

UDC 539.43:  
519.28:  
620.178.3:  
669.715

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-412

航空機用アルミニウム合金2024-T4切欠き材( $K_t=8.25$ )  
における疲れ寿命のばらつきとS-N曲線との関係

下河利行・浜口泰正

1975年5月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

# 航空機用アルミニウム合金2024-T4切欠き材( $K_t=8.25$ ) における疲れ寿命のばらつきとS-N曲線との関係\*

(温度および湿度を一定にした実験室内における実験)

下河利行\*\* 浜口泰正\*\*

## Relation between Scatter of Fatigue Life and S-N Curve of 2024-T4 Aircraft Structural Aluminium Alloy Specimens with a Sharp Notch ( $K_t=8.25$ ) at a Constant Temperature and Humidity

By Toshiyuki SHIMOKAWA and Yasumasa HAMAGUCHI

### ABSTRACT

When a new factor serving as an error of applied stress is added to an identical condition under which an S-N curve has been obtained, it causes a deviation from the expected fatigue life, and the amount of the deviation is related to the slope of the S-N curve. In the present paper, the accumulated effect of all factors causing the fatigue life scatter is regarded as an error in applied stress. The equivalent stress is defined as the sum of the applied stress and the error in applied stress. This concept is applied to the results of a series of fatigue tests on 2024-T4 aircraft structural aluminium alloy specimens with a sharp notch ( $K_t=8.25$ ) at a constant temperature and humidity. The interrelation between the scatter of the equivalent stress, the S- $\tilde{N}$  curve, where  $\tilde{N}$  is the median fatigue life, and the scattering of fatigue life is discussed.

The main results of this study are: (1) When an applied stress is higher than or equal to 8 kg/mm<sup>2</sup>, a fatigue crack grows throughout most of the whole life of a specimen. When an applied stress is not higher than 7 kg/mm<sup>2</sup>, the fatigue life is covered by the two periods of fatigue crack nucleation and propagation. Nevertheless, there is no significant difference in the distribution shape and the scatter of fatigue life between the two stress ranges. (2) The scatter of fatigue life obtained in the experiment is much smaller than many other fatigue test results. (3) The equivalent stress distribution is found to be an almost normal distribution. The standard deviation of the equivalent stress is nearly constant (0.256 to 0.375 kg/mm<sup>2</sup>) regardless of the stress level, and its coefficient of variation ranges from 0.0148 to 0.0494. (4) The proposed equivalent stress distribution model, which has a normal distribution with the constant standard deviation regardless of the stress level, gives a good explanation of the experimental results within the interpolate region of the S- $\tilde{N}$  curve drawn from the experimental results. (5) The following facts have been verified experimentally and theoretically: In the range where the S- $\tilde{N}$  curve on a semi-logarithmic

---

\*昭和50年2月24日 受付

\*\*機体第二部

scale is nearly straight, the fatigue life distribution is considered to be a log-normal distribution. When the applied stress is lower and the slope of the  $S-\bar{N}$  curve is gentler, the fatigue life distribution departs from a log-normal distribution, and its skew is more pronounced. However, because the standard deviation of the equivalent stress obtained in this study is comparatively small, the shape of the fatigue life distribution has a tendency to form the log-normal type. (6) The coefficient of variation of fatigue life is about four to six times as large as that of the equivalent stress.

## 1. 緒言

疲れ寿命のばらつきは、静的引張強度等のばらつきに比べ、著るしく大きいことが経験的に良く知られている。また疲れ寿命分布の推定は、最近急速な進展を遂げつつある信頼性工学の基盤としても極めて重要な意義を有している。しかしながら、疲れ寿命の分布特性を解明しようとする実験例はまだ比較的少く、知識の集積も十分ではないので、この分野の一層の進展が望まれている。

一般に、実験室で得られるような疲れ寿命のばらつきの原因と考えられる因子としては、1) 試験条件のばらつき、2) 処女材に存在する材料固有の性質、3) 疲れ過程における損傷の累積が確率的であること<sup>1)</sup>、などに大きく分類できるであろう。

一方、ある一定条件下の疲れ試験で得られた  $S-N$  曲線を考えてみると、この一定条件に対し、新たに応力側の誤差とみなせる因子が加われば、これは  $S-N$  曲線により拡大されて、当初に予定した寿命からの誤差として現れることが容易に理解できる。したがって、上述の1)および2)に分類される因子のほとんどは応力側の誤差に換算して考えることができるであろうから、これらの因子が寿命のばらつきに影響する程度は  $S-N$  曲線の勾配に大きく左右されることと思われる。以上の点を考えてみれば、疲れ寿命のばらつきに対して、 $S-N$  曲線の勾配および形状が非常に重要な意味をもつことが推測できる。しかしながら、このような認識のもとに行われた研究例は非常に少く、著者らの知る限りでは、前報<sup>2)</sup>の著者らの研究以外には、応力側の誤差を単純に一定とみなし、<sup>3)</sup>中央値寿命と寿命のばらつきとの関係を論じた Matolcsy の研究があるのみである。

さて、実験室で得られた結果において、上に述べた3種の因子のうち、いずれが疲れ寿命のばらつきの大きな原因であるかは現在のところ明らかでなく、またこれらの因子を分離して論ずることも一部には試みられている<sup>4)</sup>がまだ十分ではない。しかし、田中ら<sup>5)</sup>は巨視的き裂進展が寿命の大部分を占めるような切欠き材の場合には、3)の因子の影響が小さいことを示唆する実験結果を明ら

かにしている。そこで、前報<sup>2)</sup>では通常の実験室内の大気中で、平滑材により得られた疲れ試験結果について、報告したが、本報では上記の諸点を考慮に入れ、疲れ寿命のばらつきを極力小さくした場合について論じた。すなわち、1)の因子の影響を小さくするため、実験室内の温度および湿度を一定に制御するとともに、試験片の形状としては、3)の因子の影響が小さいと考えられる鋭い切欠き材の場合を取り上げた。またこの他にも、寿命のばらつきを極力小さくするための種々の注意を払った上で疲れ試験を行い、寿命分布ならびにき裂進展に関する実験結果を求めた。次に実験結果の解析としては、前報<sup>2)</sup>と同様に以下の解析を行った。すなわち、前述の3種の因子の効果すべてを総合して設定応力の誤差に換算し、この誤差を仮想的誤差と名付けた。また設定応力と仮想的誤差の和を換算応力と定義した。この上で、まず実験で得られた中央値寿命  $\bar{N}$  によって、 $S-\bar{N}$  曲線 (中央値  $S-N$  曲線) を決めた。さらに、この  $S-\bar{N}$  曲線と寿命分布とから、各々の寿命に対応する換算応力を求め、この分布の評価を行った。これにより、工学的に設定応力の誤差をどの程度見積れば、またこの分布形がどのような形状であれば、実験で得られたような寿命分布が得られるかを調べた。また逆に、この結果から導かれる換算応力分布モデルを仮定し、順序統計学の知識を応用して、 $S-\bar{N}$  曲線とから寿命分布を導いた。これにより、 $S-\bar{N}$  曲線の勾配および形状の変化等に対して現れる寿命の散布度および分布形状について検討した。

## 2. 試験片ならびに実験方法

供試材料は前報<sup>2)</sup>と同一ロットの航空機用アルミニウム合金 2024-T4, 1mm 厚平板である。化学成分および機械的性質を表1に、試験片形状を図1に示す。なお、この種の切欠きに対して、曲げの形状係数はまだ求められていないようであるので、引張の形状係数  $K_t$  で示すと、 $K_t = 8.25$ <sup>6)</sup>である。試験片の加工方法は、表面を納入状態のままとし、切欠き部はすべてドリルにより加工し、ドリル加工によるバリは油砥石 (400番) により

長手方向に軽く磨くことで除去した。また、試験前には必ずエチルアルコールにより試験片表面に付着した油膜等の汚れを落した。

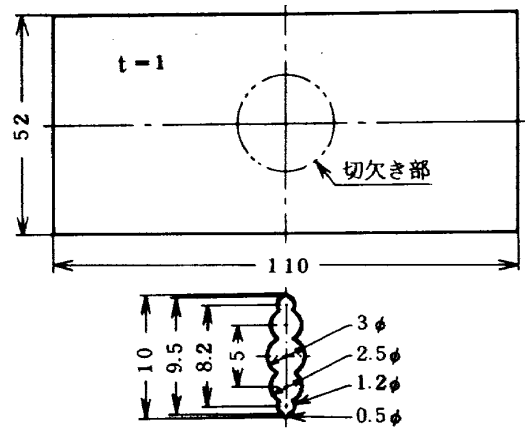
使用試験機は小型の遠心力型万能疲れ試験機 (ボールドウィン式) であり、図 2 に機構の略図を示す。ただし、この型の疲れ試験機に特有の起動時に生ずる有害な超過荷重を除くため、図 2 に示すように、同期モータに直接約 2.4 kg のフライホイールを、さらに起動時のみ荷重台を上方から押えつけるブレーキを取付けて使用している。これにより超過荷重を完全に防止している。なお、フライホイールは前報<sup>2)</sup>のものよりも小さくした。また特に、定常運転時における一定荷重の安定性を計るため、水晶発振器を内蔵する定周波定電圧電源装置により同期モータを駆動している。荷重の負荷形式は両振り平面曲げであり、繰返し速度は 1,800 r.p.m. である。

実験室内の環境条件は温度を 22~24°C、湿度を 50~56% 以内に保持した。これは試験片から約 50 cm の距離で自記温度・湿度計により測定したものである。温度と湿度制御記録の一例を図 3 に示す。図 3 の (a) および (b) のような相違は、季節により冷凍機、電熱器、加湿器および除湿器を適当に使い分けて制御しているために生ずるものである。

なお、本実験の寿命試験はすべて 1 台の試験機により行っており、前報<sup>2)</sup>で使用したものと同一である。

表 1 供試材料 2024-T4 の化学成分と機械的性質

| 化学成分                       | Cu                            | Si   | Fe      | Mn                          | Mg   |
|----------------------------|-------------------------------|------|---------|-----------------------------|------|
| 重量 (%)                     | 4.39                          | 0.17 | 0.32    | 0.50                        | 1.30 |
| 引張強さ<br>kg/mm <sup>2</sup> | 0.2% 耐力<br>kg/mm <sup>2</sup> |      | 伸び<br>% | 縦弾性係数<br>kg/mm <sup>2</sup> |      |
| 51.1                       | 38.6                          |      | 20      | 7.35×10 <sup>3</sup>        |      |



切欠き部詳細 (Kt = 8.25)

図 1 試験片形状

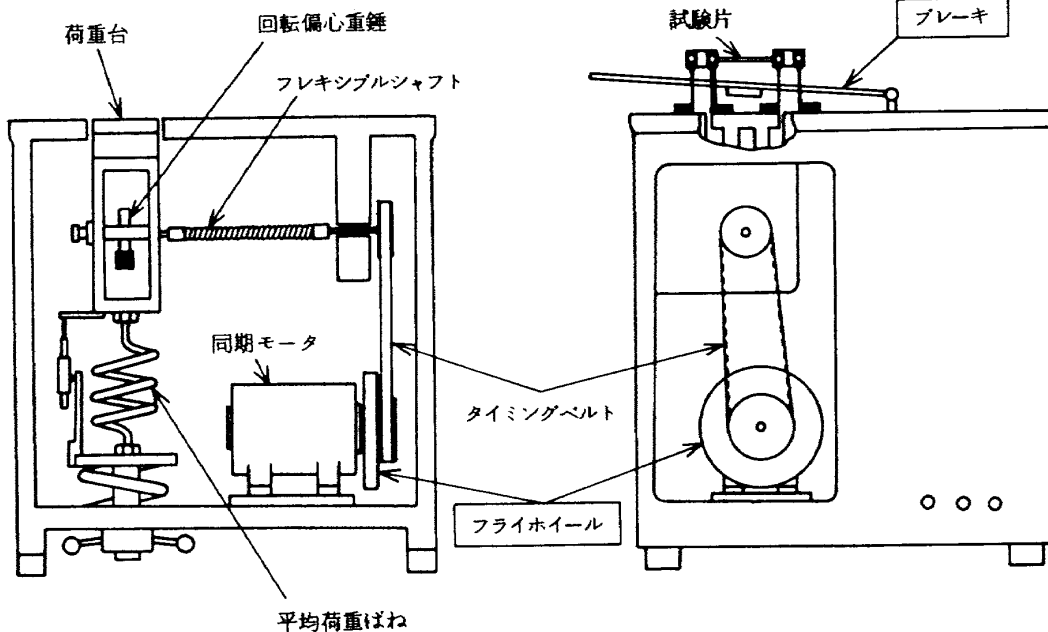


図 2 疲れ試験機機構略図

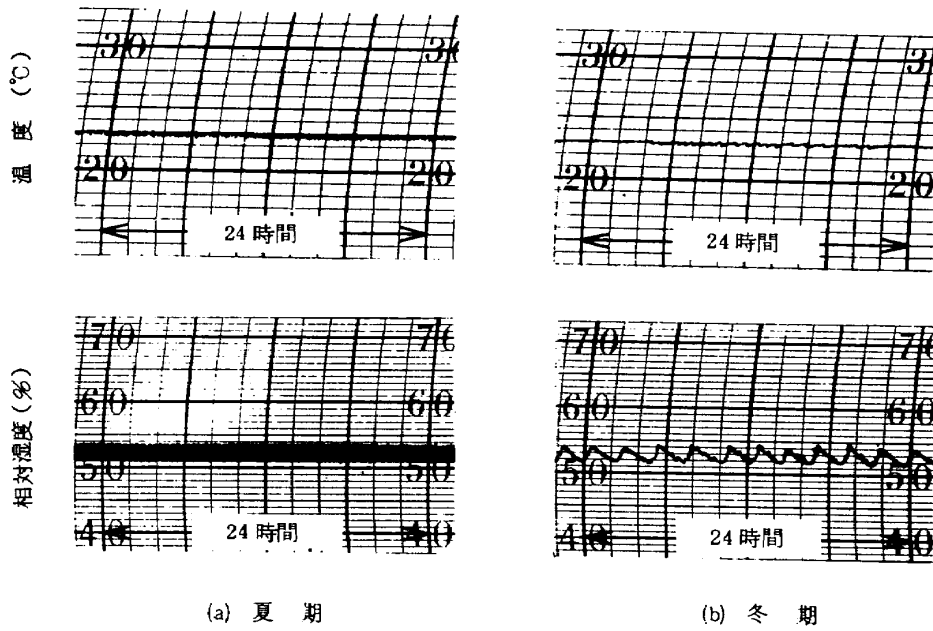


図3 実験室内の温度と湿度制御記録の一例

3. 実験結果

3.1 き裂からみた損傷度曲線

まず、き裂進展期間が寿命に占める割合を知るため、き裂からみた損傷度曲線を求めた。損傷度  $D$  の定義は(1)式とした。

$$D = \frac{l - l_0}{l_f - l_0} \quad (1)$$

ここで、 $l_f$  は試験片の幅、 $l_0$  は切欠き長さ、 $l$  はき裂長さ、すなわち、切欠き長さと切欠き先端からのき裂長

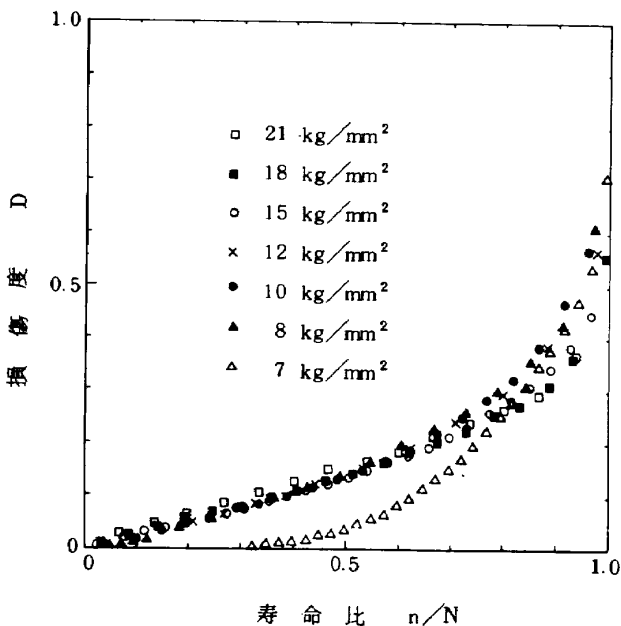


図4 き裂からみた損傷度曲線

さとの和である。ただし、 $l$  は試験片の表と裏の平均値で表した。なお、き裂長さの測定は、所定の繰返し数  $n$  で試験片を試験機からはずし、試験片表面をプラスチックレプリカ法により転写し、このフィルム面上のき裂長さを約200倍の顕微鏡で測定した。寿命比  $n/N$  に対する損傷度  $D$  の結果の一例を図4に示す。ここで、 $N$  は試験片の寿命である。図4から明らかなように、 $S = 8 \text{ kg/mm}^2$  以上では、き裂が寿命の約5%以内で発生しており、寿命の約70%に達するまで、損傷度  $D$  曲線はほぼ一本の共通曲線で表され、これ以上になると応力による差が幾分現れている。また、 $S = 7 \text{ kg/mm}^2$  では、き裂発生までの期間が寿命の約30%程度を占めている。以上から、 $S = 8 \text{ kg/mm}^2$  以上では、ほとんどき裂進展のばらつきが寿命分布を決めると考えられる。 $S = 7 \text{ kg/mm}^2$  以下では、き裂の発生と進展の双方のばらつきが寿命分布に関係することがわかる。

3.2 寿命分布ならびに寿命の代表値と散布度

前節で述べたようなき裂の発生および進展挙動を示す応力範囲において、9種類の一定応力による寿命分布を求めた。得られた結果を表2と図5の対数正規確率紙上に示す。なお、 $S = 6.5 \text{ kg/mm}^2$  および  $22 \text{ kg/mm}^2$  の場合は、 $S = 7 \sim 21 \text{ kg/mm}^2$  の結果に対する外挿範囲を合理的に決めるための実験である。このため、試験片数が少なく、また、 $S = 6.5 \text{ kg/mm}^2$  の場合は実験を繰返し数13,000,000回で打ち切っている。表3には表2から求めた寿命の代表値と散布度を示す。ただし、

表2 実験で得られた寿命分布

| No | μE/J                       |                            |                            |                            |                            |                            |                           |                           |                             |  |  |
|----|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------|---------------------------|-----------------------------|--|--|
|    | S<br>22 kg/mm <sup>2</sup> | S<br>21 kg/mm <sup>2</sup> | S<br>18 kg/mm <sup>2</sup> | S<br>15 kg/mm <sup>2</sup> | S<br>12 kg/mm <sup>2</sup> | S<br>10 kg/mm <sup>2</sup> | S<br>8 kg/mm <sup>2</sup> | S<br>7 kg/mm <sup>2</sup> | S<br>6.5 kg/mm <sup>2</sup> |  |  |
| 1  | 13 600                     | 18 400                     | 42 100                     | 101 600                    | 265 200                    | 490 500                    | 1 351 300                 | 1 958 700                 | 4 037 200                   |  |  |
| 2  | 13 600                     | 18 900                     | 42 300                     | 111 000                    | 266 100                    | 545 100                    | 1 546 000                 | 2 280 700                 | 4 822 400                   |  |  |
| 3  | 13 700                     | 19 100                     | 42 700                     | 111 000                    | 273 500                    | 623 100                    | 1 646 800                 | 2 356 700                 | 5 162 300                   |  |  |
| 4  | 14 400                     | 19 200                     | 43 100                     | 112 000                    | 276 900                    | 634 500                    | 1 649 700                 | 2 461 000                 | 5 192 900                   |  |  |
| 5  | 14 600                     | 19 300                     | 43 400                     | 115 500                    | 291 300                    | 654 200                    | 1 663 800                 | 2 803 300                 | 5 655 700                   |  |  |
| 6  | 14 700                     | 19 400                     | 43 900                     | 116 400                    | 298 200                    | 707 400                    | 1 674 600                 | 2 820 300                 | 5 754 000                   |  |  |
| 7  | 14 800                     | 19 400                     | 43 900                     | 117 600                    | 301 200                    | 723 300                    | 1 690 500                 | 2 911 100                 | 5 918 000                   |  |  |
| 8  | 14 900                     | 19 400                     | 44 100                     | 118 200                    | 302 000                    | 731 100                    | 1 700 200                 | 2 947 800                 | 6 082 400                   |  |  |
| 9  | 14 900                     | 19 500                     | 45 200                     | 119 700                    | 302 200                    | 744 700                    | 1 774 600                 | 3 001 200                 | 6 268 100                   |  |  |
| 10 | 15 500                     | 19 700                     | 45 700                     | 122 900                    | 302 800                    | 765 800                    | 1 809 300                 | 3 160 800                 | 6 565 200                   |  |  |
| 11 | 15 700                     | 19 900                     | 46 000                     | 125 600                    | 306 200                    | 772 700                    | 1 811 300                 | 3 162 000                 | 7 412 000                   |  |  |
| 12 | 15 900                     | 20 000                     | 46 300                     | 126 400                    | 306 400                    | 775 400                    | 1 846 500                 | 3 213 300                 | 7 419 200                   |  |  |
| 13 | 16 200                     | 20 100                     | 46 600                     | 126 600                    | 307 400                    | 775 500                    | 1 910 700                 | 3 237 900                 | 7 895 700                   |  |  |
| 14 | 16 300                     | 20 100                     | 46 800                     | 126 600                    | 318 000                    | 780 300                    | 1 920 500                 | 3 273 000                 | 8 043 400                   |  |  |
| 15 | 16 500                     | 20 300                     | 46 800                     | 128 000                    | 326 100                    | 800 500                    | 1 934 800                 | 3 336 600                 | 8 346 200                   |  |  |
| 16 | 16 600                     | 21 000                     | 47 400                     | 128 000                    | 327 000                    | 813 100                    | 1 983 600                 | 3 549 800                 | 8 455 000                   |  |  |
| 17 | 16 700                     | 21 300                     | 48 100                     | 128 600                    | 330 000                    | 826 600                    | 2 038 100                 | 3 579 000                 | 9 366 800                   |  |  |
| 18 | 16 900                     | 21 300                     | 48 400                     | 129 300                    | 331 300                    | 829 300                    | 2 069 100                 | 3 631 800                 | 11 531 900                  |  |  |
| 19 | 16 900                     | 21 600                     | 48 700                     | 131 200                    | 332 400                    | 843 400                    | 2 089 800                 | 3 649 700                 | 13 000 000*                 |  |  |
| 20 | 17 100                     | 21 700                     | 49 600                     | 131 500                    | 333 400                    | 847 200                    | 2 101 000                 | 3 666 900                 | 13 000 000*                 |  |  |
| 21 | 17 200                     | 22 000                     | 49 600                     | 133 200                    | 334 300                    | 858 100                    | 2 149 300                 | 3 770 000                 | 13 000 000*                 |  |  |
| 22 |                            | 22 500                     | 49 800                     | 133 500                    | 351 200                    | 858 300                    | 2 160 800                 | 3 890 400                 |                             |  |  |
| 23 |                            | 22 800                     | 51 000                     | 133 500                    | 353 200                    | 867 800                    | 2 179 200                 | 4 278 600                 |                             |  |  |
| 24 |                            | 22 800                     | 51 100                     | 135 300                    | 354 100                    | 873 700                    | 2 187 500                 | 4 326 900                 |                             |  |  |
| 25 |                            | 23 100                     | 51 200                     | 135 400                    | 366 000                    | 890 800                    | 2 285 000                 | 4 482 300                 |                             |  |  |
| 26 |                            | 23 200                     | 52 300                     | 136 700                    | 366 200                    | 887 400                    | 2 308 700                 | 4 683 700                 |                             |  |  |
| 27 |                            | 23 600                     | 52 800                     | 137 200                    | 369 600                    | 898 000                    | 2 311 400                 | 4 931 600                 |                             |  |  |
| 28 |                            | 23 700                     | 53 800                     | 137 600                    | 375 200                    | 907 100                    | 2 541 800                 | 5 499 500                 |                             |  |  |
| 29 |                            | 24 000                     | 53 900                     | 140 300                    | 377 400                    | 923 600                    | 2 733 600                 | 6 001 600                 |                             |  |  |
| 30 |                            | 24 600                     | 57 400                     | 142 300                    | 384 400                    | 1 118 300                  | 4 023 600                 | 6 894 700                 |                             |  |  |

\*) 破断せず実験打ち切り

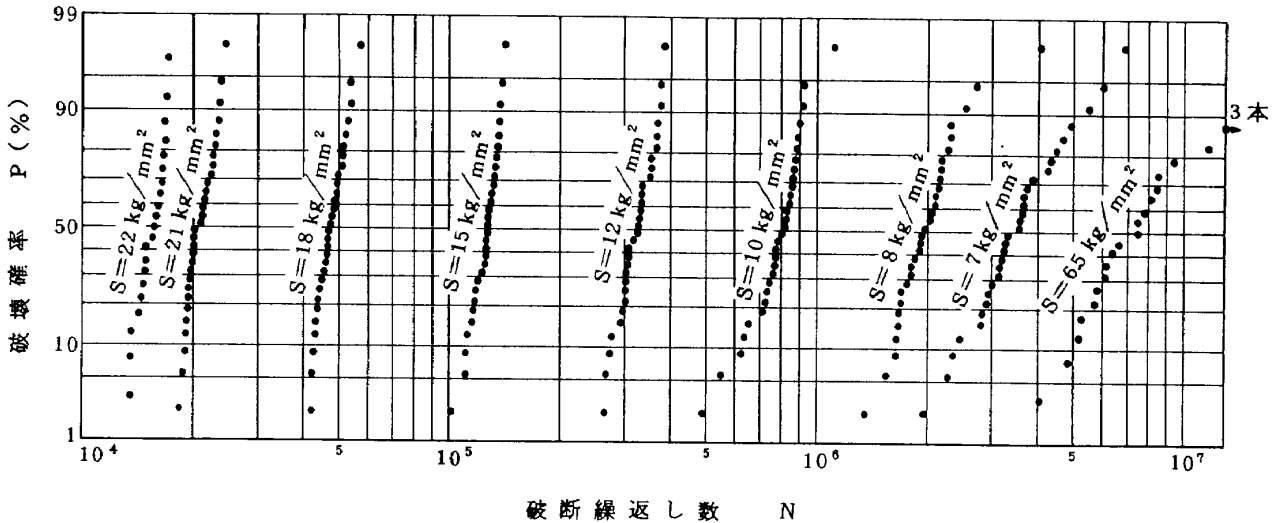


図5 実験で求めた寿命分布

表3 実験で得られた寿命の代表値と散布度

| 応力<br>S<br>kg/mm <sup>2</sup> | 寿命中央値<br>$\tilde{N}$ | 寿命平均値<br>$\bar{N}$ | 寿命標準偏差<br>$\sigma_N^*)$ | 寿命変動係数<br>$V_N$ | 対数寿命平均値<br>$\mu$ | 対数寿命標準偏差<br>$\sigma_L^*)$ | 試験片数<br>n |
|-------------------------------|----------------------|--------------------|-------------------------|-----------------|------------------|---------------------------|-----------|
| 22                            | 15 700               | 15 600             | 1 200                   | 0.0769          | 4.1907           | 0.0338                    | 21        |
| 21                            | 20 700               | 21 100             | 1 800                   | 0.0849          | 4.3220           | 0.0364                    | 30        |
| 18                            | 47 100               | 47 800             | 3 900                   | 0.0824          | 4.6780           | 0.0353                    | 30        |
| 15                            | 128 000              | 126 400            | 10 000                  | 0.0789          | 5.1035           | 0.0353                    | 30        |
| 12                            | 326 600              | 324 300            | 34 100                  | 0.1053          | 5.5086           | 0.0460                    | 30        |
| 10                            | 806 800              | 791 900            | 123 000                 | 0.1554          | 5.8932           | 0.0715                    | 30        |
| 8                             | 1 959 200            | 2 036 400          | 482 300                 | 0.2368          | 6.2994           | 0.0882                    | 30        |
| 7                             | 3 443 200            | 3 658 700          | 1 107 800               | 0.3028          | 6.5458           | 0.1236                    | 30        |
| 6.5                           | 7 412 000            | ---                | ---                     | ---             | ---              | ---                       | 21        |

\*) 不偏分散平方根

S = 6.5 kg/mm<sup>2</sup> の場合は中途打ち切り試験であるので、中央値以外の代表値および散布度は寿命の分布型を仮定しなければ推定できない。しかしながら、本実験結果から合理的な寿命の分布型を仮定することは困難であるので、中央値寿命のみを示す。ここで、確率紙へのプロット法として、前報<sup>2)</sup>では順序統計量の平均値に対応する確率を用いたが、本報では Johnson<sup>7)</sup>により提案されているメディアンランクを使用した。この理由は、順序統計量の分布が対称的であるとは限らないこと。また、順序統計量の分布がある種の関数変換を受けても中央値は中央値のまま変換されること。さらに、後述する S- $\tilde{N}$  曲線を描く場合の考え方も統一を計ったことなどに

よるものである。しかしながら、標本数が 30 個程度の場合には両者の差は非常に小さい。なお、Johnson<sup>7)</sup>の与えた表では、標本数が 20 個までの値しかないので、本報では統計数値表<sup>8)</sup>に掲載されている不完全ベータ分布のコンピュータプログラムを使用して計算した。図5から、寿命分布はほとんどの応力で対数正規分布かまたはこれに近い分布形を示しており、応力が低くなると、幾分長寿命側に尾を引く傾向が見られる。表3から、ばらつきの指標である寿命の変動係数  $V_N$  または対数寿命の標準偏差<sup>注)</sup>  $\sigma_L$  をみると、応力の高い S = 15~22 kg/mm<sup>2</sup> の範囲では大差がないが、それ以下の応力になると徐々に増大する傾向がある。これらの傾向は前報<sup>2)</sup>と

注) 本報では、標本からの標準偏差はすべて不偏分散平方根で表示した。

ほぼ同様であるが、 $K_N$  および  $\sigma_L$  の値は前報<sup>2)</sup>による値または他の文献<sup>9)13)</sup>等で求められている値にくらべてかなり小さく、これまでに得られている寿命のばらつきの中で最も小さいものに属すると思われる値<sup>10)</sup>にほぼ同程度であり、所期の目的を達している。

なお、き裂進展がほぼ全寿命を占める  $S=8 \text{ kg/mm}^2$  以上の場合と、き裂の発生および進展の双方の期間が存在する  $S=7 \text{ kg/mm}^2$  以下の場合の寿命のばらつきを比べてみると、これら両者の分布形および散布度に急激な変化が存在しているようには考えられない。

#### 4. 実験結果の解析ならびに考察

##### 4.1 S- $\tilde{N}$ 曲線の方程式

前章で示したように、寿命にはばらつきが存在しており、分布形状もまた対称であるとは限らないので、ここでは寿命の代表値として中央値寿命  $\tilde{N}$  を採用し、S-N 曲線を中央値寿命によって描く。図6に目視によって描いた S- $\tilde{N}$  曲線を示す。これはひとつの方程式では、図6に示した実験点の関係を十分に近似できなかったためである。しかしながら、以下の解析には数式表示した S- $\tilde{N}$  曲線が必要であるので、各応力それぞれ別個に S- $\tilde{N}$  曲線の方程式を決めることにする。すなわち、目的とする応力を中心に、その上下2応力ずつ、計5応力の実験点を使って、十分な近似度を有する S- $\tilde{N}$  曲線の方程式を導く。なお、 $S=7$  および  $21 \text{ kg/mm}^2$  の場合は、

片側が1応力しかないため、計4応力の実験点で決める。S- $\tilde{N}$  曲線の方程式としては、すべての応力共通に、Weibull<sup>11)</sup>の提案した式を使って、表3に示した S と  $\tilde{N}$  の関係を(2)式のように近似する。

$$S - S_e = A \cdot (\tilde{N} + B)^{-C} \quad (2)$$

ここで、 $S_e$ 、 $A$ 、 $B$ 、 $C$  はパラメータである。次に4種のパラメータの決め方を略述する。まず、i)  $S_e$  と  $B$  を適当に与える。ii) この  $S_e$  と  $B$  を使い、 $A$  と  $C$  は(3)式の残差の平方和  $T_A$  を最小とするように決める。

$$T_A = \sum_{i=1}^m \left\{ \log(\tilde{N}_i + B) + \frac{1}{C} \log(S_i - S_e) - \frac{1}{C} \log A \right\}^2 \quad (3)$$

ここで、 $m$  は実験応力の総数である。iii) 以上によって得られた  $S_e$ 、 $A$ 、 $B$ 、 $C$  を使って、(4)式の残差の平方和  $T$  を計算する。

$$T = \sum_{i=1}^m \left[ \log \tilde{N}_i - \log \left\{ \left( \frac{A}{S_i - S_e} \right)^{\frac{1}{C}} - B \right\} \right]^2 \quad (4)$$

さらに、iv)  $S_e$  と  $B$  を段階的に変化させ、i) から iii) までの手順を繰返すことにより、いわゆる漸近近似法により、最終的に(4)式の  $T$  を最小とする4種のパラメータ  $S_e$ 、 $A$ 、 $B$ 、 $C$  の値を決める。以上の計算は電子計算機を利用することにより簡単に実行できる。このようにして求めた各応力に対する4種のパラメータの値および残差の平

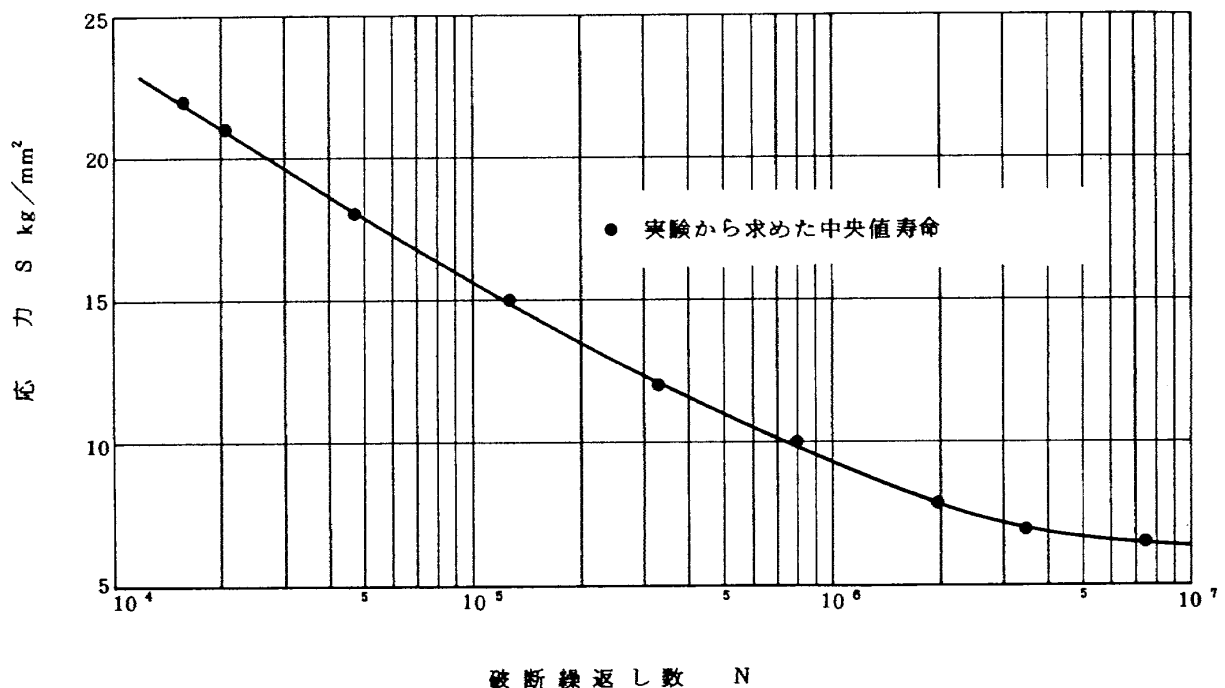


図6 中央値寿命によって描いた S- $\tilde{N}$  曲線



方と $T$ の値を表4に示す。 $T$ の値からかなり良い近似が得られたことがわかる。ただし、 $S=18\text{ kg/mm}^2$ の場合は、表4に挙げた $T$ の値が最小ではないが、他の応力における $T$ の値と比較して充分小さいと考えられるので、計算をこの値までで打切った。以上から、これらのパラメータの値を使って描いた $S-\tilde{N}$ 曲線の様子は、それぞれの設定応力の近傍では、図6の曲線に非常に近いと考えられる。すなわち、表4で与えたパラメータは図6で示した $S-\tilde{N}$ 曲線をこま切れに数式表示したものと考えて良いであろう。

4.2 寿命分布と $S-\tilde{N}$ 曲線から求めた換算応力分布  
本報では、疲れ寿命のばらつきの原因であると考えられる因子の効果すべてを総合して設定応力の誤差に換算し、この誤差を仮想的誤差と名付ける。そこで、換算応力を設定応力と母集団の中央値まわりの仮想的誤差との和と定義する。すると、換算応力分布は、前節で求めた $S-\tilde{N}$ 曲線の方程式と実験で得られた寿命分布とにより、図7に示すようにして導くことができる。ここでは、このようにして導かれる換算応力を $S_{rA}$ として、 $S_{rA}$ の分布形ならびに散布度について評価する。

表4  $S-\tilde{N}$ 曲線のパラメータと残差の平方和

| 応力<br>$S$<br>$\text{kg/mm}^2$ | Se                      | A                       | B                    | C                      | 残差の平方和<br>T             |
|-------------------------------|-------------------------|-------------------------|----------------------|------------------------|-------------------------|
| 21                            | $1.003 \times 10^1$     | $3.666 \times 10^3$     | $1.348 \times 10^4$  | $5.568 \times 10^{-1}$ | $0.298 \times 10^{-10}$ |
| 18                            | $-1.000 \times 10^3$    | $1.051 \times 10^3$     | $-3.940 \times 10^3$ | $2.964 \times 10^{-3}$ | $0.362 \times 10^{-3}$  |
| 15                            | 1.420                   | $2.645 \times 10^2$     | $1.007 \times 10^4$  | $2.521 \times 10^{-1}$ | $0.142 \times 10^{-2}$  |
| 12                            | $-1.440 \times 10^{-1}$ | $1.827 \times 10^1$     | $1.918 \times 10^4$  | $2.354 \times 10^{-1}$ | $0.137 \times 10^{-2}$  |
| 10                            | $-5.470 \times 10^1$    | $9.832 \times 10^1$     | $-6.256 \times 10^4$ | $3.103 \times 10^{-2}$ | $0.612 \times 10^{-3}$  |
| 8                             | 6.385                   | $2.610 \times 10^{27}$  | $4.005 \times 10^6$  | 4.018                  | $0.353 \times 10^{-3}$  |
| 7                             | 6.464                   | $3.883 \times 10^{358}$ | $6.205 \times 10^7$  | 4.591                  | $0.948 \times 10^{-8}$  |

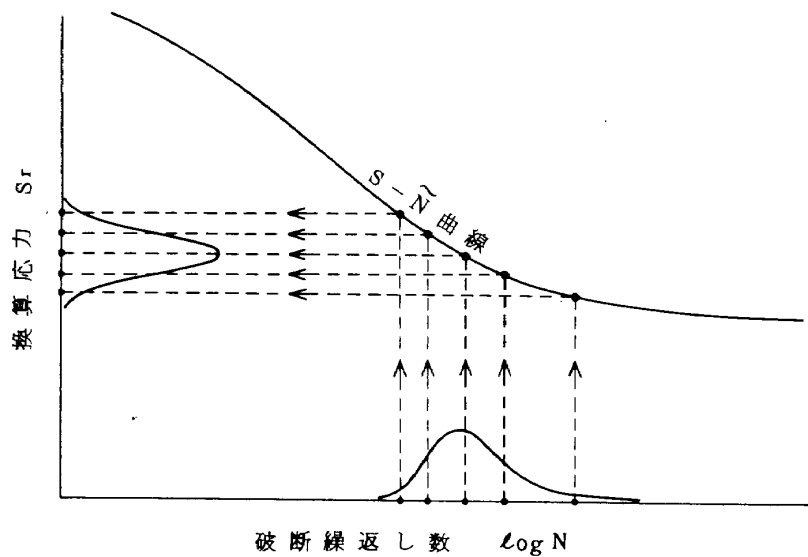


図7 換算応力分布を求める方法

得られた換算応力分布を正規確率紙上にプロットして図8に示す。また表5に、これらの代表値と散布度を示す。図8で明らかなように、換算応力の分布形状はほとんどの応力でほぼ正規分布とみなせる。これは前報<sup>2)</sup>の場合と比べ、一層明確に現れている。さらに表5から、換算応力の標準偏差 $\sigma_{SrA}$ も前報<sup>2)</sup>の値に比べて小さく、かつ応力に依存せず、ほぼ一定である。これらは極めて注目する結果であり、また Matolcsy<sup>3)</sup>のおいた仮定が実験的にもほぼ成立する一例を示すものである。したがって、換算応力の変動係数 $V_{SrA}$ は応力の低い程大きい、静的引張強度等の変動係数<sup>12)</sup>と同程度から、やや大きめの値までという程度に相当している。

以上は疲れ寿命の分布特性を解明する上での、 $S-\tilde{N}$  曲線の重要性を示すものである。また同時に、いわゆる疲れの本質にもとづく寿命のばらつき特性を知るた

めには、材料の製造過程や試験環境をも含めて、疲れ寿命のばらつきに影響を与える各種の人為的誤差をいかに低く押えねばならないかを示すものでもある。

#### 4.3 換算応力分布モデルを仮定して導いた疲れ寿命分布

ここでは前節とは逆に、換算応力分布を仮定して、 $S-\tilde{N}$  曲線とから理論的に導かれる寿命分布について検討する。前節で述べたように、換算応力の分布形はほぼ正規分布であり、また標準偏差も応力によって余り変化しないことが明らかとなったので、本報での換算応力分布モデルとしては、「換算応力の分布型が正規分布であり、標準偏差は応力によらず一定」とおく。なお、標本数が無限の場合、換算応力の分布型を正規分布と仮定して、 $S-\tilde{N}$  曲線とから理論的に導かれる寿命分布の確率密度関数については前報<sup>2)</sup>ですでに検討した。本実験の試験片数は有限個(30個)であるので、標本数が有限個の場合、理論的に導かれる寿命分布について論ずる。一般に、実験で得られた結果は母集団から有限個の標本を無作為に抽出した一例であると考えられるが、理論的には無作為抽出の一例では一般性に欠ける。それゆえ、ここでは有限個の標本それぞれが順序統計量の中央値として、理想的に抽出される場合を論ずる。ここで、中央値を採用した理由は確率紙へのプロット法としてメディアンランクを採用した理由と同様である。

まず、ここでの換算応力を $S_{rB}$ とし、この平均値 $\overline{S_{rB}}$ (正規分布では中央値でもある)を実験応力、すなわち設定応力に等しくとる。設定応力まわりの仮想的誤差は、メディアンランクから決まる $n$ 個の換算応力の標準偏差 $\sigma_{SrB}$ で表す。ここで、 $\sigma_{SrB}$ の値としては、表5において各応力について得られている $\sigma_{SrA}$ の代表値に

表5 換算応力の代表値と散布度

| 応力<br>S<br>kg/mm <sup>2</sup> | 平均値<br>$\overline{S_{rA}}$<br>kg/mm <sup>2</sup> | 標準偏差<br>$\sigma_{SrA}$ *)<br>kg/mm <sup>2</sup> | 変動係数<br>$V_{SrA}$ |
|-------------------------------|--|---|-------------------|
| 21                            | 20.94  | 0.310   | 0.0148            |
| 18                            | 18.05  | 0.267   | 0.0148            |
| 15                            | 14.86  | 0.256   | 0.0172            |
| 12                            | 12.20  | 0.291   | 0.0238            |
| 10                            | 10.00  | 0.363   | 0.0364            |
| 3                             | 7.93   | 0.375   | 0.0472            |
| 7                             | 7.04   | 0.348   | 0.0494            |

\*) 不偏分散平方根

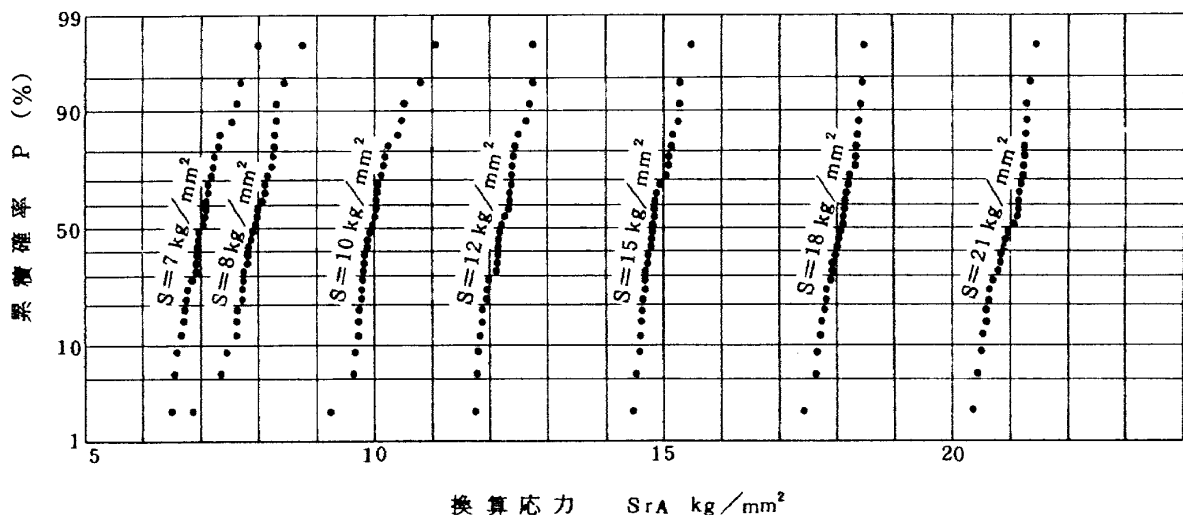


図8 換算応力分布

等しく取る。なお、 $\sigma_{SrA}$  の代表値としては、応力の数が7種類程度であり、また各応力における  $\sigma_{SrA}$  の値も表5で明らかなように、互に大きく離れた値がないことを考慮して、各々の応力で得られた  $\sigma_{SrA}$  の平均値 ( $0.316 \text{ kg/mm}^2$ ) を採用する。このように換算応力分布のモデルを規定すれば、任意の設定応力に対する  $i$  番目の順序の換算応力  $S_{rBi}$  は(5)式により決めることができる。

$$S_{rBi} = \overline{S_{rB}} + t_i \cdot \sigma_{SrB} \cdot \sqrt{\frac{n-1}{\sum_{i=1}^m t_i^2}} \quad (5)$$

ここで、 $t_i$  は  $i$  番目のメディアンランクに対応する正規偏差である。

この換算応力分布と(2)式および表4で表される  $S-\tilde{N}$  曲線とから、図9のようにして寿命分布を導き、結果を対数正規確率紙上にプロットして図10に示す。また、これらの代表値と散布度を表6に示す。なお、設定応力  $S = 7 \text{ kg/mm}^2$  の場合は破断しない試料が生じたので中央値以外の値は示していない。図10で明らかなように、図6の  $S-\tilde{N}$  曲線がほぼ直線とみなせる範囲では、寿命分布は対数正規分布とみなせる。これは前報<sup>2)</sup>で数式によっても明らかにした。さらに換算応力の標準偏差がかなり小さいため、 $S=8 \text{ kg/mm}^2$

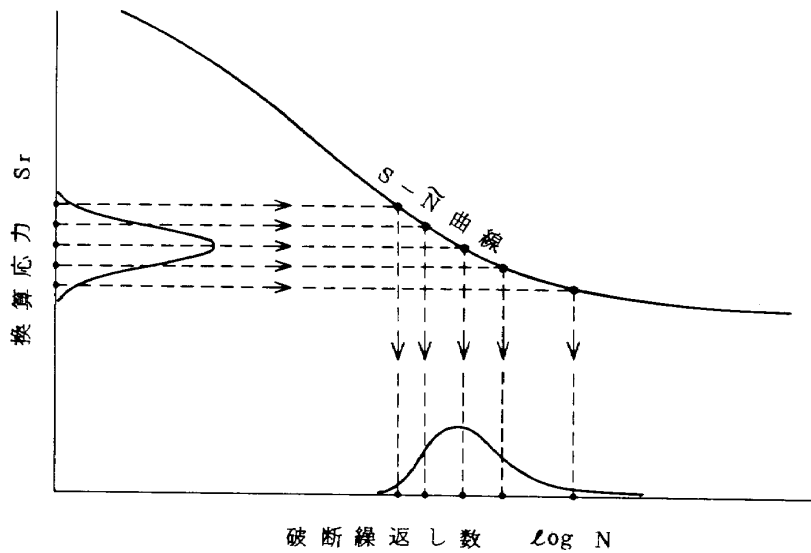


図9 仮定した換算応力分布モデルから寿命分布を導く方法

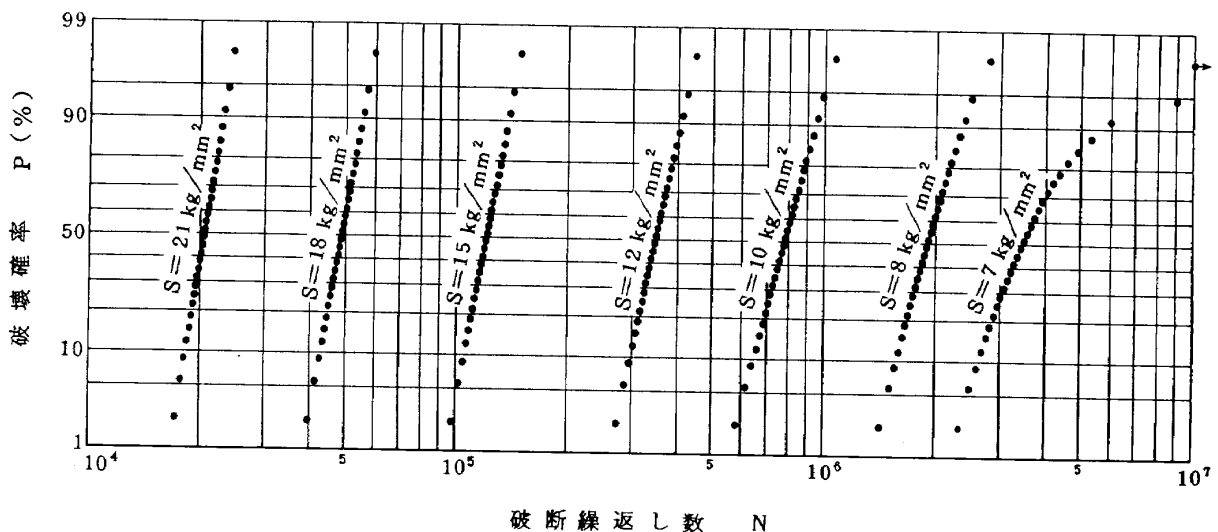


図10 換算応力分布モデルから導いた寿命分布

表 6 換算応力分布モデルと S-N 曲線から導いた寿命の代表値と散布度

| 応力 S<br>kg/mm <sup>2</sup> | 寿命中央値<br>$\tilde{N}$ | 寿命平均値<br>$\bar{N}$ | 寿命標準偏差<br>$\sigma_N$ *) | 寿命変動係数<br>$V_N$ | 対数寿命平均値<br>$\mu$ | 対数寿命標準偏差<br>$\sigma_L$ *) |
|----------------------------|----------------------|--------------------|-------------------------|-----------------|------------------|---------------------------|
| 21                         | 20 700               | 20 700             | 1 800                   | 0.0856          | 4.3148           | 0.0372                    |
| 18                         | 48 400               | 48 600             | 4 700                   | 0.0963          | 4.6847           | 0.0417                    |
| 15                         | 120 400              | 121 000            | 12 100                  | 0.1003          | 5.0809           | 0.0434                    |
| 12                         | 347 300              | 350 000            | 41 000                  | 0.1171          | 5.5412           | 0.0507                    |
| 10                         | 780 400              | 789 300            | 114 700                 | 0.1453          | 5.8928           | 0.0628                    |
| 8                          | 1 899 700            | 1 935 600          | 304 700                 | 0.1574          | 6.2818           | 0.0670                    |
| 7                          | 3 441 100            | ---                | ---                     | ---             | ---              | ---                       |

\*) 不偏分散平方根

の場合などで明らかなように、S-N 曲線の勾配が多少変化している領域でも、対数正規分布に近い分布形が発生しやすい。勾配がかなり大きく変化している応力の低い領域では、ひとつの応力における寿命分布の短寿命側で対数正規分布に比較的良く一致し、長寿命側では対数正規分布から離れ、より長寿命側に尾をひく傾向がある。この傾向は、Bloomer<sup>13)</sup>らの大標本(一応力、973本)による実験結果にも一致しており、実用的に非常に重要な短寿命側の寿命分布形を推定する上でのひとつの理論的根拠を与えるものである。以上は図5の実験結果における傾向とも一致している。また、これらの傾向は前報<sup>2)</sup>の結果ともほぼ同様である。ただし、換算応力が6.5kg/mm<sup>2</sup>以下になる場合は、図5の実験結果との差が大きく現れているが、これはS-N 曲線が実験点の外挿範囲にはいるためと考えられ、実験がさらに低い応力まで行われるなら、これらの相違はより小さくなるものと思われる。

また、ここで得られた寿命のばらつきの大きさを実験値と比較するために、表3と表6の寿命の変動係数を図11に示す。なお、換算応力分布モデルから導いた寿命の変動係数が滑らかな曲線で結べないのは、S-N 曲線の方程式を各応力別個に決めたため、図6のようなS-N 曲線の連続性が幾分足りなかったためと思われる。図11から双方の値は、S=8 kg/mm<sup>2</sup>の場合を除き、かなり良い一致を示している。S=8 kg/mm<sup>2</sup>の場合は、実験による最長寿命値が少々大きめに現れたために双方の差が幾分目立ったものと思われる。

以上の検討から、ここで仮定した換算応力分布モデルは、S-N 曲線の内挿範囲において、実験結果をかなり良く説明できると言えよう。

次にばらつきの拡大係数  $F_V$  を(6)式のように定義する。

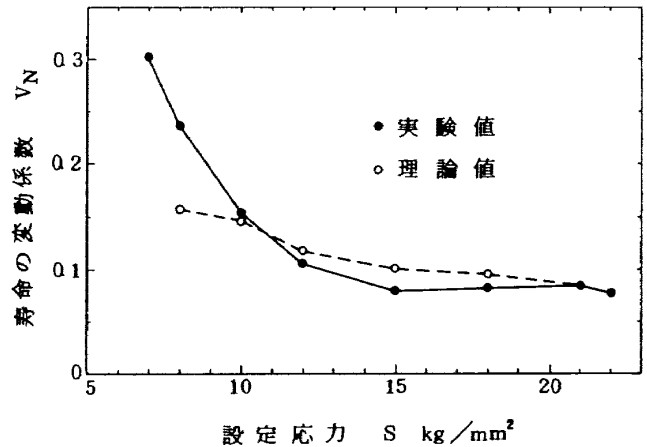


図 11 寿命の変動係数の比較

表 7 ばらつき拡大係数

| 応力 S<br>kg/mm <sup>2</sup> | $F_{VA}$ | $F_{VB}$ |
|----------------------------|----------|----------|
| 21                         | 5.2      | 5.7      |
| 18                         | 5.7      | 5.5      |
| 15                         | 4.8      | 4.8      |
| 12                         | 4.4      | 4.5      |
| 10                         | 4.3      | 4.6      |
| 8                          | 5.0      | 4.0      |
| 7                          | 6.1      | ---      |

$F_{VA}$  ; 表 3 と表 5 から計算

$F_{VB}$  ; 換算応力分布モデルと表 6 から計算

$$F_V = V_N / V_{ST} \quad (6)$$

ここで、 $V_N$  は寿命の変動係数、 $V_{ST}$  は換算応力の変動係数である。表7に表3と5ならびに表6の結果から $F_V$ を計算して示す。この数値は(2)式と表4で与えられる $S-\tilde{N}$ 曲線の勾配と形状ならびに換算応力の標準偏差の大きさにより決まるものである。表7に示した値から、ばらつきは4~6倍程度に拡大されていることがわかる。なお、 $S=7\text{ kg/mm}^2$  の場合の $F_{VB}$  は破断しない試料が存在したため求められていない。

## 5. 結 論

疲れ寿命のばらつきの原因として考えられる因子の効果すべてを総合し、設定応力の誤差に換算して考え、設定応力との和を換算応力と定義した。この考えをもとに、温度および湿度を一定にした実験室内で、航空機用アルミニウム合金2024-T4の鋭い切欠きを有する板状試験片によって行った疲れ試験結果について、換算応力分布、 $S-\tilde{N}$ 曲線および疲れ寿命分布の関係を論じた。得られた結論の主なものを列挙すると、

1) 応力 $8\text{ kg/mm}^2$ 以上では、ほぼ全寿命がき裂進展期間で占められ、 $7\text{ kg/mm}^2$ 以下では、き裂の発生と進展の双方の期間が存在した。しかしながら、寿命の分布形および散布度に対しては、これらの間に顕著な相違は認められなかった。

2) 寿命試験で得られた疲れ寿命のばらつきは、これまでに報告されている値の中で最も小さいと思われるものとほぼ同程度であった。

3) 換算応力の分布形はほぼ正規分布であり、標準偏差も応力に依存せず、ほぼ一定( $0.256\sim 0.375\text{ kg/mm}^2$ )であった。また、変動係数は $0.0148\sim 0.0494$ であり、これらの値は静的引張強度等の変動係数に同程度から、やや大きめの値までに相当した。

4) 分布型を正規分布とし、標準偏差を応力によらず一定とした換算応力分布モデルは、 $S-\tilde{N}$ 曲線の内挿範囲において、実験結果をかなり良く説明した。

5) 疲れ寿命分布は $S-\tilde{N}$ 曲線(片対数座標上)がほぼ直線とみなせる範囲では対数正規分布となり、勾配が幾分変化している領域でも対数正規分布に近い分布形が発生しやすく、さらに勾配の変化が大きくなる応力の低い領域では、対数正規分布から離れ、長寿命側に尾を引く傾向のあることが理論的にも実験的にも明らかにされた。

6) 疲れ寿命の変動係数は換算応力の変動係数の4~6倍程度に拡大されていることが明らかとなった。

本研究を遂行するにあたり、御指導いただきました電

気通信大学の田中栄教授および秋田敏講師に、また御助言いただきました航空宇宙技術研究所の上山忠夫科学研究所官、山根皓三郎主任研究所官ならびに飯田宗四郎疲労研究室長に厚く感謝申し上げます。

## 参 考 文 献

- 1) 横堀, 材料強度学, 技報堂, (1955).
- 2) 下河・浜口, 日本材料強度学会誌, 9-3(昭49), 1.; または, 下河・浜口, 航空宇宙技術研究所報告, TR-360(1974).
- 3) M. Matolcsy, Materialprüfung, 11-6(1969), 196.
- 4) 田中・秋田, 日本材料強度学会誌, 8-3(昭48), 94.
- 5) 田中・秋田・小林, 日本材料強度学会誌, 8-2(昭48), 56.
- 6) 石田, 破壊力学シンポジウムテキスト, (昭46-1), 6-1.
- 7) L. G. Johnson, The Statistical Treatment of Fatigue Experiments, Elsevier Publishing Comp. (1964)
- 8) 山内 他, 統計数値表, 日本規格協会, (1972).
- 9) たとえば, G. M. Sinclair and T. J. Doran, Trans. ASME, 75(1953), 867.; A. M. Freudenthal and E. J. Gumbel, Proc. Roy. Soc., A-216(1953), 309.; 小西・篠塚, 京都大学工学部紀要, 18(1956), 78.; H. T. Corten and G. M. Sinclair, Proc. ASTM, Vol. 56(1956), 1124.; 河本・中川・伊吹・孝橋・材料試験, 9-87(昭35), 737.; 横堀・前川・是川, 材料, 12-117(昭38), 434.; 石田・河野, 航空宇宙技術研究所資料, TM-56(1965); 佐野・菰岡, 航空宇宙技術研究所資料, TM-96(1966); 田中・秋田, 日本機械学会論文集, 38-313(昭47), 2185.
- 10) H. W. Liu and H. T. Corten. NASA, TN D-647(1960).
- 11) W. Weibull, Fatigue Testing and The Analysis of Results, Pergamon Press.(1961).
- 12) たとえば, 上山, 日本航空宇宙学会誌, 19-204(1971), 8.
- 13) N. T. Bloomer and T. F. Roylance, The Aeronautical Quarterly, 16-4(1965), 307.

---

## 航空宇宙技術研究所報告412号

昭和50年5月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182  
印刷所 株式会社 共 進  
東京都杉並区久我山4-1-7(羽田ビル)

---