

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-409

二次噴射による固体ロケットの推力方向制御の研究

石井進一・山田晃  
鎮西信夫・工藤賢司

1975年2月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

# 二次噴射による固体ロケットの 推力方向制御の研究\*

石井 進一\*\* · 鎮西 信夫\*\*  
工藤 賢司\*\* · 山田 晃\*\*

## Thrust Vector Control by Secondary Injection into Rocket Nozzles

by

Shinichi Ishii, Nobuo Chinzei, Kenji Kudo and Akira Yamada

### ABSTRACT

This paper presents an experimental result of secondary injection thrust vector control and an approximate analysis of estimating the control forces produced by liquid injection. The experiment was conducted with the solid rocket motors of about 400kg thrust. The control forces produced by the secondary injection were measured by a four-component test stand. The nozzle was conical, of which expansion ratio was 1:8.1. Fluids of various kinds were used as the injectants, i.e. hydrogen peroxide (90%wt), decomposed gas of hydrogen peroxide (90%wt), Freon 114B<sub>2</sub> and strontium perchlorate (70%wt). The effects of injection location and the injectant flow rate on the produced control forces have been well illustrated by the experiment. An approximate analytical model to predict the disturbance induced by secondary liquid injection has been presented also. The estimated control forces based on the flow model are compared with the experimental results for cases of hydrogen peroxide and Freon 114B<sub>2</sub>.

#### 1. まえがき

ロケットノズルの超音速流中に流体を噴射してロケットの推力の方向を変える研究<sup>1)~4)</sup>はこれまで数多く行なわれてきたが、二次噴射流体と主流の干渉等の複雑な問題があり、まだその解析方法は確立されていない。特に液体二次噴射に関しては、噴射剤の微粒化、蒸発等の問題も加わり解析がより複雑になりその報告も少ない。

その中で、R. Sehgal 等<sup>5)</sup>により、フレオン噴射の場合についてはじめて微粒化、蒸発を考慮した解析が提案された。

本報告は、推力約400 k $\Phi$ の固体ロケットを用いて、燃焼圧力をほぼ一定として、過酸化水素、過酸化水素分解

ガス、フレオン、過塩素酸ストロンチウム水溶液を噴射し、各噴射剤について、噴射位置、噴射流量と横推力性能の関係を明らかにし、また過酸化水素とフレオン噴射については、横推力推定の近似解析を行ない、噴射位置、噴射流量をパラメータに系統的に行なわれた実験結果と比較検討を行なったものである。

横推力推定の解析方法は基本的にはR. Sehgal による解析方法と同一であるが、噴射剤によるノズル内に生ずる主流の状態の変化を考慮したものである。

#### 2. 実験装置

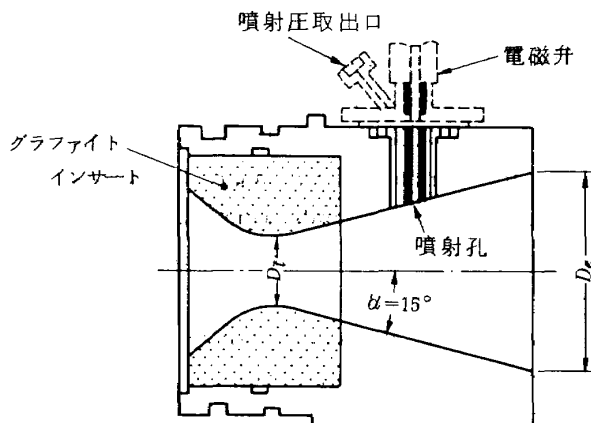
本実験に用いたロケットモータは110 $\Phi$ の直径で、アルミニウム16 $\Phi$ を含むコンボジット系推進薬を使用しその平均有効燃焼圧力、平均推力、比推力はそれぞれ約

\* 昭和49年8月22日 受付  
\*\* 角田支所

42 k $\phi$ /cm<sup>2</sup>, 400 k $\phi$ , 230 sec である。

ノズルは開口比 8.1, 半開角 15° の円錐形厚肉ノズルで、スロート部には直径 28.7  $\phi$  のグラファイトインサートを使用した。ノズル形状の概要を図 1 に示す。二次噴射流体は 90% 過酸化水素 (以下過酸化水素), フレオン 114 B<sub>2</sub>, 70% 過塩素酸ストロンチウム水溶液 (以下過塩素酸ストロンチウム), 過酸化水素分解ガスの 4 種類で、噴射流量は噴射圧力を約 40 k $\phi$ /cm<sup>2</sup> 一定として噴射孔径を変えて主流に対する流量比で約 3~9% の範囲で変化させた。なお液体噴射では噴射孔径を 1.0, 1.4, 1.7  $\phi$  の 3 種類とし 過酸化水素分解ガス噴射に対しては 6.6, 7.6  $\phi$  の 2 種類とした。噴射方向は、液体噴射に対してはノズル軸に直角とし、過酸化水素分解ガスに対してはノズル壁に直角とした。噴射点のノズル開口比は 3.0, 4.6, 6.0 の 3 種類を選んだ。

過酸化水素分解ガス噴射については、図 2 に示すように過酸化水素を電磁弁を経て分解触媒としてサマリウム



$$\frac{A_i}{A_t} = 3.0, 4.6, 6.0 \quad D_t = 28.7 \text{ mm} \quad D_e = 82 \text{ mm}$$

図 1 ノズル形状

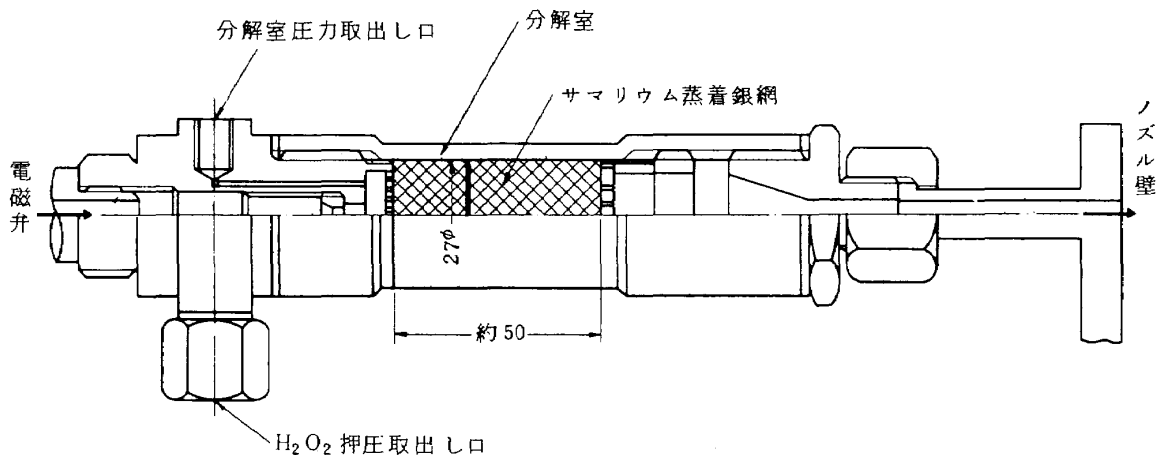


図 2 過酸化水素分解室

蒸着を行なった銀網を装填した分解室に圧送し、分解してノズルへ噴射した。なお過酸化水素の分解については、あらかじめ予備試験を行ない過酸化水素が分解室で二次噴射の一連の実験で採用される噴射圧力と流量の範囲で充分分解することが確認された。分解の確認の方法としては、分解温度と特性速度を基準とした。ロケットモータの有効燃焼時間は約 3.7 sec で、点火後 1 sec の時点で電磁弁によりステップ状に 1 sec 間の噴射を行ない、噴射流量と横推力が安定した点のデータを二次噴射の性能として採用した。推力はロードセルの前後にフレキシヤを取り付けた縦型 4 分力の 1 ton テストスタンドにて計測した。

### 3. 記号

$A$  : ノズル断面積

$A_{ef}$  : 横推力に寄与する有効面積 (19)式参照

$A_i$  : 噴射孔断面積

$A_j$  : 噴射剤の占める流れ断面積 (11)式参照

$a$  : (14)式参照

$b$  : (14)式参照

$C_D$  : 抗力係数

$C_{f0}$  : 壁摩擦係数

$C_P$  : 定圧比熱

$D$  : ノズル直径

$d_i$  : 噴射孔直径

$d_l$  : 液滴直径

$F_s$  : 横推力

$F_s'$  : ノズル内圧力分布変化による横推力 (1)式参照

$F_s''$  : 噴射運動量による横推力 (1)式参照

$F_z$  : 主推力

$g$  : 重力の加速度

- $h$  : 噴射液蒸発潜熱  
 $I_{sp_s}$  : 横比推力 ( $= F_s / \dot{W}_i$ )  
 $I_{sp_z}$  : ロケット比推力 ( $= F_z / \dot{W}_z$ )  
 $l_s$  : 剝離長さ  
 $M$  : マッハ数  
 $P$  : 圧力  
 $P_i$  : 噴射孔出口における噴射流体の圧力  
 $P_{i\infty}$  : 噴射点におけるノズル内圧力  
 $P_r$  : プラントル数  
 $R_e$  : レイノルズ数  
 $r$  : 図5参照  
 $T$  : 温度  
 $t$  : 時間  
 $V$  : 速度  
 $\dot{W}$  : 流量  
 $\dot{W}_i$  : 噴射流量  
 $\dot{W}_z$  : ロケット燃焼ガス流量  
 $x_b$  : 抵抗体表面の  $x$  座標 (12)式参照  
 $y_b$  : 抵抗体表面の  $y$  座標 (13)式参照  
 $y_{viscous}$  : 境界層内で粘性の支配的な厚さ 参考文献 (12)参照  
 $\alpha$  : ノズル半開角  
 $\beta$  : (15)式参照  
 $\gamma$  : 主流ガス比熱比  
 $\epsilon$  : ノズル開口比  
 $\theta$  : 円錐半頂角 図7参照  
 $\lambda$  : 蒸発速度 (6)式参照  
 $\mu$  : 粘性係数  
 $\rho$  : 密度  
 $\sigma$  : 表面張力  
 $\varphi$  : 液滴の運動方向と  $x$  軸のなす角度 図5参照  
 (添字)  
 $c$  : ロケット燃焼室  
 $e$  : ノズル出口  
 $f$  : 第一の円錐面。図7及び(16)式参照  
 $g$  : 主流ガス  
 $g-v$  : 主流ガスと噴射液蒸気の平均  
 $i$  : 噴射点  
 $l$  : 噴射液  
 $p$  : 第二の円錐面。図7参照  
 $s$  : 剝離の起点  
 $t$  : ノズルスロート  
 $v$  : 噴射液蒸気または分解ガス  
 $x$  :  $x$  軸方向。(6), (7)式参照

- $y$  :  $y$  軸方向。(6), (7)式参照  
 $\infty$  : 無噴射時主流状態  
 1 : 衝撃波前方  
 2 : 衝撃波後方

#### 4. 実験結果

本実験で得られた過酸化水素、過酸化水素分解ガス、フロン114B<sub>2</sub>、過塩素酸ストロンチウム噴射の実験結果を表1～4に示す。二次噴射による推力方向制御特性について、噴射点の開口比をパラメータにロケットの流量に対する二次噴射の流量比(以下流量比)と主推力に対する横推力の比(以下推力比)の関係を図3に示す。図4は図3のデータから流量比3%, 6%, 9%における噴射位置と横比推力( $I_{sp_s}$ )の関係を示したものである。ロケットの流量は比推力と推力から算出した。

##### 4.1 噴射剤の性能

過酸化水素および過酸化水素分解ガスはフロン114B<sub>2</sub>、過塩素酸ストロンチウムに比べて約2倍の高い性能を示し、フロン114B<sub>2</sub>と過塩素酸ストロンチウムはほぼ同程度の性能を示した。

過酸化水素、過塩素酸ストロンチウムは酸化剤で、フロンと異なり主流燃焼ガスと反応し、高い性能を有することが推定される。しかし過塩素酸ストロンチウムがフロンと同程度の性能しか示さなかったことは、噴射点下流のノズル長さが短いため、ノズル内を通過する過程で十分蒸発分解が行われず、それ故主流燃焼ガスとの反応もあまり起こらなかったためと推定される。しかし高膨脹ノズルのように噴射点下流のノズル長が長くノズル内で十分蒸発、分解、反応が起こればフロンより優れた性能となることが期待できる。このことは現在進行中の高膨脹ノズルの実験で一部確認されている。これらのことより、一般に二次噴射剤の選択には、その蒸発性、分解ガス分子量、反応性に加えてノズルの大きさを考慮する必要があることがわかる。

二次噴射による横推力は、噴射流体の持つ運動量による反力と二次噴射剤の主流との干渉により生ずるノズル壁圧分布の変化によるものと分けられるが、二次噴射剤が気体の場合は、膨脹により熱エネルギーが運動エネルギーに容易に変換されるために、液体噴射に比べて、運動量による反力が大きくなる。また壁圧分布の変化により発生する横推力については、ノズル内に噴射された噴射剤が抵抗体として主流に干渉することにより発生するとすれば、抵抗体の大きさは壁圧分布の変化による横推力に関与すると考えられる。この抵抗体の大きさを二次噴射剤の主流への貫通高さ $h$ に代表させれば、Chrans<sup>6)</sup>等に

より報告されたように、二次噴射によりノズル内に形成される抵抗体の形を、頭部が半径  $h$  の  $1/4$  球状の鈍頭物体とし、それに働く主流の力と壁に直角な噴射孔より噴射されたガスが  $P_\infty$  まで膨張し壁に沿って流れることによる運動量とのバランスから  $h$  は

$$h \propto \left( \frac{2\gamma_j}{\gamma_j - 1} \right)^{\frac{1}{4}} \cdot (R_j \cdot T_{0j})^{\frac{1}{4}}$$

で表わされ、これは実験的にも確認されている。ここで、 $\gamma_j, R_j, T_{0j}$  は噴射ガスの比熱比、ガス定数、よどみ点温度である。一方比推力  $I_{sp}$  は

$$I_{sp} \propto \left( \frac{2\gamma}{\gamma - 1} \right)^{\frac{1}{2}} (R \cdot T_0)^{\frac{1}{2}}$$

で表わされるので、ロケットの推進剤として高い比推力を持つ過酸化水素分解ガス ( $P_c = 40 \text{ kg/cm}^2, P_e =$

表 1-1 110φモータによる過酸化水素二次噴射実験結果と計算値(その1)

$\epsilon_i = 3$

実験番号		9	15	4	7
実 験 値	$\dot{w}_i / \dot{w}_z$ 目標	3%	3%	6%	9%
	$d_i$ mm	1.0	1.0	1.4	1.7
	$F_s$ kg	15.1	13.2	27.9	34.7
	$F_z$ kg	395.9	415.3	434.4	455.6
	$F_s / F_z$	0.0381	0.0318	0.0642	0.0761
	$P_c$ kg/cm <sup>2</sup>	42.0	43.8	46.5	44.3
	$\dot{w}_i$ gr/sec	51.1	52.3	136.6	164.3
	$\dot{w}_z$ kg/sec	1.72	1.81	1.89	1.98
	$\dot{w}_i / \dot{w}_z$	0.0320	0.0289	0.0723	0.0830
	$I_{sp_s}$ sec	273.5	253.1	204.2	211.0
$I_{sp_z}$ sec	230.4	225.4	239.3	243.2	
計 算 値	$F_s'$ kg	18.4	17.0	32.0	37.6
	$F_s''$ kg	0.4	0.4	1.0	1.2
	$F_s$ kg	18.8	17.4	33.0	38.8

表 1-2 110φモータによる過酸化水素二次噴射実験結果と計算値(その2)

$\epsilon_i = 4.6$

実験番号		10	5	14	19	3
実 験 値	$\dot{w}_i / \dot{w}_z$ 目標	3%	6%	6%	6%	9%
	$d_i$ mm	1.0	1.4	1.4	1.4	1.7
	$F_s$ kg	10.4	19.4	16.5	16.7	25.9
	$F_z$ kg	401.6	442.4	409.1	424.8	471.9
	$F_s / F_z$	0.0260	0.0439	0.0403	0.0393	0.0549
	$P_c$ kg/cm <sup>2</sup>	41.4	47.2	42.2	42.7	47.0
	$\dot{w}_i$ gr/sec	56.5	122.2	106.0	111.9	178.8
	$\dot{w}_z$ kg/sec	1.75	1.92	1.78	1.85	2.05
	$\dot{w}_i / \dot{w}_z$	0.0323	0.0636	0.060	0.0606	0.0872
	$I_{sp_s}$ sec	185.1	158.8	154.8	149.4	144.9
$I_{sp_z}$ sec	224.6	225.6	225.8	233.7	232.4	
計 算 値	$F_s'$ kg	9.9	19.4	17.0	17.7	24.9
	$F_s''$ kg	0.4	0.9	0.8	0.8	1.3
	$F_s$ kg	10.3	20.3	17.8	18.5	26.2

1 atm で  $I_{sp}=150$  sec) は二次噴射剤としても優れた性能を持つことは予測される。

分解ガスの場合、過酸化水素に較べて、噴射反力と噴射剤の主流への貫通高さが大きいことによる圧力上昇が大きい、過酸化水素の場合は蒸発、分解により噴射点下流領域の圧力上昇が大きく、このために今回の実験範囲ではガス噴射と液体噴射の両者がほぼ同程度の制御力を発生したと思われる。

表 1-3 110φモータによる過酸化水素二次噴射実験結果と計算値(その3)

$\epsilon_i = 6.0$

実験番号		1 2	6	1 3
実 験 値	$\dot{w}_i/\dot{w}_z$ 目標	3%	6%	6%
	$d_i$ mm	1.0	1.4	1.4
	$F_s$ kg	7.2	9.1	9.8
	$F_z$ kg	429.0	478.2	400.9
	$F_s/F_z$	0.0168	0.0190	0.0244
	$P_c$ kg/cm <sup>2</sup>	-	49.3	42.3
	$\dot{w}_i$ gr/sec	57.9	102.2	107.7
	$\dot{w}_z$ kg/sec	1.87	2.08	1.74
	$\dot{w}_i/\dot{w}_z$	0.0310	0.0491	0.0619
	$I_{spz}$ gr/sec	124.6	89.0	91.0
	$I_{spz}$ kg/sec	235.1	229.5	224.1
	計 算 値	$F_s'$ kg	-	14.4
$F_s''$ kg		-	0.8	0.8
$F_s$ kg		-	15.2	15.5

表 5 に示されるように本実験に使用した噴射剤の密度の大きさはフロン 114 B<sub>2</sub>, 過塩素酸ストロンチウム、過酸化水素の順序となるが、必要制御力の Total Impulse に対する噴射剤容積は  $\rho_l I_{spz}$  に逆比例するので、この点を考慮しても過酸化水素は他の 3 種の噴射剤に比べて非常に優れた性能を持つことは明らかである。

### 4.2 噴射位置

液体噴射においては、噴射点開口比  $\epsilon_i = 3.0 \sim 6.0$  の本実験の範囲では噴射点がノズル上流ほど高い性能を示したが、過酸化水素分解ガス噴射では  $\epsilon_i = 4.6$  が  $\epsilon_i = 3.0$  よりも高い性能を示した。これはこれまで Zukoski<sup>7)</sup>等が行なった噴射点下流圧力分布の実験から明らかのように、一般にガス噴射の場合は液体噴射に比べてノズル壁の圧力分布の変化により生ずる横推力は噴射点近傍で大きく噴射点下流では小さいことを示している。これらのことはガス噴射は噴射点において大きな抵抗力として作用し、それにより発生する Bow Shock が大きくなり、噴射点よりも下流にいくにしたがい Bow Shock 近傍での圧力上昇がノズル形状(円錐形のために)により有効な横推力成分として取り出せず、また噴射点下流に減圧部が生ずることなどから推定できる。しかるに液体噴射では噴射後蒸発を続ける等の理由から噴射点下流にガス噴射にみられるような減圧部がなく噴射点下流でも大きな横推力を取り出し得ること等、ガス噴射と異なる圧力分布となっていることを示している。

### 4.3 噴射流量

本実験では噴射流量は噴射圧力を一定とし、噴射孔径を変えて変化させたが、図 3 より明らかなように本実験の範囲ではいずれも流量比と推力比の関係はほぼ直線的

表 2 110φモータによる過酸化水素分解ガス二次噴射実験結果

$\epsilon_i = 3.0$

実験番号		1 6	1 7
実 験 値	$\dot{w}_i/\dot{w}_z$ 目標	6%	9%
	$d_i$ mm	6.7	7.7
	$F_s$ kg	23.7	28.3
	$F_z$ kg	406.5	403.8
	$F_s/F_z$	0.0583	0.0701
	$P_c$ kg/cm <sup>2</sup>	41.2	41.0
	$\dot{w}_i$ gr/sec	102.7	141.4
	$\dot{w}_z$ kg/sec	1.77	1.77
	$\dot{w}_i/\dot{w}_z$	0.0581	0.0805
	$I_{spz}$ sec	230.1	200.2
	$I_{spz}$ sec	227.4	225.9

$\epsilon_i = 4.6$

実験番号		1 8	2 8	3 1
実 験 値	$\dot{w}_i/\dot{w}_z$ 目標	6%	6%	6%
	$d_i$ mm	6.7	6.7	6.7
	$F_s$ kg	25.9	26.9	26.4
	$F_z$ kg	398.1	397.9	413.2
	$F_s/F_z$	0.0651	0.0677	0.0639
	$P_c$ kg/cm <sup>2</sup>	-	39.4	42.6
	$\dot{w}_i$ gr/sec	109.17	117.41	105.5
	$\dot{w}_z$ kg/sec	1.731	1.73	1.80
	$\dot{w}_i/\dot{w}_z$	0.0630	0.0679	0.0587
	$I_{spz}$ sec	237.4	229.4	250.4
	$I_{spz}$ sec	229.2	221.5	229.9

で、流量比の増加とともに推力比は増加した。しかし図 3, 4 からわかるように二次噴射の性能  $I_{sp}$  は噴射流量の減少にともない増加した。これは液体噴射においては噴射流量が小さいほど噴射剤の微粒化が良く蒸発も促進されることと、ノズルが円錐形であるために先に 4.2 節で述べたように、二次噴射により形成される Bow Shock が小さいためその近傍で生ずるノズル内の圧力上昇による横推力成分を有効に取り出し得ることを示している。流量比と推力比の関係は前述のように本実験の流

量範囲ではほぼ直線で表わされ、かつその直線を延長した場合零点を通らない。しかし流量比が 0 であれば当然推力比も 0 となることから本実験の流量比より小さい所で推力比が大きな傾きで減少することが推定される。すなわち、ある噴射流量以下になると二次噴射により形成されるノズル内の抵抗力が主流の境界層の厚さを無視できないほど小さくなり、主流に対する干渉が急激に減少する現象と考えられる。この限界の流量は本実験の範囲では確認できなかった。

表 3 110 φ モータによるフロン二次噴射実験結果と計算値

$\epsilon_i = 4.6$				$\epsilon_i = 6.0$			
		3 0	8	3 5	3 2		
実 験 値	$\dot{w}_i/\dot{w}_z$ 目標	6 %	9 %	6 %	9 %		
	$d_i$ mm	1.4	1.7	1.4	1.7		
	$F_s$ kg	11.9	15.1	6.6	10.7		
	$F_z$ kg	382.5	400.0	396.9	409.0		
	$F_s/F_z$	0.0311	0.0378	0.0167	0.0260		
	$P_c$ kg/cm <sup>2</sup>	40.4	42.0	42.1	42.6		
	$\dot{w}_i$ gr/sec	146.4	189.0	147.2	200.1		
	$\dot{w}_z$ kg/sec	1.66	1.74	1.73	1.78		
	$\dot{w}_i/\dot{w}_z$	0.0880	0.109	0.085	0.1125		
	$I_{sp}$ sec	81.1	79.0	45.0	53.2		
	$I_{sp}$ sec	230.1	240.1	226.7	228.7		
	計 算 値	$F_s'$ kg	7.9	9.6	8.2	10.5	
$F_s''$ kg		0.9	1.2	0.9	1.2		
$F_s$ kg		8.8	10.8	9.1	11.7		

表 4 110 φ モータによる過塩素酸ストロンチウム二次噴射実験結果

$\epsilon_i = 4.6$					$\epsilon_i = 6.0$		
		2 1	2 3	2 4	2 5	2 2	2 6
実 験 値	$\dot{w}_i/\dot{w}_z$ 目標	3 %	6 %	9 %	3 %	9 %	9 %
	$d_i$ mm	1.0	1.4	1.7	1.0	1.7	1.7
	$F_s$ kg	6.0	10.3	13.8	2.6	8.7	7.5
	$F_z$ kg	416.1	423.7	399.1	422.7	431.9	410.5
	$F_s/F_z$	0.0144	0.0243	0.0346	0.0060	0.0195	0.0183
	$P_c$ kg/cm <sup>2</sup>	42.6	43.7	41.0	43.5	43.5	42.2
	$\dot{w}_i$ kg/sec	69.9	137.2	192.3	51.5	188.7	198.8
	$\dot{w}_z$ kg/sec	1.81	1.84	1.74	1.84	1.88	1.79
	$\dot{w}_i/\dot{w}_z$	0.0386	0.0745	0.1108	0.0281	0.1005	0.114
	$I_{sp}$ sec	85.6	75.2	41.7	49.4	44.7	37.8
	$I_{sp}$ sec	236.0	233.9	234.1	232.8	233.2	231.2

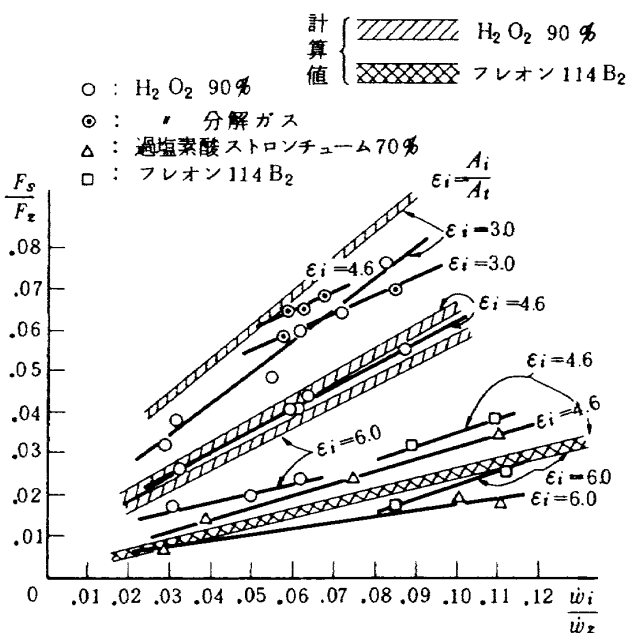


図3 流量比と推力比 (110φ モータ)

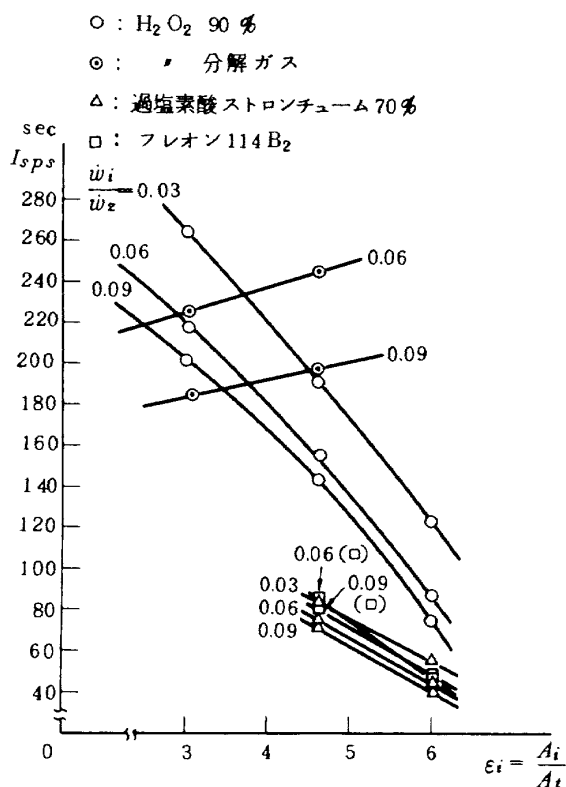


図4 噴射位置と I\_sps

5. 液体二次噴射による横推力の推定

超音速ノズル内に流体を噴射することにより発生する横推力  $F_s$  は次式で与えられる。

$$F_s = F_s' + F_s'' \quad (1)$$

ここで  $F_s''$  は噴射された流体の持つ運動量による反力で次式で与えられる。

$$F_s'' = \dot{w}_i V_{li} + (P_i - P_{i\infty}) A_i \quad (2)$$

$F_s'$  は噴射された流体とノズル内主流の干渉により生じるノズル内壁圧分布の変化によるもので、この干渉は二つの因子に大別できる。一つは鈍頭物体を通過する超音速流において見られるのと同様に、噴射された流体の上流に形成される Bow Shock で、そのノズル壁との衝突点の下流壁圧を上昇させるばかりでなく、ノズル壁に沿う境界層を剝離させ、従って限られた範囲内ではあるが上流の壁圧をも上昇させる。一方、噴射点下流においては噴射直後に微粒化された液滴群が主流により、その運動方向を下流へ向けられつつ移動するが、その間蒸発、分解、及び主流との反応によりまわりの壁圧をさらに変化させる。これがもう一つの因子であるが前の因子に比べて、より複雑である。上記二つの因子はまた互に干渉し合うものである。何故なら形成される Bow Shock は噴射点近くの微粒化、蒸発、分解、反応の程度に依存するし、またそれらに影響を与える主流状態は形成される Bow Shock により決められるからである。さらにノズル内の位置による主流状態変化も上記二つの因子と相互に影響し合うことにより干渉に寄与する。

ここで提案される推定法は Sehgal らの展開した方法と類似のもので、噴射された流体が超音速流中で簡単な仮定に基づいて計算される単一の抵抗力として存在するとみなし、その抵抗力により上述の第二の因子を代表するものである。しかし彼らの方法では上述の二つの因子の相互作用及びノズル内の位置による主流状態変化の影響が無視されている。ここではこれらの影響を可能な限り簡単な方法で取り入れて横推力推定を行なう。

5.1 液体噴射剤によるノズル内の抵抗力形状

Sehgal らによる方法では、噴射され微粒化された液滴は主流による Drag 及び熱の供給を受けて、蒸発しつつ下流へと移動し、この移動の間に噴射された流体の占める容積を増すことにより抵抗力が形成されるとした。彼らはまた各液滴の軌跡が壁に非常に近いことから、蒸気の発生を噴射点から始まり壁に沿う Line Source に代表させた。微粒化、蒸発に関する、噴射された流体、主流ガスの持つ速度、熱力学量、及び物性値に対する抵抗力、Bow Shock、及びノズル内主流状態変化の影響や噴射流体の分解、主流との反応は考慮されていない。ここではこれらの影響を考慮し、抵抗力形状の算出を Sehgal らとやや異なった形で求める。速度、熱力学量、及び物性値の変化を考慮するため計算は繰返しにより求めることになる。物性値に関しては、その熱力学量に対する依存性を単純な形で仮定し、<sup>8)</sup> 分解、反応は噴射された流体の平均温度上昇及び平均分子量変化により代表す



る。噴射された流体の微粒化と蒸発については Sehgal らにより採用された方法をそのまま用いる。噴射直後の液滴の平均粒径は Ingebo-Foster<sup>9)</sup>により次の経験式による。

$$d_{li} = 3.9 (\sigma_l \mu_l / \rho_l \rho_g V_g^3)^{1/4} d_i^{1/2} \quad (3)$$

平均粒径の減少は次式による。

$$\frac{d}{dt} (d_i^2) = -\lambda \quad (4)$$

ここで $\lambda$ は蒸発速度で、Agoston<sup>10)</sup>により次式で示されるようにノズル内の主流状態に依存し、従って本計算では液滴のノズル内移動により変化する。

$$\lambda = (8 \mu_{g-v} / \rho_l) \ln [1 + C_{pg-v} (T_g - T_l) / h] \times (1 + 0.276 R_e^{1/2} P_r^{1/3}) \quad (5)$$

微粒化された液滴は主流との相対速度に基づく抗力と重力の作用の下で、次の運動方程式により移動する。

$$\frac{dV_{lx}}{dt} = \frac{3}{4} \frac{\rho_g}{\rho_l} C_{Dx} (V_{gx} - V_{lx})^2 / d_l + g_x \quad (6)$$

$$\frac{dV_{ly}}{dt} = \frac{3}{4} \frac{\rho_g}{\rho_l} C_{Dy} (V_{gy} - V_{ly})^2 / d_l + g_y \quad (7)$$

ここで $x$ 軸は噴射点を通りノズル壁面に沿い、 $y$ 軸は噴射点を通りノズル壁面に直交するものとする。 $g_x$ 、 $g_y$ はそれぞれ重力加速度の $x$ 、 $y$ 成分である。 $C_{Dx}$ 、 $C_{Dy}$ は抗力係数で、Sehgal らによって与えられている式では資料不足のため使用できない。従ってここでは Gilbert<sup>11)</sup>が燃焼ガス中での固体微粒子の速度遅れを計算する際に、非ストークス流領域の球について経験的に求めた式を用いる。

$$C_D = 28 R_e^{-0.85} + 0.48 \quad (8)$$

ここで $R_e$ は粒径と相対速度に基づくレイノルズ数で、本計算では平均粒径に対して最大で30程度である。(8)式とKane<sup>12)</sup>による超音速流中( $M=2\sim 3$ )での球の抵抗係数を定める実験と比較してみると $R_e=50$ 以下では、ほぼ一致しているので圧縮性の影響は、ここでは無視できるとした。(8)式はまたNeilson<sup>13)</sup>によって超音速ノズル内の微粒子の軌跡を求めるのに用いられている。噴射孔中心を通過して噴射される、平均粒径を持つ液滴を仮定すれば(4)~(8)式よりその軌跡が得られるが、Sehgal らが示したように計算された軌跡はノズル壁に非常に接近している。しかしそのノズル壁に対する傾きは、特に噴射点近くで急激に変化するため無視できない。蒸気の発生はこの液滴により平均的に代表されるとして、また液滴とそのまわりの蒸気は同一速度で流れると仮定すれば、噴射された流体の液流量 $\dot{w}_l$ 及び気体流量 $\dot{w}_v$ は次式で与えられる。

$$\dot{w}_l = \dot{w}_i (d_l / d_i)^3 \quad (9)$$

$$\dot{w}_v = \dot{w}_i - \dot{w}_l \quad (10)$$

噴射された流体が占める流れ断面積 $A_j$ は次式で示される。

$$A_j = \left( \frac{\dot{w}_l}{\rho_l} + \frac{\dot{w}_v}{\rho_v} \right) / \sqrt{V_{lx}^2 + V_{ly}^2} \quad (11)$$

得られた軌跡上の点を中心に、液滴の運動方向に垂直な面上で円弧を描き、この円弧とノズル壁で囲まれる面積が $A_j$ と等しくなるように半径 $r$ を決め、その円弧と $x-y$ 面の交点を抵抗体上の点とする。但し前述のように軌跡の $y$ 成分は非常に小さいので無視される。(図5)従って軌跡 $(x, 0)$ に対応する抵抗体上の点 $(x_b, y_b)$ は、 $\varphi$ を液滴の運動方向(即ち軌跡の傾き)と $x$ 軸のなす角とすれば図5より

$$x_b = x - r \sin \varphi \quad (12)$$

$$y_b = r \cos \varphi \quad (13)$$

抵抗体は上の二式で与えられる曲線の $x$ 軸回りの回転面とする。(11)式において噴射された流体の気体密度はノズル内各点における圧力と、その気体の平均温度及び平均分子量より求めるが平均温度についてフロンの場合には蒸発、分解したガスと主流燃焼ガスとの間に反応が起らないと仮定して、蒸発温度と主流ガス温度との平均値をとった。しかし過酸化水素の場合には、蒸発分解したガスと主流燃焼ガスとの間に反応が起り平均温度も高くなる。平衡計算によれば反応による温度上昇は分解ガスと主流燃焼ガスとの混合比及び主流ガス温度に依存する。本計算では平均温度はノズルの各点における主流ガス温度に対して、主流ガスと分解ガス反応により得られる最高温度と分解温度の平均値とした。平均分子量は分解ガスの値をとった。第一次近似抵抗体を求めるには噴射剤のまわりの主流を無噴射時の状態として、上述の方法で計算し、それ以降の近似では次節以下で記述される方法により計算される変化した流れ状態を噴射剤まわりの主流として計算を繰返す。なおノズル内の自由流は

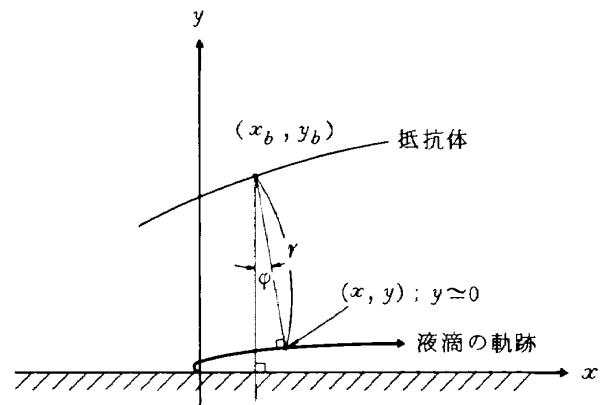


図5 抵抗体形状の決定

等エントロピ的で、境界層の厚さはノズル径，抵抗体の大きさに比べて無視できるものとした。過酸化水素について計算された抵抗体の第一次近似及び最終形状の例を図6に示す。

5.2 Bow Shock 及び Separation Line

ノズル内に前節で求めた抵抗体が形成されることにより，その前方に Bow Shock が形成される。Moeckel<sup>14)</sup> は軸対称あるいは二次元の任意の鈍頭物体に対して音速線を直線で近似することにより，双曲線で近似された Bow Shock の形状を求め，実験とのよい一致を得ている。ここでは彼の方法により次式で与えられる曲線の  $x$  軸まわりの回転面で Bow Shock を近似する。

$$\beta^2 y^2 = x^2 + ax + b \tag{14}$$

$$\beta = \sqrt{M_B^2 - 1} \tag{15}$$

ここで  $a, b$  は定数で， $M_B$  は Bow Shock と  $x$  軸との交点における主流マッハ数である。Bow Shock はノズル壁と衝突することによりノズル壁に沿う境界層を剝離させる。剝離した境界層は  $x$  軸近くでは抵抗体の表面に沿い， $x$  軸から離れた場所ではノズル壁に再付着する。 $x$  軸に沿う境界層の剝離による圧力上昇は二次元流での前向きステップによる剝離の場合と等しいと仮定し，次の Gadd<sup>15), 16)</sup> の経験式を用いる。

$$\frac{P_f}{P_{s\infty}} = 1.15 \left\{ \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{s\infty}^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} (1-0.56^2) M_{s\infty}^2} \right\}^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{16}$$

この式は  $M_{s\infty} = 4$  までに対しては実験とよく一致することが確かめられている。<sup>16)</sup> 剝離圧力比については他に数多く提案されているが，ここではその単純さの故，(16)式が用いられる。剝離域はノズル壁近くを除いて， $x$  軸を対称軸， $x$  軸上の剝離の起点を頂点とする円錐形

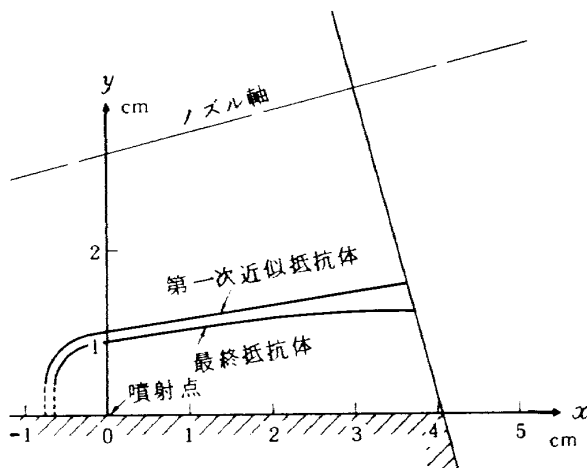


図6 過酸化水素噴射に対する第一次近似抵抗体及び最終抵抗体

に仮定する。Hammit<sup>17)</sup> は円錐を通過する高マッハ超音速流についての近似解法を示しているが，その結果は厳密な数値解と  $M=2$  近くまでよい一致を示しており，ここではこの解法を用い，(16)式で圧力比を与えることにより，仮定された円錐の半頂角  $\theta_f$  及び円錐面に沿う流れマッハ数  $M_f$  が得られる。(図7)この円錐面に沿う流れは Bow Shock により再び圧縮され偏向する。この際の圧力上昇，偏向角，Bow Shock 背後のマッハ数は，先に求めた円錐面に沿う流れに対して前述の方法と同様に(16)式と Hammit の方法を用いて求める。即ち最初の円錐面とは異なる第二の円錐面が形成され，この面に沿う流れは圧力  $P_p$ ，マッハ数  $M_p$  で，また半頂角  $\theta_p$  で前節で得られる抵抗体と接する。(図7) 前節で得られた抵抗体に対して，剝離点における主流マッハ数  $M_{s\infty}$  の第0次近似を仮定し，以上の計算を繰返し行なうことにより  $x$  軸上の剝離点，再圧縮点，そして第二の円錐面と抵抗体との接点を得ることができる。即ち  $M_{s\infty}$  を噴射点における無噴射時のマッハ数として  $x$  軸上の第一次近似剝離点を求め，新たに  $M_{s\infty}$  を計算し，その値が一定値に落ち着くまで計算を繰返す。

$x$  軸から離れた点でノズル壁と衝突する Bow Shock による圧力上昇は壁に沿う主流の衝撃波面に対する法線成分マッハ数より得られる。Rose<sup>18)</sup> は与えられた圧力比の衝撃波が乱流境界層へ入射する際の境界層内圧力影響長さについて，次の実験式を示している。

$$l_s \propto \frac{Y_{viscous}}{\sqrt{C_{f0}} M_{\infty}^5} \left( \frac{P_2}{P_1} - 1 \right)^{2.72} \tag{17}$$

ここで  $P_2/P_1$  は衝撃波と乱流境界層の干渉領域の上流及び下流の圧力比で， $l_s$  は衝撃波入射点から上流の圧力分布に影響を与える点までの長さ， $Y_{viscous}$  は境界層内で壁近くの粘性の支配する厚さ， $C_{f0}$  は壁摩擦係数， $M_{\infty}$  は主流マッハ数で，(17)式で定数を与えることにより，マッハ数の広い範囲で実験とよく一致する。本計算では Bow Shock とノズル壁との衝突点から剝離の起点までの流線に沿う距離を上式の  $l_s$  として， $P_2/P_1$

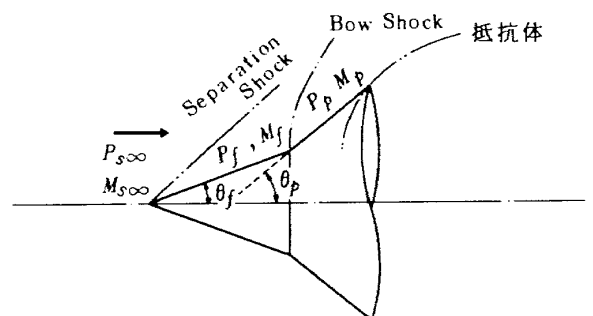


図7 剝離域の円錐による近似

を Bow Shock による圧力比として、さらに *Viscous* を粘性底層の厚さ ( $\propto \sqrt{R_{ex} U_{\infty} \sqrt{C_{f0}}}$ ) に、 $C_{f0}$  はスロートからの距離に基づくレイノルズ数に対しての平板上の非圧縮の値 ( $\propto R_{ex}^{-1/4}$ ) に、圧縮性の影響は壁面と主流の密度比にそれぞれ比例するものとして次式を得る。

$$l_s = \frac{C}{U_{\infty} M_{\infty}^5 (1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{\infty}^2)} \left\{ \frac{\rho_{\infty}}{\mu_{\infty}} (\sqrt{\frac{A}{A_t}} - 1) \right\}^{1/4} \left( \frac{P_2}{P_1} - 1 \right) \quad (18)$$

ここで定数  $C$  の値は先に求めた  $x$  軸に沿う剥離長さから得られる。図 8 には 5.1 で得られた第一次抵抗力に対する Bow Shock とノズル壁の交線及び Separation Line 即ち剥離の起点を結ぶ線を展開したノズル面上に示す。

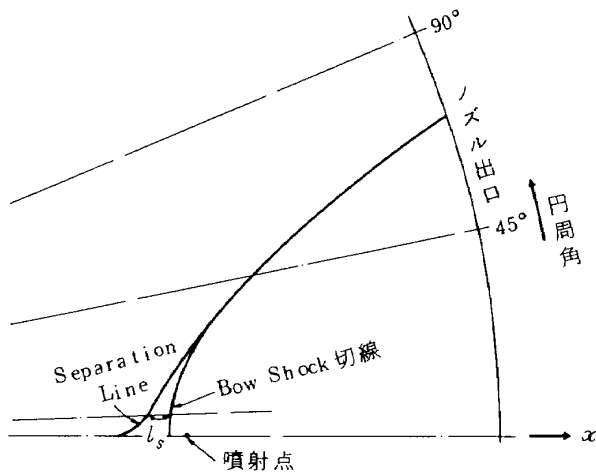


図 8 ノズル壁における Bow Shock と Separation Line (ノズル展開図)

### 5.3 圧力分布及び横方向力 $F'_s$

$x$  軸に沿う圧力分布は 5.2 で得られた第一及び第二の円錐面に沿う流れ、あるいは第二の円錐面に沿う流れから抵抗力に沿うまでのプラントル・マイヤ変化で得られる流れにおける圧力をとる。但し抵抗力に沿う流れがノズル壁に平行になった後は、その点でのマッハ数から主流と同一の半開角を持つノズル流として膨脹するものと仮定した。ノズル壁上の平均圧力はノズル軸に直交する面上で Separation Line 上の点と Bow Shock とノズル壁との交線上の点との間では主流圧力と Bow Shock 背後の圧力の平均をとり、Bow Shock とノズル壁との交線上の点と  $x$  軸上の点の間では Bow Shock 背後の圧力と  $x$  軸上の圧力の平均とした。

Separation Line の横方向投影により得られる有効面積を  $A_{ef}$  とすれば、得られた平均圧力より  $F'_s$  は次式で得られる。

$$F'_s = \int_{A_{ef}} (P - P_{\infty}) dA_{ef} \quad (19)$$

ここに積分範囲は Separation Line 内側のノズル出口面までの全領域で、 $P_{\infty}$  は  $dA_{ef}$  に対応する点での主流圧力である。

5.1 節から本節までの方法を用いることにより、噴射剤まわりの主流を無噴射時の状態として求めた第一次抵抗力による、変化した流れ場及び第一次横推力を得ることができる。さらに、その変化した流れ場を噴射剤まわりの主流として、計算を繰返すことにより、次の段階の变化した流れ場及び横推力が順次得られる。計算は横推力が一定値に到着くまで繰返される。この計算ステップのフローチャートを付録として巻末に示す。

## 6. 計算結果

横推力の計算を表 5 に示す物性値をもとに過酸化水素とフロン 114 B<sub>2</sub> 噴射について行った。その結果を表 1、表 3、および表 6 に示す。表 6 に示されたものは 6 分力テストスタンドでの 420φ モータの実験結果と計算値である。420φ モータの推進薬は本実験に使用した推力 400 kφ モータと同一組成のものである。表からわかるように計算値は実験結果と全面的にほぼ良い一致をみた。計算結果の流量比と推力比の関係を実験結果とともに図 3 に示す。図中に示された計算値は、燃焼圧力が各実験において同一でなかったために、同一噴射点開口比で行なった実験を一つのグループとしてそれらの燃焼圧力の平均値を用いて算出したものである。図が示すように流量比と推力比の関係は計算値と実験値と定性的に非常に良い一致をみた。しかしフロン 114 B<sub>2</sub> 噴射については噴射点開口比  $\epsilon_i = 4.6$  と  $6.0$  による差はほとんどみられなかった。

5 項に述べられた横推力の繰返し計算結果の例を表 7 に示す。過酸化水素では第 1 回目のノズル内の流れの変化を考慮しない抵抗力の形状をもとに算出した横推力と二回目以降のノズル内の変化を考慮して算出した横推力

表 5 噴射剤物性値 (標準状態)

	過酸化水素	フロン 114 B <sub>2</sub>
沸 点 ( °C )	141.0	47.3
密度 (液) ( g/cc )	1.38	2.16
比熱 (液) ( cal/g°C )	0.66	0.17
比熱 (蒸気) ( cal/g°C )	0.38	0.11
蒸発潜熱 ( cal/g°C )	389.5	25.3
粘度 (液) ( centipoise )	1.15	0.72
表面張力 ( dyne/cm )	79.3	17.2

過塩素酸ストロンチウム水溶液の密度 = 1.95

とでは二回目以降の値が小さく、これに反しフレオンでは1回目の値より2回目以降の横推力が大きな値となった。これはフレオンの場合は蒸発がノズル内の圧力および温度変化により大きく促進され、ノズルの流れの変化を考慮した場合の方が大きな抵抗体となったことを示している。

これらの計算は試験条件を与えて全て計算機 TOSBAC-3400 で行なった。

表6 420φモータによるフレオン114B<sub>2</sub>二次噴射実験結果と計算値

$\epsilon_e = 1.0$   
 $\epsilon_i = 3.25$

実験番号		9 1	9 2
実 験 値	$\dot{w}_i / \dot{w}_z$ 目標	—	—
	$d_i$ mm	5.0	5.0
	$F_s$ k $\mathcal{P}$	78.8	75.8
	$F_z$ k $\mathcal{P}$	5261.5	5209.9
	$F_s / F_z$	0.0146	0.0144
	$P_c$ k $\mathcal{P}$ /cm <sup>2</sup>	47.35	46.39
	$\dot{w}_i$ k $\mathcal{G}$ /sec	0.5137	0.4952
	$\dot{w}_z$ k $\mathcal{G}$ /sec	22.75	22.53
	$\dot{w}_i / \dot{w}_z$	0.0226	0.0220
	$I_{sp_s}$	149.1	152.0
$I_{sp_z}$	231.3	231.2	
計 算 値	$F'_s$ k $\mathcal{P}$	65.0	63.5
	$F''_s$ k $\mathcal{P}$	9.5	9.5
	$F_s$ k $\mathcal{P}$	74.5	73.0

表7 横推力の繰返し計算結果例

H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> (実験番号4)

	1回目	2	3
$F'$ k $\mathcal{P}$	39.2	31.6	32.3
$F''$ k $\mathcal{P}$	1.0	1.0	1.0
$F_s$ k $\mathcal{P}$	40.2	32.6	33.3

フレオン 114B<sub>2</sub> (実験番号32)

	1回目	2	3
$F'$ k $\mathcal{P}$	8.3	10.5	10.5
$F''$ k $\mathcal{P}$	1.3	1.2	1.2
$F_s$ k $\mathcal{P}$	9.6	11.7	11.7

### 7. まとめ

以上示した二次噴射による推力方向制御の実験結果と横推力推定の近似解析から次の知見が得られた。

(1) 4種の二次噴射剤の性能の位置づけができた。過酸化水素は二次噴射剤として密度の点を考慮してもフレオン 114B<sub>2</sub>、過塩素酸ストロンチウムに比して優れた性能を持つ。

(2) 過酸化水素を分解しガス化して噴射しても、過酸化水素そのものに比して特に優れた性能は得られない。

(3) 過酸化水素と過酸化水素分解ガス噴射の両実験結果から、同一噴射剤でも液体噴射とその分解ガス噴射では二次噴射性能が異なり、液体噴射はガス噴射に比して噴射点下流においても有効な横推力が得られる。

(4) 噴射圧一定で噴射孔径を変えて流量を変化させた場合流量比と推力比は直線的関係があり、一般の使用範囲では流量が小さいほど  $I_{sp_s}$  が増加する。

(5) 多くの仮定をもとに液体二次噴射による横推力推定を試みたが、広い範囲の実験結果と比較して全体的にほぼ良い一致をみた。特に流量比と推力比の関係は定性的に良い一致をみた。

今後の問題として、超音速ノズル内での二次噴射剤の微粒化、蒸発、移動、およびノズル内の圧力分布等についてさらに詳細に明らかにする必要があるが、本近似解析は液体噴射による横推力推定の一助となると思われる。

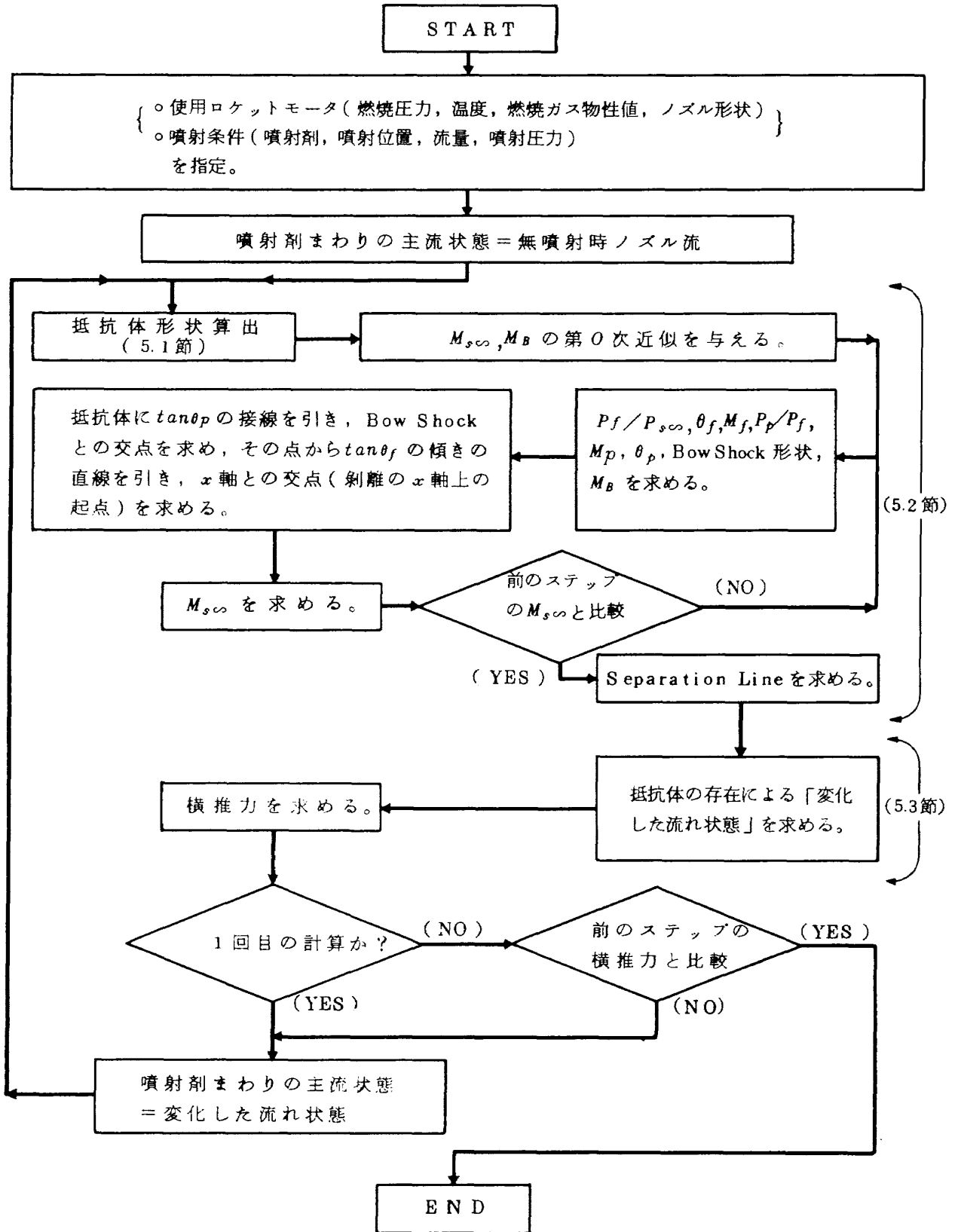
最後に本研究に当り大塚貞吉角田支所長には多大の御鞭撻と適切な御助言を載しましたことを記し感謝の意を表します。

### 参考文献

- 1 J. M. Wu, et al: "Approximate Analysis of Thrust Vector Control by Fluid Injection," ARS Journal, Vol.31, No.12, Dec. 1962, pp.1677-1685.
- 2 J. E. Broadwell: "Analysis of the Fluid Mechanics of Secondary Injection for Thrust Vector Control," AIAA Journal, Vol.1, No.5, May 1963, pp1067-1075.
- 3 T. Yamanaka: "An Investigation of Secondary Injection Thrust Vector Control," NAL TR-286T, May 1972 (National Aerospace Laboratory, Japan)
- 4 W. G. Wilson: "Analysis of the Flow-Disturbance and Side Forces due to Gaseous Secondary Injection into a Rocket Nozzle," Journal of Spacecraft and Rockets, Vol.7, No.5, May 1970, pp.539-543.

- 5 R. Sehgal, et al: "Thrust Vector Control by Liquid Injection into Rocket Nozzles," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol.1, No.5, Sep.-Oct. 1964, pp.545-551.
- 6 L. J. Chrans, et al: "The Effect of Stagnation Temperature and Molecular Weight Variation of Gaseous Injection into a Supersonic Stream," *AIAA 7th Aerospace Sciences Meeting*, Jan. 1969 (AIAA Paper No.69-1)
- 7 E. E. Zukoski, et al: "Secondary Injection of Gases into a Supersonic Flow," *AIAA Journal* Vol.2, No.10, Oct. 1964, pp.1689-1696.
- 8 佐藤一雄 : "物性定数推算法", 丸善
- 9 R. Ingebo, et al: "Drop-size Distribution for Crosscurrent Break-up of Liquid in Air-streams," *NACA TN 4087*, Oct. 1957.
- 10 G. A. Agoston, et al: "Dynamic Factors Affecting the Combustion of Liquid Spheres," *6th International Symposium on Combustion*, 1956, Reinhold Publishing Co., New York, pp.708-717.
- 11 M. Gilbert, et al: "Velocity Lag of Particles in Linearly Accelerated Combustion Gases," *Jet Propulsion* Vol.25, No.1, Jan. 1955, pp.26-30.
- 12 E. D. Kane: "Sphere Drag Data at Supersonic Speeds and Low Reynolds Numbers," *Journal of the Aeronautical Sciences*, Vol.18, No.4, April 1951, pp.259-270.
- 13 J. N. Neilson, et al: "An Analytical and Experimental Investigation of the Trajectories of Particles Entrained by the Gas Flow in Nozzles," *Journal of Fluid Mechanics* Vol.35, Part 3, 1969, pp.549-559.
- 14 W. E. Moeckel: "Approximate Method for Predicting Form and Location of Detached Shock Waves Ahead of Plane or Axially Symmetric Bodies," *NACA TN 1921*, 1949  
又は A. H. Shapiro: "The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow," pp.884-886. Ronald Press Co.
- 15 G. E. Gadd: "Interactions Between Wholly Laminar or Wholly Turbulent Boundary Layers and Shock Waves Strong Enough to Cause Separation," *Journal of the Aeronautical Sciences*, Vol.20, No.11, Nov. 1953, pp.729-739.
- 16 M. V. Herbert, et al: "Boundary-Layer Separation in Supersonic Propelling Nozzles," *A.R.C.R. & M. No.3421*, Aug. 1964.
- 17 A. G. Hammitt, et al: "Approximate Solutions for Supersonic Flow over Wedges and Cones," *AFOSR TN 59-304*, April 1959.
- 18 W. G. Rose: "A Method for Analyzing the Interaction of an Oblique Shock Wave and a Boundary Layer," in "Analytic Method in Aircraft Aerodynamics," *NASA SP-228*, Oct. 1969, pp.541-567.
- 19 H. Schlichting: "Boundary Layer Theory," 6th Ed. McGraw-Hill Co.

〔付録〕 横推力推定のための計算フローチャート



---

## 航空宇宙技術研究所報告409号

昭和50年2月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)千182  
印刷所 株式会社 共 進  
東京都杉並区久我山4-1-7(羽田ビル)

---