

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-416

ストラップダウン方式を用いた慣性誘導システム

—— 航法計算法の評価 ——

森 英彦 ・ 新田 慶治  
大坪 孔治

1975 年 7 月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

## 目 次

1. 序 論 .....	1
2. 記 号 .....	2
3. 航法計算のための基礎事項 .....	4
3.1 Coriolis の法則とセンサ検出量 .....	4
3.2 方向余弦行列 .....	5
3.3 速度計算法 .....	6
4. センサ系 .....	7
4.1 加速度計およびジャイロのモデル .....	7
4.2 センサの特性値設定 .....	9
4.3 センサシミュレーション .....	11
5. 方向余弦行列 .....	14
5.1 Direction Cosine 法 .....	15
5.2 Euler Parameter 法 .....	16
5.3 コーニングドリフト .....	17
6. 航法計算フローダイアグラム .....	18
6.1 速度加算法 .....	18
6.2 誤差補正 .....	20
6.3 取付角誤差の発生と補正 .....	21
6.4 加速度計取付位置の影響 .....	22
6.5 速度，位置計算法 .....	22
7. シミュレーション .....	24
7.1 シミュレーションのプログラム .....	24
7.2 シミュレーション内容 .....	24
7.3 結 果 .....	26
8. む す び .....	38
付録 1. SPOT と STRANA の設定の比較 .....	38
2. 計算設定および結果 .....	38

# ストラップダウン方式を用いた慣性誘導システム\*

—— 航法計算法の評価 ——

森 英彦\*\*・新田 慶治\*\*  
大坪 孔治\*\*

## Strap-Down Inertial Guidance System —Performance Evaluation of Navigation Algorithms—

by Hidehiko MORI, Keiji NITTA and Koji OTSUBO

### ABSTRACT

As a part of a system study on injection guidance using the strap-down system, this research was performed to optimize the navigation algorithms.

Simplified models of an accelerometer and a gyro were examined with the aid of simulation. The method for computation of direction cosine and the accumulation of velocity increments are discussed to derive an efficient configuration of navigation. Digital simulation of navigation including gyro and accelerometer dynamics was conducted to search the optimal cycle of computation and to evaluate the effects of error factors.

The accuracy of the velocity has proved to depend mainly on the output cycle of the sensors, and the accuracy of position on the integration cycle of the velocity. The scale factor error and bias of the accelerometer are the most significant terms to be compensated. The characteristics of coning drift have been fully investigated by simulation, but an effective method of correction remains to be studied.

This study will be extended to examine closed loop simulation which includes guidance, steering and dynamics of vehicle.

### 1. 序 論

我国における飛しょう体の誘導は、いまだ実績が乏しく、研究の重点もレーダ方式に置かれていた。最近になって慣性誘導の必要性が認識され、開発が急がれることになった。

慣性誘導は搭載機器による機体の角速度、加速度の検出量から機体に搭載した計算機を用いて現在位置を算定し、目標位置、速度とにらみ合わせて適当な指令を発生することにより機体を誘導する方式である。地上からの

指令に依存しないという点において、レーダ誘導とは異なっており、多くのレーダ配置を必要としない点が有利であると考えられている。

慣性誘導についても機体姿勢検出に関して二つの方式がある。その一は慣性空間に対する機体の角度変化を機械的変位として直接読取ろうとするステープルプラットフォーム方式であり、その二は機体軸方向の角速度成分を検出し、演算によって機体姿勢をえるストラップダウン方式である。当然ストラップダウンの場合の方が計算処理にかかる負担は大きく、したがって計算機の発達と共にクローズアップされてきた方式といえる。

\* 昭和50年3月6日受付

\*\* 宇宙研究グループ

この両者にはそれぞれの特長があってどちらが有利であると一概に断定できない。むしろ状況に応じてそれぞれの用途があり、両者とも有用というべきであろう。

開発面から考えるとステーブルプラットフォーム方式は、ハードウェアとしてのプラットフォームの開発そのものに、成否の大きなウェイトがかかり、演算処理はストラップダウンの場合の一部に含まれる。システムソフト開発という観点からはストラップダウンの場合の方がむづかしく、この場合について基本的な問題を解決しておけばステーブルプラットフォームの場合については容易に転用可能である。またハードウェア研究の面からは搭載型計算機開発に力をそそぐ方がその成果の他分野への波及効果が大きいなどの有利な点がある。

ステーブルプラットフォームの国産化の見込みがきわめて薄いという現実的立場から我々はストラップダウン方式に焦点を絞り検討を続けてきた。しかしながらストラップダウンに限定してもその開発に関連する部門はセンサ、搭載型計算機、インタフェース、制御関係等多岐にわたっている。ソフトウェアだけについてみても座標変換、誘導方程式、誤差補正などはそれぞれについても研究の一テーマをなすほどである。

このような状況下で、各部門の研究の適切な役割と仕様とを明確にしていくためには、概念段階としてのシステム研究を念入りに行なうことにより、全体としてのバランスと個々についての必要要件とをおさえておかなければならない。そのためには解析的に系構成の見通しをよくし系構成の妥当性を吟味することがまず要求される。さらに考えうる種々の可能性についてシミュレーションにより数量的な検討から系の最適化をはかることが必要になる。

本報告は以上のような立場から、ストラップダウン慣性誘導の航法計算に関する数式の検討を行なうことを主眼としている。すなわちセンサ信号の処理から、速度、位置計算までをいかに能率よく処理するかということを問題とする。この数式の最適化が行なわれればそれに応じて計算機の所要速度および精度、センサーに対する許容精度等の推定がなされ、系構成の目安がつくわけである。むしろこのシンセシスは直線的に進むわけではなく、不確定の部分については、はじめ大胆な仮定を設けておいてシミュレーションを行ない、その部分が確定するにつれて、この部分をより正確なモデルで置換えてトレードオフを繰返す。こうした手順はセンサ、計算機のハードウェアが確定し、飛しょう実験にいたるまで必要である。今回の報告はその手順の第一段階にあたっている。

航法計算に関してこの手順を進め、その精度推定が進

んだとしても、誘導計算および制御を含めた閉ループとしての誘導精度は明らかとはならない。これについては本報告に並行して研究を進めており別報で述べる予定である。

欧米におけるストラップダウン誘導の研究報告は、部分的にはかなりあるが、全系としては少ない。その中で我々の数式がほぼ確定した時期に入手した SPOT (Strapdown System Performance Optimization Test Evaluation) と呼ばれる MIT での研究<sup>1)</sup>は、系構成および問題の設定等が我々の研究方針と類似し、ハードウェアまで含めたデータを持っている点で参考になる点が多かった。Italy で行なわれている研究<sup>2)</sup>については、結果の詳細な報告はあるが、計算数式を示していないので検討できなかった。

センサ単体としての研究は少なくはないが、個々の研究で軸系がまちまちであり、また誤差定数の定義の仕方が一致せず、かつ記述が完全でなかったりして今回の仕事の情報源となるものは少なかった。

現在国内的に慣性誘導に課せられているミッションは待機軌道への挿入であり、誘導の程度として特に高くない。したがって研究的に興味はあっても本ミッションに照して関連度の薄い問題については検討を省略した。

## 2. 記 号

$a$	機体加速度	[m/s <sup>2</sup> ]
$a_{IRA}, a_{PRA}, a_{ORA}$	$a$ の加速度計ケース系各軸成分	[m/s <sup>2</sup> ]
$a_{IAm}$	加速度計限界入力	[m/s <sup>2</sup> ]
$B$	機体座標	
$C$	センサケース座標系	
$C_D^a$	加速度計振子系の粘性摩擦係数	[gr cm <sup>2</sup> /s]
$C_D$	ジャイロジンバル系の粘性摩擦係数	[gr cm <sup>2</sup> /s]
$E$	単位行列	
$E$	4 次元 Euclid 空間	
$E_1$	$E$ の中の $e$ に直交する 3 次元空間	
$e$	$E$ の中の単位ベクトル	
$e_1, e_2, e_3$	$E_1$ の中の直交する単位ベクトル	
$F$	機体に働く力	[Kg]
$G$	ジャイロジンバル軸系	
$g$	重力加速度	[m/s <sup>2</sup> ]
$g$	重力加速度ベクトル	
$H$	回転地球に固定された座標系	
$H$	ジャイロ回転子の角運動量	[gr cm <sup>2</sup> /s]
$H^a$	加速度計の振子系角運動量ベクトル	[gr cm <sup>2</sup> /s]
$H^g$	ジャイロの回転子角運動量ベクトル	[gr cm <sup>2</sup> /s]

$IA$	センサ系入力軸	$T_{NB}$	$B$ 座標系から $N$ 座標系への方向余弦行列
$IRA$	センサ系入力基準軸	$T_{PC}$	ケース軸系から振子軸系への方向余弦行列
$I^a$	加速度計振子系の慣性テンソル [gr cm <sup>2</sup> ]	$T_{GC}$	ケース軸系からジンバル軸系への方向余弦行列
$I_{IA}^a, I_{PA}^a, I_{OA}^a$	$I^a$ を振子座標系で表わしたときの対角成分 [gr cm <sup>2</sup> ]	$\hat{T}_{a\beta}$	正規直交化補正された $T_{a\beta}$
$I_{IA}^g, I_{SA}^g, I_{OA}^g$	ジャイロジンバル系の慣性テンソルの対角成分 [gr cm <sup>2</sup> ]	$V$	慣性空間に対する機体速度 [m/s]
$K_{IA}$	ジャイロジンバル系コンプライアンス $IA$ 成分 [s <sup>2</sup> /gr]	$V_{Bx}, V_{By}, V_{Bz}$	または $V_{xB}, V_{yB}, V_{zB}$ $V$ の $B$ 座標系各軸成分 [m/s]
$K_{SA}$	ジャイロジンバル系コンプライアンス $SA$ 成分 [s <sup>2</sup> /gr]	$V_{Hx}, V_{Hy}, V_{Hz}$	$V$ の $H$ 座標系各軸成分 [m/s]
$M$	センサ振子系または回転子に加わるモーメント [gr cm <sup>2</sup> /s]	$V_{Nx}, V_{Ny}, V_{Nz}$	$V$ の $N$ 座標系各軸成分 [m/s]
$M_{OA}$	$M$ の $OA$ 軸成分 [gr cm <sup>2</sup> /s]	$V'$	$V$ から重力による速度増分を差引いた分 [m/s]
$M_B$	センサバイアストルク [gr cm <sup>2</sup> /s]	$V_j$	速度位置計算において $\Delta t_N$ 毎に更新される速度ベクトル [m/s]
$M_{Tg}$	センサ制御トルク [gr cm <sup>2</sup> /s]	$v_L$	発射点自転速度
$M_U$	ジャイロアンバランスマス [gr]	$X, Y, Z$	任意ベクトル $P$ の $\alpha$ 座標系各軸成分
$M_r$	ロータマス [gr]	$x, y, z$	任意ベクトル $P$ の $\beta$ 座標系各軸成分
$m$	機体質量 [Kg s <sup>2</sup> /m]	$\gamma$	取付角誤差
$m_1$	センサ出力を取出すまでのセンサ内部加算回数 ( $\Delta t_s = m_1 \Delta t_c$ )	$\gamma_L$	方位角
$m_2$	センサ出力をえて速度位置計算に移るまでの演算回数 ( $\Delta t_N = m_2 \Delta t_s$ )	$\gamma_N$	$N$ 座標系 $X$ 軸方向
$N$	航法座標系	$\Delta V_{Gj}$	重力加速度による $\Delta t_N$ 間の速度増分
$OA$	センサ系出力軸	$\Delta t_c$	センササンプリング周期 [s]
$ORA$	センサ系出力基準軸	$\Delta t_s$	センサ出力周期 [s]
$P$	任意のベクトル	$\Delta t_N$	速度位置計算周期 [s]
$P_\alpha$	$\alpha$ 座標系によって成分表示された $P$	$\Delta V$	微小区間 $\Delta t$ 間における $V$ の慣性空間からみた増分 [cm/s]
$P_\beta$	$\beta$ 座標系によって成分表示された $P$	$\Delta V_B$	微小区間 $\Delta t$ 間における $V$ の $B$ 座標系からみた増分 [cm/s]
$P$	振子系の慣性一次モーメントベクトル [gr cm]	$\Delta V_\omega$	回転座標系での速度加算において $V(t)$ を用いることによって生ずる慣性空間からみたときの実効的な速度増分 [cm/s]
$P$	加速度計振子系の慣性一次モーメント [gr cm]	$\Delta V_I$	$\Delta t_s$ 間の加速度計入力軸方向速度増分 [cm/s]
$p$	$\tau$ を定義するために用いる $E$ の中の1つの単位ベクトル	$\Delta V_{IRA}$	$\Delta t_s$ 毎の加速度計出力 [cm/s]
$R_{BP}$	機体の回転中心から加速度計中心までの位置ベクトル	$\Delta V_l$	$l$ 回目のセンサ系出力としての速度増分 [cm/s]
$R_{NP}$	慣性座標系原点から加速度計中心までの位置ベクトル	$\Delta \theta_I$	$\Delta t_s$ 間のジャイロ入力軸方向角度増分 [rad]
$R_{NB}$	慣性座標系原点から機体の回転中心までの位置ベクトル	$\Delta \theta_{IRA}$	$\Delta t_s$ 毎のジャイロ出力 [rad]
$SA$	ジャイロスピン軸	$\Delta \theta_l$	$l$ 回目のセンサ系出力としての角度増分 [rad]
$SRA$	ジャイロスピン基準軸	$\Delta \theta_x, \Delta \theta_y, \Delta \theta_z$	$\Delta t_s$ 間の $B$ 座標系各軸角速度の積分値 [rad]
$S_{gn,k}$	$k$ パルス目の符号判定演算子	$\Delta \theta$	$\Delta \theta_x, \Delta \theta_y, \Delta \theta_z$ を成分とするベクトル [rad]
$S_{tgi}$	センサフィードバック信号ゲイン	$\Delta \theta$	$= (\Delta \theta_x^2 + \Delta \theta_y^2 + \Delta \theta_z^2)^{\frac{1}{2}}$
$T$	機体に働く推力 [kg]	$\delta_{IA}$	ジャイロロータマスアンバランス距離 $IA$ 軸成分 [cm]
$T_{a\beta}$	$\beta$ 座標系から $\alpha$ 座標系への方向余弦行列	$\delta_{SA}$	ジャイロロータマスアンバランス距離 $SA$ 軸成分 [cm]
		$\epsilon V$	速度誤差率
		$\epsilon \theta_x, \epsilon \theta_y, \epsilon \theta_z$	オイラパラメータ誤差を角度誤差に変換

した量	[rad]
$\varepsilon\theta$ $\varepsilon\theta_x, \varepsilon\theta_y, \varepsilon\theta_z$ を成分とするベクトル	[rad]
$\theta$ 3次元空間における回転ベクトル	
$\theta_x, \theta_y, \theta_z$ $\theta$ の各軸成分	
$\theta$ 機体のピッチ姿勢角	[rad]
$\rho$ オイラパラメータ	
$\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4$ $\rho$ の4成分	
$\hat{\rho}$ 正規化補正された $\rho$	
$\phi_a$ 加速度計振子系のケースに対する振れ角	[rad]
$\phi_g$ ジャイロジンバル系のケースに対する振れ角	[rad]
$\tau$ $E_1$ に関する回転変換	
$\omega$ 等速回転物体角速度	[rad/s]
$\omega_{\alpha\beta}$ $\alpha$ 座標系に対する $\beta$ 座標系の角速度ベクトル	[rad/s]
$\omega_x, \omega_y, \omega_z$ $\omega_{\alpha\beta}$ の $\beta$ 座標系各軸成分	[rad/s]
$\omega_{NB}$ 慣性座標系に対する $B$ 座標系の角速度ベクトル	[rad/s]
$\omega_{xB}, \omega_{yB}, \omega_{zB}$ $\omega_{NB}$ の $B$ 座標系各軸成分	[rad/s]
$\omega_{NP}$ 慣性座標系に対する振子系の角速度ベクトル	[rad/s]
$\omega_{CP}$ ケース系に対する振子系の角速度ベクトル	[rad/s]
$\omega_{NC}$ 慣性座標系に対するケース軸系の角速度ベクトル	[rad/s]
$\omega_{NG}$ 慣性座標系に対するジャイロジンバル系の角速度ベクトル	[rad/s]
$\omega_{IAM}$ ジャイロ限界入力	[rad/s]
$\omega_n$ 振動回転入力角周波数	[rad/s]
$\mathcal{Q}$ $\omega_{\alpha\beta}$ の各軸成分からなる回転テンソル	[rad/s]
$\mathcal{Q}_x, \mathcal{Q}_y, \mathcal{Q}_z$ $H$ 座標系に対する $B$ 座標系の回転角速度の $B$ 座標系各軸成分	[rad/s]
# 回転和を表わす演算記号	

### 3. 航法計算のための基礎事項

詳細な航法計算式の検討に入る前に、そこで用いられる基礎事項をまとめておく。また簡略化された例題を用いて航法計算の理念について説明する。

#### 3.1 Coriolis の法則とセンサ検出量

Coriolis の法則は演算的に次のように表現することができる。

$$\frac{d}{dt}\bigg|_{\alpha} = \frac{d}{dt}\bigg|_{\beta} + \omega_{\alpha\beta} \times \quad (3.1)$$

ただし  $\frac{d}{dt}\bigg|_{\alpha}, \frac{d}{dt}\bigg|_{\beta}$  等はそれぞれ基準座標系  $\alpha$  および回転座標系  $\beta$  からみた時間的変化率、 $\omega_{\alpha\beta}$  は  $\alpha$  座標系

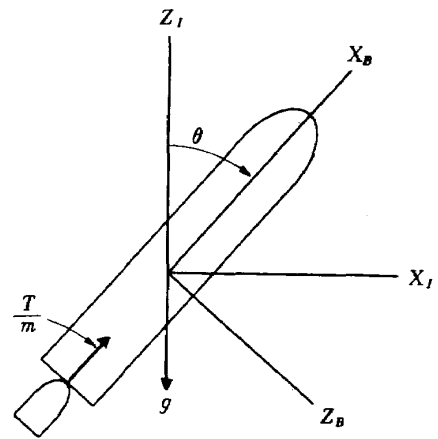


図 3.1 スラスト重力のみが働く飛しょう体

に対する  $\beta$  座標系の回転角速度を表わす。

たとえばいま図 3.1 に示すような簡略化された飛しょう体の例について適用しよう。基準座標系  $\alpha$  として慣性座標系  $N$ 、回転座標系として機体座標系  $B$  をとると Newton の式は (3.1) を用いて、次式で表わすことができる。

$$\frac{dV}{dt}\bigg|_N = \frac{dV}{dt}\bigg|_B + \omega_{NB} \times V = \frac{F}{m} \quad (3.2)$$

ただし  $V$  は慣性空間に対する機体速度、 $F$  は質点に働く力、 $m$  は質量である。 $V$  および  $\omega_{NB}$  を機体座標系を用いて表わすものとする

$$V = \{V\}_{\beta} = i_B V_{xB} + j_B V_{yB} + k_B V_{zB}$$

$$\omega_{NB} = \{\omega_{NB}\}_B = i_B \omega_{xB} + j_B \omega_{yB} + k_B \omega_{zB}$$

ただし  $\{ \}_B$  はベクトルの  $B$  座標系成分表示を表わすものとし、以下同様の表記法を用いる。このとき (3.2) 式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \dot{V}_{xB}\bigg|_N &= \dot{V}_{xB}\bigg|_B + V_{zB}\omega_{yB} - V_{yB}\omega_{zB} = \frac{T}{m} - g\cos\theta \\ \dot{V}_{yB}\bigg|_N &= \dot{V}_{yB}\bigg|_B + V_{zB}\omega_{zB} - V_{xB}\omega_{zB} = 0 \\ \dot{V}_{zB}\bigg|_N &= \dot{V}_{zB}\bigg|_B + V_{yB}\omega_{xB} - V_{xB}\omega_{yB} = g\sin\theta \end{aligned} \quad (3.3)$$

慣性座標系としては慣性空間に固定された座標系であればどの方向に向いていてもよく、 $\omega_{NB}$  は特定の慣性座標系  $N$  の方向にはよらない。したがって慣性座標系として数種類用いてもよいのであるが本報告で用いる慣性座標系は速度および位置を表示するための航法座標系のみであるから、航法座標系  $N$  を慣性座標系に同義にとっておく。

さてここで各センサはどの量を検出するかについて考えてみよう。 $\omega_{xB}, \omega_{yB}, \omega_{zB}$  は慣性空間に対する機体の回転速度を機体各軸の要素に分解したものである。機体各軸にとりつけられたジャイロが正確に直交して、

かつ取付位置に対する機体曲げ振動の影響が無視できれば、各軸のジャイロはそれぞれ $\omega_{x_B}, \omega_{y_B}, \omega_{z_B}$ を検知すると考えられる。しかしながらストラップダウン系の場合にはセンサ系の出力として $\omega_{x_B}, \omega_{y_B}, \omega_{z_B}$ がえられるのではなく、 $\omega_{x_B}, \omega_{y_B}, \omega_{z_B}$ を検出期間毎に積分した量として出力しようとするものである。この積分操作は機体振動による高周波誤差の影響を除去する上で効果的ではあるが、パルス数のカウントという方法によるための量子化誤差を生ずる。加うるにもし正確に機体各軸の角速度を積分しえたとしても、速度を計算しようすると検出期間内における $N$ 座標に対する $B$ 座標の角度の変化が問題となる。一軸に対する回転の場合を除いて機体の角度変化と各機体軸角速度の積分を要素とするベクトルとは一致しないからである。より効率のよい航法計算式を作るためには、これらの点に関するトレードオフが必要なのである。

$\dot{V}_{x_B}|_B, \dot{V}_{y_B}|_B, \dot{V}_{z_B}|_B$ 等は $B$ 座標系で表わした速度の変化率であって慣性量ではないため加速度計では検知できない。たとえば平面上において等回転速度物体が等速直進運動するとき重力がないものとする、図 3.2 に示すように

$$V_{x_B} = v \cos \theta, \quad V_{y_B} = -v \sin \theta, \quad \omega_{z_B} = \omega$$

であって

$$\dot{V}_{x_B}|_B = -\omega v \sin \theta \neq 0, \quad \dot{V}_{y_B}|_B = -\omega v \cos \theta \neq 0$$

である。しかし加速度計として質量—バネ系で考えると回転中心に加速度計フロートがある限り加速度計の検出量は 0 である。加速度計として振子型を用いても考え方は全く同じである。さらにこの例題は加速度計のフロートが回転中心からずれたときは加速度計が機体の回転速

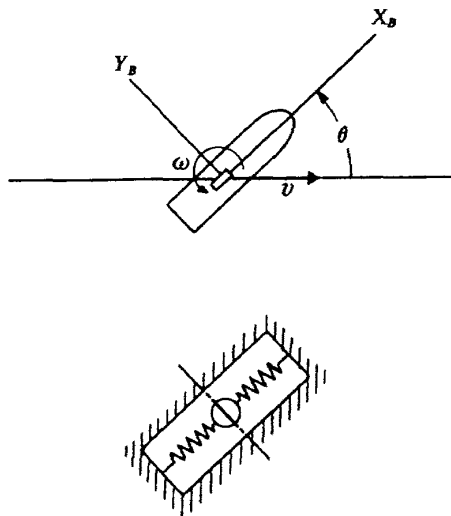


図 3.2 等速回転物体の等速運動と質量バネ系による加速度計

度の影響を誤差成分として受けることを指摘している。数値的には他の誤差要因にくらべると小さいが、高精度を狙うときはこの影響をも考慮しなければならない。

$\dot{V}_{x_B}|_N, \dot{V}_{y_B}|_N, \dot{V}_{z_B}|_N$ 等は慣性空間からみた加速度の $B$ 座標系成分であるが、これも検出できない。加速度計での検出量はこの場合 $B$ 座標系 $x, y, z$ 軸に対して、 $\frac{T}{m}, 0, 0$ である。重力によるポテンシャル力は加速度計は検知しない。それは自由落下の場合、方程式は $T=0$ とするのみで依然 (3.3) で表わされるが加速度計は出力を与えないことより明らかである。

スラスト、重力以外の力、すなわち抗力、揚力、制御力等が働く場合、加速度計は重力を除くこれらの力の各軸成分を検出する。したがって航法計算も飛しょう計算と結んでシミュレートするとき、加速度計への入力はいこれらの力の各軸成分を用いなければならない。また速度を計算する航法計算のためには、内部で重力を発生しなければならないことも (3.3) より明らかであろう。

### 3.2 方向余弦行列

ベクトル量を一つの座標から他の座標系へ変換するための変換マトリクスを方向余弦行列 (Direction Cosine matrix) とよび、このとき両座標の回転角度はオイラー角によって表現される。角度そのものが必要な場合、たとえば操舵などでは指令方向ベクトルと現在の姿勢ベクトルとのなす角度が必要となる場合はオイラー角での表現が必要となる。しかし航法計算の範囲内では方向余弦行列のみが必要でかつ線形であるため計算も解析的に行なえるという理由で、回転に関する運動は方向余弦に関する微分方程式として解かれる。その解法は種々あり、4 章で述べるがここでは微分方程式のみを記述する。

$P$  を 1 つのベクトルとし、その $\alpha$ 座標、 $\beta$ 座標での表現をそれぞれ次のように与える。

$$P_\alpha = \text{col}(X, Y, Z) \quad [\alpha \text{ 座標}]$$

$$P_\beta = \text{col}(x, y, z) \quad [\beta \text{ 座標}]$$

方向余弦行列 $T_{\alpha\beta}$ を次のように定義する。

$$P_\alpha = T_{\alpha\beta} P_\beta \quad [\alpha \text{ 座標}] \quad (3.4)$$

両辺を時間微分すると

$$\begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{pmatrix} = T_{\alpha\beta} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} + \dot{T}_{\alpha\beta} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad [\alpha \text{ 座標}] \quad (3.5)$$

一方 Coriolis の法則 (3.1) により一般に

$$\frac{dP}{dt}|_\alpha = \frac{dP}{dt}|_\beta + \omega_{\alpha\beta} \times P \quad (3.6)$$

が成立し、これは $\beta$ 座標系で次のように成分表示できる。

$$T_{\alpha\beta}^{-1} \begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad [\beta \text{ 座標}]$$

$\alpha$  座標に変換すると

$$\begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{pmatrix} = T_{\alpha\beta} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad [\alpha \text{ 座標}] \quad (3.7)$$

(3.5) と (3.6) との比較により方向余弦行列に関する次の微分方程式をえる。

$$\dot{T}_{\alpha\beta} = T_{\alpha\beta} \Omega \quad (3.8)$$

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix}$$

方向余弦行列は回転変換であることから正規直交性 (Orthonormality) が要求され, その条件は  $T_{\alpha\beta}^T = T_{\alpha\beta}^{-1}$  なることである。これを用いると (3.8) は  $T_{\beta\alpha} = T_{\alpha\beta}^{-1}$  によって次のような表現をもとる。

$$\dot{T}_{\beta\alpha} = -\Omega T_{\beta\alpha} \quad (3.8')$$

### 3.3 速度計算法

(3.2) または (3.3) を用いて速度を計算することを考えよう。いま  $B$  座標系が微小時間  $dt$  後に  $\omega dt$  だけ回転するものとし, この間の速度増分の加算法について考える。図式的にこれを表わすと図 3.3 のようになる。速度を慣性座標系による成分としての  $\{V\}_N$  として計算するか, 回転座標系による成分としての  $\{V\}_B$  として計算するかにより二通りの計算法が考えられる。まず慣性座

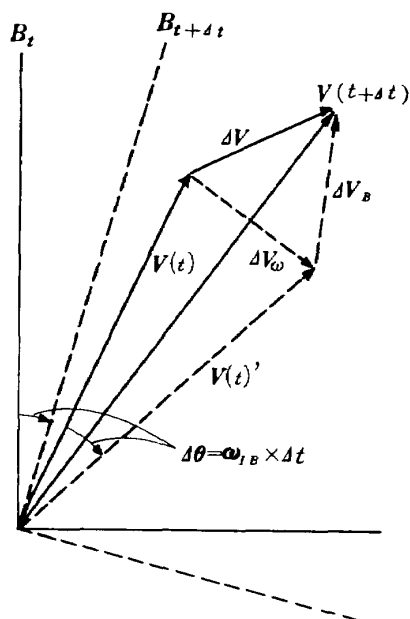


図 3.3 回転系における速度加算

標系による速度は次式でえられる。

$$\{V(t+dt)\}_N = \{V(t)\}_N + \{\Delta V\}_N \quad (3.9)$$

ただし

$$\{\Delta V\}_N = \{\dot{V}\}_N \cdot dt = T_{NB} \begin{pmatrix} \frac{T}{m} - g \cos \theta \\ 0 \\ g \sin \theta \end{pmatrix} dt$$

この方法はすべてのベクトルを慣性座標系による表示に改めて加算をしようとするものである。

これに対して回転座標系による速度加算は次式でえられる。

$$\{V(t+dt)\}_B = \{V(t)\}_B + \{\Delta V_B\}_B \quad (3.10)$$

ただし

$$\begin{aligned} \{\Delta V_B\}_B &= \{\dot{V}\}_B \cdot dt \\ &= \left[ \begin{pmatrix} \frac{T}{m} - g \cos \theta \\ 0 \\ g \sin \theta \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{xB} \\ V_{yB} \\ V_{zB} \end{pmatrix} \right] dt \end{aligned}$$

$\{V(t)\}_B$  は  $t$  時刻の  $B$  座標系による  $V(t)$  の表示,

$\{V(t+dt)\}_B$  は  $t+dt$  の  $B$  座標系による  $V(t+dt)$  の表示を表わす。この式は  $B$  座標でみた速度の変化率を使

って  $B$  座標による速度表示を数値的に求めている式であるがまた図的に次のように説明することもできる。まず  $B$  座標系において  $\{V(t+dt)\}_B$  を計算するために  $\{V(t)\}_B$  を使うことは慣性空間からみると,

$$V'(t) = V(t) + \Delta V_\omega, \quad \Delta V_\omega = \omega_{NB} \times V(t) \cdot dt$$

を用いることに等しい。したがって Coriolis の法則から

$$\Delta V_B = V|_B \cdot dt = \{\dot{V}\}_N - \omega_{NB} \times V(t) \cdot dt = \Delta V - \Delta V_\omega$$

の関係が成立つことを考えると, (3.10) で表わされる  $\{V(t+dt)\}_B$  は図の  $V(t+dt)$  と一致し, 慣性空間からみた速度の  $B$  座標系成分表示であることがわかる。

考え方としては (3.9) の方がすっきりしているが 1 ステップ計算する度に,  $T_{NB}$  をも計算しなければならないので計算時間がかかる。これに対して (3.10) は 1 ステップ毎の所要時間が少ないという利点がある。しかし航法計算として最終的に必要な速度は慣性座標系からみた速度である。したがって能率的な航法計算を行なうためには, この二つの考え方を組み合わせなければならない。

なお (3.10) において回転座標系を  $B$  座標系ではなく, たとえば回転地球に固定された座標系  $H$  で考えると

$$\{V(t+dt)\}_H = \{V(t)\}_H + \{\dot{V}\}_H \quad (3.11)$$

ただし

$$\{\dot{V}\}_H = T_{HB} \begin{pmatrix} \frac{T}{m} - g \cos \theta \\ 0 \\ g \sin \theta \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_z & \Omega_y \\ \Omega_z & 0 & -\Omega_x \\ -\Omega_y & \Omega_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{xH} \\ V_{yH} \\ V_{zH} \end{pmatrix}$$



となる。 $(Q_x, Q_y, Q_z)$  は慣性空間に対する  $H$  座標系の回転角速度  $H$  座標成分である。この式は飛しょう体の軌道シミュレーションに用いられることがある。 $\{\dot{V}\}_H$  は回転地球からみた飛しょう体の速度変化率であるから、慣性座標系と回転座標系との原点が一致していると仮定して、 $\{\dot{V}\}_H$  を発射時から積分していくと回転地球に対して相対的な速度がえられる、ただしこの場合も  $\{\dot{V}\}_H$  の表現に用いられている  $(V_{xH}, V_{yH}, V_{zH})$  としては慣性空間からみた速度の  $H$  座標系成分を用いなければならない点に注意を要する。

#### 4. センサ系

センサは機体に取り付けられた慣性測定ユニット (Inertial measurement Unit, or I. M. U) に搭載された姿勢検出用のジャイロと加速度計とからなる。

ストラップダウン用センサとしてジャイロは一自由度ジャイロ、加速度計としては一自由度振り型加速度計を用いるのが普通である。一般に市販されているこれらのセンサはアナログフィードバック方式のものであるため、ピックオフやトルカの非線形性によって測定精度がよくない。ストラップダウン用として用いる場合にはフィードバックをデジタル信号に変換して行なうパルスリバランス型に改良して使用することが必要である。このため市販のセンサの特性を調べてシミュレーションを行なうだけでは不十分であり、市販のものをパルスリバランス方式に改良した特性を知らなければならない。

しかしながらパルスリバランス型のフィードバックにも種々の方式がある。我国で実用に供しうるものは入手できていない現実からして各方式の優劣はもとより、個々の系の最適ゲイン等も明らかではない。したがって基本的な動作原理を把握するためにもっとも単純な形態を選んでゲイン設定の方針をえることを試みた。

##### 4.1 加速度計およびジャイロのモデル

一自由度振り型加速度計にも Gyro Pendulous Accelerometer と Pendulous Accelerometer とがあるが、前者は検出機構が複雑となって精度的にも好ましくない。一方後者は機構が簡単であり、パルスリバランス方式が比較的簡単に採用できるためストラップダウン用として適している。したがって以下では加速度計については Pendulous Accelerometer のみを扱う。

図 4.1 に一軸の Pendulous Accelerometer の原理を示す。ケース軸系、振り軸系をそれぞれ  $(IRA, PRA, ORA)$ ,  $(IA, PA, OA)$  とする。先頭記号  $I, P, O$  はそれぞれ, Input, Pendulous, Output の意味である。 $\phi_a$  は振子の振れ角である。

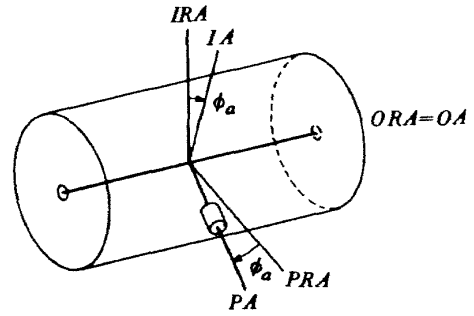


図 4.1 加速度計モデル

いまケースが回転しつつ加速度を受けているものとする。このとき振子に外力モーメント  $M$  を加えたとなると、運動方程式は次式で与えられる。

$$M = \alpha \times P + \left. \frac{dH^a}{dt} \right|_N \quad (4.1)$$

$H^a$  は振り系の角運動量、 $\alpha$  はケースに加わる加速度、 $P$  は振り系の慣性一次モーメント (Pendulousity) である。

コリオリの式を用いて (4.1) を振り系に相対的な変化率  $\left. \frac{d}{dt} \right|_P$  で表わせば

$$M = \left. \frac{dH^a}{dt} \right|_P + \omega_{NP} \times H^a + \alpha \times P \quad (4.2)$$

となる。 $\omega_{NP}$  は慣性空間に対するジンの回転角速度である。

いまケース軸系から振り軸系への変換行列を  $T_{PC}$  とすると、その要素は次式で表わされる。

$$T_{PC} = \begin{pmatrix} \cos \phi_a & \sin \phi_a & 0 \\ -\sin \phi_a & \cos \phi_a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & \phi_a & 0 \\ -\phi_a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

系に加わる入力、慣性空間に対するケース軸系の加速度  $\alpha$  および角速度  $\omega_{NC}$  で与えられる。しかし運動方程式は振り系で解きたい。そのため (4.3) を用いて変換する。

$$\{\alpha\}_P = T_{PC} \{\alpha\}_C = \begin{pmatrix} \alpha_{IRA} + \alpha_{PRA} \phi_a \\ \alpha_{PRA} - \alpha_{IRA} \phi_a \\ \alpha_{ORA} \end{pmatrix}$$

ケースに対する振子の角速度は

$$\{\omega_{CP}\}_P = \text{col} (0, 0, \phi_a)$$

であるから

$$\{\omega_{NP}\}_P = T_{PC} \{\omega_{NC}\}_C + \{\omega_{CP}\}_P = \begin{pmatrix} \omega_{IRA} + \omega_{PRA} \phi_a \\ \omega_{PRA} - \omega_{IRA} \phi_a \\ \omega_{ORA} + \phi_a \end{pmatrix}$$

振子の質量を  $m$ 、実効的振り長を  $l$  とすると  $p = m \cdot l$  であって、3 軸についての表現は次式になる。

$$\{P\}_P = \text{col} (0, p, 0)$$

振子系の慣性テンソルを  $I^a$  とすると

$$\{H^a\}_P = \{I^a\}_P \cdot \{\omega_{NP}\}_P$$

であるから振子軸系と振子系の慣性主軸方向が一致しているとする、対角成分のみが残り、次式がえられる。

$$\{H^a\}_P = \begin{pmatrix} I_{IA}^a (\omega_{IRA} + \omega_{PRA} \phi_a) \\ I_{PA}^a (\omega_{PRA} - \omega_{IRA} \phi_a) \\ I_{OA}^a (\omega_{ORA} + \dot{\phi}_a) \end{pmatrix}$$

以上の表現を (4.2) に代入すると第 3 軸すなわち,  $OA$  軸についてのモーメントとして次式がえられる。

$$M_{OA} = I_{OA}^a (\dot{\omega}_{ORA} + \dot{\phi}_a) + (I_{PA}^a - I_{IA}^a) \times (\omega_{IRA} + \omega_{PRA} \phi_a)(\omega_{PRA} - \omega_{IRA} \phi_a) + P(\alpha_{IRA} + \alpha_{PRA} \phi_a)$$

これに対して外力として軸受点に加わるモーメント  $M_{OA}$  は制御トルク  $M_{TG}$ , 粘性摩擦トルク  $-C_D^a \dot{\theta}$  およびバイアストルク  $M_B$  等の和に等しい。

$$M_{OA} = -C_D^a \dot{\phi}_a + M_{TG}^a + M_B^a$$

両式から  $M_{OA}$  を消去し, 微小項を無視すると次の加速度計の運動方程式をえる。

$$I_{OA}^a \ddot{\phi}_a + C_D^a \dot{\phi}_a = M_{TG}^a - P\alpha_{IRA} + (I_{IA}^a - I_{PA}^a) \omega_{IRA} \omega_{PRA} - I_{OA}^a \dot{\omega}_{ORA} + M_B^a \quad (4.4)$$

(4.4) の右辺第三項は Anisoinertia, 第 4 項は Output axis Coupling と呼ばれる。これはいずれも誤差要因となる。

つぎにジャイロの運動方程式について考えよう。ジャイロの構造は機能的には加速度計の振子を回転子 (spin rotor) を含むジンバル系でおきかえたものにすぎない。その機能図を図 4.2 に示す。加速度計では Pendulousity によって加速度を検知したのに対し, ジャイロはスピン軸に関する角運動量によって入力軸に関する角速度をジャイロ力として検知するのである。方程式の導き方は加速度計の場合に類似している。

ジャイロのケース軸系を  $(IRA, SRA, ORA)$  回転子軸

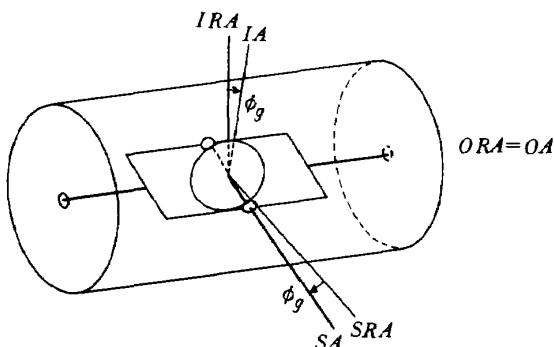


図 4.2 ジャイロモデル

系を  $(IA, SA, OA)$  とする。先頭符号の  $S$  はスピンを意味する。

加速度計の場合と異なり pendulousity は 0 であるから運動方程式として

$$M = \frac{dH^g}{dt} \Big|_N = \frac{dH^g}{dt} \Big|_G + \omega_{NG} \times H^g \quad (4.5)$$

をえる。  $H^g$  は回転子を含むジンバル系の角運動量,  $\omega_{NG}$  は慣性空間に対するジンバル系の角速度である。

ケース軸系からジンバル軸系へ方向余弦行列を  $T_{GC}$  とすると

$$T_{GC} = \begin{pmatrix} \cos \phi_g & \sin \phi_g & 0 \\ -\sin \phi_g & \cos \phi_g & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} 1 & \phi_g & 0 \\ -\phi_g & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

したがって

$$\{\omega_{NG}\}_G = T_{GC} \{\omega_{NC}\}_C + \{\omega_{CG}\}_G = \begin{pmatrix} \omega_{IRA} + \omega_{SRA} \phi_g \\ \omega_{SRA} - \omega_{IRA} \phi_g \\ \omega_{ORA} + \dot{\phi}_g \end{pmatrix}$$

回転子の角運動量を  $H$  とするとジンバル系の角運動量は

$$\begin{aligned} \{H\}_G &= \begin{pmatrix} 0 \\ H \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I_{IA}^g & 0 & 0 \\ 0 & I_{SA}^g & 0 \\ 0 & 0 & I_{OA}^g \end{pmatrix} \{\omega_{NG}\}_G \\ &= \begin{pmatrix} I_{IA}^g (\omega_{IRA} + \omega_{SRA} \phi_g) \\ I_{SA}^g (\omega_{SRA} - \omega_{IRA} \phi_g) + H \\ I_{OA}^g (\omega_{ORA} + \dot{\phi}_g) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

この式を (4.5) 式に代入すると, 第 3 軸すなわち  $OA$  軸に関して次の方程式をえる

$$M_{OA} = I_{OA}^g (\dot{\omega}_{ORA} + \dot{\phi}_g) + (I_{SA}^g - I_{IA}^g) (\omega_{IRA} + \omega_{SRA} \phi_g)(\omega_{SRA} - \omega_{IRA} \phi_g) + (\omega_{IRA} + \omega_{SRA} \phi_g) H$$

外力として加わるモーメントとして加速度計の場合と同様に制御トルク  $M_{TG}^g$ , 粘性トルク  $-C_D^g \dot{\phi}_g$ , バイアストルク  $M_B^g$  の和を用い, 微小項を無視すると結局次のジャイロの運動方程式をえる。

$$I_{OA}^g \ddot{\phi}_g + C_D^g \dot{\phi}_g = M_{TG}^g - H \omega_{IRA} + (I_{IA}^g - I_{SA}^g) \omega_{IRA} \omega_{SRA} + \omega_{SRA} \phi_g H - I_{OA}^g \dot{\omega}_{ORA} \quad (4.7)$$

右辺第三項は Anisoinertia トルク, 第 4 項は Cross Coupling トルク, 第 5 項は出力軸トルクと呼ばれ, 誤差要因となる。ジャイロの場合にはこれらの他にも回転子の質量の不均衡によって起きる Unbalance mass トルクとか, ジンバルのたわみに起因する Compliance トルク等が存在する。これらはいずれも加速度に依存する誤差要因であるが実験による特性値の評価などもむづかし表現も文献によりまちまちである。ここでは (4.7) へ

の附加項としてそれぞれを次のような形式で採用した。

$$\begin{aligned} \text{Unbalance mass torque ; } & M_U (a_{SKA} \sigma_{IRA} - a_{IRA} \sigma_{SRA}) \\ \text{Compliance torque ; } & \frac{M_r^2}{2} a_{IRA} a_{JRA} (K_{IRA} - K_{SRA}) \end{aligned}$$

$M_U$  : mass unbalance,  $\sigma_{IA}, \sigma_{SA}$  : unbalance distance

$M_r$  : rotor mass,  $K_{IA}, K_{SA}$  : compliance

しかしこれらの項に関してはなお検討を要する。

センサ系の運動方程式に関しては誤差項ばかりでなく、座標軸のとり方なども文献によってまちまちであり、そのため結果の比較あるいは応用上不便をきたすことがある。センサーの座標軸系の選び方は入出力および他の一軸の順序に関して本質的には2通り存在する。加速度計についていえば  $(IA, PA, OA)$  とするか  $(PA, IA, OA)$  とするかである。これらの偶置換は同じ座標系を現わし、奇置換は他方の座標軸系と一致する。したがって選定する座標系に応じて運動方程式も正負号のとり方に関して2通りの表記法がある。加速度計について  $(PA, IA, OA)$  の場合を  $(IA, FA, OA)$  の場合に比べると、 $OA$  軸の方向が負荷に向いている。したがって  $(IA, PA, OA)$  で記述された運動方程式の  $OA$  軸に関して定義された諸量の符号を逆にすれば  $(PA, IA, OA)$  軸に関する運動方程式がえられる。すなわち  $\phi_a, \omega_{ORA}, M_{TG}^a$  等の符号を変えることにより、 $(PA, IA, OA)$  軸で記述される加速度計の方程式として次式をえる。

$$\begin{aligned} (I_{OA}^a \ddot{\phi}_a + C_D^a \dot{\phi}_a) &= M_{TG}^a + P a_{IRA} \\ &- (I_{IA}^a - I_{PA}^a) \omega_{IRA} \omega_{PA} - I_{OA}^a \dot{\omega}_{ORA} \end{aligned} \quad (4.4)'$$

ジャイロの場合も考え方は同様であって  $(SA, IA, OA)$  軸で記述されたジャイロの運動方程式は

$$\begin{aligned} I_{OA}^g \ddot{\phi}_g + C_D^g \dot{\phi}_g &= M_{TG}^g + H \omega_{IRA} - (I_{IA}^g - I_{SA}^g) \\ &\times \omega_{IRA} \omega_{SRA} + \omega_{SRA} \phi_g H - I_{OA}^g \omega_{ORA} \end{aligned} \quad (4.7)'$$

となる。文献1では(4.7)'の表記法をとっている。ハードウェアとしてのセンサ系での座標系の選び方に応じて、誤差補正等のソフトウェアでは符号を使いわけることが必要である。

#### 4.2 センサの特性値設定

前節でセンサ系の運動方程式がえられたわけであるが、シミュレーションをしようとする場合には特性値をいかにしてきめるかが問題となる。 $I_{OA}, C_D$  等については市販されているセンサのカタログを調べることにより、標準的な特性値を設定することが可能である。しかしフィードバックとしての制御力  $M_{tg}$  の発生方法に関しては2位置または3位置のオンオフ操作をとることが多く、しかもDuty cycleのとり方が種々考えられ、非線形であるため一般的な傾向がとらえづらい。また具体的に数値を示している文献が見当たらない。このフィードバック方式に関しては現段階では既製のものが使えるというよりも、ユーザが使用する加速度計およびジャイロ等の目的に応じて作製することが必要と思われる。したがってこの点に関するシミュレーションの目的はシンセシスの内容を含んでいる。

今回は2位置動作、Duty ratio 100%という単純な設定により、できるだけ一般的傾向を捕えることを試みた。運動方程式の動作原理に関与する部分は加速度計、ジャイロにおいて類似していて、表4.1に示す式で与えられる。これらは(4.4)', (4.7)'の右辺第2項までを含んでいる。他の項は動作原理とは関係していない誤差項であ

表 4.1 センサの基本的な特性

	加 速 度 計	ジャイロ
運動方程式	$I_{OA}^a \ddot{\phi}_a + C_D^a \dot{\phi}_a = P a_{IRA} + M_{TG}^a$	$I_{OA}^g \ddot{\phi}_g + C_D^g \dot{\phi}_g = H \omega_{IRA} + M_{TG}^g$
特 性 値	$I_{OA}^a = 7.06 \quad (\text{gr cm}^2)$ $C_D^a = 1.2 \times 10^6 \quad (\text{gr cm}^2/\text{s})$ $P = 2.86 \quad (\text{gr cmrad})$	$I_{OA}^g = 2 \times 10^2 \quad (\text{gr cm}^2)$ $C_D^g = 3.33 \times 10^5 \quad (\text{gr cm}^2/\text{s})$ $H = 1 \times 10^5 \quad (\text{gr cm}^2/\text{s})$
	$K_1^a = \frac{P}{C_{OA}^a} = 2.38 \times 10^{-6} \quad (\frac{\text{rads}}{\text{cm}})$ $T^a = \frac{I_{OA}^a}{C_{OA}^a} = 5.88 \times 10^{-6} \quad (\text{s})$ $K_2^a = \frac{Stg_{t}^a}{C_{OA}^a}$	$K_1^g = \frac{H}{C_{OA}^g} = 0.3$ $T^g = \frac{I_{OA}^g}{C_{OA}^g} = 0.6 \times 10^{-3} \quad (\text{s})$ $K_2^g = \frac{Stg_{t}^g}{C_{OA}^g}$

る。特性値  $I_{OA}$ ,  $C_D$ ,  $H$ ,  $P$  等についてはカタログ(4), (5)を用いて表 4.1 のように仮定した。いま扱いを単純化するために  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $T$  を定義してブロック線図を書くと両センサに共通で図 4.3 のようになる。以下  $a$ ,  $g$  等の

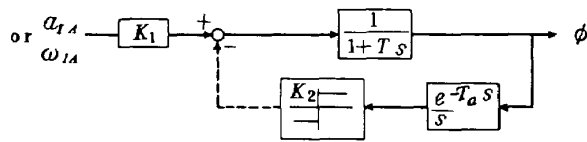


図 4.3 センサブロック線図

添字を省略したときは両センサに共通の話とする。フィードバックトルク  $M_{tg}$  としては上記設定により機能的に図示のようになる。ハード的には Signal Generator によってフロートの変位を検出し、電子回路を通してトルカーへフィードバックすることになる。図中点線を用いたのはこの部分が連続的信号として出るのはではなく、周期的に正負号を判定し、定間隔のパルスとしてフィードバック信号を与えることを示す。以下ではこのパルス周期をサンプリング周期と呼び  $dt_c$  で表わす。クロックおよびインターフェース等のハードウェアが過度に複雑になることをさけるため、 $dt_c$  は加速度計、ジャイロで共通にとる。ハード的に実現しうる  $dt_c$  としては  $2 \times 10^{-4}$  [s] くらいが現在最小でそれより小さくはできない。

$S_{gn,k}$  で  $k$  パルス目の符号判定を表わせば

$$M_{Tg} = -S_{tgi} S_{gn,k} [\phi(t-t_d)] \quad (4.8)$$

である。ただし  $S_{gn,k}[\phi(t-t_d)]$  は  $\phi(t-t_d)$  の正負に応じて +1, -1 の値をとる。 $t_d$  はリレー動作の遅れによって生ずる実効的むだ時間、 $S_{tgi}$  はフィードバックトルクの大きさを示している。Duty ratio が 100% よりも小さい設定のときは  $S_{tgi}$  をそれだけ大きくして力積的に同じにすればフィードバックトルクの効果はほぼ同じになると考えられる。そこでフィードバックトルク  $S_{tgi}$  の大きさをどのようにとるかが問題となる。非線形系であ

るから、当然入力の大さきにより応答の違いが出てくる。入力トルクに対するフィードバックトルクの比を  $\alpha$  とする。すなわち

$$\alpha^a = \frac{K_2}{K_1 a_{IA}} = \frac{S_{tgi}^a}{P a_{IA}}, \quad \alpha^g = \frac{K_2}{K_1 \omega_{IA}} = \frac{S_{tgi}^g}{H \omega_{IA}}$$

$\alpha$  を 2 程度にとったときの応答の概念図を図 4.4 に示す。運動方程式は両センサで類似しているが、構造の違いにより応答の様子はかなり異なっている。加速度計の場合は時定数が非常に小さいので  $\dot{\phi}_a$  の応答は瞬時に定常値に達し、オンオフ動作は  $\phi_a$  の正負変化に対する検出遅れによって生ずる。これに対して、ジャイロの場合時定数はサンプリングタイムと同等あるいはやや大きい程度である。サンプリングタイムを  $dt_c = 10^{-4}$  [s] に選んだときで  $T^g$  [sec] あたり 3 カウント程度、パルスが分布する。したがってオンオフ動作の発生原理は連続系の場合に近い。

さてストラップダウンセンサの場合、出力はどのようにしてえられるかを考えよう。加速度計の場合、過渡状態はほとんどないから  $\dot{\phi}_a = 0$  と考えてよい。つぎにフィードバックの働き方が有効であれば振子の振れ角が大きくなることはありえないから、 $\dot{\phi}_a$  の時間的積分値は 0 に近くなると考えてよい。したがって

$$\int_0^t [-S_{tgi} S_{gn}(\phi_a(t-t_d)) + P a_{IRA}] dt \approx 0$$

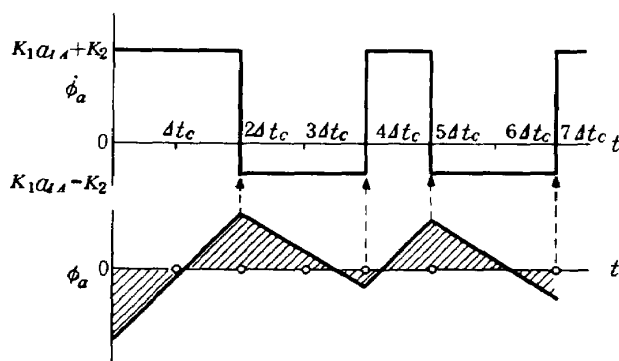
が成立している。すなわち

$$\int_0^t a_{IRA} dt = \frac{S_{tgi}^a}{P} \int_0^t S_{gn}(\phi_a(t-t_d)) dt$$

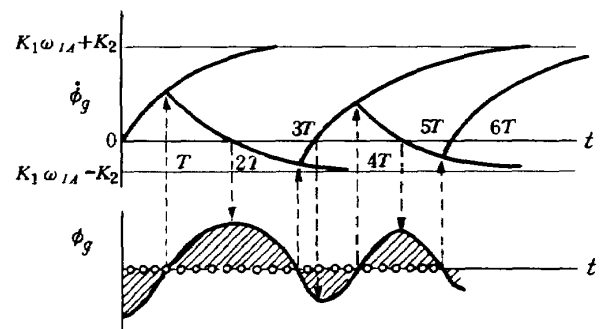
いま  $m_1$  回のサンプリング周期を単位として出力を取り出そうとすると、出力は

$$dV_{IRA} = \frac{S_{tgi}^a \cdot dt_c}{P} \sum_{k=1}^{m_1} S_{gn,k}(\phi_a(t-t_d)) \quad (4.9)$$

となり、近似的に  $a_{IRA}$  の積分値となる。ただし  $S_{gn,k}$  はサンプリング周期  $k$  回目の正負号判定を示す。すなわち



a 加速度計



b ジャイロ

図 4.4 センサ応答概念図

ち正負号のカウンタ差に係数  $S_{tgi}^a \cdot \Delta t_c / P$  を乗じたものが近似的に速度増分に等しくなる。

ジャイロの場合も全く同じであって  $\phi_g$  の変動を微小に保つためには運動方程式の左辺の積分値が0になることが要求され、したがって

$$\Delta \theta_{IRA} = \frac{S_{tgi}^g}{H} \sum_{k=1}^{m_1} S_{tgi,k} [\phi_g(t-t_d)] \quad (4.10)$$

となる。

出力に与える特性値の影響について応答概念図から考えられる加速計、ジャイロに共通な知見を以下に列挙する。

(1) オンオフ動作が成立するための条件は  $\alpha > 1$  なることである。すなわち

$$K^a > K_1^a a_{IA} \quad , \quad K_2^g > K_1^g \omega_{IA}$$

または

$$S_{tgi}^a > P a_{IA} \quad , \quad S_{tgi}^g > H \omega_{IA}$$

$\alpha < 1$  のときは  $\phi$  がつねに正となってリミットサイクルを生じなくなる。

(2)  $\alpha$  が大きくなると、すなわち  $S_{tgi}$  が入力に比べて大きくなると、

- 応答は速くなる。
- $\phi$  の振幅は大きくなる。
- $\phi$  の十カウンタの差が出にくいので精度は悪くなる。

(3) 出力として積算値 (4.8) または (4.9) をとり出す周期が短いと、カウンタする始点と終点とが  $\phi$  の位相のどの点に位置するかによって、1回毎の出力値の誤差は大きくなる。積算時間が長くなるにつれて精度はよくなる。

いまフィードバックゲイン  $S_{tgi}$  がある値に設定されたとき、その系によって測定しようとする入力 (1) によって上限をもつ。この上限を限界入力と呼ぶことにする。これを  $a_{IAM}$ ,  $\omega_{IAM}$  とすると

$$a_{IAM} = \frac{S_{tgi}^a}{P} \quad , \quad \omega_{IAM} = \frac{S_{tgi}^g}{H} \quad (4.11)$$

である。逆にいうと限界入力としてどの程度が要求されるかによって  $S_{tgi}$  の値を (4.11) にもとづいて設定することになる。限界入力を過度に大きくとると (2) の理由により精度が落ちることになる。飛しょう体の運動においては3軸の方向で加速度および角速度は非常に異なっている。したがって各軸に対する限界入力を設定してそれに応じたフィードバックゲインを適用すると、精度のよい航法系を構成できるはずである。機体の種類、ミッションに応じて限界入力は異なってくる。

(3) に指適されるストラップダウン信号取出し周期の選定は航法計算各部の計算周期と関連した重要な問題であ

る。取出された速度増分を航法座標系に変換する周期は速い方がよい。しかし取出し周期を短くすると一周期毎の誤差率は大きくなる。インタフェース、搭載型計算機の処理能力とも合わせて、そのトレードオフはシミュレーションの重要な眼目である。

### 4.3 センサシミュレーション

シミュレーションに入る前に飛しょう体の慣性機器に加わる入力について考えておこう。飛しょう体の種類、ミッション等によっても異なるが、SS-3<sup>6)</sup> 程度を想定する。主となる加速度はスラストによって生じ、機体軸  $X_B$  軸方向に働く。1g から最大7g くらいまでの値をとると考えてよい。 $Y_B, Z_B$  軸については揚力および制御力による加速度が加わるが、 $X_B$  軸に比べると1/10あるいはそれ以下である。

角速度はピッチ軸、 $Y_B$  軸が主であって、最大が1 [deg/s] 程度である。ヨーに関してはドグレッグ等特殊の誘導法をとらないかぎりピッチの1/10以下と考えられる。ロールスピン安定のようなことをしなければ、十分に小さい。

以上は測定対象となるいわば正規の入力であるが、その他に機体振動によるノイズも慣性機器には加わる。ベンディング、ボゴ、はく離ノイズ等である。このうちベンディングおよびボゴはそれぞれ機体の横振動、縦振動であって一定の固有振動数を持っている。一次の固有振動数はベンディングが2.5 Hz、ボゴが30 Hz 程度であり、サンプリングタイムと比べると周期は充分に大きい。これらの振幅は剛体運動に対してベンディングによる角速度として1/5～1/10 程度、ボゴによる加速度としては1/100 以下である。ストラップダウン系の出力に与える影響はこれらを積分した値になるわけであるから、更に固有円振動数で割った程度の影響しか与えない。振動ノイズの影響が少ないというのはストラップダウン系の一つの特長である。

はく離ノイズは前二者と比べるとより高周波数帯域に分布し、ランダムノイズ的性格を持つ。これに関しては発生メカニズムの解析もむづかしく、データも少ないため、検討がむづかしい。しかしながら、特殊な共鳴でも起らぬ限り、やはり影響は小さいと考えてよい。

以上の観点から、振動ノイズに関してチェックは行なうが、ストラップダウン系センサの本筋としては剛体運動の信号のみを考慮する。

前節で指適した問題点を考察するためにセンサ単体でのチェックプログラムを作成した。INSENS と名づけられたこのプログラムは、センサダイナミクスのシミュレーション部分についてはより包括的な内容を含む後述

のプログラムと同一であるが、上記目的のため独自に種々の入力が発生することができ、かつ目的に応じた出力形式を備えている。以下このプログラムによってえられた結果を示す。

図 4.5 にまず実際にシミュレーションを行なったときの  $\phi$ ,  $\dot{\phi}$  の応答例を示す。加速度計については星印 1 個が 1 個のパルスに対応し、 $\phi_a$  の上下の星印列は正負の区別を示している。ジャイロの場合については時間スケールを 2 倍にとったので星印 2 個が 1 個のパルスに対応している。 $\phi$  が過度に大きくなることは実際のハードウェアにとっては好ましいことではない。この応答波形はセンサ系の特性値を修正して望ましい特性を探すために用いる。

つぎに図 4.6 に限界入力を  $15g$  としたときの  $4g$  の入力に対する積算カウント数に対する誤差率の変化を 100 パルス毎にプロットした図を示す。誤差率は

$$\varepsilon_V = (\Delta V_{IRA} - \Delta V_I) / \Delta V_I$$

$$[\Delta V_I = \int_0^t a_{IRA}(t) dt]$$

で与えられる。 $\Delta V_{IRA}$  は (4.9) で与えられる加速度計出力、 $\Delta V_I$  は入力を直接積分した真値である。

前節で指適した通り積算パルス数が増えるに従って誤差率は減少する傾向を示している。

現実の系は回転を含んでいるため加速度が直接加算されていくわけではないが 1000 パルス程度の間の回転角度は十分に小さいので誤差率の変化にはほとんど関係がない。このことはジャイロについても同じである。加速度計の場合は予想値を過度に越えた加速度が加わる可能性が比較的少ないため限界入力の設定が容易であり、誤差率も比較的良好である。

つぎにジャイロについての誤差率を図 4.7 に示す。ジャイロについては限界入力の設定がむづかしいのでこの値を種々にとり、また入力をも実際に飛しょう体がつくる範囲内で 5 段階にとり、前節末で指適した二つの問題、限界入力の選定と取出し周期に関して調べた。非線形であるため、ケースによって異なるがほぼ前節での推論を確認する結果がえられている。加速度計に比べて、たとえばジャイロの限界入力  $3[\text{deg/s}]$  の場合をとってみて

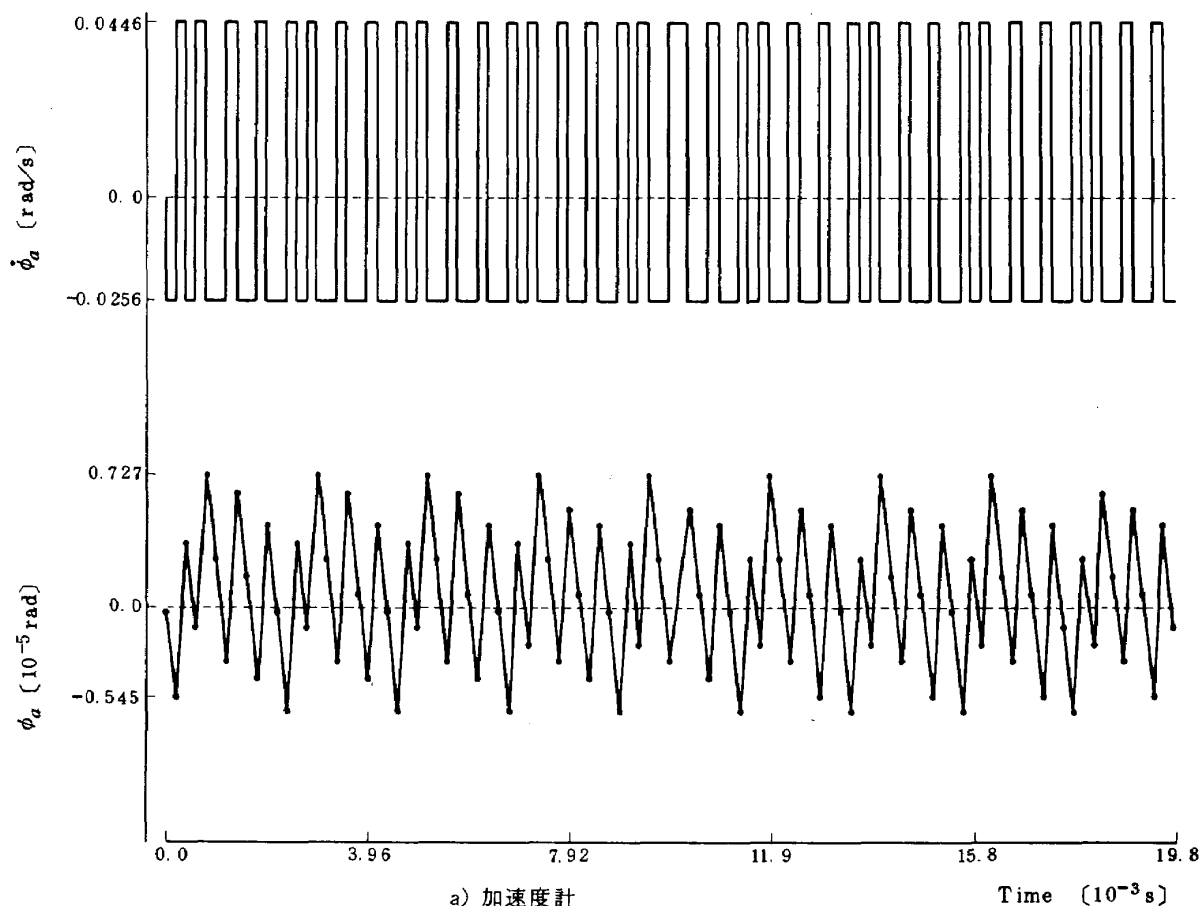


図 4.5 センサシミュレーション

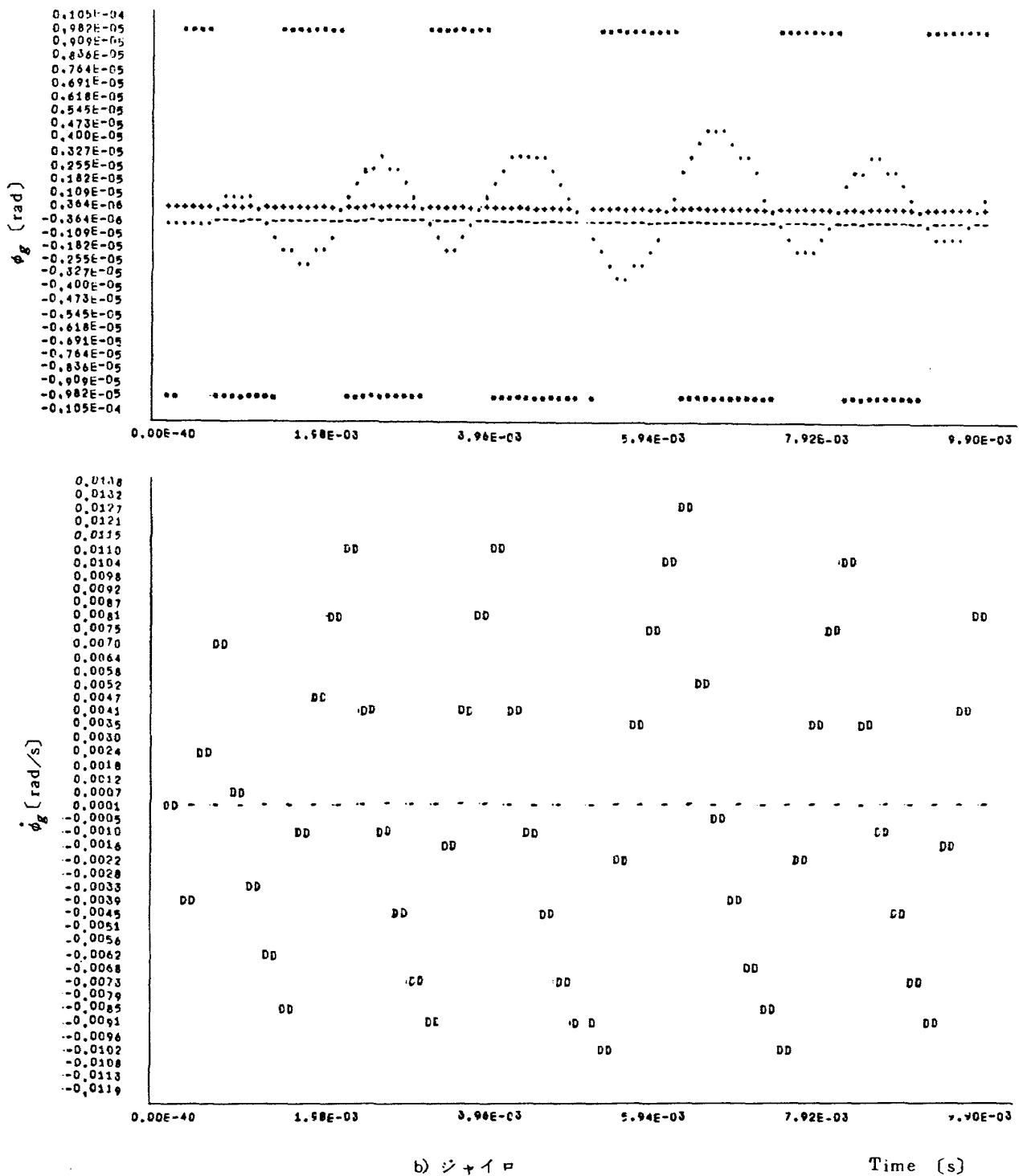


図 4.5 センサシミュレーション

も、精度はかなり劣っていることが認められる。また限界入力を選び方が結果に大きな影響を与えることも明らかである。

図 4.7 (d)では振動入力を附加した場合の影響を調べることを試みた。振動入力としてはベンディングを想定し

た。本シミュレーションでは  $\Delta t_c$  を 0.2 ms に選んでいるのでベンディングの 1 周期は 200 パルス分に相当し、したがって半周期の 100 パルスでは誤差率は大きくなる。しかしながら積算すればベンディングの影響はほとんど消失することも明らかに認められる。

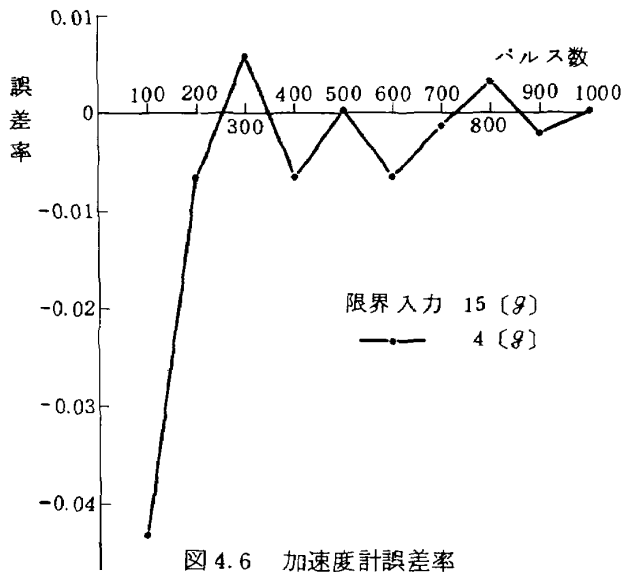


図 4.6 加速度計誤差率

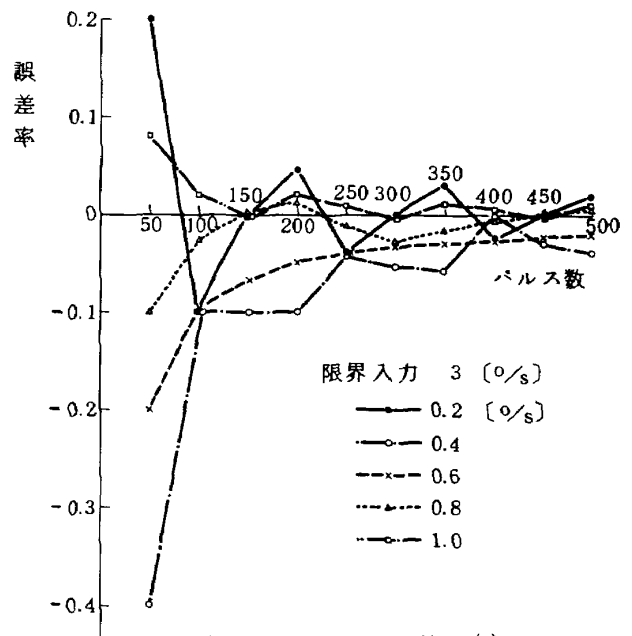


図 4.7 ジャイロ誤差率 (c)

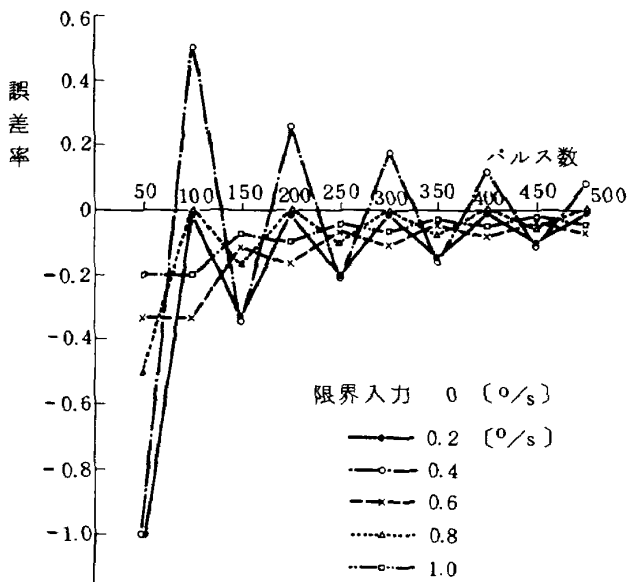


図 4.7 ジャイロ誤差率 (a)

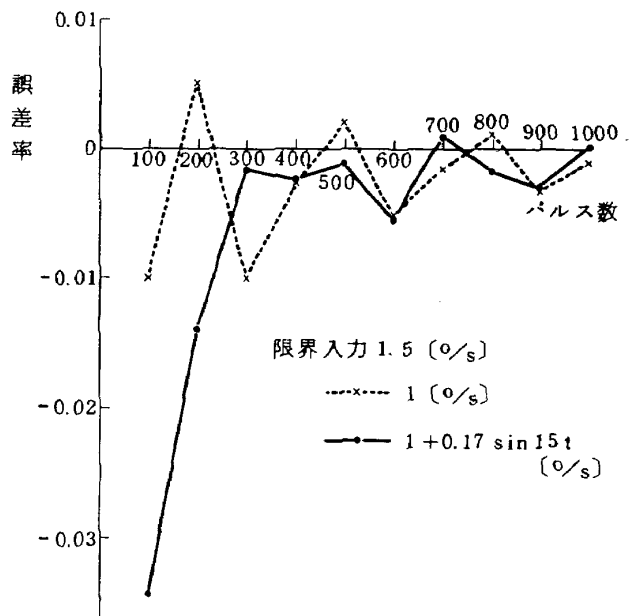


図 4.7 ジャイロ誤差率 (d)

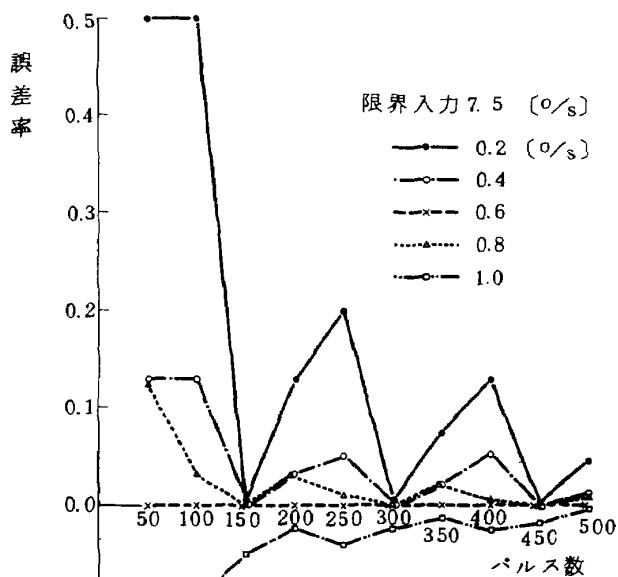


図 4.7 ジャイロ誤差率 (b)

## 5. 方向余弦行列

方向余弦行列の定義および方程式は 3.2 で与えた。ここではその解法の概略と特長の比較、および Commutative Error と呼ばれるコーニングドリフトに関する問題点の指摘を行なう。方向余弦行列は古くは数値的に解くことも試みられたが、最近は解析的に解くのが一般である。その解法も種々あるが、ここでは代表的な Direction cosine 法と Euler Parameter 法とのみを取りあげる。前者は線形微分方程式の一般解法としてのスペクトル分解法<sup>7)</sup>に基づいていて、もっとも基本的な解法である。後者は Quaternion<sup>8)</sup>と呼ばれる 4 次元空間の代数的性質を用いたものであり、考え方は面倒であ



るが計算がより簡単になる。

### 5.1 Direction Cosine 法

方向余弦行列の微分方程式 (3.8)

$$\dot{T}_{\alpha\beta} = T_{\alpha\beta} \Omega \quad (3.8)$$

において  $\Omega$  が時間的に変化しないとするとその解は次式で与えられる。

$$T_{\alpha\beta}(t) = T_{\alpha\beta}(0) e^{\Omega t} \quad (5.1)$$

$$e^{\Omega t} = \sum_{k=0}^{\infty} (\Omega t)^k \frac{1}{k!}$$

$e^{\Omega t}$  は無限級数で定義されているが, Cayley Hamilton の定理によれば, 有限項のみで表わすことが可能である。この有限項による表現がスペクトル分解による方法である。 $\Omega$  の特性多項式は  $E$  を単位行列とすると

$$\Delta(\lambda) = |\lambda E - \Omega| = \lambda(\lambda^2 + \omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2)$$

であって, その固有値は

$$\lambda_1 = 0, \quad \lambda_2 = i\omega_0, \quad \lambda_3 = -i\omega_0$$

$$\omega_0 = (\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2)^{\frac{1}{2}}$$

である。したがって  $\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$  の場合以外は相異根である。

この場合に対して Lagrange-Sulvesten-intervyulation Polynomial の方法<sup>7)</sup>を用いる。

$$\begin{aligned} r(\lambda) &= \frac{(\lambda - \lambda_2)(\lambda - \lambda_3)}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3)} e^{\lambda_1 t} + \frac{(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_3)}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_3)} e^{\lambda_2 t} \\ &\quad + \frac{(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)} e^{\lambda_3 t} \\ &= \frac{(\lambda - i\omega_0)(\lambda + i\omega_0)}{(-i\omega_0)(i\omega_0)} - \frac{\lambda(\lambda + i\omega_0)}{i\omega_0(2i\omega_0)} e^{i\omega_0 t} \\ &\quad - \frac{\lambda(\lambda - i\omega_0)}{-i\omega_0(-2i\omega_0)} e^{-i\omega_0 t} \\ &= 1 + \frac{\lambda}{\omega_0} \sin \omega_0 t + \frac{\lambda^2}{\omega_0^2} (1 - \omega_0 t) \end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned} e^{\Omega t} &= r(\Omega t) \\ &= E + \begin{pmatrix} 0 & \omega_z & \omega_y \\ \omega_x & 0 & -\omega_x \\ \omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix} \frac{\sin \omega_0 t}{\omega_0} \\ &\quad + \begin{pmatrix} -(\omega_y^2 + \omega_z^2) & \omega_x \omega_y & \omega_x \omega_z \\ \omega_x \omega_y & -(\omega_x^2 + \omega_z^2) & \omega_y \omega_z \\ \omega_x \omega_z & \omega_y \omega_z & -(\omega_x^2 + \omega_y^2) \end{pmatrix} \frac{1 - \cos \omega_0 t}{\omega_0^2} \end{aligned} \quad (5.2)$$

となる。

いま  $t$  として微少区間  $dt_s$  をとり, この間の各軸の角度増分が

$$\Delta\theta_x = \omega_x dt_s, \quad \Delta\theta_y = \omega_y dt_s, \quad \Delta\theta_z = \omega_z dt_s, \quad (5.3)$$

で与えられるものとする。このとき上式は次のように書き直すことができる。

$$\begin{aligned} e^{\Omega t} &= E + \begin{pmatrix} 0 & -\Delta\theta_z & \Delta\theta_y \\ \Delta\theta_z & 0 & -\Delta\theta_x \\ -\Delta\theta_y & \Delta\theta_x & 0 \end{pmatrix} \frac{\sin \Delta\theta}{\Delta\theta} \\ &\quad + \begin{pmatrix} -(\Delta\theta_y^2 + \Delta\theta_z^2) & \Delta\theta_x \Delta\theta_y & \Delta\theta_x \Delta\theta_z \\ \Delta\theta_x \Delta\theta_y & -(\Delta\theta_x^2 + \Delta\theta_z^2) & \Delta\theta_y \Delta\theta_z \\ \Delta\theta_x \Delta\theta_z & \Delta\theta_y \Delta\theta_z & -(\Delta\theta_x^2 + \Delta\theta_y^2) \end{pmatrix} \frac{1 - \cos \Delta\theta}{\Delta\theta^2} \\ \Delta\theta &= (\Delta\theta_x^2 + \Delta\theta_y^2 + \Delta\theta_z^2)^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (5.4)$$

したがって  $B$  座標各軸に関して (4.10) でえられる角度増分をそれぞれ  $\Delta\theta_x, \Delta\theta_y, \Delta\theta_z$  とみなせば  $t = 0$  に対する  $t = \Delta t$  の  $B$  座標の方向余弦行列は (5.4) で与えられ, 慣性座標に対する  $t = \Delta t$  の  $B$  座標の方向余弦行列は  $\alpha = N, \beta = B$  として (5.1) で与えられる。

方向余弦行列は回転変換であるから, その必要十分条件として  $T_{\alpha\beta}$  は直交行列であることが要求される。すなわち

$$T_{\alpha\beta}' T_{\alpha\beta} = E \quad (5.5)$$

でなければならない。あるいは  $T_{\alpha\beta}$  の列ベクトルが正規直交するといってもよい。

(5.4) および (5.1) によってえられる  $T_{\alpha\beta}$  は  $\Delta\theta$  がたとえ不正確であっても,  $\sin \Delta\theta, \cos \Delta\theta$  が正しく計算されていさえすれば直交行列でありえる。したがって  $T_{\alpha\beta}$  としては真値からのドリフトのみが問題となる。しかしながら一般には  $\sin \Delta\theta, \cos \Delta\theta$  を無限級数で表現するために,  $T_{\alpha\beta}$  の直交行列としての条件が保たれなくなってくる。この条件が失なわれると結果に対する影響が大きいので, 直交行列としての性質を保存するために  $T_{\alpha\beta}$  に対して時々正規直交化と呼ばれる補正を行なうのが普通である。

$$\{T_{\alpha\beta}', T_{\alpha\beta}\}^{-\frac{1}{2}}$$

が存在すると仮定して

$$\hat{T}_{\alpha\beta} = T_{\alpha\beta} \{T_{\alpha\beta}', T_{\alpha\beta}\}^{-\frac{1}{2}} \quad (5.6)$$

とすると

$$\hat{T}_{\alpha\beta}', \hat{T}_{\alpha\beta} = E$$

であるから,  $\hat{T}_{\alpha\beta}$  は正規直交化された方向余弦行列である。

(5.6) を正確に計算するのは困難なので  $T_{\alpha\beta}' T_{\alpha\beta} - E$  が微小マトリクスであることを用いて次のような近似計算式を用いる。

$$\begin{aligned} \hat{T}_{\alpha\beta} &= \{E + (T_{\alpha\beta}' T_{\alpha\beta} - E)\}^{-\frac{1}{2}} \\ &\approx T_{\alpha\beta} \left\{ E - \frac{1}{2} (T_{\alpha\beta}' T_{\alpha\beta} - E) \right\} \\ &= T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} T_{\alpha\beta} (T_{\alpha\beta}' T_{\alpha\beta} - E) \end{aligned} \quad (5.7)$$

## 5.2 Euler Parameter 法

Euler Parameter 法は特殊な乗法が定義された 4 次元 Euclid 空間の代数学的性質を用いている。厳密な説明は数学書<sup>8)</sup>に記されているので、ここではその要旨のみを記述する。

次のような乗法が定義された 4 次元 Euclid 空間  $E$  を考える。 $x_1, x_2, x \in E$  として

$$I \quad \begin{cases} (x_1 x, x_2 x) = (x_1, x_2) |x|^2 \\ (xx_1, x_2 x) = |x|^2 (x_1, x_2) \end{cases}$$

$$II \quad x + x^{-1} = 2(x, e)e, |x| = 1$$

$e : E$  の 1 つの単位ベクトル

この定義により次の性質が導かれる。

(1)  $x^2 = -e$  が成立つための必要十分条件は  $|x| = 1$  かつ  $(x, e) = 0$  なることである。

(2)  $E_1$  を  $e$  の直交補空間とし、 $e_1, e_2 \in E_1$  を  $E_1$  の二つの直交単位ベクトルとすると、 $e_1, e_2$  は  $E_1$  の残りのもう 1 つの直交単位ベクトルである。

(3)  $y_1, y_2, y_3 \in E_1$  に対して

$$\Delta(y, y_1, y_2) = (y, y_1, y_2)$$

を定義すると  $\Delta$  は  $E_1$  の Normed Determinant Function である。

上記性質のうち乗法に関する部分をまとめると、Quaternions と呼ばれる正値の正規直交基に対して次の関係式が成立する。

$$\begin{pmatrix} e^2 = e & , & e_1 e_2 = -e_2 e_1 = e_3 \\ e e_\nu = e_\nu (v=1, 2, 3) & , & e_2 e_3 = -e_3 e_2 = e_1 \\ e_\nu^2 = -e & , & e_3 e_1 = -e_1 e_3 = e_2 \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

この空間の性質を用いて、3 次元空間の回転を次のようにして表現することができる。いま  $P$  を  $E$  の 1 つの固定された単位ベクトルとし、 $E$  の任意のベクトル  $x$  に対する変換  $\tau$  を次式で定義する。

$$\tau x = p x p^{-1} \quad (5.9)$$

$|\tau x| = |x|$ ,  $\tau e = e$  および  $\Delta(\tau y_1, \tau y_2, \tau y_3) = \Delta(y_1, y_2, y_3)$  なることにより、 $\tau$  は  $E_1$  に関する回転変換を表わしている。

$q$  を次式で定義する。

$$q = p - \lambda e, \quad \lambda = (p, e) \quad (5.10)$$

このとき  $\tau e = e$ ,  $\tau p = p$  なることにより  $q$  は  $E_1$  の固定ベクトルすなわち  $\tau$  の回転軸であり、また次式が成立つ。

$$|q|^2 = 1 - \lambda^2$$

$F$  を  $q$  に直交する平面とすると、 $F$  の任意ベクトル  $z$  に対して

$$\tau z = (2\lambda^2 - 1)z + 2\lambda[q, z]$$

である。ただし  $[ ]$  は外積を表わす。したがって  $\tau$  による回転角を  $\theta$ ,  $p$  と  $e$  との角度を  $\bar{\theta}$  で表わすと

$$\cos \theta = (z, \tau z) = 2\lambda^2 - 1$$

$$\cos \bar{\theta} = (p, e) = \lambda$$

であるから、

$$\theta = 2\bar{\theta}$$

が成立つ。

この結果を (5.10) に代入すると回転  $\tau$  の回転軸方向単位ベクトルを  $a$  で表わして

$$p = e \cos \frac{\theta}{2} + a \sin \frac{\theta}{2} \quad (5.11)$$

となる。よって 3 次元空間における回転  $\tau$  は (5.9), (5.11) により回転角、回転軸方向単位ベクトルおよび 3 次元空間  $E_1$  に直交する単位ベクトルを用いて表現することができた。

以上を通常の 3 次元空間のベクトルを用いた表現で書き直すと次のようになる。 $e$  としてスカラーを用い、 $E_1$  として回転の生ずる 3 次元空間を対応させることとする。 $p$  をスカラーと 3 次元空間の要素からなる 4 次元ベクトル  $p = \rho_1 i + \rho_2 j + \rho_3 k + \rho_4$ ,  $\theta$  としては 3 次元空間のみに要素をもつベクトル

$$\theta = \theta_x i + \theta_y j + \theta_z k + 0 \quad (5.12)$$

と表現するものとする (5.11) は

$$p = \cos \frac{\theta}{2} + \frac{\theta}{\theta} \sin \frac{\theta}{2} \quad (5.13)$$

$$\theta = (\theta_x^2 + \theta_y^2 + \theta_z^2)^{\frac{1}{2}}$$

となる。(5.9) によりベクトル  $P_\alpha$  に回転を施してベクトル  $P_\beta$  がえられるとすると

$$P_\alpha = p P_\beta p^{-1} \quad (5.14)$$

となる。

(5.14) は回転変換すなわち座標系を固定してベクトル  $P_\beta$  を  $\theta$  だけ回転することによって導かれた。ここでは座標変換に応用するためにベクトルを固定して座標系を回転するという立場から見る。すなわち  $\beta$  座標系が  $\alpha$  座標系を  $\theta$  だけ回転してえられるものとする (5.14) は  $\beta$  座標系でのベクトル  $P_\beta$  を  $\alpha$  座標系での成分表示  $P_\alpha$  に変換する式であるといえ直することができる。(5.14) に関して、今後はこの解釈を用いる。

さて回転に対する方向余弦行列による表現

$$P_\alpha = T_{\alpha\beta} P_\beta \quad (3.4)$$

と比較するため (5.13) を成分表示すると

$$p^{-1} = p = -\rho_1 i - \rho_2 j - \rho_3 k + \rho_4$$

$$P = P_x \dot{\phi} + P_y \dot{y} + P_z k + 0$$

そして (5.8) に対応したベクトルの積演算として、

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1$$

$$ij = -ji = k$$

$$jk = -kj = i$$

$$ki = -ik = j$$

(5.15)

を用いることにより次式をえる。

$$T_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \rho_1^2 - \rho_2^2 - \rho_3^2 + \rho_4^2 & 2(\rho_1\rho_2 - \rho_3\rho_4) & 2(\rho_3\rho_1 + \rho_2\rho_4) \\ 2(\rho_1\rho_2 + \rho_3\rho_4) & -\rho_1^2 + \rho_2^2 - \rho_3^2 + \rho_4^2 & 2(\rho_2\rho_3 - \rho_1\rho_4) \\ 2(\rho_3\rho_1 - \rho_2\rho_4) & 2(\rho_2\rho_3 + \rho_1\rho_4) & -\rho_1^2 - \rho_2^2 + \rho_3^2 + \rho_4^2 \end{pmatrix} \quad (5.16)$$

つぎに (5.16) でえられる方向余弦行列の正規直交化を考えよう。この場合  $T_{\alpha\beta}$  はつねに  $\rho$  と 1 対 1 の対応をなしている。したがって  $\rho$  について等価の補正を行なえばよい。 $T_{\alpha\beta}$  が直交行列であるための必要十分条件は  $\rho$  が単位ベクトルなることである。したがって  $\rho_0 = |\rho|$  とし

$$\hat{\rho} = \rho \left\{ 1 - \frac{\rho_0^2 - 1}{2} \right\} = \rho \frac{3 - \rho_0^2}{2} \quad (5.17)$$

とすれば

$$\|\hat{\rho}\|^2 \doteq \|\rho\|^2 \{ 1 - (\rho_0^2 - 1) \} \doteq 1$$

により正規直交化がなされたことになる。

さて固定座標系  $\alpha$  に対して  $\beta$  が回転座標系である場合の  $\rho$  の回転変化に対する接続法を考えよう。いま  $\alpha$  座標系に対して  $\theta$  だけ回転した  $\beta$  座標系および  $\theta \# \Delta\theta$  だけ回転した  $\beta$  座標系によるベクトルの表現をそれぞれ  $P_\beta(\theta)$   $P_\beta(\theta \# \Delta\theta)$  とする。ただし  $\#$  は回転和 ( $\theta$  の回転の後に  $\Delta\theta$  の回転を施す) を表わすものとする。このとき (5.14) より

$$\begin{aligned} P_\alpha &= \rho(\theta) P_\beta(\theta) \rho(\theta)^{-1} \\ P_\alpha &= \rho(\theta \# \Delta\theta) P_\beta(\theta \# \Delta\theta) \rho(\theta \# \Delta\theta)^{-1} \\ P_\beta(\theta) &= \rho(\Delta\theta) P_\beta(\theta \# \Delta\theta) \rho(\Delta\theta) \end{aligned}$$

が成立することが必要であるから、3 式を用いて

$$\rho(\theta \# \Delta\theta) = \rho(\theta) \cdot \rho(\Delta\theta) \quad (5.18)$$

が成立つ。この式はストラップダウンの出力  $\Delta\theta$  を用いて Euler Parameter を更新していく式として用いられる。

いま具体的な形を求めるために、

$$\begin{aligned} \rho(\theta \# \Delta\theta) &= \rho'_1 i + \rho'_2 j + \rho'_3 k + \rho'_4 \\ \rho(\theta) &= \rho_1 i + \rho_2 j + \rho_3 k + \rho_4 \\ \rho(\Delta\theta) &= \alpha_1 Si + \alpha_2 Sj + \alpha_3 Sk + R \\ R &= \cos \frac{\Delta\theta}{2}, S = \frac{1}{\Delta\theta} \sin \frac{\Delta\theta}{2}, \alpha_i = \frac{\Delta\theta}{2} \quad (i=1,2,3) \end{aligned}$$

とすると

$$\left. \begin{aligned} \rho'_1 &= \rho_4 S \alpha_1 + R \rho_1 + S (\rho_2 \alpha_3 - \rho_3 \alpha_2) \\ \rho'_2 &= \rho_4 S \alpha_2 + R \rho_2 + S (\rho_3 \alpha_1 - \rho_1 \alpha_3) \\ \rho'_3 &= \rho_4 S \alpha_3 + R \rho_3 + S (\rho_1 \alpha_2 - \rho_2 \alpha_1) \\ \rho'_4 &= \rho_4 R - S (\rho_1 \alpha_1 + \rho_2 \alpha_2 + \rho_3 \alpha_3) \end{aligned} \right\} \quad (5.19)$$

特に  $R$  および  $S$  として  $\Delta\theta$  の 3 次までを求めることにすると

$$\left. \begin{aligned} R &= 1 - \frac{1}{8} \Delta\theta^2 \\ S &= \left( 1 - \frac{1}{24} \Delta\theta^2 \right) \end{aligned} \right\} \quad (5.20)$$

最後に方向余弦行列が与えられたとき、Euler Para-

eters の初期値をいかにして求めたらよいかについて述べる。 $T_{\alpha\beta} = (t_{ij})$  の初期値が与えられたとすると (5.16) の対角成分により直ちに次式がえられる。

$$\left. \begin{aligned} \rho_1^2 &= \frac{1}{4} (1 + t_{11} - t_{22} - t_{33}) \\ \rho_2^2 &= \frac{1}{4} (1 - t_{11} + t_{22} - t_{33}) \\ \rho_3^2 &= \frac{1}{4} (1 - t_{11} - t_{22} + t_{33}) \\ \rho_4^2 &= \frac{1}{4} (1 + t_{11} + t_{22} + t_{33}) \end{aligned} \right\} \quad (5.21)$$

$\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4$  の正負号の選択は  $T_{\alpha\beta}$  の非対角成分を吟味することによりえられる。本計算はシミュレーションに入る前に行なえばよいのであるから、数値的に正負号を順次に組合わせて、非対角成分の一致するものを採ればよい。

$T_{\alpha\beta}$  の初期値のとり方は  $\alpha, \beta$  の初期値のとり方に依存する。たとえば  $\alpha$  および  $\beta$  として  $N$  および  $B$  をとれば発射時における  $N$  座標系の設定、機体姿勢によってきまる。

### 5.3 コーニングドリフト

飛しょう機体が同時に 2 軸に関して回転運動をするような場合、方向余弦行列を求める過程で誤差が累積する。この誤差はコーニングドリフトと呼ばれ補正方法が困難であるため問題となる。

Direction Cosine 法と Euler Parameter 法とでは、用いた仮定に若干の違いがある。前者においては (3.8) を解くとき、 $\Omega$  が時間的に変化がないと仮定した。

したがって解の形 (5.2) そのものに  $\Omega$  の時間的変化の影響が考慮されていないという難点がある。もしストラップダウン系の出力が各軸の入力を正確に積分した量であったとして、 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  を (5.3) により逆算してえたととしても (5.2) あるいは (5.4) は誤差を含んでいるわけである。

これに対して Euler Parameter の場合は、解を直接 1 軸に関する回転角度に対して求めている。したがって解の形そのものは正確であるが、回転角度を求める過程に問題がある。ベクトル  $\Delta\theta$  は (5.11) との対応から明らかなようにベクトルの方向に回転軸をもつ角度  $\Delta\theta$  の回転を表わしている。

各軸についてのストラップダウン系の出力をこの  $\Delta\theta$  要素として用いたとき、 $\Delta\theta$  が飛しょう体の真の回転を表わすかどうか問題となる。もし単純に角速度ベクトルを用いて

$$\Delta\theta = \int_0^{\Delta t_s} \omega_{NB} dt \quad (5.22)$$

とすると、 $\Delta\theta$  は  $\omega_{NB}$  の方向が  $\Delta t_s$  の間一定であれば実際の回転と一致する。しかしもし方向が変動するならば  $\Delta\theta$

は物理的な意味を失なう。なぜならば上式で定義される  $\Delta\theta$  の各軸成分は  $\omega_{NB}$  の各軸成分を積分した量に等しく、その履歴によらないからである。たとえばオイラー角が回転順序により異なった回転を与えるのと同じように、 $\omega_{NB}$  の各軸成分の積分値が同じでも、その履歴が違えば結果として生ずる回転は異なったものになるはずである。しかし (5.22) はそれを現わしていない。

$\omega_{NB}$  の方向が  $dt_s$  間に変動する場合、その間の回転を表現する方法は Laning によって考えられ、次式が与えられている。<sup>9)</sup>

$$\Delta\theta = \omega_{NB} + \frac{1}{2} \Delta\theta \times \omega_{NB} + A \Delta\theta \times (\Delta\theta \times \omega_{NB}) \quad (5.23)$$

$$A = \frac{1}{\Delta\theta^2} \left\{ 1 - \frac{\Delta\theta \sin \Delta\theta}{2(1 - \cos \Delta\theta)} \right\}$$

もし正確に  $\Delta\theta$  を求めようとすれば  $\omega_{NB}$  を連続的にえて (5.23) を解かなければならない。このことは  $\omega_{NB}$  の積分値をえようとする通常のストラップダウン方式では無理になる。J. E. Boltz はこの部分のみをアナログ的に処理するハイブリッド型ストラップダウン方式の研究を行なっている。<sup>9)</sup> しかしながらその場合は AD DA 変換を含め処理方式が複雑になることは避けられない。

本報告では (5.23) で定義される  $\Delta\theta$  を用いた場合、ストラップダウンの出力を成分とする  $\Delta\theta$  を用いることとし、実際的に入力として加わる  $\omega_{NB}$  の変動に対してどの程度の誤差を生ずるかをシミュレーションによって調べることを試みた。もしこれによる誤差がミッションに重大な誤差を与えないならば、(5.19) を近似的に用いてハードウェアを変更せずに、許容誤差範囲に納める方針が望ましいからである。

コーニングドリフトに関する概念をつかむために簡単なモデルで考えよう。 $\cos \Delta\theta$  および  $\sin \Delta\theta$  を 3 次までで打切った場合、すなわち (5.19) を用いることとする。いま連続する 2 つの  $dt_s$  区間の出力  $\Delta\theta_1$ 、および  $\Delta\theta$  に対応するオイラパラメータを

$$\rho(\Delta\theta_1) = 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta\theta_1}{2} \right)^2 + \left\{ 1 - \frac{1}{6} \left( \frac{\Delta\theta_1}{2} \right)^2 \right\} \frac{\Delta\theta_1}{2}$$

$$\rho(\Delta\theta_2) = 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta\theta_2}{2} \right)^2 + \left\{ 1 - \frac{1}{6} \left( \frac{\Delta\theta_2}{2} \right)^2 \right\} \frac{\Delta\theta_2}{2}$$

とする。(5.18) を用いて  $\rho(\Delta\theta_1 \# \Delta\theta_2)$  を求めると微小項を無視することにより

$$\rho(\Delta\theta_1 \# \Delta\theta_2) \div 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2}{2} \right)^2 + \left\{ 1 - \frac{1}{6} \left( \frac{\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2}{2} \right)^2 \right\} \times \frac{\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2}{2} + \left[ \frac{\Delta\theta_1}{2} \times \frac{\Delta\theta_2}{2} \right]_3 \quad (5.24)$$

がえられる。ただし  $[X]_3$  は 3 次元ベクトル空間の通常のベクトル積を表わす。

もし入力として  $x$  および  $y$  の 2 軸のみが変動している場合、たとえば

$$\omega_x = a \cos \omega_n t, \quad \omega_y = b \sin \omega_n t \quad (5.25)$$

のような入力加わるとき、 $B$  座標系の第 3 軸はコーン状の運動をするが、 $z$  軸に関する回転は起らない。したがって (5.19) の仮定を用いる限り、 $\theta_z$  は 0 である。すなわち時間が経っても  $\rho_3$  の成分は生じないはずである。ところが (5.24) 式は最後のベクトル積に関する項のために  $\rho_3$  の項が 0 ではなくなる。すなわちコーン運動のために第三の軸にドリフトが起きたのと同じ効果を生ずる。これがコーニングドリフトの名のゆえんである。もし (5.24) の近似が良好であればこのドリフト成分を除去するために  $\rho(\Delta\theta)$  に対して

$$\rho(\Delta\theta) = 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta\theta}{2} \right)^2 + \left\{ 1 - \frac{1}{6} \left( \frac{\Delta\theta}{2} \right)^2 \right\} \frac{\Delta\theta}{2} - \left[ \frac{\theta}{2} \times \frac{\Delta\theta}{2} \right]_3 \quad (5.26)$$

の第 4 項目に示す補正が考えられる。しかしながら実際にシミュレーション実験を試みた限りでは、本方法はあまり有効とはいえなかった。(5.24) の近似表現があまり妥当とはいえないこと、および補正のためには (5.23) をもっと有効な形でとりこむことが必要であるといえよう。

## 6. 航法計算フローダイアグラム

前節までで航法計算に関する基本的な知見がえられたので、本節では計算のフローダイアグラムを作成する。そのためにはこれまでの考察を進めるとともに、つなぎの部分についても検討する。

### 6.1 速度加算法

加速度計から時々刻々出力される速度増分を加算していく方式として二通りの考え方ができることは簡単な例を用いて 3.3 で説明した。能率のよい航法計算を構成するためにはこの 2 方式を比較するとともに方向余弦行列を Direction Cosine 法で求めるか Euler Parameter を用いるかの選定を行なうことが必要である。方向余弦行列を求めるだけの計算に関しては Direction Cosine 法と Euler Parameter 法について詳細に計算ステップ数を比較した例があって、Euler Parameter 法がやや有利であるという結論が出ている。<sup>10)</sup> ここでは (3.3) で概観した内容を表記法をより丁寧に検討を進め、方式の選定をするとともにフローチャートの骨子をえるところまで進める。

1 番目の角度増分に関して (5.19) の仮定を用いることによりセンサ出力は近似的に次の内容を表わす。ジャイロ出力を  $\Delta\theta_i$ 、加速度計出力を  $\Delta V_i$  と表わすこととすると

$$\left. \begin{aligned} \Delta\theta_l &\simeq \int_{(l-1)\Delta t_s}^{l\Delta t_s} \{\omega_{NB}\}_{B(t)} dt \\ \Delta V_l &\simeq \int_{(l-1)\Delta t_s}^{l\Delta t_s} \{\dot{V}|_{N-g}\}_{B(t)} dt \end{aligned} \right\} \quad (6.1)$$

となる。ただし  $\{\}_{B(t)}$  は  $t$  時刻における  $B$  座標系での要素表示を表わし、 $g$  は重力加速度を表わす。これを用い、(3.3)で挙げた2通りの方法にしたがって航法計算をアルゴリズム化する。

まず  $N$  座標系による速度加算について考えよう。(3.9)を書き直すと

$$\begin{aligned} \{V_{j+1}\}_N &= \{V_j\}_N + \int_0^{t_N} T_{NB}(t) \{\dot{V}|_{N-g}\}_{B(t)} dt + \int_0^{t_N} \{g\}_N dt \\ &\doteq \{V_j\}_N + \sum_{l=1}^{m_2} T_{NB,l} \Delta V_l + \int_0^{t_N} \{g\}_N dt \quad (6.2) \end{aligned}$$

$m_2$  は航法演算単位  $\Delta t_N$  に対応するカウント数で

$$\Delta t_N = m_2 \Delta t_s$$

であり、 $V_{j+1}$  は  $V_j$  から  $\Delta t_N$  経過したときの速度であるとする。 $T_{NB,l}$  は  $\Delta\theta_l$  によって更新された方向余弦行列、 $g_N(t)$  は時刻  $t$  と  $t + \Delta t_N$  の間の飛しょう体に加わる重力加速度の平均値であり、飛しょう体の高度および位置によってきまる。したがって  $g_N$  に関しては航法計算内部でのフィードバックが必要となる。

本方法の計算の流れを示すと図 6.1 のようになる。物理的には簡明であるが  $T_{NB,l}$  を作用させる間隔  $\Delta t_s$  を長くとると精度が損なわれる恐れがある。すなわち  $\Delta V_l$  をえる間、 $B$  座標系は一定という仮定を用いるので (6.2) の精度が劣化する。逆に  $\Delta t_s$  を短かくとすると毎回  $T_{NB,l}$  を計算しなければならないので計算時間が増大する。実際の観点からは次に述べる (3.10) に基いた方

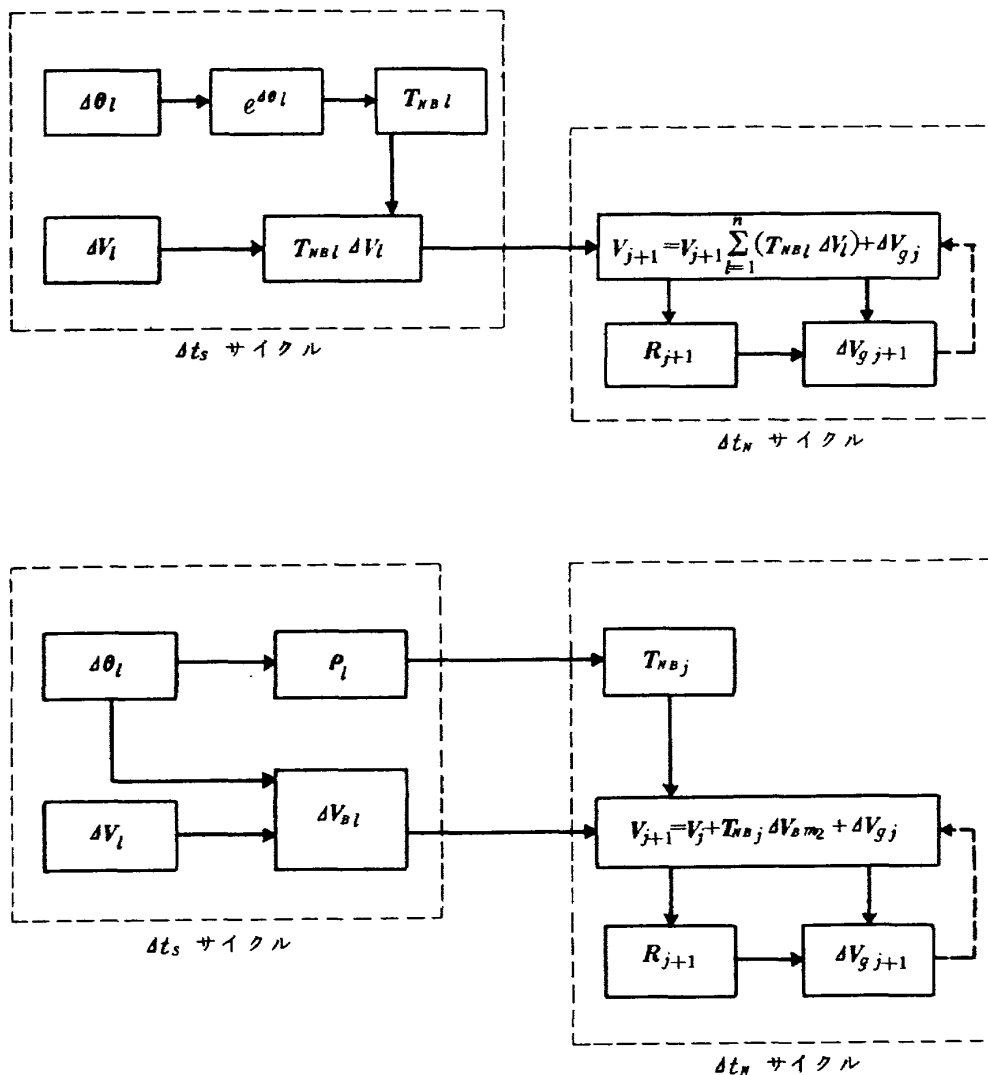


図 6.1 速度加算法

法がよい。

(3.10) においては  $dt$  内の加速度変化および角速度変化について考えなかったが、ここでは  $dt$  を  $dt_N$  にとり、 $dt_N$  内部の  $dt_s$  時間ごとの変化の影響を考慮する。したがって (3.10) は

$$\begin{aligned} \{V(t+dt_N)\}_{B(t+dt_N)} &= \{V(t)\}_{B(t)} + \int_0^{dt_N} \{\dot{V}|_B\}_{B(t)} dt \\ &\text{と表現することができる。Coriolis の式を用いると} \\ \int_0^{dt_N} \{V|_B\}_{B(t)} dt &= \int_0^{dt_N} \{\dot{V}|_N\}_{B(t)} dt - \int_0^{dt_N} \omega_{NB}(t) \times V(t) dt \\ &= \int_0^{dt_N} \{\dot{V}|_{N-g}\}_{B(t)} dt - \int_0^{dt_N} \omega_{NB}(t) \times V(t) dt \\ &\quad + \int_0^{dt_N} \{g\}_{B(t)} dt \\ &= \int_0^{dt_s} \{\dot{V}|_{N-g}\}_{B(t)} dt - \int_0^{dt_s} \omega_{NB}(t) \times V(t) dt \\ &\quad + \int_{dt_s}^{2dt_s} \{\dot{V}|_{N-g}\}_{B(t)} dt - \int_{dt_s}^{2dt_s} \omega_{NB}(t) \times V(t) dt \\ &\quad + \dots \\ &\quad + \int_{dt_N-dt_s}^{dt_N} \{\dot{V}|_{N-g}\}_{B(t)} dt - \int_{dt_N-dt_s}^{dt_N} \omega_{NB}(t) \times V(t) dt \\ &\quad + \int_0^{dt_N} \{g\}_{B(t)} dt \end{aligned}$$

となる。各行の第 2 項目の速度を積分区間の平均値で近似すると

$$\left. \begin{aligned} \Delta V_{B1} &= -\Delta\theta_1 \times \frac{\Delta V_1}{2} \\ \Delta V_{B2} &= \Delta V_{B1} + \Delta V_2 - \Delta\theta_2 \times \left( \Delta V_{B1} + \frac{\Delta V_2}{2} \right) \\ &\dots \\ \Delta V_{Bm2} &= \Delta V_{Bm2-1} + \Delta V_{m2} - \Delta\theta_{m2} \times \left( \Delta V_{Bm2-1} + \frac{\Delta V_{m2}}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (6.3)$$

となることにより機体座標系による速度加算の式として次式がえられる。

$$\{V_{j+1}\}_N = \{V_j\}_N + T_{NBj} \Delta V_{Bm2} + \int_0^{dt_N} \{g\}_N dt \quad (6.4)$$

$N$  座標系による速度加算の場合に比べると、(6.2) の第 2 項目に (6.4) の第 2 項目が対応するわけである。(6.2) では  $T_{NB1}$  をジャイロの出力をえるために計算しなければならないのに対して (6.4) においては  $dt_s$  サイクルでは  $\rho$  のみを更新しておいて  $l=m_2$  に達したとき  $T_{NBj}$  を求め、(6.3) と合わせて (6.4) を適用すればよい。この

フローを図 6.1 (b) に示す。具体的な計算式として比較すると  $dt_s$  サイクル毎に、前者の場合 (5.4) を求め、(5.1) によって  $T_{NB}$  を更新してさらに  $\Delta V_l$  を乗じて加える演算を行なう。これに対して後者では (5.19) により  $\rho_l$  を求め、(6.3) の一行分を行なえばよい。計算ステップの数からすると細かい検討をするまでもなく後者がはるかに有利である。精度的にも前者の場合  $dt_s$  時間  $B$  座標系を一定方向に保っているのに対し、後者の方がよいはずである。

## 6.2 誤差補正

センサモデルについては 4 章で考察した。センサには目的とする測定の機能に関与しない誤差項が含まれている。精度のよい測定を行なうためにはこれらの誤差項を除去することが必要である。ステープルプラットフォームを用いる場合はセンサハードの内部で補償をする方式をとるが、ストラップダウンの場合には計算機の内部で処理する。この方式について述べる。

加速度計の運動方程式は (4.4) で与えられている。誤差項を含めたストラップダウン系の出力  $\Delta V_{IRA}$  としては (4.9) を導いた過程と全く同じようにして次式がえられる。

$$\begin{aligned} \Delta V_{IRA} &= -\frac{S_{tgi} \Delta t_c}{P} \sum_{k=1}^{m_1} S_{yn, k} \{ \theta_a(t-t_d) \} \\ &= \Delta V_{IRA} - \frac{I_{PA}^a - I_A^a}{P \Delta t_s} \cdot \Delta\theta_{IRA} \Delta\theta_{PRA} \\ &\quad + \frac{I_{OA}^a}{P \Delta t_s} (\Delta\theta_{ORA} - \Delta\theta'_{ORA}) - \frac{M_B}{P} \Delta t_s \end{aligned} \quad (6.5)$$

ただし  $\Delta\theta_{ORA}'$  は  $dt_s$  の 1 サイクル前の  $\Delta\theta_{ORA}$  の値である。したがって真値  $\Delta V_{IRA}$  をえるためには測定値に対して

$$\Delta V_{IRA} = \Delta \bar{V}_{IRA} + \frac{I_{PA}^a - I_A^a}{P} \Delta\theta_{IRA} \Delta\theta_{PRA} - \frac{I_{OA}^a}{P \Delta t_s} (\Delta\theta_{ORA} - \Delta\theta'_{ORA}) + \frac{M_B}{P} \Delta t_s \quad (6.5)$$

の補正を施せばよい。ただし (6.5) は  $(IA, PA, OA)$  とした場合の補正式である。

ジャイロの場合も全く同様に次式をえる。

$$\begin{aligned} \Delta\theta_{IRA} &= \Delta \bar{\theta}_{IRA} + \frac{I_{IA}^g - I_{SA}^g}{H \Delta t_s} \Delta\theta_{IRA} \Delta\theta_{SRA} - \frac{I_{OA}^g}{H \Delta t_s} (\Delta\theta_{RA} - \Delta\theta'_{ORA}) \\ &\quad + \frac{M_B}{H} \Delta t_s + \frac{M_U}{H} (\Delta\theta_{IA} \Delta V_{SRA} - \Delta\theta_{SA} \Delta V_{IRA}) \\ &\quad + \frac{M_r^2}{2H \Delta t_s} \cdot \Delta\theta_{IRA} \Delta\theta_{SRA} (K_{IRA} - K_{SRA}) \end{aligned} \quad (6.6)$$

ただし Cross Coupling の項の補正ではロータの振れ角を Signal Generator からとり出して補正することが必要であり、とり出す技術の他に搭載型計算機への入力が必要になることになるので除外した。

これらはセンサダイナミクスから導き出される誤差

成分であるが、これらの他にストラップダウン方式の出力のとり出し方に依存する誤差もある。(4.9)および(4.10)による速度および角速度の増分検出は非線形であり、その誤差の出方は系の特性値の選び方、入力に依存して一様ではない。しかしながら一般的な傾向として図6.2に示すような応答特性を持っていることが知られている。

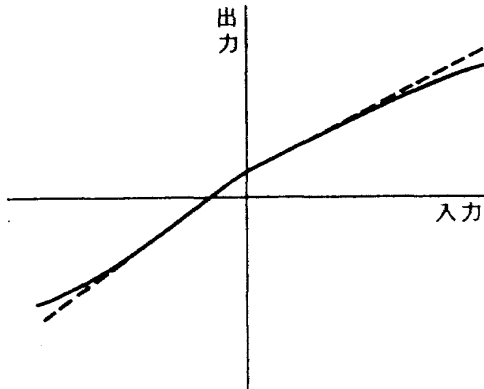


図 6.2 ストラップダウンセンサの応答の傾向  
(バイアス誤差, スケールファクタ誤差)

すなわち零入力に対するバイアス出力と入力振幅に対する出力ゲインの変動が認められる。これらの誤差の補正法は機器的に生ずるバイアストルクへの補正法と同じである。スケールファクタリニアリティ誤差の補正は

$$K^a \Delta V_{IRA}, \quad K^g \Delta \theta_{IRA}$$

の項をそれぞれ加えればよい。

これらの誤差は他の誤差要因に比べて無視することができないというより、支配的な誤差項であることが種々の文献で指摘されている。しかしながらこの補正項をえるためには今回用いたセンサ系に対する図6.2の特性値が必要であり、その計算量は少なくないので今回はこの補正項を挿入することは省略した。誤差補正は前節で述べた速度加算およびオイラパラメータの計算の前に入れる。

### 6.3 取付角誤差の発生と補正

取付角誤差はセンサを機体3軸に取付ける際にセンサの中心が軸の中心と一致しないために生ずる。基準直交系を  $X_B, Y_B, Z_B$  取付系を  $\tilde{X}_B, \tilde{Y}_B, \tilde{Z}_B$  とする。取付角誤差を表6.1および図6.3のように定義する。このとき基準直交系から取付系への変換は次式による。

$$\begin{pmatrix} \tilde{\omega}_x \\ \tilde{\omega}_y \\ \tilde{\omega}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\gamma_{xx}\cos\gamma_{xy} & \sin\gamma_{xy} & -\sin\gamma_{xx}\cos\gamma_{xy} \\ -\sin\gamma_{yx}\cos\gamma_{yz} & \cos\gamma_{yx}\cos\theta_{yz} & \sin\gamma_{yz} \\ \sin\gamma_{zx} & -\sin\gamma_{zy}\cos\gamma_{zx} & \cos\gamma_{zy}\cos\gamma_{zx} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \quad (6.7)$$

したがって取付角誤差を発生させる際には上式を用い、取付角誤差修正を行なうときは上式の逆変換を用いれば

表 6.1 取付角誤差

取付角誤差	回 転 軸
$\gamma_{xz}$	$Y_B$
$\gamma_{xy}$	$Z_B$ を $Y_B$ に関して $\gamma_{xz}$ だけ回転した軸
$\gamma_{yx}$	$Z_B$
$\gamma_{yz}$	$X_B$ を $Z_B$ に関して $\gamma_{yx}$ だけ回転した軸
$\gamma_{zy}$	$X_B$
$\gamma_{zx}$	$Y_B$ を $X_B$ に関して $\gamma_{zy}$ だけ回転した軸

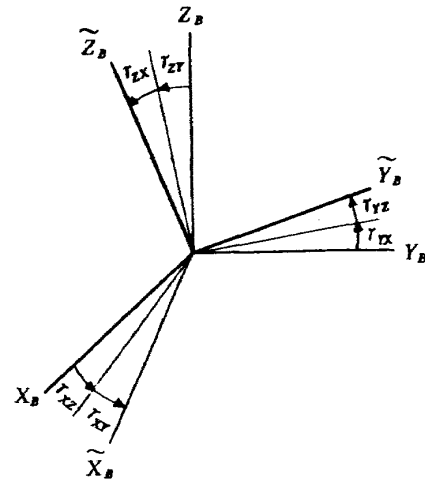


図 6.3 取付角誤差

よい。しかしながら現実問題として上記で用いたような機体軸の中心というのは定義しづらいのであって、また誘導制御のために厳密に定義する必要もない。平衡飛行状態において制御力が問題にならぬ程度に小さければ、機体の図心とセンサの中心はずれていても問題はない。重要なのはセンサ3軸相互の直交性が失なわれているかどうかである。

そのためにいま設定を変えて、測定時に  $\tilde{X}_B$  軸を基準軸、これと  $\tilde{Y}_B$  軸とを含む面を基準面とする、という設定を用いれば

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$

であり変換マトリクスは

$$[\theta] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\sin\gamma_{yx} & \cos\gamma_{yx} & 0 \\ \sin\gamma_{zx} & -\sin\gamma_{zy}\cos\theta_{zx} & \cos\gamma_{zy}\cos\gamma_{zx} \end{pmatrix} \quad (6.8)$$

となる。誤差を発生させるときはこのマトリクスを入力に作用させるとよい。

誤差修正については計算の能率が問題となるので、もう少し変形する。取付角誤差はいずれも微小であることを考慮に入れて逆マトリクスを求めると2次の近似形が

えられる。

$$[\gamma]^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \gamma_{yx} & 1 & 0 \\ -\gamma_{zx} & \gamma_{zy} & 1 \end{pmatrix}$$

したがって補正方法は機体軸方向とセンサ取付け方法によって異なるわけであるが、一例として  $z_B$  軸の加速度計について  $x_B = PRA$ ,  $y_B = ORA$ ,  $z_B = IRA$  の取付け方をしたとすると

$$\Delta V_{IRA} = -\gamma_{IP} \Delta \tilde{V}_{PRA} + \gamma_{IO} \Delta \tilde{V}_{ORA} + \Delta \tilde{V}_{IRA} \quad (6.9)$$

の修正が必要となる。この項を前節の誤差補正と一諸にするためには (6.9) の第一、第二項のみを誤差補正に加えればよい。ジャイロの場合についてもまったく同じである。

#### 6.4 加速度計取付位置の影響

加速度計が機体の回転中心からずれて取付けられたとき、回転の影響が入ることは 3.1 で指摘した。この誤差要因はこれまでに述べた誤差要因と比べると影響が小さいので、高度のミッションの場合以外は無視する。しかしながら解析的に興味のある問題であるから略述する<sup>1)</sup>。

慣性軸中心、機体の回転中心、加速度計取付位置の関係を図 6.4 のように設定する。このとき Coriolis の法

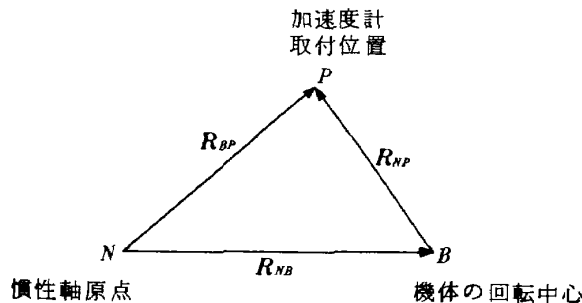


図 6.4 加速度計取付位置

則により

$$\dot{R}_{BP}|_N = \dot{R}_{BP}|_B + \omega_{NB} \times R_{BP}$$

$$\dot{R}_{BP}|_N = \dot{\omega}_{NB}|_N \times R_{BP} + \omega_{NB} \times (\omega_{NB} \times R_{BP})$$

したがって  $R_{BP} = R_{NP} - R_{NB}$  の関係により次式を与える。

$$\dot{R}_{NP}|_N = \dot{R}_{NB}|_N + \dot{\omega}_{NB}|_B \times R_{BP} + \omega_{NB} \times (\omega_{NB} \times R_{BP}) \quad (6.10)$$

右辺第 1, 第 2, 第 3 項はそれぞれ linear, tangential, centripetal 加速度と呼ばれている。このうち取付位置が回転中心からずれているために生ずる加速度は、tangential および centripetal の加速度である。第 2 および第 3 項を成分表示すると  $R_{BP}$  の成分を  $(x, y, z)$  として

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_y z - \dot{\omega}_z y \\ \dot{\omega}_z x - \dot{\omega}_x z \\ \dot{\omega}_x y - \dot{\omega}_y x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_y(\omega_x y - \omega_y x) - \omega_z(\omega_x x - \omega_x z) \\ -\omega_x(\omega_x y - \omega_y x) + \omega_z(\omega_y z - \omega_z y) \\ \omega_x(\omega_z x - \omega_z z) - \omega_y(\omega_z y - \omega_z y) \end{pmatrix} \quad (6.11)$$

となる。この式によりたとえば  $x$  軸加速度計に対する補正を行なうには、誤差補正項に次式を加えればよい。

$$\begin{aligned} & -R_{xy} \dot{\omega}_y \omega_y - R_{xz} \dot{\omega}_x \omega_z + R_{xx}(\omega_y^2 + \omega_z^2) - \dot{\omega}_y R_{xz} + \dot{\omega}_z R_{xy} \\ & = \frac{1}{\Delta t^2} \{ -R_{xy} \Delta \theta_x \Delta \theta_y - R_{xz} \Delta \theta_x \Delta \theta_z + R_{xx}(\Delta \theta_y^2 + \Delta \theta_z^2) \\ & \quad - R_{xz}(\Delta \theta_y - \Delta \theta'_y) - R_{xy}(\Delta \theta_z - \Delta \theta'_z) \} \quad (6.12) \end{aligned}$$

#### 6.5 速度、位置計算法

本報告の主たる目的は、航法座標軸における速度増分を求めるところまでの数式の最適化である。速度に与える重力の影響および位置計算については本報告に継続した研究の対象となる。したがって本報告では図 6.5 に示

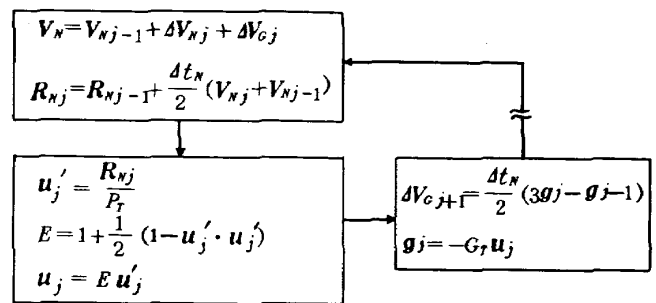


図 6.5 速度位置計算フローダイアグラム

ような簡単な計算法を用いてシミュレーションを試みた。 $R_T$  は  $|R_{Nj}|$  を用いるべきところであるが平方根を含む計算は時間がかかるので、図のような方法で単位ベクトル  $u_j$  の正規化をはかっている。 $R_T$  としては地球半径を用いた。 $\Delta V_{Gj}$  は

$$g(t) = g_j + \frac{g_j - g_{j-1}}{\Delta t_N} t, \quad j \Delta t_N \leq t \leq (j+1) \Delta t_N \quad (6.13)$$

を用いて積分すると図のようになる。

本計算において  $\Delta t_N$  を大きくすると  $\Delta V_{Gj}$  の精度が悪くなる。遷移軌道までだと地球半径に比べて高度は十分に低いので重力の大きさはあまり変りがない。しかし機体の水平位置移動によって重力が速度の方向が変わるために誤差を生ずる。したがって発射直後よりも、最終段になるにつれて誤差は大きくなる。 $\Delta t_N$  の大きさに制限を設けるべきか、あるいは  $\Delta V_{Gj}$  の発生方法に工夫をこらすか、シミュレーション結果と照してのトレードオフが必要であるが、この問題は本報告の範囲を越えているので検討は次の研究にゆずる。

#### 6.6 計算フローダイアグラム

以上の結果をまとめてシミュレーション用計算フローダイアグラムを作ると図 6.6 のようになる。機体の角速度、角加速度、および重力加速度を除いた加速度を入力としてえて、取付角誤差発生としたのち、3 軸のストラップダウンセンサに入れるサンプリングタイム  $m_1$  個分、



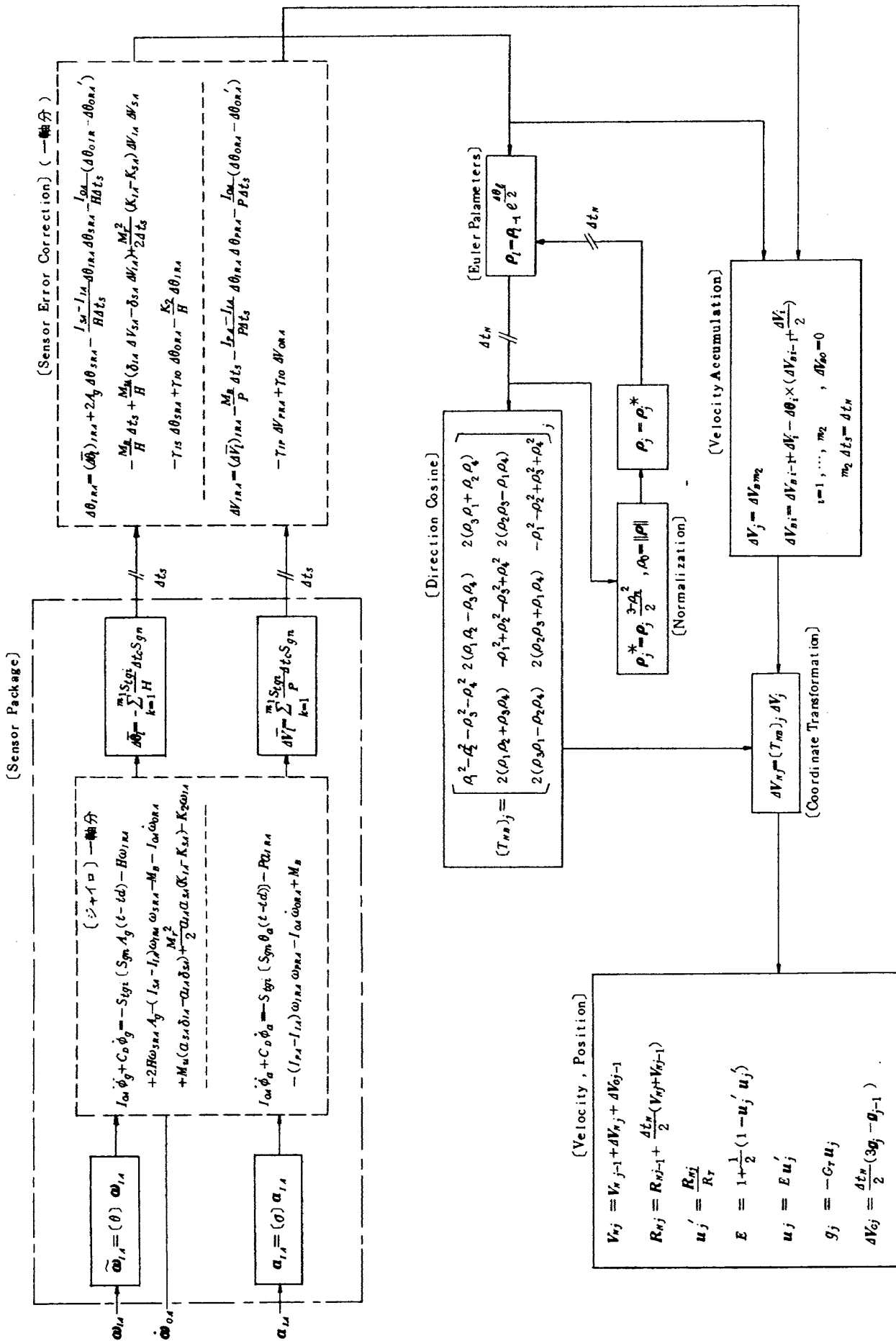


図 6.6 航法計算フローダイアグラム

すなわち  $dt_s$  [s] 毎に出力をえて、センサ誤差補正を行ないオイラパラメータおよび  $B$  座標系による速度増分を求める。 $m_2$  回繰返して  $dt_N$  [s] に達したとき、方向余弦行列を求め、 $N$  座標系速度増分に直し重力による速度増分を加えて航法座標系速度および位置をえる。センサパッケージ部分は実際の飛しょう状態のときはハードウェアに置換えるので、搭載型計算機で処理すべき内容はそれ以後の部分と、えられた速度、位置情報に基いてスラスト方向の指令を出す誘導計算および操舵計算等である。しかし誘導および操舵の計算量はさほど多くはないので、このフローダイアグラム内の計算が主になると考えてよい。なお誘導、操舵をも含め、機体のダイナミクスを含んだ全飛しょうシミュレーションについてはこの研究と並行に進められており、本フローチャートはその一部に当たっている。

## 7. シミュレーション

### 7.1 シミュレーションのプログラム

図 6.6 に示した航法計算のフローダイアグラムに従って大型計算機によるシミュレーションプログラムを作成し、STRANA と名付けた。このプログラムは前述のセンサ単体のシミュレーションプログラム INSENS、および飛しょうダイナミクスをシミュレートする FLITRA、とともに、飛しょうダイナミクスを含めた閉じた誘導制御シミュレーション用プログラム SPIGS の一部に関するシンセシス用プログラムである。これらプログラムの体系およびその構成等については別報で詳述するつもりでいるのでここでは論じない。STRANA について機能のみを簡単に説明する。

入力としては  $\omega$  および  $\alpha$  を時間の線形関数および正弦または余弦関数の和として組合わせて使えるようになっている。以後はフローダイアグラムに沿って計算するわけであるが、このようにしてえられた解をストラップダウン系の解とよぶ。この解の精度解析のために、センサ系を経由せず直接入力を積分して  $d\theta_i$ ,  $dV_i$  を求め、それによって以後の計算を行なう経路も作成した。それによってえられる解を理論解と呼ぶ。さらに  $dt_s$  サイクルを細分割したより細かいサイクルに対して理論解と同じ値をとり、えられる解を基準解と名づけた。基準解はできるだけ正確な解をえるために用いられる。基準解と理論解との比較によって  $dt_s$  サイクルの影響を、理論解とフローダイアグラムによる解との比較によりストラップダウン系の影響を調べることを試みた。

出力形式としてはこの各々の解を表示するととも基準解に対する他二者の誤差をも表示する。またこれらの出

力を任意指定することにより、ラインプリンタで図示する方法もとった。その出力の一例は後に示す。出力数およびチェックポイントが多いので、このようなシミュレーション後のデータ処理はシンセシスにとって欠かすことができない。

なお図 6.6 のフローダイアグラムは図 6.1 (b) の考え方に基いている。フローダイアグラムは示していないが図 6.1 (a) の考え方に基いたプログラムも作成し比較を試みた。図 6.1 (a) を Direction Cosine を用いてシミュレートしたプログラムを STRANA1, 図 6.1 (b) に従ったプログラムを STRANA2 とよぶ。

### 7.2 シミュレーション内容

シミュレーションの目的は、これまでの系構成の過程でなされた推論の妥当性を確かめるとともに、そこで指摘された問題についての数値データをえることにある。もう一度問題点を列挙してみよう。

(1) 図 6.6 のフローダイアグラムの能率化は  $B$  座標系における速度加算の方法によりなされた。しかしながら (6.3) の積分表示において速度を平均値で近似する仮定を用いている。この近似が解に対してどの程度影響を与えているか、すなわち STRANA 1 より STRANA 2 がどの程度優れているかを調べることである。

(2) 搭載型計算機の演算処理能力は 2 つの計算サイクル  $dt_s$  および  $dt_N$  により大きな影響を受ける。これらの値を変更することによる精度への影響はどう変るか。

(3) ストラップダウン系出力の真値に対する収束性はセンサシミュレーションで目安がえられている。加算数を増すことにより精度が上げられるはずであるが、実際の系として使用しうる程度の精度がでるか。また図 4.6, 図 4.7 によれば短かいパルス数で  $dt_s$  を作ると、1 回毎に得られる  $d\theta_i$ ,  $dV_i$  の誤差率は大きくなるが、このような  $d\theta_i$ ,  $dV_i$  を用いて誤差補正の効果が上がるか。およびフィードバックゲイン  $Stgv$  を変えることによる精度への影響はどうか。

(4)  $d\theta_i$  として (5.19) の仮定を用いたことによるコーニングドリフトの大きさはどの程度か。周波数に対する依存度はどうか。また  $\sin$ ,  $\cos$  を有限項で打切ったことによる影響は。そして (5.23) のような形の補償は効果があるか。

(5) 速度位置計算における  $dt_s$  および  $dt_N$  の選び方の影響はどうか。 $dt_N$  を長くとることにより、重力による速度増分と位置計算のいずれがより大きな影響を受けるのか。

本報告における主たる目的は速度位置計算にもち込む手前までをいかにうまく処理するかであり、問題(1)~(4)

が含まれる。そのためフローダイアグラム上の  $\Delta V_{Nj}$  のみを  $\Delta t_c$  毎に加算していった結果、すなわち  $K_{Nj}$  から重力による速度増分を差引いたものを求め、この精度の比較を主として行なった。(5)の目的のためには数例正規のフローダイアグラムに従って最後まで計算を行なった。

上記の検討を行なうために二種類の入力考えた。まず一般の飛しょう状態を代表する入力として3軸に次のような一定方向の回転を与えた。

$$\begin{aligned}\omega_{xB} &= -0.01 + 0.002t \text{ (rad/s)} & \alpha_{xB} &= 4 + 0.2t \text{ (g)} \\ \omega_{yB} &= -0.4 - 0.002t & \alpha_{yB} &= 0.1 - 0.02t \text{ (7.1)} \\ \omega_{zB} &= 0.02 - 0.004t & \alpha_{zB} &= -0.2 + 0.04t\end{aligned}$$

ピッチ  $\omega_{yB}$  およびスラストによる加速度  $\alpha_{xB}$  は他と比べると10倍程度にとっている。この入力を定常回転入力と呼ぶ。

つぎにコーニング運動を与えるために

$$\omega_{xB} = 0, \quad \omega_{yB} = \cos\omega_n t, \quad \omega_{zB} = \sin\omega_n t \text{ (rad/s)} \text{ (7.2)}$$

の入力を考えた。この場合機体はコーニング運動をしながら垂直上昇を続けると考えることができる。 $\omega_n$  はコーニングの周波数依存度を調べるために数種類とった。この入力を“振動回転”入力と呼ぶ。

第三のカテゴリとしてこの両入力を加えていれることを試みた。これを“定常+振動”回転入力と表記する。コーニング運動を有する飛しょう状態を表わすものと考えられる。

以上の設定を組合わせて、実際に計算した内容の詳細を付録に示す。付表1にまず計算した項目と設定を示す。(a)として前節で規定した基準解を種々のケースについて求め、できるだけ信頼度の高い解を探すことを試みた。以下(b), (c), (d), (e) は上記で挙げた問題点に対応している。

付表2にはこの設定によって得られた結果の一部を示す。7.4節においてこれをある程度まとめたが、その他の情報をまだ多く含んでいる。シミュレーション番号を付してあるので付表1との対応によりその設定は明らかであろう。

シミュレーションの時間は1ケースについて5秒間とすることにした。 $\Delta t_c$  は  $250\mu\text{s}$  にとったのでセンサの総サンプリング数は20,000個である。したがって充分精度の推定はえられるはずである。

$St_{gi}$  の選び方は見当がつかないので各軌道の最大入力の2倍の値を限界入力として  $St_{gi}$  を設定したケースと、限界入力を各軸一率にジャイロは  $2\text{deg/s}$ 、加速度計は  $12.25\text{g}$  として  $St_{gi}$  を設定したケースの2通りを試みた。

その他計算に必要であった設定値について述べておこう。まずセンサの取付方向について図7.1に示す。各々のセンサについて入力軸方向は定まるが、出力軸方向は任意である。ピッチ角速度および推力による加速度は他の成分と比べると大きいので誤差項の中にてできるだけ拾わぬように出力軸を決めると図のようになる。しかしながらこの場合はB座標系と各々のセンサの座標系との対応をとることにより、センサシミュレーションおよび誤差補正を行なうことが必要である。表7.1に用いた誤差定数を示す。これらはカタログに与えられているデータから逆算してえた数値である。 $I_{IA}$ ,  $I_{SA}$  等えられなかった数値もあり、今回用いた数値に対する信頼度は高くない。

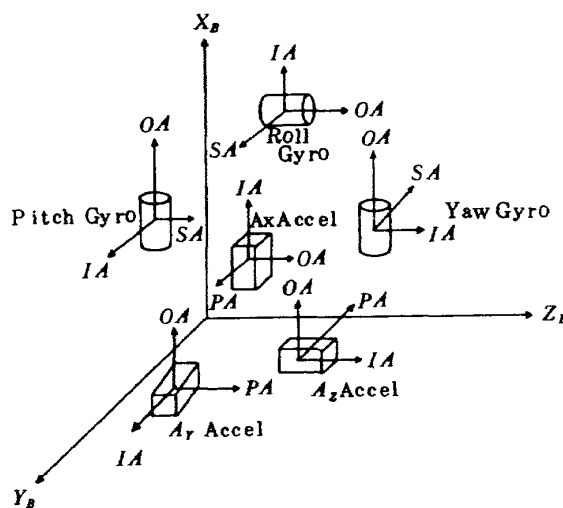


図 7.1 センサ取付方法

表 7.1 誤 差 定 数

	誤差定数	設 定 値	
ジャイロ	$M_u \delta_{IA}$	$-1.63 \times 10^{-4}$ (gr cm rad)	アンバランスマストルク
	$M_u \delta_{SA}$	$-2.37 \times 10^{-4}$ (gr cm rad)	
	$M_B^F$	1.26 (gr cm <sup>2</sup> rad/s <sup>2</sup> )	バイアストルク
	$\frac{M_r^2}{2}(K_{IA}-K_{SA})$	$2.02 \times 10^{-7}$ (gr rad s <sup>2</sup> )	コンプライアンストルク
加速度計	$M_B^a$	0.224 (gr cm <sup>2</sup> rad/s)	バイアストルク

表 7.2 航法計算定数値

必要定数	設定値
重力加速度	$9.798241 \times 10^2 \text{ (cm/s}^2\text{)}$
地球自転角速度	$0.72921152 \times 10^{-4} \text{ (rad/s)}$
発射点高度	$6372.7955 \times 10^5 \text{ (cm)}$
発射点緯度	$30.3995435 \text{ (deg)}$
発射点方位角	$130.0 \text{ (deg)}$

速度位置計算のために必要な初期値は表 7.2 の数値を用いて次のような式によった。

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= T_{NL} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ R_T \end{pmatrix} \\ V_0 &= T_{NL} \begin{pmatrix} v_L \sin r_L' \\ -v_L \cos r_L' \\ 0 \end{pmatrix} \\ g_0 &= -G_T u_0, \quad u_0 = \frac{R_0}{R_T} \\ \Delta V_{g_0} &= g_0 \Delta t_N \end{aligned} \right\} \quad (7.3)$$

$T_{NL}$  は  $N$  座標と発射時の方位角方向を  $X$  軸，地球中心方向を  $Z$  軸とする  $L$  座標との方向余弦行列である。 $N$  座標系のとり方はミッションに応じた誘導方程式の精度と関連して種々のとり方が考えられる。われわれが今回採用したのは大円および軌道挿入時のベクトルを含むような面を考え，その大円の発射点緯度における接線方向を  $X$  軸，その点から地球中心に向く軸を  $Z$  軸方向とする右手系である。位置を算出するときの原点は地球中心とする。

しかしながら計算初期の設定のミスのため，速度，位置計算を含めない速度増分の計算部分では

$$r_L = 50^\circ, \quad r_N = 150^\circ$$

という設定になった。特殊なキックターンでもしないかぎりこの  $N$  座標のとり方は奇妙であるが，速度増分の精度検証に関する限りでは別に問題はないので，そのままのデータを採用した。計算項目点の位置計算ではこの値を改めて，真東打上げ  $r_L' = 90^\circ$  という正規の設定にしたがっている。

### 7.3 結 果

各ケースの優劣は付表での直接の比較により明らかであるが，より一般的な結果を導くために，速度およびオイラパラメータの精度の表記法について考えておく。

まず速度  $V_N'$  については通常の誤差率

$$\|V_N' - V_N^0\| / \|V_N^0\|$$

を用いることとする。ただし  $V_N^0$  は真値としての基準解であり， $\|V_N^0\| = (V_{Nx}^2 + V_{Ny}^2 + V_{Nz}^2)^{1/2}$  である。

オイラパラメータに関しては誤差をドリフト角度として表わす方法<sup>10)</sup>を用いる。いま誤差を含んだオイラパラメータを  $\rho'$ ，真値を  $\rho_\infty$  とするとその誤差部分は

$$e = \rho' \rho_\infty^{-1}$$

によって表わされる。一方この誤差を角度表示  $\varepsilon\theta = \varepsilon\theta_x i + \varepsilon\theta_y j + \varepsilon\theta_z k$  で表わすすると

$$\varepsilon = (\varepsilon\theta_x i + \varepsilon\theta_y j + \varepsilon\theta_z k) \frac{\sin \frac{G\theta}{2}}{G\theta} + \cos \frac{G\theta}{2} \quad (7.4)$$

であるから上 2 式によりオイラパラメータ誤差に対応する角度ドリフトとして次式がえられる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon\theta_x &= 2(\rho_x' \rho_{\infty y} - \rho_y' \rho_{\infty x}) \\ \varepsilon\theta_y &= 2(\rho_x' \rho_{\infty z} - \rho_z' \rho_{\infty x}) \\ \varepsilon\theta_z &= 2(\rho_y' \rho_{\infty x} - \rho_x' \rho_{\infty y}) \end{aligned} \right\} \quad (7.5)$$

この  $\varepsilon\theta$  を用いて誤差率を

$$\|\varepsilon\theta\| \quad (7.6)$$

で定義する。

付表に挙げた計算項目はほぼ前節に挙げた問題点と同じ順序をとっている。したがって，結果も付表を参照しつつその順に列記していこう。

#### 定常回転入力

1. STRANA2 の規準解において  $\Delta t_s = 1$  としたとき， $\Delta t_N = 20 \sim 1000$  の変化に対して結果は  $V_{Ny}'$  に  $2 \times 10^{-6}$  [cm/s] の変化があっただけである。したがって  $\Delta t_s = 1$  [ms] とすれば STRANA2 の基準解は  $\Delta t_N$  の如何にかかわらず  $V_N'$  に関する真値を表わしていると考えてよい。

2. STRANA1 においては  $\Delta t_s = \Delta t_N = 1$  としたとき結果にかなりの誤差が認められ， $\Delta t_s = 0.05$  でも STRANA2 の規準解ほどの精度はえられていない。STRANA2 で (6.3) のベクトル積の項を除いたケース S100-100NC の理論解を S1-100 の理論と比較すると非常によい一致を示している。このことは Direction Cosine 法とオイラパラメータ法を用いることによる精度上の差はほとんどなく，両者の差はベクトル積の項によっていることを物語っている。

さらに STRANA1 の例について調べると， $V_{Nz}'$  は  $\Delta t_s$  の変化に対してあまり変らないのに， $V_{Nx}', V_{Ny}'$  の絶対値は  $\Delta t_s$  に比例して変っている。STRANA1 の方式における  $\Delta t_s$  区間での機体軸固定の仮定が精度上大きな障害となっていることが明らかである。

3. 実用に近い範囲で  $\Delta t_s$  および  $\Delta t_N$  を変えたときの理論とストラップダウン系との  $V_N'$  の比較を代表として

表 7.3  $V_{N'}'$  (AおよびC)

$dt_s \backslash dt_N$	20	40	100	1000
5				-7.790763 -7.225811
10			-7.790759 -6.888711	-7.790771 -6.888723
20	-7.790764 -5.801003		-7.790776 -5.801005	-7.790790 -5.801028
30		-7.790795 -3.601055		-7.790841 -3.601098
100			-7.790955 2.775497	-7.791103 2.775366

{ 左上 Aの解  
右下 Cの解

$V_{N'}'$  について示すと表 7.3\* のようになる。各欄左上は理論解，右下がストラップダウン系の解である。理論解では  $dt_s$ 、 $dt_N$  ともに小さいほどよい結果を示しているが全体に誤差は大きくない。これに対してストラップダウン系の場合は  $dt_N$  による変化は理論解と同程度であるが、 $dt_s$  の変化には大きな影響を受けている。 $dt_s$  を大きくとるにしたがって  $V_{N'}'$  の精度は悪くなる。このことは  $dV_{N'}'$  の精度は主として  $dt_s$  によって左右され、 $dt_N$  の大きさの選択は  $dV_{N_j}$  の計算のためではなく  $dV_{G_{j-1}}$  の計算の精度によってきまることが示唆している。表 7.4 にはストラップダウン系の誤差率を示す。傾向は  $V_{N'}'$  についてとほとんど同じである。

表 7.4 計算サイクルの  $V_{N'}'$  精度に対する影響

$dt_s \backslash dt_N$	20	40	100	1000
5				0.00504
10			0.00629	0.00711
20	0.03380		0.03380	0.03384
40		0.08938		0.08938
100			0.22926	0.22926

単位：(%)

$dt_s = 20$  の場合で速度増分の誤差は 0.03% 程度であり、実用上さほど悪い値とは思われない。しかしこの所要精度については全体とのバランスを考えた上での今後の検討の対象である。

4.  $dt_N = 1000$  で一定に保ち、 $dt_s$  を 5 から 1000 ま で変えたときの各数値の変化を示す。まず図 7.2 は  $V_{N'}'$

の誤差率を STRANA 1 の理論解およびストラップダウン系、STRANA 2 のストラップダウン系について示したものである。STRANA 2 の理論解の誤差は小さくてこのスケール内には入らない。

この成因をさらに細かく調べるために STRANA 1 とこのストラップダウン系について各軸の誤差を図示すると図 7.3 のようになる。STRANA 1、2 の両者について  $V_{N'}'$  の誤差がほとんど等しく、他の軸の誤差よりずっと大きいために、 $V_{N'}'$  の誤差率における両者の差は小さく現われた。 $V_{Nz}'$  は発射直後は主として  $V_{Bz}'$  すなわちス

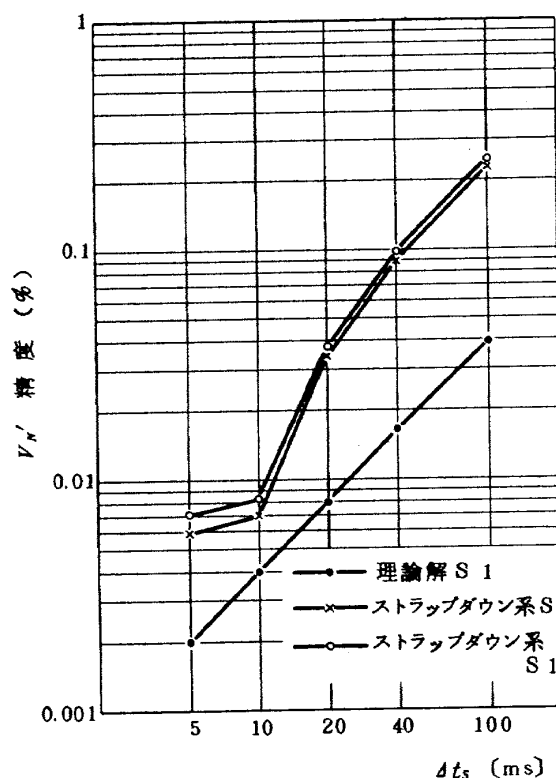


図 7.2 速度誤差

\* 表の記号説明は附録参照のこと。

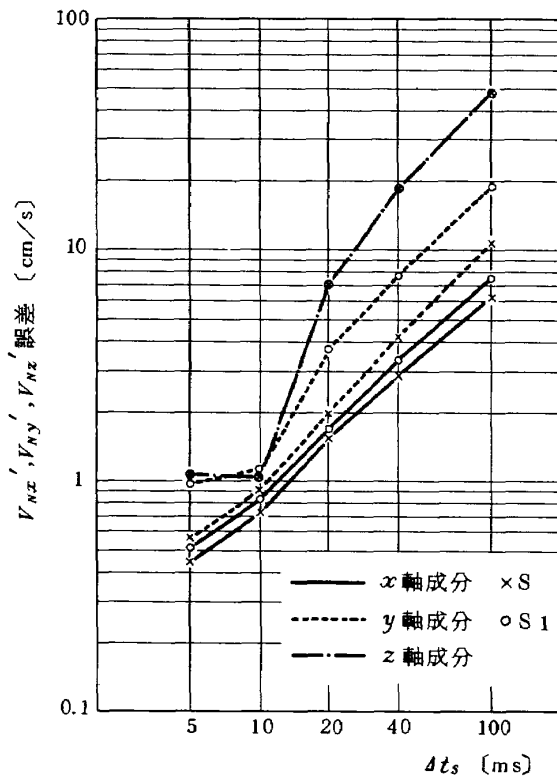


図 7.3 各軸速度誤差

ラスト方向の速度を表わしているのでSTRANA 1, 2の速度加算法による違いは現れず、ストラップダウン系の誤差が理論解として出てくるのである。しかし他の軸に関してもSTRANA 1, 2の違いは認められるが、速度加算法の違いよりもストラップダウン系としての誤差の方が顕著に認められる。

$\Delta t_s$  に対するオイラパラメータの依存度をストラップダウン系についてみると図 7.4 のごとくである。速度誤差に比べるとその変化割合は小さくて、誤差の主要因とは考えられない。

それではストラップダウン系のいかなる点が誤差要因となるのであろうか。これを調べるためにストラップダウン系の応答の様子をラインプリンタ上にグラフとして打出させた。 $\Delta t_s = 20[\text{ms}]$ ,  $\Delta t_N = 20[\text{ms}]$  としてSTRANA 2で2秒までを求めたものが図 7.5 である。 $E_{rr}$  はストラップダウン系の基準系に対する誤差を表わし、星印1個は1個の  $\Delta t_s$  に対応している。 $E_{rr}(\Delta V_x)$ ,  $E_{rr}(\Delta \theta_x)$  等は  $\Delta t_s$  毎のセンサ出力のバラツキの振幅を示している。 $E_{rr}(\Sigma \Delta \theta_x)$  等は  $E_{rr}(\Delta \theta_x)$  を各軸毎に加算したものであるのに対し、 $E_{rr}(V_{Nz}')$  等は  $\Delta V_x$  を  $N$  軸上に変換して加算した量である。しかし機体の回転量はあまり大きくないので、 $V_{Nz}'$  はほぼ  $\Delta V_x$  を加算したものの、 $V_{Nx}', V_{Ny}'$  は  $\Delta V_y, \Delta V_z$  のそれぞれの軸への成分を

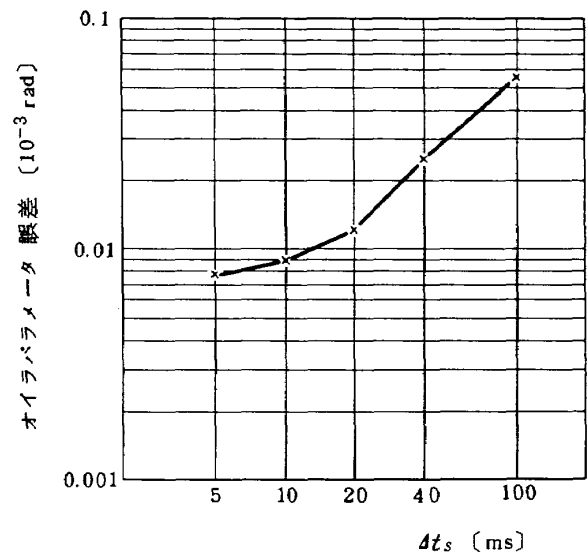


図 7.4 オイラパラメータ誤差

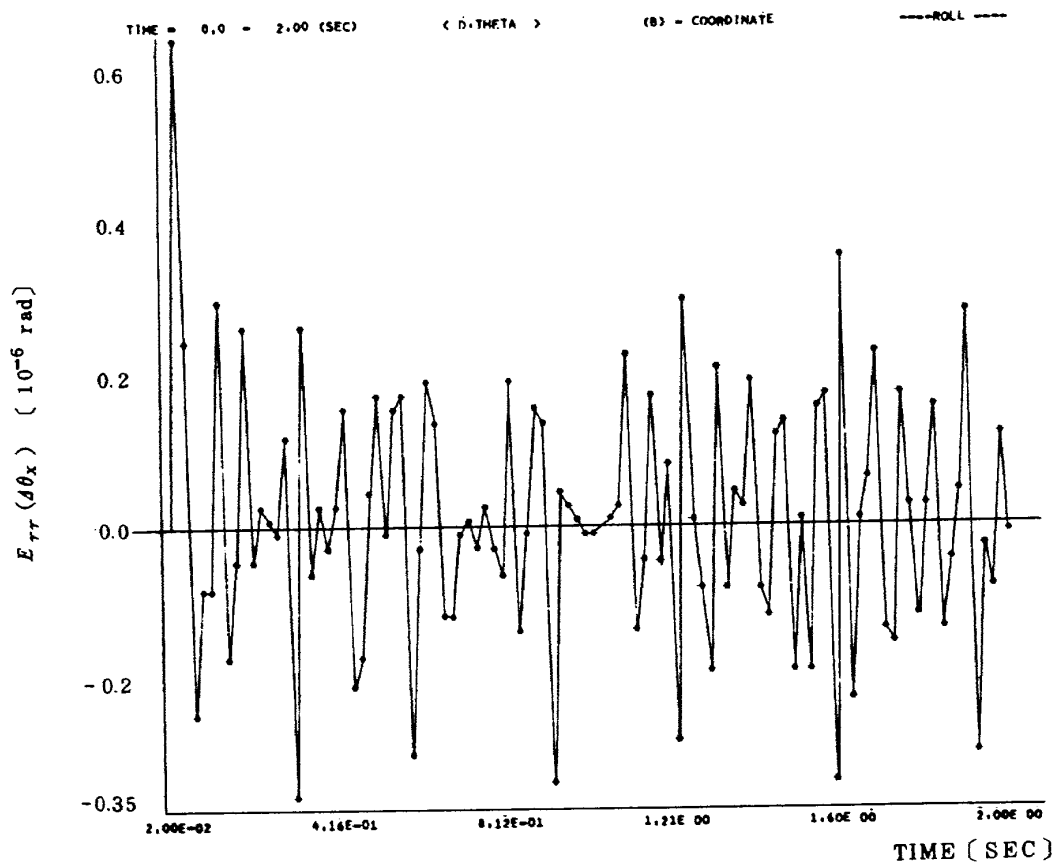
加算したものと考えてよい。この図において興味あるのは  $\Sigma \Delta \theta_x, \Sigma \Delta \theta_y, \Sigma \Delta \theta_z, V_{Nz}', V_{Ny}', V_{Nx}'$  の誤差がバイアス誤差によって一様に増大する特徴を示すことである。 $E_{rr}(V_{Nz}')$  は中でも大きな振幅を示し、5秒までグラフを求めてみるとかなり正の側にドリフトを示すことが確認された。これがストラップダウン系における  $V_N'$  の精度悪化の原因である。

このドリフト誤差は6.2で触れたストラップダウン方式に依存するバイアス誤差と思われる。図 6.2 で曲線が縦軸をよぎるときに存在するバイアスが無視できぬほどに大きく、この補正を怠ったためにドリフトが生じたのであろう。スケールファクタはこの図からは明らかに認められない。図 7.5 の3a, b, cおよび4a, b, cのグラフからそれぞれのセンサのバイアス量を計算してみると

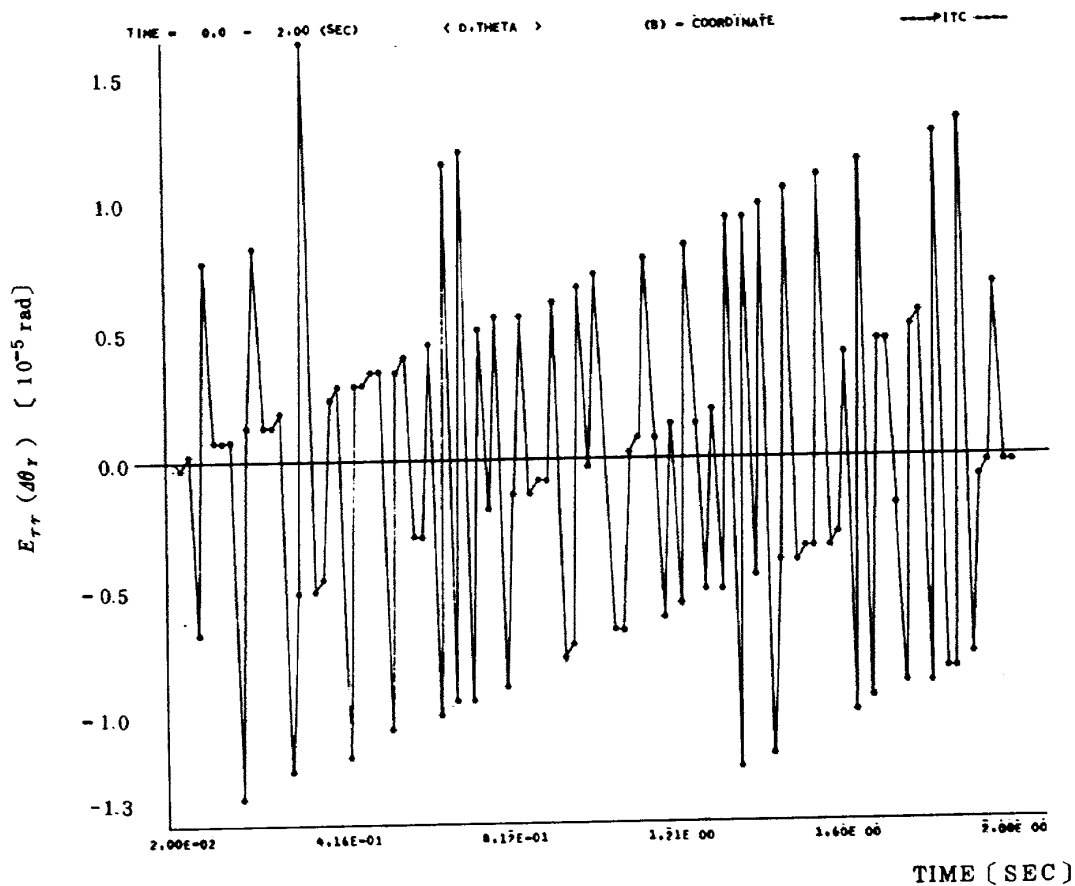
ジャイロ	X軸	$0.35 \times 10^{-6} [\text{rad}]$
	Y軸	$-2.5 \times 10^{-6} [\text{rad}]$
	Z軸	$-0.75 \times 10^{-6} [\text{rad}]$
加速度計	$X_N$ 軸	$-0.30 \times 10^{-2} [\text{m/s}^2]$
	$Y_N$ 軸	$0.40 \times 10^{-2} [\text{m/s}^2]$
	$Z_N$ 軸	$2.5 \times 10^{-2} [\text{m/s}^2]$

のごとくである。加速度の方は  $N$  軸と  $B$  軸との変換が必要のため  $X_N, Y_N$  軸については  $B$  軸との対応がとれないが、 $Z_N$  軸は  $X_B$  軸に当たる。7.1の入力と比べると入力の大きさに対応してバイアスも大きくはなるがその傾向は明らかではない。

このバイアス量は  $\Delta t_s$  のとり方によっても影響を受けることは図 7.2 から明らかである。入力大きさ、 $\Delta t_s$ ,



(1 a)  $E_{rr} (d\theta_x)$



(1 b)  $E_{rr} (d\theta_r)$

図 7.5 誤差応答

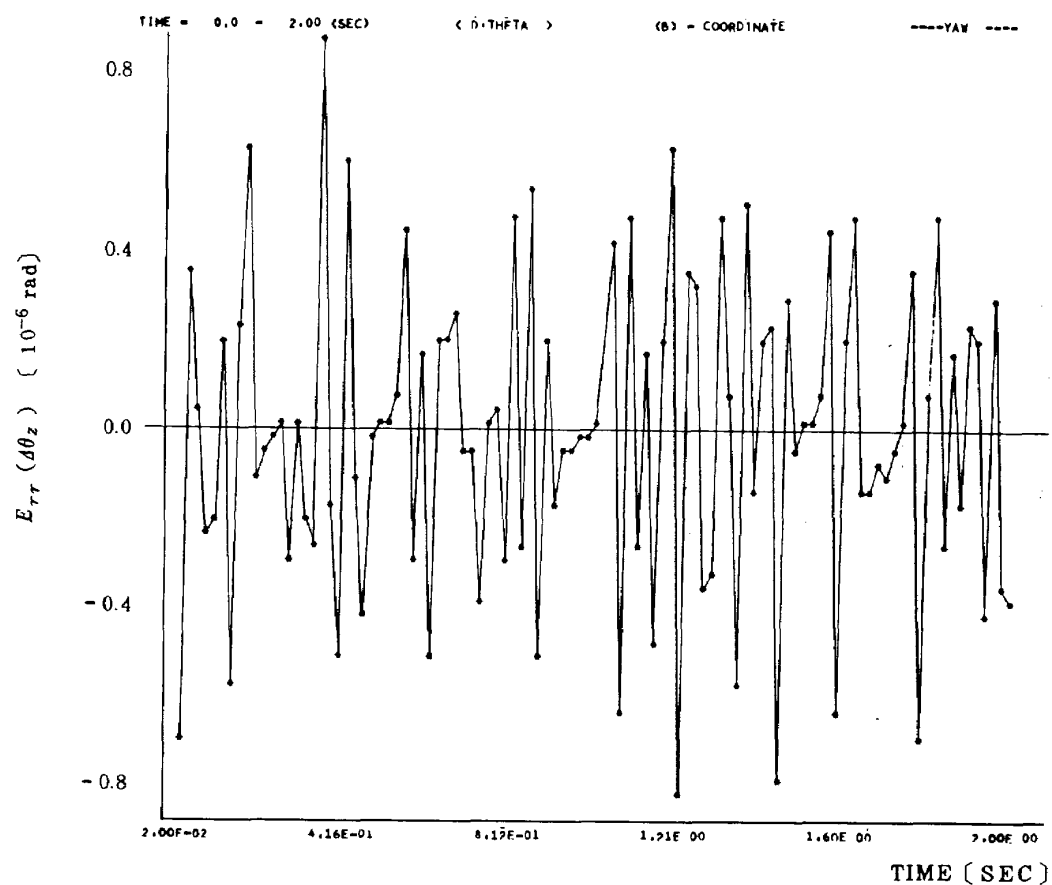
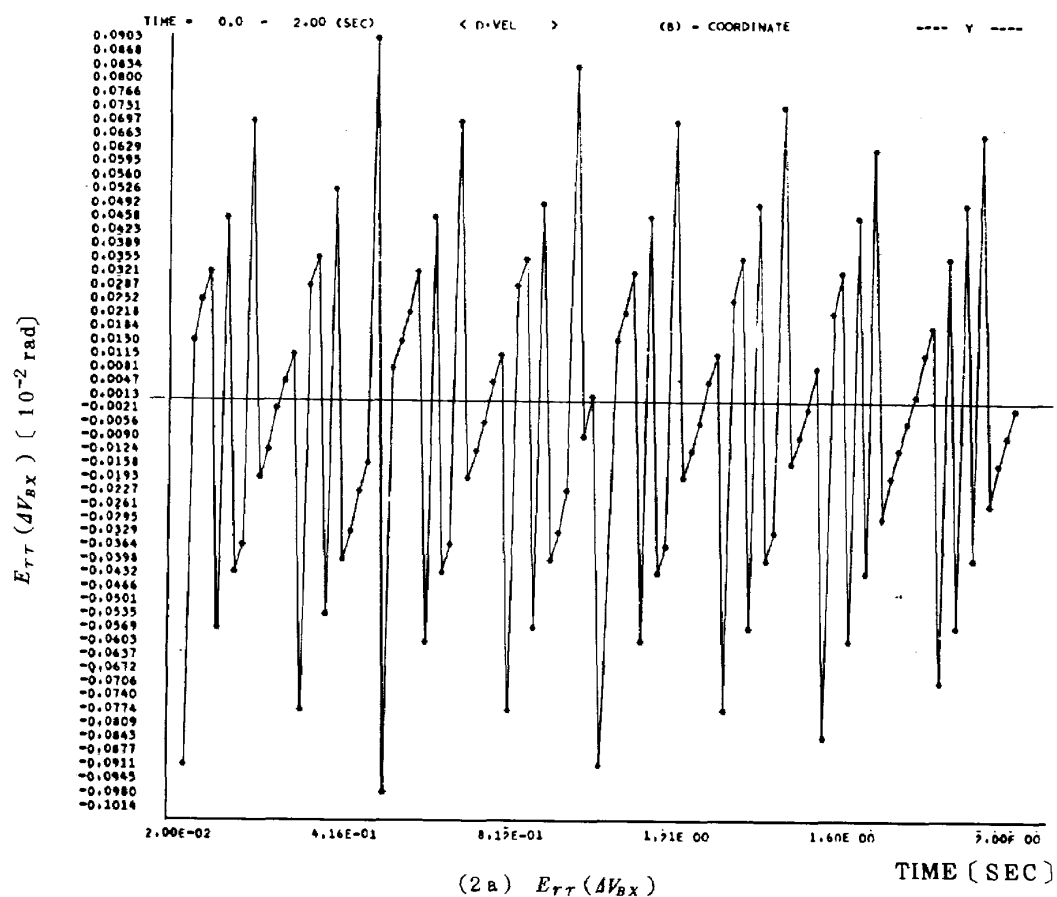
(1c)  $E_{rr} (\Delta\theta_z)$ (2a)  $E_{rr} (\Delta V_{Bx})$ 

図 7.5 誤差応答



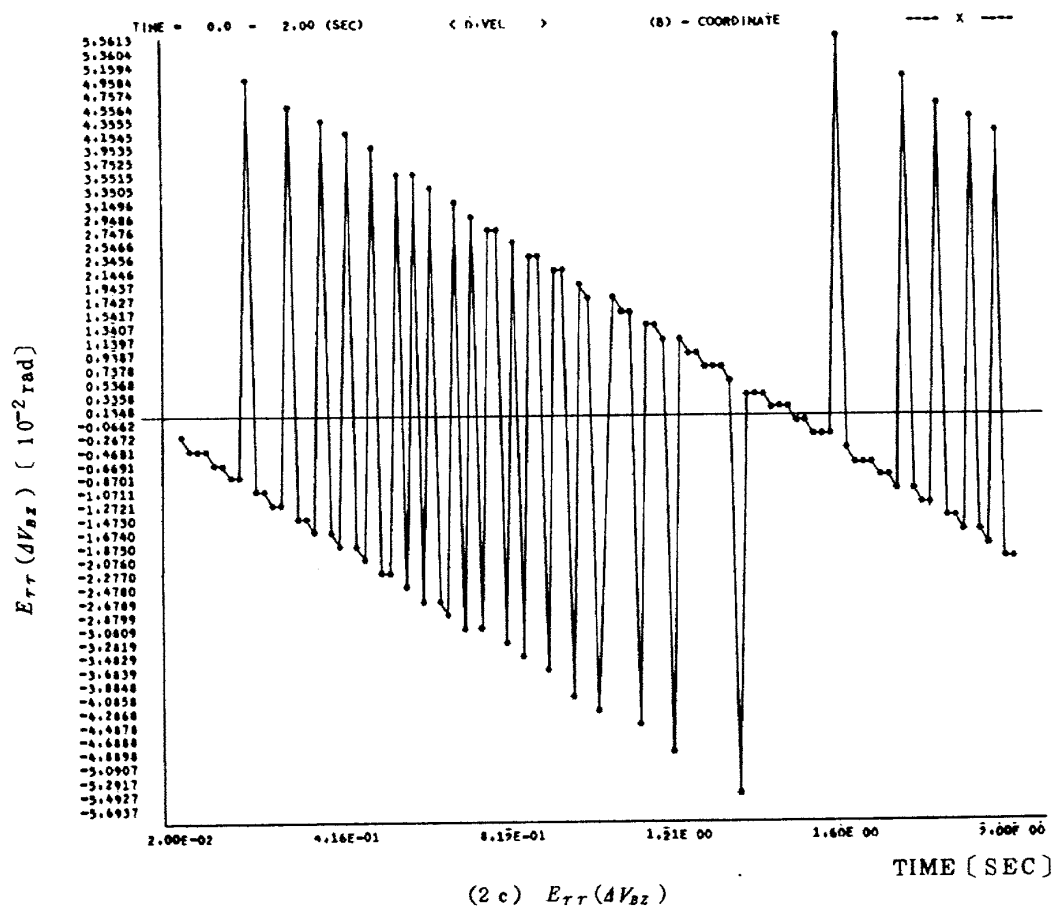
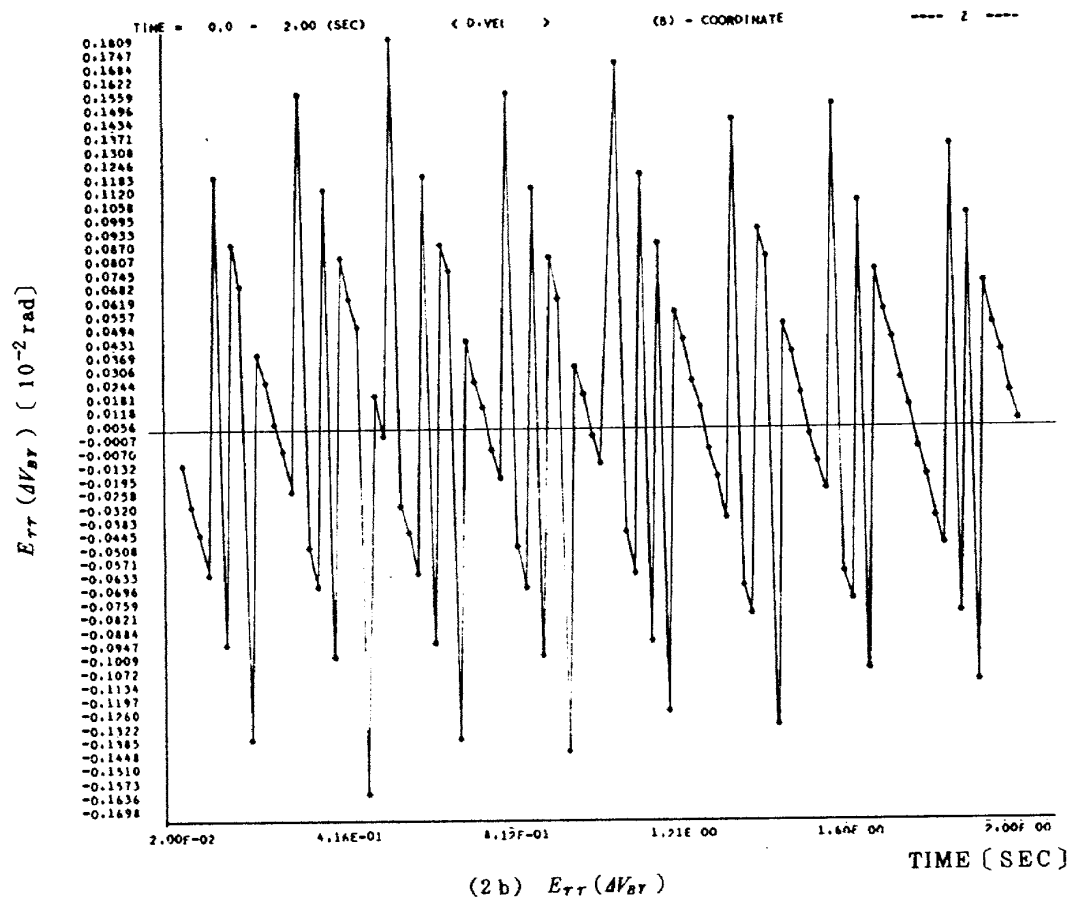


図7.5 誤差応答

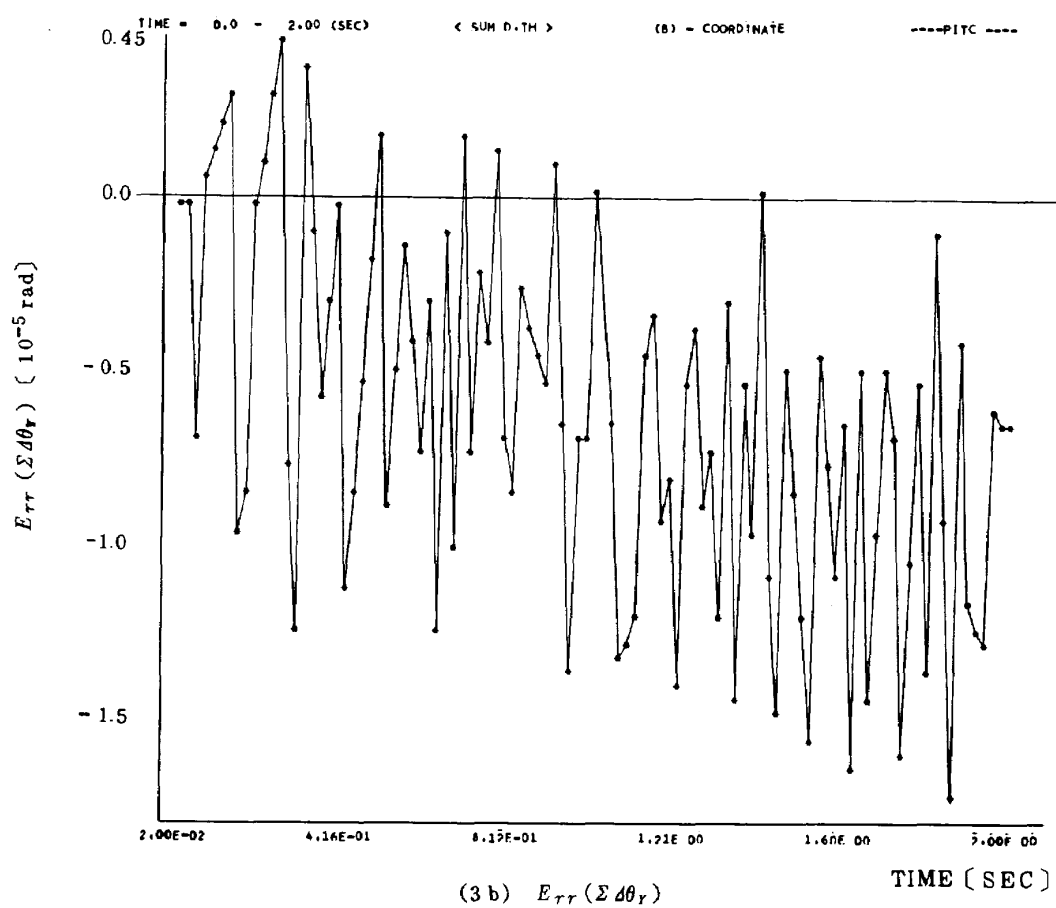
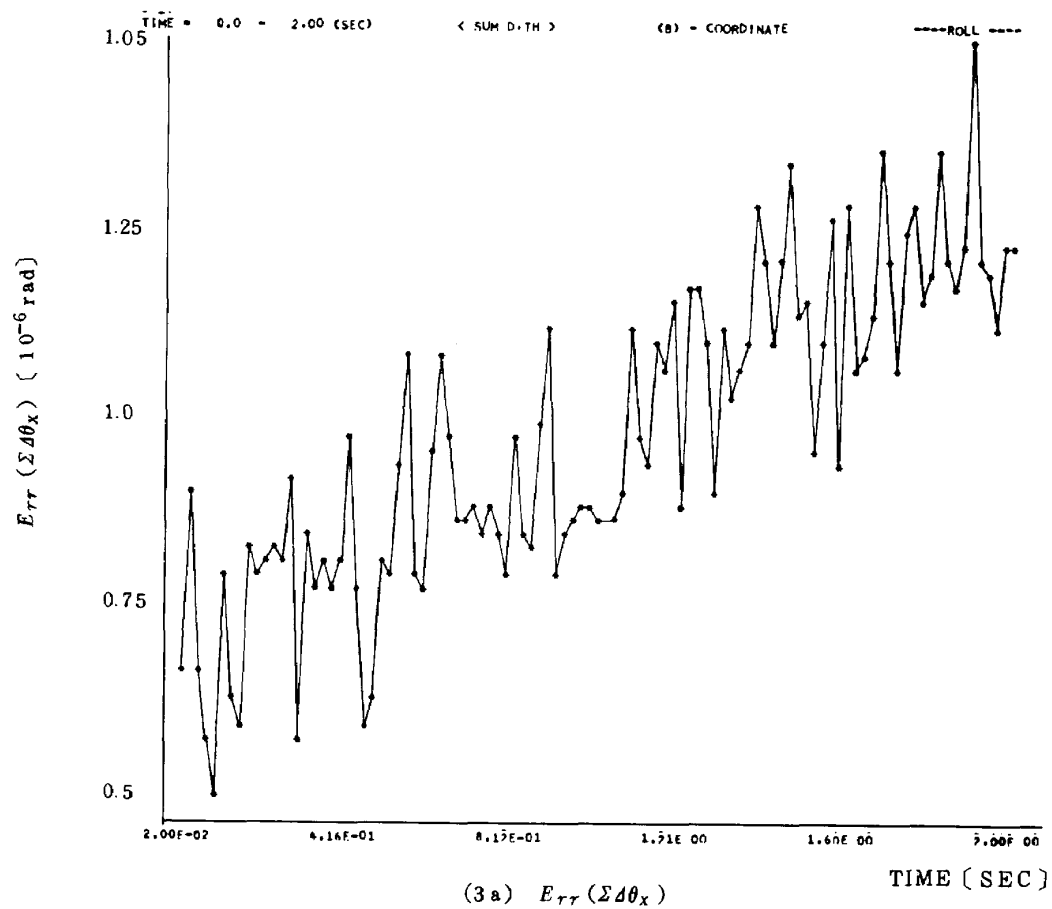


図 7.5 誤差応答

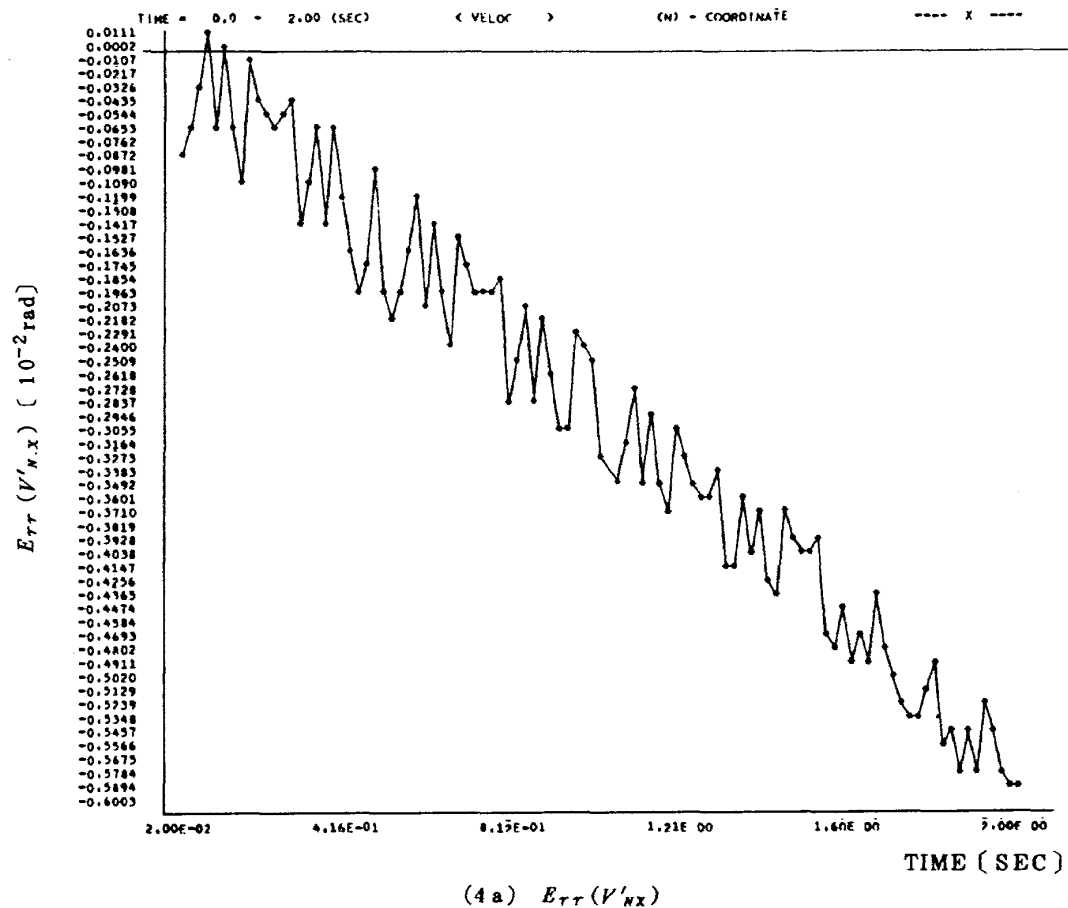
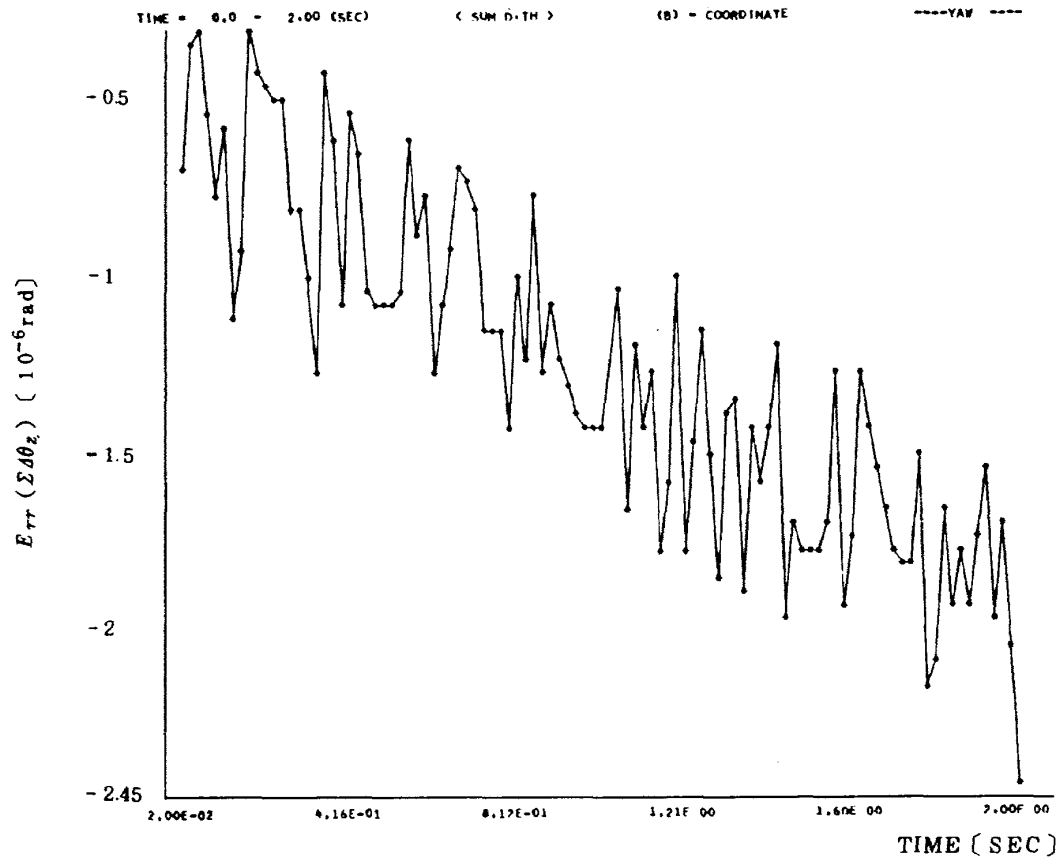


図 7.5 誤差応答

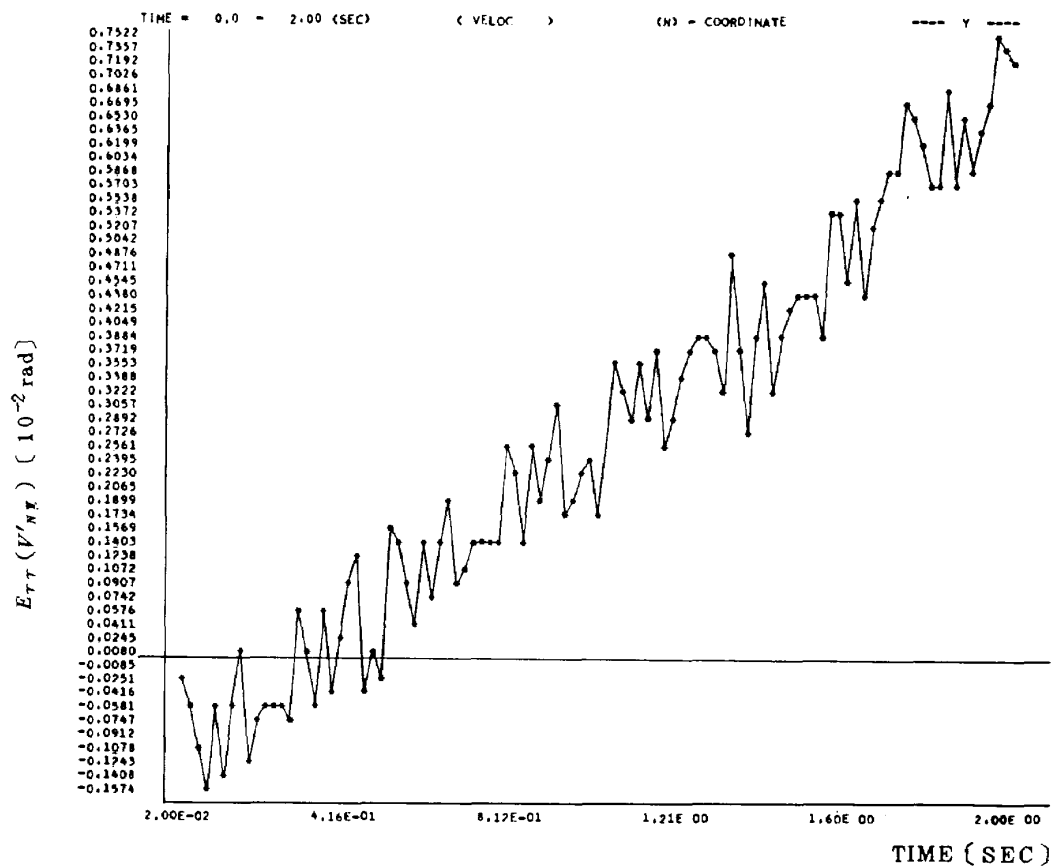
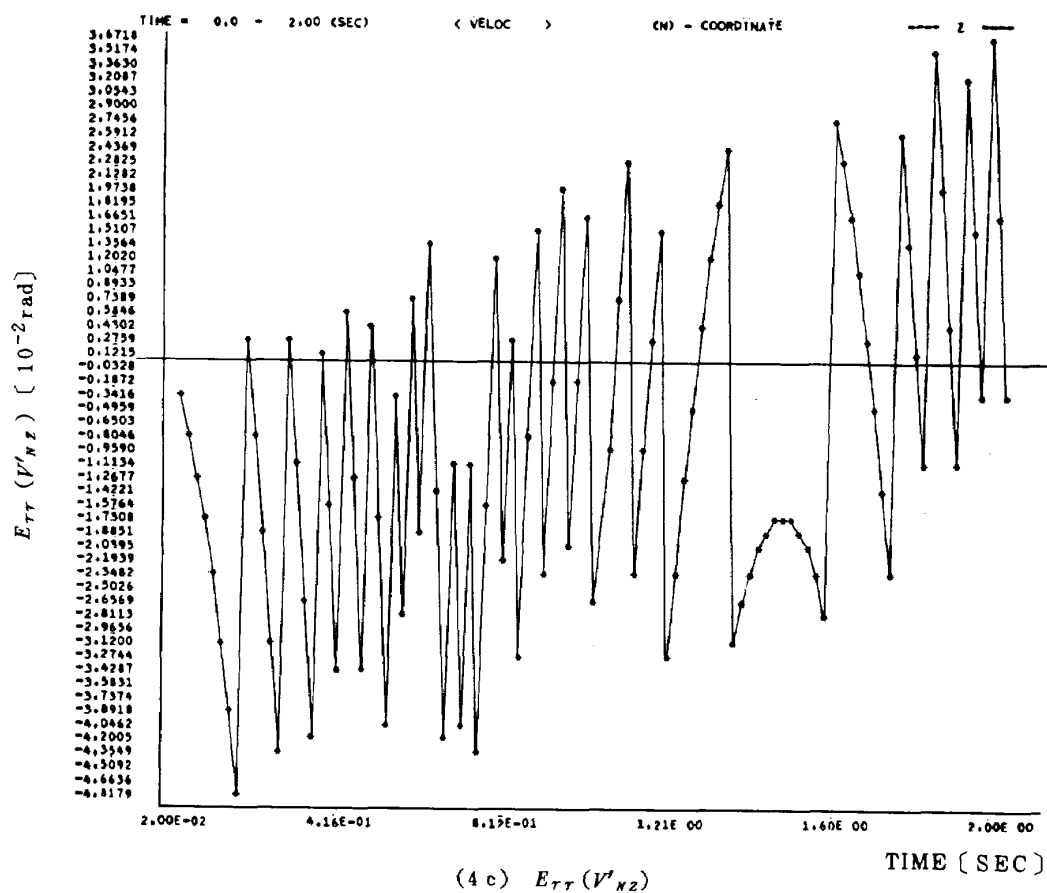
(4b)  $E_{TT}(V'_{NY})$ (4c)  $E_{TT}(V'_{NZ})$ 

図 7.5 誤差応答

$S_{\text{tgt}}$ の選び方等に対する依存のしかたを調べるのは今後に残されている。しかしながら、これが行なわれてバイアスおよびスケールファクタ誤差の補正が施されれば、この誤差はかなりの程度消去することが可能はずである。

この場合理論解とストラップダウン系との差は  $E_{rr}$  ( $V_{Nx}$ ),  $E_{rr}$  ( $V_{Ny}$ ),  $E_{rr}$  ( $V_{Nz}$ ) における振幅の分だけになるわけだから、先に示したSTRANA 2のストラップダウン系の誤差率はずっと低下するはずである。

5.  $S_{\text{tgt}}$  変化についてはジャイロよりも加速度計の方が影響が現われた。これは6の内容と一致している。加速度計はジャイロに比べると入力の変位が付きやすいので、できるだけ予期される入力に近い限界入力を設定する方が得策といえる。逆にジャイロについては限界入力をもっと大きくとってもよいかもしれない。

#### 振動回転入力

1. オイラパラメータの初期値は前節に述べた設定、および(5.21)式によって次のように求める。

$$\begin{aligned}\rho_x &= 0.4508209, & \rho_y &= 0.5447573 \\ \rho_z &= 0.4508209, & \lambda &= -0.5447573\end{aligned}$$

振動回転入力のみが与えられた場合、もしコーニングドリフトが生じなければ  $t=2m\pi/\omega_n$  ( $m$ : 整数)の周期毎に初期値にもどるはずである。しかるに  $\omega_n=4\pi$  にとったときの規準解 01-50-03 C1-100 (-1) の例でみると、 $\sin$ ,  $\cos$  を大型計算機の組込み関数を用いた場合、(5.20)式を用いた場合、および(5.23)の補正項を入れた場合のすべてに対して有効数字7桁で同じ数値をとる。(7.5)によりドリフト角度を求めてみると

$$\begin{aligned}\epsilon\theta_x &= 0.301 \times 10^{-4}, & \epsilon\theta_y &= 0.001 \times 10^{-4} \\ \epsilon\theta_z &= -0.302 \times 10^{-4}, & |\epsilon\theta| &= 0.427 \times 10^{-4}\end{aligned} \quad [\text{rad}]$$

である。周期毎の時点で調べてみると、ドリフト量は計算時間に比例して増加している。したがって単位時間のドリフト量は上記の1/5である。

今度は  $dt_s = 20\text{ms}$  としたときの理論解についてみると組込み関数を用いた場合および(5.20)を用いた場合は規準解とほとんど一致している。しかし(5.23)の補正項を用いた例では規準解と異なった値をとっている。03C-20-100 (-1) の場合が一番ドリフトが少なく

$$\begin{aligned}\epsilon\theta_x &= 0.299 \times 10^{-4}, & \epsilon\theta_y &= 0.068 \times 10^{-4} \\ \epsilon\theta_z &= -0.218 \times 10^{-4}, & |\epsilon\theta| &= 0.376 \times 10^{-4}\end{aligned} \quad [\text{rad}]$$

となっている。しかしコーニング位相が変わったとき、その効果は一概には現われない。

これらの事実を総合すると次の結論を導くことができる。

i) 組込み関数を用いた場合と3次で打切った場合と

が全く一致している。このことは組込み関数の精度がちょうど3次の打ち切り精度になっているか、3次で充分の精度がえられるかのいずれかである。しかし  $dt_s$  が1msの場合と20msの場合とが一致していることおよび(5.23)を用いても  $dt_s$  を1msにとったときに一致することを考えると、むしろ後者の可能性が強いと思われる。これについては  $\sin$ ,  $\cos$  の精度を高めたサブルーチンを用いて検証してみる必要がある。

ii) もしi)の結論が正しいとするとコーニングドリフトは(5.19)の仮定を用いたことにより生ずるものであってその仮定を用いる限り、いかに  $dt_s$  を細かくとっても除去することはできないといえる。かつ2cps程度の入力では  $dt_s$  を20ms程度にとっても結果に影響はない。

iii)  $\sin$ ,  $\cos$  の打ち切り誤差が影響するという仮定に立った(5.23)の補正項はドリフトの起きる方向を変えはするが、特にドリフト量を軽減するものではない。かつ  $dt_s$  を小さくしたとき消失する点でコーニングの特質を表わしていない。

iv) コーニングドリフトは  $y$ ,  $z$  軸に振動を入れたとき  $x$ ,  $z$  軸に同程度のドリフトが生ずるという性質をもっている。また  $x$ ,  $z$  軸の入力の位相を逆にすると、ドリフトも逆になる。

2. ストラップダウン系についてみると、センサ系の誤差のために傾向は理論解の場合と一致はしていない。しかしコーニングによるドリフトを計算すると傾向および量としても同程度の結果である。020-100の場合で

$$\begin{aligned}\epsilon\theta_x &= 0.216 \times 10^{-4}, & \epsilon\theta_y &= 0.071 \times 10^{-4} \\ \epsilon\theta_z &= -0.303 \times 10^{-4}, & |\epsilon\theta| &= 0.381 \times 10^{-4}\end{aligned} \quad [\text{rad}]$$

となる。加速度計の場合と同様に図7.5-3a, b, cの図に現われているドリフト分を除去すると理論解の結果と近づくわけであるが、コーニングに関する限りは、たいした意味はもたない。

3. コーニングドリフトの周波数特性を求めた結果を図7.6に示す。理論解の結果は角速度一定の場合、周波数が増加するのに比例して角度振幅が減少するのでドリフト量は減少することを示している。この関係はコーニングドリフトがどれだけの回転の履歴をへたかということに依存して、その時間には関係がないという事実と符合し、妥当な結果である。

ストラップダウン系の場合は高周波入力に対しては理論解よりも減衰を示す。すなわちコーニングドリフトに対してはローパスフィルタであるといえる。

上記の結果は低周波の大きな振幅のコーニング運動がドリフトとしては重要であること、ジャイロを用いたときのドリフトは理論解よりも小さくても大きくはならな

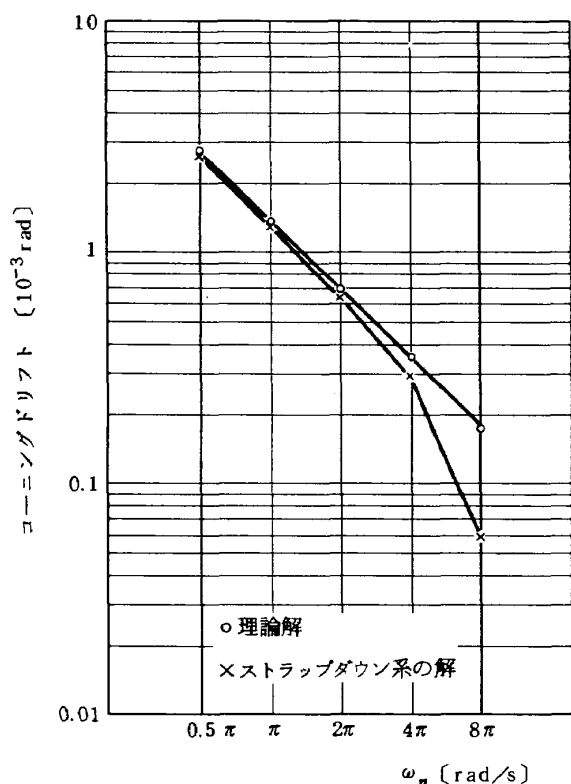


図 7.6 コーニングドリフト

いことを教えていて有用である。

#### 定常+振動 回転入力

1. この入力にはコーニング運動を有する飛行状態を表わしていると考えられる。規準解のオイラパラメータを定常回転入力の場合と比較すると、振動回転入力がかかったことによるドリフトは

$$\left. \begin{aligned} \epsilon\theta_x &= 0.298 \times 10^{-4}, \quad \epsilon\theta_y = -0.002 \times 10^{-4} \\ \epsilon\theta_z &= -0.307 \times 10^{-4}, \quad |\epsilon\theta| = 0.428 \times 10^{-4} \end{aligned} \right\} \text{ (rad)}$$

であり振動入力が単独で加えられたときのドリフト量と非常によく一致している。このことは当然ではあるが定常入力に対する解と振動入力に対する解との線形結合として現わされることを示している。ストラップダウン系についてみると S20-100 の場合で

$$\left. \begin{aligned} \epsilon\theta_x &= 0.352 \times 10^{-4}, \quad \epsilon\theta_y = -0.021 \times 10^{-4} \\ \epsilon\theta_z &= -0.340 \times 10^{-4}, \quad |\epsilon\theta| = 0.494 \times 10^{-4} \end{aligned} \right\} \text{ (rad)}$$

となり、センサが非線形であるため S20-100 の場合との一致をみない。しかしながら傾向としても量としても近接した結果であり、今回用いた程度のセンサでもほぼ両入力に対する解の一次結合によって解が表わされると考えてよい。

2.  $V_N'$  に現われるコーニングドリフトによる影響度は今回の計算ではわからない。それは振動的な入力による  $V_N'$  への影響が時間平均的に 0 であるとはいえないか

らである。コーニングドリフト単独の  $V_N'$  に与える影響を調べるためにはコーニングドリフトを発生しないでオイラパラメータを計算しうるアルゴリズムを開発しなければならない。それはたとえば (5.20) を解くようなことを意味し、はなはだ困難である。しかしながら i) の結果を考慮するとコーニングドリフトによる  $V_N'$  への影響は S の場合に対して  $\Delta\theta_x, \Delta\theta_y, \Delta\theta_z$  に  $\epsilon\theta_x t/s, \epsilon\theta_y t/s, \epsilon\theta_z t/s$  をそれぞれ加えてやれば、近似的に推定することができる。たとえば S20-100 のとき規準解とストラップダウン系とのオイラパラメータの誤差は

$$\left. \begin{aligned} \epsilon\theta_x &= -0.207 \times 10^{-4}, \quad \epsilon\theta_y = 0.062 \times 10^{-4} \\ \epsilon\theta_z &= 0.026 \times 10^{-4}, \quad |\epsilon\theta| = 0.218 \times 10^{-4} \end{aligned} \right\} \text{ (rad)}$$

であり、コーニングドリフトはセンサ精度を上回っている。したがってもしここで定義したような振動入力が入り続けるとするとセンサ精度をよくしてもあまり結果を改善することにはならない。逆に振動入力による影響がここで用いた量の 1/10 になるようにすれば、コーニング補正を無視してセンサの向上を図る方がよい。図 7.6 の解釈の部分と合わせるとコーニング入力の周波数、振幅および加わる時間がわかった場合に対するセンサ精度とのトレードオフの目安がえられたといえよう。

#### 誤差定数および補正

1. センサ誤差定数による影響は、ジャイロの場合はオイラパラメータについて、また加速度計の場合は速度について誤差項を含めないストラップダウン系と比較することによって調べることができる。今回用いた誤差定数で影響度の大きかった順に挙げると、ジャイロではアンバランスマス、ジャイロバイアス、ジャイロ出力軸トルク、コンプライアンスの順であり、加速度計については機器バイアス誤差、出力軸誤差の順であった。

2. ジャイロのアンバランスマスによるオイラパラメータへの影響は

$$\left. \begin{aligned} \epsilon\theta_x &= 0.177 \times 10^{-4}, \quad \epsilon\theta_y = 0.004 \times 10^{-4} \\ \epsilon\theta_z &= -0.180 \times 10^{-4}, \quad |\epsilon\theta| = 0.252 \times 10^{-4} \end{aligned} \right\} \text{ (rad)}$$

である。前項で示した規準解とストラップダウン系の解との差と比べるとほぼ同程度の誤差を生じている。そして誤差補正を入れた結果をみると

$$\left. \begin{aligned} \epsilon\theta_x &= 0.008 \times 10^{-4}, \quad \epsilon\theta_y = 0.023 \times 10^{-4} \\ \epsilon\theta_z &= 0.007 \times 10^{-4}, \quad |\epsilon\theta| = 0.025 \times 10^{-4} \end{aligned} \right\} \text{ (rad)}$$

と十分に小さくなっている。したがってこの場合、誤差補正はかなり有効であるといえる。ジャイロに関する他の誤差定数についても検討してみると同様の補正効果があることがわかる。

3. 加速度計の機器的なバイアス誤差による速度増分への影響は 0.00372 % であり、規準解に対するストラッ

ブダウン系の解の誤差 0.03384 % と比べると一桁少ない。またこの誤差はジャイロのアンバランスマスによるオイラパラメータへの影響の結果、副次的に速度増分に生じた誤差 0.00456 % と比べてもやや小さいくらいである。またこのバイアス誤差の補正を行なった結果では、 $x$  および  $y$  軸の誤差成分は減少したが支配的な  $z$  軸の誤差成分が増加したために二乗平均値としての誤差は 0.00486 % と増加した。したがって加速度計の場合はストラップダウン系の誤差が重要であって、誤差補正ではあまり効果がないといえよう。

4. 今回用いた誤差定数はやや数値的な妥当性に欠けるので、もう少し正確なデータを用いて検討を続ける必要がある。

#### 速度 位置計算

1. 速度、位置計算は種子島より真東打上げで発射後 5 秒間という設定で計算している。入力は前の設定と同じであるが、初期値が異なるためと、重力による速度増分が加わる分だけ解は異なってくる。基準解 3 の設定は  $dt_s = 1$  [ms] とし、 $dt_N$  はストラップダウン系と同じに

表 7.5 速度計算 (O)

$dt_s \quad dt_N$	5	50	100	500	1000
5	0.00747				
10		0.00915			
20			0.0435	0.0435	0.0435

%

とってある。速度計算のストラップダウン系の各ケースに対する精度を表 7.5 に、位置計算の精度を表 7.6 に示す。両者から明らかなように速度計算は  $dt_N$  によりほとんど影響を受けないのに対して、位置計算は  $dt_N$  により大きな影響を受ける。

2. 重力に速度増分を含めないときは  $dt_s = 20$ ,  $dt_N = 100$  に対して 0.0338% であったから、重力による誤差分は 0.0097% 程度ということになる。この誤差の比率はだいたい推力、重力比に等しい。この例ではまだ  $dt_N$  間の機体の位置変化が小さいために重力項の影響が小さいが、2 段目終了近く速度が大きくなると  $dt_N$  中の位置変化が大きくなるので重力による誤差分が増大する恐れがある。これは次の SPIGS による研究課題となる。

3. 位置計算は基準解、ストラップダウン系の差はあまりなく  $dt_N$  により大きな影響を受ける。要求精度に従って  $dt_N$  のとり方に制限が設けられることを示している。しかしながらフローチャートに示すような平均速度を用いた積分値ではなく、より高度の内挿方式を用い、 $dt_N$  に対する影響度を鈍化させる工夫も必要であろう。これらの検討もまた次の課題である。

#### 計算時間

計算時間はいれる計算機およびシステムソフトによってかなり異なるため、絶対値としては重要な意味をもたない。しかしながら、各ブロック計算の所要時間の割合の目安はえられるので今回計算した種々の例についての平均値を表 7.7 に示す。用いた計算機は、FACOM230-60 である。計算は倍長演算を行ない、ラウンドオフエラ

表 7.6 位置計算 (B & C)

$dt_s \backslash dt_N$	5	50	100	500	1000
5	0.0000 0.0205				
10		0.0006 0.0081			
20			0.0021 0.0289	0.0538 0.0807	0.2152 0.2497

{ 左上 B の解      %  
右下 C の解

表 7.7 サイクル当りの各ブロック所要時間

	ERR. COR.	EULER. P.	D. COS	VEL. RE
所要時間 m s	2.74	1.40	1.49	0.90

ーの影響は今回の計算内容では認められなかった。搭載型計算機においてはビット長の選び方はメモリ容量に関係し重要であるが、ビット数を少なくしたときのラウンドオフエラーの影響の検討は今後に残されている。

## 8. むすび

ストラップダウンを用いた慣性誘導システム開発のためにはセンサ、搭載型計算機、ソフトウェア等における並列的な研究が必要になる。システムとしてのこれらの関係は緊密であって、相互の有機的な関係を明らかにしなければ、各個別の能率的な開発もなしえない。本報告は人工衛星の軌道挿入をミッションとするストラップダウン系開発の概念段階における研究のうち、特にこの3者の関連度の強い航法計算に関するものである。

今回の研究によって明らかになったことを列挙する。

1. ストラップダウン系の理論を順序だてて再構成することにより、搭載型計算機内で処理すべき内容が明らかになった。またB座標系による速度加算法をオイラパラメータ法と組合わせることの有効性などはシミュレーションを用いるまでもなく説明できた。

2. センサモデルのシミュレーションを能率化して航法計算とつなぐことにより、センサ系のパラメータシンセシスの方法を提案した。

3. 航法計算シミュレーションプログラムSTRANAを作製した。また航法系のシンセシスに有効な多くのデータをえた。その結果は7.3に記述されるが、特に重要な点を挙げる。

i) 重力以外の力による速度増分の計算精度は主として $\Delta t_s$ によってきまる。 $\Delta t_s$ を20msに選んだ場合、今回用いたセンサで速度計算において0.034%程度の精度がえられる。ジャイロによる角度の誤差は $0.44 \times 10^{-5}$  [rad/s]である。

ii) 2 cps 振幅10/sのコーニング運動によるEuler Parameter 誤差は $0.85 \times 10^{-5}$  [rad/s]程度である。周波数が一定で振幅が大きくなったとき、および振幅が一定で周波数が大きくなったときドリフト量は比例して大きくなる。

iii)  $\Delta t_s = 20\text{ms}$  のときジャイロダイナミックスの誤差項による誤差はマスアンバランスが最大で $0.50 \times 10^{-5}$  [rad/s]である。この角度誤差はまた0.005%の速度誤差を生ずる。補正を入れると誤差は1桁落ちる。

iv) 加速度計の場合は機器の誤差は0.003%程度の影響しか与えない。したがって補正の有効度も明らかに現われない。

v) iii), iv)を考え合わせると次の推論が成立つ。i)における速度誤差最大の要因は、加速度計のストラップダウン系バイアス誤差によるドリフトで少なくとも0.03%程度と思われる。オイラパラメータの誤差はジャイロ出力の誤差、コーニング、機器誤差を総和しても $0.18 \times 10^{-4}$  [rad/s]程度であり、その速度成分への影響は0.

02%以下であろう。したがって加速度計のバイアス誤差を補正することが系改善のために重要である。

vi) 重力による速度誤差への影響は発射時で0.01%程度であるが速度が増すにつれて増大する恐れがある。

vii) 位置計算は $\Delta t_N$ の選び方により大きな影響を受ける。たとえば $\Delta t_N = 500\text{ms}$ で0.08%  $\Delta t_N = 1000\text{ms}$ で0.25%である。

4. 今回のシミュレーションの結果生じた問題点および今後継続する問題点を列挙する。

i) ストラップダウン系のバイアス誤差、スケールファクタリニアリティ誤差の特性の把握、特に入力の大さき、 $\Delta t_s$ ,  $Stg_i$ との関係について。

ii) コーニングドリフトの補償法

iii) 位置計算の改善、および上段における重力による速度増分の誤差に関する検討

iv) 誘導、制御を含めたクロズドシステムのシミュレーション

v) 搭載型計算機のコントロールソフトを含めた系の検討

vi) 精密化したセンサモデルによる航法計算での検討  
問題の中には本来この報告に合わせて収録すべき内容のものもあるが計算機代替の時期と合ったり、また他の事情により次の機会に検討をゆずることとした。

STRANA, INSENS等のシミュレーションプログラムは74年度特別研究として作成された。プログラム作成は大興電子通信工業株式会社、山本富嘉氏および鈴木孝利氏、谷宗行氏によっている。本研究遂行にあたり河崎俊夫宇宙研究グループ総合研究官、毛利浩計算センター長には種々の面での御援助を抑いだ。また計測部、大月正男機器研究室長、鈴木孝雄主任研究官、新宮博公技官、計算センター、中正夫データ処理研究室長、山本浩通技官の諸氏にはいろいろ御意見および御教示をいただいた。

## 付 録

### 1. SPOTとSTRANAの設定の比較

STRANAの計算設定をほぼ完了した時点でSPOTの資料を入手した。SPOTはハードウェアを含めたシミュレーションであって、目的もSTRANAとは違っているがなお設定値にかなりの類似がみられる。このことはわれわれの系構成の一つの妥当性を示すものと思われる。この比較を付表1に示す。

### 2. 計算設定および結果

付表2, 3は今回行なったシミュレーションのほぼ全内容にあたる。本来は7.3節に入るべき内容であるが参照の便宜を考えて付録とした。計算項目の見出しのつけ



方について概略を説明する。

- A 理論解
- B 基準解
- C ストラップダウン系の解
- S1  $N$ 座標系において速度増分を求める方法  
( $\Delta t_s = \Delta t_N$ )
- S  $B$ 座標系において速度増分を求める方法  
 $\Delta t_s < \Delta t_N$
- O 振動入力の場合
- SO 定常回転+振動入力
- STGI Stgi 値を変更した場合
- P グラフ図示
- O3C  $\sin, \cos$  を3次で打切った場合, すなわち  
(5.20)を用いた場合
- (1/4)等 (5.23)の最後の項を $-P[\frac{\theta}{2} \times \frac{4\theta}{2}]$ としたとき  
の $P$ の値を表わす。

#### 参 考 文 献

- 1) Charles Stark Draper Laboratory, M.I.T.: Strap-down System Performance Optimization Test Evaluation (SPOT), 1973
- 2) Robert Boldassini Fontana; Strap-down Inertial Guidance System Study, 2nd paper of AGARD-CD-116, AGARD Conference Proceedings No. 116, International Navigation Components & Systems.
- 3) G.R. PITMAN, Jr. ed.: Inertial Guidance, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1962
- 4) Sagem; Document n° 62/GL-453
- 5) Feranti; Catalog, 122M Gyro
- 6) 宇宙研究グループ: 人工衛星打上げ用ロケットシステムについての検討, 航技研TM249, 1973年10月
- 7) F.R. GANTMACHER: The Theory of Matrix
- 8) W.H. GREUB: Linear Algebra, Springer Verlag, 1963
- 9) J.E. BORTZ: A New Concept in Strap-down Inertial Navigation, NASA TR-R 329, 1970
- 10) J.C. WELCOX: A New Algorithm for Strap-down Inertial Navigation, IEEE Vol AES-3 No. 5 P. 796-802 Sept. 1967

付表1 SPOT と STRANA のセンサ系特性の比較

			S P O T	STRANA
サンプリングタイム $\Delta t_c$ ( $\mu s$ )			208	250
センサ信号出力周期 $\Delta t_s$ (ms)			10, 20, 40	5, 10, 20, 40, 100
速度位置計算周期 $\Delta t_N$ (ms)			1000	20, 40, 100, 1000
Duty cycle $\rho \times 100\%$	ジャイロ		81.3	100
	加速度計		35.1	100
Quantization	ジャイロ	X	4.5	0.018 , 1.8
	$\frac{Stgi}{H} \rho \Delta t_c$	Y	5.6	0.72 , 1.8
	(sec/pulse)	Z	4.7	0.36 , 1.8
	加速度計	X	1	1.96 , 3
	$\frac{Stgi}{P} \rho \Delta t_c$	Y	1	0.049 , 3
	(cm/s/pulse)	Z	1	0.098 , 3

付表2 計 算 項 目

(a) 基準解

計 算 番 号	$\Delta t_{ss} = \Delta t_s$	$\Delta t_N$	Quaternion 計 算 法	入力種類	$Stgi$		計 算 目 的
					ジャイロ	加速度計	
S1 0.05	0.05	0.05	$\infty$	定常回転			定常回転入力に対する基準解の構成
S1 0.1	0.1	0.1	"	"			
S1 1	1	1	"	"			
S 1-20	"	20	"	"			
S 1-40	"	40	"	"			
S 1-100	"	100	"	"			
S 1-1000	"	1000	"	"			
S 1-100 NC	"	100	"	"			
O 1-5	"	50	$\infty$	$\omega_n = 4\pi$			コーニング運動に対するドリフトの基準解の構成
O 1-100	"	100	"	"			
O 1-1000	"	1000	"	"			
O3C 1-100	"	100	3C(P=0)	"			
O3C 1-100 (1/4)	"	"	3C(P=1/4)	"			
O3C 1-100 (-1/4)	"	"	3C(P=-1/4)	"			
O3C 1-100 (-1)	"	"	3C(P=-1)	"			
S0 1-50	"	50	$\infty$	定常+( $\omega_n = 4\pi$ )			定常入力にコーニングが加わったときの基準解の構成
S0 1-100	"	100	"				
S0 1-1000	"	1000	"				

付表2 計 算 項 目  
(b) ストラップダウン系(その1)

計 算 番 号	$\Delta t_{ss} = \Delta t_s$	$\Delta t_N$	Quaternion 計 算 法	入力種類	Stgi		計 算 目 的
					ジャイロ	加速度計	
S1 5	5	5	$\infty$	定常回転	(入力×2)	(入力×2)	STRANA 1 の精度検証
S1 10	10	10	"	"	"	"	
S1 20	20	20	"	"	"	"	
S1 40	40	40	"	"	"	"	
S1 100	100	100	"	"	"	"	
S 20- 20	20	20	$\infty$	定常回転	(入力×2)	(入力×2)	STRANA 2 と STRANA 1 との 精度比較
S 40- 40	40	40	"	"			
S 100-100	100	100	"	"			
S 100-100 NC	"	"	"	"			
S 10- 100	10	100	$\infty$	定常回転	(入力×2)	(入力×2)	STRANA 2 にお ける最適繰返し演 算数探索
S 20- 100	20	"	"	"			
S 5-1000	5	1000	"	"			
S 10-1000	10	"	"	"			
S 20-1000	20	"	"	"			
S 40-1000	40	"	"	"			
S 100-1000	100	"	"	"			
STGI 20-1000 G	20	1000	$\infty$	定常回転	2 %/s	(入力×2)	センサフィードバッ クゲイン Stgi 変化 の影響調査
STGI 20-1000 A	"	"	"	"	(入力×2)	12.25 %	
STGI 20-1000GA	"	"	"	"	2 %/s	"	
STGI 10-1000GA	10	"	"	"	"	"	
DG ~ EALL 別表参照	20	1000	$\infty$	定常回転	(入力×2)	(入力×2)	センサ誤差各項の 影響および補償効 果の調査

付表2 計 算 項 目  
(c) ストラップダウン系 (その2)

計 算 番 号	$\Delta t_{SS} = \Delta t_S$	$\Delta t_N$	Quaternion 計 算 法	入力種類	Stgi		計 算 目 的
					ジャイロ	加速度計	
O 20-100	20	100	$\infty$	$\omega_n = 4\pi$	2 °/s	(入力×2)	コーニング ドリフト の算定 入力形 $\begin{cases} \omega_y = \sin \omega_n t \\ \omega_z = \cos \omega_n t \end{cases}$
O 20-1000	"	1000	"	"	"	"	
O 10-100	10	100	"	"	"	"	
O 10-50	"	50	"	"	"	"	
O3C 20-100	20	100	3C (P=0)	$\omega_n = 4\pi$	2 °/s	(入力×2)	コーニング ドリフト に対する補償効果 の検定 入力形 ; 逆の場合 $\begin{cases} \omega_y = \cos \omega_n t \\ \omega_z = \sin \omega_n t \end{cases}$ 他は上に同じ
O3C 20-100 (1/4)	"	"	3C (P=1/4)	"	"	"	
O3C 20-100 (-1/4)	"	"	3C (P=-1/4)	"	"	"	
O3C 20-100 (-1)	"	"	3C (P=-1)	"	"	"	
O3C 20-100 IN(-1/4)	"	"	3C (P=-1/4)	逆, $\omega_n = 4\pi$	"	"	
O 20-100 IN	"	"	$\infty$	"	"	"	
O 20-100 WN=8PAI	20	100	$\infty$	$\omega_n = 8\pi$	2 °/s	(入力×2)	コーニング ドリフト の周波数依存度調 査
O 20-100 WN=4PAI	"	"	"	$\omega_n = 4\pi$	"	"	
O 20-100 WN=2PAI	"	"	"	$\omega_n = 2\pi$	"	"	
O 20-100 WN=PAI	"	"	"	$\omega_n = \pi$	"	"	
O 20-100 WN=0.5 PAI	"	"	"	$\omega_n = \pi/2$	"	"	
S 0 20-100	20	100	$\infty$	定常+ ( $\omega_n = 4\pi$ )	2 °/s	(入力×2)	定常回転の場合に コーニングが加わ ったときの応答
S 0 20-1000	"	1000	"	"	"	"	
S 0 10-1000	10	"	"	"	"	"	
S 0 10-50	"	50	"	"	"	"	
S 0 20-100 WN=12	20	100	"	定常+ ( $\omega_n = 12$ )	"	"	
S 20-20 G	20	20	$\infty$	定 常 回 転	(入力×2)	(入力×2)	グラフ作成
S 20-20 GG	"	"	"	"	2 °/s	"	
S 50-50 G	50	50	"	"	(入力×2)	"	
O 20-20 G	20	20	"	$\omega_n = 4\pi$	2 °/s	"	
S 20-20 G	"	"	"	定常+ ( $\omega_n = 4\pi$ )	"	"	

付表2 計 算 項 目

(d) 計 算 項 目

計算番号	出力軸角加速度誤差		センサ誤差モデル				誤差補正の有無
	ジャイロ	加速度計	アンバランス マス トルク	コンプライアンス	ジャイロ バイアス	加速度計 バイアス	
D G	○						補正なし
D A		○					
DMU			○				
DMR				○			
DMD					○		
DMB						○	
DALL	○	○	○	○	○	○	
E G	○						補正有り
E A		○					
EMU			○				
EMR				○			
EMD					○		
EMB						○	
EALL	○	○	○	○	○	○	

付表2 計 算 項 目

(e) 位 置 計 算

計 算 番 号	$\Delta t_{ss} = \Delta t_s$	$\Delta t_n$	Quaternion 計 算 法	入力種類	$Stgi$		計 算 目 的
					ジャイロ	加速度計	
S 5- 5 P	5	5	$\infty$	定常回転	(入力×2)	(入力×2)	航法位置計算における計算サイクルの影響の検討
S 10- 50 P	10	50	"	"	"	"	
S 20-100 P	20	100	"	"	"	"	
S 20-500 P	"	500	"	"	"	"	
S 20-1000 P	"	1000	"	"	"	"	
SO 5- 5 P	5	5	$\infty$	定常+( $\omega_n=4\pi$ )	2 %/s	(入力×2)	航法位置計算に対する振動成分の影響チェック
SO 10- 50 P	10	50	"	"	"	"	
SO 20-1000 P	20	1000	"	"	"	"	

付表 3 計算結果 (a) 基準解

計 算 番 号	方法	$\rho_x$	$\rho_y$	$\rho_z$	$\lambda$	$V'_{Nx}$	$V'_{Ny}$	$V'_{Nz}$
S 1 0.05	B					263. 7740	-7. 786478	22006. 38
S 1 0.1	"					263. 7730	-7. 782199	"
S 1 1	"					263. 7027	-7. 705183	"
S 1-20	"	.4599408	.5550535	.4417612	-.5340572	263. 7747	-7. 790756	"
S 1-40	"	"	"	"	"	"	-7. 790757	"
S 1-100	"	"	"	"	"	"	-7. 790757	"
S 1-1000	"	"	"	"	"	"	-7. 790758	"
S 1-100 NC	"	"	"	"	"	262. 3321	7. 663082	22006. 39
O 1-50	"	.4508374	.5447437	.4508373	-.5447437	337. 2668	-464. 7108	22005. 37
O 1-100	"	"	"	"	"	"	"	"
O 1-1000	"	"	"	"	"	"	"	"
O3C 1-100	"	"	"	"	"	"	"	"
O3C 1-100 (1/4)	"	"	"	"	"	337. 2669	-464. 7107	"
O3C 1-100 (-1/4)	"	"	"	"	"	337. 2668	-464. 7109	"
O3C 1-100 (-1)	"	"	"	"	"	337. 2666	-464. 7110	"
SO 1-50	"	.4599572	.5550399	.4417772	-.5340439	269. 3855	-37. 84060	22006. 25
SO 1-100	"	"	"	"	"	"	"	"
SO 1-1000	"	"	"	"	"	"	-37. 84059	"

付表3 計算結果 (b) ストラップダウン系(その1)

計 算 番 号	方法	$\rho_x$	$\rho_y$	$\rho_z$	$\lambda$	$V'_{Nx}$	$V'_{Ny}$	$V'_{Nz}$
S 1 5	A					263.7027	-7.362891	22006.38
	C					263.2450	-6.798366	22007.44
S 1 10	A					263.6306	-6.935027	"
	C					262.8980	-6.632624	22007.43
S 1 20	A					263.4864	-6.079303	"
	C					262.0317	-4.087978	22013.41
S 1 40	A					263.1980	-4.367869	"
	C					260.2924	-0.1717231	22025.36
S 1 100	A					262.3321	0.7663052	22006.39
	C					255.1085	11.37052	22055.21
S 20-20	A	.4599408	0.550535	.4417612	-.5340572	263.7747	-7.790764	22006.38
	C	.4599437	.550598	.4417572	-.5340515	262.3204		22013.41
S 40-40	A	"	"	"	"	263.7745	-7.790795	"
	C	.4599468	.550666	.4417530	-.5340452	260.8707	-3.601055	22025.36
S 100-100	A	"	"	"	"	263.7733	-7.790955	"
	C	.4599534	.550832	.4417432	-.5340304	256.5604	2.775497	22055.22
S 100-100 NC	A	"	"	"	"	262.3321	0.7663052	22006.39
	C	"	"	"	"	255.1085	11.37052	22051.21

付表 3 計算結果 (c) ストラップダウン系 (その 2)

計 算 番 号	方 法	$\rho_x$	$\rho_y$	$\rho_z$	$\lambda$	$V'_{Nx}$	$V'_{Ny}$	$V'_{Nz}$
S 10-100		.4599408 .4599427	.5550535 .5550575	.4417612 .4417588	-.5340572 -.5340535	263.7747 263.0423	-7.790759 -6.888711	22006.38 22007.43
S 20-100		"	"	"	"	"	-7.790766	"
S 5-1000		.4599437	.5550598	.4417572	-.5340515	263.3204	-5.801005	22014.91
S 10-1000		"	"	"	"	"	-7.790763	"
S 20-1000		.4599432	.5550571	.4417585	-.5340537	263.3170	-7.225811	22007.44
S 10-1000		"	"	"	"	"	-7.790771	"
S 20-1000		.4599427	.5550575	.4417588	-.5340535	263.0423	-6.888723	22007.43
S 40-1000		"	"	"	"	263.7746	-7.790790	22006.39
S 100-1000		.4599437	.5550575	.4417572	-.5340515	263.3203	-5.801028	22013.41
S 40-1000		"	"	"	"	263.7744	-7.790841	22006.40
S 100-1000		.4599468	.5550666	.4417530	-.5340452	260.8706	-3.601098	22025.37
S 100-1000		"	"	"	"	263.7730	-7.791103	22006.42
STGI 20-1000 G	C	.4599533	.5550832	.4417432	-.5340304	256.5601	2.775366	22055.25
STGI 20-1000 A	"	.4599399	.5550622	.4417714	-.5340406	262.0989	-5.705780	22013.41
STGI 20-1000 GA	"	.4599437	.5550598	.4417572	-.5340515	259.5861	-10.86623	22013.48
STGI 20-1000 GA	"	.4599399	.5550622	.4417714	-.5340406	259.3648	-10.77130	"
STGI 10-1000 GA	"	.4599487	.5550627	.4417532	-.5340475	259.4614	-10.99884	22007.46



付表3 計算結果 (d) ストラップダウン系(その3)

計 算 番 号	方法	$\rho_x$	$\rho_y$	$\rho_z$	$\lambda$	$V_{nx}'$	$V_{ny}'$	$V_{nz}'$
O 20-100	A	.4508372	.5447438	.4508372	-.5447438	337.2675	-464.7107	22005.37
	C	.4508413	.5447484	.4508334	-.5447390	331.9630	-463.5472	22012.49
O 20-1000	A	"	"	"	"	337.2677	-464.7110	22005.40
	C	"	"	"	"	331.9632	-463.5475	22012.52
O 10-100	A	.4508373	.5447437	.4508373	-.5447437	337.2670	-464.7108	22005.37
	C	.4508326	.5447476	.4508421	-.5447398	334.4840	-464.2039	22006.47
O 10-50	A	"	"	"	"	"	"	"
	C	"	"	"	"	"	"	22006.46
O3C 20-100	A	.4508372	.5447438	.4508372	-.5447438	337.2675	-464.7107	22005.37
	C	.4508413	.5447484	.4508334	-.5447390	331.9630	-463.5472	22012.49
O3C 20-100 (1/4)	A	.4508387	.5447433	.4508368	-.5447434	337.2868	-464.6827	"
	C	.4508428	.5447480	.4508330	-.5447385	331.9825	-463.5235	"
O3C 20-100 (-1/4)	A	.4508357	.5447443	.4508376	-.5447443	337.2482	-464.7341	"
	C	.4508398	.5447489	.4508338	-.5447394	331.9435	-463.5709	"
O3C 20-100 (-1)	A	.4508312	.5447456	.4508387	-.5447457	337.2666	-464.8046	"
	C	.4508353	.5447503	.4508349	-.5447408	331.8850	-463.5422	"
O3C 20-100 IN (-1/4)	B	.4507878	.5447846	.4507879	-.5447847	391.6488	-422.7878	22005.17
	A	.4507886	.5447843	.4507878	-.5447844	391.6586	-422.7766	22005.17
	C	.4507924	.5447891	.4507838	-.5447798	389.3250	-417.2761	22012.32
O 20-100 IN	B	.4508043	.5447710	.4508044	-.5447710	361.6780	-428.8302	22005.70
	A	.4508045	.5447708	.4508045	-.5447709	361.6780	-428.8309	22005.70
	C	.4507996	.5447949	.4508091	-.544671	359.2493	-423.4390	22012.86

付表 3 計算結果 (c) ストラップダウン系 (その 4)

計 算 番 号	方 法	$\rho_x$	$\rho_y$	$\rho_z$	$\lambda$	$V'_{xz}$	$V'_{xy}$	$V'_{xz}$
O 20-100WN=8PAI	B	.4508275	.5447519	.4508275	-.5447519	320.6093	-429.0235	17213.03
	A	.4508272	.5447521	.4508272	-.5447521	320.6100	-429.0233	17213.33
	C	.4508265	.5447607	.4508281	-.5447433	316.3627	-427.9287	17215.68
O 20-100 WN=4PAI	B	.4508341	.5447464	.4508340	-.5447464	322.7747	-440.7810	17212.97
	A	.4508339	.5447465	.4508339	-.5447465	322.7779	-440.7809	17212.97
	C	.4508380	.5447512	.4508301	-.5447417	318.5703	-437.8463	17215.32
O 20-100 WN=2PAI	B	.4508473	.5447354	.4508472	-.5447355	326.9857	-464.3190	17212.19
	A	.4508473	.5447355	.4508471	-.5447356	326.9862	-464.3189	17212.19
	C	.4508426	.5447393	.4508520	-.5447316	322.7310	-463.4858	17214.54
O 20-100 WN=PAI	B	.4508740	.5447134	.4508734	-.5447139	334.8906	-511.4846	17210.38
	A	.4508739	.5447134	.4508733	-.5447139	334.8911	-511.4846	17210.39
	C	.4508779	.5447182	.4508694	-.5447091	330.6611	-510.6382	17212.73
O 20-100 WN=0.5PAI	B	.4509277	.5446689	.4509253	-.5446709	348.6525	-606.1614	17205.77
	A	.4509276	.5446690	.4509253	-.5446709	348.6530	-606.1613	17205.77
	C	.4509276	.5446689	.4509253	-.5446709	344.4288	-605.3751	17208.12

付表 3 計算結果 (f) ストラップダウン系(その5)

計 算 番 号	方 法	$\rho_x$	$\rho_y$	$\rho_z$	$\lambda$	$V'_{nx}$	$V'_{ny}$	$V'_{nz}$
S0 20-100	A	.4599571	.5555401	.4417771	-.5340440	269.3860	-37.84042	22006.25
	C	.4599628	.5550431	.4417846	-.5340297	263.8996	-36.35169	22013.32
S0 20-1000	A	"	"	"	"	"	-37.84025	"
	C	"	"	"	"	"	-36.35149	22013.36
S0 10-1000	A	.4599572	.5555400	.4417772	-.5340439	269.3856	-37.84046	22006.27
	C	.4599612	.5550524	.4417748	-.5340296	266.5593	-37.17273	22007.35
S0 10-50	A	"	"	"	"	"	-37.84055	22006.25
	C	"	"	"	"	266.5592	-37.17284	22007.32
S0 20-100 WN=12	B	.4592068	.5543828	.4425485	-.5347332	270.8157	-39.22518	22006.25
	A	.4592066	.5543830	.4425483	-.5347334	270.8106	-39.22516	22006.25
	C	.4591356	.5544865	.4426283	-.5346208	265.3442	-37.80405	22013.33

付表 3 計算結果 (g) センサー誤差

		$\rho_x$	$\rho_y$	$\rho_z$	$\lambda$	$V'_{nx}$	$V'_{ny}$	$V'_{nz}$
S 20 -1000	C	.4599437	.5550598	.4417572	-.5340515	263.3203	-5.801028	22013.41
D G	D	.4599447	.5550621	.4417557	-.5340495	262.3132	-5.788392	22013.41
E G	E	"	"	"	"	262.3080	-5.784714	"
D A	D	.4599437	.5550598	.4417572	-.5340515	262.3203	-5.801027	"
E A	E	"	"	"	"	"	-5.801043	"
DMU	D	.4599533	.5550518	.4417668	-.5340435	262.3174	-5.773955	"
EMU	E	.4599431	.5550594	.4417576	-.5340519	262.3183	-5.794789	"
DMR	D	.4599430	.5550604	.4417569	-.5340518	262.3205	-5.799680	"
EMR	E	.4599435	.5550599	.4417575	-.5340513	262.3197	-5.801203	"
DMD	D	.4599314	.5550449	.4417359	-.5340953	263.1580	-6.356197	22013.42
EMD	E	.4599453	.5550617	.4417557	-.5340494	262.3175	-5.789432	22013.41
DMB	D	.4599437	.5550598	.4417572	-.5340515	262.6341	-5.353200	22013.40
EMB	E	"	"	"	"	262.3237	-5.818278	22013.02
DALL	D	.4599401	.5550376	.4417448	-.5340879	263.4661	-5.880867	22013.41
EALL	E	.4599443	.5550633	.4417561	-.5340483	262.2648	-5.774121	22013.02

付表 3 計算結果 (h) 位置計算

		$V_{xz}$	$V_{xy}$	$V_{xz}$	$R_x$	$R_y$	$R_z$
S 5-5 P	B	40002.24	-257.6600	17107.26	1993.496	-8.387070	407.3788
	A	40002.24	-257.6600	17107.26	1993.496	-8.387070	407.3788
	C	40002.88	-257.3161	17108.31	1993.506	-8.378411	407.2964
S10-50 P	B	"	"	"	"	-8.386877	407.3809
	A	"	"	"	"	-8.386877	407.3809
	C	40003.26	-257.1092	"	1993.520	-8.371935	407.3631
S20-20 P	B	"	"	"	"	-8.387041	407.3792
	A	"	-257.6599	"	"	-8.387040	407.3792
	C	40004.46	-256.6035	17114.28	1993.547	-8.359773	407.4857
S20-100 P	B	"	"	"	1993.499	-8.386293	407.3869
	A	"	"	"	1993.499	-8.386292	407.3870
	C	"	"	17114.29	1993.550	-8.358780	407.4797
S20-500 P	B	"	"	"	1993.577	-8.367598	407.5818
	A	"	-257.6600	"	1993.577	-8.367596	407.5819
	C	40004.47	"	"	1993.627	-8.340128	407.6769
S20-1000 P	B	40002.27	-257.6602	"	1993.820	-8.309178	408.1907
	A	40002.27	-257.6601	17107.27	1993.820	-8.309174	408.1909
	C	40004.49	-256.6036	"	1993.872	-8.282552	408.3192

---

## 航空宇宙技術研究所報告416号

昭和50年7月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182  
印刷所 株式会社 共 進  
東京都杉並区久我山4-1-7(羽田ビル)

---