

UDC 519.24:  
518:  
629.73:  
624.042

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-408

## 数値実験による各種ひん度計数法の比較

山根 瞳三郎・竹内 和之  
小野 幸一・朝田 洋雄

1975年2月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

# 数値実験による各種ひん度計数法比較\*

山根 畏三郎\*\*・竹内 和之\*\*

小野 幸一\*\*・朝田 洋雄\*\*

## Comparative Study of Counting Methods by Digital Simulation

By

Kosaburo YAMANE, Kazuyuki TAKEUCHI

Koichi ONO and Hiroo ASADA

### ABSTRACT

Comparison of different counting methods is presented together with the effect of eliminating small amplitude variations on the frequencies.

Using digital computer, two kinds of Gaussian noise, low pass filtered and band pass filtered, were simulated and the frequencies were counted by level crossing count, peak count, zero-crossing peak count and range-mean count methods.

The first three methods showed a good agreement with Rice's theoretical solution in the higher level, but differed each other in the lower level. When the eliminated amplitude was increased the differences between the three methods decreased, but the differences of the three methods from Rice's solution increased.

Range-mean counts were sensitive to the magnitude of the eliminated amplitude and the effect of eliminating small amplitude varied with the shape of power spectral density and the magnitude of the amplitude counted. Also, comparison was made between the range-mean counts and the amplitude frequencies calculated from the three methods of counting mentioned above.

### 1. はじめに

ひん度計数による統計処理は、不規則時系列から必要な情報を抽出するための最も簡便でかつ有効な方法であり、航空機の分野においても計測データのひん度計数処理が広く用いられている。

しかし、ひん度計数法にはレベルクロスひん度、ピークひん度、振幅ひん度等種々の方法があり、さらに計測ノイズ等を除くため微小振幅除去の操作を行なうこともある<sup>1)</sup>。航空機の突風荷重ひん度を1つ例にとっても、その方法は各国各人によって異なり統一的な方法はない。

これ等種々のひん度計数法はそれぞれ異なった特性を有しているので、不規則時系列から必要とする情報を最も歪みなく効率的に抽出するためには、各ひん度計数法の持つ特性を十分理解しておく必要がある。

本報告では、電子計算機を用いた数値実験により、定常なガウス時系列に対する各種ひん度計数法の特性および微小振幅除去の影響を定量的に求めて、ひん度計数法の選択のための指針を与えた。

### 2. 電子計算機によるひん度計数の数値実験

数値実験はすべて電子計算機 HITAC 5020 で行なった。実験手順は図1に示すように、まず正規ホワイトノ

\* 昭和49年12月25日 受付

\*\* 機体第一部

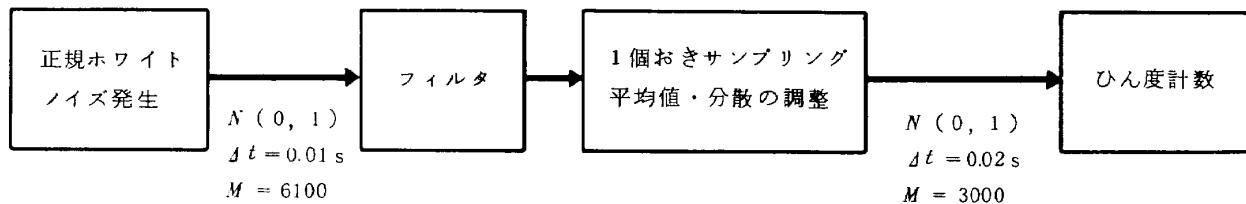


図1 電子計算機によるひん度計数の数値実験法

イズを発生させ、フィルタによりパワースペクトルの整形を行なったのち、時系列の各種ひん度を計数した。

正規ホワイトノイズは、東京大学大型計算機センター・ライブラリー・プログラム 39 (G5/TC/RNRM) により求めた。フィルタ<sup>2)</sup>は比較のためロー・パスおよびバンド・パスの2種を用い、さらに時系列に残された高周波成分を除くため、フィルタの出力を1個おきにサンプリングした。1回のデータの長さは3,000個(60秒)とし、各回ごとに平均値が零、分散が1となるように修正を行なって、時系列のひん度計数を6回行なった。ひん度計への入力のパワースペクトルを図2に示した。○印は6回の時系列の実測値、実線はフィルターの特性から求めた理論値であり、両者は非常に良く一致した。

ひん度計数は次の4種の方法で行なった。(図3)

- レベルクロスひん度
- 累積ピークひん度
- 累積零クロスピークひん度
- 振幅ひん度

レベルクロスひん度は各レベルを正(または負)の勾配で横ぎるひん度であり、正負両側のレベルの正勾配レベルクロスひん度を計数して両者の平均値を求めた。

累積ピークひん度は各レベル以上にある正ピークまたは各レベル以下にある負ピークの総数で、正負両ピークひん度の平均値を求める。

累積零クロスピークひん度は累積ピークひん度に類似しているが、零レベルを横ぎってから次に逆勾配で零レベルを横ぎる間の最大の正ピークまたは最小の負ピークのみを計数するもので、累積ピークひん度と同様、正負両ピークひん度の平均値を求める。

振幅ひん度では正振幅(正ピークとその前にある負ピークの差)のひん度と同時に、振幅中点(正負両ピークの平均値)のひん度も計数した。なお、本報告において、振幅値はすべて半振幅(正負両ピークの差の1/2)で表示した。

ひん度計数時の微小振幅除去の方法は種々あるが、今回作製したひん度計数サブルーチンでは、すべての領域で、隣り合う正負両ピークの差がある一定値以下の波を

無視する方法を用いた。以後、除去する振幅の大きさを正負両ピークの差の1/2で表わし、無効振幅と呼ぶこととする。

### 3. 実験結果および考察

#### 3.1 レベルクロスひん度

ガウス分布に従う時系列のレベル  $a$  における単位時間あたりのレベルクロスひん度  $N(a)$  は、理論解 (S.O. RICE<sup>3)</sup>) が(1)式で与えられ、(2)式のように変形される。

$$N(a) = N_0 \exp \left( -\frac{a^2}{2\sigma^2} \right) \quad (1)$$

$$\log N(a) = \log N_0 - \frac{1}{2\sigma^2} a^2 \quad (2)$$

ただし、 $\sigma$  は時系列の  $r \cdot m \cdot s$  値、また  $N_0$  は時系列が零レベルを正(または負)の勾配で単位時間に横ぎる回数で、それぞれ時系列のパワースペクトル  $\Phi(\omega)$  を用いて(3)、(4)式で求められる。

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) d\omega \quad (3)$$

$$N_0 = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\int_0^{\infty} \omega^2 \Phi(\omega) d\omega}{\int_0^{\infty} \Phi(\omega) d\omega} \right]^{1/2} \quad (4)$$

図4はレベルクロスひん度の実験結果を(2)式の与える傾斜とともに示したもので、無効振幅が零の場合、実験結果は直線性、勾配いずれもRICEの理論と良く一致した。なお、本報告におけるひん度計数結果はすべて6回の実験結果の平均が表示しており、<sup>注</sup>また図4には、無効振幅が零の場合の実測値のバラツキをその最大値と最小値の範囲で示した。

<sup>注</sup> 図4において縦軸のレベルクロスひん度の1回/分は、正および負のレベルを正勾配で横ぎるひん度が合計 6 実験 (1 実験 = 1 分) × 2 (正負両レベル) = 12 回 計測されたことを意味する。実験の結果は最高 3.5 のレベルまでひん度が計測されたが、平均 1 回/分以下のひん度はサンプル数が少ないので省略した。

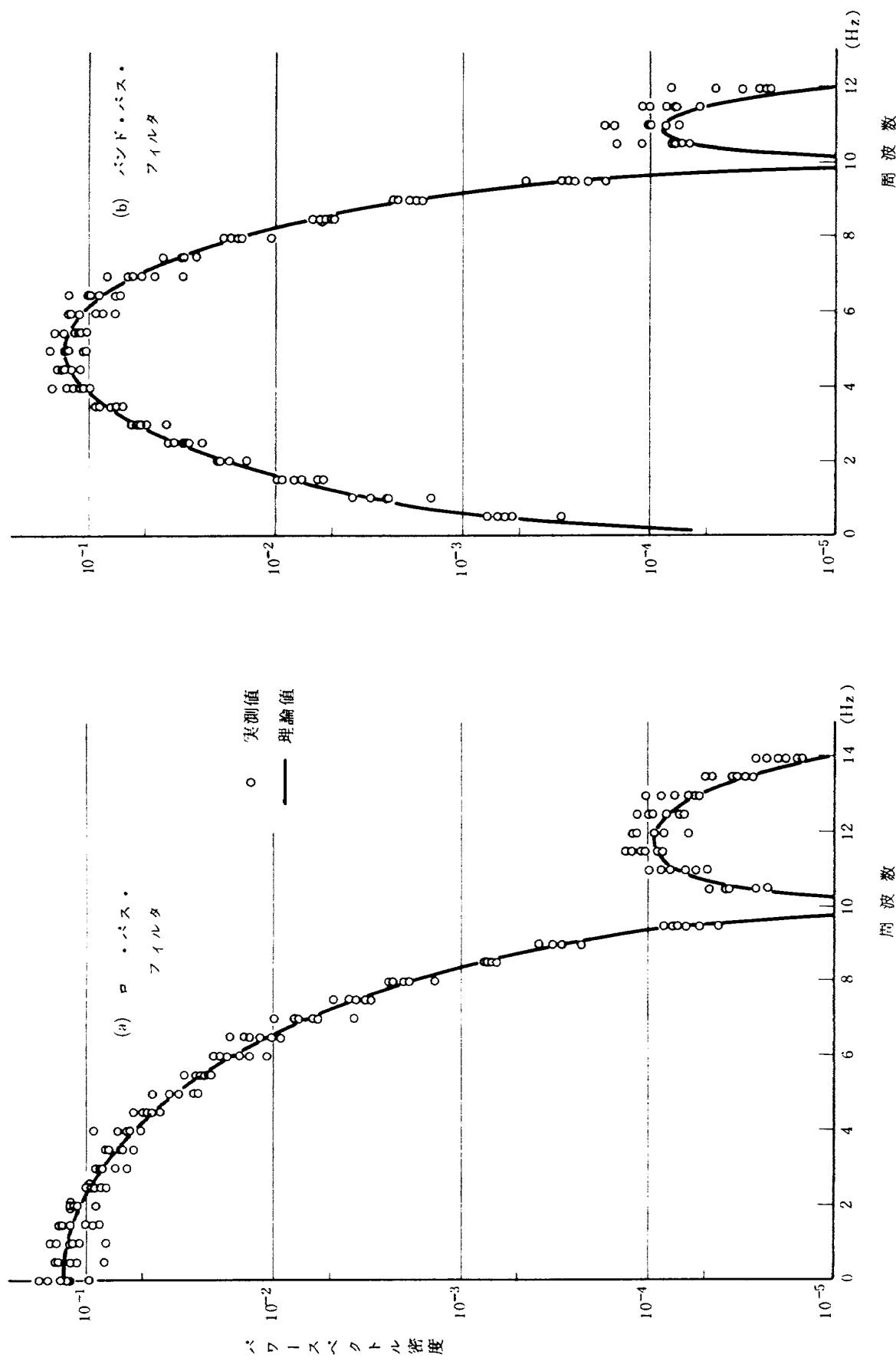


図2 ひん度計への入力のパワー・スペクトル

図 5 には微小振幅除去によるレベルクロスひん度の変化を、無効振幅が零の場合のひん度に対する比で示した。図 4 および図 5 から明らかのように、無効振幅を増大するとレベルクロスひん度は減少し、その効果は低いレベル程大きかった。また、ロー・バス・フィルタの場合とバンド・バス・フィルタの場合とでは微小振幅除去の影響が多少異なり、前者の方が微小振幅除去によるひん度の減少率が大きく、かつより高いレベルまでその影響が残った。

### 3.2 累積ピークひん度および累積零クロスピークひん度とレベルクロスひん度との比較

図 6 には、図 5 に示したレベルクロスひん度(□印)とともに、累積ピークひん度(○印)および累積零クロスピークひん度(△印)の実験結果を比較表示した。ただし、いずれのひん度も、図 5 と同じく、無効振幅が零の場合のレベルクロスひん度を基準とした。

従来、航空機の突風荷重に関しては、ほぼ  $2\sigma$  以上のレベルで、ピーク、零クロスピークのいずれの累積ひん度も(1)式で近似しうるとされている。<sup>4)</sup> 今回の実験結果においても、 $1\sigma$  以下の無効振幅では、ロー・バス・フィルタ、バンド・バス・フィルタのいずれの場合も、 $2\sigma$  以上のレベルでの 3 方法によるひん度はすべて無効振幅が零の場合のレベルクロスひん度とほとんど差がなく、上記のことが確認された。

しかし、低いレベルでは 3 方法によるひん度の間に明らかな差が認められ、累積ピークひん度は低いレベルほどレベルクロスひん度より大きく、累積零クロスピークひん度は中間のレベルでレベルクロスひん度より小さか

った。<sup>5)</sup> このような 3 者間の差は、ロー・バス・フィルタの場合に比べてバンド・バス・フィルタの場合ははるかに少なく、また、無効振幅を増大すると 3 者の差が減少したが、(1)式との差は無効振幅とともに増加した。

### 3.3 振幅ひん度

図 7 には振幅ひん度の実験結果を振幅中点の大きさによって分類表示した。図 8 には、図 7 に示した実測振幅ひん度とともに、前述のレベルクロスひん度、累積ピークひん度および累積零クロスピークひん度の実験結果から換算した振幅ひん度(以後換算振幅ひん度と呼ぶ)を比較して、それぞれ、実線、□印、○印および△印で示した。ただし、換算振幅ひん度は、隣り合うレベルのひん度の差から各レベル区間のピークのひん度を求め、振幅中点はすべて零であると仮定して振幅ひん度に換算した。実測振幅ひん度は、振幅中点の値にかかわらずすべての波の振幅ひん度を用い、また換算振幅ひん度との比較のため、振幅区分を  $0.25\sigma$  ごととした。(図 7 に見られるように、実験は  $0.25\sigma$  ごとの振幅区分で行なった。)

これ等の図を見ると、振幅ひん度の分布形は、バンド・バス・フィルタの場合、実測振幅ひん度と換算振幅ひん度の両者とも振幅が  $1\sigma$  前後の波のひん度が最も多く、Rayleigh 分布に似た分布形を示した。またロー・バス・フィルタの場合も換算振幅ひん度はこれと同様の分布形であったが、実測振幅ひん度は、無効振幅が零の場合、振幅が  $0 \sim 0.25\sigma$  の小さな波のひん度が最も多かった。ただし、微小振幅の除去を行なうと、小さな振幅の波のひん度は急激に減少してバンド・バス・フィルタの場合と同様の分布形となつた。

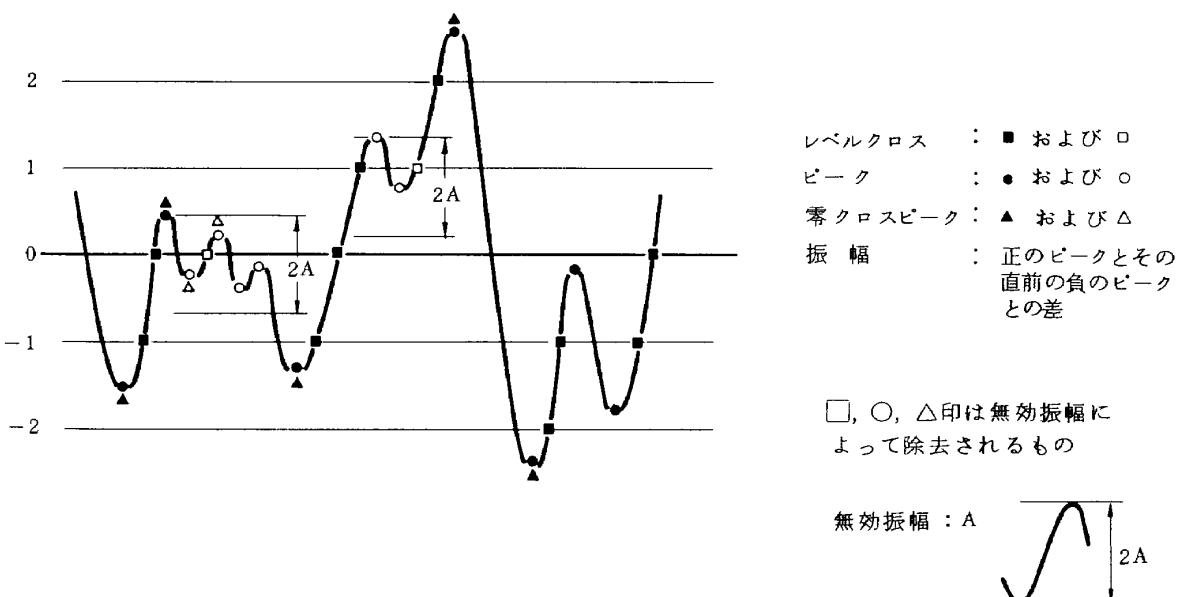


図 3 各種ひん度計数法と微小振幅の除去

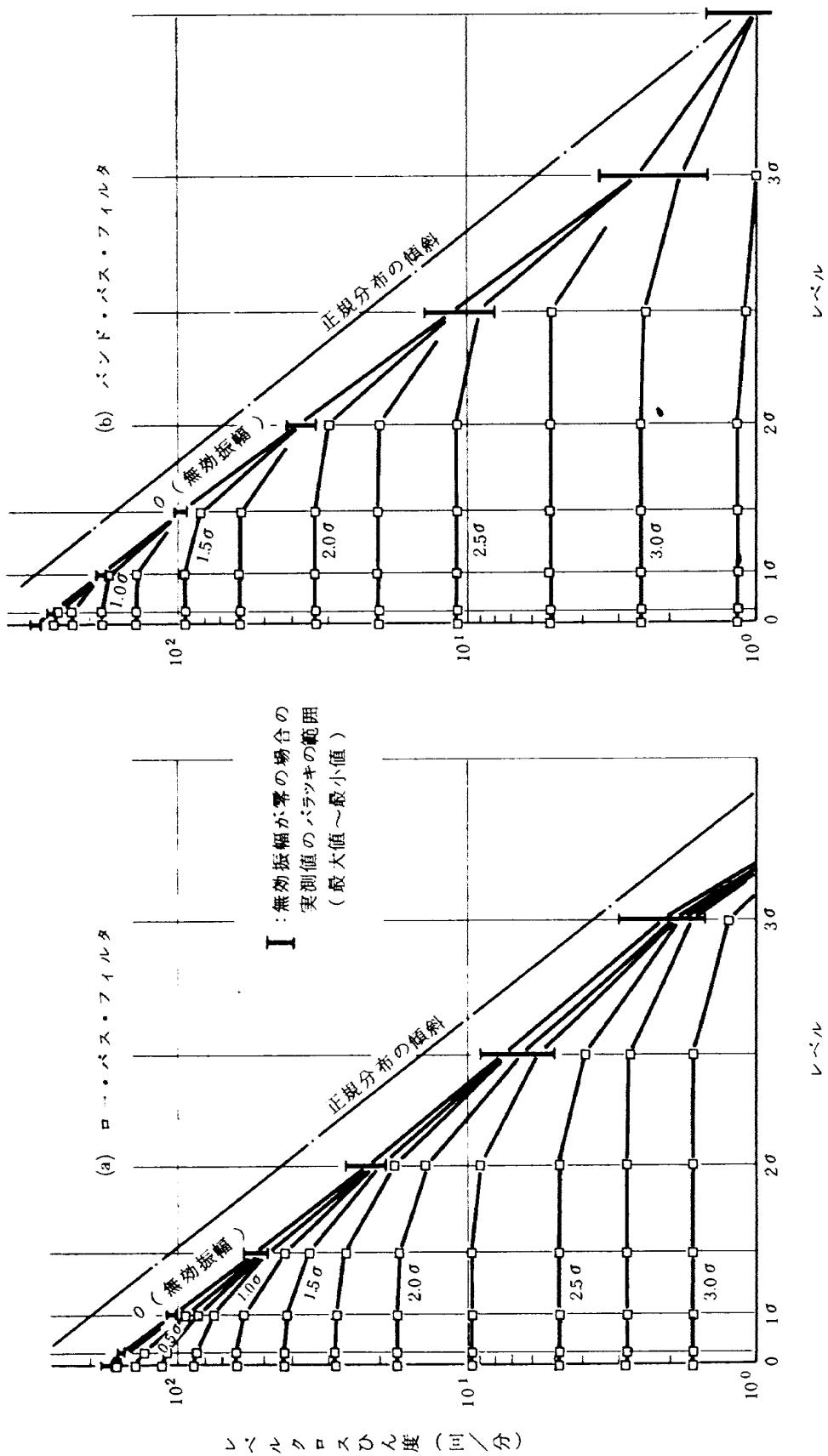


図4 レベルクロスひん度

振幅中点の分布は、図 7 に見られるように、振幅中点が零レベルから遠く片寄った波ほど少なく、振幅中点の片寄りは無効振幅の増大とともに減少した。ただし、バンド・バス・フィルタの場合は、振幅中点の片寄った波のひん度が非常に少なく、無効振幅の影響は明らかでなかった。

実測振幅ひん度と換算振幅ひん度の比較は、図 8 に見られるとおり、振幅の大きさ、無効振幅等によって異なり、複雑な様相を示したが、その特性は大別して比較的大きな振幅(約 1.5σ 以上)の場合と、比較的小さな振幅の場合とに分けられる。

比較的大きな振幅の場合、換算振幅ひん度は、図 6 におけるレベルクロスひん度、累積ピークひん度および累積零クロスピークひん度の比較結果と同様、無効振幅の如何にかかわらずいずれの 3 方法による換算振幅ひん度もほとんど等しく、また、無効振幅が比較的小さい間は無効振幅を増大してもひん度はほとんど一定で、その後減少した。これに対し、実測振幅ひん度は、無効振幅が零の場合は換算振幅ひん度より小さかったが、無効振幅の増大とともに実測振幅ひん度は増加して換算振幅ひん度より大きくなり、その後急速に減少して換算振幅ひん度に近づいていった。

一方、比較的小さな振幅の場合は、無効振幅の如何に

かかわらず、実測振幅ひん度の方が換算振幅ひん度よりも大きかった。換算振幅ひん度の内では、ピーク法による換算振幅ひん度が最大で、極く小さな振幅ではレベルクロス法による換算振幅ひん度が最小であったが、中程度の振幅では零クロスピーク法による換算振幅ひん度が最小であった。無効振幅を増大すると、いずれの方法による振幅ひん度も減少して、また、各方法によるひん度間の差も減少した。

零クロスピークひん度法は、元来微小振幅除去の目的で使用されることが多いが、同方法では中程度の振幅(ロー・バス・フィルタの場合は約 1σ)の波を最も多く除去し、一方、本実験で用いたレベルクロス法およびピーク法に対する微小振幅除去の操作では小さな振幅ほど多くの波を除去する傾向があるように、それぞれの微小振幅除去の効果の差が明瞭に見られた。(図 6 参照)

なお、上に述べた実測振幅ひん度と換算振幅ひん度の差および 3 種の方法による換算振幅ひん度間の差はいずれもロー・バス・フィルタの場合に比べてバンド・バス・フィルタの場合ははるかに少なかった。

#### 4. まとめ

各種ひん度計数法の特性および微小振幅除去の影響を定量的に求めるため、電子計算機を用いた数値実験を行

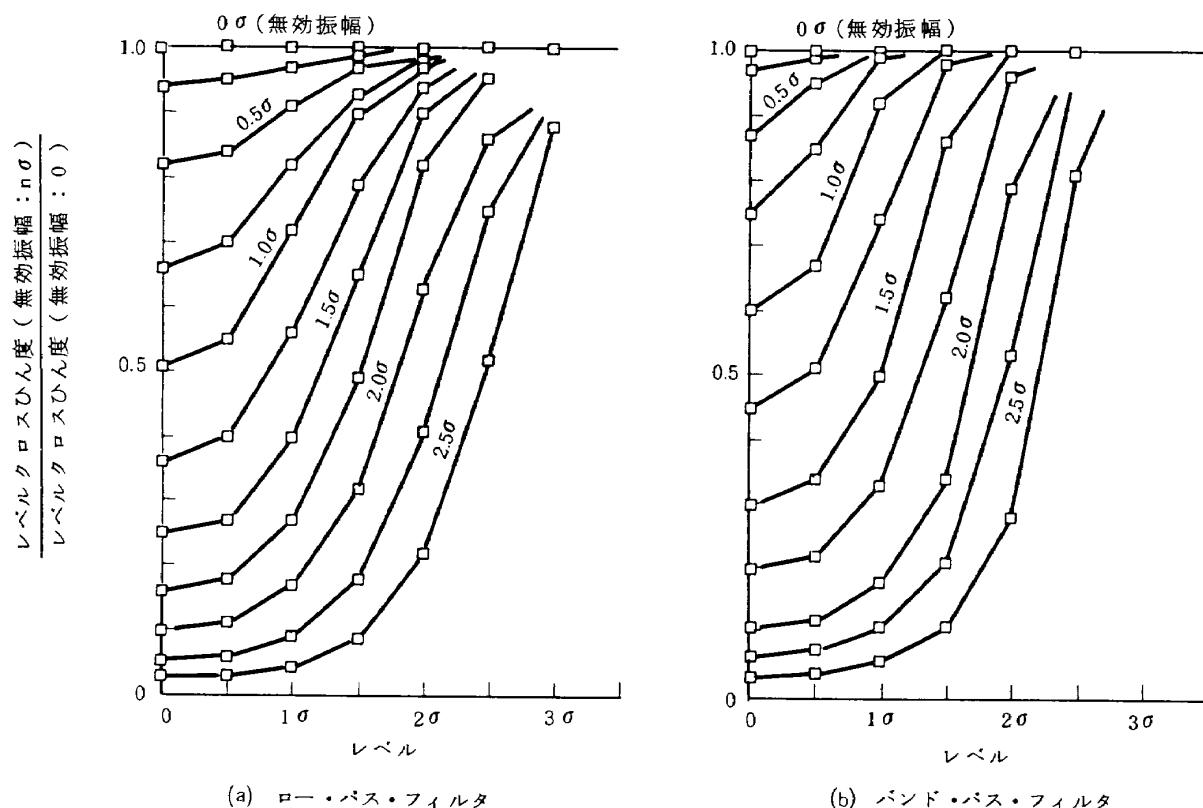


図 5 レベルクロスひん度に対する微小振幅除去の影響

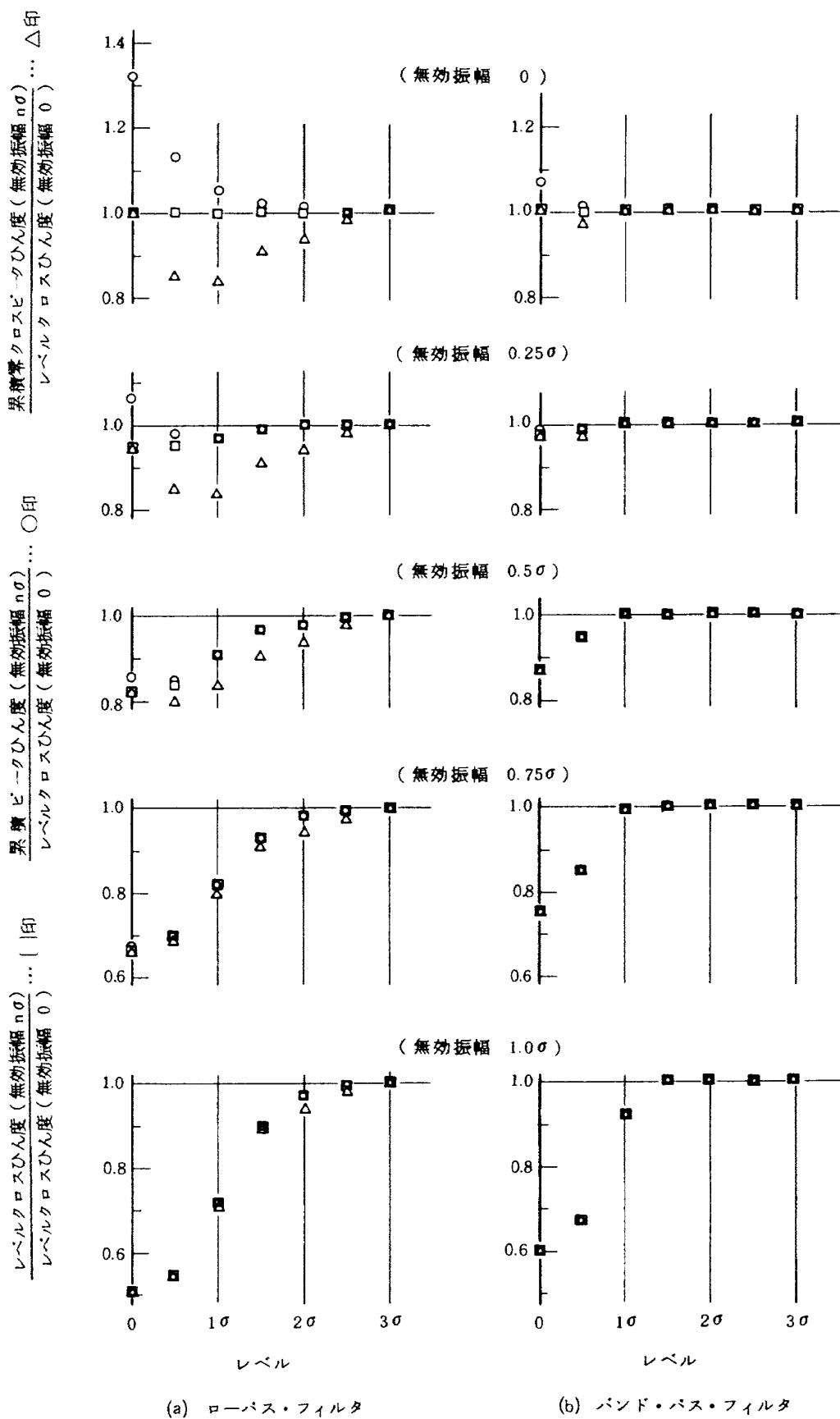


図6 累積ピーカーひん度および累積零クロスピークひん度とレベルクロスひん度の比較

なった。その結果、定常なガウス時系列に関して次の結果が得られた。

(1) 無効振幅が零の場合、レベルクロスひん度はパワースペクトルの特性にかかわらず、すべてのレベル範囲で RICE の理論解 ((1)式) と良く一致したが、累積ピークひん度および累積零クロスピークひん度は比較的低いレベルで (1) 式と差を生じた。この差はロー・バス・フィルタの場合よりバンド・バス・フィルタの場合の方がはるかに少なかった。

(2) 無効振幅を増大すると、レベルクロスひん度、累積ピークひん度および累積零クロスピークひん度の間の差は減少したが、これら 3 者と (1) 式との差は逆に増加した。またレベルが低いほど無効振幅の増大によるひん度の減少率が大きかった。

(3) レベル範囲が相当大きい  $2\sigma$  以上の場合で、かつ、無効振幅が  $1\sigma$  以下の場合は、レベルクロスひん度、累積ピークひん度および累積零クロスピークひん度は、ロー・バス・フィルタ、バンド・バス・フィルタのいずれ

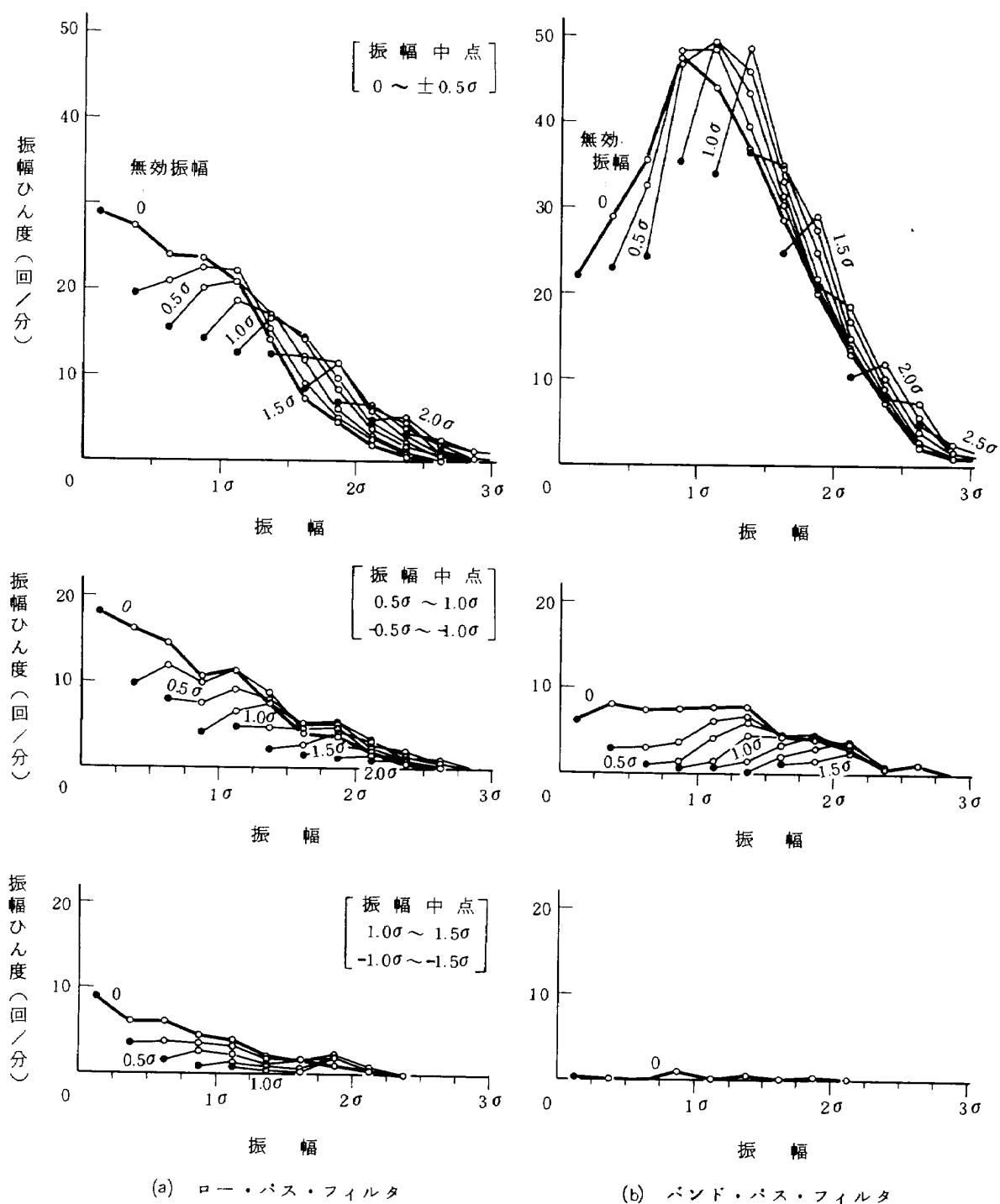


図 7 振幅および振幅中点のひん度

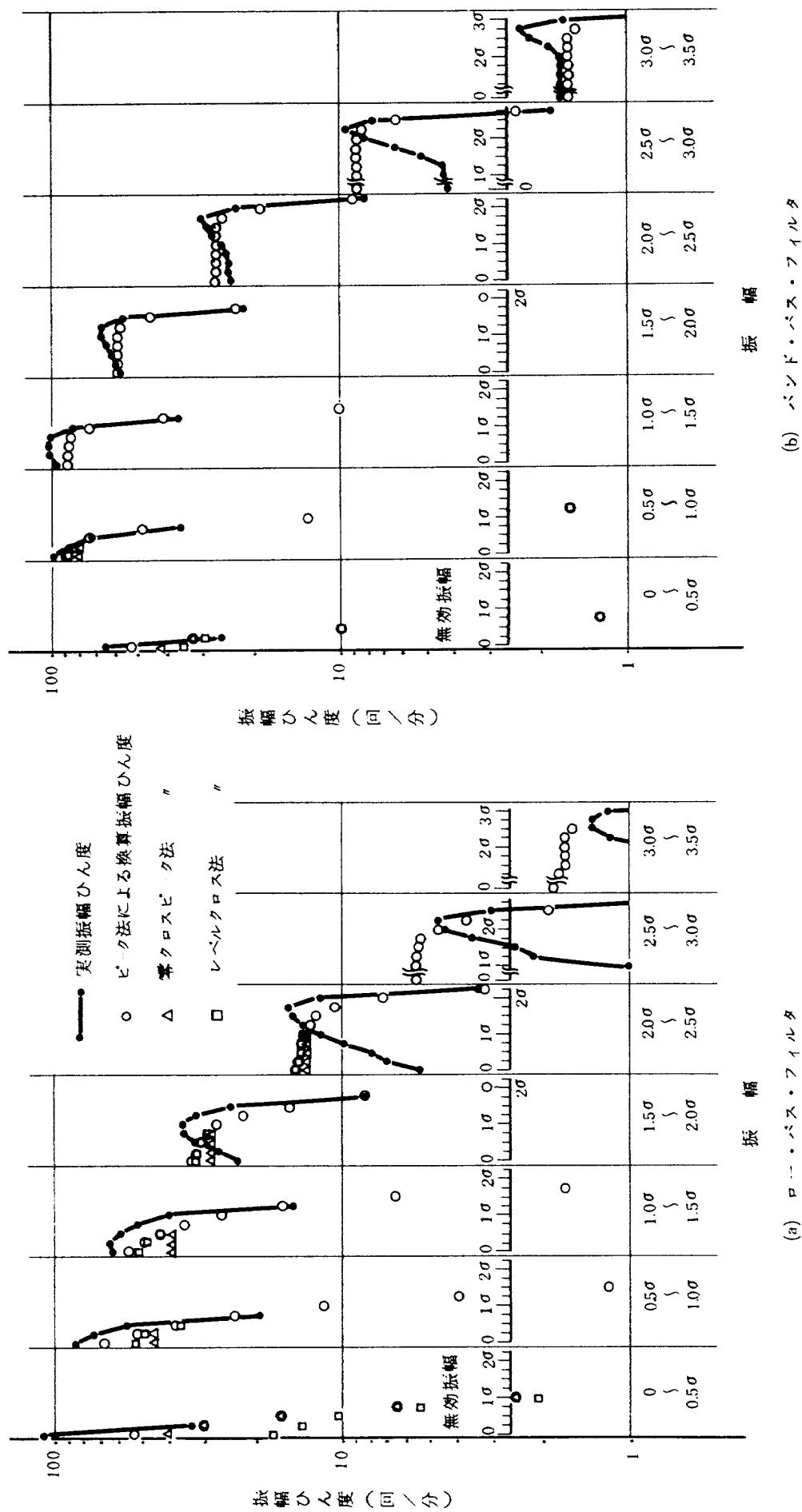


図8 実測振幅ひん度と換算振幅ひん度の比較および微小振幅除去の影響

の場合も(1)式と良く一致した。したがって、振幅ひん度においても比較的大きな振幅の波の場合は、これら3方法から求めた換算振幅ひん度の間にはほとんど差が見られなかった。

(4) 振幅ひん度は、微小振幅除去の方法および振幅ひん度の求め方によって結果に大きな差を生じ、さらに、時系列のパワースペクトルの形状、振幅の大きさ等によってその影響が異なった。

(5) バンド・バス・フィルタの場合の実測振幅ひん度および換算振幅ひん度、ならびにロー・バス・フィルタの場合の換算振幅ひん度はいずれも振幅が $1\sigma$ 前後の波のひん度が最も多く Rayleigh 分布に似た分布形を示した。

(6) 零クロスピークひん度法は、それ自体微小振幅除去の働きを持つが、その効果はレベルクロスひん度法およびピークひん度法に対する微小振幅除去の効果とは異なる特性を有していた。

### 参考文献

- 1) 小野幸一、山根皓三郎：垂直突風および航空機の突風応答に関する実験的研究、航空宇宙技術研究所報告 TR-89, 1965年
- 2) 小野幸一：ヘリコプター振動のパワースペクトル解析、航空宇宙技術研究所資料 TM-18, 1963年
- 3) S. O. Rice; Mathematical Analysis of Random Noise, BSTJ, July 1944, Jan. 1945.
- 4) H. Press, M. T. Meadows and I. Hadlock; A Reevaluation of Data on Atmospheric Turbulence and Airplane Gust Loads for Application in Spectral Calculation, NACA R 1272, 1956.
- 5) R. Sewell; An investigation of Flight Loads, Counting Methods, and Effects on Estimated Fatigue Life, SAE 720305, 1972.
- 6) G. M. van Dijk; Statistical Load Data Processing, NASA SP-309, 1971.

---

## 航空宇宙技術研究所報告 408 号

昭和 50 年 2 月 発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町 1880

電話 武藏野三鷹 (0422) 47-5911 (大代表) 〒182

印刷所 有限会社 共進  
東京都杉並区久我山 4-1-7 (羽田ビル)

---