \theta'}{h \tan i'} a_{T\zeta} \quad \dots\dots (30)$$

$$\frac{d \Omega'}{d t} = \frac{r \sin \theta'}{h \sin i'} a_{T\zeta} \quad \dots\dots (31)$$

$$\frac{d i'}{d t} = \frac{r \cos \theta'}{h} a_{T\zeta} \quad \dots\dots (32)$$

上記6式を、ルング・クッタ・ギル法で積分し、 e, f, ω' は次の様に求める。

* $e \approx 0$ の際に、 ω, f が大きく変動するということは、軌道の近地点の決定が困難になることを意味する。 $e = 0$ の真円軌道では、近地点、遠地点という概念は存在しないのであるから、これは、 $e \rightarrow 0$ の場合の本質的な問題であると言えるであろう。

$$e = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} \quad \dots\dots (33)$$

$$\omega' = \tan^{-1}(e_y / e_x) \quad \dots\dots (34)$$

$$f = \theta' - \omega' \quad \dots\dots (35)$$

第3章 数値計算—その1—
—地球の影を考えない場合—

3.1 軌道遷移の方法についての検討

低高度で傾斜角のある軌道から、静止軌道へ人工衛星を軌道遷移させる場合、修正すべき軌道要素の主なものは、高度と傾斜角であると考えられる。従って、本シミュレーションでは、遠地点高度 $a(1+e)$ と傾斜角 i が目標値を満足した時点で計算を打切ることとした。

楕円軌道の円軌道化、それに伴う高度、傾斜角の精密化、目標経度上への移動などの操作は、ここでは、考えないことにした。

(19)式から、傾斜角の修正に効くのは推力の軌道面に垂直な成分であり、軌道上で最も良く効くのは、 $\omega + f$ が 0° と 180° の地点(昇交点と降交点)であることがわかる。又傾斜角を同じ向き(増加又は減少)に修正していくには、余弦の符号のかわる($\omega + f$ が) $\pm 90^\circ$ の地点で、軌道面に関して推力の向きを逆にする必要があるのである。

一方、(6), (16)式から、高度の上昇に効くのは推力の軌道面内成分であり、軌道接線方向(速度ベクトル方向)推力が最も良く効くことがわかる。ところで、軌道面内推力として円軌道の場合によく用いられるものに局地水平方向推力がある。この2つが軌道面内推力としては代表的なものである。

他方、(17)式から、離心率 e は軌道面内推力にのみ影響されることがわかる。全軌道上で微小推力を高度を上昇させる向きに作用し続けた場合、局地水平方向、軌道接線方向いずれの推力でも、いわゆる method of averages によって、 e はやや減少の傾向をもつことがわかっている。¹³⁾

表-1 4種類の組合せ

		軌道面内推力成分	
		軌道接線方向推力	局地水平方向推力
r と i の操作を	別々に	A - I	B - I
	同時に	A - II	B - II

傾斜角の修正方法には、軌道遷移の初めから軌道面に対してある角度を持った推力を作用させて高度の上昇と同時に進行方法と、高度の上昇を終えて静止軌道高度に到達した段階で軌道面に垂直な推力を作用させて単独で行なう方法とがある。かくして、表-1に示す4通りの組合せを作った。

推力の方向は、図-2に示す様に直交座標系 i, j, k 系において、軌道面内では角度 j 、軌道面外では角度 k によってそれぞれ決定する。

すなわち

$$j = 0^\circ : \text{軌道接線方向}$$

$$j = -\beta = -\tan^{-1}\{(-e \sin f)/(1+e \cos f)\}$$

: 局地水平方向

$$k = 0^\circ : \text{軌道面内推力のみ(高度上昇)}$$

$$k = \pm 90^\circ : \text{軌道面に垂直な推力のみ(傾斜角修正)}$$

$k = \pm 4.2^\circ, \pm 4.25^\circ, \pm 4.30^\circ$: 高度の上昇と傾斜角の修正を同時に行なう場合。両者が同時にほぼ目標値を満たす k の値は幾つかの試行錯誤の結果 A, B には依らず、推力の大きさに依り約 $4.2^\circ, 4.25^\circ, 4.3^\circ$ であったのでこれらの値を用いた。これらの値は、後に表-4, 6に示す。

3.2 単位系及び各初期値

(1) 単位系

M. K. S. 絶対単位系を用いる。従って力の単位は、ニュートン ($\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^{-2}$) である。(約 102 gr 重)

(2) 電気推進系

推進系は、水銀を推進剤とする電子衝撃型イオンエンジンで、比推力 $I_{sp} = 5000$ 秒、推力一定で連続的

に作動するものとする^{**}。従ってイオン噴出速度 v_e は、

$$v_e = g \times I_{sp} \dots\dots\dots (36)$$

より、 $4.9 \times 10^4 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$ となる。又推進剤利用率 η_e 、パワー効率 η_p をそれぞれ $0.9, 0.85$ とし、全効率 η_T を 0.765 とする。

前章の冒頭で述べたことを考慮しつつ、人工衛星の待機軌道上での初期質量を $m_0 = 1000 \text{ kg}$ とし、推力の大きさは、まず初期加速度を設定しそれから逆算した。初期加速度は、文献(1)などを参考にして $0.30 \sim 0.60 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-2}$ を $0.10 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-2}$ 毎に変えることにした。推力に換算すると、 $0.30 \sim 0.60 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^{-2}$ (約 $3.05 \sim 6.1 \text{ gr}$ 重) に相当する。なお、水銀の質量流量 Q 、必要パワー P_e は、推力を T とし、

$$Q = T \cdot g^{-1} \cdot I_{sp}^{-1} (\text{kg} \cdot \text{sec}^{-1}) \dots\dots\dots (37)$$

$$P_e = Q \cdot v_e^2 / (102.04 \times 2 \times g \cdot \eta_T) (\text{KW}) \dots\dots (38)$$

となる。太陽電池の性能^{***}を、 $0.14 \text{ KW} \cdot \text{m}^{-2}$ 、 35 kg 重 KW^{-1} とすると¹⁾ 必要な太陽電池の面積、重量が求まる。これらを表-2に示す。

(8) 初期値

計算に必要な定数は、下記の値を用いた。^{9), 12)}

$$\mu (\text{重力常数} \times \text{地球の質量}) = 3.986031 \times 10^{14} \text{ m}^3 \cdot \text{sec}^{-2}$$

$$\omega_e (\text{地球の自転角速度}) = 7.29211 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$$

$$r_{eq} (\text{赤道半径}) = 6.378388 \times 10^6 \text{ m}$$

$$r_s (\text{静止軌道半径}) = 4.216488 \times 10^7 \text{ m}$$

$$\tau (\text{赤道面と黄道面のなす角}) = 23^\circ 27'$$

待機軌道としては、

表-2 必要パワー及び太陽電池

推力 Newton ($\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^{-2}$)	水銀の 質量流量 $\text{kg} \cdot \text{sec}^{-1}$	必要 パワー kw	太陽電池	
			パネル面積 m^2	重量 kg重
0.30	6.12×10^6	9.6	68.5	336
0.40	8.16	12.8	91.4	448
0.50	10.20	16.0	114.2	560
0.60	12.24	19.2	137.0	672

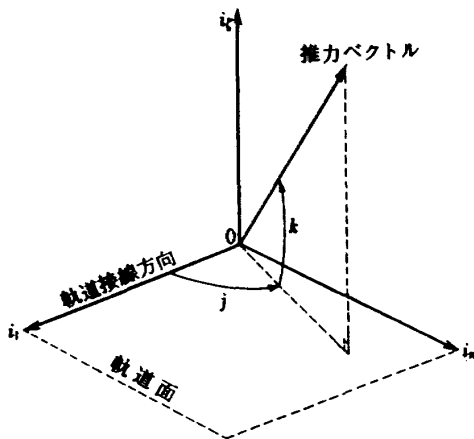


図-2 推力方向の表示

* ±の符号は、前述の如く半周毎に軌道面に対して推力の向きを逆にすることを意味する。

** 現在、宇宙研究グループにおいて水銀を推進剤とする5cmφ電子衝撃型イオン・エンジンの実験を行っており、 I_{sp} もほぼ5000秒程度であることなどを参考にした。²⁾

*** 軌道遷移期間を通じ、太陽電池の性能劣化は無視する。

遠地点 $a(1+e) = 6598.888 \text{ km}$ (地上 220 km)
 近地点 $a(1-e) = 6578.888 \text{ km}$ (地上 200 km)
 離心率 $e = 0.001517822$
 昇交点経度 $\Omega = 195^\circ$
 軌道傾斜角 $i = 30^\circ$
 近地点引数 $\omega = 240^\circ$

を選んだ。時刻 $t = 0$, Greenwich 恒星時 $\delta = 180^\circ$ で、この軌道上

真近点離角 $f = 280^\circ$ の地点 (東経 127.8° ; 北緯 28.0° , 高度 216.4 km) から、軌道遷移を開始することとした。計算間隔は、最も変化の大きい f に依るが、⁹⁾ 軌道周期 P を基準として、 $\Delta t = P/30$ とした。従って Δt は約 3~48 分間と変る。

計算終了の目標値は、遠地点高度が r_e の $\pm 0.05\%$ 以内、 i が $\pm 0.5^\circ$ 以内とした。

3.3 考察

図-3, 4 は、待機軌道上で推力を零として計算を行なった結果であって、重力場の歪がオイラーの角 Ω , i , ω に及ぼす影響を示す。それぞれ、 $t=0 \sim 110$ 分間を 1 分毎、 $t=0 \sim 50$ 日間を 1 日毎にプロットしてある。従って図-4 の各点を結ぶ線は傾向を示す意味しかない。 Ω と ω は、短期的には周期的に、長期的には累積的に変化しており、長年、長周期及び短周期振動を明瞭に示している。 i は、短期的にも長期的にも極く小さな振幅で周期的に変化しており、短周期振動は明瞭であるが長周期振動ははっきりしていない。

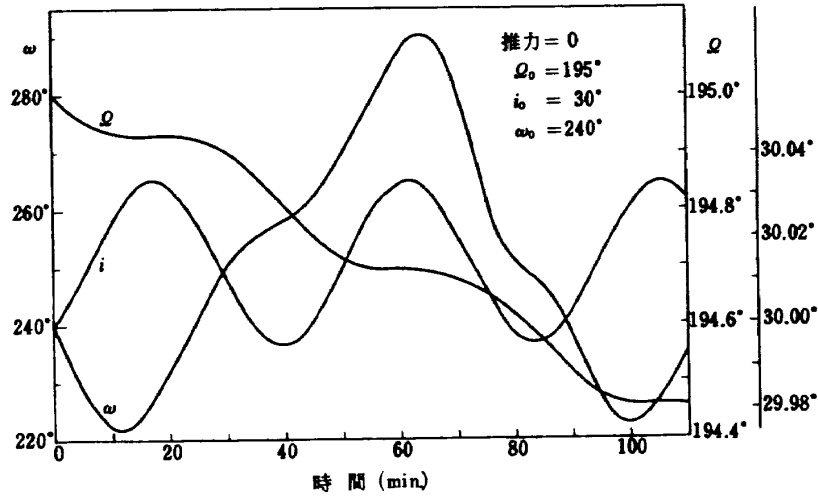


図-3 重力場の歪の Ω, i, ω に対する影響

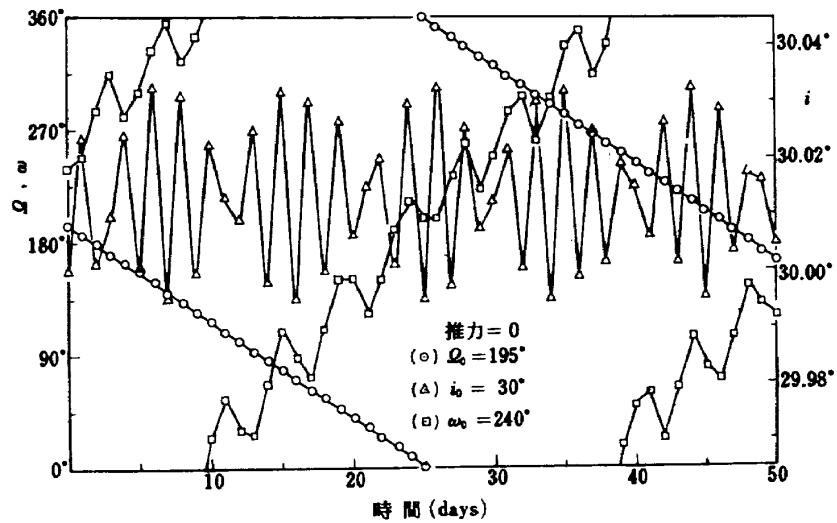


図-4 重力場の歪の Ω, i, ω に対する影響

図-4から、 Ω 、 ω の1日当りの変化量を読みとると、それぞれ約 $-8^\circ/\text{日}$ 、約 $12^\circ/\text{日}$ である。これらの値は、本シミュレーションと同様 J_2 項のみを考慮した場合の1周期当りの平均変化率から求めた1日当りの平均変化率を表わす式⁹⁾(近似的に円軌道として)

$$\overline{\Delta\Omega} = -10.05 \left(r_{11}/a \right)^{3.5} \cdot \cos i \quad \%/\text{日} \quad \dots\dots (39)$$

$$\overline{\Delta\omega} = -5.0 \left(r_{11}/a \right)^{3.5} \cdot (1 - 5 \cos^2 i) \%/\text{日} \quad \dots (40)$$

から計算した値、 $\overline{\Delta\Omega} = -8.95^\circ/\text{日}$ 、 $\overline{\Delta\omega} = 12.25^\circ/\text{日}$ とほぼ一致する。こうした現象は、昇交点の逆行(regression)、近地点の順行(progression)と呼ばれる。

表-1に示したA-I、A-II、B-I、B-IIについてそれぞれ初期加速度を変えて計算した場合の、遷移時間に対する遠地点高度と傾斜角の変化を図-5~8に示す。

更にペイロード比などを加えて、これらの結果を、表-3~6に示す。ここで、ペイロード比については、

$$m_0 = m_2 + m_3 + m_4 + m_p \quad \dots\dots (41)$$

$$\text{ペイロード比} = (m_2/m_0) \times 100 (\%) \quad \dots\dots (42)$$

とする。但し

m_2 : エンジン重量、比重量を 2 kg/kg とする。

m_p : 電源重量(表-2による)

m_3 : 推進剤重量(8%の貯蔵タンク重量を含む)

m_4 : ペイロード(上記以外の構造、制御機器等すべてを含むものとする。)

これらの図及び表より、A-IとA-II、B-IとB-IIをそれぞれ比較すると、初期加速度に依らず、いずれも1よりもIIの方が速度増分 ΔV 及び所要遷移期間が少なくて済むことがわかる。 ΔV は、Iの方式で約 $7.2 \text{ km} \cdot$

sec^{-1} 、IIの方式で約 $6.35 \text{ km} \cdot \text{sec}^{-1}$ であって、IIの方が約13%少い。遷移期間は初期加速度によって4~8.5箇月間必要であるが、初期加速度が同じならば、やはりIIの方式が約13%短い。

ΔV は、比推力 I_{sp} 、推進剤消費率 Q が一定のとき(本シミュレーションはこの条件を仮定している)

$$\Delta V = Ve \cdot \ln \left\{ m_0 / (m_0 - m_{pc}) \right\} \quad \dots\dots (43)$$

但し m_{pc} : 消費した推進剤質量 で表わされる。実際には、人工衛星の速度は高度の上昇に伴い減少するのであるが、 ΔV は遷移方法の優劣判定の1つの指標となるものである。又ペイロード比についても、僅かながらIIの方が大きい。

こうしたI方式とII方式の差は、他の文献^{1),13)}でも述べられており、遷移方法としてはIIの方式、すなわち「高度の上昇」と「傾斜角の修正」とを同時に行なう方式を採るべきであろう。

次に、A-IとB-I、A-IIとB-IIを、図-5と7、図-6と8でそれぞれ比較すると、遠地点高度と傾斜角の変化にはほとんど差が認められない。

本シミュレーションでは、初期加速度と遷移方式の相違によって4~8.5箇月間にわたってイオン・エンジンの噴射を続けていることになるが、A、B両方式の高度差は高々10km程度であるため図上では差が認められないのである。ところで、3.1で述べた様に「高度の上昇」には軌道接線方向推力すなわちA方式が優れているから、 ΔV についてもAの方が少ない筈である。しかし、表-3~6ではAの方が少ない場合でも差が非常に小さく、逆にBの方が少ない場合もある。これらの

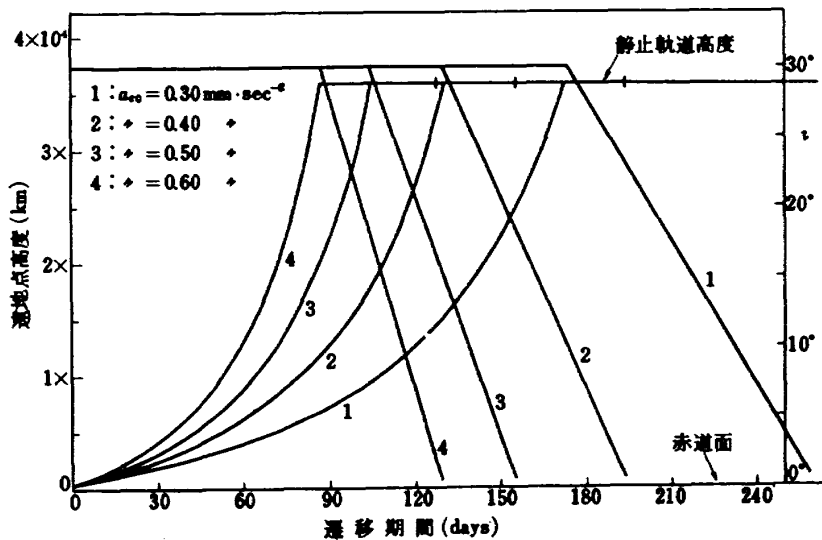


図-5 遠地点高度及び軌道傾斜角(A-I)

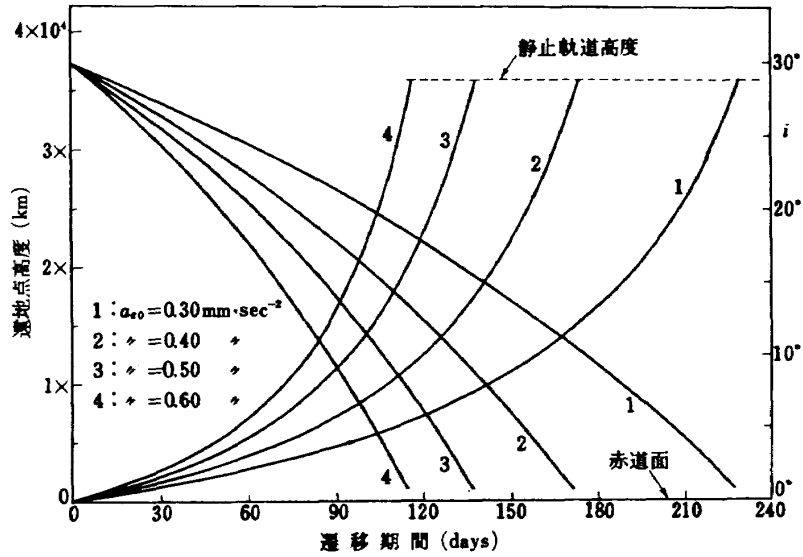


図-6 遷地点高度及び軌道傾斜角 (A-I)

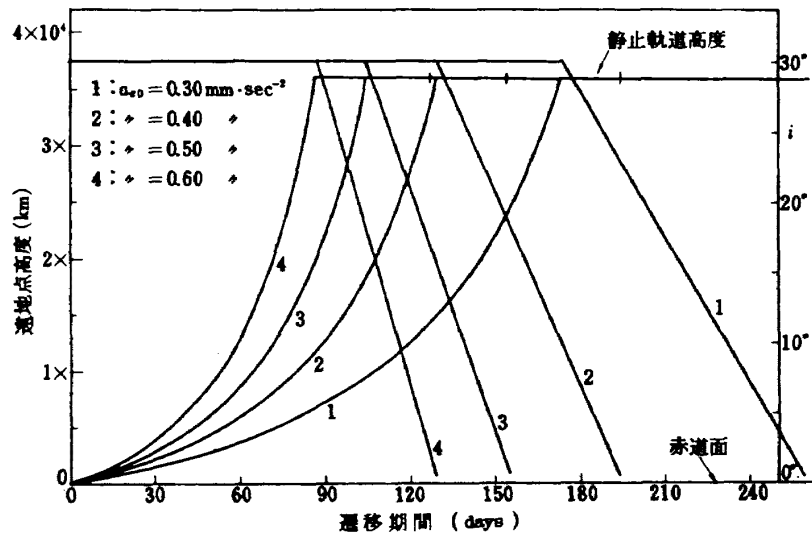


図-7 遷地点高度及び軌道傾斜角 (B-I)

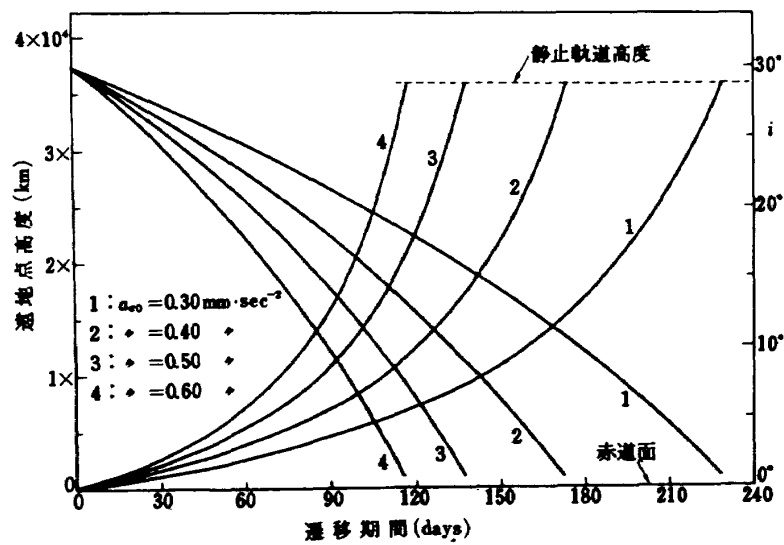


図-8 遷地点高度及び軌道傾斜角 (B-II)

表-3 計算結果 (A-I)

$a_{..}$ mm · sec ⁻²	遷移期間 days (周回数)	ΔV km · sec ⁻¹	消費燃料 kg	ペイロード比 %	i deg.	e	周 期 hrs.
0.30	($\frac{258}{1241}$)	7.198	1365.4	50.4	0.493	0.00252	239.2
0.40	($\frac{193.5}{931}$)	7.196	1366.0	38.5	0.491	0.00445	239.1
0.50	($\frac{155}{744}$)	7.190	1364.8	26.7	0.494	0.00511	239.4
0.60	($\frac{129}{620}$)	7.191	1365.0	14.9	0.473	0.00534	239.4

表-4 計算結果 (A-II)

$a_{..}$ mm · sec ⁻² (k)	遷移期間 days (周回数)	ΔV km · sec ⁻¹	消費燃料 kg	ペイロード比 %	i deg.	e	周 期 hrs.
($\frac{0.30}{42.0}$)	($\frac{229}{1539}$)	6.328	121.16	52.0	0.355	0.00148	239.2
($\frac{0.40}{42.5}$)	($\frac{173}{1164}$)	6.379	122.08	40.0	0.0265	0.00376	239.2
($\frac{0.50}{42.0}$)	($\frac{137.5}{923}$)	6.328	121.16	28.3	0.159	0.00346	239.2
($\frac{0.60}{43.0}$)	($\frac{116}{781}$)	6.431	123.00	16.2	0.0185	0.00505	239.3

表-5 計算結果 (B-I)

$a_{..}$ mm · sec ⁻²	遷移期間 days (周回数)	ΔV km · sec ⁻¹	消費燃料 kg	ペイロード比 %	i deg.	e	周 期 hrs.
0.30	($\frac{258}{1241}$)	7.198	1365.4	50.4	0.492	0.00261	239.2
0.40	($\frac{193.5}{931}$)	7.195	1365.7	38.5	0.499	0.00427	239.1
0.50	($\frac{155}{744}$)	7.193	1365.4	26.7	0.491	0.00498	239.3
0.60	($\frac{129}{620}$)	7.191	1365.0	14.9	0.474	0.00551	239.4

表-6 計算結果 (B-II)

$a_{..}$ mm · sec ⁻² (k)	遷移期間 days (周回数)	ΔV km · sec ⁻¹	消費燃料 kg	ペイロード比 %	i deg.	e	周 期 hrs.
($\frac{0.30}{42.0}$)	($\frac{229}{1539}$)	6.328	121.16	52.0	0.356	0.00178	239.2
($\frac{0.40}{42.5}$)	($\frac{173}{1164}$)	6.379	122.07	40.0	0.0963	0.00346	239.2
($\frac{0.50}{42.0}$)	($\frac{137.5}{923}$)	6.328	121.16	28.3	0.224	0.00359	239.2
($\frac{0.60}{43.0}$)	($\frac{116}{781}$)	6.431	123.00	16.2	0.0236	0.00485	239.3

結果は、待機軌道が遠地点 220 km, 近地点 200 km で、離心率 0.001517 と、かなり円に近い楕円であるためと、計算打ち切り時の高度、傾斜角がそれぞれの場合で完全には等しくないためと考えられる。

この様な結果を踏まえて A, B 両方式すなわち軌道接線方向推力と局地水平方向推力とを比較すると、

化学燃料ロケットを用いて軌道遷移を行なう場合、近地点、遠地点などロケットを作動させる位置での姿勢制御が不可欠であるが、微小推力を用いて軌道遷移を行なう場合には、基本的に全期間を通じて 3 軸姿勢制御が要求される。その際、1 軸は地球の方向(局地垂直方向)に沿わせるのが普通である。

その場合、局地垂直方向保持のためとは別に、軌道接線方向(速度ベクトル)検出用センサーあるいは速度ベクトル算出のための座標変換などの演算を必要としてガイダンス・コントロール・システムを複雑にし、またそれに伴う重量増が予想される前者に対して、特別なセンサー、演算などの追加を要しない後者が優れていると考えられる。

従って、両方式の ΔV の差が小さければ、局地水平方向推力方式が実用性が高いと言えよう。

では待機軌道の離心率が変わると、両方式の高度、 ΔV の差はどの様になるのであろうか。そこで e をそれぞれ約 10, 50, 100 倍に大きくして、静止軌道高度付

表-7 A, B 両方式の差

待機軌道 $e_0 = 0.01497$ 遠地点 400 km, 近地点 200 km				
推力パターン	遷移期間 days	遠地点高度 km	ΔV km·sec ⁻¹	e
A	102.0	35206.1	4.6180	0.00772
B	102.0	35106.4	4.6173	0.00579
待機軌道 $e_0 = 0.08038$ 遠地点 1350 km, 近地点 200 km				
A	97.0	36836.9	4.3813	0.0333
B	97.0	36272.3	4.3819	0.0208
待機軌道 $e_0 = 0.1488$ 遠地点 2500 km, 近地点 200 km				
A	91.0	37734.0	4.0984	0.0607
B	91.0	36928.2	4.0991	0.0453

$a_{00} = 0.50 \text{ km} \cdot \text{sec}^{-2}$

A : 軌道接線方向推力

B : 局地水平方向推力

近迄、高度上昇のみを計算した結果を表-7に示す。

ΔV の差は、いずれも $1 \text{ km} \cdot \text{sec}^{-1}$ 以下であって、小さい。一方、高度差は静止軌道高度付近で約 100, 560, 800 km となって、86,000 km の約 0.3, 1.7, 2.5 % となる。この高度付近で高度を更に 100 km 上げるのに要する期間、推進剤は、約 0.2~0.3 日間、約 0.2~0.8 kg であって、800 km ならばそれぞれ約 8 倍となる。

遷移期間、推進剤は、他に軌道の円軌道化にも必要であり、それらは e の増大と共に増えるのであるが、所要遷移期間の数箇月間及び消費推進剤 130~140 kg に比較すると小さい。

しかし、推進剤については、増加の絶対量が軌道接線方向推力方式の際に予想される重量増と同オーダーという場合もあり得る。

この様に不確定な要素はあるが、待機軌道が 0.1 程度のかかなり大きな離心率を持っていても、局地水平方向推力方式の採用は可能であると言える。

第4章 数値計算—その2— —地球の影を考慮する場合—

4.1 電源についての検討

イオン・エンジンなどの電気推進系の微小推力によって軌道遷移を行なう場合、表-2に示す様にかんりの電力が必要となる。そのための電源としては、将来においては原子力発電装置、燃料電池なども考えられようが、現状では太陽電池が最も実現性が高いであろう。

前章の結果が示す様に、人工衛星は微小推力によってスパイラルを描きながら地球のまわりを数百~千数百周して軌道遷移を行なう。従ってその間、何度も地球の影になっている空間を横切ることになる。影の中すなわち蝕の状態では、太陽電池に太陽光が照射されず、電力を発生することが不可能となる。その場合、

- (1) 蓄電池*を搭載する。……影の中及び外で、平均した電力で電気推進系を連続して作動させる。
- (2) 蓄電池を搭載しない。……影の中では、電気推進系の作動を停止し、coastingを行なう。

という2通りの方法が考えられる。

(1)の方法では、電気推進系は連続して作動するから、前章と同様の結果をもたらすであろう。しかし、表-2

*ここで言う蓄電池とは、軌道遷移用の電気推進系を作動させる能力を持った「大容量」蓄電池のことである。

に示す様に太陽電池だけでもかなりの重量を占めるのであるから、その上大容量の重い蓄電池を搭載すればペイロードを大きく減少させるであろう。

(2)の方法では、影に出入りする度に電気推進系のON-OFFを繰り返すことになり、その運用上あまり好ましくはない。しかし、蓄電池搭載によるペイロードの減少は避けられる。

などの利害得失があげられるが、筆者らは特に、遷移途中に地球の影のために coasting が伴う場合、軌道の形(離心率)や遷移期間がどのような影響を受けるかということに関心を持ったので、(2)の方法によることとした。

4.2 地球の影

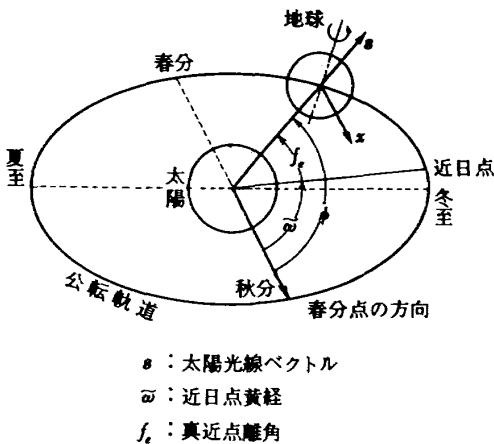
地球及び太陽はそれぞれ質点、点光源ではないので、地球の影には本影と半影がある。一般に蝕(eclipse)とは、本影の中に入った場合を言うので、ここでも本影のみを考える*。

地球は太陽のまわりを公転するので、地球の影の方向もそれにつれて動くことになる。軌道遷移が短期間に終了するのであれば、それは無視しても良いであろうが微小推力による軌道遷移には4~8.5箇月に及ぶ長期間が必要である。従って地球の公転による影の方向の移動をも考慮することとする。

公転軌道上での地球の位置を、図-9に示す様にφで表現すると

$$\phi = f_s + \tilde{\omega} \quad \dots\dots\dots (44)$$

但し f_s : 地球の公転軌道上での真近点離角
上式において、近日点黄経 $\tilde{\omega}$ は何年かを指定すれば



- s : 太陽光線ベクトル
- $\tilde{\omega}$: 近日点黄経
- f_s : 真近点離角

図-9 公転軌道上での地球の位置

* やがては、半影中における照射光の減少による太陽電池の出力低下をも考慮すべきかも知れない。

年表などにより知ることができる。一方、近日点通過時刻 τ_s が与えられると、時刻 t における M は次の3式を解いて求められる。

$$M = n(t - \tau_s) \quad \dots\dots\dots (45)$$

$$M = E - e \sin E \quad \dots\dots\dots (46)$$

$$f_s = 2 \times \tan^{-1} \left[\left\{ \frac{(1+e)}{(1-e)} \right\}^{\frac{1}{2}} \cdot \tan(E/2) \right] \quad \dots\dots\dots (47)$$

但し、 M, n はそれぞれ mean anomaly, mean angular motion であり、 E は eccentric anomaly であって図-10に示す。

(46)式は、 M と E を関係づける超越関数方程式であって、特にKepler's equationと呼ばれる。この式を解くには幾つかの方法があるが、ここではFourier-Bessel級数展開

$$E = M + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} J_1(ke) \cdot \sin kM \quad \dots\dots\dots (48)$$

により解いた。⁹⁾ここで

$$J_1(\nu) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\nu/2)^{k+2n}}{n!(n+k)!} \quad \dots\dots\dots (49)$$

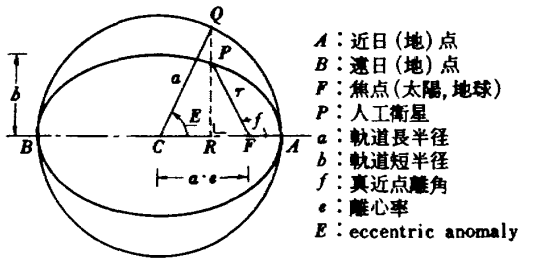
は、 k 次の第1種Bessel関数である。

地球の公転軌道の離心率0.016726程度では(48)式の収束は速く、 e^6 以上の高次の項を無視すると、(48)式は、

$$E = M + 0.016726 \sin M + 0.000140 \sin 2M + 0.000002 \sin 3M \quad \dots\dots\dots (50)$$

となる⁹⁾。かくして、(45),(50),(47),(44)式によりφすなわち公転軌道上での地球の位置が求まる。

ここで、太陽と地球の中心を結ぶ線分の方角を示す単位ベクトル s を図-9に示す様に定義し、太陽光線



- A : 近日(地)点
- B : 遠日(地)点
- F : 焦点(太陽,地球)
- P : 人工衛星
- a : 軌道長半径
- b : 軌道短半径
- f : 真近点離角
- e : 離心率
- E : eccentric anomaly

図-10 楕円軌道と eccentric anomaly

ベクトルと呼ぶことにする。 \mathbf{s} は、 ϕ を使って $i, j,$

i, j i, j 系表示で、

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \cos \Theta_0 \\ -\sin \phi \sin \Theta_0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (51)$$

となる。⁷⁾

但し、 Θ_0 は obliquity of the ecliptic と呼ばれ、赤道面と黄道面とのなす角であって $23^\circ 27'$ である。⁹⁾

地球の影は \mathbf{s} を含む線分を中心線とする円錐であって、その半頂角 α は

$$\alpha = S - \pi \dots\dots\dots (52)$$

で表わされ、約 $16'$ である。¹⁴⁾

但し S : 太陽の視半径 (semi-diameter of sun at mean earth distance) $959''.68 = 0.0046524 \text{ rad}$.

π : 太陽の平均赤道地平視差 (mean equatorial horizontal parallax) $8''.79415 \pm 0''.00005 = 4.26352 \times 10^{-5} \text{ rad}$.¹²⁾

人工衛星が蝕の状態にあるか否かの判定については、付録-4 で述べる。

4.3 初期値の設定

前章での計算から得られた結果をも踏まえて、各パラメーターを次の様に定めた。

(1) 電気推進系

電気推進系は、作動中推力一定 ($0.50 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^{-2}$)、 I_{sp} は 800, 2500 秒の2種類とし、各効率 η_e, η_r, η_f は前章と同じく 0.9, 0.85, 0.765 とする。^{*}

推力の方向は、角度 j, k で定める。軌道面内成分は局地水平方向推力とする。従って j は 8.1 で述べた如く $-\tan^{-1}\{(-e \sin f)/(1+e \cos f)\}$ である。

高度の上昇と傾斜角の修正を同時に行なう場合、 $k = \pm 42^\circ$ とし、別々に行なう場合は、高度上昇を終える迄 $k = 0^\circ$ 、その後傾斜角修正のため $k = \pm 90^\circ$ とする。

なお、初期質量は前章と同じ $m_0 = 1000 \text{ kg}$ とする。

(2) 影の計算

影の計算に必要な各パラメーターは、次の数値を用いた。^{9)**}

近日点黄経 $\tilde{\omega} = 102.25258^\circ$

対恒星平均運動 $n = 0.985609^\circ/\text{日}$

また、近日点通過時刻 $\tau_0 = -30 \text{ 日} = -2.592 \times 10^6 \text{ sec}$ ^{***} とした。

* I_{sp} が低く、つまり加速電圧が低くなるとイオン・エンジンが作動しにくくなったり、作動しても効率が低下するなどの現象が起きる。従って $I_{sp} = 800$ 秒の場合は、コロイド・スラスターなどイオン・エンジン以外の電気推進系を想定する必要があるかも知れない。しかし、一応ここでは両者とも水銀を推進剤とする電子衝撃型イオン・エンジンとする。

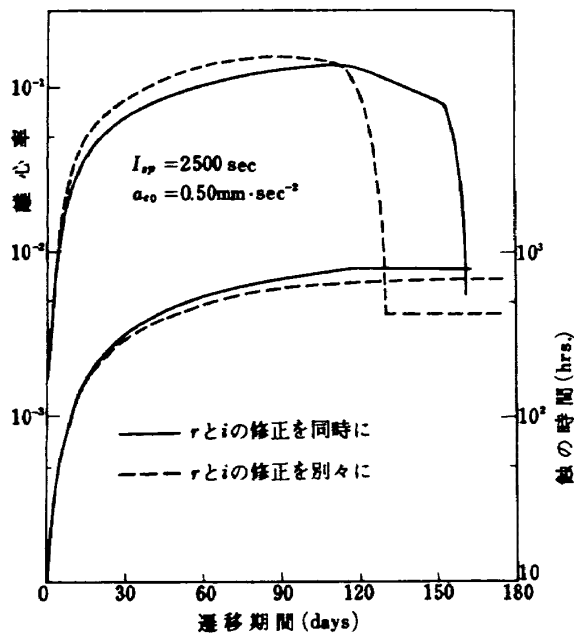


図-11 離心率の変化と蝕の時間

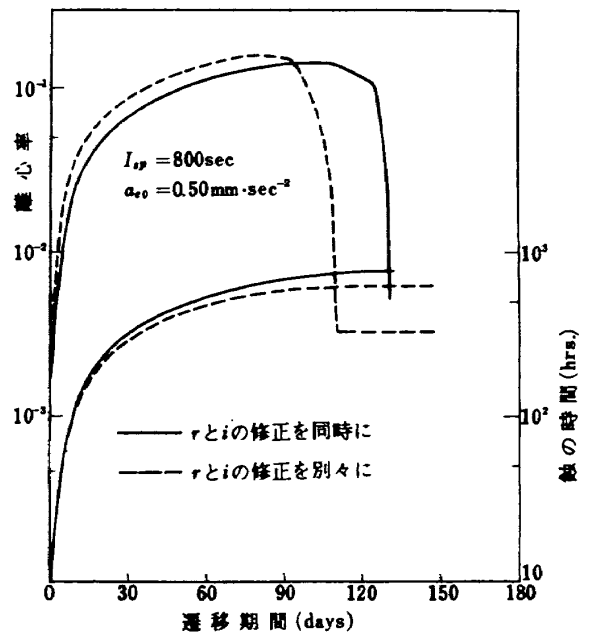


図-12 離心率の変化と蝕の時間

(3) 待機軌道

待機軌道は、空気力を考慮して高度を上げ、遠地点 500 km, 近地点 475 km, 離心率 $e=0.001820$, $\Omega=30^\circ$, $i=30^\circ$, $\omega=150^\circ$ とする。

$t=0$, Greenwich 恒星時 $\delta=5^\circ$ で、この軌道上、真近点離角 $f=315^\circ$ の地点 (東経 132° , 北緯 28.8° , 高度 480 km) から、軌道遷移を開始することとした。

計算は遠地点が r_e の $\pm 0.05\%$ 以内、 i が 1.0° 以内となった時点で打切ることとする。

また、計算間隔は、蝕の判別などを考慮して $\Delta t=P/90$ とした。従って Δt は約 $1\sim 16$ 分と変る。

4.4 考察

待機軌道では遠地点、近地点の差が 25 km , 離心率 $e=0.001820$ であった。しかし図 - 11, 12 に示す様に、推力が零となって coasting を行なう影の中で

** 本来これらの値は、厳密に時刻を指定することで初めて定まるのであるが、時刻による変動はあまり大きくはなく、かつこの計算では影の及ぼす影響を一般的に調べることが目的であるので、文献(9)の値を用いた。(epoch 1960, Jan. 1.5 ephemeris time)

*** 近日点通過は、毎年ほぼ1月3~4日であるから、 $r_e=-30$ 日としたことは軌道遷移の開始を2月上旬頃としたことになる。

の時間の累積が増大すると共に、遷移軌道の離心率も急激に増大する。その最大値は約 0.16 程度であり、やがて高度の上昇や地球の公転の影響で、しだいに一周中に占める影の割合が減少し始めると離心率もそれに伴って減り始める。しかし、遠地点、近地点の高度差は増え続け、最大で約 $6000\sim 9000\text{ km}$ となる。高度の上昇と傾斜角の修正を同時に行なう方が、別々に行なうよりも影の中にいる時間は長いけれども、 e の増加は逆に緩やかであり最大値もやや小さい。

これは、(17)式から明らかな様に、離心率に効くのは軌道面内推力だけであり、前者の軌道面内推力は、後者を 1.0 とすると、 $\cos(\pm 42^\circ) \approx 0.74$ であるためと考えられる。計算を、遠地点高度が目標値を満たした時刻 t_1 で一応打切ると、離心率はまだ $0.08\sim 0.14$ とかなり大きい。また周期は軌道長半径 a で定まり、遠地点高度は $a(1+e) \approx 1.08\sim 1.14a$ であるから周期もまだ 20 時間程度である。

ここで、目標としては待機軌道と同じオーダーの 10^{-3} を設定して、離心率を小さくすることを考える。

その一方法として、上記の時刻 t_1 からある時間 Δt_1 逆上り、その時刻 $t_1 - \Delta t_1$ からは軌道の遠地点側 ($|f| > \pi/2$) でだけイオン・エンジンを作動させる方法⁶⁾を採ってみる。一般に化学ロケット・エンジン

表-8-(a) 離 心 率 の 修 正

$I_{sp} = 2500, \text{ sec}$

軌道遷移の方法	t_1 days	$e/\Delta e$ 周	$\Delta t_e (=P \cdot e/\Delta e)$ days	Δt_1 days (周回数)	t^* days (周回数)
r と i を同時に	154.0	10.60	9.4	2.0 (2)	9.2 (10)
r と i を別々に	118.5	14.30	11.8	3.5 (4)	14.4 (17)

表-8-(b) 離 心 率 の 修 正

$I_{sp} = 800 \text{ sec}$

軌道遷移の方法	t_1 days	$e/\Delta e$ 周	$\Delta t_e (=P \cdot e/\Delta e)$ days	Δt_1 days (周回数)	t^* days (周回数)
r と i を同時に	126.0	7.93	6.8	1.5 (2)	6.5 (7)
r と i を別々に	101.4	10.85	8.8	8.0 (12)	17.0 (24)

* : $t_1 - \Delta t_1$ より、離心率修正に要した期間

を用いてインパルス的に楕円軌道の円軌道化を図る際には、いわゆる apogee kick の方法が用いられるのであるから、連続的な微小推力による場合に上記の方法は妥当であろう。

まず Δt_1 の近似値を得るために、

1 周中の軌道要素の変化が小さいものとして、いわゆる method of averages^{1),6),13)}により、離心率 e の真近点離角 f についての微分を求める。

すなわち、(8)式において

$$\frac{df}{dt} = \frac{h}{r^2} + \frac{d\eta}{dt} \div \frac{h}{r^2} \dots\dots\dots (53)$$

として、(17)式より

$$\frac{de}{df} = \frac{de}{dt} \cdot \frac{dt}{df} = \frac{a^2(1-e^2)^2}{\mu} \cdot \frac{(1+\cos^2 f) \cdot e + 2 \cos f}{(1+e \cos f)^3}$$

$$\times a_{\theta}$$

但し、 a_{θ} : 局地水平方向推力による加速度となる。右辺の右側の部分を e について Taylor 展開して e^2 以上の項を無視すると、

$$\frac{de}{df} = \frac{a^2(1-e^2)^2}{\mu} \left(2 \cos f - \frac{3}{2}e - \frac{5}{2}e \cos 2f \right) \cdot a_{\theta} \dots\dots\dots (54)$$

が求まる。これを用いて

(1) (54)式を、イオン・エンジンを作動させる区間である f について $\pi/2 \sim 3\pi/2$ まで積分して、上記の操

作による e の 1 周毎の変化

$$\Delta e = - \frac{a^2(1+e^2)^2}{\mu} (4+4.71e) \cdot a_{\theta} \dots\dots (55)$$

を求める。

(ii) 時刻 t_1 における e 、 a 、周期 P を用いて

$$\Delta t_1 = \frac{e}{\Delta e} \cdot P \dots\dots\dots (56)$$

を求める。

(iii) Δt_1 を Δt_1 の近似値と見做し、 $t_1 - \Delta t_1$ より計算を再開する。

目的は、離心率が目標値を満たした時点で、同時に高度や傾斜角の目標値をもほぼ満たす様にするのであるので、

(iv) 満足な結果が得られない場合は、 Δt_1 の値を修正しながら試行錯誤法により Δt_1 を決定する。

結果は、表-8に示す様に Δt_1 は Δt_1 とかなり異なっており、method of averages による近似は良くなかった。このことは、この程度の高度では 1 周毎の軌道要素の変化が大きいため(53)式の仮定に基づく method of averages はあまり有効ではないことを意味すると考えられる。

しかし、軌道の遠地点側でだけイオン・エンジンを作動することによって数日~10数日間(10~20周)で、離心率 e を 10^{-3} のオーダーにまで減少させ、同

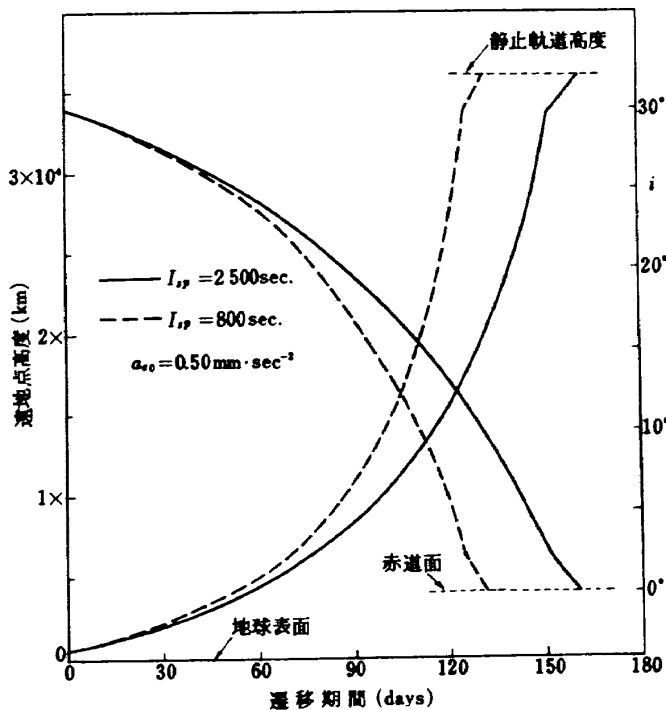


図-13 遠地点高度と軌道傾斜角

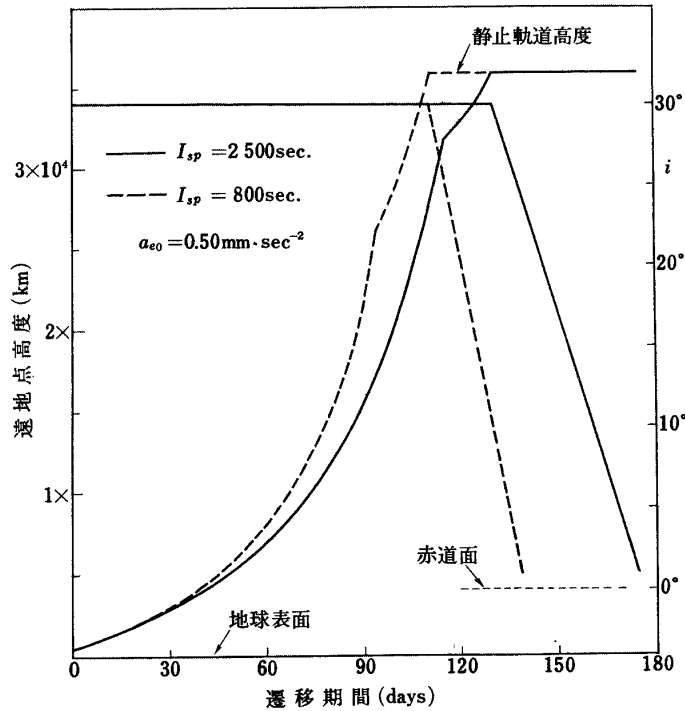


図-14 遠地点高度と軌道傾斜角

表-9 計算結果

$I_{sp} = 2500 \text{ sec}$

軌道遷移の方法	遷移期間 days (周回数)	蝕の期間 days (%)	ΔV $km \cdot sec^{-1}$	ペイロード比 %	i deg	e	周 期 hrs.
I	E (174.9 / 931)	28.6 (16.4)	6.966	45.0	0.995	0.00424	23.77
	N.E (140.8 / 664)		6.989	44.8	0.995	0.00508	23.92
II	E (161.5 / 1160)	32.8 (20.3)	6.087	47.8	0.107	0.00532	23.73
	N.E (125.3 / 817)		6.115	47.6	0.424	0.00407	23.92

I : r と i の修正を別々に E : 蝕を考慮
 II : " 同時に N.E : " 無視

表-10 計算結果

$I_{sp} = 800 \text{ sec}$

軌道遷移の方法	遷移期間 days (周回数)	蝕の期間 days (%)	ΔV $km \cdot sec^{-1}$	ペイロード比 %	i deg	e	周 期 hrs.
I	E (138.3 / 831)	26.3 (19.0)	6.951	29.9	0.988	0.00332	23.82
	N.E (107.0 / 579)		6.983	29.8	0.996	0.00820	23.92
II	E (131.0 / 1023)	30.7 (23.4)	6.051	35.0	0.0251	0.00492	23.74
	N.E (98.3 / 702)		6.115	34.8	0.441	0.00736	23.94

I : r と i の修正を別々に E : 蝕を考慮
 II : " 同時に N.E : " 無視

時に高度や傾斜角もほぼ目標値を満足させることが可能であることがわかった。

かくして、高度の上昇と傾斜角の修正とを同時に行なう場合は軌道遷移終了の約10周前から、又両者を別々に行なう場合は高度上昇の終了する約20周前から、上記の操作を行なうことにより影が遷移軌道に及ぼす影響を修正することができる。この場合の遠地点高度と傾斜角の変化を図-13, 14に示す。遷移終了間際の屈曲は、上記の操作によって高度、傾斜角の変化率が減少したことを意味する。

表-9, 10に、これらの結果及び同じ初期値を用い影を無視した場合の結果がまとめてある。

所要遷移期間は、影を考慮した場合、影を無視した場合より20~30%程度延びる。しかしその延びた時間は、蝕の時間及び離心率修正のために近地点側で coasting を行なった時間の総和にほぼ等しい。

前章と同様にベイロード比を算出すると、 $I_{sp} 800$ 秒で高度の上昇と傾斜角の修正を同時に行なった場合約35%, 別々に行なった場合約30%, $I_{sp} 2500$ 秒の場合約48%, 約45%である。又、 ΔV についても前者が約14%少なくて済む。更に影を無視した場合と比較すると、ベイロード比はごく僅かながら大きく、 ΔV もごく僅かながら少なくて済む。

従って、影を考慮した場合でも、高度の上昇と傾斜角の修正を同時に行なう方が、別々に行なうよりも優れていると言える。

第5章 む す び

微小推力を用いて、人工衛星を低高度楕円待機軌道から静止軌道へ軌道遷移させる場合について、種々の資料を得ることができた。

(1) 軌道遷移では、高度の上昇と傾斜角の修正とを同時に行なう場合、まず高度の上昇を行なって静止軌道高度に達した後に傾斜角の修正を行なう場合に比べて、所要遷移期間、 ΔV とも約13%少なくて済み、ベイロード比でも優れている。前者のこうした優位は、影を考慮した場合にも保たれる。

(2) 待機軌道の離心率が、かなり大きくても軌道接線方向、局地水平方向両推力方式による ΔV の差は顕著とはならない。

(3) 微小推力を用いて軌道遷移を行なう人工衛星には全期間を通じて3軸姿勢制御が要求され、1軸は地球の方向(局地垂直方向)沿わせるのが普通であるから、局地垂直方向保持のためとは別に、軌道接線方向

(速度ベクトル)検出用センサーあるいは速度ベクトル算出のための演算などを必要として、ガイダンス・コントロール・システムを複雑にし、またそれに伴う重量増が予想される軌道接線方向推力方式に対して、特別なセンサー、演算などの追加を要しない局地水平方向推力方式の方が、(2)をも考慮して、実用性において優れていると考えられる。

(4) 地球の影を考慮し、かつ大容量の蓄電池を搭載しないものとする、遷移軌道は離心率が最大で0.16程度の楕円とならざるを得ない。しかしながら、たとえば軌道の遠地点側でだけイオン・エンジンを作動させるという操作を行なうことによって、軌道遷移終了前のごく僅かな期間で、離心率を修正することができる。

(5) 所要遷移期間は、影を考慮すると無視した場合に比較して20~30%程度延びる。この期間は、影の中で蝕の状態にあった期間と(4)で述べた操作によって coasting を行なった期間との総和にほぼ等しい。

(6) ベイロード比は、影の有無にはほとんど影響されず、影を考慮した方が僅かながら大きい。

(7) 4.4で述べた離心率の修正に関する検討から、静止軌道高度付近ではmethod of averagesの有効性に疑問のあることがわかった。これは、この程度の高度では「1周毎の軌道要素の変化が小さい」というこの方法の前提が、その妥当性を失なうためであると考えられる。

今後の問題点としては、

(a) 地球の影の中での衛星の姿勢制御及び全遷移期間を通じての誘導制御。

(b) 離心率修正のための種々の方法の検討及び最適化。

などが考えられる。

尚、本研究を行なうに当たり、振動に関して本所宇宙研究グループ武内澄夫技官から、イオン・エンジンに関して同中村嘉宏技官から、有益な助言を頂いた。

付録-1 座標変換

i_x, i_y, i_z 系は、2.1で述べた様に i_x, i_y, i_z 系を i_x 軸まわりに角度 γ 回転させた座標系であるが、2.4-(1)で述べた理由により、実際の計算ではこれを基準とする。

ここで、上記二つの座標系間の関係を逆に、 i_x, i_y, i_z 系を i_x 軸まわりに $-\gamma$ 回転させた座標系が i_x, i_y, i_z 系であると考え、 $-\gamma$ を新たに γ とすると、

$$\begin{pmatrix} i_x \\ i_y \\ i_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_x \\ i_y \\ i_z \end{pmatrix} = \mathbf{F} \begin{pmatrix} i_x \\ i_y \\ i_z \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (A-1)$$

がなりたつ。 i_x, i_y, i_z 系からは、次の様な順番で回転を行なうことにより、 i_ξ, i_η, i_ζ 系を得る。すなわち、 i_x, i_y, i_z 系を i_x 軸まわりに角度 Ω 回転させて i_{x1}, i_{y1}, i_{z1} 系を得、次に i_{x1} 軸まわりに角度 i 回転させて i_{x1}, i_{y2}, i_{z2} 系を得、最後に i_{z2} 軸まわりに角度 ω 回転させて i_ξ, i_η, i_ζ 系を得る。

従って、 i_x, i_y, i_z 系と i_ξ, i_η, i_ζ 系との関係を変換マトリックスを使って表現すると、

$$\begin{pmatrix} i_x \\ i_y \\ i_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\Omega c\omega - s\Omega s\omega c_i & -c\Omega s\omega - s\Omega c\omega c_i \\ s\Omega c\omega + c\Omega s\omega c_i & -s\Omega s\omega + c\Omega c\omega c_i \\ s\omega s_i & c\omega s_i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_\xi \\ i_\eta \\ i_\zeta \end{pmatrix} = \mathbf{R} \begin{pmatrix} i_\xi \\ i_\eta \\ i_\zeta \end{pmatrix} \quad \dots (A-2)$$

となる。⁹⁾ここで

$$\begin{pmatrix} i_x \\ i_y \\ i_z \end{pmatrix} = \mathbf{R}_\gamma \begin{pmatrix} i_r \\ i_\theta \\ i_\zeta \end{pmatrix} = \mathbf{R}_i \cdot \begin{pmatrix} i_x \\ i_y \\ i_z \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (A-3)$$

とすると、変換マトリックス $\mathbf{R}_\gamma, \mathbf{R}_i$ は、 \mathbf{R} の各要素の ω を、 $\omega + \gamma, \omega + \gamma + \beta + \pi/2$ でそれぞれ置換したマトリックスに他ならない。

* C : cos S : sin

付録-2 η の定義

η は、接触軌道要素の時間変化率を求める際に導入される補助変数の1つである。⁹⁾

η は、真近点離角 f に関係しているが、他に、4.2で述べた、mean anomaly M , eccentric anomaly E に関係して γ, β が導入される。^{*}

すなわち、

時刻 t_0 において、位置 $r(t_0)$ にある人工衛星の接触軌道の f, E, M を f_0, E_0, M_0 とする。

次に時刻 $t_1 = t_0 + \Delta t$ において、位置 $r(t_1)$ にある人工衛星の新しい接触軌道の f, E, M を f_1, E_1, M_1 とする。このとき、 η, β, γ は、

$$\eta(t_1) = f_1(t_1) - f_0(t_1) \quad \dots\dots\dots (B-1)$$

$$\beta(t_1) = E_1(t_1) - E_0(t_1) \quad \dots\dots\dots (B-2)$$

$$\gamma(t_1) = M_1(t_1) - M_0(t_1) \quad \dots\dots\dots (B-3)$$

として定義される。これらがどの様に使われるかは、文献(9)の第6章に詳述してある。

付録-3 オイラーの角の変換

付録-1の(A-2)式より

$$\begin{pmatrix} i_x \\ i_y \\ i_z \end{pmatrix} = \mathbf{R} \cdot \begin{pmatrix} i_\xi \\ i_\eta \\ i_\zeta \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (C-1)$$

ここで

$$\begin{pmatrix} i_x \\ i_y' \\ i_z' \end{pmatrix} = \mathbf{R}_\gamma \cdot \begin{pmatrix} i_\xi \\ i_\eta \\ i_\zeta \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (C-2)$$

とすると、 \mathbf{R}_γ の各成分は、 \mathbf{R} の各成分の Ω, i, ω をそれぞれ Ω', i', ω' に置換したものに他ならない。

従って、 \mathbf{R}_γ は次の様に表現できる。

$$\mathbf{R}_\gamma = \begin{pmatrix} c\Omega'c\omega' - s\Omega's\omega'c_{i'} & -c\Omega's\omega' \\ s\Omega'c\omega' + c\Omega's\omega'c_{i'} & -s\Omega's\omega' \\ s\omega's_{i'} & c\omega's_{i'} \\ -s\Omega'c\omega'c_{i'} & s\Omega's_{i'} \\ +c\Omega'c\omega'c_{i'} & -c\Omega's_{i'} \\ c\omega's_{i'} & c_{i'} \end{pmatrix} \quad \dots (C-3)$$

一方、(A-1)式より

$$\begin{pmatrix} i_x \\ i_y \\ i_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_x \\ i_y' \\ i_z' \end{pmatrix} = \mathbf{F} \cdot \begin{pmatrix} i_x \\ i_y' \\ i_z' \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (C-4)$$

であるから、 \mathbf{R} と \mathbf{R}_γ との関係式は、

$$\begin{pmatrix} i_x \\ i_y \\ i_z \end{pmatrix} = \mathbf{F} \cdot \begin{pmatrix} i_x \\ i_y' \\ i_z' \end{pmatrix} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{R}_\gamma \cdot \begin{pmatrix} i_\xi \\ i_\eta \\ i_\zeta \end{pmatrix} = \mathbf{R} \begin{pmatrix} i_\xi \\ i_\eta \\ i_\zeta \end{pmatrix}$$

から、

$$\mathbf{R} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{R}_\gamma \quad \dots\dots\dots (C-5)$$

となる。

* ここで使う γ, β は、本文中で用いた γ, β とは無関係である。

(1) $\Omega', \varepsilon', \omega'$ から $\Omega, \varepsilon, \omega$ への変換

(C-5)式を, $\Omega, \varepsilon, \omega$ について解くと,

$$\Omega = \tan^{-1} \left(\frac{-S\Omega' s_i'}{-C\Gamma C\Omega' s_i' + S\Gamma C\varepsilon'} \right) \dots\dots (C-6)$$

$$\omega = \tan^{-1} \left\{ \frac{-S\Gamma(S\Omega' C\omega' + C\Omega' S\omega' C\varepsilon') + C\Gamma S\omega' s_i'}{-S\Gamma(-S\Omega' S\omega' + C\Omega' C\omega' C\varepsilon') + C\Gamma C\omega' s_i'} \right\} \dots\dots (C-7)$$

$$\varepsilon = \tan^{-1} \left\{ \frac{-C\Gamma C\Omega' s_i' + S\Gamma C\varepsilon'}{-C\Omega'(S\Gamma C\Omega' s_i' + C\Gamma C\varepsilon')} \right\}$$

$$= \tan^{-1} \left\{ \frac{S\Omega' s_i'}{S\Omega'(S\Gamma C\Omega' s_i' + C\Gamma C\varepsilon')} \right\} \dots\dots (C-8)$$

となる。(C-6), (C-7), (C-8) 式により求めた $\Omega, \omega, \varepsilon$ の主値*をもとに, 球面三角形に関する定理¹⁵⁾を用いて, いくつかの場合に分けて $\Omega, \omega, \varepsilon$ を求めた。

$\Omega, \omega, \varepsilon$ の主値を, $\Omega_p, \omega_p, \varepsilon_p$ とすると,

(i) Ω は

$\Omega' \cdot \Omega_p \geq 0$ のとき

$$|\Omega'| \geq |\Omega_p| \rightarrow \Omega = \Omega_p - \text{sign}(\Omega_p) \cdot \pi$$

$$|\Omega'| < |\Omega_p| \rightarrow \Omega = \Omega_p$$

$\Omega' \cdot \Omega_p < 0$ のとき

$$|\Omega'| \geq |\Omega_p - \text{sign}(\Omega_p) \cdot \pi| \rightarrow \Omega = \Omega_p$$

$$|\Omega'| < |\Omega_p - \text{sign}(\Omega_p) \cdot \pi| \rightarrow \Omega = \Omega_p - \text{sign}(\Omega_p) \cdot \pi$$

但し $\text{sign}(\)$ は () の符号を意味する。

(ii) ω は

$\omega' \cdot \omega_p \geq 0$ のとき

$$\omega' \cdot \Omega' \geq \omega_p \cdot \Omega' \rightarrow \omega = \omega_p$$

$$\omega' \cdot \Omega' < \omega_p \cdot \Omega' \rightarrow \omega = \omega_p - \text{sign}(\omega_p) \cdot \pi$$

$\omega' \cdot \omega_p < 0$ のとき

$$\omega' \cdot \Omega' \geq \{ \omega_p - \text{sign}(\omega_p) \cdot \pi \} \cdot \Omega' \rightarrow \omega = \omega_p - \text{sign}(\omega_p) \cdot \pi$$

$$\omega' \cdot \Omega' < \{ \omega_p - \text{sign}(\omega_p) \cdot \pi \} \cdot \Omega' \rightarrow \omega = \omega_p$$

(iii) ε は

$$\varepsilon = \varepsilon_p$$

(2) $\Omega_0, \varepsilon_0, \omega_0$ から $\Omega_0', \varepsilon_0', \omega_0'$ への変換

(C-5)式を, $\Omega_0', \varepsilon_0', \omega_0'$ について解くと,

$$\Omega_0' = \tan^{-1} \left(\frac{S\Omega_0 s_i}{C\Gamma C\Omega_0 s_i + S\Gamma C\varepsilon_0} \right) \dots\dots (C-9)$$

$$\varepsilon_0' = \tan^{-1} \left\{ \frac{S\Omega_0 s_i}{S\Omega_0(-C\Omega_0 s_i S\Gamma + C\varepsilon_0 C\Gamma)} \right\}$$

$$= \tan^{-1} \left\{ \frac{C\Gamma C\Omega_0 s_i + S\Gamma C\varepsilon_0}{C\Omega_0(-C\Omega_0 s_i S\Gamma + C\varepsilon_0 C\Gamma)} \right\} \dots (C-10)$$

$$\omega_0' = \tan^{-1} \frac{C \cdot A + B \cdot D}{C \cdot B - D \cdot A} \dots\dots (C-11)$$

* 計算機では, すべて主値として求まる。

$$\text{但し } A = S\Gamma S\Omega', \quad B = -S\Gamma C\Omega' s_i' + C\Gamma S\varepsilon'$$

$$C = C\omega s_i, \quad D = S\omega s_i$$

となる。前と同様に(C-9), (C-10), (C-11)式で求めた主値を, $\Omega_0', \varepsilon_0', \omega_0'$ とすると,

(i) Ω_0' は,

$$(\gamma \cdot \varepsilon_0) \cdot (\Omega_0 \cdot \Omega_0') \geq 0 \rightarrow \Omega_0' = \Omega_0$$

$$(\gamma \cdot \varepsilon_0) \cdot (\Omega_0 \cdot \Omega_0') < 0 \rightarrow \Omega_0' = \Omega_0 - \text{sign}(\Omega_0') \cdot \pi$$

(ii) ω_0' は,

$\omega_0 \cdot \omega_0' \geq 0$ のとき

$$\omega_0' \cdot \Omega_0 \geq \omega_0 \cdot \Omega_0 \rightarrow \omega_0' = \omega_0$$

$$\omega_0' \cdot \Omega_0 < \omega_0 \cdot \Omega_0 \rightarrow \omega_0' = \omega_0 - \text{sign}(\omega_0') \cdot \pi$$

$\omega_0 \cdot \omega_0' < 0$ のとき

$$\omega_0' \cdot \Omega_0 > \{ \omega_0 + \text{sign}(\omega_0') \cdot \pi \} \cdot \Omega_0$$

$$\rightarrow \omega_0' = \omega_0 - \text{sign}(\omega_0') \cdot \pi$$

$$\omega_0' \cdot \Omega_0 < \{ \omega_0 + \text{sign}(\omega_0') \cdot \pi \} \cdot \Omega_0$$

$$\rightarrow \omega_0' = \omega_0$$

(iii) ε_0' は,

$$\varepsilon_0' \cdot \gamma \geq 0 \rightarrow \varepsilon_0' = \varepsilon_0$$

$$\varepsilon_0' \cdot \gamma < 0 \rightarrow \varepsilon_0' = \varepsilon_0 + \text{sign}(\gamma) \cdot \pi$$

付録-4 蝕の判定

人工衛星が蝕の状態にあるか否かの判定は, 地球の中心 O から見た, 影と人工衛星との「視半径」の大小に依って行なう。

r を, $\varepsilon_r, \varepsilon_r', \varepsilon_r''$ 系で表示した, 時刻 t における人工衛星の位置ベクトルとすると, 図-15 より

$$\varepsilon = \cos^{-1} \left(\frac{r \cdot s}{|r|} \right) \dots\dots (D-1)$$

は, いわば地球の中心 O から見た人工衛星の「視半径」である。

また, O から円錐の中心線に沿って $r \cdot \cos \varepsilon (= r \cdot s)$ の距離での影の「視半径」 l は,

$$l = \tan^{-1} \left[\left\{ \frac{r_{\alpha}}{(r \cdot s) \cdot \sin \alpha} - 1 \right\} \cdot \tan \alpha \right] \dots (D-2)$$

である。ところで, 月蝕の予報と観測の不一致から, 地球の影は大気の影響で(D-2)式の幾何学的計算結果よりやや太くなることが知られており, その増加率は今までの観測から2%とされている。¹⁴⁾

従って, 蝕か否かの判定は, ε と $1.02l$ との大小により行なう。

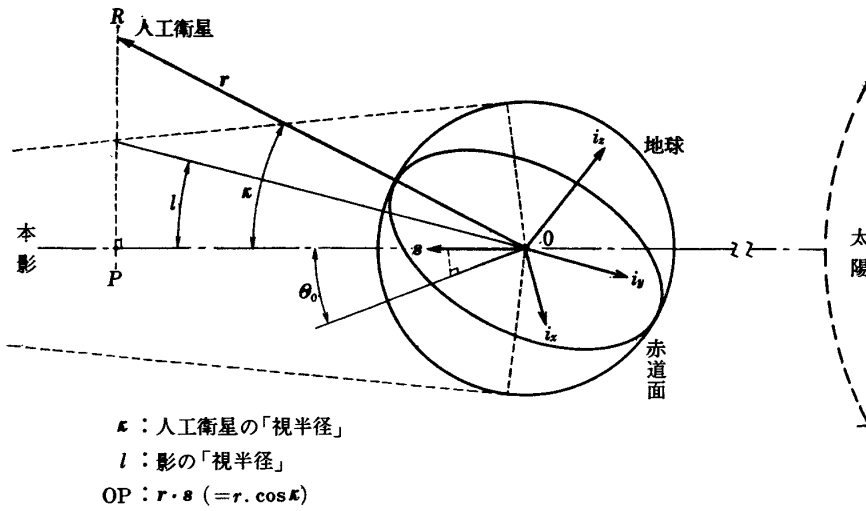


図-15 蝕の判定

参考文献

1) Ranjan Ghosh: Achievement of Synchronous, Equatorial Orbit by Electric Propulsion, COMSAT Technical Memorandum CL-5-68 (PB-179472) April 19, 1968, p.p. 27

2) 中村嘉宏, 東久雄, 宮崎勝弘: ホローカソードを用いた5cmイオンエンジンの特性, 第16回宇宙科学技術連合講演会予稿集(昭和47) p.p. 109-112

3) 平田正紘, 中山勝矢: パルス型プラズマエンジンの開発(1), 同上, p.p. 125-128

4) 工藤勲, 他: イオンエンジン用パワーコンディショナー, 同上, p.p. 117-120

5) 上杉邦憲, 長友信人: 太陽熱ロケットにおける低推進力飛行径路の最適化, 東京大学宇宙航空研究所報告 第4巻, 第2号, 別刷(1968) p.p. 307-324

6) 長友信人, 松尾弘毅: エネルギーためをもたない太陽熱ロケットの軌道について, 同上, p.p. 325-334

7) 山中龍夫, 吉村庄市: 電気推進による静止衛星への遷移に必要な姿勢制御, 宇宙航行の力学シンポジウム予稿集(昭和46年度), p.p. 105-112

8) Günther F. Au: Electrostatic Propulsion and Mission Analysis in the Federal Republic of Germany, AIAA Paper No. 69-288 (1969)

9) Richard H. Battin: Astronautical Guidance, (1964) p.p. 186-187, p.p. 17, p.p. 216, p.p. 18-19, p.p. 2-7, p.p. 198, p.p. 188-196, p.p. 216-217, p.p. 197, p.p. 375-376, p.p. 199-200, p.p. 40-45, p.p. 379, p.p. 378, McGraw-Hill

10) 守屋富次郎, 鷲津久一郎: 力学概論 改訂版(昭和43) p.p. 95, 培風館

11) Frank D. Stacey, et al.: Physics of the earth (1969) p.p. 50-52, John Wiley & Sons, Inc.

12) C.W. Allen: Astrophysical Quantities, Second Edition (1964) p.p. 108-109, p.p. 161-162 University of London, The Athlone Press

13) V.N. Lebedev: Calculation of the Motion of a Low-Thrust Spacecraft, NASA TTF-586 (1969) p.p. 32-33, p.p. 23, p.p. 25-34

14) Nautical Almanac Offices: Explanatory Supplement to the Astronomical Ephemeris and the American Ephemeris and Nautical Almanac, (1961) p.p. 257 Her Majesty's Stationery Office

15) 穂刈四三二: 平面球面三角法 基礎数学講座3(昭和46) p.p. 162, 共立出版

航空宇宙技術研究所報告395号

昭和49年11月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表) 182

印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川2-27-12
