

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-426

空気圧回路におけるスティックスリップ現象の 発生限界の考察

(その1. 解析手法の確立と計算例)

池谷光栄・松本和幸

1975年9月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

空気圧回路におけるスティックスリップ現象の 発生限界の考察*

(その1. 解析手法の確立と計算例)

池谷 光栄**・松本 和幸***

Analysis of Critical Conditions of Stick-slip in a Pneumatic Driving System Part I Establishment of Analysis Method and Examples of Calculation

by Mitsuei IKEYA
Kazuyuki MATSUMOTO

ABSTRACT

Pneumatic control systems are used widely in industrial fields, e.g. sequential and continuous control systems, servomechanisms, etc. The most troublesome problem of pneumatic systems, especially with pneumatic cylinders, is stick-slip which is often observed when a small signal is applied. This paper deals with the theoretical analysis of critical conditions of stick-slip. At first, generalized mathematical equations of pneumatic cylinder were established with a typical friction load, and converted to non-dimensional form. Then, these equations were solved in phase space, in terms of piston velocity [U], cylinder pressure [P] relation of slideway. Finally, examples of analysis are shown, e.g. the range of stick-slip occurrence is represented graphically, and the conditions under which stick-slip occurs or does not occur are given in U - P plane.

1. 序 言

空気圧アクチュエータ，特に直動形の空気圧シリンダは，空気圧回路のなかでも工業的に最も用途が広い制御機器の一つである。一般に空気圧回路とは空気を作動流体に使用して信号やパワーの伝送を行なうものを云う。このように工業的に空気圧回路の汎用性が高い理由は，Ⅰ) 空気は吾々の周囲を無尽蔵に取り巻いており，極めて容易に無料でしかも無制限に入手できる，Ⅱ) 空気は回路

から洩れても火災を発生する恐れがないし，周囲環境を汚染する可能性もない，Ⅲ) 従って排気はそのまま大気中に放出することができ，回路構成が簡単かつ安価になる，Ⅳ) 多数のアクチュエータを駆動する場合は一台の動力源から配管を延ばせば良い，Ⅴ) この場合に流量制御弁の操作で簡単に回路切換えなどの制御ができるなど，そこには極めてユニークな特長が数多いことによる。その反面極めて大きな欠点として，Ⅰ) 空気は圧縮性が極度に大きく，かつ非線形流量特性が著るしい，Ⅱ) 潤滑剤を混入しても油圧回路に比べて多分に潤滑不良に陥り易く，従って摩擦の影響を大きく受ける，などが挙げられる。このようなことから，空気圧回路の最も適当した

* 昭和50年6月5日 受付

** 計測部

*** 東京工業大学 (現帝人精機K.K.)

用途はシーケンス制御のように二位置動作を行なわせる場合に有用性が高く、逆にサーボ機構や精密速度制御には一般に不相当とされ、現状における適用用途は案外限られている。

一般に工学的な立場から眺めると、機器の動作に摩擦は必ず附随してくる問題である。しかしその発生機構はまだはっきり判らないことが多い。微小速度、微小入力で機器を駆動しようとするとその運動が滑らかでなくなり、引っかけたは急に動き出すことを繰返したり、或は動きの変動、いわゆるビビリを感じるようなことは日常しばしば経験される。これらの現象はそれぞれスティックスリップ現象、速度振動現象と呼ばれ、ともに摩擦特性に関連して発生する一種の自励振動と考えられる。その詳細検討は第2章で行なうが、機器の動きにこのような現象を生ずると動作の安定性が乱れ、ひいては制御精度や寿命に影響を及ぼすことにもなって、特性的に極めて好ましくないことは明らかであろう。

通常の機械系に関してはこのような観点から摩擦の問題が採上げられ既に幾つかの研究がなされており、前提条件や適用範囲に制限はあっても相当の成果が挙げられつつある^{1)~6)}これに反して摩擦の影響を受け易い流体回路の場合は、流体工学的な立場からは作動流体の体積弾性係数が低く、仮りに機器の剛性は充分でも作動流体の圧縮性が原因してこれが顕著なばね効果を与えており、ここへ更に摩擦特性が絡んでくるために機器の動作状態が極めて複雑になる。従って厳密な数学的記述そのものが困難であり、仮りに相当に単純化したモデルを設けてもなお通常の解析的手法によりその解を求めることは一般に不可能なことが多いために、動作特性の解明がより一層遅れる結果になっている。

最近になって油圧回路に関してはようやく工作機械の油圧駆動機構と関連付けて研究解析の緒が付けられ、摩擦特性をモデル化して位相面解析手法により系の全般特性、挙動を把握しようとする試みがなされている^{7)~10)}然し空気圧回路の場合は油圧回路に比べて圧縮性の効果などがより一層顕著になるためにその挙動的な確な把握と特性の解析は更に困難である。従って、空気圧回路そのものは開発の歴史も古く経験の積上げが大きいにもかかわらず、その動特性の解析など僅かなものを除けば、系統立てられた研究報告や解析手法、設計計画手法の確立はもとより、定量的な技術資料の類は殆んど発表されていない。このような現状から、実際の設計に当って例えば前述したスティックスリップ現象の発生を避けるには、過去の製作経験と試作実験に頼って解決策を立てている^{11)~13)}

本報告は空気圧回路に関する上述研究開発の動向から直動形シリンダに関する問題を採上げ、その設計計画に際しての技術的データの提供を図る。すなわちここでは設計に際して特に重要でしかも常に問題になるスティックスリップ現象に着目して解析を行ない、この現象の発生限界を定量的に定めることを考える。そのために摩擦を有する空気圧式直動形のシリンダに関して、I) 制限が少ない一般的な基礎方程式を規定し、II) 汎用性と一般性を増すために方程式の無次元化を行ない、III) 解析手法、ここでは位相面解析によることにしてその確立を図り、これにより、IV) 摩擦の影響下における空気圧シリンダの挙動が明確に把握できることになって、最終的にはV) 実験結果と対比、評価を行なうことにより、VI) 実用上技術的に有用な設計手法確立に資することを目的とする。本報告においては先づ一般基礎方程式を規定し、その解析手法を確立してから更に計算例の検討結果について述べる。

記号と添字

(記号)

本報告で使用する大文字記号は原則として無次元化した量(*の記号を付ける)を、小文字記号は有次元量を表わす。

$$A = \frac{1}{42679} \text{ kcal/kg cm, 仕事の熱当量}$$

$$D_1 = F_C + H, P_{1g} \text{ の値}^*$$

$$D_2 = \frac{1 - F_C}{H}, P_{2g} \text{ の値}^*$$

F : 力, 特に摩擦*

F_C : 動摩擦*

F_K : 始動摩擦

F_S : 静摩擦*

$$G_1 = \frac{F_S + H}{D_1}, \text{ 係数}^*$$

$$G_2 = \frac{1 - F_S}{D_2}, \text{ 係数}^*$$

H : 標準圧力*

L : ピストンの全行程*

$L_{1,2}$: L 上の特定位置*

P : 圧力*

P_g : 平衡点における P *

$P_{1,2}$: シリンダ室の駆動側および背圧側の圧力*

Q : 流量*

$Q_{1,2}$: シリンダ室へ流入し或はシリンダ室から流出する流量*

$R = 2927 \text{ cm}^3/\text{°K}$, 気体定数	$P_{a,b}$: シリンダ室の駆動側および背圧側のゲージ圧力
$R(-)$: 関数	
S : 絞り部の有効断面積*	$P_{1,2}$: シリンダ室の駆動側および背圧側の絶対圧力
$S_{1,2}$: 入口側および出口側絞り部の有効断面積*	q : 流量
$S(-)$: 関数	$q_{1,2}$: シリンダ室へ流入し或はシリンダ室から流出する流量
T : 周期	τ : 変位入力
T_S : 供給空気の絶対温度	s : ラプラスの演算子
U : ピストンの速度*	\mathcal{A} : 絞り部の有効断面積
U_g : 特異点における U^*	$\mathcal{A}_{1,2}$: 入口側および出口側絞り部の有効断面積
W_C : アクチュエータ駆動部分の重量	t : 時間
W_{out} : 負荷	t_L : スリップ時間
Y : ピストンの変位*	t_T : スティック時間
a : シリンダ室の断面積	u : 速度
$a_{1,2}$: シリンダ室の駆動側および背圧側の各断面積	u_0 : 特定速度
$a(-)$: 関数	u_1 : 境界, 粘性両摩擦領域の境界速度
a_y : y に関する偏微分	v : シリンダ室の体積
b : 摩擦の速度依存性を表わす係数(勾配率)	$v_{1,2}$: シリンダ室の駆動側および背圧側の体積
b_u : u に関する偏微分	w : 重量流量
c : 摩擦の速度依存性を表わす係数(冪指数)	$w_{1,2}$: シリンダ室へ流入し或はシリンダ室から流出する重量流量
c_f : 粘性摩擦係数	y : ピストンの変位
$c_p = 0.24 \text{ kcal}/\text{kg}^{\circ}\text{C}$, 空気の定圧比熱	y_L : スリップ距離
c_y : y に関する偏微分	$y_0 = \sqrt{\left\{\frac{g(\mu_S - \mu_C)}{\omega_n^2}\right\}^2 + \left(\frac{u_0}{\omega_n}\right)^2}$
d_u : u に関する偏微分	d : 差分
$e = \tau - y$, 変位偏差	α : 特性方程式の係数
f : 力, 特に摩擦	β : 特性方程式の係数
f_C : 動摩擦	η : P の P_g からの微小変化量*
f_F : 出力, 特にシリンダの出力	λ : 圧力比変数
f_K : 始動摩擦	μ : 摩擦係数
f_S : 静摩擦	μ_C : 動摩擦係数
$f(-)$: 関数形の摩擦	μ_K : 始動摩擦係数
$g = 980.7 \text{ cm}/\text{sec}^2$, 重力加速度	μ_S : 静摩擦係数
$k = 1.4$, 空気の比熱比	$\mu_{1,2...}$: 係数
k_B : 空気の体積弾性係数	$\mu(-)$: 関数形の摩擦係数
k_E : 等価ばね係数	ξ : U の U_g からの微小変化量*
k_S : ばね係数	τ : 時間*
$k_\lambda = \frac{du}{dy}$, 位相面上の傾斜	φ : 位相角
$k_{1,2...}$: ゲイン	$\varphi_0 = \tan^{-1} \frac{u_0 \omega_n}{g(\mu_S - \mu_C)}$
l : ピストンの全行程	$\varphi(-)$: 流量特性関数
l_S : ばねの自然長	$\varphi'(\lambda) = \frac{d\varphi(\lambda)}{d\lambda}$
m : 質量	
m_C : アクチュエータ駆動部分の質量	
p : 圧力	
$P_A = 1.033 \text{ kg}/\text{cm}^2$, 標準圧力	
P_S : 供給圧力	

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_S}{m}}$$

(添字)

- A : 標準圧力の関係量
- a : シリンダ室入口側のゲージ圧の関係量
- b : シリンダ室出口側のゲージ圧の関係量
- g : 平衡点の関係量
- 0 : 特定値又は標準値の関係量
- 1 : シリンダ室入口側の絶対圧その他の関係量
- 2 : シリンダ室出口側の絶対圧その他の関係量
- へ : ラプラス変換された量

2. 空気圧シリンダの構造と基礎方程式

2.1 空気圧シリンダの構造

解析を行なう空気圧系のアクチュエータは直動形シリンダとし、その構造は図1に示すモデルで表わす。同図のような空気圧駆動機構は一般にシリンダと呼ばれるから、特に混同の恐れがない限りこのように略称する。シリンダは作動形式によって単動形と複動形とに大別され、ここでは複動形シリンダを採上げてその挙動の解析、検討を行なう。この時の動作機能はシリンダが固定されてピストンが負荷を駆動しながら動くものとし、駆動方式は圧力空気の流量制御を行なうことを考えて、流量制御弁の機能を模擬するために入口側或は出口側に絞りを設ける。なお同図で鎖線で示した負荷に関しては第2章6節で検討を行なう。以下において、添字1は入口側絶対圧力、aは同ゲージ圧力、2は出口側絶対圧力、bは同

ゲージ圧力、Aは標準圧力をそれぞれ表わす。

2.2 重量流量方程式¹¹⁾¹³⁾

空気圧シリンダの重量流量方程式を定めるに際して以下の仮定をおく。すなわち、Ⅰ) 作動流体の空気は理想気体とみなすことができる、Ⅱ) シリンダ室の入口側、出口側何れに関しても、重量流量連続の式、Van der Waales の状態方程式、エネルギー方程式を適用することができ、かつ熱量的にも完全である、Ⅲ) 各シリンダ室内の状態変化は断熱的に起り、系内の途中の温度変化は無視できる、Ⅳ) 絞り部の有効断面積は空気圧回路の上流側、下流側の各流路断面積に比べて充分小さい。

図1において、シリンダの入口側、出口側にそれぞれ絞りが設けられている場合に、各絞りを通過する空気の重量流量 w_1, w_2 は下式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} w_1 &= \alpha_1 \sqrt{\frac{2g}{RT_S}} \varphi\left(\frac{p_1}{p_S}\right) p_S \\ w_2 &= \alpha_2 \sqrt{\frac{2g}{RT_S}} \varphi\left(\frac{p_A}{p_2}\right) p_2 \\ \varphi(\lambda) &= \sqrt{\frac{k}{k-1} \left(\lambda^{\frac{2}{k}} - \lambda^{\frac{k+1}{k}} \right)} : 1 \geq \lambda > 0.528 \\ &= \sqrt{\frac{k}{k+1} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{2}{k-1}}} : 0.528 \geq \lambda > 0 \end{aligned} \right\} (1)$$

α は絞り部の有効断面積、 p はシリンダ室圧力、 k は空気の比熱比であって、 $\varphi(\lambda)$ は λ を圧力比変数とする流量特性関数を表わす。なお λ の値は音速点に関する境界条件になる。

既述の仮定により、

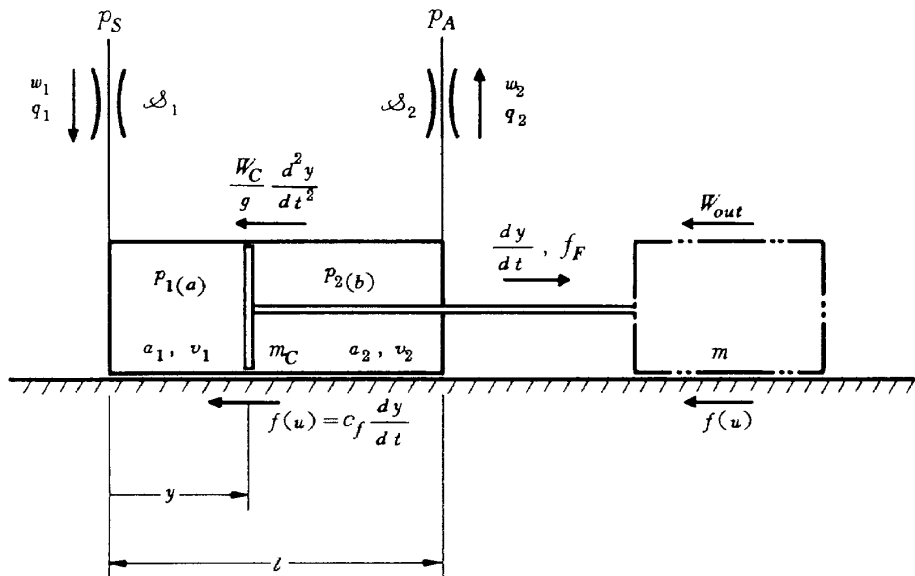


図1 空気圧シリンダの構造モデル

$$\left. \begin{aligned} w_1 &= \frac{AP_1}{c_p T_S} \frac{d(a_1 y)}{dt} + \frac{1}{kRT_S} \frac{d(p_1 a_1 y)}{dt} \\ -w_2 &= \frac{AP_2}{c_p T_S} \frac{d\{a_2(\ell-y)\}}{dt} + \frac{1}{kRT_S} \frac{d\{p_2 a_2(\ell-y)\}}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

y はピストン変位, ℓ はその行程, a はシリンダ室の断面積を表わす。また理想気体に対しては次式が成立つ。

$$\frac{A}{c_p} + \frac{1}{kR} = \frac{1}{R} \quad (3)$$

したがって重量流量方程式は,

$$\left. \begin{aligned} w_1 &= \frac{a_1 p_1}{RT_S} \frac{dy}{dt} + \frac{a_1 y}{kRT_S} \frac{dp_1}{dt} \\ -w_2 &= -\frac{a_2 p_2}{RT_S} \frac{dy}{dt} + \frac{a_2(\ell-y)}{kRT_S} \frac{dp_2}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

2.3 空気圧シリンダの挙動

— 一般運動方程式と過渡現象¹³⁾¹⁴⁾

本節においては空気圧シリンダの一般運動方程式を求め、又シリンダの過渡現象に関して考察を行なう。

図1において、シリンダが動作している時の駆動力 f_F は $a_1 p_1$ と与えられる。これがピストンなど駆動部分の慣性力 $(W_C/g)(d^2 y/dt^2)$, 粘性抵抗 $c_f dy/dt$, 戻り側背圧による力 $a_2 p_2$, 負荷 W_{out} と釣り合う。すなわち,

$$a_1 p_1 = a_2 p_2 + (a_1 - a_2) p_0 + \frac{W_C}{g} \frac{d^2 y}{dt^2} + c_f \frac{dy}{dt} + W_{out} \quad (5)$$

W_{out} に関しては第2章6節で検討を加える。ここで $p_2 = p_A$, すなわち出口側が大気に開放されている状態を仮定すれば $(a_1 - a_2) p_A$ を W_{out} に含めるべきが, ゲージ圧を基準にすれば $p_A = 0$ としてその考慮は不要になるから, ここではゲージ圧による。上述系における変数は p_a , 流量 q_1 , dy/dt , W_{out} の四個である。従って通常の問題は四個の変数の内の一個を与えて残余を求めることになる。仮りに W_{out} と dy/dt の関係或は p_a と q_1 の関係式が与えられれば, y とシリンダ室内に流入する空気の体積 v_1 の関係を知って任意のものが求められることになる。この関係は状態方程式から導かれる。すなわち,

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp_a}{k_B} &= \frac{dv_1}{v_1} \\ &= \frac{q_1 dt - a_1 \frac{dy}{dt} dt}{v_1} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\frac{dp_a}{dt} = \frac{k_B}{v_1} \left(q_1 - a_1 \frac{dy}{dt} \right) \quad (7)$$

k_B は空気の体積弾性係数, v_1 はシリンダ室に流入する空気の体積, すなわちシリンダ室入口側の体積である。

なおここでは y が充分小さい, 従って v_1 も小さいようなシリンダ始端附近の挙動を問題とすることを仮定している。 v_1 は当然 y と共に変化する性質のものであるが, 微小時間に限れば定数とみなすことができよう。

今入力 p_a , q_1 , 出力 W_{out} , dy/dt として, 式(5), (7)を書直せば,

$$W_{out} = - \left(\frac{W_C}{g a_1} \frac{dq_1}{dt} + \frac{c_f}{a_1} q_1 \right) + \left(\frac{W_C}{g a_1} \frac{v_1}{k_B} \frac{d^2 p_a}{dt^2} + \frac{c_f v_1}{a_1 k_B} \frac{dp_a}{dt} + a_1 \frac{dp_a}{dt} \right) \quad (8)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{q_1}{a_1} - \frac{v_1}{a_1 k_B} \frac{dp_a}{dt} \quad (9)$$

式(8), (9)をラプラス変換して行列の積の形で表わせば, $dy/dt = u$ として,

$$\begin{bmatrix} \widehat{W_{out}} \\ \widehat{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{W_C}{g a_1} s - \frac{c_f}{a_1} & \frac{W_C}{g a_1} \frac{v_1}{k_B} s^2 + \frac{c_f v_1}{a_1 k_B} s + a_1 \\ \frac{1}{a_1} & -\frac{v_1}{a_1 k_B} s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{q_1} \\ \widehat{p_a} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$\widehat{\quad}$ (ハット) はラプラス変換された量を表わす。式(10)に対して W_{out} に所要の負荷を定めれば求めるものが得られる。例えば重量 W の慣性負荷に対して数式的には直ちに $\widehat{p_a}/\widehat{q_1}$, \widehat{u} などが定まることになる。しかし実際のシリンダの動作は W_{out} と u の関係が先に定まっているものではなく, W_{out} の変化に対して u がシリンダの動作により変化することが多い。従ってこの場合には p_a , q_1 の関係が予め判っている必要があり, 仮りに $\widehat{p_a}/\widehat{q_1}$ が与えられておれば式(10)から $\widehat{u}/\widehat{W_{out}}$ を定めてシリンダの応答を知ることができる。

シリンダの過渡現象としては二種のものが考えられる。第一は起動もしくは停止の際の過渡現象, 第二はシリンダの動作中(ピストンの運動中)にそこに加わる負荷が変動する際のものである。空気圧式で重要なものは前者の, それも現象的には互に似通っているが起動時の過渡問題の重要度がより高いことが云えようから, 以下ではこの問題について解析を行なう。なお, 負荷変動は例えば工作機械で油圧駆動により切削中などに見受けられる現象であり, 空気圧式におけるその重要性は少ない。

図1に示したシリンダは, 実用に際して第2章1節で述べたように空気圧回路の途中でシリンダの入口側或は出力側に制御弁を設けて, これにより圧力空気の流出量を絞るのが普通である。シリンダ上流側に絞りを設ける場合(\mathcal{A}_1)をメータイン回路, 下流側に設ける場合(\mathcal{A}_2)をメータアウト回路と呼ぶ。¹⁴⁾

メータイン回路とメータアウト回路の特性を比較すると、一般に後者の方が動特性が優れている。それはこの場合には現実には小さい時間遅れのもとに $p_S = p_1$ としてピストン受圧面に全圧力が加えられ、大きい出力 $f_F = a_1(p_1 - p_A)$ が直ちに得られるからである。従って前者に比べればはるかに短い時間で一定速度に収束するが、起動直後における速度変動の幅と圧力変動の著しいことが云える。このようなシリンダの起動特性を考える場合は、空気圧回路を制御するための制御弁についてその動特性に関する考慮は通常無視して良いとされる。¹⁴⁾

このようにシリンダに殊更絞りを設けるのは次の理由による。一般にシリンダの実用時には流量制御弁を使用してオンオフ動作を制御することが多い。制御弁の動作は絞り機能に相当することから、シリンダの特性解析のために図1では等価的に絞りを設けたとするものである。この時更に制御弁だけによっては管路抵抗が小さ過ぎて過大な終端速度で負荷を駆動し破損することがないように、適当速度に抑えるために絞りを設けることもある。このような実用上の目的とは異なりここで特に絞りを必要とする理由は、これにより空気流量を僅少に抑えて駆動力を小さくし、次の4節で詳細を述べるスティックスリップ現象ないしは速度振動現象の発生を容易にするためである。

シリンダの過渡現象で考えられる第二のものは負荷変動に伴って生ずる過渡現象である。ピストンが一定速度で運動している時に負荷が変化すれば、その速度が乱されることは当然予想される。この場合に圧力補償を行えば、ある時間遅れは伴いながらも原速度に復帰させられるであろうが、一定絞りであれば両状態における速度は当然異なることになる。負荷の中には速度の関数になるものも多く、その種類によって応答の形が異なることが予想される。この過渡現象は一般に起動時のそれ

よりも短時間に行なわれるものであり、絞り系、特に補償系の特性が絡んで比較的短時間の内に現象が終了する。このために計算機によるシリンダ動特性のシミュレーションと模擬負荷系を使用しての実験は極めて有力な解析手法となることが期待される。

2.4 スティックスリップ現象と速度変動現象の発生機構^{6)~10)14)15)}

前節ではシリンダの運動方程式を求めるに当たり、ピストンの摩擦は $c_f dy/dt$ を、負荷側に関しては M_{ou_i} に含まれていることを暗に想定して式(5)を定めた。シリンダの動特性を規定するものとして、摩擦が相当の影響を与えることは当然予想され、場合によっては起動不可能になったり微小送り精度が影響を受けることも考えられる。

シリンダの挙動に限ることなく、一般に摺動面を有する機械系において(図2)、ばね(ばね係数 k_S)を介して一定速度 u_0 で負荷 m を引張るような場合に、低速度における滑り運動が連続的でなく、滑りに停滞を伴ない、或は停滞しないまでもその動きに振動を伴うことはしばしば経験される(図3)。前者の現象をスティックスリップ現象、後者を速度振動現象と呼ぶ。¹⁴⁾ これらの現象は何れも摩擦に起因するものと考えて現在は解析が行なわれている。事実、これらの現象は滑り面が混合潤滑(後述)になっている場合に限って発生するものであって、始動摩擦 f_K が動摩擦 f_C よりも大きい場合、ないしは f_C の特性が微速度で負勾配(勾配率 b)になっている場合に生ずる一種の自励振動と考えられる。⁷⁾

一般に摩擦特性は種々の微細な条件によって変化するために、同一現象の繰返し再現が極めて困難な研究項目であり、実験的にも解析的にも未解決の問題が多い。摩擦は相対速度や潤滑剤などの有無により表1のように分類される。¹⁵⁾ その特性は物体の間に潤滑剤が与えられ、かつ両者の間で滑りを生じ得るような状態においては図4

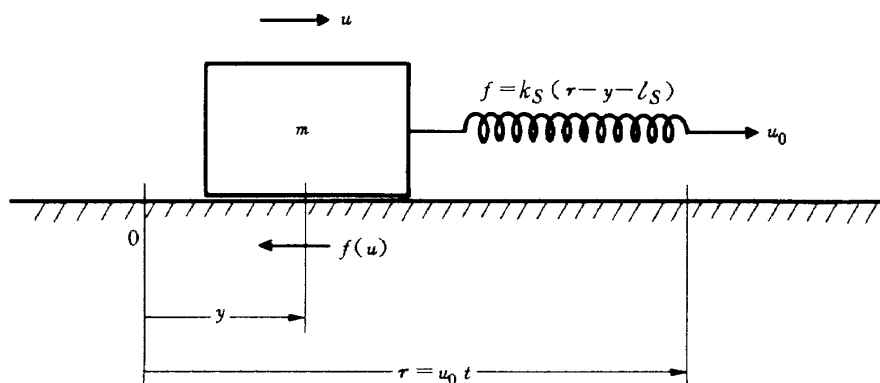
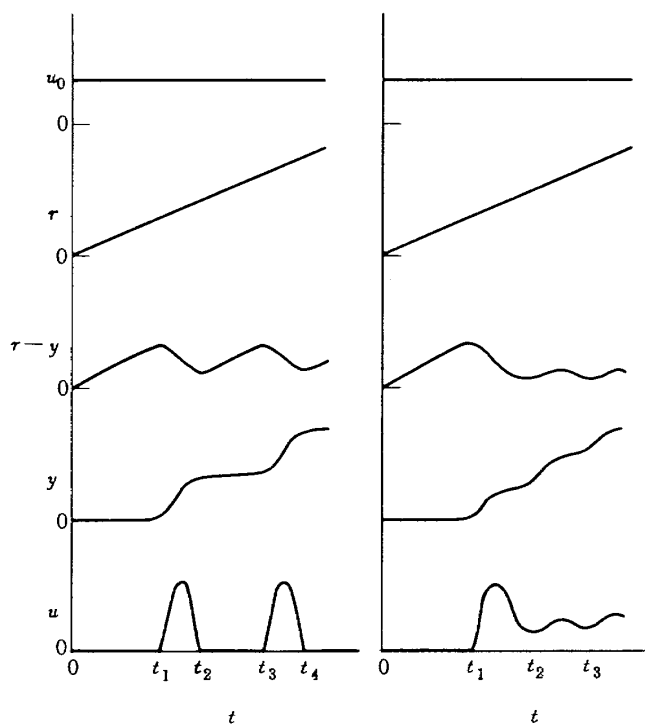


図2 摺動面を有する機械系の構造モデル



(a) スティックスリップ現象 (b) 速度振動現象

図3 摺動面を有する機械系の挙動

表1 摩擦の区分

状況		規定
相対速度	無有	静(止)摩擦 (運動摩擦)
	無有	滑り摩擦 転がり摩擦
潤滑剤	無	固体(乾燥)摩擦*
	有	境界(混合潤滑)摩擦**
		粘性(完全潤滑)摩擦***

- 注 (1) 摩擦面表面の異物質吸着分子が完全に除去され、化学的に清浄な場合。
 (2) 固体表面に気体や液体の分子層が存在する場合。ただし吸着層の厚さは数十分子層程度以下であって、まだ粘性的な性質を呈していない厚さ範囲に限る。
 (3) 運動している流体の隣り合う流体部分が異速度で流れる時に、速度を一様化させるように働く法線応力。

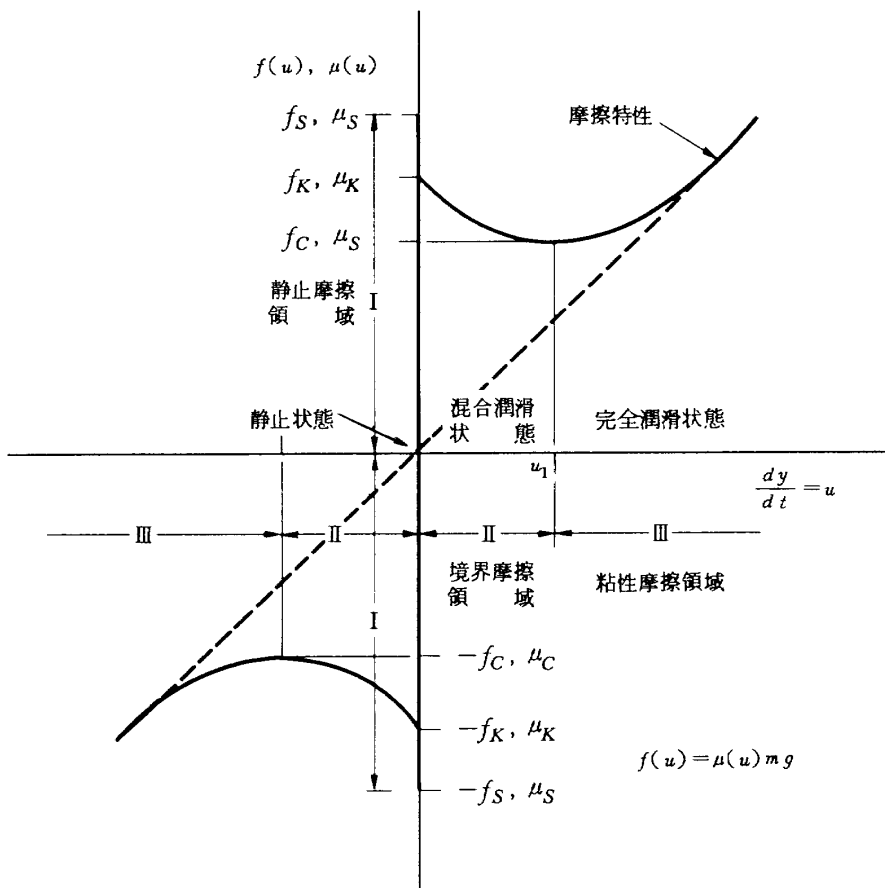


図4 実際に観測される摩擦の特性

に示すような特性モデルで一般に表わされる。⁷⁾¹⁴⁾ なお通常の工学的な雰囲気では清浄にした程度の物体表面は物理的には潤滑剤が与えられた状態と同様に考えられる。¹⁴⁾¹⁵⁾ ここで検討を加えようとするスティックスリップなどの現象は混合潤滑状態だけで発生するものであるから、摩擦に関しては領域 I, II について考察すれば良い。¹⁴⁾

図 4 の摩擦特性は、領域 I, II の範囲については一般に u に関する摩擦力の関数形 $f(u)$ として下式のように表わすことができよう (摩擦力 $f = \mu mg$; μ は摩擦係数)¹⁴⁾

$$\left. \begin{aligned} f(u) &= \operatorname{sgn}(u) \{ (f_K - f_C) e^{-c|u|} + f_C \} : u \neq 0 \\ &= bu + \operatorname{sgn}(u) f_C : u \cong 0 \\ &= f_S \sim -f_S : u = 0 \\ f_S &> f_K \\ &> f_C \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

f_S は動摩擦, f_K は静止直前の動摩擦, f_C は最小動摩擦であって何れも正の値であり, b, c は係数である。現実の摩擦は f_S, f_K などが u, t に関係して複雑に変化する特性を与えるものと予想される。ここで仮りにこれらを一定と考え、微小速度範囲を問題とし、更に式(11)第二式における $b = 0$ を仮定すれば、図 4 の特性は単純化して図 5 のように表わされる。⁷⁾¹⁴⁾ 従って式 (11) は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} f(u) &= \operatorname{sgn}(u) f_C : u \neq 0 \\ &= f_S \sim -f_S : u = 0 \\ f_S &> f_C \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

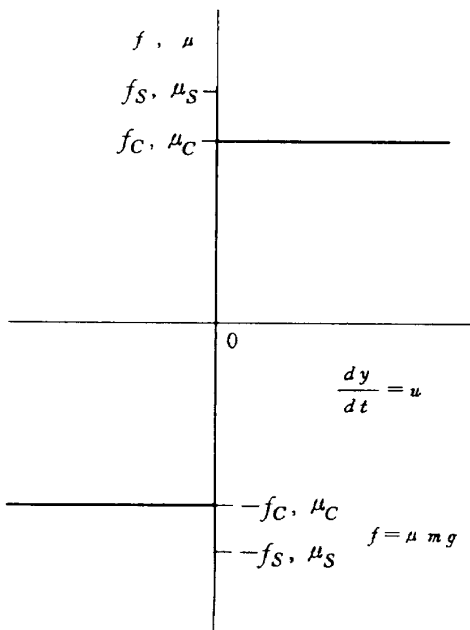


図 5 単純化した摩擦特性

2.5 摩擦負荷を有する機械系の運動¹⁴⁾

摩擦負荷を有するシリンダの運動について検討を行なう前に、図 2 に示した機械系の運動に関する一般的な考察を行なう。ここで加えるべき摩擦負荷は図 5 に示す単純化特性のものとする。この機械系の運動方程式は下式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2 y}{dt^2} + k_S y &= k_S u_0 t - \operatorname{sgn}(u_0) m g \mu_C : \frac{dy}{dt} \neq 0 \\ |k_S u_0 t - k_S y| &< m g \mu_S : \frac{dy}{dt} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

計算の考え方として一般性を失わないことから $dy/dt \geq 0$ を仮定する。今 $t = 0$ において物体が滑り始めるものとするれば、式(13)の解は次の通りである。

$$\left. \begin{aligned} y &= u_0 t - y_0 \cos(\omega_n t - \varphi_0) - \frac{g(\mu_S - \mu_C)}{\omega_n^2} \\ y_0 &= \sqrt{\left\{ \frac{g(\mu_S - \mu_C)}{\omega_n^2} \right\}^2 + \left(\frac{u_0}{\omega_n} \right)^2} \\ \varphi_0 &= \tan^{-1} \frac{u_0 \omega_n}{g(\mu_S - \mu_C)} \\ \omega_n &= \sqrt{\frac{k_S}{m}} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

物体が式 (14) に従って運動している間、 $t = t_L$ (t_L : スリップ時間),

$$t_L = \frac{1}{\omega_n} \left\{ \pi + 2 \tan^{-1} \frac{u_0 \omega_n}{g(\mu_S - \mu_C)} \right\} \quad (15)$$

において $dy/dt = 0$ になる。すなわちその瞬間物体の運動が停滞する。物体が再び動き出すまでのスティック時間 t_T は、

$$t_T = 2 \frac{g(\mu_S - \mu_C)}{u_0 \omega_n^2} \quad (16)$$

停止期間を含めての速度変動に要する一周期 T は、

$$T = t_L + t_T \quad (17)$$

この間に物体が進むスリップ距離 y_L は、

$$y_L = \frac{u_0}{\omega_n} \left\{ \pi + 2 \tan^{-1} \frac{u_0 \omega_n}{g(\mu_S - \mu_C)} \right\} + \frac{2g(\mu_S - \mu_C)}{\omega_n^2} \quad (18)$$

以上における機械系の取扱いは、 $u_0 \cong 0$ であり、かつ摩擦特性は図 4 領域 I, II の範囲に収まることを仮定している。

次に u_0 が比較的高い図 4 における u_1 近傍の状態について考察する。¹⁴⁾ ここで同図の曲線 $\mu(u)$ を次式で近似する。

$$\mu(u) = \mu_C + \mu_1 \frac{dy}{dt} + \mu_2 \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \mu_3 \left(\frac{dy}{dt} \right)^3 \quad (19)$$

この場合は漸近法の第1近似解として、

$$\frac{dy}{dt} = u_1 + \sqrt{-\frac{4\mu_1}{3\mu_3}} \sin(\omega_n t + \varphi) \quad (20)$$

がリミットサイクル、すなわち速度振動を与える。この時仮りに $dy/dt = 0$ に至ればスティックスリップが起ることになるが、その時には既に式(20)なる関係式が成立し得ない。しかし概略の目途として、

$$\left(\frac{u_1}{\omega_n}\right)^2 = -\frac{4}{3} \frac{\mu_1}{\mu_3} \quad (21)$$

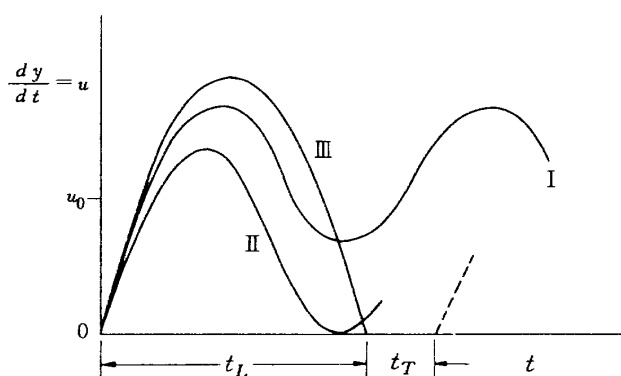
を用いることができることとされる。¹⁴⁾

上述のスティックスリップ現象の発生限界をモデル的に図6に示す。

2.6 摩擦負荷を有する空気圧シリンダの運動方程式

図2に示した機械系のばねは、実際の駆動機構に殊更ばねが使われていなくても、機構構成部材の弾性に起因してその効果を生ずる。これに反して空気圧回路の場合は部材の弾性も原因にはなるが、この場合には空気の圧縮性が甚だしく体積弾性係数が低いために、殆んどはこれが原因して通常の機械系に比べれば格段に顕著なばね相当効果を生ずるものである。従って、シリンダではこの効果と摩擦とが関連して複雑な自励振動系を構成することになり、スティックスリップなどの現象も極めて発生し易いことになる。¹³⁾¹⁴⁾

図1において、シリンダにより鎖線で示した負荷 m を摩擦 $f(u)$ を有する摺動面上で駆動することを考える。その運動方程式は下式で与えられる。¹¹⁾¹³⁾¹⁴⁾



- 曲線 I スティックスリップ現象は発生せず、速度振動だけが起っている状態。
- 曲線 II スティックスリップ現象の発生限界、 $\frac{dy}{dt} = 0$ は極値、この時同時に $\frac{d^2y}{dt^2} = 0$
- 曲線 III スティックスリップ現象が発生している状態。

図6 スティックスリップ現象発生限界のモデル

$$p_1 a_1 = p_2 a_2 + P_A(a_1 - a_2) + (m_C + m) \frac{d^2y}{dt^2} + c_f \frac{dy}{dt} + \text{sgn}\left(\frac{dy}{dt}\right) f(u) \quad (22)$$

上式において、 m_C は m に含めることができ、又 $P_A(a_1 - a_2)$ は系の構造が定めれば一義的に定まる定数であるからこれと $c_f dy/dt$ をも $f(u)$ に含めた上で、摩擦特性は図5により表わせることを仮定する。この場合に $P_A(a_1 - a_2)$ はゲージ圧を基準にしても消去できることは本章3節で述べた。更に $dy/dt \geq 0$ の範囲について考察しても問題の一般性は失なわれない。上述よりシリンダの運動方程式は下式で表わされる。¹¹⁾¹³⁾¹⁴⁾

$$\left. \begin{aligned} p_1 a_1 - p_2 a_2 &= m \frac{d^2y}{dt^2} + f_C & : \frac{dy}{dt} > 0 \\ &= f_S & : \frac{dy}{dt} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

上式には一見してばね係数が見当たらないが、メータインないしはメータアウトの何れの回路においても絞りが存在することにより p の変動をもたらす、結果として必ずばね相当効果を与えることになる。式(23)の解析は第4章で行なう。

3. 位相面解析による空気圧シリンダの特性解析手法

3.1 解析手法

摩擦負荷を有する空気圧系の特性解析に当っては、前章3節ないしは6節で定めた空気圧系(空気圧シリンダ)の運動方程式に関して、前章6節に示した一般機械系に対する解析手法をそのまま踏習うことが考えられる。しかしこのような機械系は元来が充分剛的な構造であって等価ばね係数 k_E が極めて高く^{6),7)}これに比べて空気圧系の構成は非常に柔らかいことが特徴である。又同じく前章3節で定めたシリンダの運動方程式は、前提として $a_1 y \ll v_1$ (a_1 はシリンダ室入口側の断面積、 y はピストン変位、 v_1 はシリンダ室入口側の体積)を仮定し、ピストンの運動はシリンダの始動点近傍に解析範囲を限るなど制限が多く、その全般的な特性把握が難かしい。

基礎方程式は非線形方程式であるから、その解を通常の解析的な手法で求めることは一般に困難である。然し基礎方程式が連立一階微分方程式で与えられておれば、位相面で検討することにより系の特性を総括的に把握することができ、更に定量解さえも図式的に求められる。¹⁶⁾このような特長から摩擦負荷を有する油圧シリンダの特性解析に位相面解析手法が最近適用されかけており、^{7)~10)}空気圧系にもその適用を考えることにする。すなわち前

章 2 節, 6 節でそれぞれ確立した空気圧シリンダに関する重量流量方程式, 運動方程式を基に, 各方程式を無次元化して位相面における解析を行ない, かつ既述の一般機械系における解析手法を考慮に入れて, シリンダ特性の全般的な特性検討を行なうことを考える。

3.2 位相面解析^{8)16)~20)}

位相面とは制御系の二変数を座標軸とする平面であって, この面内で系の応答を論ずる。

位相面上の応答曲線を軌道と呼ぶ。¹⁶⁾今非線形微分方程式,

$$\frac{d^2y}{dt^2} + a\left(y, \frac{dy}{dt}\right) \frac{dy}{dt} + b\left(y, \frac{dy}{dt}\right) = 0 \quad (24)$$

において,

$$u = \frac{dy}{dt} \quad (25)$$

とすれば, 式(24)から t を消去して,

$$\frac{du}{dy} = - \frac{ua(y, u) + b(y, u)}{u} \quad (26)$$

と表わすことができる。 $a(-)$, $b(-)$ は y , u の関数である。

式(26)の軌道は作図法による場合は通常等傾斜線法か Liénard の方法を用いる。等傾斜線法とは式(26)の左辺が位相面に関する傾斜を示すことを利用する。¹⁶⁾すなわち,

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dy} &= k_1 \\ &= - \frac{ua(y, u) + b(y, u)}{u} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

式(27)は $y \sim u$ 位相面上で一つの曲線を表わし, この曲線上で軌道は k_1 なる勾配を有する。

先に示した式(26)は一般に,

$$\frac{du}{dy} = \frac{S(y, u)}{R(y, u)} \quad (28)$$

と書くことができる。式(28)は t に関する関数として,

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= R(y, u) \\ \frac{du}{dt} &= S(y, u) \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

の両者を同時に満足し, かつ,

$$\left. \begin{aligned} R(y, u) &= 0 \\ S(y, u) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

なる点 (y_g, u_g) においては $dy/dt = 0$, $du/dt = 0$ になる。この点を平衡点と呼ぶ。

又非線形系の安定は, 局所的安定, 大域的安定, 漸近安定, 大域的漸近安定に区分して扱われる。¹⁶⁾局所的安定を検討するために, 平衡点 (y_g, u_g) 近傍で式(29)をテラー展開し, 高次項を省略すれば,

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= R(y, u) - R(y_g, u_g) \\ &= a_{y_g}(y - y_g) + b_{u_g}(u - u_g) \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dt} &= S(y, u) - S(y_g, u_g) \\ &= c_{y_g}(y - y_g) + d_{u_g}(u - u_g) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} a_{y_g} &= \frac{\partial R}{\partial y} \Big|_{y_g} \\ b_{u_g} &= \frac{\partial R}{\partial u} \Big|_{u_g} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

$$\left. \begin{aligned} c_{y_g} &= \frac{\partial S}{\partial y} \Big|_{y_g} \\ d_{u_g} &= \frac{\partial S}{\partial u} \Big|_{u_g} \end{aligned} \right\}$$

表 2 平衡点の安定性

平衡点と根の性質				安定状況					
平衡点の種類	α	β	$\alpha^2 - 4\beta$	根の種類	u_{\min}	速度振動現象	スティックスリップ現象	自励振動現象	軌道の状況
安定結節点	正	正	正	二根が負	正	無	無	無	直ちに平衡点に収束
安定渦状点	正	正	負	実部が負の複素数	正/零	有	無/有	無	平衡点の周りを廻りながら収束
渦心点	零	正	負	純虚数	正/零	—	有	無	閉軌跡を画く
不安定渦状点	負	正	負	実部が正の複素数	正/零	—	有	無/有	平衡点の周りを廻りながら発散
不安定結節点	負	正	正	二根が正	—	—	—	有	平衡点の周りを廻ることなく発散
鞍点	—	負	—	二根が異符号	—	—	—	—	双曲線状に平衡点に最も近付いてから遠のく

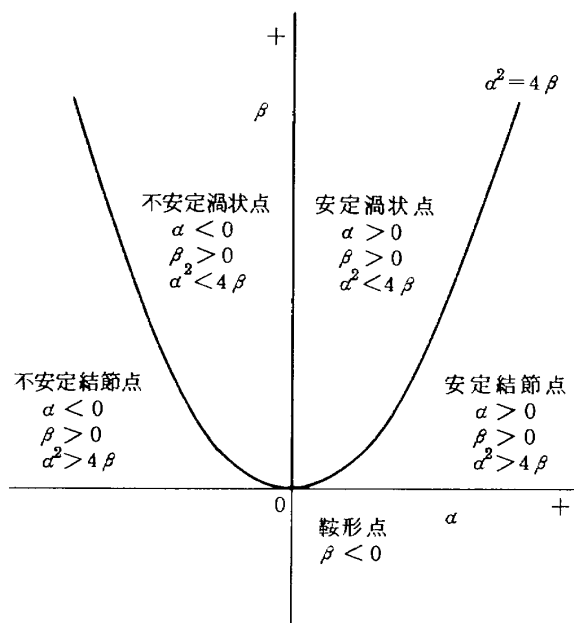


図7 平衡点の分類

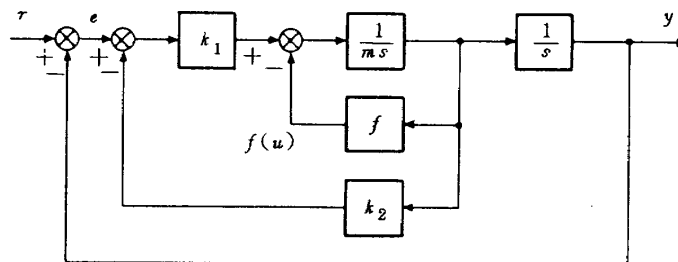


図8 摩擦がある制御系

線形式(31)の安定条件は下記特性方程式の根により論じられる。

$$\left. \begin{aligned} s^2 + \alpha s + \beta &= 0 \\ \alpha &= -(a_{y_g} + d_{u_g}) \\ \beta &= a_{y_g} d_{u_g} - b_{u_g} c_{y_g} \end{aligned} \right\} (33)$$

すなわち位相面 $y \sim u$ 上における式(24)の挙動は軌道 $y \sim u$ 曲線として式(26)により支配され、その特性は特性方程式(33)の係数 α, β の値如何で定まる。その状況は表2, 図7に示す。

3.3 摩擦がある運動の位相面解析

非線形系の応答特性に関する重要な問題に摩擦を含む場合の運動がある。摩擦があると制御系の動作は微小な入力に対して出力が円滑でなくなることが多い。これをジャーキング運動と呼び、この現象は静摩擦が動摩擦よりも大きい場合にしばしば発生する。

ここで摩擦 $f(u)$ (図4の特性)を含む制御系の運動方程式が下式で表わされるものとする。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= u \\ \frac{du}{dt} &= \frac{1}{m} (k_1 (r - y - k_2 u) - f(u)) \end{aligned} \right\} (34)$$

式(34)は図8のように表わされ、 r, y は入出力、 $k_{1,2}$ は増幅器と速度フィードバックのゲインである。ここで、

$$\left. \begin{aligned} r &= u_0 t \\ e &= r - y \end{aligned} \right\} (35)$$

とすれば式(34)は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{de}{dt} &= u_0 - u \\ \frac{du}{dt} &= \frac{k_1 (e - k_2 u) - f(u)}{m (u_0 - u)} \end{aligned} \right\} (36)$$

$$\frac{de}{du} = \frac{m (u_0 - u)^2}{k_1 (e - k_2 u) - f(u)} \quad (37)$$

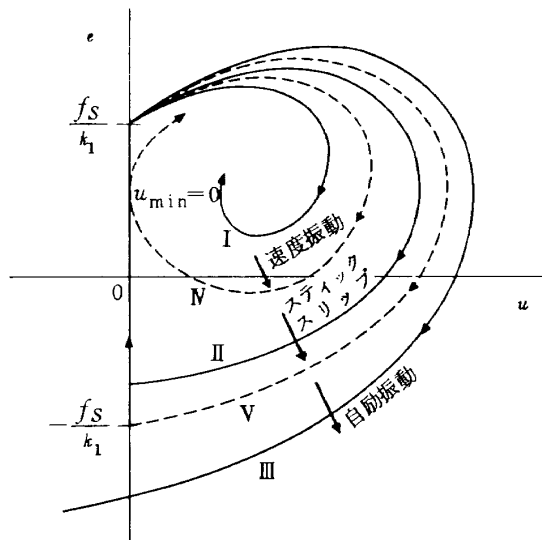
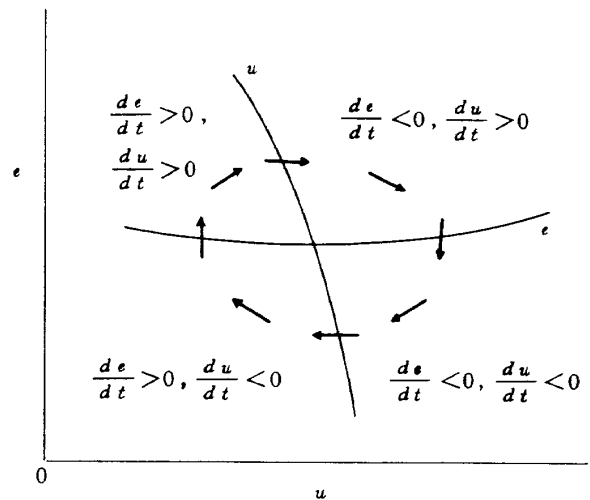
$u \sim e$ なる位相面を考えれば、平衡点 (u_g, e_g) は、

$$\left. \begin{aligned} u_g &= u_0 \\ e_g &= \frac{f(u_0)}{k_1} + k_2 u_0 \end{aligned} \right\} (38)$$

平衡点近傍において式(36)をテーラ展開し、その特性方程式を求めれば、この制御系の特性は係数値 α, β (式(33))に応じて定まる。

$u \sim e$ 面における軌道について検討を行なう。^{8)16)~20)}

この系は $t = 0$ において静止状態から入力が入ったものとする。その軌道は系の出力 f_F が静摩擦 f_S に打勝つまで e 軸上を上方へ向う。 $f_F > f_S$ の瞬間、軌道は e 軸上 f_S / k_1 の点から外れて $u \sim e$ 面上を時計方向に回転し始める。これ以後の軌道の動きは式(37)に支配されて、安定な平衡点に収束するか、或は再び e 軸と交わる(図9)。前者の場合は u は一定値に収束し、速度振動も減衰する(曲線I)。後者の場合は $|e| < f_S / k_1$ で e 軸と交わる場合(曲線II)と、 $e < -f_S / k_1$ で交わる場合(曲線III)とに分けられる。 $|e| < f_S / k_1$ で交わる

図9 $u \sim e$ 位相面上の軌道モデル図10 $u \sim e$ 位相面上の軌道の動向

場合には e 軸と交わった時点で運動は静止し、軌道は再び e 軸上を上昇し、その後は上記の過程を繰返すことになり、スティックスリップ現象が発生する。又 $e < -f_s/k_1$ で交われば自動振動を起す。もとよりこの中間の状況も考えられ、図9曲線IVは $u_{\min} = 0$ であってスティックスリップの発生限界を、曲線Vは自動振動の発生限界を与える。これらの場合 $u \sim e$ 面上における軌道の動向は図10のようになる。なお曲線IIIで自動振動を起す理由は、軌道が e 軸と交わった時に制御系の動作部に作用する逆方向の力が $-f_s$ よりも大きいため $u < 0$ となることによる。

図7, 9を対応すれば、摩擦がある制御系の運動の安定に関して以下のことが云える。平衡点の領域に関して、安定結節点では u に変動を生ずることなく、安定渦状点の場合 $u_{\min} > 0$ であれば u は振動しながらもスティックスリップ現象は現われない。しかし安定渦状点、渦心点、不安定渦状点の場合に $u_{\min} = 0$ になればスティックスリップ現象が発生したことになる、その限界は図9曲線IVで与えられる。更に不安定結節点では自動振動を起すために制御系の運動は完全に不安定となり、その限界は同図の曲線Vで与えられる。なお速度変動を生ずるか否かは $\alpha^2 - 4\beta \lesseqgtr 0$ によって定まる。

上述をまとめたものは本章3節に示した表2にすでに併記した。

4. 空気圧シリンダの特性解析 (その1 メータイン回路の場合)

4.1 空気圧シリンダの特性解析手法

空気圧シリンダの特性は、第2章で確立したシリンダに関する基礎方程式である、重量流量方程式(1), (4)および運動方程式(23)により規定されるから、これらを先づ無次元化して後、位相面解析手法によりその特性を求め。ここで式(1), (4)は一般的な形で与え、式(23)は単純化した摩擦特性 f (式(12)) によっている。ただし実験結果との対応などで必要があれば、摩擦特性は任意により一般的な形 $f(u)$ (式(11)) によることができる。又基礎方程式を無次元化する主な理由は、ここで解析を行なう系(後掲表3)と任意機器との間に相似法則が成立つ限り(特に機器の剛性と摩擦特性に関して)、その解析結果が充分な一般性を与えることによる。又パラメータの数が減少するから解析が容易になり、結果の判断が的確に行なえたとともに、計算機によるシミュレーションも容易になることが期待できる。

本章においてはシリンダ特性解析の第一として、メータイン回路の場合のスティックスリップ現象と速度振動現象の発生限界について考察する。

4.2 無次元化方程式の確立

シリンダの無次元化方程式を確立するために、ピストンの変位 y 、その速度 u 、入口側シリンダ室の圧力 p_1 、標準圧力 p_A 、力 f 、絞り部の有効断面積 ω_1 および時間 t に関して以下の無次元量を定める。

$$\begin{aligned}
 Y &= \frac{y}{l} \\
 U &= \frac{dY}{d\tau_1} \\
 P_1 &= \frac{a_1 P_1}{a_1 P_S} \\
 H &= \frac{a_2 P_A}{a_1 P_S} \\
 F &= \frac{f}{a_1 P_S} \\
 S_1 &= \sqrt{\frac{mg}{a_1 P_S}} \sqrt{\frac{2RT_S}{l}} \frac{\mathcal{E}_1}{a_1} \\
 \tau_1 &= \frac{t}{\sqrt{\frac{mg}{a_1 P_S}} \sqrt{\frac{l}{g}}}
 \end{aligned}
 \tag{39}$$

l はピストンの全行程, a はシリンダ室の断面積である。

メータイン回路においては排気側の管路抵抗は一般に充分小さいから, 排気側シリンダ室の圧力 p_g は標準圧力 P_A (= 大気圧) に等しいことを仮定して無次元化方程式を確立する。

メータイン回路におけるシリンダの挙動を支配する方程式は式(1), (4)の各上式と式(23)の三個である。前二者は次元として重量流量の単位を有するから t/mg を乗じて両者が等しいとおき, 又式(23)は力の単位を有するから $1/mg$ を乗じ, それぞれを整理し直せば無次元化方程式が得られる。すなわち,

$$\begin{aligned}
 \frac{dP_1}{d\tau_1} &= \frac{k}{Y} [S_1 \varphi(P_1) - P_1 U] \\
 \frac{dU}{d\tau_1} &= P_1 - F_C - H \quad : U > 0
 \end{aligned}
 \tag{40}$$

$\varphi(P_1)$ は P_1 を圧力比変数とする流量特性関数, F_C は動摩擦の無次元量である。

本報告の目的はシリンダにおけるピストンのスティックスリップ現象と速度振動現象, 特に前者に主体をおいて解析し, 検討することである。ピストンの運動はシリンダの全行程 $L = l/l$ に比べて充分微小な変位の間に, $dY/d\tau_1 = 0$ より $dY/d\tau_1 > 0$ を経て更に $dY/d\tau_1 = 0$ ($dY/d\tau_1$ が負になる場合は論じない, この場合は第3章3節より自励振動を生じて運動が不安定になるから考慮外とする) に至り, 同一経過を繰返すはずである。従ってその特性解析は L 上の任意特定位置, 一般にはピストンの動作がスティクションなどを起して最もかんばんしくないと予想される特定位置近傍における運動だけに着目すれば充分と考えられる。上述にかかわる特定位置を L_1 とすれば, 式(40)は,

$$Y = L_1 \tag{41}$$

において,

$$\begin{aligned}
 \frac{dP_1}{d\tau_1} &= \frac{k}{L_1} [S_1 \varphi(P_1) - P_1 U] \\
 \frac{dU}{d\tau_1} &= P_1 - F_C - H \quad : U > 0
 \end{aligned}
 \tag{42}$$

この時初期条件は $\tau_1 = 0$ として,

$$\begin{aligned}
 P_1 &= F_S + H \\
 U &= 0
 \end{aligned}
 \tag{43}$$

F_S は静摩擦の無次元量である。

又式(42)から τ_1 を消去すれば,

$$\frac{dP_1}{dU} = \frac{k}{L_1} \frac{S_1 \varphi(P_1) - P_1 U}{P_1 - F_C - H} \tag{44}$$

4.3 空気圧シリンダの特異点近傍における挙動

空気圧シリンダの挙動は式(40)により総て規定される。従ってその詳細, 例えばピストンの動きに対するスティックスリップ現象の発生限界などは, 位相面として $U \sim P_1$ 面を定め, 同面上における軌道の状況の検討と, 特に平衡点 (U_g, P_{1g}) の性質を考察することにより充分的確に知ることが出来る(第3章参照)。ここに U_g, P_{1g} はそれぞれ平衡点における速度と圧力を与える。

平衡点の定義からそこでは,

$$\begin{aligned}
 \frac{dU}{d\tau_1} &= 0 \\
 \frac{dP_1}{d\tau_1} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{45}$$

従って,

$$\begin{aligned}
 U_g &= \frac{S_1 \varphi(P_{1g})}{P_{1g}} \\
 P_{1g} &= F_C + H
 \end{aligned}
 \tag{46}$$

F_C は動摩擦の無次元量である。 F_C, H はここでは F_C に依存して定まる特定値であるから ($p_A = \text{一定}$ および式(12)), この和を D_1 で表わして,

$$D_1 = F_C + H \tag{47}$$

式(42)に関する線形方程式と特性方程式を求めめるために, 前章2節におけると同じく平衡点近傍における U, P_1 の U_g, P_{1g} からの微小変化を ξ, η とおけば,

$$\begin{aligned}
 U &= U_g + \xi \\
 P_1 &= P_{1g} + \eta
 \end{aligned}
 \tag{48}$$

先づ式(48)を式(42)下式に代入すれば,

$$\frac{d(U_g + \xi)}{d\tau_1} = (P_{1g} + \eta) - F_C - H \tag{49}$$

すなわち,

$$\frac{d\xi}{d\tau_1} = \eta \quad (50)$$

又式(42)上式に代入すれば,

$$\frac{d(P_{1g} + \eta)}{d\tau_1} = \frac{k}{L_1} \left[S_1 \varphi(P_{1g} + \eta) - (P_{1g} + \eta)(U_g + \xi) \right] \quad (51)$$

$\varphi(P_{1g} + \eta)$ を展開して高次項を省略し, $\varphi'(\lambda)$
 $= d\varphi(\lambda)/d\lambda$ とおくことにより,

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\eta}{d\tau_1} &= \frac{k}{L_1} \left\{ S_1 \left\{ \varphi(P_{1g}) + \frac{d\varphi}{d\eta} \eta \right\} \right. \\ &\quad \left. - (P_{1g} U_g + \eta U_g + P_1 \xi + \eta \xi) \right\} \\ &= \frac{k}{L_1} \left\{ S_1 \left\{ \varphi'(P_{1g}) - U_g \right\} \eta - P_{1g} \xi \right\} \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

ただし式(45)より, $dP_1/d\tau_1 = 0$, 従って $S_1 \varphi(P_1) - P_1 U = 0$ なることによる。従って式(50), (52)をラプラス変換すれば, 定数項を $\xi(0)$, $\eta(0)$ として,

$$\left. \begin{aligned} s \hat{\xi} - \xi(0) &= \hat{\eta} \\ s \hat{\eta} - \eta(0) &= \frac{k}{L_1} \left\{ \{ S_1 \varphi'(P_{1g}) - U_g \} \hat{\eta} - P_{1g} \hat{\xi} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

線形方程式(53)の特性方程式は,

$$s^2 + \frac{k}{L_1} \{ U_g - S_1 \varphi'(P_{1g}) \} s + \frac{k P_{1g}}{L_1} = 0 \quad (54)$$

$\varphi'(\lambda)$ の値は式(1)から明らかなように,

$$\varphi'(\lambda) \leq 0 \quad (55)$$

特性方程式(54)左辺の各係数はこの系ではともに零又は零よりも大きいから, 平衡点は安定結節点又は安定渦状点の何れかになり, 少なくともシリンダの挙動が自励振動を起すことはない(前章3節参照)。従って,

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{k}{L_1} \{ U_g - S_1 \varphi'(P_{1g}) \} \\ &\geq 0 \\ \beta &= \frac{k P_{1g}}{L_1} \\ &> 0 \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

従って, 平衡点が安定結節点となるか, 或は安定渦状点となるかの限界は下式,

$$\left(\frac{k}{L_1} \right)^2 \{ U_g - S_1 \varphi'(P_{1g}) \}^2 \geq \frac{4 k P_{1g}}{L_1} \quad (57)$$

の不等号により定まる。この時不安定性はポアンカレ・リアブノフの不安定定理から, 第一近似式で原方程式(42)のそれが完全に把握できることが判る。安定な場合に特異点の種類がどのようなものであるかについて, ポアンカレ・リアブノフの第一近似定理により, 第一近似式と原

方程式における渦状点, 渦心点の判別は不可能であるが, その他の初等平衡点は判別可能である。しかもここでの解析対象に関しては, 原方程式の第一近似式は上記の定理を満足し, かつスティックスリップ現象が発生する場合には, 平衡点は渦状点或は渦心点の何れかの状態でなければならない。従って以下では第一近似式に対する平衡点の種類とその性質を検討すれば, これだけで原方程式における平衡点の状況は完全に解明できることになる。

4.4 スティックスリップ現象の発生限界

空気圧シリンダでスティックスリップ現象が発生するための要件は, 系が有している平衡点が渦状点になる場合に限られ, しかもピストンの運動が式(42)に従って再び $U=0$ に戻るような状態でなければならない。仮りに平衡点が安定結節点であればピストンは速度振動を生ずることなく定常速度に近付くことになる(前章3節参照)。

平衡点が渦状点になる状態は, 式(57)において,

$$\left(\frac{k}{L_1} \right)^2 \{ U_g - S_1 \varphi'(P_{1g}) \} < \frac{4 k P_{1g}}{L_1} \quad (58)$$

で与えられる場合である。ここでパラメータの数を減らして特定変数の二次形で表わすために, 式(46), (47)を用い, かつこの時の D_1 は一定値であることを考慮に入れば, 式(58)は下式のように変形される。

$$(S_1 k)^2 \left[\frac{\varphi(D_1)}{D_1} - \varphi'(D_1) \right]^2 - 4 k D_1 < 0 \quad (59)$$

ここで特性方程式(54)の根について考察すると, その値はピストン行程の特定位置であるシリンダ終端点,

$$L_1 = 1 \quad (60)$$

において, 負符号のもとに絶対値が最小になることが判る。すなわちスティックスリップ現象が発生する可能性はこの時に最も大きいことが云える。もとよりシリンダの終端ではピストンは既にストップに当っており, 物理的にはピストンがこれ以上に動くことは当然考えられない。今 $\Delta L = L_1 - 1$ とおく時, 仮りに $\Delta L \cong 0$ でもってなおピストンが微量スリップしてから再び $U=0$ になり得る限界状態を想定することができる。ここでは上述よりも更に条件が厳しい $L_1 = 1$ に置きかえ, 概念的に考察しようとするものである。従って, 式(60)に定めたピストン動作上の最悪条件位置に対して, 位相面 $U \sim P_1$ 上にパラメータを変えて式(44)の軌道を図11のように書き, スティックスリップ現象の発生限界, すなわち平衡点が安定結節点の範囲にある限界を定める。これにより, 今後空気圧シリンダの設計計画に際して, 実用時にスティックスリップ現象が絶対発生しないように, 必ず安全側にパラメータを設定することができることに

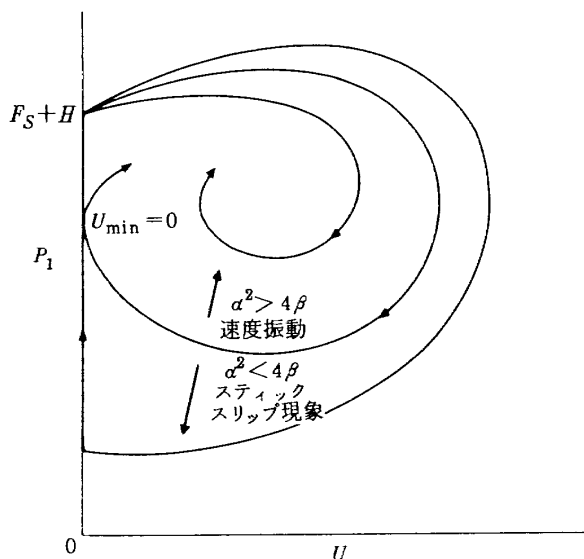


図 11 $U \sim P_1$ 位相面上の軌道
(その1 入口側絞りの場合)

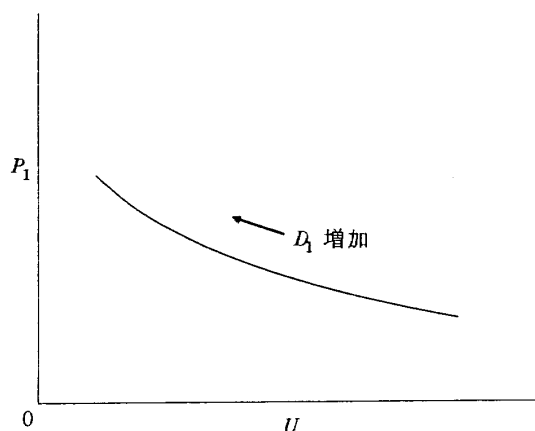


図 12 $U \sim P_1$ 位相面上の平衡点の移動傾向
(その1 入口側絞りの場合, D_1 増加)

なる。

又 D_1 だけを変化させた場合の平衡点の移動傾向を考察してみると図12のようになる。すなわち D_1 が増加するとそれに伴ない特性限の実部が増大し、平衡点は結節点の範囲から渦状点のそれに移るために、系は減衰の遅い振動現象を呈する結果、スティックスリップ現象はより発生し易くなるのがうかがえる。ここで D_1 は式(47)で与えられ、 H は標準圧力の無次元量であるから系が与えられれば一義的に定まるものであり、 D_1 は F_C すなわち動摩擦そのものに依存して定まる特定定数である。従って上述は動摩擦が次第に大きくなる状態を示すことになる。

上述から、シリンダの挙動でピストンがスティックスリップ現象を発生する限界は次のようにして求めることができる。すなわち式(44)について、 S_1 および $G_1 = (F_S + H) / D_1$ を予め定め、 D_1 を徐々に増加しながら数値的に解を求める。これにより平衡点が渦状点で与えられ、かつ U が再び零に戻る点を求めれば良い。この点を越えれば平衡点は結節点の領域に移ることになる。平衡点が渦状点で与えられる領域、すなわちスティックスリップ現象発生領域内におけるピストンの運動状況は、 $\tau_1 = 0$ において $P_1 = F_S + H$ 、 $U = 0$ を初期値とし、式(44) (すなわち式(42))に支配されて動作し、ある量を変位してから(スリップ期間)再び $U = 0$ に戻る。これから P_1 は $dP_1 / d\tau_1 = k S_1 \varphi(P_1) / L_1$ に支配され $P_1 = F_S + H$ まで圧力が上昇して(スティックスリップ期間)1回の現象が終了する。それから引続き次の現象に移行することになり、以後上記が繰返される。上

記現象は $L_1 = 1$ を初期値とするからこのようなことは物理的には実現不可能であるが、観念的にはこのように考えることができる。

図13は上述によるスティックスリップ現象発生限界の計算結果を示し、計算定数は表3による。²¹⁾

4.5 ピストン速度の振動現象の発生限界

空気圧シリンダでピストン速度に振動現象を生ずるかどうかの限界は、式(59)左辺の値が正であるか負であるかによって定まる(前章3節参照)。この値が正であれば平衡点は安定結節点になるから速度振動は発生しない。従って式(59)の不等号を等号に置きかえて、

$$(S_1 k)^2 \left[\frac{\varphi(D_1)}{D_1} - \varphi'(D_1) \right]^2 - 4 k D_1 = 0 \quad (61)$$

式(61)の数値計算を行なうことにより速度振動現象の発生限界を求めることができる。

図14は上述の計算結果を示し、計算定数は表3による。

4.6 空気圧シリンダの挙動の特徴

メータイン回路におけるシリンダの挙動、特にピストンの動きに関するスティックスリップ現象および速度振動現象の発生限界は、本章4節、5節で求めた計算結果、図13、14から一般に表4に示すことが云える。又定量的な特性は、設計データを式(39)に従って無次元化し、図13、14上でそれぞれ発生限界から外れているか、或は発生領域に陥っているかを検討し、安定に動作できるか否かを知ることができる。その詳細は実用設計手法として別報²²⁾で述べることにする。なお表4はメータアウト回路の特徴と比較を行なう便宜を考慮して第5章に示す。

表3 計算定数

(a) 有次元量

項 目	(単 位)	数 値
供給圧力	(P_S) (kg/cm ²)	3.11
標準圧力	(P_A) (kg/cm ²)	1.033
シリンダ室の断面積	(a_1) (cm ²)	31.17
	(a_2) (cm ²)	28.03
ピストンの全行程	(l) (cm)	20.2
絞り部の有効断面積	(ω_1) (cm ²)	0.0063
	(ω_2) (cm ²)	0.0063
負荷質量 (駆動部とも)	(m) (kg sec ² /cm)	0.0118
重力加速度	(g) (cm/sec ²)	980.7
静摩擦	(f_S) (kg)	14.7(11.4)
動摩擦	(f_C) (kg)	11.2(7.43)
気体定数	(R) (cm/°K)	2927
供給空気の温度 (室温)	(T_S) (°K)	288

(注) 次報²¹⁾で述べるメータイン回路の実験条件例。(括弧内はメータアウト回路の場合。)

(b) 無次元量*

項 目	数 値
絞り部の有効断面積	
$S_1 = \frac{\sqrt{mg}}{\sqrt{a_1 P_S}} \sqrt{\frac{2RT_S}{l}} \frac{\omega_1}{a_1}$	0.02017
$S_2 = \frac{\sqrt{mg}}{\sqrt{a_2 P_A}} \sqrt{\frac{2RT_S}{l}} \frac{\omega_2}{a_2}$	0.03501
平衡点における圧力	
$D_1 = F_C + H = \frac{f_C + a_1 P_A}{a_1 P_S}$	0.4477
$D_2 = \frac{1 - F_C}{H} = \frac{a_1 P_S - \{f_C + P_A(a_1 - a_2)\}}{a_2 P_A}$	2.577
静摩擦	
$F_S = \frac{f_S + P_A(a_1 - a_2)}{a_1 P_S}$	0.1851(0.08418)
動摩擦	
$F_C = \frac{f_C + P_A(a_1 - a_2)}{a_1 P_S}$	0.1490(0.04322)
標準圧力	
$H = \frac{a_2 P_A}{a_1 P_S}$	0.2987(0.3694)
係数	
$G_1 = \frac{F_S + H}{D_1} = \frac{f_S + a_1 P_A}{f_C + a_1 P_A}$	1.081
$G_2 = \frac{1 - F_S}{D_2 H} = \frac{a_1 P_S - \{f_S + P_A(a_1 - a_2)\}}{a_1 P_S - \{f_C + P_A(a_1 - a_2)\}}$	0.9522

(注) 表3(a)による計算値。(括弧内はメータアウト回路の場合。)

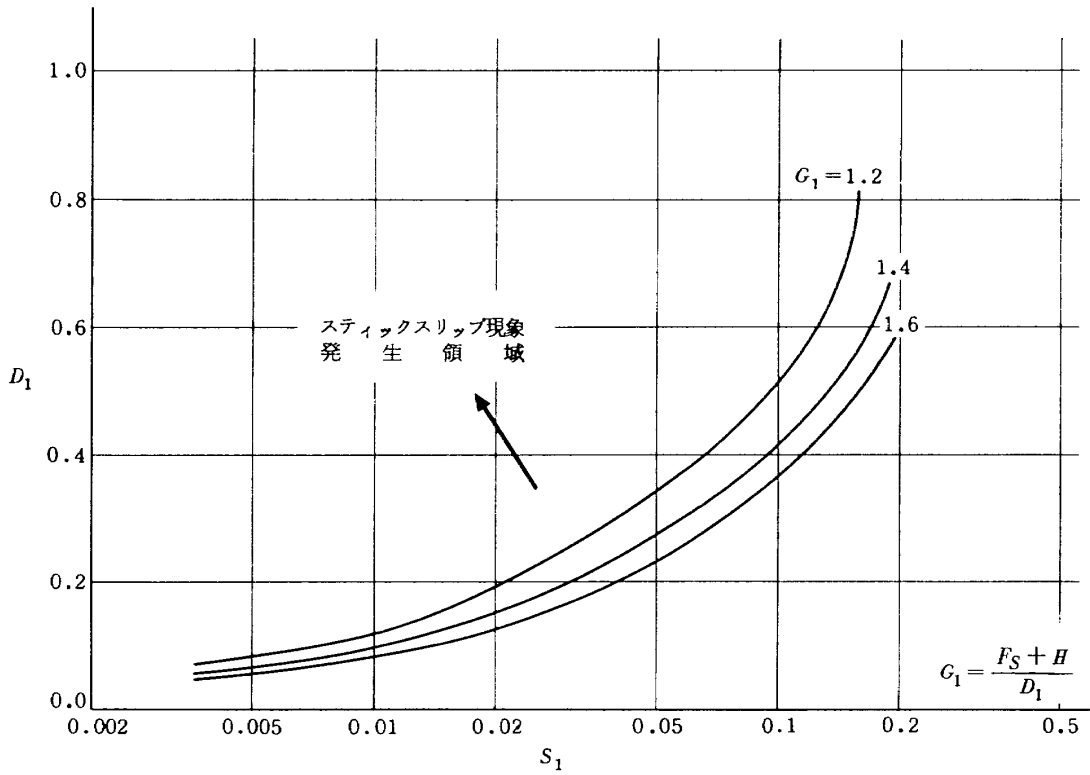


図 13 スティックスリップ現象の発生限界
(その1 入口側絞りの場合)

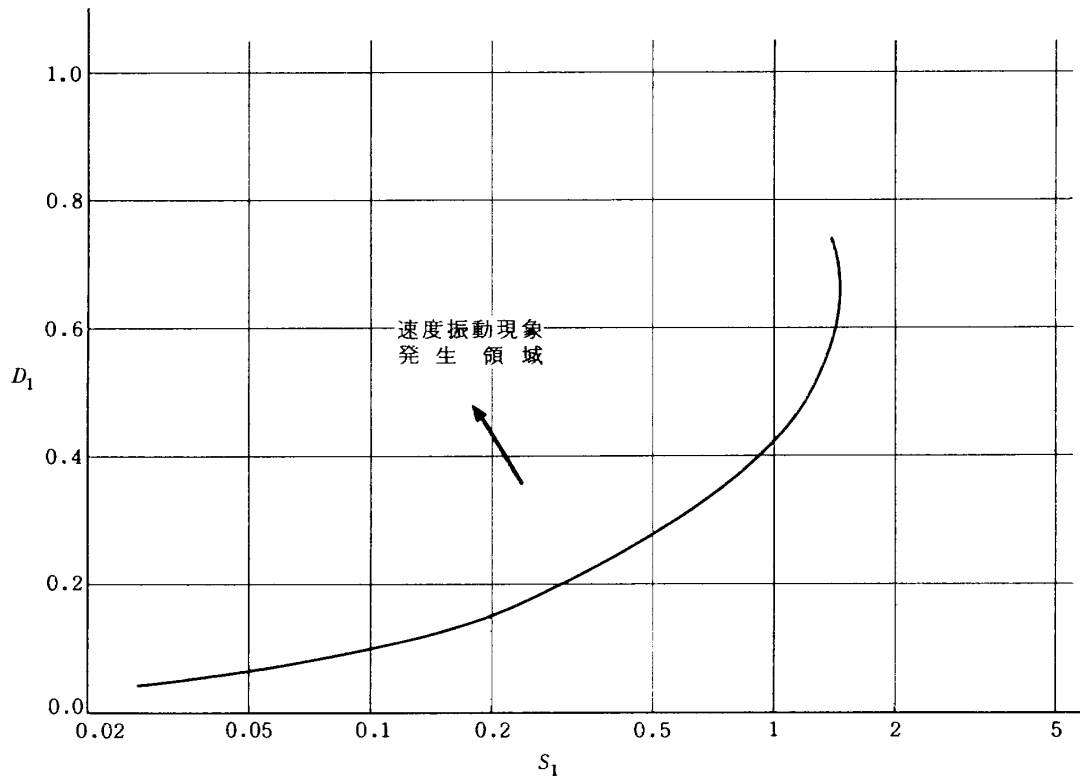


図 14 速度振動の発生限界
(その1 入口側絞りの場合)

5. 空気圧シリンダの特性解析 (その2 メータアウト回路の場合)

5.1 無次元化方程式の確立

メータアウト回路におけるシリンダの特性は、前章(メータイン回路)の場合と同じく無次元化基礎方程式の位相面解析により考察する。

無次元量は、式(39)に定めたピストンの変位 Y 、標準圧力 H 、力 F に加えて、有次元量であるピストンの変位速度 u 、出口側シリンダ室の圧力 p_2 、絞り部の有効断面積 α_2 および時間 t に関して以下のような無次元量を定める。

$$\left. \begin{aligned} U &= \frac{dY}{d\tau_2} \\ P_2 &= \frac{a_2 P_2}{a_2 P_A} \\ S_2 &= \sqrt{\frac{mg}{a_2 P_A}} \sqrt{\frac{2RT_S}{l}} \frac{\alpha_2}{a_2} \\ \tau_2 &= \frac{t}{\sqrt{\frac{mg}{a_2 P_A}} \sqrt{\frac{l}{g}}} \end{aligned} \right\} (62)$$

l はピストンの全行程、 a はシリンダ室の断面積である。

メータアウト回路におけるシリンダの挙動を支配する方程式は式(1)、(4)の各下式と式(23)の三個である。

以下においては前章で行なったと同様の手法、考察に従う。無次元化方程式は以下のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP_2}{d\tau_2} &= \frac{k}{1-Y} \left[P_2 U - S_2 \varphi \left(\frac{1}{P_2} \right) P_2 \right] \\ \frac{dU}{d\tau_2} &= \frac{1-F_C}{H} - P_2 \quad : U > 0 \end{aligned} \right\} (63)$$

ここでもシリンダの全行程 $L=l/l$ に対して特定位置を定め、この位置近傍ではピストンの動きが最もかんばしくないと予想される状態における運動だけに着目して考察を行なう。この特定位置を L_2 とすれば、式(63)は、

$$Y = 1 - L_2 \quad (64)$$

とにおいて、

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP_2}{d\tau_2} &= \frac{k}{L_2} \left[P_2 U - S_2 \varphi \left(\frac{1}{P_2} \right) P_2 \right] \\ \frac{dU}{d\tau_2} &= \frac{1-F_C}{H} - P_2 \quad : U > 0 \end{aligned} \right\} (65)$$

この時初期条件は $\tau_2=0$ として、

$$\left. \begin{aligned} P_2 &= \frac{1-F_S}{H} \\ U &= 0 \end{aligned} \right\} (66)$$

$F_{C,S}$ は動摩擦、静摩擦の各無次元量である。

又式(66)から τ_2 を消去すれば、

$$\frac{dP_2}{dU} = \frac{kH}{L_2} \frac{P_2 U - S_2 \varphi \left(\frac{1}{P_2} \right) P_2}{1-F_C - H P_2} \quad (67)$$

5.2 空気圧シリンダの特異点近傍における挙動

空気圧シリンダの挙動は一般に式(63)により規定されるから、位相面 $U \sim P_2$ 上における軌道の状況の検討と、特に平衡点 (U_g, P_{2g}) の性質の考察を行なう。ここに U_g, P_{2g} はそれぞれ平衡点における速度と圧力を与える。平衡点の定義からそこでは、

$$\left. \begin{aligned} \frac{dU}{d\tau_2} &= 0 \\ \frac{dP_2}{d\tau_2} &= 0 \end{aligned} \right\} (68)$$

従って、

$$\left. \begin{aligned} U_g &= S_2 \varphi \left(\frac{1}{P_{2g}} \right) \\ P_{2g} &= \frac{1-F_C}{H} \end{aligned} \right\} (69)$$

F_C, H はここでは F_C に依存して定まる特定値であるから(P_A =一定 および式(12))、この和を D_2 で表わして、

$$D_2 = \frac{1-F_C}{H} \quad (70)$$

式(65)に関する線形方程式と特性方程式を求めめるために前章におけると同様の手法に従う。 U, P_2 の U_g, P_{2g} からの微小変化を ξ, η とおけば、

$$\left. \begin{aligned} U &= U_g + \xi \\ P_2 &= P_{2g} + \eta \end{aligned} \right\} (71)$$

これより、 $\varphi'(\lambda) = d\varphi(\lambda)/d\tau_2$ として、

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\xi}{d\tau_2} &= -\eta \\ \frac{d\eta}{d\tau_2} &= \frac{k}{L_2} \left[\left(\frac{S_2}{P_{2g}} \varphi' \left(\frac{1}{P_{2g}} \right) \eta + P_{2g} \xi \right) \right] \end{aligned} \right\} (72)$$

式(72)のラプラス変換は定数項を $\xi(0), \eta(0)$ として、

$$\left. \begin{aligned} s \hat{\eta} - \eta(0) &= \frac{k}{L_2} \left[\left(\frac{S_2}{P_{2g}} \varphi' \left(\frac{1}{P_{2g}} \right) \hat{\eta} + P_{2g} \hat{\xi} \right) \right] \\ s \hat{\xi} - \xi(0) &= -\hat{\eta} \end{aligned} \right\} (73)$$

線形方程式(73)の特性方程式は、

$$s^2 + \frac{-k}{L_2} \frac{S_2}{P_{2g}} \varphi' \left(\frac{1}{P_{2g}} \right) s + \frac{k P_{2g}}{L_2} = 0 \quad (74)$$

特性方程式(74)左辺の各係数はこの系ではともに零又は零よりも大きいから、平衡点は安定結節点、安定渦状点又は渦心点の何れかになり、シリンダの挙動は少なくとも自動振動は発生しない(第3章3節参照)。従って、

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= -\frac{k}{L_2} \frac{S_2}{P_{2g}} \varphi' \left(\frac{1}{P_{2g}} \right) \\ &\geq 0 \\ \beta &= \frac{k_2 P_{2G}}{L_2} \\ &> 0 \end{aligned} \right\} (75)$$

5.3 スティックスリップ現象の発生限界

空気圧シリンダでスティックスリップ現象が発生するための要件は、系が有している平衡点が渦状点又は渦心点になる場合に限られており、しかもこの時ピストンの運動が式(65)に従って再び $U=0$ に戻るような状態で行わなければならない(図15)。このための条件は式(74)において、

$$\left(-\frac{k}{L_2} \right)^2 \left\{ \frac{S_2}{P_{2g}} \varphi' \left(\frac{1}{P_{2g}} \right) \right\}^2 < \frac{4kP_{2g}}{L_2} \quad (76)$$

で与えられる場合である。ここで前章4節と同様手法により式(76)を下式のように変形する。

$$(S_2 k)^2 \left\{ \frac{\varphi' \left(\frac{1}{D_2} \right)}{D_2} \right\}^2 - 4kD_2 < 0 \quad (77)$$

既述におけると同様の考察を行えば、ピストン全行程上の特定位置、

$$L_2 = 1 \quad (78)$$

すなわちシリンダ始端において、スティックスリップ現象が発生する可能性が大きいことが云えるから、以下ではこの位置に関して考察を行なう。

D_2 、 S_2 をそれぞれ変化させた場合に平衡点の移動傾

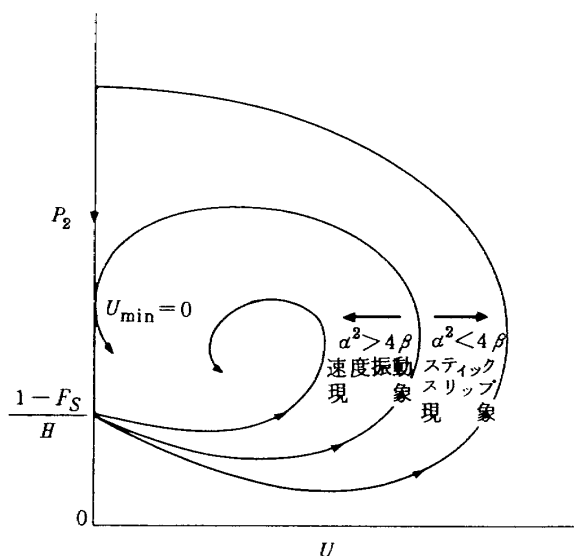


図15 $U \sim P_2$ 位相面上の軌道 (その2 出口側絞りの場合)

向を考察してみると図16のようになる。 D_2 を大きくした場合は前章4節と同様である。又 S_2 を小さくした場合も同様の傾向を示し、この場合は絞り部の有効断面積そのものを小さくすることに相当する。

ピストンがスティックスリップ現象が発生する限界は次のようにして求める。式(67)について、 D_2 および $G_2 = (1-F_S)/HD_2$ を予め定めておき、 S_2 を徐々に小さくしながら数値的にその解を求める。これにより平衡点が渦状点で与えられ、かつ U が再び零になる点を求める。スティックスリップ発生領域内におけるピストンの運動状況は、 $\tau_1=0$ において $P_2=(1-F_S)/H$ 、 $U=0$ を初期値とし、式(67)(すなわち式(65))に支配されて動作し、ある量を変位してから(スリップ期間)再び $U=0$ に戻る。これから P_2 は $dP_2/d\tau_2 = -kS_2\varphi(1/P_2)P_2/L_2$ に従って圧力が減少し、初期値に戻って(スティック期間)1回の現象が終了する。以後同様の現象が繰返される。

図17は上述によるスティックスリップ現象発生限界の計算結果を示す。計算定数は表3によった。

5.4 ピストン速度の振動現象の発生限界

空気圧シリンダでピストン速度に振動現象を生ずるかどうかの限界は、式(77)左辺の値が正であるか負であるかによって定まる。式(77)の不等号を等号に置きかえて、

$$(S_2 k)^2 \left\{ \frac{\varphi' \left(\frac{1}{D_2} \right)}{D_2} \right\}^2 - 4kD_2 = 0 \quad (79)$$

図18は式(79)の計算結果を示す。計算定数は表3によった。

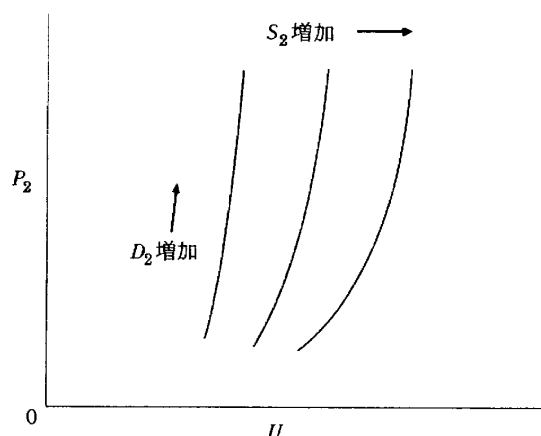


図16 $U \sim P_2$ 位相面上の平衡点の移動傾向 (その2 出口側絞りの場合)

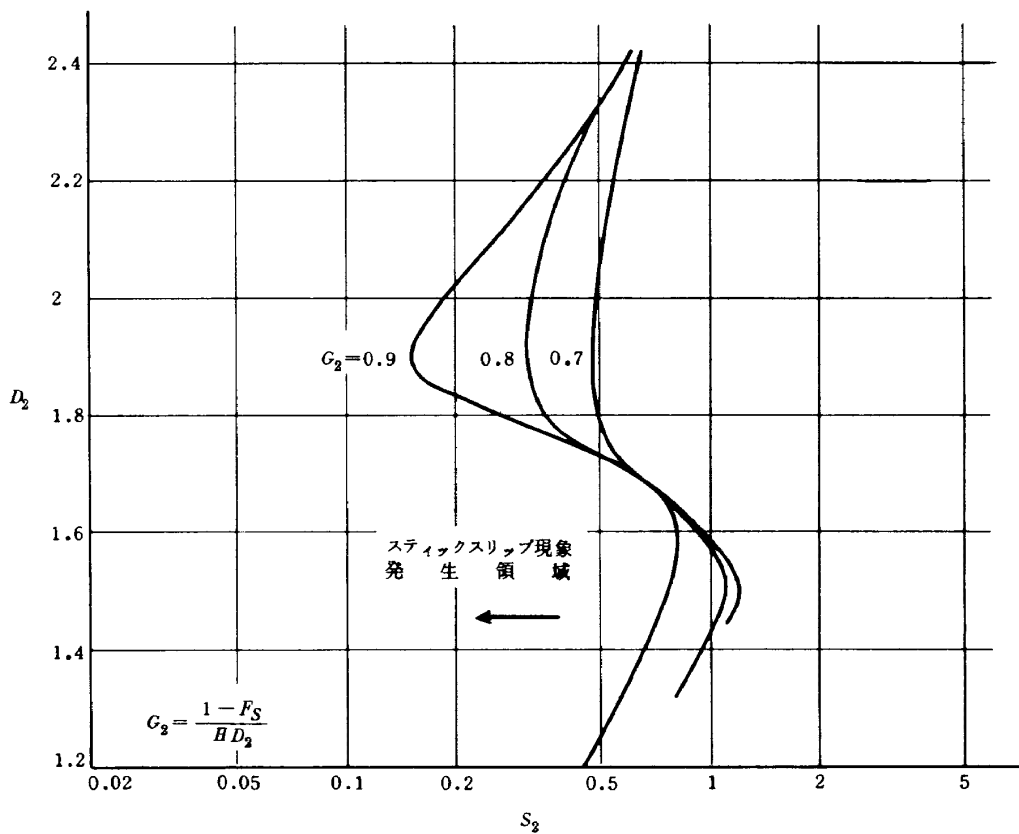


図 17 スティックスリップ現象の発生現象
(その2 出口側絞りの場合)

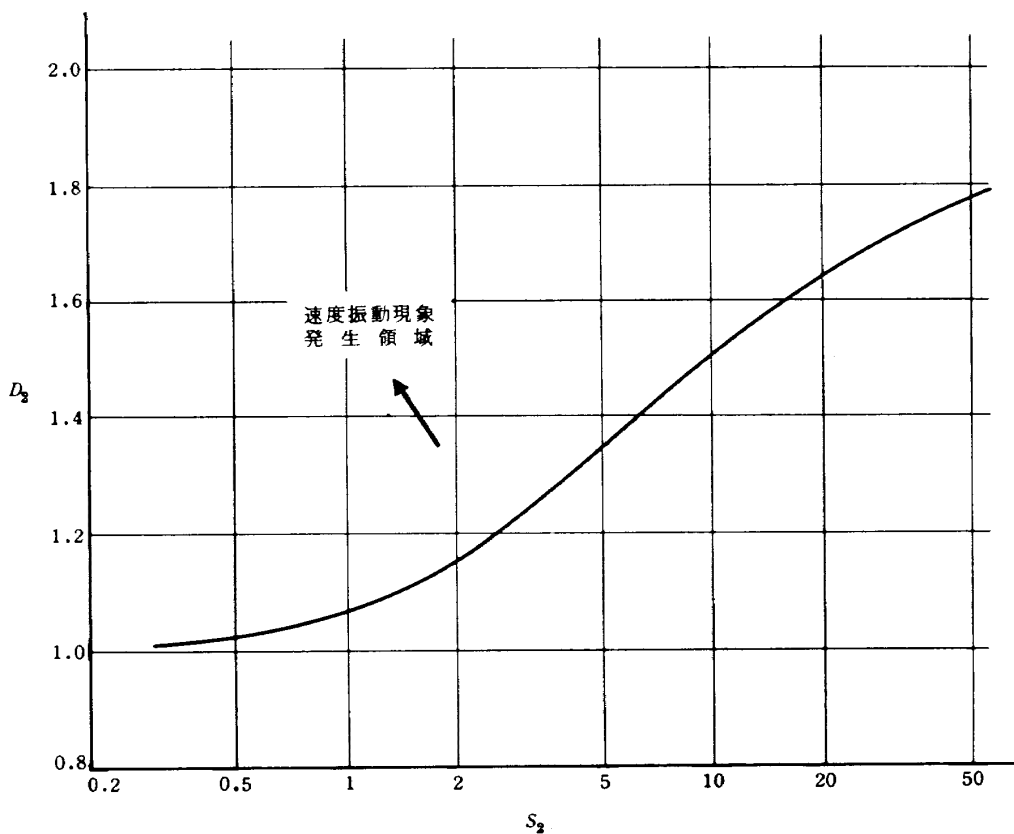


図 18 速度振動の発生限界
(その2 出口側絞りの場合)

表4 空気圧シリンダに及ぼす各パラメータの影響

〔スティックスリップ現象および速度振動現象の発生限界への影響〕

項目	変更傾向	メータイン回路	メータアウト回路
動作位置 (L_1)		1 (シリンダ終端)	1 (シリンダ始端)
各現象の発生限界への影響 〔変更パラメータ〕			
静摩擦, 動摩擦の差	大	大	大
負荷質量	小	大	大
絞り部有効断面積	小	大	大
動摩擦	大	大	小
供給圧力	小	大	小
同一条件における各現象の発生		出にくい	出易い
同一条件における各現象の値		小	大

5.5 空気圧シリンダの挙動の特徴の検討

メータアウト回路におけるシリンダの挙動, 特にピストンの動きに関するスティックスリップ現象および速度振動現象の発生限界は, 本章3節, 4節で求めた計算結果, 図17, 18から一般に表4に示すことが云える。又定量的な特性は, 設計データを式(39), (62)に従って無次元化し, 図17, 18上でそれぞれ発生限界から外れているか, 或は発生領域に陥っているかを検討すれば, シリンダが安定に動作できるか否かを知ることができる。その詳細や本章における解析手法の適用限界などについては, 前章6節で述べたと同様である。

表4からメータアウト回路の方がメータイン回路に比べてスティックスリップ現象などが出易いことになっており, これは従来云われてきたことと相反する(第2章4節, 5節参照)。その原因は単純化した摩擦特性に原因するものと考えられるが, これについても続報²²⁾で検討を行なう。

6. 結 言

本報告は, 工業的に最も応用分野が広い空気圧回路の一形態, 空気圧式直動形シリンダを採上げて, その特性解析に際して位相面解析手法による考え方を示し, かつ定量的にその挙動を規定する方法を確立したものである。空気圧回路は空気が有している特質, すなわち極度の圧縮性と非線形流量特性が原因し, 又摩擦の影響を大きく受けることなどから, 油圧回路などに比べると格段に理論解析, 設計計画手法の確立が大きく立遅れている分野

である。ここでは上記条件のもとに先づ一般的な基礎方程式を定め, 更に汎用性を増すために無次元化を行なってから位相面解析手法を適用した。これにより, 制約条件が少なく適用範囲が広いより一般的な立場のもとに, 摩擦の影響下における空気圧シリンダの挙動を明確にし, スティックスリップ現象とこれに加えて速度振動現象の発生限界を定量的に規定する手法を示すことができた。なお実際の設計計画に際してより一層厳密, かつ技術的に有用な基礎データを求めるには, 本報告における単純化した摩擦特性に代えて, より一般的な実存特性によるものの計算結果を求め, これを更に実験結果と対比, 評価する必要が残っている。

終りに平素御指導を賜わっている東京工業大学教授竹中俊夫, 浦田暎三両氏に厚く感謝の意を表する。

文 献

- 1) 牧野: 機械の研究 10 p.487 (昭33)
- 2) 窪田, 外: 機械試験所報告 14 p.130 (昭35)
- 3) Singh: *Trans. ASME* 82B p.393 (1960)
- 4) Shen: *Trans. IRE AC-7* p.22 (1962)
- 5) 亘理, 杉本: 機械学会論文集 29 p.769 (昭38)
- 6) 花房, 外: 制御工学 7 p.133 (昭38)
- 7) 松崎, 橋本: 機械学会論文集 28 p.1394 (昭37)
- 8) 松崎: 機械学会論文集 29 p.1615 (昭38)
- 9) 松崎: 機械学会論文集 31 p.932 (昭40)
- 10) 松崎: 潤滑 12 p.1 (昭42)
- 11) Shearer: *Trans. ASME* 78 p.232, 243 (1956)

- 12) 中島：第 2 期日刊工業マシーンエンジニアスクール p.26 (昭36)
- 13) Fawcett : *Hydr. Pneum. Pow.* 13 p.132 (1960)
- 14) 竹中, 浦田：油圧工学 p.52, 57 養賢堂(昭45)
- 15) 井上, 外編：理化学辞典 p.1302 岩波書店(昭28)
- 16) 計測自制学会編：自動制御便覧 p.234, 303 コロナ社(昭43)
- 17) Minorsky : *Introduction to Non-Linear Mecha-*
nics p.20 Edwards (1947)
- 18) 桑原：制御工学 3 p.223, 334 (昭34)
- 19) ポントリャギン(千葉訳)：常微分方程式 p.100,
111 共立出版(昭40)
- 20) 文献16)：p.238
- 21) 池谷：航技研研究報告(印刷中)
- 22) 池谷(印刷中)

航空宇宙技術研究所報告426号

昭和50年9月発行

発行所 航空宇宙技術研究所

東京都調布市深大寺町1880

電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182

印刷所 株式会社 共 進

東京都杉並区久我山4-1-7(羽田ビル)
