

UDC 532.517.4:
518.6

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-400

偶然外力を受ける Burgers 乱流のモンテカルロ計算

山本 稔義・中村 孝・細川 巍

1975年1月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

偶然外力を受けるBurgers乱流のモンテカルロ計算*

山本稀義** 中村 孝*** 細川 嶽****

Monte Carlo Calculation of the Burgers Model of
Turbulence with Random Force Action

By Kiyoshi YAMAMOTO, Takashi NAKAMURA
and Iwao HOSOKAWA

A Monte Carlo method is applied to obtain numerical solution of the characteristic functional equation which describes the statistical behavior of the one-dimensional, space-limited Burgers model of turbulence with certain kinds of random force action. The random forces are assumed to be stationary in time and Gaussian with zero mean, having various power spectrums. The result shows a turbulence-like behavior of the model flow for a supercritical Reynolds number, but it is found that this model turbulence is somewhat peculiar in the sense that the probability distribution of flow velocity is not only far from Gaussian but also has a few sharp peaks, though it more or less depends on the power of random force. The peculiarity is discussed comparing with the long-time behavior of individual solutions of the Burgers model equation for the supercritical Reynolds number $R=100$.

1. 序論

乱流の統計理論に新しい視野を開いた Hopf に始まる汎関数理論によれば,¹⁾ 流体の偶然的な運動として定義される乱流現象を統計的に記述する力学法則は、流れの速度場を位相空間として、その上で定義された確率分布の保存を表わす一個の特性汎関数方程式によって統一的に記述される。Hopf の理論の中で最初に導かれたこの特性汎関数方程式— Hopf 方程式 — の特徴は未知関数である特性汎関数について唯一つの線型方程式である事で、従来の統計理論における典型的な解法である相関方程式系の計算に含まれている方程式の無限の連鎖に悩まされて來たわれわれに新しい展望への期待を与えてくれた。そして、この方程式を解析的に解く試みが Hopf 自身によって行なわれ、特別な非粘性の極限において、定常な白色ノイズの乱流を記述する特殊解が導かれた。

しかしながら、一般的の有限なレイノルズ数の流れについて Hopf 方程式を解く事は解析的にはもとより数値計算によってもそう容易ではない。これは Hopf 方程式

が線型方程式ではあるが複雑な汎関数微分方程式であるためで、これを解くためには、いまだ有効な計算法が確立されていない関数空間における汎関数積分が必要となるためである。^{2), 3)} これに関連して筆者等は以前に、 Hopf 方程式の導出に使われた Navier - Stokes 方程式の代りに一次元の Burgers モデルを使って得られる特性汎関数方程式の数値計算について報告したが、⁴⁾ その中では、汎関数積分を多次元ユークリッド空間における体積積分としてモンテカルロ求積法で近似計算する方法を用いた。その結果得られた数値解は、 Burgers 乱流のいろいろな性質を十分に説明していて、前述の近似計算法の一つの検証と見る事が出来る。したがって、次元の拡張による計算量の増大という点を除けば、一般的な Hopf 方程式についてもこの計算法は有効的であると考えられる。

一方、 Hopf の理論では、乱流の速度場の偶然的な個々の変動も Navier - Stokes 方程式で決定論的に記述出来る事を前提として Hopf 方程式を導いているが、現実の流れの中では、例えば、境界層に対する主流の乱れや固体表面の粗さによる乱れ、流体の熱揺動等の巨視的には予知出来ない偶然的な外乱が常に流れに加えられていると考えられる。この様な微小な外乱が発達した乱流にどの様な影響を与えているかはまだ不明であるが、少くとも乱流運動の偶然性の起源を与えて

* 昭和49年10月3日受付

** 空気力学第一部

*** 計算センター

**** 岩手大学工学部

いる事は確かだと考えられているので、流れにある種の偶然的な作用を考慮した理論的取扱いが必要となる。この種の統計理論は Edwards,⁵⁾ Novikov,⁶⁾ Lewis & Kraichnan,⁷⁾ 細川,⁸⁾ 等によって報告されている。このうちで、Novikov, Lewis & Kraichnan, 細川等の理論は Navier - Stokes 方程式に偶然的な外力項を含めて Hopf の理論を拡張したもので、Novikov は偶然外力の統計的な性質が空間的に一様で Gauss 型の相関を持つ場合について、Lewis & Kraichnan は 4 次元の時空座標に一般化された特性汎関数について、細川は任意の一般的な偶然外力場について、それぞれ基礎となる特性汎関数方程式を導いた。これ等の特性汎関数方程式は偶然的な外力が零の極限として Hopf 方程式を含んでいて、その意味でより一般的であると言える。この種の偶然的な外力を含めた統計理論では一般に次の事が言える。

- 1) 偶然的な外力によって速度場には時間的経過の中で統計的取扱いに十分な偶然性が加えられるので、初期に発達した乱流を仮定する必要がない。そして、レイノルズ数が十分大きい場合には、長時間後に得られる定常解は定常乱流を記述するはずである。
- 2) 偶然的な外力は速度の分布汎関数方程式に Fokker - Planck 型の分散項を加え,^{5), 9)} その結果定常解の一義性が期待出来る。この事は等価な特性汎関数方程式についても同様である。
- 3) 偶然的な外力を一種のパラメーターとして取扱う事によって構造の異なる乱流を理論的に作る事が出来る。

本報告ではこれらの事に留意して、前述の Hopf 以来、Novikov, 細川等によって偶然外力場に一般化された汎関数理論の中で、乱流の基礎方程式として導かれた特性汎関数方程式の近似解法について述べると共に、その具体的な計算を特別な Burgers モデルについて行なった結果を示す。乱流の理論的研究において、新しい理論の検証のためこれまでしばしば一次元の Burgers モデルが使われて来たが、^{4), 10), 11), 12)} 本報告においても次のモデル方程式が用いられる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = u + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2u \frac{\partial u}{\partial x} + f(x, t) \quad (1.1)$$

ここで u, t, x はそれぞれ無次元化された流れの速度、時間、距離で、 R はレイノルズ数である。また、 $f(x, t)$ は Novikov 等によって取扱われた偶然外力項で、この項を含まない (1.1) は Burgers によって channel flow の一次元モデルとして提案された方程

式の一つである。^{* 10), 13), 14)} すなわち、われわれは流体の運動が (1.1) に従う事を仮定して、その流れの中に発生する乱流を、レイノルズ数 R と偶然的な外力 f をパラメーターとして、特性汎関数方程式に基いて計算する。この時 2 章で述べられる様に、方程式 (1.1) の臨界レイノルズ数は π^2 になるので、 R はこの値を超える範囲を考える。一方、偶然的な外力 $f(x, t)$ は簡単のため Novikov によって取扱われた

$$\langle f(x, t) \rangle = 0 \quad (1.2)$$

$$\langle f(x_1, t_1) f(x_2, t_2) \rangle = \delta(t_1 - t_2) F(x_1, x_2) \quad (1.3)$$

を考える。ここで $\langle \cdots \rangle$ は統計的平均を表し、 $F(x_1, x_2)$ は $f(x, t)$ の空間的な相関である。すなわち、偶然外力 $f(x, t)$ は統計的に平均値が零で、時間的に定常かつ空間的に Gauss 型の相関を持つ事を仮定する。

2. Burgers モデルの力学的性質

ここでは偶然外力場の乱流の計算に入る前に、偶然外力 f を含まない (1.1) のいくつかの力学的性質を調べてみる。そのため方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = u + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2u \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.1)$$

を境界条件

$$u(0, t) = u(1, t) = 0 \quad (0 < x < 1) \quad (2.2)$$

の下で解く事を考える。しかし、(2.1) は解析的には解けないので数値計算を行う必要があるが、そのため (2.2) の境界条件を考慮して、 $u(x, t)$ を

$$u(x, t) = \sqrt{2} \sum_{n=1}^N V_n \sin nx \quad (2.3)$$

と級数展開する。ここで (2.3) の級数は実際の数値計算を考慮して有限な N 個で打切ってある。(2.3) を (2.1) に代入すれば、各 V_n について

$$\begin{aligned} \frac{dV_n}{dt} &= \left(1 - \frac{n^2 \pi^2}{R}\right) V_n - \frac{n \pi}{\sqrt{2}} \left(\sum_{m=1}^{N-1} V_m V_{n-m} \right. \\ &\quad \left. - 2 \sum_{m=1}^{N-1} V_m V_{n+m} \right) \\ &\equiv U_n(V_n) \quad (n=1, 2, \dots, N) \quad (2.4) \end{aligned}$$

* 亂流の Burgers モデルとして空間的に一様な乱流の場合に通常用いられる方程式は $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{R} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - u \frac{\partial u}{\partial x}$ であるが、本報告ではこの方程式の右辺に u を加えた (1.1) 式を用いる。この結果 (1.1) 式には 2 章で述べる様に臨界レイノルズ数 π^2 が定義出来る。

が得られる。(2.4)を数値計算する前に、ここで、この式の右辺を非線型項を無視して考えると、 V_n は $V_n \propto \exp\{(1 - n^2 \pi^2 / R)t\}$ の解を持つが、この解の増幅率は n が小さい程大きくなっている。そして、 R が π^2 より小さい場合には全ての n について常に $(1 - n^2 \pi^2 / R) < 0$ となり、任意の初期値について全ての V_n は時間と共に減衰する。一方 R が π^2 より大きくなると、少くとも $n=1$ については $(1 - n^2 \pi^2 / R) > 0$ となり、 V_1 の値は時間と共に増大する。したがって、(2.4)の臨界レイノルズ数は π^2 である事がわかる。この事を考慮して、(2.4)をいくつかの R について数値計算した結果を図1に示す。いずれの場合も各 V_n の初期値は0.01で、1に比べて十分小さくとつてある。また、前

述の N は20としてある。図1の(a), (b)は $R=1, 9$ の場合の結果で、これらは臨界レイノルズ数 π^2 以下であるため、線型理論では全ての V_n が減衰する事が予想されるが、計算結果もこの傾向を示している。一方(c)図は $R=10$ の結果で、この場合は R が臨界値 π^2 をごくわずか越えているため、線型理論では $n=1$ の成分のみが不安定となり、 V_1 の成分が成長し、他の V_n は減衰する事が予想されるが、計算結果はほとんどこの傾向に従っていて、 $R=10$ ではまだ非線型の効果は十分でないと考えられる。また(d)図は $R=100$ の結果で、この場合は線型理論によれば $n \leq 8$ の3つの成分が不安定となる事が予想されるが、計算結果はこれらの成分の成長と共に非線型の効果が顕著となって、

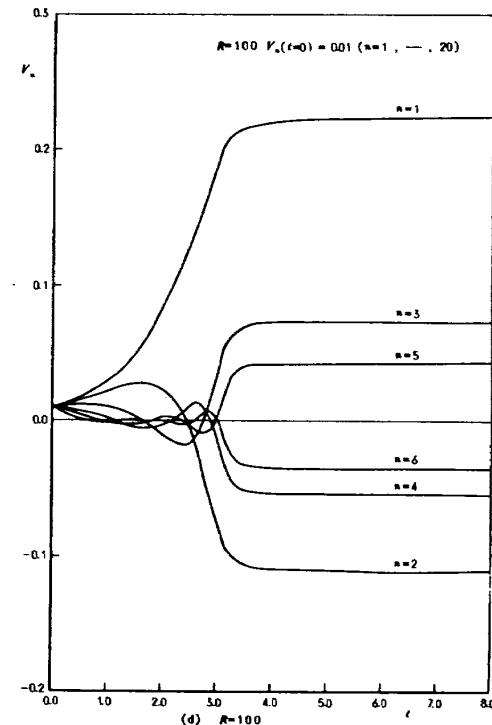
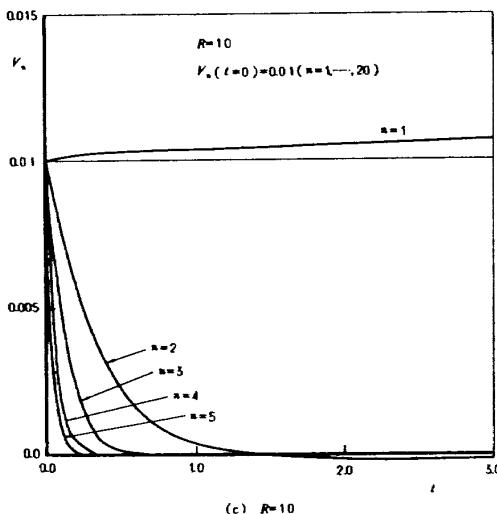
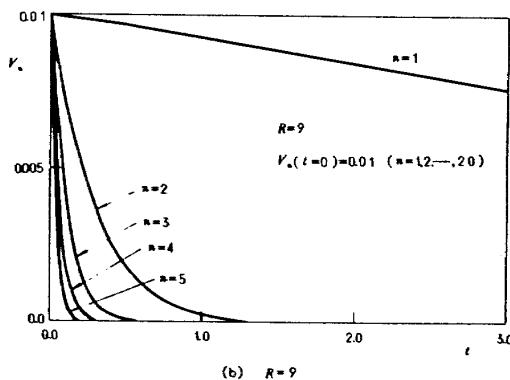
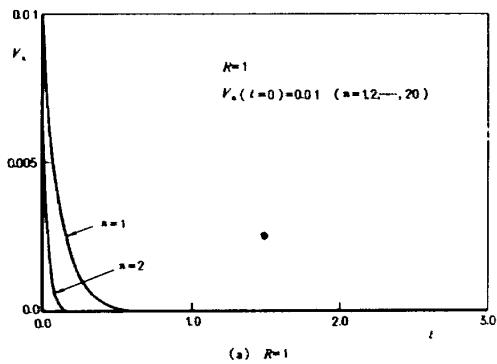


図 1 (2.4)式の数値解

各成分 v_n の値は (2.4) に固有の定常値に近づいている。これらの結果から、(2.4) で記述される各 v_n は臨界レイノルズ数 π^2 を境としてその成長の過程を著しく異なる事がわかる。なお、これらの数値計算は (2.4) を $N = 20$ で打切って行なわれたが、以後の計算においても必要となるので、ここで、この打切りによる計算誤差を調べてみる。図 2 は $N = 20$ と $N = 40$ の場合の計算結果を比較したものであるが、 $N = 20$ の結果は $N = 40$ の結果とほとんど一致している。その誤差は $n \geq 15$ の成分に少し含まれるが、全体のエネルギー $\frac{1}{2} \sum n v_n^2$ に比べてその差は無視出来る。したがって、以後の計算は $N = 20$ で行う事にする。なお、図 2 の実線は後に述べる定常解 (2.5) である。

次に、後の乱流の計算結果との関連で、方程式 (2.4) の定常解について述べる。Burgers によって示された

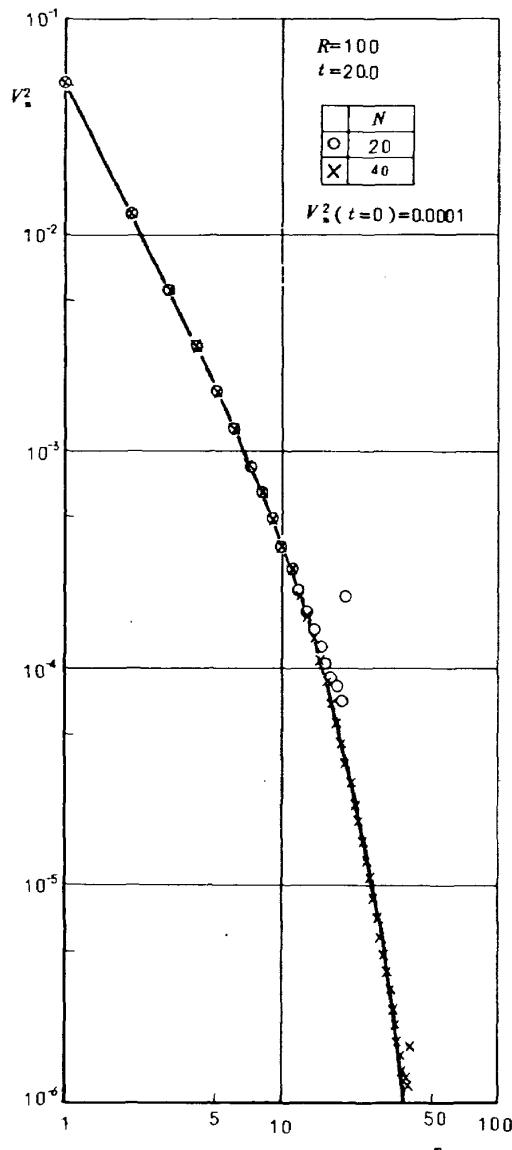


図 2 N で打切った時の (2.4) 式の数値解の比較

様に¹⁰⁾ 方程式 (2.1) は R が十分大きい時多数の定常解を持つが、例えば $R = 100$ では附録に示されている様に次の 6 個が (2.4) の定常解となる。(詳細は附録参照)

$$1) \quad v_n = -\frac{\pi}{\sqrt{2}R} \frac{(-1)^n}{\sinh \frac{n\pi^2}{R}} \quad (2.5)$$

$$2) \quad v_n = -\frac{\pi}{\sqrt{2}R} \frac{1}{\sinh \frac{n\pi^2}{R}} \quad (2.6)$$

$$3) \quad v_n = -\frac{\sqrt{2}\pi}{R} \frac{(-1)^{n/2}}{\sinh \frac{2n\pi^2}{R}} \quad (n: \text{even}) \quad (2.7)$$

$$= 0 \quad (n: \text{odd})$$

$$4) \quad v_n = -\frac{\sqrt{2}\pi}{R} \frac{1}{\sinh \frac{2n\pi^2}{R}} \quad (n: \text{even}) \quad (2.8)$$

$$= 0 \quad (n: \text{odd})$$

$$5) \quad v_n = -\frac{\pi}{\sqrt{2}R} \frac{(-1)^n + 2 \cos \frac{n\pi}{3}}{\sinh \frac{3n\pi^2}{R}} \quad (n = 3, 6, 9, \dots) \quad (2.9)$$

$$= 0 \quad (n \neq 3, 6, 9, \dots)$$

$$6) \quad v_n = -\frac{\pi}{\sqrt{2}R} \frac{1 + 2 \cos \frac{2n\pi}{3}}{\sinh \frac{3n\pi^2}{R}} \quad (n = 3, 6, 9, \dots) \quad (2.10)$$

$$= 0 \quad (n \neq 3, 6, 9, \dots)$$

しかし、これらの定常解が、いつ、どの様に形成されるかは明らかでないので、ここで、(2.4) をいくつかの初期条件の下で計算した結果を図 3 (a), (b), (c), (d) に示す。これらの図で t の大きい時に漸近する v_n の値はそれぞれ (2.5) から (2.8) に対応し、ここでは示さないが (2.9), (2.10) についても同様な結果が得られている。また、前述の図 1 (d) は図 3 (a) と同様に (2.5) に漸近する場合であるが、図 3 (a) に比べてその初期値が 100 倍になっているため、定常解への漸近はかなり早くになっている。これらの結果から、(2.5) から (2.10) が実際に (2.4) の $R = 100$ の定常解になっている事がわかると共に、(2.4) の解がこれらの定常解のいずれに漸近するかと言う事は、与えられた初期条件に依存している事がわかった。

3. 偶然外力を受ける乱流のモンテカルロ計算法

ここでは、運動方程式 (1.1) で記述される乱流の統

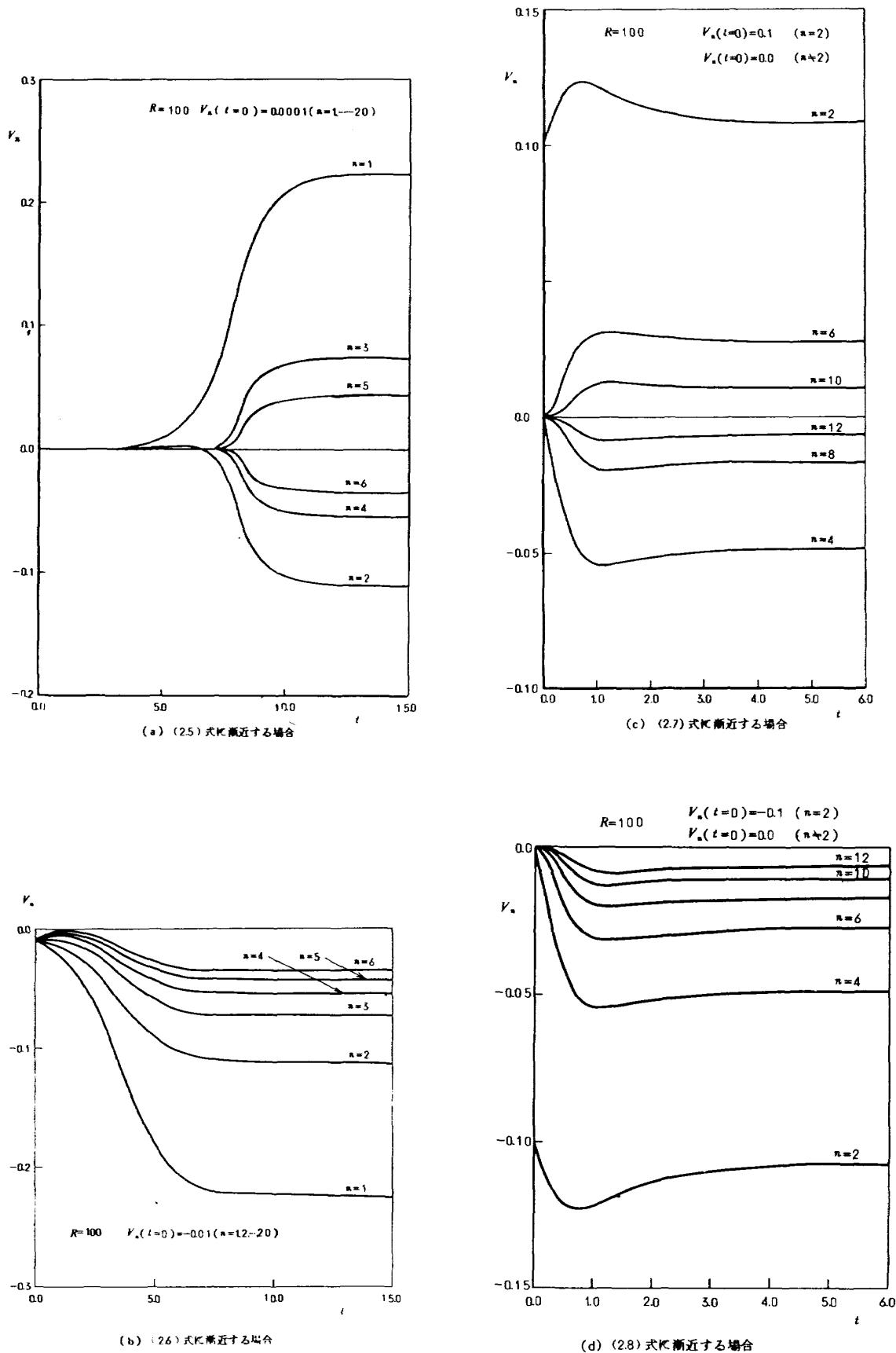


図 3 いろいろな初期条件についての(2.4)式の数値解

計的な性質を調べるために計算方法について述べる。この様な流れを記述する統計理論は、前述の様に Novikov⁶⁾、 Lewis & Kraichnan⁷⁾、細川⁸⁾等によって与えられているが、(1.1) に含まれている偶然外力 f の統計的な性質を (1.2)、(1.3) と仮定すれば、流れの統計的な性質を記述する基礎方程式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi(y, t)}{\partial t} &= i \int dk y(k) Q_i \left(\frac{\partial}{\partial y} \right) \phi(y, t) \\ &\quad - \frac{1}{2} \int dk B(k) y^2(k) \phi(y, t) \\ &\equiv \mathcal{L}_k[\phi] \end{aligned} \quad (3.1)$$

で与えられる。⁶⁾ ここで $\phi(y, t)$ は流れの速度場 y のフーリエ成分についての特性汎関数で、 $Q_i(u)$ は偶然外力 f を含まない (1.1) の右辺をフーリエ変換したオペレーター、 $\partial/\partial y$ は汎関数微分を表わす。¹⁾ また、 $B(k)$ は (1.3) の $F(x)$ のフーリエ成分で、 $B(k)$ を含む項を除いた (3.1) は Hopf 方程式に対応する。

(3.1) の右辺のオペレーター $\mathcal{L}_k[\phi]$ は ϕ について線型であるので、今解を

$$\phi(y, t) = \int K(y, t/y', t') \delta y' \quad (3.2)$$

の形で求めれば、積分核 K もまた

$$\frac{\partial K(y, t/y', t')}{\partial t} = \mathcal{L}_k[K] \quad (3.3)$$

を満たす。ここで $\int \cdots \delta y'$ は関数空間 y' 上の汎関数積分を表わす。^{1), 2), 3)} さらに K については

$$K(y, t/y', t') = \int K(y, t/y', t') K(y', t'/y', t') \delta y' \quad (3.4)$$

$$K(y, t/y', t) = \delta(y - y') \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} K_{st}(y/y') &= K(y, t + \Delta t/y', t') \\ &= \delta(y - y') + \Delta t \mathcal{L}_k[\delta(y - y')] + O(\Delta t^2) \\ &= \int \exp \left\{ i \int dk u(k) [y(k) - y'(k)] + i \Delta t \right. \\ &\quad \left. - \int dk y(k) Q_i(u) - \frac{\Delta t}{2} \int dk B(k) y^2(k) \right\} \delta u \\ &\quad + O(\Delta t^2) \end{aligned} \quad (3.6)$$

等が成り立つ。⁸⁾ ここで $\delta(y - y')$ は δ 汎関数で

$$\delta(y - y') = \int \exp \left\{ i \int dk u(k) [y(k) - y'(k)] \right\} \delta u \quad (3.7)$$

で定義される。したがって、任意の時刻 t について

$O(\Delta t^2)$ 以上を無視すれば

$$\begin{aligned} K(y, t/y_0, 0) &= \int \cdots \int \prod_{n=1}^N K_{st}(y_n/y_{n-1}, t_{n-1}/t_0) \delta y_n \\ &= \int \cdots \int \prod_{n=1}^N \left[\exp \left\{ i \int dk y_n [u_n + \Delta t Q_i(u_n)] \right\} \right. \\ &\quad \left. - i \int dk u_n y_{n-1} - \frac{\Delta t}{2} \int dk B(k) y_n^2 \right] \prod_{n=1}^N \delta u_n \prod_{n=1}^N \delta y_n \end{aligned} \quad (3.8)$$

が得られる。ここで y_n, u_n は区間 $(0, t)$ を Δt で分割した時刻 $n \Delta t$ における $y(k), u(k)$ を表わし、 $y_n = y(k, t), u_n = u(k, t=0)$ である。(3.8) は $O(\Delta t)$ の精度で方程式 (3.1) の解の積分表示になっている。これを使えば、時刻 t の特性汎関数 $\phi(y, t)$ は (3.2) から

$$\phi(y, t) = \int K(y, t/y_0, 0) \phi(y_0, 0) \delta y_0 \quad (3.9)$$

で与えられ、これが方程式 (3.1) を満たす事は明らかである。ここで $\phi(y_0, 0)$ は初期の流れを表わす特性汎関数であって、その具体的な形は後に与えられる。(3.8), (3.9) に含まれている汎関数積分を具体化するために、ここで $u(k), y(k)$ を実数の範囲で考え、波数空間 k を有限な $[0, k_{max}]$ に限定する。この時、最大波数 k_{max} は粘性の効果が十分含まれる様に大きく選ぶ必要がある、一般的にはこの値はレイノルズ数に依存する。例えば、(2.8) の場合では $k_{max} = N\pi$ となっている。次に、区間 $[0, k_{max}]$ を N 等分して ($k_{max} = N\Delta k$)、積分 $\int \cdots dk$ を和 $\Delta k \sum$ で近似すれば、(3.8) は簡単な計算の後に

$$\begin{aligned} K(y, t/y_0, 0) &= \int \cdots \int \exp \left\{ i \Delta k \sum_{n=1}^N y_{n,n} [u_{n,n} \right. \\ &\quad \left. + \Delta t Q_n(u_{n,n})] - \frac{\Delta t}{2} \sum_{n=1}^N B_n y_{n,n}^2 - i \Delta k \sum_{n=1}^N y_{0,n} u_{n,n} \right\} \\ &\quad \cdot \prod_{n=2}^N \prod_{m=1}^{N-1} \left[\theta_{n,m} \frac{du_{n,m}}{\sqrt{2\pi/\Delta k}} \right] \prod_{n=1}^N \left[\frac{du_{n,1}}{\sqrt{2\pi/\Delta k}} \right] \end{aligned} \quad (3.10)$$

となる。ここで $y_{n,n}, u_{n,n}$ は (k, t) 空間を NM 個の格子に分割した時の格子点 (n, m) における関数 $y(k, t), u(k, t)$ を表わし、 $Q_n(u_{n,n})$ は各 $u_{n,n}$ に対応するオペレーター $Q_n(u)$ を表わす。また、 B_n は $k = n\Delta k$ における $B(k)$ を表わす。さらに $\theta_{n,m}$ は、

$$\theta_{n+1,m} = (\Delta t B_n)^{\frac{1}{2}} \exp \left\{ - \frac{\Delta k}{2\Delta t B_n} [u_{n,m} + \Delta t Q_n(u_{n,m}) \right. \\ \left. - u_{n+1,m}]^2 \right\} \quad (3.11)$$

である。(3.9) から (3.10) を導く際には積分 $\int \cdots \delta y_n$ を $\int \cdots \frac{dy_n}{\sqrt{2\pi/\Delta k}}$ で表わし^{3), 4)} 各 $y_{n,n}$ について積分が実行されている。(3.9) をさらに具体化するためには初期の流れを表わす特性汎関数 $\phi(y_0, 0)$ を与える必要があるが、これは、例えば乱れのない層流を考えると

$$\phi(y_0, 0) = \exp \left\{ i \Delta k \sum_n y_{0,n} \bar{u}_n \right\} \quad (3.12)$$

とおけば良い。⁴⁾ ここで \bar{u}_n は初期の層流の n 波数成

分を表わす。(3.10), (3.12)を(3.9)に代入すれば

$$\begin{aligned}\phi(y, t) = & \int \cdots \int \exp \left\{ i \Delta k \sum_{n=1}^N B_n y_{n,n} [u_{n,n} + \Delta t Q_n(u_{n,n})] \right. \\ & \left. - \frac{\Delta t}{2} \Delta k \sum_{n=1}^N B_n y_{n,n}^2 \right\} \prod_{n=1}^N \prod_{m=1}^N \left[\theta_{m,n} \frac{d u_{m,n}}{\sqrt{2 \pi / \Delta k}} \right] \\ & \cdot \prod_{n=1}^N \left[\delta(u_{1,n} - \bar{u}_n) \frac{d u_{1,n}}{\sqrt{2 \pi / \Delta k}} \right] \quad (3.13)\end{aligned}$$

が得られる。ここで $\delta(x)$ は δ 関数である。これが方程式(3.1)の解 $\phi(y, t)$ の近似的な表現で、これ以上の簡単化を解析的に進める事は現在の所出来ない。

Hopfによって示された様に、時刻 t の特性汎関数

$\phi(y, t)$ が得られると、その時刻の乱流の速度場の全ての平均量は次の汎関数微分によって与えられる。

$$\langle u(k) \rangle_t = \frac{\partial \phi(y, t)}{\partial y(k)} \Big|_{y=0} \quad (3.14)$$

$$\langle u(k_1) u(k_2) \rangle_t = \frac{\partial^2 \phi(y, t)}{\partial y(k_1) \partial y(k_2)} \Big|_{y=0} \quad (3.15)$$

.....

したがって、(3.13) からこれらの式は

$$\begin{aligned}\langle u(k) \rangle_t = & \int \cdots \int [u_{n,n} + \Delta t Q_n(u_{n,n})] \\ & \cdot \prod_{n=2}^N \prod_{m=1}^N \left[\theta_{m,n} \frac{d u_{m,n}}{\sqrt{2 \pi / \Delta k}} \right] \prod_{n=1}^N \left[\delta(u_{1,n} - \bar{u}_n) \frac{d u_{1,n}}{\sqrt{2 \pi / \Delta k}} \right] \quad (3.16)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\langle u(k_1) u(k_2) \rangle_t = & \int \cdots \int \{ [u_{n,n} + \Delta t Q_n(u_{n,n})] \\ & \cdot [u_{n,n} + \Delta t Q_n(u_{n,n})] - \delta_{n_1 n_2} \Delta t B_{n_1} \} \\ & \cdot \prod_{n=2}^N \prod_{m=1}^N \left[\theta_{m,n} \frac{d u_{m,n}}{\sqrt{2 \pi / \Delta k}} \right] \prod_{n=1}^N \left[\delta(u_{1,n} - \bar{u}_n) \frac{d u_{1,n}}{\sqrt{2 \pi / \Delta k}} \right] \quad (3.17)\end{aligned}$$

となる。ここで、 $k_1 = n_1 \Delta k_1$ で、 $\delta_{n_1 n_2}$ はクロネッカーデルタである。しかしながら、(3.16), (3.17) 等の計算においても依然として $u_{n,n}$ についての多重積分が残されていて、これは、数値計算でも通常の積分法では実行不可能であるため、文献 4)で行なわれたモンテカルロ求積法で近似計算する。

そのため(3.16), (3.17)に含まれている $Q_{n+1,n}$ に注目すれば、これは各速度成分 $u_{n,n}$ の時間的発達を確率的に記述していると解釈出来る。すなわち、 $t = m \Delta t$ までの $u_{n,n}$ が与えられた時、時間 Δt だけ進んだ $u_{n,n}$ は平均値 $u_{n,n} + \Delta t Q_n(u_{n,n})$ のまわりに分散 $\sqrt{\Delta t B_n / \Delta k}$ を持つ正規型に分布している事を表わしている。ところで、 $u_{n,n} + \Delta t Q_n(u_{n,n})$ は

運動方程式から $0(\Delta t)$ の精度で力学的に計算される Δt 時間後の速度成分であるが、ここでは、 $u_{n+1,n}$ はこの値と厳密に等しくなるのではなくて、 $u_{n+1,n}$ の確率的な平均値を与えているにすぎない。これを式で表わせば各格子点において

$$u_{n+1,n} = u_{n,n} + \Delta t Q_n(u_{n,n}) - \sqrt{\frac{\Delta t B_n}{\Delta k}} R_n \quad (3.18)$$

となる。ここで、 R_n は $N(0, 1)$ の正規乱数である。これを使えば、(3.16), (3.17) の各 $u_{n,n}$ についての多重積分は各格子点において(3.18)の R_n についての確率平均を取る事と解釈出来る。したがって、(3.16), (3.17) 等のモンテカルロ計算は次の様になる。まず、 $u_{n,n}$ の初期条件 $u_{1,n} = \bar{u}_n$ から出発して、全ての n について、経路(3.18)に従って R_n を発生させながら時刻 t の $u_{n,n}$ まで計算を進める。次に、この計算を繰返して、 $u_{n,n}$ のそれぞれについてアンサンブル $\{u_{n,n}\}$ を作る。この結果得られたアンサンブルの平均から、時刻 t の速度のいろいろな平均値を計算する。4 章ではこのモンテカルロ法の具体的な計算がモデル方程式(1.1)の場合について行なわれる。

これまで簡単のため、流れを一次元と仮定したモデル方程式(1.1)に対する特性汎関数方程式(3.1)について述べてきたが、より一般の二次元、三次元の場合の取扱いも全く同様である。

4. 偶然外力を受ける Burgers 乱流の計算

4.1 計算方法

ここでは、前述の乱流のモンテカルロ計算法を(1.1)に適用した計算について述べる。そのためには、まず流れの初期条件、境界条件を次の様に定める。

$$u(x, 0) = 0 \quad (0 \leq x \leq 1) \quad (4.1)$$

$$u(0, t) = u(1, t) = 0 \quad (4.2)$$

(4.1)は(3.12)の $\bar{u}_n = 0$ に對応し、(4.2)は(2.2)である。したがって、 $u(x, t)$ を(2.3)の sine 級数展開した形で取扱うのが便利的で、その結果(3.18)は

$$v_{n+1,n} = v_{n,n} + \Delta t U_n(v_{n,n}) - \sqrt{\Delta t B_n} R_n \quad (4.3)$$

となる。ここで、 $v_{n,n}$ は(2.3)の展開における v_n の $t = m \Delta t$ における値で、 $U_n(v_{n,n})$ は(2.4)の右辺のオペレーター、 R_n は(3.18)と同様に $N(0, 1)$ の正規乱数である。また、 B_n は偶然外力のスペクトルで、ここでは相関 $F(x, x')$ と

$$F(x, x') = 2 \sum_{n=1}^N B_n \sin(n \pi x) \sin(n \pi x') \quad (4.4)$$

となっている。以下では(4.3)を使ってモンテカルロ計算が行なわれるが、その時必要となるいろいろな計算のパラメーターについてここで述べておく。

1) 偶然外力のスペクトル B_s

偶然外力のスペクトル B_s の分布は次の2種類を選び、得られる結果を比較する。

$$\text{i) } B_1 = B_2 = 0.01$$

$$B_s = 0 \quad (n = 3, 4, \dots, N) \quad (4.5)$$

$$\text{ii) } B_s = 0.01 \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (4.6)$$

一般に乱流の中では、比較的低波数領域にエネルギーが加えられ、高波数領域で粘性により散逸される。一方、流れに加えられる偶然的な擾乱は特別な波数に集中していると考えるより、広範囲にわたる白色ノイズ的であると考えるのが自然である。これらの場合をモデル化したのが上記の B_s のスペクトルである。したがって、以下では特に(4.5)のスペクトルを赤色ノイズ、(4.6)のスペクトルを白色ノイズと呼んで区別する。

2) レイノルズ数 R

(4.3)のオペレーター U_s に含まれているレイノルズ数 R は臨界レイノルズ数 π^2 に比べてほど等しい $R = 10$ とこれに比べて十分大きい $R = 100$ の場合について計算する。

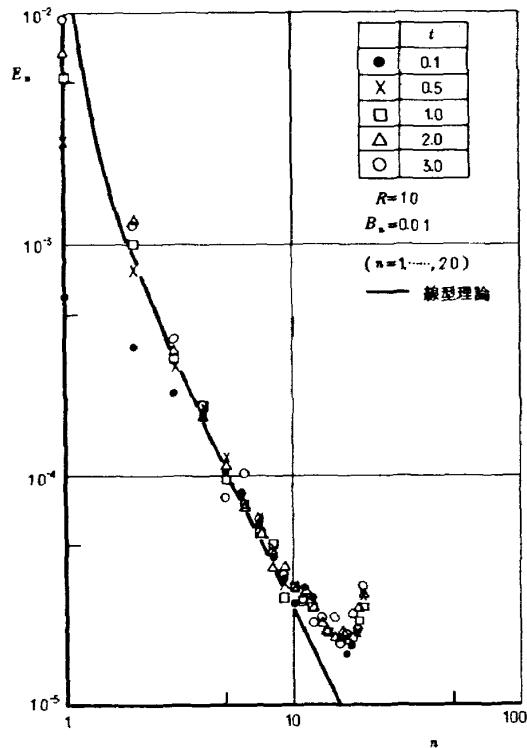


図 4 エネルギースペクトル
 $R = 10$

3) N および Δt

計算に含まれる最大波数 $k_{\max} = N\pi$ を与える N は図 2 の検討から計算の能率を考えて $N = 20$ とする。また、(4.3)の時間ステップ Δt は(4.8)の計算の際の安定性から $\Delta t = 0.004$ とする。この値は一般に R と N に依存する。

4) モンテカルロ計算のアンサンブル数

最後にモンテカルロ計算に必要なアンサンブルの数について述べる。一般的に言えば、モンテカルロ計算ではアンサンブルの数を増せば得られる計算結果は厳密値に近づく事が知られているが、実際の計算においては、計算の能率や取扱われる擬似乱数の規則性による誤差のために、¹⁵⁾ 有限な数のアンサンブルで満足せざるを得ない。この数は文献 4) で示されている様に 100 の程度は必要であるので、ここでは 200 個のアンサンブルを計算する。

4.2 計算結果と検討

図 4、図 5 は $R = 10$ で計算された乱れのエネルギースペクトル E_s の時間的発達を示す結果で、図 4 は

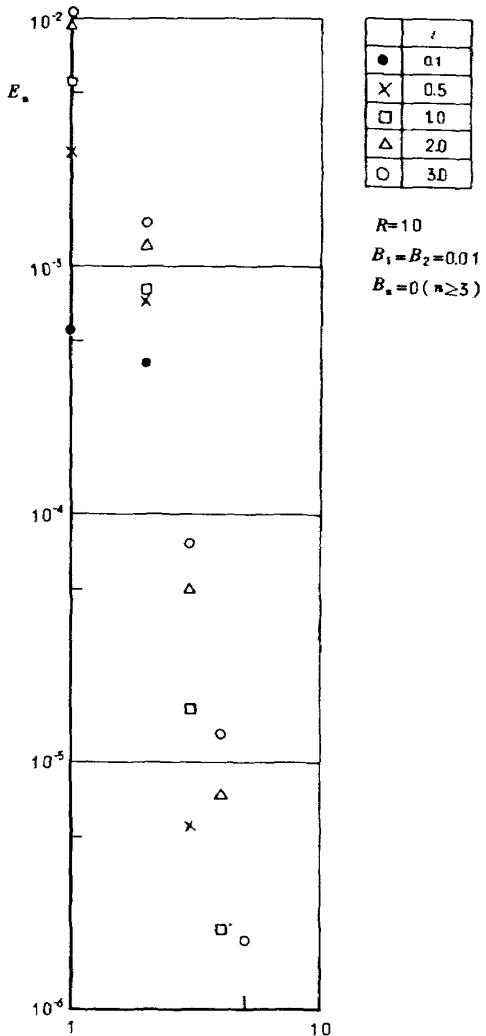


図 5 エネルギースペクトル
 $R = 10$

B_* が白色ノイズ、図 5 は赤色ノイズの場合である。また図 4 の実線は線型理論の範囲で理論的に予測される定常なエネルギースペクトルを表わし、これは、定常状態では流れに加えられるエネルギーと粘性による散逸が各成分で釣合う事から次の式で与えられる。

$$E_n = \frac{B_*}{4} \frac{R}{n^2 \pi^2 - R} \quad (4.7)$$

図 4 からわかる事は、 $t \geq 1$ で得られた計算結果がほど一定となり、定常状態の実現を示していると共に、得られた値が (4.7) とよく一致する事である。これは図 1(c) でも見た様に、 $R=10$ では臨界レイノルズ数 π^2 に十分近いため、運動方程式の非線型項の影響がまだ非常に弱くて、その運動はほとんど線型理論に従う事を表わしている。ただし、 n が 20 に近い成分の計算値が実線に比べて大きくなるのは $N=20$ で打切ったための計算誤差によるもので、この傾向は図 2 でも見られている。また図 5 の赤色ノイズの場合には、 $n \geq 3$ の E_n に対する B_* による直接の励起がないので、これら

の成分の計算値は主として非線型項によるエネルギー伝達によるが、その効果は非常に弱いため、乱れのエネルギーのほとんどは $n=1, 2$ の成分に含まれていると言つて良い。

図 6 から図 8 は $R=100$ の場合のエネルギースペクトルの計算結果で、図 6 は B_* が白色ノイズ、図 7 は赤色ノイズ、図 8 は白色ノイズではあるが図 6 との比較のため B_* の絶対値を $1/100$ にした場合である。このため偶然外力によって単位時間に流れに加えられる全エネルギー $\frac{1}{2} \sum B_*$ は図 7 では図 6 の $1/10$ に、図 8 では図 6 の $1/100$ になっている。これらの結果で共通して言える事は、レイノルズ数が臨界レイノルズ数 π^2 に比べて十分大きいため運動方程式の非線型項の効果が著しくなって、 $R=10$ に比べて発達したエネルギースペクトルが得られている事である。また、図 6 と図 7 では t の 2 以上の計算値が、図 8 では t の 6 以上の計算値がほど一定となり、定常状態が実現している事を示している。しかし、ここで得られた定常乱流は

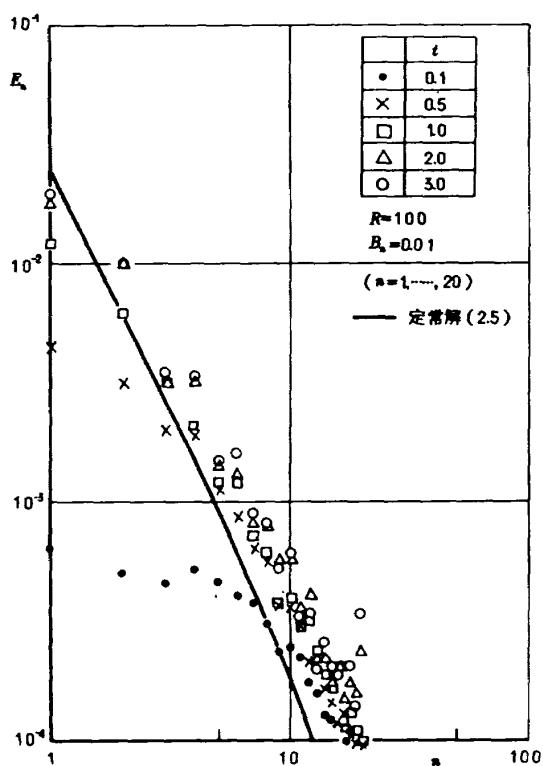


図 6 エネルギースペクトル
 $R=100$

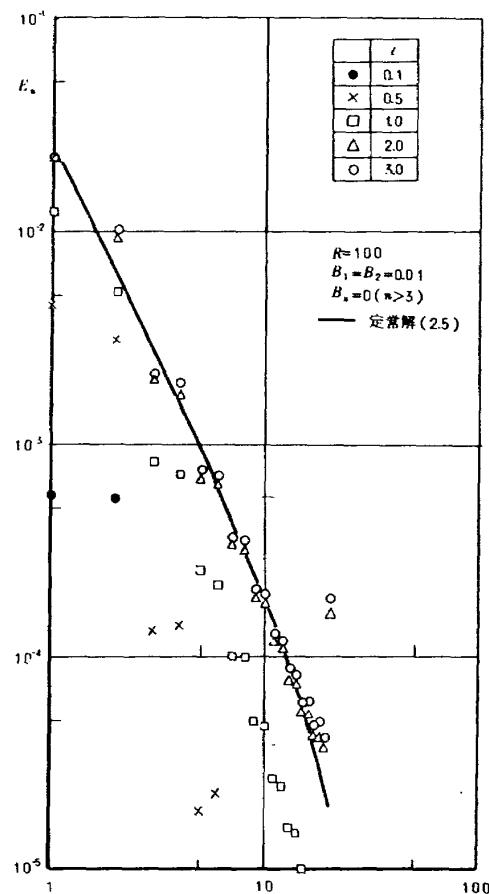


図 7 エネルギースペクトル
 $R=100$

$R=10$ の場合とその性質を異にしている事を注意する。これは前述の非線型な効果の違いによるが、例えば、図 5 では \bullet が 3 以上の成分の値は無視出来る程小さかったが、図 7 では十分大きな値が得られていて、発達した構造を持つエネルギースペクトルになっている。さらにこれらの結果について言える事は、前述の t が十分大きな所で得られている定常なエネルギースペクトルの全体的な形状がほど等しくなっている事である。その結果、各エネルギースペクトルの中間領域でかなりの範囲に Burgers 乱流の慣性小領域で理論的に予想される k^{-2} スペクトルが実現している。しかし、定量的に言えば、各図の定常なエネルギースペクトルの値は少しずつ違っていて、高波数領域における E 。

の値は図 6 が最も大きく、図 8 が最も小さい。これは、前述の偶然外力による単位時間に流れに加えられるエネルギーの総和 $\frac{1}{2} \sum B_n$ の絶体量の違いに対応して、それと粘性による散逸が釣合う形に運動方程式固有の定常なエネルギースペクトルが形成された結果だと考えられる。そして、この定常なエネルギースペクトルが形成される時間は図 6 と図 7 ではほど等しくて、図 8 ではその 2~3 倍になっている。一方、 t が小さい時のエネルギースペクトルは、初期における零の値から時間と共に増大して来て、各図で固有の発達の経過を経ている。なお、図 6 から図 8 には方程式 (2.1) の $R=100$ における定常解 (2.5) (または (2.6)) から作られたエネルギー分布が比較のため実線で示されている。その結果は図 8 でより明らかな様に、実線とモンテカルロ計算から得られた定常なエネルギースペクトルとはほとんど一致している。この傾向は図 7 でも同様であるが、この場合にはさらにエネルギースペクトルに局所的な変動が含まれていて、各偶数成分の値が奇数成分の値に比べて相対的に大きくなっている。また、図 6 では計算値が実線に比べてかなり大きくなると共に、エネルギースペクトルの局所的な変動がそのまま残っている。これらの事柄は、こゝで得られた定常乱流が方程式 (2.1) の定常解と密接に関連している事を示していく、その構造を詳細に調べてみると以下に述べる様な特別な構造を持っている事がわかる。そのため、図 6 から図 8 で計算された 200 個のアンサンブルについて、その速度分布を調べてみる。図 9 から図 11 は $t=3.0$ および 7.0 で得られた速度の波数成分 v_1, v_2, v_3 の速度分布で、縦軸はアンサンブル 200 個中に各値が実現する頻度 $f(v)$ を表わし、横軸は v の値で、破線の位置は定常解 (2.5), (2.6) や (2.8) の値を示している。すなわち図 9, 図 11 では左から (2.6), (2.8), (2.5) を示し、図 10 では (2.5) と (2.6) は等しくてその値は (2.8) に比べてやゝ少ない。また、各図の (a), (b), (c) はそれぞれ図 6, 図 7, 図 8 に対応している。これらの結果からわかる事は、得られた各成分 v のアンサンブルが定常解 (2.5), (2.6), (2.8) のまわりに集中している事で、(a), (b) ではこれらの解のまわりに比較的連続的に分布するが、(c) 図の場合にほとんど離散的な分布になっている。速度分布のこの様な形状は、アンサンブル上で連続的な分布を期待している通常の乱流の概念とは明らかに異なる性質で、これは用いたモデル方程式 (1.1) の偶然外力を含まない (2.1) に 2 章で述べた様

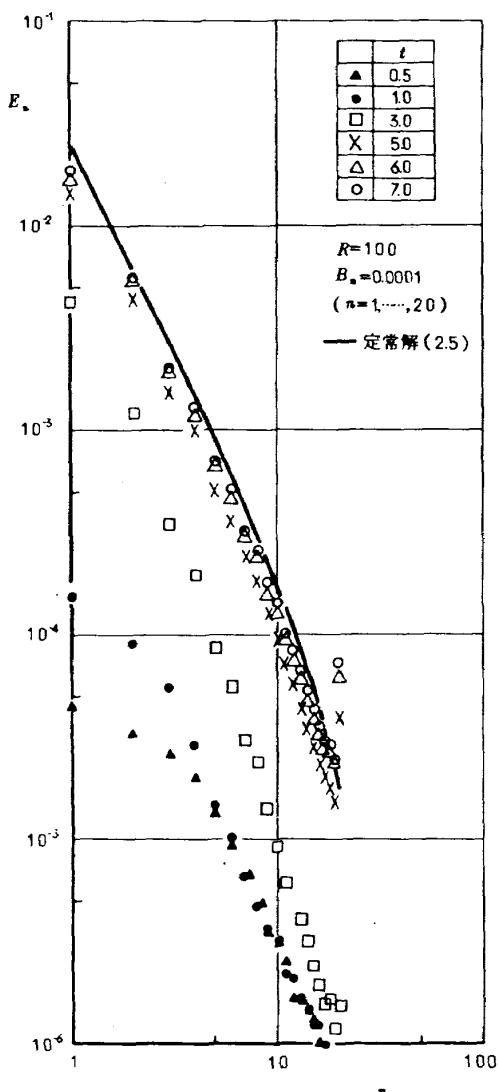
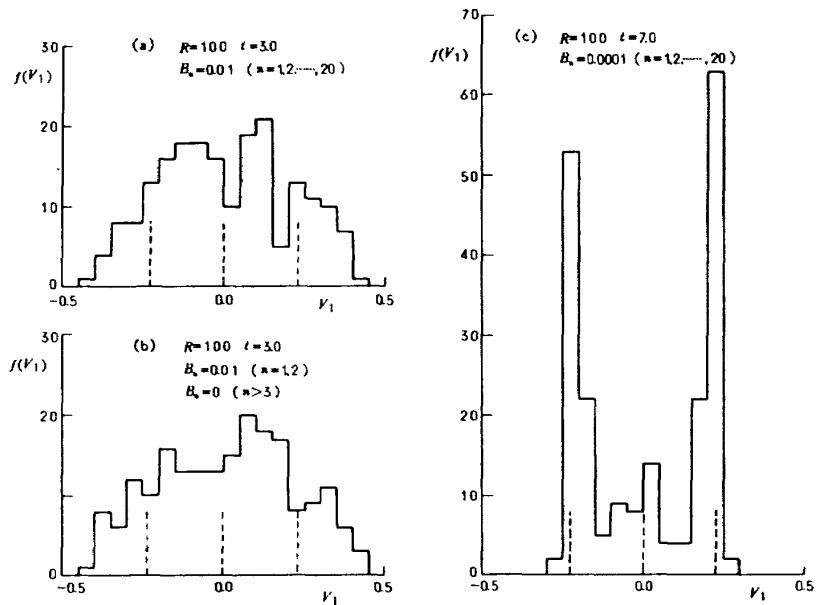
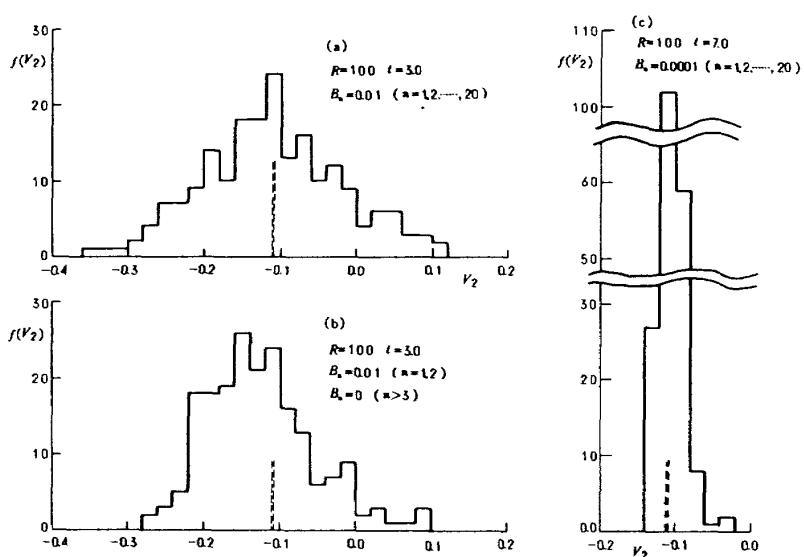


図 8 エネルギースペクトル
 $R=100$

な多数の定常解が存在し、かつ、その中の何個かが擾乱に対して安定で、それ以外のアンサンブル要素は時間の経過と共にこれらの安定な定常解に漸近してしま

う結果であると考えられる。これを確認するためには、(2.5)から(2.10)の定常解の安定性を調べる必要があるが、ここではそのため、これらの定常解に擾乱を

図 9 アンサンブル中の v_1 の速度分布図 10 アンサンブル中の v_2 の速度分布

加えたものを初期条件として(2.4)を計算し、解の推移を調べてみた。その結果は、これらの6個の定常解のうちで(2.5)と(2.6)は安定であるが、(2.7)、(2.9)、(2.10)は不安定で、加えられた擾乱の種類に依存して(2.5)または(2.6)のいずれかに移ってしまう事がわかった。一方、(2.8)は同程度の擾乱を加えても安定とも不安定とも結論出来ない結果が得られた。これらの安定計算の一例を図12に示す。図12(a)は(2.8)について計算した結果で、(2.8)は ν の奇数成分が全て零であるので、この奇数成分に0.01の擾乱を加えたものを初期条件としている。計算結果は基本流(ν の偶数成分)と共に擾乱(ν の奇数成分)も時間と共に変化を示すが、やがてある平衡な状態に到達しているように見える。(しかし、図では明らかでない変化が残っている。)すなわち、(2.8)は擾乱を加えても図に示された t の範囲では大きく壊れてしまう事はない。したがって、この解を準安定な解と呼ぶ。図12(b)は(2.7)について計算した結果で、この場合は0.001の擾乱についてもすぐに壊れて、 t が大きくなると(2.5)に移っている。しかし前述の様に、過渡的な速度場と共に不安定な定常解が安定な定常解のいずれに移るかは、加えられる擾乱の種類に依存していくて簡単には結論出来ない。これらの結果は前述の推測を裏付けるもので、したがって、図9から図11に示された速度分布については具体的に次の事が言える。

B_0 が小さい(c)図の場合は安定な定常解(2.5)および(2.6)のまわりに鋭く集中すると共に、準安定な(2.8)の要素も少し含んでいる。一方、 B_0 の大きい(a)(b)図の場合は、これらの安定な定常解のまわりに B_0 の大きさに依存して分散するために、比較的連続的な分布になっている。これらの性質はまた図6から図8にも現われていて、図6、図7のエネルギースペクトルに見られる局所的な変動は、アンサンブル中に準安定な(2.8)に近い要素が多数含まれているためである事がわかる。すなわち、(2.8)は ν の奇数成分が全て零であるので、アンサンブル平均として計算されたエネルギースペクトルは奇数成分が相対的に小さくなっている。一方、図8ではほとんどのアンサンブルが(2.5)と(2.6)に集中しているため、計算された定常なエネルギースペクトルは実線と良く一致している。

これまでの結果をさらに $B_0 \rightarrow 0$ の場合に外挿すると、(3.1)の $B_0 \rightarrow 0$ の定常解は運動方程式(2.1)の安定な定常解の単純な確率的重ね合せになる事がわかるが、この様な流れは、不規則でかつ常に非定常な速度場の集合を期待している通常の乱流の概念とは明らかに異なるもので、言わば、擬似乱流とでも言うべき特別な流れである。⁹⁾しかしながらこの事は、Hopfの理論をも含めてこれまでの乱流の統計理論が、取扱うモデル方程式のいかんによっては、この様な擬似乱流の解を含む事を示唆している点で重要である。他方、

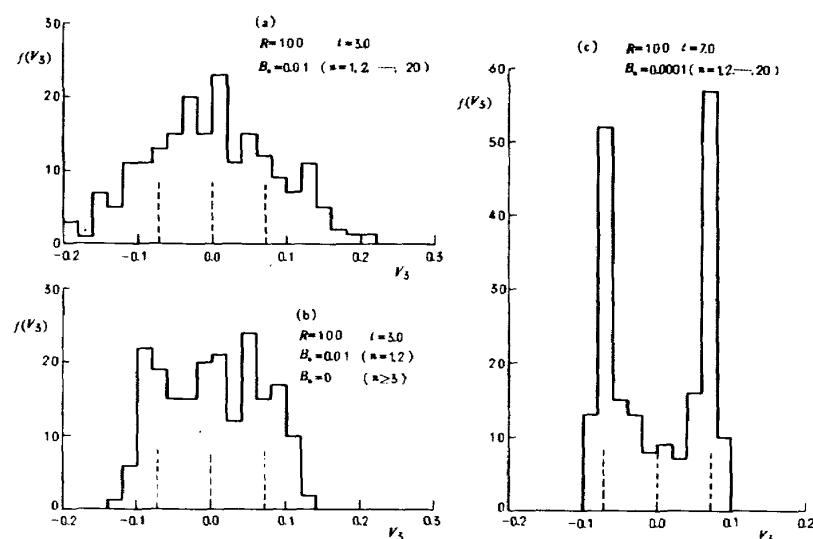


図 11 アンサンブル中の ν_3 の速度分布

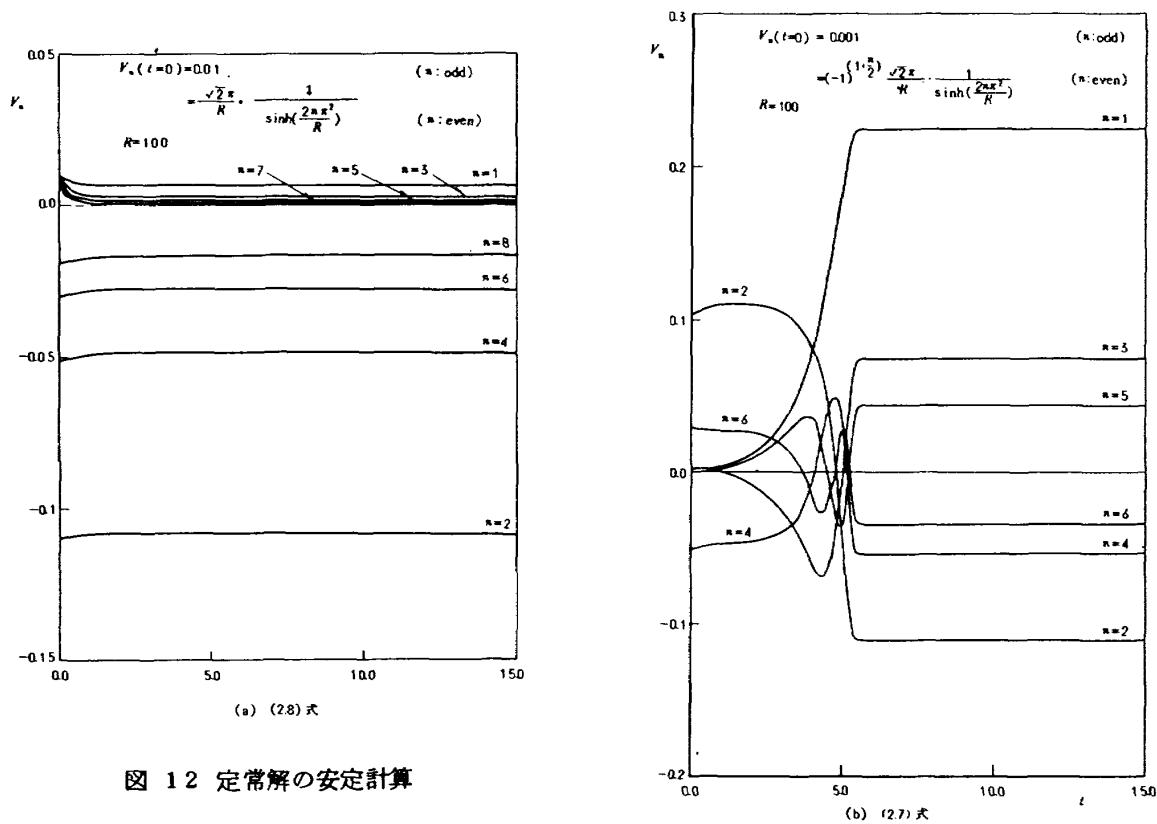


図 12 定常解の安定計算

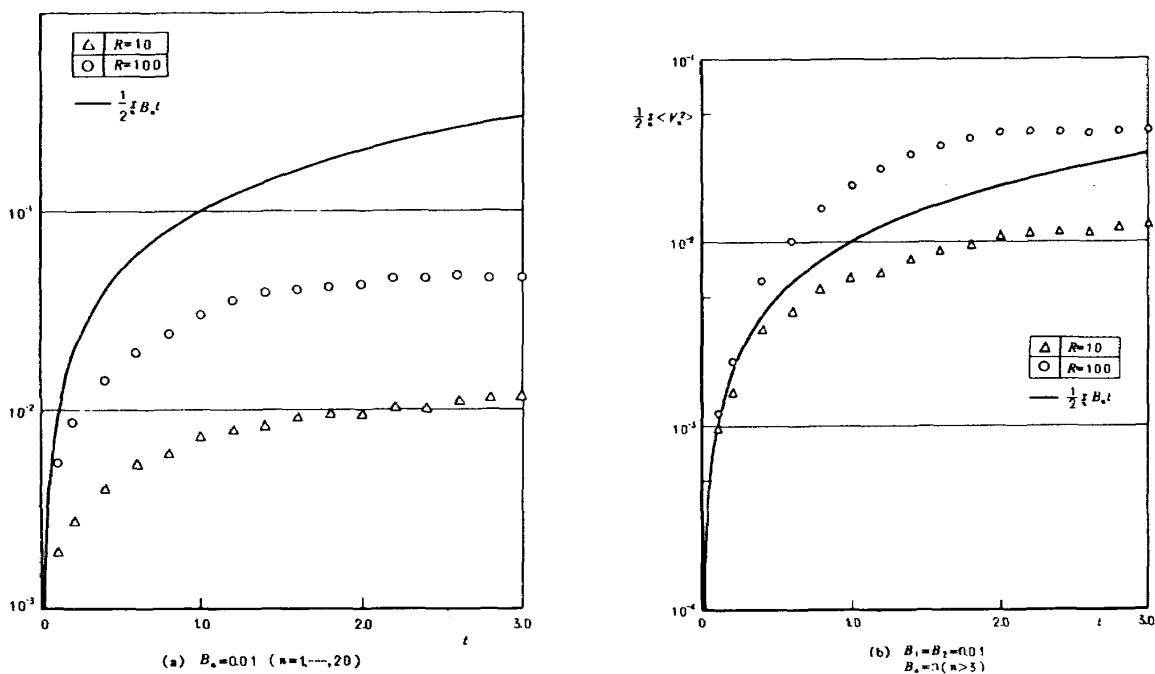


図 13 流れの全エネルギーの時間的経過

有限な B_s の場合には図 9 から図 11 の(a), (b)に見られる様に、比較的連続的な速度分布が得られる。

次に、これまで述べて来たエネルギースペクトル以外の性質についての計算結果を示す。

図 13 は発生して来た乱れの全エネルギーの時間的变化を示し、(a)図は B_s が白色ノイズ、(b)図は赤色ノイズの場合である。図中の実線はその時刻までに偶然外力によって流れに加えられた全エネルギー $\frac{1}{2} \sum B_s t$ を表わす。この値は前述の様に(b)図では(a)図の $1/10$ になっている。得られた結果は時間と共に流れの全エネルギーが増加し、 t が 3 に近づくと(a)図と(b)図ではほぼ共通の定常値に漸近している。この事は t が十分大きい時に得られる流れの全エネルギーは B_s にはほとんど依存しない事を示している。一方、 $R = 10$ と $R = 100$ の結果は明らかに違つていて、レイノルズ数への強い依存性を示している。なお、実線との比較については、 $R = 10$ の場合は粘性の効果が強いため実線に比べてはるかに小さな値が得られているが、 $R = 100$ の場合は粘性の効果が比較的弱いため、(a)図では実線より小さいが(b)図では実線を越えた結果が得られている。これは(1.1)の 2 つのエネルギー源である右辺の第 1 項と偶然外力 f の相対的な効果を示していて、(a)図では偶然外力によって加えられるエネルギーが右辺の第 1 項に比べてはるかに大きいため実線より小さな値が得られているが、(b)図では偶然外力によって加えられるエネルギーが小さいため、右辺の第 1 項の影響

が現われて、偶然外力によって加えられた全エネルギーよりはるかに大きな流れのエネルギーが励起されている事を示している。

図 14 は $t = 3.0$ で計算された $\langle u(x, t) \rangle$ の平均値 $\langle u(x, t) \rangle$ の分布を示し、(a)図は B_s が白色ノイズ、(b)図は赤色ノイズの場合である。計算結果は両図でほぼ等しい値が得られている。

図 15 は $t = 3.0$ で計算された乱れのエネルギー $\frac{1}{2} \langle (u(x, t) - \langle u \rangle)^2 \rangle$ の空間分布を示し、(a)図は B_s が白色ノイズ、(b)図は赤色ノイズの場合である。これらの図からわかる事は、 $R = 100$ の乱れのエネルギーが $R = 10$ に比べて空間的にはほぼ一様に励起されている事で、これは $R = 100$ では乱れの高波数成分が強く励起されているためであるが、図 14 で見た様に、 $R = 100$ では境界近くに強い剪断流の領域があるため、境界近くの乱れが $R = 10$ に比べてより強くなっているとも考えられる。

図 16、図 17 に $x = 0.5$ の \ast を基準にした速度の相關関数の結果を示す。図 16 は B_s が赤色ノイズの場合の結果で、図中の実線は偶然外力の相關関数

$$\frac{\sin \pi(x - 0.5)}{\{\sin^2 \pi(x - 0.5) + \sin^2 2\pi(x - 0.5)\}^{\frac{1}{2}}} \quad (4.8)$$

を表わす。計算結果は速度場の相關関数が $t = 0$ で(4.8)から始まり、時間と共に相関が強くなっていく事を示している。この相関の空間的な広がり方は、(a)図と(b)図の比較から $R = 10$ の方がより早くなっている

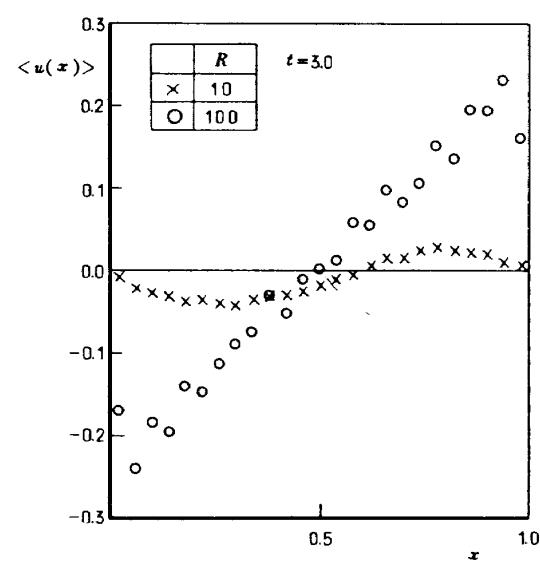
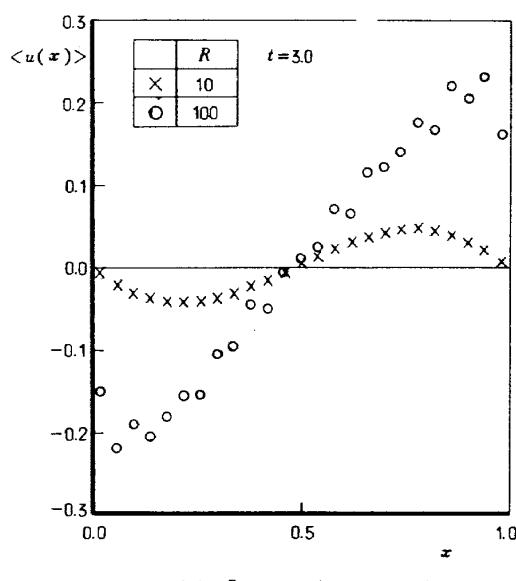


図 14 平均速度

る。一方図 17 は白色ノイズの場合の結果で、この場合は偶然外力の相関関数は $\delta(x-0.5)$ であるため、速度場の相関関数も $\delta(x-0.5)$ から始まっている。図 16 の場合と同様に、相関は時間と共に空間的に広がって行き、その傾向は $R=10$ がより強い。

最後に、 $t=3.0$ で得られたアンサンブルの速度分布について、その正規性を調べてみる。図 9 から図 11 で見た様に、 $t=3.0$ のアンサンブルは運動方程式(2.1)の安定な定常解の影響を強く受けているので、速度分

布は当然正規分布から大きくずれていると考えられるが、これを量的に調べるために、歪度因子と扁平度因子の計算結果を図 18、図 19 に示す。これらの因子はもし速度分布が正規型であれば、歪度因子は 0.0 で、扁平度因子は 3.0 になるが、計算結果は予想通りこれらの値から大きくずれている。そして、この傾向は x の両端でより著しいが、一般に、物体近傍の乱れは正規分布からずれている事が知られていて、¹⁶⁾ ここでは境界条件(4.2)の効果を示している。したがって、

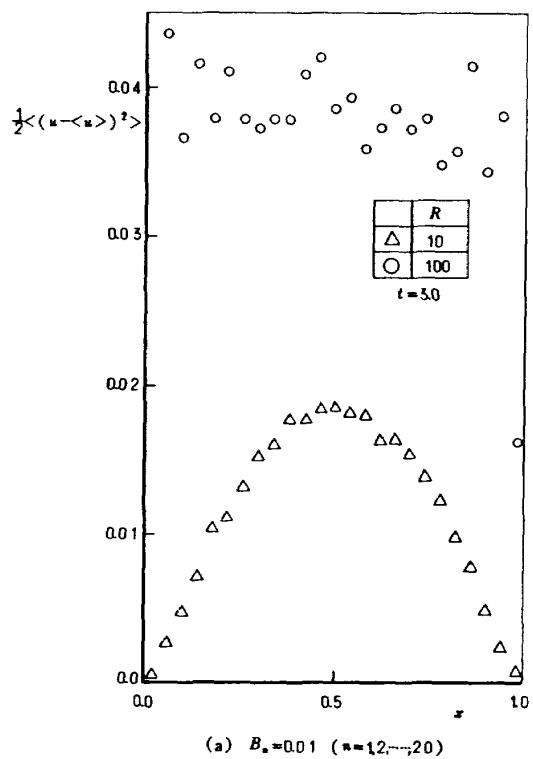
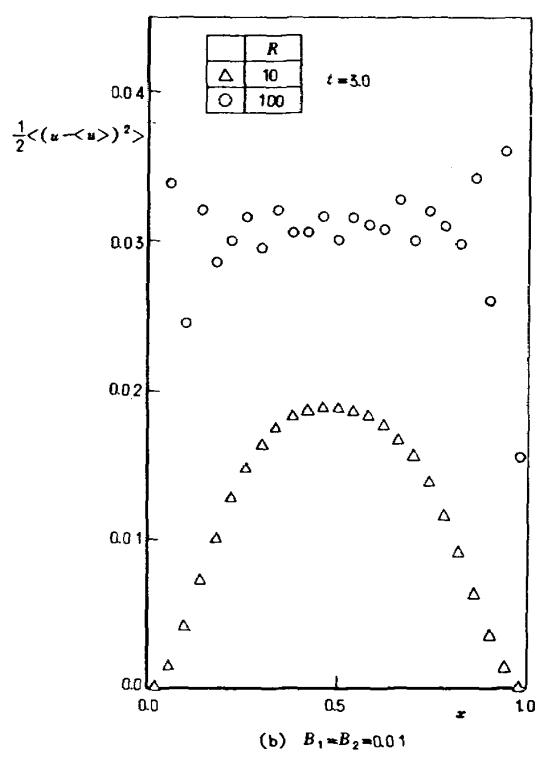
(a) $B_1=B_2=0.01$ ($n=12, \dots, 20$)(b) $B_1=B_2=0.01$
 $B_3=0.0 (n \geq 3)$

図 15 亂れのエネルギーの空間分布

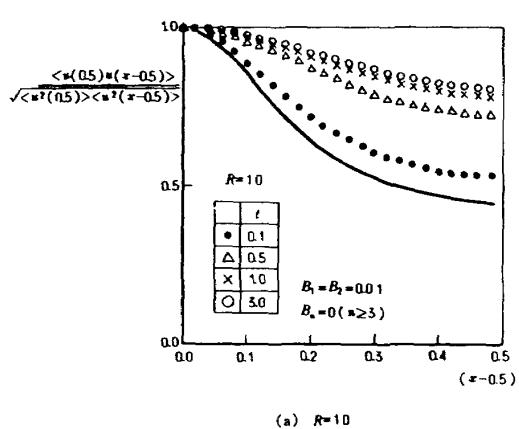
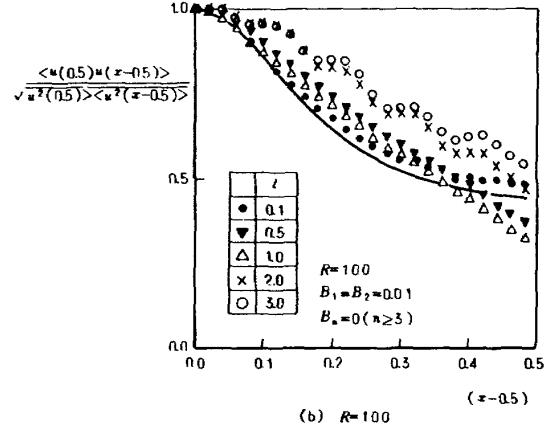
(a) $R=10$ (b) $R=100$

図 16 相関係数 [実線は(4.8)式]

ここで取扱われたモデル乱流では正規分布あるいは準正規分布等の仮定は適切でない事が明らかである。

これまで偶然外力を受ける Burgers モデル(1.1)のモンテカルロ計算から得られたいろいろな性質について述べたが、同様な偶然外力を受ける一次元乱流の計算が Jeng によって報告されている。^[17] ただし、Jeng はここで取扱った Burgers モデル(1.1)とは違って

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t) \quad (4.9)$$

を用い、亂れの初期値問題を解いた。ここで $f(x, t)$ は本報告と同様に偶然外力で、初期の乱れと共に ideal random function を使って与えられている。もちろん Jeng の場合と本報告の場合では、用いたモデル方程式はもとより境界条件や初期条件も異なるので得られた結果をそのまま比較する事は出来ないが、いくつかの定性的な性質、例えば、 t が 2.0 の程度で定常乱流が得られる事や慣性小領域で k^{-2} スペクトルが得られる事等に一致が見られる事は興味深い。

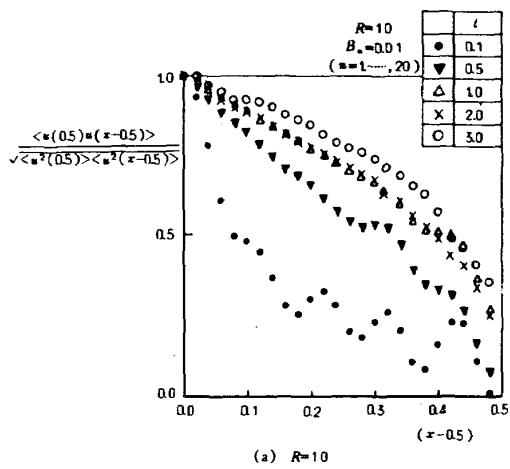
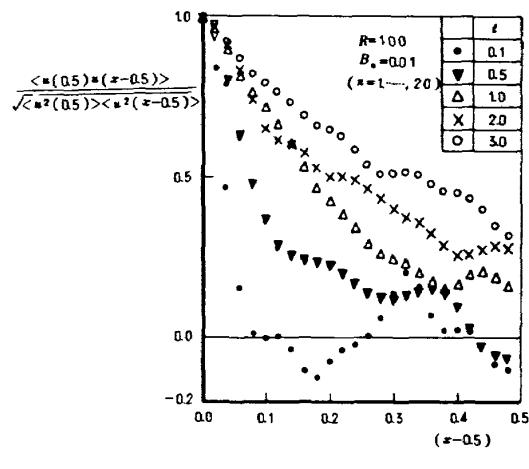
(a) $R=10$ (b) $R=100$

図 17 相関係数

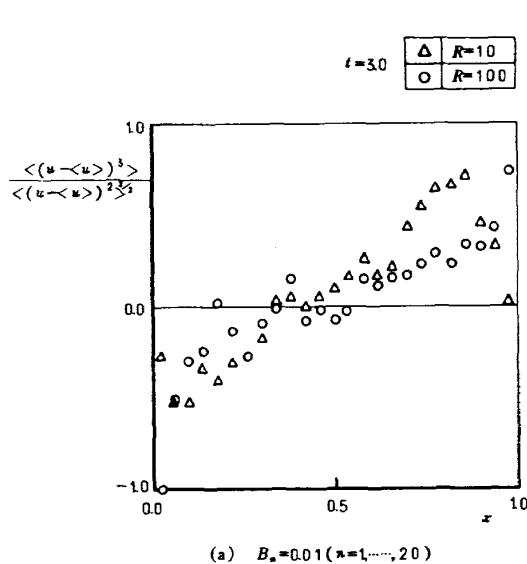
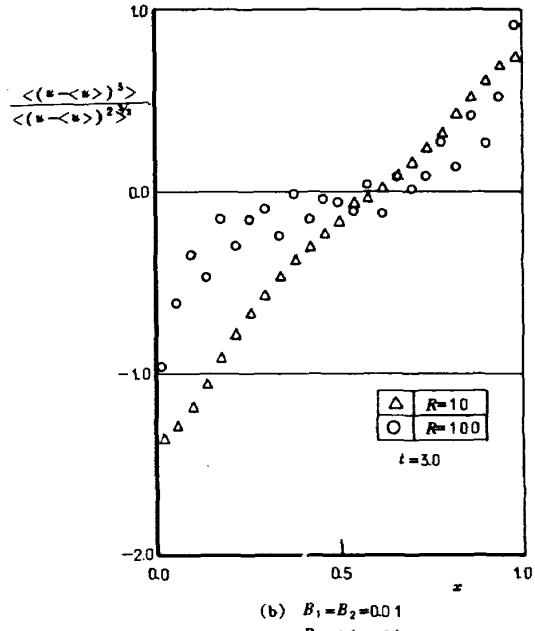
(a) $B_s=0.01$ ($n=1 \dots 20$)(b) $B_1=B_2=0.01$
 $B_s=0$ ($n=3$)

図 18 歪度因子

5. むすび

本報告では偶然外力を受ける乱流を記述する基礎方程式として導かれている特性汎関数方程式の初期値問題を解くためのモンテカルロ計算法について述べ、その解法の応用の一例として、一次元の Burgers モデル(1.1)について行なわれた計算および得られた結果を示した。計算結果は Burgers モデル(1.1)に固有な性質が強く現われていて、ここで得られた結果を現実の乱流に直接適用する事は出来ないが、その中に含まれている多くの定的な性質は本報告で述べた解法の有効性を示していて、乱流に対する新しい解法の一つの方向が示されたと言える。計算結果から明らかとなった偶然外力を受ける Burgers 乱流の特徴は次の通りである。

- 1) レイノルズ数が臨界レイノルズ数 π^2 に非常に近い $R=10$ の場合は、計算結果は線型理論から予想される結果とよく一致し、この傾向は t が十分大きい時に得られる定常状態においても変わらない。これは $R=10$ では運動方程式の非線型性の効果がまだ非常に弱い事を示している。
- 2) レイノルズ数が臨界レイノルズ数 π^2 に比べて十分大きい $R=100$ の場合には運動方程式の非線型性の効果が重要となり、計算結果は発達した構造を持つ乱れが得られている事を示している。しかし、 t が十分大きい時に得られた定常乱流の構造を調べてみると、アンサンブル上の速度分布は、モデル方程

式の偶然外力を含まない方程式(2.1)の安定な定常解のまわりに集中している特別な構造を持っている事がわかった。この傾向は偶然外力のスペクトル B_n が小さい程顕著である。アンサンブルの速度分布のこの様な性質は、通常の乱流の速度場の概念とは異なり、Burgers モデル(1.1)に固有の性質である。これは(1.1)に付随する(2.1)が少くとも 2 個以上の安定な定常解を持ち、モンテカルロ計算から得られたアンサンブルのこれ以外の要素が時間と共にこれらの安定な定常解に漸近してしまう結果である。しかしながら、この事は、Hopf の理論をも含めてこれまでの乱流の統計理論が、取扱うモデル方程式の如何によっては、この様な特別な構造の乱れの解を持つという事を示唆している点で重要である。

- 3) これまで一般的に行なわれて来た無限領域の一様乱流の計算に比べて、特別な境界条件(4.2)の流れに及ぼすいろいろな効果が明らかとなり、これらは今後の物体近傍の流れを調べる時参考となる。

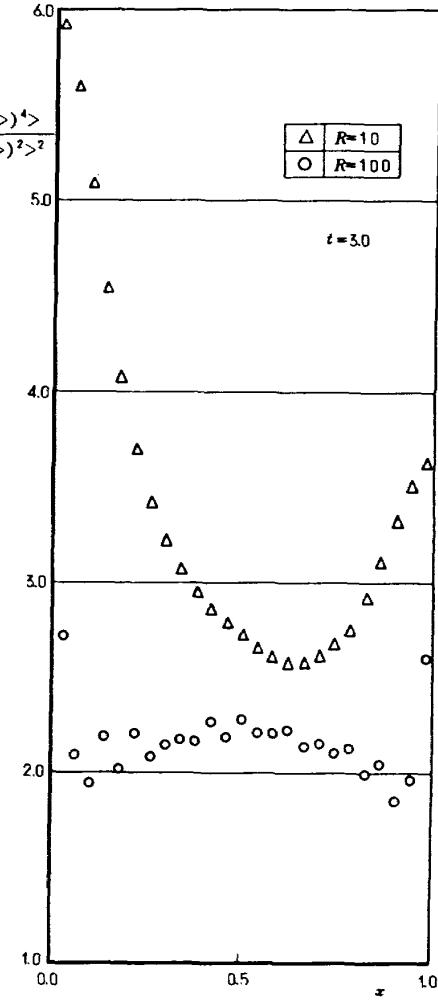
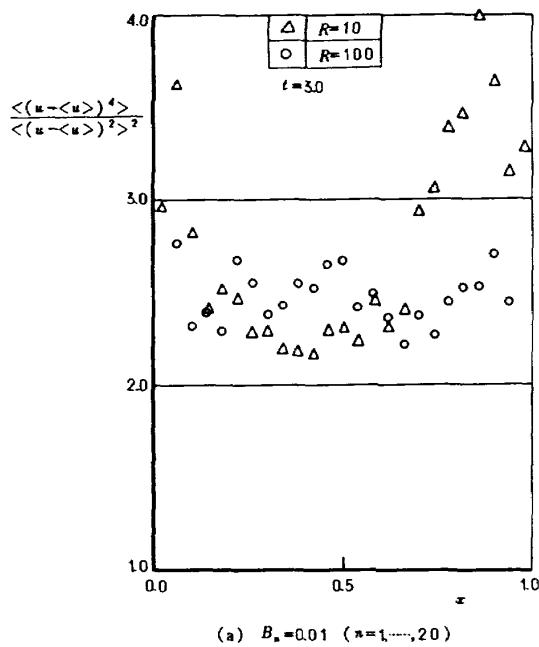


図 19 扁平度因子

附 錄 方程式(2,1)の定常解について

本文で取扱っている方程式(2.1)には、 R が大きい場合に境界条件(2.2)を満たす多数の定常解が存在するが、ここではこれらの定常解を一般の R について導いておく。そのため Burgers 方程¹⁰⁾に従って、定常状態($\partial u/\partial t=0$)で(2.1)を次の2式に分離して考える。

$$u - 2n \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (A1)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2n \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (A2)$$

これは、 R が大きくなると(2.1)の粘性項の効果が空間の極めて狭い領域に限られて、それ以外の領域では十分良い精度で非粘性の取扱いが可能となる事に基いている。これらの式の一般解は

$$u = \frac{x}{2} + c \quad (A3)$$

$$u = -A \tanh RA(x-B) \quad (A4)$$

である。ここで A , B , c は任意定数で、それぞれの境界において境界条件から決定される。(2.1)の定常解は A , B , c を適当に調整して(A3), (A4)を各領域の境界で接続させる事によって得られるが、このうちで、境界条件(4.2)を満たすものは、一般に次の4つの系列にまとめる事が出来る。

$$(I) \quad u_n^1(x) = \frac{1}{2} [x - \frac{1}{2n-1} \sum_{m=1}^n \{1 + \tanh \frac{R}{2(2n-1)} \cdot (x - \frac{2m-1}{2n-1})\}] \quad (A5)$$

$$(II) \quad u_n^1(x) = \frac{1}{2} [x + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n-1} \sum_{m=1}^n \{1 + \tanh \frac{R}{2(2n-1)} (x - \frac{2m-1}{2n-1} + \frac{1}{2n-1})\}] \quad (A6)$$

$$(III) \quad u_n^1(x) = \frac{1}{2} [x - \frac{1}{2n} \sum_{m=1}^n \{1 + \tanh \frac{R}{4n} (x - \frac{2m-1}{2n})\}] \quad (A7)$$

$$(IV) \quad u_n^1(x) = \frac{1}{2} [x + \frac{1}{2n} - \frac{1}{2n} \sum_{m=1}^{n+1} \{1 + \tanh \frac{R}{4n} (x - \frac{2m-1}{2n} + \frac{1}{2n})\}] \quad (A8)$$

ここで、 $n=1, 2, \dots, M$ で、 M は(A5)から(A8)のそれについて R に依存して定まる正数で、 $R \rightarrow \infty$ では $M \rightarrow \infty$ である。これらの解の概略図が図20に示されている。各式における \tanh の項は図20の不連続点—衝撃波—に対応している。したがって、 n は各解に含まれている衝撃波の数を表わしている。(A5)から(A8)を(2.3)の形に展開した v_n について書けば、それぞれ

$$(I) \quad v_n^1 = -\frac{\pi}{\sqrt{2R}} \frac{(-1)^n}{\sinh \frac{n(2n-1)\pi^2}{R}} \quad n=1$$

$$= -\frac{\pi}{\sqrt{2R}} \frac{(-1)^n + 2 \sum_{m=1}^{n-1} \cos \frac{2m-1}{2n-1} n\pi}{\sinh \frac{n(2n-1)\pi^2}{R}} \quad n \geq 2 \quad (A9)$$

$$(II) \quad v_n^1 = -\frac{\pi}{\sqrt{2R}} \frac{1}{\sinh \frac{n(2n-1)\pi^2}{R}} \quad n=1$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{2R}} \frac{1 + 2 \sum_{m=2}^n \cos (\frac{2m-1}{2n-1} - \frac{1}{2n-1}) n\pi}{\sinh \frac{n(2n-1)\pi^2}{R}} \quad n \geq 2 \quad (A10)$$

$$(III) \quad v_n^1 = -\frac{\sqrt{2\pi}}{R} \frac{\sum_{m=1}^n \cos \frac{2m-1}{2n} n\pi}{\sinh \frac{2n\pi^2}{R}} \quad (A11)$$

$$(IV) \quad v_n^1 = -\frac{\pi}{\sqrt{2R}} \frac{1 + (-1)^n}{\sinh \frac{2n\pi^2}{R}} \quad n=1$$

$$= -\frac{\pi}{\sqrt{2R}} \frac{1 + (-1)^n + 2 \sum_{m=2}^n \cos (\frac{2m-1}{2n} - \frac{1}{2n}) n\pi}{\sinh \frac{2n\pi^2}{R}} \quad n \geq 2 \quad (A12)$$

となる。

ところで、有限な R について n の最大値 M は次の様に定まる正数である。今(2.4)からエネルギーの方程式を作つてみると

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \sum_{n=1}^M v_n^2 = \sum_{n=1}^M (1 - \frac{n^2 \pi^2}{R}) v_n^2 \quad (A13)$$

となるが、もし与えられた v_n の値について上式の右

辺が常に負になれば、その解はエネルギーが常に減衰してしまって定常解とはなり得ない。すなわち、定常解となるためには少くとも $(1-n^2\pi^2/R) > 0$ となる n の V_n を含む事が必要条件となる。これを、例えば $R=100$ について調べてみると、(A9)から(A12)までのいろいろな n のうちで、(A9)と(A10)では $n=1, 2$ ($M=2$)、(A11)と(A12)では $n=1$ ($M=1$)のみの計6個がこの条件を満たし、これ以外の n については(A13)の右辺は常に負になる事がわかる。これらの6個の解が実際に $R=100$ の(2.1)の定常解になっている事は本文で述べた通りである。また、これらの定常解のうちで Burgers によって導かれた式は V_n^1, V_n^2, V_n^3 の $n=1$ の3式で、¹⁰⁾ 一方 Murray は最近(A8)の一般式を報告している。¹⁴⁾ Murray はそこで、安定な定常解は(2.5)、(2.6)の両方とは言わず、 $u(x) \geq 0$ の片方を unique に安定な常解と一方的に論じたが、著者の指摘により、訂正し、unique という言葉の不適当さを認めた。(対称性により *de unique* というべきか! — 著者)

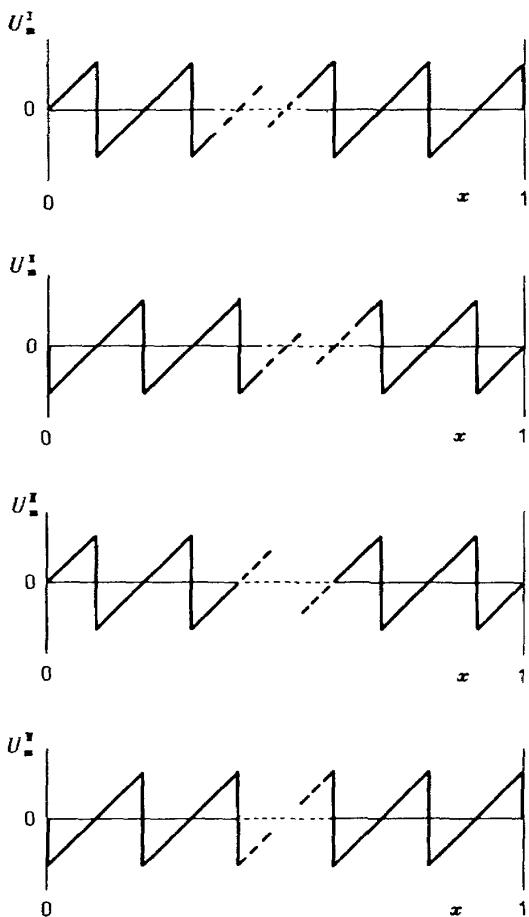


図 20 レイノルズ数が大きい場合の
(2.1)式の定常解

文 献

- 1) E. Hopf : J. Ratn. Mech. Anal. **1**, 87 (1952).
- 2) G. Rosen : Phys. Fluids **3**, 519 (1960), 525 (1960).
- 3) I. Hosokawa : NAL TR-103T (1966), J. Math. Phys. **8**, 221 (1967).
- 4) I. Hosokawa and K. Yamamoto : Phys. Fluids **13**, 1683 (1970).
- 5) S. F. Edwards : J. Fluid Mech. **18**, 239 (1964).
- 6) E. A. Novikov : Soviet Physics - JETP **20**, 1290 (1965).
- 7) R. M. Lewis and R. H. Kraichnan : Commun. Pure Appl. Math. **15**, 397 (1962).
- 8) I. Hosokawa : J. Phys. Soc. Japan **25**, 271 (1968).
- 9) 細川巖：ながれ 第3巻第2号 (1971); 細川巖、山本稀義：ながれ 第5巻第2号 (1973).
- 10) J. M. Burgers : Adv. Appl. Mech. **1**, 171 (Academic Press, 1948).
- 11) W. C. Meecham and A. Siegel : Phys. Fluids **7**, 1178 (1964).
- 12) R. H. Kraichnan : Phys. Fluids **11**, 265 (1968).
- 13) J. Lee : J. Fluid Mech. **47**, 821 (1971).
- 14) J. D. Murray : J. Fluid Mech. **59**, 263 (1973).
- 15) R. Kronmal : Assoc. Comput. Machinery **11**, 357 (1964).
- 16) G. K. Batchelor : *Theory of Homogeneous Turbulence* (Cambridge Univ. press, 1953).
- 17) D. T. Jeng : Phys. Fluids **12**, 2006 (1969).
- 18) Private Communication.

既 刊 報 告

TR- 1	遷音速風洞測定部に関する予備実験 Preliminary Investigation of N. A. L. Transonic Wind-Tunnel Test-Section	1960 年 2 月	平木 一, 石井孝雄 大島信彦
TR- 2	遷音速風洞用 22.5MW 主送風機 I. 模型送風機による性能試験 22.5MW Main Blower for N. A. L. Transonic Wind Tunnel I. Performance Test of the Model Blower	1960 年 5 月	山内正男, 松木正勝 塙入淳平, 富永守之
TR- 3	風洞用角度計の試作実験 An Experiment on Angle Measuring Instruments of Airplane Models in Wind Tunnel Test	1960 年 8 月	小橋安次郎, 長洲秀夫 高島一明, 波木井潔
TR- 4	回転円板の強度 Strength of Rotating Discs	1960 年 9 月	佐藤和郎, 永井文雄
TR- 5	航空技術研究所 (60cm × 60cm) 遷音速フラッタ試験設備の計画と整備試験 Design and Development of N. A. L. 60cm × 60 cm Transonic Blowdown Wind Tunnel for Flutter Testing	1960 年 12 月	中井暎一, 橋爪宏 中村泰治
TR- 6	高温歪ゲージの温度特性 Temperature Characteristics of High Temperature Strain Gage	1960 年 12 月	竹中幸彦
TR- 7	遷音速風洞の測定部 On the Transonic Test Section	1961 年 1 月	村崎寿満
TR- 8	繰返し荷重試験装置の予備試験 Preliminary Study for Development of Repeated Load Testing Rigs for Full-Scale Aircraft Structures	1961 年 3 月	竹内和之, 飯田宗四郎
TR- 9	遷音速流小擾乱理論の研究 (I) —非線形補正理論— Studies on the Small Disturbance Theory of Transonic Flow (I) —Non-Linear Correction Theory—	1961 年 3 月	細川巖
TR-9T	Studies on the Small Disturbance Theory of Transonic Flow(I) —Nonlinear Correction Theory—	July 1962	Iwao HOSOKAWA
TR-10	喧違い角の大きい減速翼列の研究 Cascade Tests of High Stagger Compressor Blades	1961 年 3 月	松木正勝, 高原北雄 西脇英夫, 森田光男
TR-11	軟鋼円板の回転による降伏 Yielding of Rotating Discs of Mild Steel	1961 年 4 月	佐藤和郎, 永井文雄
TR-12	薄肉開断面梁の自由振動について On the Natural Vibration of Thin-Walled Beams of Open Cross Section	1961 年 5 月	川井忠彦, 塙武敏
TR-13	衝撃波と境界層の干渉についての実験的研究 Experimental Results of the Interaction between Shock Wave and Turbulent Boundary Layer	1961 年 7 月	須郷道也, 伝田幸雄
TR-14	電磁流体の圧縮性境界層 On Compressible Boundary Layer in Magnetodynamics	1961 年 7 月	須郷道也, 小沢五郎
TR-15	振動翼用圧力ピックアップの試作・較正 Miniature Pressure Pickups for Measuring the Pressure on Oscillating Airfoils in Supersonic Flow	1961 年 8 月	石井孝雄, 柳沢三憲
TR-16	放物型偏微分方程式の混合境界値問題の差分法による数値解法 On the Difference Method Solutions of the Mixed Boundary Value Problems of Parabolic Partial Differential Equations	1961 年 12 月	樋口一雄, 三好甫

TR-17	荷電ビームによる気流密度測定の理論的考察 A Theoretical Comment on the Charge-Beam Method of Measuring Gas Density	1961 年 12 月 和田 勇, 細川 巍 三好 甫
TR-18	前置静翼翼列と喰違い角の大きい減速翼列の二次元低速翼列性能と回転翼列性能との比較 Comparison of Inlet Guide Vane and High Stagger Compressor Bladne Performance in a Rotor and in Cascade	1961 年 11 月 松木 正勝
TR-19	高速翼車の回転強度 Strength of High-Speed Rotor	1961 年 12 月 佐藤 和郎, 永井 文雄
TR-20	Blasius 型微分方程式の両側無限遠境界値問題の数値解法 A Numerical Method for Solving Blasius Type Differential Equation	1962 年 1 月 橋口 一雄, 戸川 隼人
TR-21	遷音速における二次元操縦面の研究 (I) An Investigation of Two-dimensional Control Surface at Transonic Speed (I)	1962 年 1 月 神谷 信彦
TR-22	変断面梁の曲げ自由振動について On the Free Lateral Vibration of a Beam with Variable Cross Section	1962 年 2 月 川井 忠彦, 戸川 隼人 林 洋一
TR-23	いくつかの型の偏微分方程式の境界値問題のモンテカルロ法による解法とその実験 Monte Carlo Solutions of the Boundary Value Problems for Some Types of Partial Differential Equations	1962 年 2 月 橋口 一雄, 高橋 利之 鳥海 良三
TR-24	航空技術研究所のターボ・ジェットエンジン要素試験設備 Test Facilities of Turbo-jet Engine Components at N. A. L.	1962 年 2 月 航空技術研究所原動機部
TR-25	航空技術研究所 2m × 2m 遷音速風胴の計画と構造 Design and Construction of the 2m × 2m Aeronautical Laboratory Transonic Wind Tunnel at the National	1962 年 3 月 航空技術研究所
TR-26	吹出式超音速風胴のノズルの予備実験 Preliminary Tests of Supersonic Nozzles for the Supersonic Blowdown Wind Tunnel	1962 年 3 月 河崎 俊夫, 岡部祐二郎 尾形 吉和, 安藤 尚
TR-27	非定常遷音速流の近似解析 An Approximate Analysis for Unsteady Transonic Flow	1962 年 7 月 細川 巍, 三好 甫
TR-28	疲労亀裂について On Fatigue Cracks	1962 年 8 月 竹中 幸彦
TR-29	1m × 1m 吹出式超音速風胴の計画と構造 On the Design and Construction of the 1m × 1m Supersonic Blow-down Wind Tunnel	1962 年 10 月 空気力学第二部
TR-30	平板翼の振動について On the Natural Vibration of Plate-Like Wings	1962 年 10 月 川井 忠彦, 塙 武敏 戸川 隼人, 高橋 利之 越出慎一
TR-31	熱応力を受ける薄翼の安定とその微小捩り振動について On the Instability and Small Natural Torsional Vibration of a Thin Wing under Thermal Stress	1962 年 11 月 川井 忠彦, 林 洋一 戸川 隼人
TR-32	補強板の圧縮強度に関する一解析 A Method of Analysis on the Compressive Strength of Stiffened Plates	1962 年 11 月 川井 忠彦, 江川 幸一
TR-33	主翼繰返し荷重試験装置 Repeated Load Testing Rigs for Full-Scale Aircraft Wing Structures	1962 年 12 月 竹内 和之, 飯田宗四郎 小野 幸一

TR-34	高速軸流圧縮機の研究 (I) —翼型と翼列の検討— An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (I) —The Selection of Compressor Cascade—	1963年1月 松木正勝, 宮地敏雄 大山耕一
TR-35	高速軸流圧縮機の研究 (II) —単段試験装置の設計と全体性能— An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (II) —Design and Over-all Performance of a Single Stage Axial Flow Compressor—	1963年1月 松木正勝, 宮地敏雄 大山耕一, 吉田晃 西脇英夫, 岩部柱相
TR-36	衝撃波風洞による表面熱伝達の実験 Studies of Surface Heat Transfer Using a Hypersonic Shock Tunnel	1963年1月 和田勇, 松崎利一
TR-37	T Studies of the Flow in a Low Pressure Hypersonic Shock Tunnel Using an Electron-Beam Densitometer	Jan. 1963 Isamu WADA
TR-38	鋳鉄のような脆性材料からなる円板の回転強度 Strength of Rotating Discs of Brittle Material Like Cast Iron	1963年1月 佐藤和郎, 永井文雄
TR-39	高負荷燃焼器の研究 (第1報) —その性能におよぼす各種因子の影響の定性的考察— A Study of High Intensity Combustor (I) —Its Qualitative Analysis—	1963年2月 大塚貞吉, 鈴木邦男
TR-40	胴体内圧縮返し荷重試験装置について Repeated Load Testing Facility for Full-Scale Aircraft Fuselage Structures	1963年2月 竹内和之, 川島矩郎 野原利雄
TR-41	輻射熱量計の較正 Calibration of Radiometer	1963年2月 竹中幸彦, 江川幸一 小川鏡一
TR-42	非定常境界層の相似解とその安定 A Similar Solution of Unsteady Laminar Boundary Layer and Its Stability Characteristics	1963年7月 小橋安次郎, 恩地瑛
TR-43	超音速における操縦面の効きについて On the Effectiveness of Control Surfaces in Supersonic Flow	1963年2月 河崎俊夫
TR-44	高速翼列の実験について (流入角の大きい減速翼列の予備実験) Some Notes about the Effect of Tunnel Configuration and Testing Technique on Compressor Cascade Performance	1963年2月 近藤博, 萩田光弘 坂口一, 山崎紀雄
TR-45	固有値問題 ($\sum \lambda^k A_k$) $x=0$ の数値解法 A Numerical Method for the Eigenvalue Problem ($\sum \lambda^k A_k$) $x=0$	1963年4月 戸川隼人
TR-46	翼の固有振動数に関する一解析法 On the Vibration Analysis of Aircraft Wings	1963年6月 川井忠彦, 泉日出夫 戸川隼人, 林洋一
TR-47	鋳鉄円板の回転破壊におけるコリオリの力の影響 Influence of Coriolis' Force on the Burst of Rotating Disc of Cast Iron	1963年7月 佐藤和郎, 永井文雄
TR-48	曲面に沿う境界層 Effects of Surface Curvature on Laminar Boundary-Layer Flow	1963年8月 林二議
TR-49	高速軸流圧縮機の研究 (III) —翼の厚さの影響— An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (III) —Effects of Blade Thickness—	1963年9月 松木正勝, 宮地敏雄 大山耕一, 吉田晃 西脇英夫, 岩部柱相

TR-50	境界収縮法による偏微分方程式の境界値問題の数値解法 Numerical Method for Boundary Value Problems of Partial Differential Equations by Boundary Contraction	1963年9月 横口一雄, 能美 力
TR-51	人間の静的不安定系の制御能力 Human Control Ability of the Statically Unstable System	1963年9月 武田 峻
TR-52	粒状加熱器の熱特性 Thermal Characteristics of a Pebble-Bed Heater	1963年10月 林 二誠
TR-53	円管流の非定常熱伝達 (第1報) 一壁温が時間と流向距離のみによる場合— Thermal Characteristics of the Unsteady Flow through a Circular Pipe whose Temperature depends on Time and Flow-Directional Distance only	1963年10月 林 二誠
TR-54	偏微分方程式の混合境界値問題の差分法による数値解法 Difference Method for the Mixed Boundary Value Problems	1963年10月 三好 甫
TR-55	ボスをもった車盤の回転強度 Rotating Strength of Rotor which Has a Boss	1963年11月 佐藤和郎, 永井文雄
TR-56	亜音速および遷音速における二次元非定常空気力の測定 (第1報) Measurements of the Unsteady Airloads for Two-Dimensional Flow at Subsonic and Transonic Speed Range (I)	1963年11月 中村泰治, 田辺義一
TR-57T	Measurements of the Aerodynamic Derivatives of an Oscillating Biconvex-Flat Airfoil in Supersonic Flow at Mach Number 2 to 3	Jan. 1964 Takao ISHII Mitsunori YANAGIZAWA
TR-58	高度500フィートないし10,000フィートにおける上下突風の測定および解析 Measurements and Analyses of Gust Velocities from 500 to 10,000 feet Altitude	1964年1月 竹内和之, 小野幸一 山根啓三郎
TR-59	磁気テープデータ処理設備とその性能 The Magnetic Tape Date Reduction System and Its Performance	1964年1月 田畠淨治, 中正夫 山本芳樹, 三浦雅男
TR-60	変厚平板翼の振動について On the Natural Vibration of Plate-Like Wings of Variable Thicknees	1964年1月 堀武敏, 越出慎一 戸川隼人, 川井忠彦
TR-61	後退角45°, テーパ比0.6の薄い片持翼の遷音速におけるフラッタ特性におよぼすマッハ数の影響の実験的研究 Some Effects of Mach Number on the Transonic Flutter Characteristics of Thin Cantilever Wings Having a Taper Ratio 0.6 and a Sweptback Angle of 45°	1964年2月 中井暎一, 小原瑛
TR-62	超音速における翼端板効果 The Effects of the End-plates at Supersonic Speeds	1964年2月 尾形吉和
TR-63	非定常流中の円柱に作用する空気力について Aerodynamic Forces Acting on a Circular Cylinder in Unsteady Flow	1964年2月 小橋安次郎, 遠藤浩 北村清美
TR-64	航空力学における磁わい計器の応用 Some Developments of the Magnetostriction Type Measuring Instruments for the Study of Aircraft Dynamics	1964年3月 幸尾治朗
TR-65	非定常境界層の安定に関する実験 An Experimental Investigation of Stability Characteristics of Unsteady Laminar Boundary Layer	1964年7月 小橋安次郎, 恩地瑛

TR-66	変分法による平板翼の撓み、振動解における自然境界条件の数値的吟味（片持平板翼の場合） Numerical Examination on the Fulfilment of Natural Boundary Conditions by the Approximate Solutions for Bending and Vibration of Thin Elastic Plates based on the Rayleigh-Ritz's Procedure (in Case of Cantilevered Wing Plates)	1964年6月 川井忠彦, 塙武敏 越出慎一, 戸川隼人 落合薰
TR-67	プラズマ発生装置の諸特性 Characteristics of a Vortex Stabilized Plasma Generator	1964年4月 井上建二, 野村茂昭
TR-68	回転翼の線形理論(I) 一揚力面理論— Linearized Aerodynamic Theory of Rotor Blades (I)—Lifting Surface Theory—	1964年6月 市川輝雄
TR-69	高速軸流ターピンの研究(I) —(ターピンノズル円環翼列の研究)— An Investigation of the High Speed Axial Flow Turbine(I) —An Investigation of the Annular Turbine nozzle Cascade—	1964年7月 鳥崎忠雄, 能瀬弘幸 森田光男
TR-70	汎用飛行シミュレータ設備の計画、構造および特性 Design, Construction and Characteristics of Flight Simulator at National Aerospace Laboratory	1965年1月 松浦陽恵, 橋口一雄 池谷光栄, 堀川勇壮 百名盛之, 三好範子 村上力, 岡部正典
TR-71	塑性の三方向せん断理論 塑性変形による異方性 塑性流動に及ぼす中間主応力の影響 応力状態と塑性変形の形 Three-Shear Theory of Plasticity Anisotropy Due to Plastic Deformation Influence of Intermediate Principal Stress on Plastic Flow Strain Ratio Relationship in Plastic Deformation	1964年7月 中西不二夫, 佐藤和郎
TR-71T	Three Shear Theory of Plasticity Anisotropy Due to Plastic Deformation Influence of Intermediate Principal Stress on Plastic Flow Strain Ratio Relationship in Plastic Deformation Internal Shearing Resistances in the Three Shear Theory of Plasticity	Sep. 1964 Fujio NAKANISHI Yasuo SATO
TR-72	補助翼バズに関する一実験 Some Experiments on Control-Surface Buzz	1965年1月 中村泰治, 田辺義一
TR-72T	Some Experiments on Control-Surface Buzz	Nov. 1964 Yasuharu NAKAMURA Yoshikazu TANABE
TR-73	軸対称激み点付近の溶融層の安定性 Stability of the Melted Layer near the Axisymmetric Stagnation Point	1964年11月 相原康彦
TR-74	遷音速パネルフラッタの研究 The Experimental and Theoretical Studies of Transonic Panel Flutter	1964年11月 石井孝雄, 柳沢三憲
TR-75	統計流体力学の初期値問題について —Hopf 特性汎関数方程式の一般解— On the Initial-Values Problem in Statistical Hydromechanics —A General Solution of the Hopf Characteristic Functional Equation—	1964年12月 細川巖
TR-76	高速軸流圧縮機の研究(N) —NACA 65 系翼型を修正した近似二重円弧翼形の動翼相対入口マッハ数 1.5 までの回転翼列試験	1965年1月 大山耕一, 松木正勝 西脇英夫, 岩部柱相 片山泰治

	An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor(IV) —Rotor Performance at Relative Inlet Mach Numbers up to 1.5 of NACA 65-Series Compressor Blades Modified Approximately to Double Circular-Arc Blades—	
TR-77	Galerkin 法の収束性について On the Convergence of Galerkin's Method	1965 年 1 月 烏海 良三
TR-78	二次元準線型双曲系の特性曲線法による数値解法 Characteristic Method for the Numerical Solution of Two-Dimensional Quasi-linear Hyperbolic Systems	1965 年 1 月 三好 甫
TR-79	引張りまたは圧縮をうける四角弹性平板の大振幅 振動の影響について Influence of Large Amplitude on Flexual Vibrations of Rectangular Elastic Plates under Initial Tension or Compression	1965 年 1 月 田寺木一, 古関昌次 泉 日出夫
TR-80	変分法直接解法において解に及ぼす束縛の数値的 影響 —薄肉開断面片持梁の純捩り振動の例— Numerical Effect of Constraints Calculus of the Direct Variational Method —In Case of Pure Torsional Vibration of Thin Walled Beams of Open Cross Section—	1965 年 1 月 塙 武敏, 越出慎一
TR-81	FRP コーティングの断熱特性 Thermal Insulation Characteristics of FRP Coating	1965 年 1 月 竹中幸彦, 江川幸一 小川鑑一
TR-82	多段軸流圧縮機の部分負荷特性の簡易計算法 A Simple Method of Calculating the Off-design Performance of Multi-Stage Axial-Flow Compressor	1965 年 2 月 松木正勝, 藤井昭一
TR-83	亜音速流中のパネルフラッタとダイバージェンス (I)—非圧縮流理論— Theoretical Study of Two-Dimensional Panel Flutter and Panel Divergence in Subsonic Flow(I)—Incompressible Flow Case—	1965 年 2 月 石井孝雄
TR-84	遷音速タービン翼列二次元試験(II) Experimental Investigation on Transonic Turbine Cascades(II)	1965 年 3 月 近藤 博, 萩田光弘 山崎紀雄
TR-85	回転翼の線形理論(II) —揚力線理論— Linearized Aerodynamic Theory of Rotor Blades(II) —Lifting-Line Theory—	1965 年 3 月 市川輝雄
TR-86	高速多段軸流圧縮機の部分負荷特性の一計算法 A Method for Predicting the Off-design Performance of Multi-Stage Axial-Flow Compressors Operating in the Transonic Flow	1965 年 5 月 松木正勝, 藤井昭一 五味光男
TR-87	亜音速流中のパネルフラッタとダイバージェンス (II)圧縮流理論(III)実験的研究 Theoretical Study of Two-Dimensional Panel Flutter and Panel Divergence in Subsonic (II)Compressible Flow Case(III)Experimental Study	1965 年 6 月 石井孝雄
TR-88	尾翼, 胸体結合構造物の地上振動試験結果に関する定性的な吟味 Qualitative Examinations on the Results of Ground Vibration Tests of Tail Wing-Fuselage Combination Structure	1965 年 6 月 塙 武敏, 越出慎一
TR-89	垂直突風および航空機の突風応答に関する実験的研究 An Experimental Investigation on Vertical Gusts and the Airplane Response	1965 年 6 月 小野幸一, 山根暗三郎

TR-90	ヒステリシス・ループの形、繰返しによる形の変化および繰返し後の塑性流動応力の上昇(第1報 実験、第2報 ねじりの場合の理論) The Shape of Mechanical Hysteresis Loop, Its Deformation Due to Stress Repetition and Resulting Increase in Flow Stress (Part 1. Experiment, Part 2. Theory for Torsion)	1965年7月 中西不二夫, 佐藤和郎 永井文雄
TR-90T	The Shape of Mechanical Hysteresis Loop, Its Deformation Due to Stress Repetition and Resulting Increase in Flow Stress (Part 1. Experiment, Part 2. Theory for Torsion)	June 1966 Fujio NAKANISHI, Yasuo SATO, & Fumio NAGAI
TR-91	固体プロペラントの割れ目内への火炎伝ば(I) Flame Propagation into the Gap of Solid Propellant Grain(I)	1965年7月 五代富文
TR-92	ロケット胴体をまわる超音速流の一近似解法(I) —迎角0のとき— An Approximate Calculation for Supersonic Flow Past Bodies of Rocket Vehicles(I) —Linearized Flow with Axial Symmetry—	1965年8月 谷喬
TR-93	遷音速動安定試験 Dynamic Testing at Transonic Speed	1965年10月 小橋安次郎, 河野長正 西武徳
TR-94	翼幅方向に一様な揚力分布をもつ半無限の後退翼 On the Camber Lines of Semi-Infinite Swept-back Wings which Give Uniform Spanwise Load Distribution	1965年10月 河崎俊夫
TR-95	飛行機の縦の操縦特性に関する二三の考察 A Few Comments on the Longitudinal Handling Qualities of Airplanes	1965年11月 荒木浩
TR-96T	A Generalized Functional Formalism for Turbulence	Dec. 1965 Iwao HOSOKAWA
TR-97	圧縮性と壁形状を考慮した軸流ターボ機械の作動 円盤理論(I) —軸対称流れ— A Theoretical Investigation of the Compressible Flow Through the Axial Turbo-Machines(I) —Non-Swirling Fluids in Ducts—	1965年12月 藤井昭一
TR-98	後退角45°、アスペクト比4.0の薄い片持翼の遷音速フラッタ特性に及ぼすテーパ比の影響の実験的研究 Some Effects of Taper Ratio on the Transonic Flutter Characteristics of a Series of Thin Cantilever Wings Having a Sweptback Angle of 45° and an Aspect Ratio 4.0	1965年12月 中井咲一, 高木俊朗 安藤泰勝
TR-99	計器のよみやすさに関する研究 A Study of Dial Legibility	1966年2月 三好範子, 岡部正典 石川澄子
TR-100	回転翼の線形理論(III) —揚力線の方程式の解法— Linearized Aerodynamic Theory of Rotor Blades(III) —Method for Solving Lifting-Line Equations—	1966年2月 市川輝雄
TR-101	航空機の着氷気象条件について(I) Meteorological Conditions on Aircraft Icing (I)	1966年2月 古閑昌次, 田寺木一 泉日出夫, 太田幹雄 峰岸正勝
TR-102	ロケット胴体をまわる超音速流の一近似解法(II) —迎角のあるとき— An Approximate Calculation for Supersonic Flow Past Bodies of Rocket Vehicles(II) —Linearized Flow with Attack Angle—	1966年3月 谷喬
TR-103T	Basic Considerations for Treating Non-Equilibrium Fluids —A Functional Approach to Non-Equilibrium Statistical Mechanics—	Mar 1966 Iwao HOSOKAWA

TR-104 真幅方向に一様な揚力分布をもつ三次元後退翼のそり	1966年4月 河崎俊夫, 海老原正夫
The Camber Distribution of a Spanwise Uniformly Loaded Subsonic wing	
TR-105 バイロットの心理的負担に関する研究(I) —操縦時の脈拍と呼吸の変化— A Psychological Study on the Mental Stress of Pilots(I) —Pulse and Respiratory Rate During Flight—	1966年4月 三好範子, 百名盛之 岡部正典
TR-106 遷音速における操縦面の逆効き On Reversal of Effectiveness of Control Surfaces in Transonic Flow	1966年5月 神谷信彦, 濑川晋策
TR-107 円錐型電磁衝撃波管内の流れ Ionized Flow in a Conical Shock Tube	1966年5月 松崎利一
TR-108 二次元遷音速衝動タービン翼列の一実験 Some High-Speed Tests on Impulse Turbine Cascades	1966年6月 近藤博, 萩田光弘 山崎紀雄, 古川昇
TR-109 大型空気エゼクタの研究 A Study on the Large-Scale Air Ejector	1966年7月 藤井昭一, 五味光男 菅原昇
TR-110 電磁流体の非粘性境界層 Some Investigations on Inviscid Boundary Layer of Magnetohydro-dynamics	1966年8月 井上建二
TR-111T An Asymptotic Solution of the Nonlinear Equations of Motion of an Airplane	Aug. 1966 Hiroshi ENDO
TR-112 圧縮性と壁形状を考慮した軸流ターボ機械の作動 円盤理論(II) —円周速度のある流れ— A Theoretical Investigation of the Compressible Flow Through the Axial Turbo-Machines(II) —Swirling Fluids—	1966年8月 藤井昭一
TR-113 地面近くでホバリングするヘリコプタ・ロータに関する実験 Experimental Study on the Ground Effect of a Model Helicopter Rotor in Hovering	1966年8月 幸尾治朗, 岡遠一
TR-114 フライングテストベッドの高度制御システムの検討(I) Analytical and Simulation Studies on the Height Control System of the Flying Test Bed (I)	1966年8月 武田峻, 甲斐忠夫
TR-115 NAL-16ロケットの研究試作および飛しょう実験 —D型およびIT型— Single-Stage Solid Propellant Rocket(NAL-16) —Desing and Flight Experiments—	1966年8月 ロケット性能研究室
TR-116 50cm 極超音速風洞の計画と構造 Design and Construction of the 50 cm Hypersonic Wind Tunnel at National Aerospace Laboratory	1966年9月 極超音速風洞建設グループ
TR-117 弾性振動方程式の差分解に関するエネルギー不等式 Energy Inequalities for the Difference Solutions of Equations of Elastic Vibration	1966年10月 三好甫
TR-118 高負荷燃焼器の箱形模型による実験 Some Experiments on High Intensity Combustor with Partial Models	1966年10月 大塚貞吉, 福田廣 相波哲郎
TR-119 多次元1階準線型双曲方程式の解の在存について On the Existence of Discontinuous Solutions of the Cauchy Problem for Quasi-Linear First-Order Equations	1966年10月 小島清史

TR-120 航技研フライングテストベッドの姿勢制御方式の検討 Analytical and Simulation Studies on the Attitude Control System of the Flying Test Bed	1966 年 11 月 武田 峻, 堀川 勇壮 小川 敏雄, 森 幹彦
TR-121 パルスレシオ変調回路およびその修正回路について Some Circuits for Pulse Ratio Modulation and their Modified Circuits	1966 年 11 月 村上 力
TR-122 失速が起こるような高い迎角で、調和振動する二次元翼に働く空気力に対する半実験的理論 Semi-Empirical Theory to Estimate the Air-forces Acting on the Harmonically Oscillating Two-Dimensional Wing at High Angle of Attack Where Separation Can Occur	1966 年 12 月 磯貝 紘二
TR-123 姿勢制御用空気ジェットノズルの研究 Design and Experimental Study of Air Jet Nozzles for the Attitude Control of VTOL Aircraft	1966 年 12 月 滝沢 直人, 西村 博史 藤枝 郷俊, 田辺 義一 渋谷 昭義
TR-124 FM 多重テレメータの動特性 Dynamic Characteristics of FM Multichannel Telemetering System	1966 年 12 月 新田 康治, 桜井 善雄 松崎 良継
TR-125T 实験的と計算的結果による超音速振動特性 Experimental and Calculated Results of Supersonic Flutter Characteristics of a Low Aspect-Ratio Flat-Plate Surfaces	Jan. 1967 Eiichi NAKAI, Toshiro TAKAGI, Koji ISOGAI, Toshiyuki MORITA
TR-126 高負荷燃焼器の箱形模型による実験(Ⅱ) Some Experiments on High Intensity Combustor with Partial Models(Ⅱ)	1967 年 2 月 大塚 貞吉, 福田 廣 相波 哲朗
TR-127 周波数変換による微小回転角の計測 Measurement of Small Rotating Angle by the Frequency Modulation Technique	1967 年 3 月 大月 正男, 鈴木 孝雄 円居 繁治
TR-128 赤外線加熱による固体の熱的物性値の測定法 Infra-red Radiation Method of Determining Thermal Diffusivity, Heat Capacity, and Thermal Conductivity of Solid Materials	1967 年 3 月 小川 鑑一
TR-129 金属箔による円管流の熱絶縁 Thermal Insulation of Metal Foil for the Case of Circular Pipe Flow	1967 年 3 月 井上 建二
TR-130T 熔融現象による熱伝達の実験的研究 An Experimental Study of the Melting Phenomena in the Axisymmetric Stagnation Region of Thermally Highly-Conducting Materials	Mar. 1967 Yasuhiko AIHARA
TR-131 風があるときのロケットの運動の近似解析およびランチャ角修正法 An Approximate Analytical Solution for Dispersion of Unguided Rockets Due to Wind with Its Application to the Calculation of Wind Compensation for Launching	1967 年 4 月 毛利 浩
TR-132 軸方向に補強されたパネルの最大軸圧縮力(近似解) Ultimate Axial Forces of Longitudinally Stiffened Plate Panels	1967 年 4 月 築地 恒夫
TR-133 解離した極超音速流中での Teflon への熱伝達の測定 Measurements of Heat-Transfer to Teflon in Dissociated Hypersonic Flow	1967 年 4 月 野村 茂昭
TR-134 高速単段軸流圧縮機の研究 —二重円弧翼の性能— The Aerodynamic Performance of a Single-Stage Axial-Flow Compressor with Double-Arcuate Blade	1967 年 5 月 藤井 昭一, 西脇 英夫 吉田 見, 五味 光男 武田 克巳, 菅原 昇

TR-135 同軸型電磁衝撃波管の作動機構 Driving Mechanism of an Electric Shock Tube with a Coaxial Gun	1967 年 5 月 松崎 利一
TR-136 Nearly-Free-Molecule-Flow におけるオリフィス型圧力管 Experimental Study of an Orifice-Type Pressure Probe in Nearly-Free-Molecule Flow	1967 年 5 月 恩地 瑛, 山本 稔義
TR-137 架, 板結合構造物の振動(I) On the Natural Vibration of Plate-Beam Combination Structures(I)	1967 年 6 月 越出慎一, 林 洋一 塙 武敏
TR-138 変厚片持板の静撓みについて Deflection Analysis of Variable Thickness Cantilever Plate	1967 年 7 月 塙 武敏, 越出慎一
TR-139 多発動機付ヘリコプタの片発停止時における最適着陸操作—前進速度 0 の場合— Optimal Vertical Descent Procedure with Partial Power of Multi-Engined Helicopters —The case of Rejected Take-Off—	1967 年 8 月 古茂田真幸
TR-140 流線法によるダクト流れ Streamline-Curvature Approach to Duct-Flow Problems	1967 年 9 月 藤井昭一, 宇野威信
TR-141 マトリクス内力法による半張殻構造の応力解析について Semi-Monocoque Structures Solved Numerically by the Matrix Force Method	1967 年 10 月 川島矩郎
TR-142 動的模擬模型による姿勢のオンオフ制御実験 Experimental Studies on Some On-Off Attitude Control Systems Using a Dynamic Model	1967 年 10 月 橋口一雄, 堀川勇壮 村上 力, 小川敏雄 眞柳光美
TR-143 高負荷燃焼器の一次燃焼領域の研究 Experimental Studies on the Primary Zone of High-Intensity Combustors	1967 年 10 月 大塚貞吉, 鈴木邦男 相波哲朗, 石井浅五郎 広瀬健樹
TR-144 円管流の非定常熱伝達 —第 2 報 薄い壁の場合— Transient Heat Transfer through a Thin Circular Pipe Due to Unsteady Flow in the Pipe	1967 年 11 月 林 二誠, 井上建二
TR-145 ロケット用耐熱材料の研究 Study on Heat Insulation Materials for Rocket	1967 年 11 月 古田敏康
TR-146 半導体歪ゲージを用いる小型高感度加速度計の研究 Study on the Miniature Type High Sensitivity Accelerometer Using Semiconductor Strain Gages	1967 年 11 月 田畠淨治, 大坪孔治 滝沢 実
TR-147 固体ロケット・モータのノズルにおける熱伝達の実験的研究 —プロペラント内へ添加されたアルミニウムの影響— An Experimental Investigation of Heat Transfer in the Nozzle of High-Aluminized Solid Rocket	1968 年 2 月 五代富文, 湯沢克宣 伊藤克弥, 西村久男
TR-148 失速角以上で振動する翼のまわりの流れの観察 —失速フラッタの研究(I)— Optical Observation of the Separated Flow around an Oscillating Aerofoil at High Mean Angles of Attack with Special Reference to Stall Flutter	1968 年 2 月 中村泰治, 磐貝祐二 江尻 宏
TR-149 よどみ点におけるグラファイトのアブレーションの実験的研究 An Experimental Study of the Ablation of Graphite in the Stagnation Region	1968 年 2 月 相原康彦, 野村茂昭 渡辺泰夫

TR-150 強化プラスチックスの熱的物性値について (輻射加熱による測定) The Measurement of Thermal Properties of Reinforced Plastics at Temperatures up to 150°C (Infra-red Radiation Method)	1968年2月 小川鑑一, 野口義男
TR-151 空気力学的加熱の少ない極超音速飛しょう体 Minimum Heat Transfer Body at Hypersonic Speeds	1968年3月 相原康彦
TR-152 二次元二重円弧翼列の遷音速実験 High Speed Tests of Compressor Cascades With Double Circular Arc Blade Sections	1968年3月 近藤博, 萩田光弘 山崎紀雄, 古川昇
TR-153 アーク加熱衝撃波管による物体のまわりの高温気流の研究 Study of High Temperature Flow around Body Using an Arc-Driven Shock Tube	1968年4月 松崎利一, 上瀬千春
TR-154 フライングテストベッドの計画 一本体のシステムデザイン System Design of Flying Test Bed for VTOL Aircraft at National Aerospace Laboratory	1968年5月 新型航空機部
TR-155 遷音速における Control-Surface Buzz に関する研究 An Investigation on Control-Surface Buzz at Transonic Speeds	1968年5月 中村泰治
TR-156 二次元湾曲ジェットの相似構造と乱流混合における ぼす曲率の研究 Effects of Curvature on the Similar Structure and Turbulent Mixing of Two-dimensional Curved Jets	1968年5月 遠藤浩
TR-157 電子線密度測定法による低密度極超音速流の実験的研究 Experimental Study of Low Density Hypersonic Flow by Using Electron-Beam Densitometry	1968年6月 和田勇, 曽我男
TR-158 局所凸線形位相空間内の非線形初期値問題に対する近似について On Approximations for Nonlinear Cauchy Problems in Locally Convex Spaces	1968年6月 小島清史
TR-159 T型結合板の振動 The Vibration of T-Shape Plates Structure	1968年7月 塙武敏, 築地恒夫 越出慎一
TR-160 架, 板結合構造物の振動(II) On the Natural Vibration of Plate-Beam Combination Structures (II)	1968年8月 塙武敏, 築地恒夫 多田保夫, 越出慎一 林洋一, 日下和夫
TR-161 宇宙飛しょう体の直接式最適誘導法 An Optimal Explicit Guidance Equation for Space Vehicle	1968年8月 新田慶治, 松島弘一 大坪孔治, 志甫微
TR-162 よどみ点領域での非定常空力加熱の測定 Measurements of Unsteady Aerodynamic Heating at Stagnation Region	1968年9月 野村茂昭
TR-163 双発プロペラ STOL 機の安定操縦性に関する考察 Investigation on the Stability and Control Characteristics of a Twin-propeller STOL Airplane	1968年9月 別府謙郎
TR-164 熱伝導を考慮した空力加熱による薄肉機体外板の 温度上昇とその電気抵抗アナログ回路 Investigation of the Streamwise Heat Conduction Effect on the Transient Aerodynamic Heating of Thin-skinned Bodies by the Resistance Network Analog Method	1968年10月 小川鑑一
TR-165 有限要素法による箱型梁の解析 Applications of the Finite Element Method to Box Beams	1968年11月 三本木茂夫

TR-166	シンバルエンジン駆動用バルブの基礎的解析 Fundamental Analysis of Gimbal-Engine Positioning Hydraulic Control System Made Use of DPF Servovalve	1968年11月 畑山茂樹, 舟石 繁
TR-167	アブレーションによる空力加熱の減少の測定 Measurements of Heat Transfer Reduction by Ablation	1968年11月 野村茂昭
TR-168	角度測定周波数測定併用のトラッキングシステムの計算処理に関する研究 On the Orbit Determination Procedures for the Doppler Frequency Measurement with Angular Measurement Tracking System	1968年11月 鳥海良三, 松本一夫 樋口一雄, 戸川隼人 木村武雄
TR-169	VTOL 機操縦研究設備 Design and Construction of VTOL Flight Simulator System	1968年11月 樋口一雄, 百名盛之 三好範子, 岡部正典 山本六郎, 川原弘靖
TR-170	STOL 機の縦の自動安定制御方式に関する研究 (I) 姿勢制御方式の解析 System Studies on Automatic Longitudinal Stabilization Control Systems for STOL Aircraft. Part 1 Automatic Attitude Control Systems.	1968年12月 堀川勇壮, 森 幹彦
TR-171T	Simple Flow Characteristics Across a Strong Shock Wave	Feb. 1969 Kenneth K. Yoshikawa
TR-172	高速における円錐体および三角翼の動安定微係数の測定 Measurement of Dynamic Stability Derivatives Cones and Delta-Wings at High Speed	1969年2月 柳沢三憲
TR-173T	Coupling Effect of Radiative Heat on Convective Heat Transfer	Feb. 1969 Kenneth K. Yoshikawa
TR-174	Navier-Stokes 方程式に対する差分法 Difference Method for Navier-Stokes Equation	1969年4月 三好 甫
TR-175	低レイノルズ数における NACA 0012 翼型の失速特性について —失速フラッタの研究(II)— Stalling Characteristics of the NACA 0012 Aerofoil Section at Low Reynolds Numbers	1969年6月 中村泰治, 磯貝紘二 江尻 宏
TR-176	軸流回転機の翼の振動について (I) 固有振動数, 振動形および振動応力分布 On the Vibration of Axial-flow Turbomachine Blades (I) Natural Frequency, Modes and Vibratory Stress Distribution	1969年7月 宮地敏雄, 星谷昌二 祖父江靖, 綱千三郎 岩部柱相, 武田克巳
TR-177	固体ロケットモータの推力大きさ制御の研究 —特性と小型モータによる実験— Thrust Magnitude Control of Solid Rocket Motors —Characteristics Analysis and Small Motor Test—	1969年7月 五代富文, 湯沢克宜 伊藤克弥, 西村久雄
TR-178	測度最大の可制御領域を与える二次形式評価関数の最適重みマトリクスに対する必要条件 Necessary Conditions for the Optimal Weighting Matrices of Quadratic Performance Index to Maximize the Measure of the Controllable Set	1969年7月 川幡長勝
TR-179	テフロンの非定常アブレーションの測定 Measurements of Transient Ablation of Teflon	1969年8月 野村茂昭
TR-180	鈴鹿山脈付近における乱気流の観測 Measurement and Analysis of Atmospheric Turbulence over the Suzuka Mountain Range	1969年8月 竹内和之, 小野幸一 山根皓三郎, 岡 達一 外崎得雄

TR-181	振動翼における表面非定常圧力の測定 —失速フラッタの研究(III)— Unsteady Surface Pressure on an Oscillating Aerofoil at High Mean Angles of Attack with Special Reference to Stall Flutter	1969年8月 中村泰治, 磯貝綱二 江尻 宏
TR-182	点束縛のある板の振動について On the Natural Vibration of Plates Restrained at Several Points	1969年9月 塙 武敏, 多田保夫 泉 日出夫, 越出慎一
TR-183	軸流圧縮機動翼取付部の強度についての実験的研究 —隙間のあるピン接合部— Experimental Investigation of Strength of Axial Flow Compressor Blade Root —Pin Joint Lug having Clearance between Pin and Pin Hole—	1969年9月 池田為治, 山岸 崇
TR-184T	An Improved Method of Designing and Calculating the Minimal Wave Drag Configuration by Supersonic and Moment-of-Area Rules	1969年10月 Kenneth K. Yoshikawa
TR-185	FRP ロケットノーズコーンの赤外線輻射による加熱実験 Thermal Characteristics of FRP Rocket Nosecone	1969年11月 小川鎮一, 遠藤修司
TR-186	ロケット搭載用伝送線路型アンテナの解析 The Analysis on Transmission-line Rocket Antennas	1969年12月 田畠淨治, 桜井善雄 三浦雅男, 松崎良継 塚本憲男
TR-187	ホール効果を用いた地磁気式姿勢計の研究 A Magnetic Attitude Measuring Instrument Applying the Hall Effect	1969年12月 木村 茂, 田畠淨治 松崎良継
TR-188	浮動型1自由度積分ジャイロの不等弾性誤差 Analysis of Anisoelastic Errors of a Floating Single-Degree-of-Freedom Integrating Gyro	1970年1月 大月正男, 新宮博公 田畠淨治, 鈴木孝雄 円居繁治
TR-188T	浮動型1自由度積分ジャイロの不等弾性誤差 Analysis of the Anisoelastic Errors of a Floated Single Degree of Freedom Intergrating Gyro	June 1973 Masao OTUKI, Hirokimi SHINGU, Jyoji TABATA, Takao SUZUKI and Shigeru ENKYO
TR-189	誘導制御を含んだロケットの運動のハイブリッドシミュレーション The Hybrid Simulation of Guided and Controlled Flight of Rocket	1970年1月 奥石肇, 中正夫 森英彦, 大石晃冠 昭夫, 本間幸造
TR-190	超音速における鈍い物体の干渉 Interaction of Blunt Bodies in Supersonic Flow	1970年2月 谷喬, 河本巖 榎原盛三, 野田順一 近藤次郎
TR-191	Nearly-Free-Molecule-Flow の物体の抵抗 Drag Measurement in Nearly-Free-Molecule-Flow Regime	1970年2月 恩地瑛, 山本稀義
TR-192T	Transient Couette Flow of Rarefied Binary Gas Mixtures	Mar. 1970 Katsuhisa KOURA
TR-193	サーボ弁の非線形流量特性を考慮した油圧サーボ系のシミュレーション研究 Simulation Study of Hydraulic Servo System with Consideration of non-linear flow characteristic of Servo Valve	1970年3月 奥石肇, 鈴木崇弘 中村光義
TR-194	直接式誘導法を用いた誘導システムの誤差 —観測および制御システムの誤差の影響— Guidance Errors —The Effects of the Navigation and Control Systems on the Guided Trajectories—	1970年5月 松島弘一, 新田慶治 大坪孔治, 志甫徹
TR-195	箱型主翼構造模型のひずみ分布とたわみに関する計算と実験 Results of Strains and Deflection Measurements Carried out on Model Wings and their Comparison with Calculated Results	1970年5月 久能和夫
TR-196	回転式動安定測定装置による遷音速試験 Dynamic Stability Test in Transonic Wind Tunnel Rotary System	1970年5月 小橋安次郎, 河野長正 西武徳, 宮沢政文

TR-197T	Wind Tunnel Investigations of the STOL Airplane, with Attention to the Relations between the Aerodynamic Characteristics and the Wake Structure	May. 1970	Norio INUMARU Kiyomi KITAMURA Nagakatsu KAWAHATA Hitoshi TAKAHASHI Tomoaki SUZUKI
TR-198	低マッハ数における翼型の翼型抗力の計算 A Calculation of the Profile Drag of Airfoils at Low Mach Numbers	1970 年 5 月	河崎俊夫, 石田洋治
TR-199	鈍い頭部を有する円筒物体まわりの超音速流れ Supersonic Flow Fields around Cylindrical Bodies with Blunt Nose	1970 年 6 月	河本巖
TR-200	フライングテストベッドの高度制御システムの検討 (II) シミュレーションによる二、三の問題点の検討 Analytical and Simulation Studies on the Height Control System of Flying Test Bed (II) On Some Problems	1970 年 6 月	堀川勇壮, 甲斐忠夫
TR-201	FA-200 改機の風洞試験 (III) 地面効果 Low Speed Wind Tunnel Test of The FA-200-XS Airplane Model Influenced with Ground Effect	1970 年 7 月	廣末健一, 小野幸次 高橋宏, 桑野尚明
TR-202	過酸化水素分解ロケットモータの実験 The Experimental Investigation of Monopropellant Hydrogen Peroxide Reactor	1970 年 7 月	清水昭紀, 種村利春
TR-203	固体ロケット・多分力テストスタンドの精度について On the Accuracy of the Multi-Component Test Stand	1970 年 7 月	石井進一, 山田晃 鎮西信夫, 引地豊三 工藤賢司
TR-204	ジェットエンジン燃焼器の燃焼性能の研究 Investigation of Combustion Performance of Turbojet Combustor	1970 年 7 月	大塚貞吉, 堀内正司 本間幸吉,
TR-205	差分法による二次元非定常ノズル流の数値計算 Finite Difference Calculations of Two-dimensional Nonsteady Nozzle Flows	1970 年 8 月	石黒登美子
TR-206	航空機の横操縦を行なう人間の動特性についてのシミュレータ実験 (1自由度の場合) A Simulator Experiment to Investigate the Human Behavior in Tracking Tasks	1970 年 8 月	別府護郎, 坂井紀穂 吉田純一
TR-207	境界層内圧力変動による板の振動解析 (I) 一周辺単純支持板 Response Analysis of the Simply Supported Plate to Boundary Layer Pressure Fluctuations.	1970 年 9 月	藤森義典
TR-208	ガスタービン燃焼器 Gas Turbine Combustors	1970 年 9 月	鈴木邦男, 田丸卓 堀内正司, 斎藤隆
TR-209	フライングテストベッド用偏向ジェットパイプの模型実験 Mode Test on Deflected Jet Pipes of NAL Flying Test Bed	1970 年 10 月	田辺義一
TR-210	自由飛行模型 FFM-10 の空力特性について On the Aerodynamic Characteristics of a Free Flight Model FFM-10	1970 年 8 月	河崎俊夫, 斎藤秀夫 河本巖
TR-211	ジェット・フラップ・ロータのホバ特性に関する一模型実験 A Model Test on Hovering Characteristics of Jet-Flapped Rotor	1970 年 9 月	古茂田真幸, 岡遠一 高澤金吾, 戸田亘洋
TR-212	二重噴流の空力的騒音 Aerodynamic Noise of a Circular Double Jet	1970 年 10 月	河野長正

TR-213 ジンバルエンジン駆動用 DPF 方式油圧サーボの試作研究 A Study of Gimbal-Engine Actuated Hydraulic Servomechanism with DPF Hydro-mechanical Compensation Network	1970年9月 畠山茂樹, 輝石 雄
TR-214 軸流圧縮機動翼機植込部の疲労についての実験的研究（隙間のあるピン接合） Experimental Investigation of Fatigue Strength of Axial Flow Compressor Blade Root —Pin Joint Lug Having Clearance between Pin and Pin-Hole—	1970年9月 池田為治, 山岸 崇
TR-215 ジェット輸送機の操縦タスク・アナリシス Task Analysis of Jet Transport ((DC-8))	1970年10月 橋口一雄, 百名盛之 三好範子, 岡部正典 川原弘靖
TR-216 横風中の三次元乱流ジェットの湾曲と発達 Bending and Development of Three-dimensional Turbulent Jets in a Cross Wind	1970年9月 遠藤 浩, 中村正義
TR-217 人工粘性付 Lax-Wendroff およびその変形差分法に関する数値実験 Numerical Test on Lax-Wendroff Difference Scheme with Artificial Viscosity and Its Variations by the Two-Step Method	1970年9月 安喜隆幸
TR-218 軸流回転機の翼の振動について II 翼根部による振動減衰 On the Vibration of Aixal-flow Turbomachine Blade. II Vibration Damping Capacity of the Blade Mounting	1970年10月 宮地敏雄, 星谷昌二 祖父江靖, 網干三郎 熊谷隆王
TR-219 二次元非圧縮性乱流境界層の近似について On an Approximation of Two-Dimensional Incompressible Turbulent Boundary Layer	1970年10月 尾形吉和
TR-220T Application of Dorodnitsyn's Technique to Compressible Two-Dimensional Airfoil Theories at Transonic Speeds	1970年10月 Junzo SATO
TR-221 先端のにぶいフレヤつき物体の空力特性 Aerodynamic Characteristics of a Flared Body with Blunt Nose	1970年10月 谷喬, 河本巖 榎原盛三, 野田順一 橋口博(東京大学)
TR-222 東北地方太平洋沿岸航空路上における乱気流観測 Measurements and Analysis of Atmospheric Turbulence on the Pacific Coast Air Route of the Tohoku District	1970年9月 竹内和之, 小野幸一 山根皓三郎, 矢沢健司 外崎得雄
TR-223 球の仮想質量の円筒境界干涉 Cylindrical Boundary Interference on Virtual Mass of a Sphere	1970年9月 河野長正
TR-224 吹出しをともなう鈍頭物体の衝撃波離脱距離 Shock Stand off-Distance with Mass Injection	1970年12月 吉永 崇
TR-225 NAL-35 DT 型ロケットの構造試験 Results of Structural Experiments on NAL-35 DT Rocket Vehicle	1970年11月 ロケット構造研究グループ
TR-226 薄い片持後退角翼の遷音速フラッタ特性におよぼす集中質量の位置の影響について Some Effects of Systematically Varied Location of One Concentrated Mass on Transonic Flutter Characteristics of Sweptback Thin Cantilever Wings	1970年11月 中井嘆一, 森田甫之 高木俊朗
TR-227 高負荷燃焼器の空気孔からの流れについて (II) —二孔の実験および簡単な解析方法— Investigation of Air Stream from Combustor-Liner Air-Entry Holes (II) —Experiments with Paired Air-Entry Holes and A Numerical Analysis—	1970年12月 相波哲朗, 井上真幸

TR-228	自由飛行模型 FFM-10 の運動特性と飛しょう試験におけるデータ処理法 Flight Dynamics of Free-Flight Model FFM-10 and Data Analysis Method for Free-flight Tests	1970 年 12 月 高島一明
TR-229	単発 STOL 実験機 (FA-200 XS) について Development of the FA-200XS Experimental Airplane	1970 年 12 月 飛行実験部
TR-230	アナログトルク平衡方式による浮動振子型加速度計の研究 Study on the Analog Torque Rebalance Floated Pendulum Type Accelerometers for Guidance and Control Applications	1971 年 1 月 大月正男, 鈴木孝雄 円居繁治
TR-231	高温ターピンノズル翼二次元翼列試験 (第 1 報 対流冷却翼の実験結果について) Two-Dimensional Cascade Test of an Air-Cooled Turbine Nozzle (Part 1 On the Experimental Results of a Convection Cooled Blade)	1971 年 1 月 吉田豊明, 高原北雄 能瀬弘幸, 井上重雄 三村富嗣雄, 白井弘
TR-232	高温ターピンノズル翼二次元翼列試験 (第 2 報 対流冷却翼の実値計算およびアナログ法による翼表面温度分布について) Two-Dimensional Cascade Test of an Air-Cooled Turbine Nozzle (Part 2 On the Temperature Distributions of a Convection-Cooled Biade by Numerical Calculation and Analog Simulation Test)	1971 年 1 月 吉田豊明, 高原北雄 能瀬弘幸, 井上重雄 三村富嗣雄, 白井弘
TR-233	PSD 法の大気乱れに対する航空機強度設計への応用とその問題点 Studies on PSD Method to Aircraft Structural Design for Atmospheric Turbulence	1971 年 1 月 竹内和之, 山根皓三郎
TR-234	Green 関数をラプラス方程式に適用した解法による冷却ターピン翼の温度分布の計算 A Calculation of Temperature Distribution with Applying Green Function to Two-Dimensional Laplace's Equation	1971 年 1 月 西村英明
TR-235	自動着陸予備実験 (1) 電波高度計の性能試験 Preliminay Experiments for Automatic Landing (1) On the Performance Tests of Radio Altimeters	1971 年 4 月 樋口一雄, 堀川勇壮 森幹彦, 小川鑑一 真柳光美, 渡辺顯 名越孝行
TR-236T	Small-Strain Deformations Superposed on Finite Deformations of Highly Elastic Incompressible Materials. Part I Constitutive Equations	1971 年 7 月 Tatsuzo Koga
TR-237	自由飛行模型 FFM-10 による縦の動安定特性の飛しょう実験 Free Flight tests on Longitudinal Dynamics Characteristics of FFM-10 Model	1971 年 4 月 河崎俊夫, 塙武敏 斎藤秀夫, 高島一明 河本巖
TR-238	リフトジェットエンジン JR 100 H の動特性について Dynamic Characteristic of Lift Jet Engine JR 100 H	1971 年 5 月 西尾健二, 遠藤征紀 杉山七契, 越沼威 大畠敏美
TR-239	昇華アブレーションの直接解法 A Direct Calculation of Lublimating Ablation	1971 年 6 月 久保田弘敏
TR-240T	A Method for the Calculation of Lifting Potential Flow Problems —Part 1 Theoretical Basis—	1971 年 7 月 Masao Ebihara
TR-241	YS-11A-500/600 型主翼疲れ試験 (I セーフライフ試験荷重と試験方法) Full-Scale Test of YS-11A-500/600 Turboprop Transport Wing (I Safe-life Fatigue Test Loads and Test Method)	1971 年 7 月 竹内和之, 野原利雄 朝田洋雄

TR-242 热線による三次元平均速度ベクトルとレイノルズ応力の測定 Measurement of Three-Dimensional Mean Velocity Vector and Reynolds Stress by Single Hot-Wire	1971年7月 林 良生, 中谷輝臣
TR-243 揚力をもつ物体のまわりのポテンシャル流れの計算法 I その理論的基礎 A Method for the Calculation of Lifting Potential Flow Problems —Part 1 Theoretical Basis—	1971年7月 海老原正夫
TR-244 超音速風胴における動安定微係数の測定 Measurements of Dynamic Stability Derivatives in Supersonic Blowdown Wind Tunnel	1971年7月 高島一明, 榊原盛三 関根英夫
TR-245 ヘリコプタ高度・速度線図および臨界決定点の解析的推定法 An Analytical Method to Predict Height-Velocity Diagram Critical Decision Point of Rotorcraft	1971年8月 古茂田真幸
TR-246 梁の大変形問題の解析について On Analysis of Large Deformation Problems of Beam	1971年11月 泉 日出夫
TR-247 任意物体のまわりの自由流線理論 On the Theory of Free Streamlines Past an Arbitrary Shape	1971年9月 高橋 伸
TR-248 亜音速流中における二次元翼上の圧力分布の粘性効果を考慮に入れた計算法のプログラム A Description of the Ideas Underlying a Computer Programme for Predicting the Aerofoil Pressure Distributions in Subcritical Viscous Flows	1971年11月 海老原正夫, 石田洋治 小此木時雄
TR-249 一般化 Newton-Raphson 法の計算機容量問題に対する改良最適化アルゴリズム Modified Optimization Algorithm for Computer Storage Problems in Generalized Newton-Raphson Method	1971年10月 志甫 徹
TR-250 はりの大変形解析 Large Deflection of Cantilever Beams	1971年10月 多田保夫, 日下和夫
TR-251 対称スピン衛星のニューテーション運動による慣性力の場とそのニューテーションダンパーへの応用 Inertial Force Field Due to Nutational Motion of Spinning Axi-Symmetric Satellite and Its Application to Nutation Damper	1971年11月 村上 力, 狼 嘉彰
TR-252T A Study of Subsonic Two-Dimensional Wall-Interference Effects in a Perforated Wind Tunnel with Particular Reference to the NAL 2m×2m Transonic Wind Tunnel Inapplicability of the Conventional Boundary Condition	1972年1月 Masao EBIHARA
TR-253 圧縮性流れにおける翼型抗力の計算 A Calculation of Profile Drag of Airfoils in Compressible Flow	1971年11月 石田洋治
TR-254 翼と不連続境界との干渉について Interference Between Wing and Surface of Velocity Discontinuity	1971年11月 犬丸矩夫
TR-255 地球の重力の作用下にある人工衛星の運動に関する研究 The Study on the Motion of an Artificial Satellite in the Earth's Gravitational Field	1971年12月 武内澄夫, 松島弘一
TR-256 リジットヘリコプタローターのホバリングにおける縦揺れ減衰モーメントについて On the Aerodynamic Damping Moment in Pitch of a Rigid Helicopter Rotor in Hovering	1971年11月 高澤金吾

TR-257	周期的な軸力を受ける結合柱の安定 The Dynamic Stability of a Connected Rod under Periodic Longitudinal Force	1972年1月 佐野政明
TR-258	三次元準最適直接式誘導法 Three Dimensional Suboptimal Explicit Guidance for Space Vehicles	1972年1月 大坪孔治
TR-259	回転駆動振動検出型レートジャイロの研究 Study on a Rotary-Drive Vibratory-Output Rate Gyro	1972年1月 山田 博
TR-260	気流全温度測定装置の試作 A High Sensitive Total Atmospheric Temperature Measuring Apparatus	1972年1月 西尾健二, 能瀬弘幸 越沼威, 井上重雄 臼井弘, 大畠敏美
TR-261	光弾性皮膜法による固体推進薬のひずみ測定 Strain Measurement of Solid Propellant Material with Birefringent Coating	1972年1月 越出慎一
TR-262	異径二円筒殻をコーンで連結した軸対称殻の有限要素法構造解析 A Structural Analysis of Cylinder-Cone Cylinder Shells by F.E.M.	1972年1月 小河昭紀
TR-263	多孔壁風洞における亜音速二次元風洞壁干渉効果の研究と航空宇宙技術研究所 2m×2m 亜音速風洞へのその適用 A Study of Subsonic, Two-Dimensional Wall-Interference Effects in a Perforated Wind Tunnel with Particular Reference to the NAL 2m×2m Transonic Wind Tunnel	1972年1月 海老原正夫
TR-264	液体燃料ロケットを用いた衛星打上げ用飛しょう体の初段に関する制御系構成 Flight Control System Design for Launch Vehicle with Liquid Propellant	1972年1月 森英彦, 奥石聰
TR-265	ガスタービン用流体温度検出器 Fluidic Turbine Inlet Gas Temperature Sensor	1972年1月 西尾健二, 遠藤征紀 遠藤篤和
TR-266	鈍い頭部を有するロケット胴体の空力特性に関する二, 三の考察 Some Consideration on the Aerodynamic Characteristics for a Body of Rocket with Blunt Nose	1972年1月 河本巖
TR-267	フロント・ファンの研究 Aerodynamic Design and Test Result of Front Fans	1972年1月 藤井昭一, 西脇英夫 五味光男, 菅原昇 武田克己
TR-268T	Aerodynamic Design and Test Results of Front Fans	Jan. 1972 Shoichi FUJII, Hideo NISHIWAKI, Mitsuo GOMI
TR-269T	Approximation of Linear Operator Semigroups	Feb. 1972 Tadayasu TAKAHASHI
TR-270	円筒殻の座屈実験 The Experiments on the Buckling of Circular Cylindrical Shells	1972年2月 戸田勧, 日下和夫
TR-271	並列結合はりの振動 On the Vibration of Three-Parallel-Beams	1972年2月 林洋一, 篠地恒夫
TR-272	亜音速軸流タービンの研究(第一報) —タービンノズル円環翼列の実験— An Investigation of a Transonic Axial-Flow Turbine (I) —A Cold Air Test of the Annular Turbine Nozzle Cascade—	1972年2月 鳥崎忠雄, 能瀬弘幸 森田光男, 井上重雄 関根静雄
TR-273	高速軸流タービンの研究(第二報) —1段軸流タービンの研究— An Investigation of a High Speed Axial-Flow Turbine (II) —A Investigation of a Single Stage Turbine—	1972年2月 鳥崎忠雄, 森田光男 能瀬弘幸, 関根静雄 井上重雄

TR-274	軸流圧縮機ディスクの強度 (1外周付近に多数のピン孔を有するディスク) Investigation of Axial-Flow Compressor Disc (1 On the Disc with Many Pin Hole)	1972年2月	松末勝利, 米内山誠
TR-275	高度制御試験設備 Height Control Test Equipment for VTOL Aircraft	1972年2月	松木正勝, 鳥崎忠雄 西尾健二, 遠藤征紀 吉田晃, 中山晋一 岩部柱相, 武田克己 関根静雄, 越沼威
TR-276	フライングテストベッド機体総合実験 —エンジンを除く本体の機能— Overall Ground Experiments on Flying Test Bed for VTOL Aircrafts at National Aerospace Laboratory	1972年2月	滝澤直人, 田辺義一 渋谷昭義, 小川敏雄 藤枝郭俊, 甲斐忠夫 西村博史, 小野幸一 後藤芳夫
TR-277	円環状デフューザの乱流境界層の発達 Development of Turbulent Boundary Layers Along the Curved Walls of an Annular Diffusing Passage	1972年2月	藤井昭一, 五味光男 西脇英夫 Theodore H. Okiishi
TR-278T	Development of Turbulent Boundary Layers Along the Curved Walls of an Annular Diffusing Passage	Feb. 1972	Shoichi Fujii Theodore H. Okiishi
TR-279	直線硬化特性材料での有孔帯板内の応力およびひずみの集中係数について Stress and Strain Concentration Factors of Strips With a Control Circular Hole in Linearly Strain-Hardening Materials	1972年2月	青木由雄, 倉元真美 小林芳人, 国尾武
TR-280	ガンタンネルによる鈍頭円錐の極超音速空力特性試験 Experimental Study on the Hypersonic Aerodynamic Characteristics of Spherically Blunted Cones by the Gun Tunnel	1972年5月	曾我国男, 小野寺信幸
TR-281	ジェットエンジンのデジタル制御 (1) 装置および予備実験 Digital Control of Jet Engines (1) Control System and Preliminary Experiments	1972年7月	西尾健二, 遠藤征紀 杉山七契, 越沼威 大畑敏美, 松田幸雄 吉田晃, 中山晋一
TR-282	高温ターピン試験設備およびその計測装置 On the High Temperature Turbine Test Facilities and the Data Processing System	1972年6月	原動機部
TR-283	エンジン特性の実時間シミュレーション(I) (装置および特性) Real-time Simulation of Jet Engines with Digital Computer (I) (Fabrication and Characteristics of the Simulator)	1972年7月	西尾健二, 杉山七契 越沼威, 橋本武男 大畑敏美, 市川英夫
TR-284	高 dn 値における玉軸受の性能に関する研究 Study on Performance of Ball Bearings at High dn Values	1972年5月	宮川行雄, 関勝美 横山正幸
TR-285	高温固体潤滑剤としての一酸化鉛 (PbO) に関する基礎的研究 Study on Lead Monoxide as Solid Lubricant for High Temperatures	1972年5月	宮川行雄, 西村允 安部亘
TR-286T	An Investigation of Secondary Injection Thrust Vector Control	May 1972	Tashuo YAMANAKA
TR-287	内面加熱を受ける中空円筒の非定常熱応力 Transient Thermal Stresses of the Hollow Cylinder Subjected Uniform Inner Heating	1972年5月	江川幸一, 竹中幸彦
TR-288	低アスペクト比後退角片持平板翼の遷音速および超音速のフラッタ特性 The Transonic and Supersonic Flutter Characteristics of Low Aspect Ratio Sweptback Thin Cantilever	1972年5月	中井咲一, 森田甫之 菊地孝男, 高橋実 東久保正年

TR-289T	Transient Hypersonic Leading-Edge Flow	June 1972	Katsuhisa KOURA
TR-290	二自由度回転駆動振動検出型ジャイロの研究 Study of a Rotary-drive Vibratory-output Two-degree of Freedom Gyro	1972年7月	山田 博
TR-291	はり板結合構造物の振動(III) On the Natural Vibration of Plate-Beam Combination Structures (III)	1972年7月	填 武敏, 林 洋一 多田保夫, 戸田 勘 日下和夫
TR-292	翼型の非圧縮乱流ウェーク流の近似計算法 一対称ウェーク流の場合 An Approximate Calculation Method of Incompressible Turbulent Wakes Behind Aerofoils —Symmetrical Wake Flow Case—	1972年7月	石田 洋治
TR-293	き裂先端塑性域に線形な応力分布のある弾塑性モデルの解析 An Elastic-Plastic Analysis of a Crack with Linearly Distributed Stress in the Plastic Zone	1972年8月	寺田 博之
TR-294	ジェットフラップを持つ高揚力機の地面効果 Effect of Ground Proximity on the Longitudinal Aerodynamic Characteristics of an Airplane with a Jet-Flapped High Lift Wing	1972年8月	遠藤 浩, 高橋 宏 中谷輝臣, 綿貫忠晴
TR-295	自機搭載型軌道保持システムのための軌道決定と制御 Orbit Determination and Control Method for Self-Contained Station-Keeping Systems	1972年8月	松島 弘一
TR-296	航空用ガスタービン燃焼器のライナ壁面の冷却 Liner Cooling of the Aeronautical Gas Turbine Combustor	1972年8月	相波 哲朗
TR-297	Green関数を二次元ラプラス方程式に適用した解法による冷却タービン翼の温度分布の計算 (境界条件として温度勾配を与える場合) A Calculation of Temperature Distribution by Applying Green's Function to a Two-Dimensional Laplace Equations	1972年8月	西村 英明, 白井 弘
TR-255T	The Study on the Motion of an Artificial Satellite in the Earth's Gravitational Field	Aug. 1972	Sumio TAKEUCHI Koichi MATSUSHIMA
TR-298	航空機用対気速度計の位置誤差について Experiment on Airspeed Calibration Procedure	1972年12月	幸尾治郎, 岡遠一 塚野雄吉, 矢沢健司 小野孝次
TR-299	遷音速における二次元翼の抵抗発散 On the Drag Divergence of Two-Dimensional Airfoils at Transonic Speed	1973年1月	神谷信彦
TR-300	そり角の小さい遷音速二重円弧二次元翼列実験 Experimental Investigation of Two Dimensional Cascade Performance with Thin and Low-Cambered Double-circular-Arc Blade Sections at Transonic Inlet Mach Number Range	1972年10月	坂口 一, 近藤 博 高森 晋, 岩下敬吾
TR-301	観測系の評価に関するひとつの数学的理論 A Mathematical Theory on Evaluation of Observation Systems	1972年9月	木村 武雄
TR-302	Kalman-Bucy フィルターによる誘導誤差の推定 Estimation of Guidance Errors by Kalman-Bucy Filtering Technique	1972年10月	村田 正秋
TR-303	ジンバルエンジン駆動用油圧制御系に適したIDPF サーボバルブの研究 Studies of IDPF Servovalve Appropriate for Gimbaled Engine Positioning Hydraulic Control Systems	1972年11月	畠山茂樹
TR-304	ドラグカップ型ジャイロモータの同期化制御の研究 Study on a Synchronizing Control of a Drag-Cup Gyro Motor	1972年11月	山田 博

TR-305 オイラー角表示による座標変換のアルゴリズム Coordinate Transformation Algorithm by the Eulerian Angels Representation	1972 年 11 月 狼 嘉 彰
TR-306 フライングテストベッド用付帯設備の計画 System Design of Facilities for VTOL Flying Test Bed at National Aerospace Laboratory	1972 年 11 月 滝澤直人, 渋谷昭義 小川敏雄, 藤枝郭俊 甲斐忠夫, 宮本義人 田辺義一, 竹内和之 小野幸一
TR-307 プラズマ風洞アーク加熱器, ノズル流およびノズル噴流に対する諸考察 Some Characteristics of the Arc-Heater, Nozzle Flow, and the Underexpanded Jet in the NAL 60 kW Plasma Wind Tunnel	1972 年 12 月 松崎利一, 平林則明
TR-308 固体ロケット推進薬の超音波探傷 On the Ultrasonic Inspection of Separation in Solid Propellant Rocket Motors	1972 年 12 月 清水盛生, 野口義男 種村利春
TR-309 複数翼をすぎる二次元, 非圧縮, ポテンシャル流れの緩和法による計算 A Numerical Calculation of a Two-Dimensional Incompressible Potential flow Around a Set of Airfoils by Applying the Relaxation Method	1973 年 1 月 中村正義
TR-310 圧縮流体の Navier-Stokes 方程式に対する数種の差分法とその評価 An Evaluation of Several Difference Methods for Compressible Navier-Stokes Equations	1973 年 3 月 石黒登美子
TR-311 界面最大引張り応力基準での固体推薬での降伏曲面(三次元)について On a Failure Criterion of a Solid Propellant under Tri-axial Stress Fields	1973 年 3 月 遠藤修司, 河田幸三
TR-312 最適制御理論を応用したフレア制御系について Simulation Study on Flare Control System by Optimization Theory	1973 年 3 月 渡辺顯, 堀川勇壮
TR-313 BTE 翼型の遷音速二次元翼列についての一実験 Experimental Investigation of Two-Dimensional Cascade Performances with Blunt Trailing Edge Blade Sections at Transonic Inlet Mach Number Range	1973 年 3 月 坂口一, 近藤晋, 岩下敬吾 高森孝
TR-314 低アスペクト比後退角平板翼の遷音速フラッタ特性におよぼす翼端付加質量の重心位置の影響 Some Effects of Center of Gravity Locations of Added Mass on Transonic Flutter Characteristics of Low Aspect Ratio and Sweptback Thin Cantilever Wing	1973 年 3 月 中井暎一, 森田甫之 菊池孝男, 東久保正年 高橋実
TR-315T Natural Vibration and Flutter of Cylindrically Curved Panels	Apr. 1973 Yuji MATSUZAKI
TR-316 推力中断型固体ロケット用プロペラントの組成と圧力指数の関係 Relation between the Compositional Variables and the Pressure Exponent of Controllable Solid Rocket Propellant	1973 年 4 月 五代富文, 清水盛生 伊藤克弥, 西村久男 種村利春, 藤原勉
TR-317 ファンエンジンの性能に関する考察 Some Considerations on the Performance of the Fan Jet Engine	1973 年 5 月 鳥崎忠雄, 森田光男 関根静雄
TR-318T A Convergence theorem of nonlinear semi-groups and its application to first order quasilinear equations	June 1973 Tadayasu TAKAHASHI
TR-319 フライングテストベッド全機作動実験 —予備・第一次・第二次実験— Ground Operation Tests of Flying Test Bed for VTOL Aircraft at National Aerospace Laboratory	1973 年 6 月 滝澤直人, 田辺義一 渋谷昭義, 小川敏雄 藤枝郭俊, 甲斐忠夫 宮本義人, 鳥崎忠雄 小野幸一

- TR-320 地球の重力の作用下にある人工衛星の運動に関する研究—運動が長期間にわたる場合—
The Study on the Motion of an Artificial Satellite in the Earth's Gravitational Field—in the Case of the Long Maneuver of Free Orbital Motion—
- TR-321 空冷軸流タービンの空力性能に関する研究
(第1報空冷タービンの設計および全体性能に関する実験研究)
Cold-Air Investigation of an Air-Cooled Axial-Flow Turbine (Part 1 Turbine Design and Overall-Stage Performance without Supply of Cooling Air)
- TR-322 IC 演算増幅器を利用した乱流頻度計
Application of Intergrated Circuit Operational Amplifiers on Turbulence Intermittency Meters
- TR-323 月と太陽の引力の作用下にある地球の人工衛星の運動に関する研究
The Study on the Motion of an Artificial Earth Satellite under the Gravitational Attraction of the Sun and Moon
- TR-324 偏擺れ振動するT型尾翼に働く、非定常ローリングモーメントの測定
Measurement of Rolling Moments Acting on the Stabilizer of T-tails Oscillating in Yaw
- TR-325 ロケットの分離特性に関する研究
Some Investigation on the Separation Characteristics of a Two-Stage Vehicle Model
- TR-326 電子衝撃型水銀イオンエンジンの研究
Experimental Investigation on 5cm Mercury Electron Bombardment Ion Engine
- TR-327 ガスターイン燃焼器のライナにおける伝熱
On the Liner Heat Transfer of Gas Turbine Combustor
- TR-328 連続板の振動
Natural Frequencies of Continuoue Plate
- TR-329 ジェットエンジン用薄肉組立ロータの曲げ剛性
(静荷重試験と振動試験による測定と有限要素法による計算)
Flexural Rigidity of the Thin Walled Build-up Rotor for the Jet Engine (Measurement by Static Load Test and Vibration Test and Calculation by Finite Element Method)
- TR-330T 線形シェル理論について
On the Linear Theory of Thin Elastic Shells
- TR-331 非線型層流安定理論と数値計算
(第一報 べき級数展開による Orr-Sommerfeld 方程式の数値解法)
A Non-linear Hydrodynamic Stability Theory with Numerical Calculations—Part I A Power Series Method for the Numerical Treatment of the Orr-Sommerfeld Equation—
- TR-332 非線型層流安定理論と数値計算
(第二報 平行流における有限擾乱理論と二次元 Poiseuille 流れへの応用)
A Non-linear Hydrodynamic Stability Theory with Numerical Calculations—Part 2 Theoretical Analysis and the Numerical Results for Plane Poiseuille Flow—
- TR-333 非線型層流安定理論と数値計算
(第三報 平板境界層における有限擾乱の計算)
A Non-linear Hydrodynamic Stability Theory with Numerical Calculations—Part 3 Numerical Results for the Flat Plate Boundary Layer—

1973年6月 武内澄夫

1973年12月 山本孝正, 高原北雄
能瀬弘幸, 井上重雄
臼井弘, 三村富嗣雄

1973年6月 織貫忠晴, 佐藤淳造

1973年7月 武内澄夫, 松島弘一

1973年6月 市川輝雄, 磯貝祐二
安藤泰勝, 江尻宏

1973年7月 宇宙研究グループ

1973年7月 中村嘉宏, 東久雄
宮崎勝弘

1973年7月 相波哲朗

1973年7月 林洋一, 川井忠彦

1973年7月 宮地敏雄, 小河昭紀
星谷昌二, 祖父江靖

1973年7月 古賀達蔵, 戸田勸

1973年7月 伊藤信毅

1973年8月 伊藤信毅

1973年7月 伊藤信毅

TR-334 音波と乱流によるソニックブーム波形の変形 Distortions of Sonic Boom Pressure Signature by Sound and Turbulence Interaction	1973年8月 河野長正
TR-335 航空宇宙技術研究所突風風洞の計画と整備試験 Design and Development of the Gust Wind Tunnel at the National Aerospace Laboratory	1973年9月 廣末健一, 北村清美 村上義隆, 進藤重美
TR-336 モアレ法によるひずみ解析 Strain Analysis by the Moire Analyzer Method	1973年9月 青木由雄
TR-337 回転駆動振動検出型ジャイロの運動方程式の一解析 An Analysis of the Equations of Motion for Rotary-drive Vibratory-output Gyros	1973年10月 山田博
TR-338 誘導用浮動型慣性センサに用いる自己制御型八極磁気軸受方式の解析 Analysis on a Passive Magnetic Suspension System with an Eight Pole Stator for Floated Inertial Sensors	1973年9月 滝沢実, 大月正男 鈴木孝雄
TR-339 後退翼模型の遷音速風洞試験結果 A Test of a Swept-back Wing Model Conducted in the NAL 2m×2m Transonic Wind Tunnel	1973年10月 海老原正夫, 浜川晋策 小此木時雄
TR-340 半径方向励磁ヒステリシス型ジャイロモータの研究 Study of a Radial-existig Hysteresis Gyro Motor	1973年11月 山田博
TR-341 推力中断型固体ロケット用プロペラントの消火圧力 Low-pressure Detlagration Limit of Controllable Solid Rocket Propellants	1973年10月 五代富文, 清水盛生 伊藤克弥, 西村久男 種村利春, 藤原勉
TR-342 回転駆動振動検出型加速度計の研究 Study of a Rotary-drive Vibratory-output Accelerometer	1973年12月 山田博
TR-343 一様流中に大きな角度で吹出したジェットの径路と誘導速度場 Path and Induced Field of a Jet Exhansting at a Large Angle into a Uniform Cross Flow	1973年10月 遠藤浩, 桑野尚明 中谷輝臣, 戸田宣洋 飛田和茂
TR-344 対称スピンドル衛星のガスジェットによるニュートーション能動制御 Active Nutation Control of a Spinning Axis-Symmetric Satellite Using a Gas Jet	1973年10月 村上力, 中島厚
TR-345 液体ロケットボンプ用平板ヘリカルインデューサの実験的研究 An Experimental Investigation of Flat-Plate Helical Inducers for Rocket Pumps	1973年10月 上條謙二郎, 鈴木昭夫
TR-346 乱気流上下速度成分の翼幅方向分布の観測 An Observation on Spanwise Distribution of Vertical Atmospheric Turbulence	1973年10月 小野幸一, 外崎得雄 竹内和之, 山根皓三郎
TR-347 多軸ターボファンエンジンの設計点外性能 Off-design-point Performances of Multi-spool Turbo Fan Engines	1973年11月 森田光男, 関根静雄
TR-348 境界潤滑におよぼす雰囲気の影響(第1報) Effect of Atmosphere on Boundary Lubrication (I)	1973年9月 西村允
TR-349	
TR-350 翼胴結合構造物の動的応答の解析例(I) Dynamic Responses of the Structure Model with Built-Up Wings and a Fuselage (I)	1973年12月 塙武敏, 小松敬治
TR-351T Time-resolved Spectroscopic Measurements Behind Incident and Reflected Shock Waves in Ait and Xenon	Dec. 1973 Takashi YOSHINAGA

TR-352	低压下での気相における自燃性推進薬の着火 Gas-phase Ignition of Hypergolic Propellant System at Reduced Pressures	1973年12月	坂本 博, 鈴木昭夫 宮島 博
TR-353	境界層遷移点の測定法 Methods of Detecting Boundary Layer Transition	1973年12月	河合伸坦, 小国保男
TR-354	加速度場におけるコンポジット推進薬の燃焼 Combustion of Composite Propellants in Acceleration Field	1973年12月	石井進一, 新岡嵩 三谷徹, 高橋守 泉川宗男
TR-355	風によって衛星打ち上げ用飛しょう体に生ずる曲げモーメントおよび振動加速度 Bending Moments and Vibration Caused by Wind on Launch Vehicles	1974年1月	森 英彦
TR-356	飛行実験データからカーブ・フィッティングにより安定微係数を求める方法について A technique using a curve fitting method for identifying the stability derivatives from flight test records	1974年1月	別府護郎, 坂井紀穂
TR-357	遅れ微分制御系に対する最適問題 (最適解の存在と一意性) Optimal Problem for Delay-Differential Control systems (on the Existence and Uniqueness of Optimal Solution)	1974年2月	畠山茂樹
TR-357T		1973年2月	畠山茂樹
TR-358	フライングテストベッド高度制御拘束実験 —第3次実験— Semicstrained Height Control Tests of Flying Test Bed for VTOL Aircraft	1974年3月	滝沢直人, 宮本義人 甲斐忠夫, 田辺義一 渋谷昭義, 小川敏雄 藤技郭俊, 小野幸一 鳥崎忠雄, 後藤芳夫
TR-359	ストップホールによる2024-T3アルミニウム合金板材の疲れき裂停止効果 On Fatigue Crack Arresting by Stop-hole in 2024-T3 Aluminum Alloy Sheet Specimens	1974年3月	寺田博之, 角田義秋
TR-360	航空機用アルミニウム合金2024-T4板材における疲れ寿命のばらつきとS-N曲線との関係 Relation Between Scatter of Fatigul Life and S-N curve on Aircraft Structural Aluminum Alloy 2024-T4	1974年3月	下河利行, 浜口泰正
TR-361	翼型断面を有する片持後退翼の遷音速フラッタ特性の実験的研究および片持平板後退翼との比較 An Experimental Investigatio on The Transonic Flutter Characteristics of the Cantilever Swept-back Wing with Aiofoil Section and The comparison with The Thin Cantilever Swept-back wing	1974年5月	森田甫之, 中井暎一 菊地孝男
TR-362T	Interaction of a shock wave with a burning drop	May. 1974	Hiroshi Miyagima J. A. Nicholis
TR-363	はり板結合構造物の振動について(IV) On the Natural Vibration of Plate-Beam Combination Structures (IV)	1974年5月	塙 武敏, 小松敬治
TR-364	空冷ターピン翼の非定常熱応力軽減について On the Reductiom of Unsteady Thermal Stress in Air Cooled Turbine Blades	1974年5月	吉田豊明, 松木正勝
TR-365	図形入出力装置を使用した電気回路解析 Computer Analysis of Linear Electric Circuit with a stronge Tube Graphical Display and Rand Tablet	1974年5月	磯部俊夫
TR-366	カーボン複合材の曲げ疲労強度 Flexural Fatigue Strength of Carbon Composites	1974年6月	吉田敏康, 野口義男 松嶋正道
TR-367	不安定系の手動制御 Manual Contral of Unstable Systems	1974年6月	田中敬司

TR-368T A Method for Predicting Unsteady Aerodynamic Forces on Oscillating Wingo with Thickness in Transonic Flow near Mach Number 1, Part 1 Two Dimensional Theory	June. 1974 Koji ISOGAI
TR-369 高負荷燃焼器の空気孔からの流れについて (III) Investigation of Air Stream From Combustor-Liner Air Entry Holes (III)	1974 年 6 月 相波哲朗, 中野篤治
TR-370 統計的平均としての Miner 則成立条件の検討 Conditions Required to Satisfy Miner's Hypothesis under Statistical Consideration	1974 年 6 月 下河利行
TR-371 ターピン翼の前線部吹出しフィルム冷却に関する基礎実験, (I) 前線付近にあけた円孔列からの吹出し A Preliminary Experiment of Film Cooling of Turbine Bleades with Injection through Holes Located near the Leading Edge	1974 年 6 月 佐々木 誠, 高原北雄 熊谷隆王
TR-372 スピンを与えた固体ロケットモータの燃焼圧力一時間曲線 Pressure Histories of Spinning Solid Propellant Rocket Moter	1974 年 6 月 新岡嵩, 石井進一 三谷徹
TR-373 振動する翼列の吹下ろしの一計算 An Analysis for Down wash behind Oscillating Cascades	1974 年 6 月 市川輝雄
TR-374 ガス分析と光干渉計による液滴模型の燃焼と熱伝達の実験的解析 An Investigation of the Diffusion Flame surrounding a Simulated Liquid Fuel Droplet by Gas Analysis and Optical Interferometry	1974 年 7 月 田丸卓
TR-375 円環ダクト内におかれた輪状渦線しならびに吹出し線による流れ場 Potential Flow Field Induced by Ring Vortex and Source Line in a Cylindrical Annulus	1974 年 7 月 田村敦宏
TR-376 スワラーからの流れについて Investigation of the Flows flowing from Swirlers (I)	1974 年 7 月 相波哲朗
TR-377 質量が変化する弾性飛しょう体の運動方程式 (1) 基礎方程式 The equations of motion of an elastic launch vehicle with varying mass (1) Basic equations	1974 年 8 月 田寺木一
TR-378T 半径方向渦線ならびに吹出し線による円環内の三次元流れ場 Three-Dimensional Flow Field Due to a Radial Vortex and Source Line Spanning an Annulus	1974 年 8 月 田村敦宏
TR-379T Three-Dimensional Inviscid Effects in Axial Flow Turbomachinery & Limitation of Cascade Theory	August. 1974 Atuhiro TAMURA
TR-380 対称スピン衛星の軸方向ジェットによる軸方向制御と制御中におけるスピン軸の挙動について Spin Axis Attitude Control of an Axi-Symmetric Satellit Using an Axial Gae Jet and the Spin Axis Behavior During the Contol	1974 年 8 月 村上力, 狼嘉彰 中島厚
TR-381 安定度調整可能な最適 Reduced Order Observer の設計法 A Design Method of Optimal Reduced Order Observer with Adiustable Stability	1974 年 8 月 川幡長勝
TR-382 自動計測のための力平衡型圧力変換器の試作研究 Research and Development on a Force Balance Type Pressure Transducer for Computer Aided Measurements	1974 年 8 月 松木正勝, 鳥崎忠雄 西尾健二, 高原北雄 能瀬弘幸, 山本孝正 三村富嗣雄, 井上重雄 白井弘, 越沼威

TR-383 翼型を過ぎる遷音速ポテンシャル流の厳密解法 An Exact Solution for Transonic Potential Flow Past Aerofoil Sections	1974 年 8 月 高梨 進
TR-384 人工衛星の運動における Zonal Harmonics による擾動 Zonal Harmonic Perturbations in the motion of an Artificial Satellite	1974 年 8 月 武内 澄夫
TR-385T An Evaluation of Several Difference Schemes for Compressible Navier-Stokes Equation	August. 1974 Tomiko ISHIGURO
TR-386 ディジタル・トルク平衡方式による加速度計の研究 Study on a Digitally Torque-Rebalanced Accelerometer	1974 年 8 月 鈴木 孝雄, 大月 正男 円居繁治
TR-387 人工衛星の運動に対する太陽輻射圧の影響に関する研究 The Effect of Solar Radiation Pressure on the motion of an Artificial Satellite	1974 年 8 月 武内 澄夫
TR-388T Optimum Configuration of Truss Structures	August. 1974 Kazuo KUNO
TR-389 ディジタル式燃料制御装置の試作 Digital fuel controller for liquid jet engine	1974 年 9 月 西尾 健二, 遠藤 征紀 杉山 七義, 越沼 威 松田 幸雄
TR-390 多数の偏心円孔を有する回転円板の応力 Stresses in a rotating disk with a central and noncentral holes	1974 年 10 月 松未 勝利, 長松 昭男 橋本 良作, 米内山 誠
TR-391 伝ばん遅延時間をもつ素子で構成される論理回路のシミュレーション Simulation of Digital Systems Consisting of Elements with Propagation Delay Time	1974 年 10 月 磯部 俊夫
TR-392T On Turbulent Diffusion in Coaxial Jets of Dissimilar Gases	October. 1974 Sigeaki NOMURA
TR-393 誘導用浮動型慣性センサに用いる自己制御型八極磁気軸受方式の実験的研究 Experimental Study on a Passive Magnetic Suspension System with an Eight-pole Stator for Floated Inertial Sensors	1974 年 11 月 滝沢 実, 大月 正男 鈴木 孝雄
TR-394 小口径パイプ内の燃焼波伝播 Propagation of the flame within a Narrow tube	1974 年 11 月 野溝 国生, 田村 洋 奥畠 澄男
TR-395 微小推力による人工衛星の軌道遷移についての数值シミュレーション A Numerical Simulation for the Spiral Raising to the 24-Hours Orbit by a Lowthrust Space Vehicle with Solar Electric Propulsion (S. E. P.) System	1974 年 11 月 吉村 庄市, 上村平八郎 山中 龍夫
TR-396 Clmax におよぼすレイノルズ数およびラフネスの影響 Effects of Reynolds number and roughness on Clmax	1974 年 12 月 神谷 信彦, 中村 正義 伊藤 忠, 板橋 広孝 野村 幸
TR-397 単原子気体および二原子分子気体の非平衡ノズル流 Nonequilibrium Nozzle Flows of Monatomic and Diatomic Gases	1974 年 12 月 松崎 利一, 平林 則明
TR-398 5cm電子衝撃型水銀イオンエンジンの噴出ビームに関する実験的研究 Experimental Investigations on Beams Exhausted from a 5 cm Mercury Electron-bombardment Ion Engine	1975 年 1 月 中村 嘉宏, 東 久雄 宮崎 勝弘
TR-399 穴風風洞での全機模型の縦の穴風応答空気力の計測と解析 Measurement and Analysis of Unsteady Aerodynamic Force for the Vertical Gust on An Airplane Model in the NAL Gust Wind Tunnel	1975 年 1 月 西村 博史, 松下 洋 北村 清美, 村上 義隆

TR 400 正 誤 表

頁	行	式	誤	正
2	23	(2.2)	$u(0, t) = u(1, t) = 0 \quad (0 < x < 1)$	$u(0, t) = u(1, t) = 0 \quad (0 \leq x \leq 1)$
6	18	(3.2)	$\phi(y, t) = \int K(y, t) \phi(y', t') \delta y'$	$\phi(y, t) = \int K(y, t) \phi(y', t') \delta y'$
7	3	(3.13)	$-\frac{4t}{2} \Delta k \sum_{n=1}^N B_n y_{M,n}^2 \prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^N [\theta_{m,n} \frac{du_{m,n}}{\sqrt{2\pi/\Delta k}}]$	$-\frac{4t}{2} \Delta k \sum_{n=1}^N B_n y_{M,n}^2 \prod_{m=2}^M \prod_{n=1}^N [\theta_{m,n} \frac{du_{m,n}}{\sqrt{2\pi/\Delta k}}]$
7	28		$Q_{m+1, n}$	$\theta_{m+1, n}$

航空宇宙技術研究所報告400号

昭和50年1月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表) ●182

印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川2~27~12
