

UDC 529.1:
529.7:
521.6

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-430

衛星運動のシミュレーションシステムにおける
世界時の予測

松島 弘一

1975年10月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

衛星運動のシミュレーションシステムにおける 世界時の予測*

松島 弘一**

On the Prediction of Universal Time in a Simulation
of Satellite Motion.

by Koichi MATSUSHIMA

ABSTRACT

It is always necessary, in the analysis of satellite motion, to transform the geoequatorial coordinate system of true date to the Earth-fixed system and, without accurate values of AT-UT1, the transformation cannot be made precisely.

AT-UT1, which depend upon the irregular rotation of the Earth, can be obtained only by observation, and prediction of AT-UT1 is very difficult because of the irregularity of the Earth's rotation due to unclarified causes.

Recently, Luo Shi-Fang et al. made an analysis of the periodicity of the irregular rotation of the Earth and found 12 periodic terms ranging from 9 years to 180 years. The combinations of these terms are in good agreement with the observed data.

A prediction of AT-UT1 for the next coming ten years was made based on the theory of Luo Shi-Fang et al., taking seasonal change of the rotation into account.

Time measurement systems and precession and nutation of the Earth's axis of rotation is described in detail in the appendices.

1. まえがき

衛星運動を記述する力学系は慣性座標系において成立する。慣性座標系に関する厳密な議論は別として、衛星運動の解析では、普通あるエポックにおける平均赤道面と平均春分点を指定し、これを基準として、恒星に対して並進運動をする座標系が選ばれる。しかし重力ボテンシャルや大気密度モデルなどは、一般に地球固定座標系に準拠して与えられているし、実際の観測も地表に固定した観測地点で行われる。したがって慣性座標系と地球固定座標系との変換が常時、必要になる。この変換に必要な量のうち、地球の真の自転角度に対応するものは視恒星時であるが、これは(2-11)式に示されたように

$$\text{視恒星時} = \text{平均恒星時} + \text{赤経の章動}$$

という関係式から求まる。ところで平均恒星時は地球の自転を反映した時系であるため、それを正確に求めるには、地球自転速度の変動に関する情報が必要である。この自転速度の変動に関するデータは AT-UT1 (原子時 - 世界時) で表わされるが、これは実は観測によってはじめて決まるものである。しかし将来の衛星運動の精密なシミュレーションを行うためには、この AT-UT1 に関する予測値が必要である。

ところで地球の自転の変動に関しては、地球潮汐、偏西風の変化、地球内部のマントルの不規則運動など、考えうる種々の原因と結びつけて、そのメカニズムの解明が試みられているが、まだそれは初期の段階にあり、したがって地球自転変動の予測といった問題はほとんど考えられていない。

最近、中国、上海天文台の羅 (Luo) その他によって、

* 昭和50年7月15日 受付

** 計測部

1820 年から 1970 年までの 150 年間の地球自転変動のデータに対する、詳しい周期分析が行われた¹⁾。そこでこの分析結果を基にして、更に自転速度変動のうち、その様子がかなりはっきりしている年周、半年周の季節的変動を考慮して約 10 年先までの $AT - UT_1$ の予測を試みた。その正否は時間が経つみないとわからないが、10 年程度の予測であればかなり期待がもてるよう思える。

また過去の $AT - UT_1$ の値については、予測に用いた計算式による計算値と観測データの差を、最小二乗法を用いて 2 次式で近似し、補正した。その結果、1962.0 から 1975.0 における $AT - UT_1$ は、観測値との差が 1 m sec 程度の誤差で求めることができる。

なお衛星運動の解析に必要な座標系の変換および各種の時系列を付録の部分で論じた。特に時系列については、実際に用いるのに十分なように、可能な限り詳しく検討してある。

2. 地球自転速度変化の周期解析

1820 年から 1970 年までの 150 年間にわたる地球自転速度のデータを基にして、その変動の周期解析が、上海天文台の羅その他によって行われた¹⁾。それによると 1820 ~ 1970 年間における地球自転速度の変化率 $P(t)$ は 12 の周期項によって、次のように表わされる。

$$P(t) = C_0 + C_1 t + \sum_{R=0}^{\ell} A_R \cos(\omega_R t - \theta_R) \quad (1)$$

ここで t は 1820 年から起算した時間経過を年(ベッセル年)を単位として測る。 C_0 , C_1 , A_R , ω_R , θ_R の各値

は表 1 に与えられている。

(1)式によって求めた自転速度の変化率と観測データによるそれとの比較は図 1 に示したが、その変動の様子は非常によく一致している。しかも 1971 年以後の観測データに対しても、 $P(t)$ はよく追隨している。そこで(1)式を基にして、地球自転速度の変動、すなわち原子時 - 世界時($AT - UT_1$)の予測を考えてみる。

地球自転速度の変動のうちで、周期が 1 年および半年のものは季節的変化と呼ばれ、その変化量がかなり正確にわかっている。世界時の補正に用いられている。その量 ΔS は付録(2-14)式で与えられるが、次のようなものである。

$$\begin{aligned} \Delta S = & S_1 \sin 2\pi t + S_2 \cos 2\pi t \\ & + S_3 \sin 4\pi t + S_4 \cos 4\pi t \end{aligned} \quad (2)$$

$S_1 \sim S_4$ に相当する値は(2-14)式で与えられており、これは現在 UT_2 を求める際に用いられるものであるが、最近のデータに必ずしもよく適合していない。そこでここでは次の値を用いる。(これは東京天文台の岡崎清市氏より提供していただいたものである。)

$$\begin{aligned} S_1 &= 0.0198 \\ S_2 &= -0.0083 \\ S_3 &= -0.0067 \\ S_4 &= 0.0053 \end{aligned}$$

(2)式における t は、(1)式と同様ベッセル年を単位として測る。(2)式を微分すると

$$\frac{1}{B_y} \frac{d\Delta S}{dt} = \frac{2\pi}{B_y} \left\{ S_1 \cos 2\pi t - S_2 \sin 2\pi t + 2S_3 \cos 4\pi t - 2S_4 \sin 4\pi t \right\} \quad (3)$$

表 1 (1) 式の定数

R	ω_R (ラジアン)	T_R (ベッセル年)	$A_R (\times 10^{-5})$	θ_R (度)
0	0.03516	178.698	35.8	184.7
1	0.07032	89.348	80.3	6.4
2	0.1055	59.555	123.9	161.4
3	0.1396	45.0	30.4	282.9
4	0.1821	34.503	21.5	211.4
5	0.21096	29.783	52.1	31.5
6	0.28128	22.337	43.4	270.4
7	0.31644	19.855	18.9	150.7
8	0.3378	18.6	52.1	141.9
9	0.51712	12.15	14.1	262.0
10	0.56256	11.169	16.2	37.2
11	0.68293	9.2	18.4	17.2

$$C_0 = -84.8762 \times 10^{-5}, \quad C_1 = 1.9687 \times 10^{-5}$$

IRREGULAR ROTATION OF THE EARTH (FROM 1921.0 TO 2000.0)

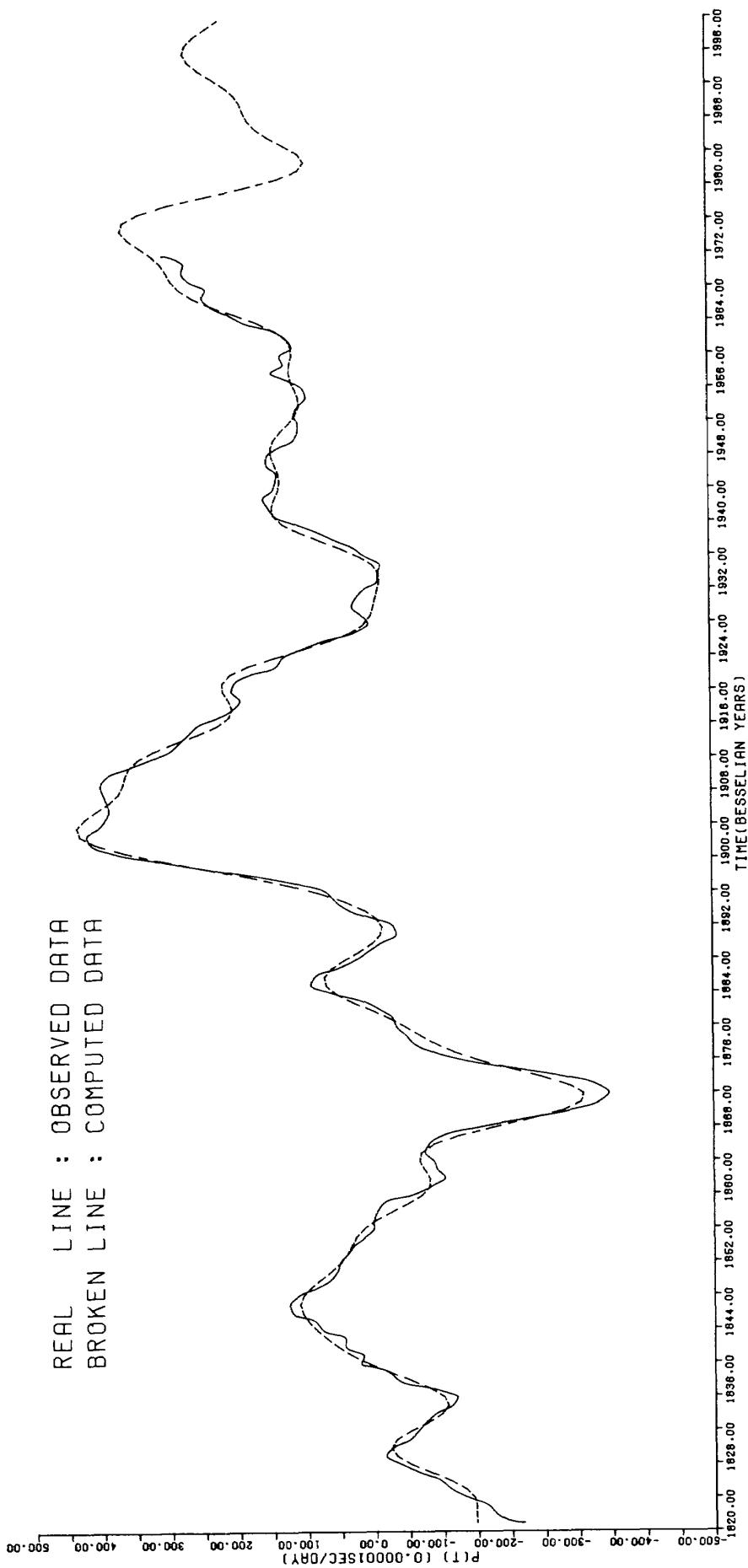


図 1 地球自転速度の変動

ここで B_y はベッセル年の長さで、近似的に

$$B_y = 365^d 2422$$

となる。 d は暦表日を表わす。

ここで

$$P_n(t) = P(t) + \frac{1}{B_y} \frac{d\Delta s}{dt} \quad (4)$$

とおくと、これは季節的変化の微係数を含んでいるので、実際のデータにより近くなるはずである。図 2 に 1962～1973 年における観測データと(4)式の比較を示した。観測値としては BIH の 5 日ごとの $UT1 - AT$ のデータを用いて、微係数を求めたものである。また $P_n(t)$ の単位は(1)と同じく s/d である。

次に $P(t)$ を積分したものについて考えてみると、これは地球の自転の変動の結果である。 $ET - UT$ あるいは $AT - UT1$ に対応している。(1)式を積分した値と $ET - UT$ のデータ^{27,30)} の比較を図 3 に示した。このように(1)式を基にした計算値は、図 1 の場合と同様、データによく追随している。そこで季節的変動を含んだ(4)式を積分して、約 10 年程度先までの、 $AT - UT1$ の予測を試みた。

(4)式を任意の時刻 t_1 から t_2 まで積分して

$$AT - UT1 = C_n + B_y \left[C_0 t + \frac{1}{2} C_1 t^2 + \sum_{R=0}^L \left(\frac{A_R}{\omega_R} \right) \sin(\omega_R t - \theta_R) \right]_{t_1}^{t_2} + [\Delta S]_{t=t_2} \quad (5)$$

ここで 1962～1985 年にわたる $AT - UT1$ を(5)式によって計算して図 4 に示した。同時に示された実際のデータは $TAI - UT1$ である。ここで C_n は $t=t_1$ における $AT - UT1$ の値である。

3. $AT - UT1$ の計算

ここで(5)式を基にして $AT - UT1$ を実際に求めてみる。期間としては、衛星運動の解析で利用が予想される、1962 年以降、今後 10 年先に当る 1985 年までを選んだ。この期間はさらに、1962.0 から 1975.0 までと 1975.0 から 1985.0 までの 2 つに分けて考えていく。

3.1 1962.0 から 1975.0 における $AT - UT1$

この期間の $AT - UT1$ については、BIH より 5 日ごとのスムーズされた観測値が発表されている。したがって発表されたデータを基にして、この期間の任意の時刻における $AT - UT1$ の値は補間によって求めることもできるが、ここでは(5)式を中心として計算によって求めてみた。

図 4 からわかるように、計算値と観測値の差は少しづつ大きくなり、1975 年の初頭においては 0.9 sec 程度

に達する。そこで予測のことも考えて次のようにしてその補正を行った。

i) 計算値と観測値の値が 1975 年初頭において一致するように、(5)式における C_n の値を選ぶ。

ii) 1962.0 ～ 1975.0 の期間を 0.5 年づつの 26 の区間に分け、各区間ににおける観測値と計算値の差を、最小二乗法を用いて、2 次式で近似した。すなわちその差 $A(AT - UT1)$ は次式で与えられる。

$$A_i(AT - UT1) = A_{0i} + A_{1i}(T - T_{0i}) + A_{2i}(T - T_{0i})^2 \quad (i=1 \sim 26) \quad (6)$$

ここで A_{0i} , A_{1i} , A_{2i} , T_{0i} の各値は表 2 に示した。

iii) (5), (6) 式を用いて、1962.0 ～ 1975.0 における $AT - UT1$ の値は次のようにして求める。

$$[AT - UT1]_i = [AT - UT1]_0 + \Delta S + A_i(AT - UT1) \quad (7)$$

ここで

$$[AT - UT1]_0 = C_n + B_y \left[C_0 t + \frac{1}{2} C_1 t^2 + \sum_{R=0}^L \left(\frac{A_R}{\omega_R} \right) \sin(\omega_R t - \theta_R) \right]_{t_1}^{t_2}$$

であるが、i) から

$$C_n = 0.88753 \text{ (sec)}$$

となる。

以上のようにして求めた $AT - UT1$ の計算値を図 5 に破線で示した。観測値は実線で示してあるが、その差は非常に小さく、図の上ではまったく一致している。実際、観測値と計算値の差は最大 3 msec 程度となっている。

3.2 1975.0 ～ 1985.0 における $AT - UT1$

この期間における $AT - UT1$ の値は予測値を求めることがある。そこで(5)式から求まった $AT - UT1$ の値をもって予測値とした。図 2 からわかるように、最近約 13 年間の $AT - UT1$ の変動の微係数を見ると、非常によく類似しているものの、その差は少しあり、その影響が図 4 に表されている。このような短期間をとってみれば、(1)式や(5)式の定数を少し変えることによって、観測値にもっと合うようにすることができるが、将来の予測値を求めるという観点からは、その計算式によって求められた値が、過去のデータともできるだけ長期間にわたって合うことが望ましい。そこで C_0 , C_1 , A_R , ω_R , θ_R の各値は参考文献(1)の値をそのまま用いた。 C_n の値は前節に述べたように 1975.0 において、観測値と計算値が合うように設定された。結果は図 5 に破線で示した。

4. 座標変換における $AT - UT$ の誤差の影響

衛星運動を解析するための座標変換において、 $AT - UT$ の誤差が与える影響について検討してみる。例えば、1950.0 *mean* の基準座標系から、地球固定座標系までの変換を考えてみると、そのプロセスは次のようになる。

- i) 1950.0 *mean* の座標系 (r_{1950}) から *Mean of date* の座標系 (r_{mean}) への変換。
- ii) *Mean of date* の座標系から *True of date* (r_{true}) の座標系への変換。
- iii) *True of date* の座標系から地球固定座標系 (r_{terr}) への変換

数式によって記述すると(付録1を参照)

$$\left. \begin{array}{l} i) r_{mean} = H r_{1950} \\ ii) r_{true} = N r_{mean} \\ iii) r_{terr} = M r_{true} \end{array} \right\} \quad (8)$$

となる。ここでマトリックス M は

$$M = \begin{pmatrix} \cos \xi, \sin \xi, 0 \\ -\sin \xi, \cos \xi, 0 \\ 0, 0, 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

となる。 ξ はグリニッジ視恒星時 (*GAST*) である。付録2から、*GMST* は次の式から求められる。

$$\left. \begin{array}{l} GAST = GMST + \Delta \alpha \\ GMST = 279^\circ 691 + 360^\circ 9856 D' \\ \quad + 2^\circ 902 \times 10^{-13} D'^2 - 4^\circ 178 \times 10^{-3} \end{array} \right\} \quad (10)$$

($AT - UT$)

ここで $\Delta \alpha$ は赤経の章動、 $D' = MJAD - 15019.5$ である。上の式からわかるように、 $AT - UT$ の誤差はそのまま *GAST* の誤差として現れる。いま $\Delta GAST$ 、 $\Delta (AT - UT)$ 1) をそれぞれ *GAST*、 $AT - UT$ の誤差とすると

表2 (6) 式の定数

i	期間(ベッセル年)	T_{0i}	A_{0i}	A_{1i}	A_{2i}
1	1962.00 ~ 1962.50	1962.00	0.9215823E+00	0.6969027E-02	0.3150258E-01
2	1962.50 ~ 1963.00	1962.50	0.9296236E+00	-0.2686999E-01	0.7125146E-01
3	1963.00 ~ 1963.50	1963.00	0.9327631E+00	-0.1504284E+00	0.2711748E+00
4	1963.50 ~ 1964.00	1963.50	0.9198011E+00	-0.1323248E-01	0.1687656E+00
5	1964.00 ~ 1964.50	1964.00	0.9553621E+00	0.8309959E-01	-0.7095797E-02
6	1964.50 ~ 1965.00	1964.50	0.9932452E+00	-0.2786188E-02	0.5849237E-01
7	1965.00 ~ 1965.50	1965.00	0.1003352E+01	0.7794895E-02	0.7710089E-01
8	1965.50 ~ 1966.00	1965.50	0.1025273E+01	0.4832484E-01	-0.4789461E-01
9	1966.00 ~ 1966.50	1966.00	0.1034811E+01	-0.2724122E-01	0.6980124E-01
10	1966.50 ~ 1967.00	1966.50	0.1031335E+01	0.5290993E-01	-0.1166649E+00
11	1967.00 ~ 1967.50	1967.00	0.1024178E+01	-0.1095518E+00	0.5377123E-01
12	1967.50 ~ 1968.00	1967.50	0.9795189E+00	-0.1564305E+00	0.2325100E-01
13	1968.00 ~ 1968.50	1968.00	0.9076686E+00	-0.1384725E+00	0.3654949E-02
14	1968.50 ~ 1969.00	1968.50	0.8383066E+00	-0.4561914E-01	-0.1437253E+00
15	1969.00 ~ 1969.50	1969.00	0.7775268E+00	-0.1296536E+00	0.1155913E+00
16	1969.50 ~ 1970.00	1969.50	0.7361812E+00	-0.8744938E-01	-0.1231630E-01
17	1970.00 ~ 1970.50	1970.00	0.6879628E+00	-0.3042661E-01	-0.5851636E-01
18	1970.50 ~ 1971.00	1970.50	0.6569145E+00	-0.1729780E+00	0.6197567E-01
19	1971.00 ~ 1971.50	1971.00	0.5834954E+00	-0.2560108E+00	0.3006232E+00
20	1971.50 ~ 1972.00	1971.50	0.5244302E+00	-0.9687868E-03	-0.3583874E-01
21	1972.00 ~ 1972.50	1972.00	0.5086300E+00	-0.3446459E-01	0.6254342E-01
22	1972.50 ~ 1973.00	1972.50	0.5060298E+00	-0.3240654E-01	-0.1043395E+00
23	1973.00 ~ 1973.50	1973.00	0.4643083E+00	-0.8408451E-01	-0.7079953E-02
24	1973.50 ~ 1974.00	1973.50	0.4163648E+00	-0.1090906E+00	-0.1490347E+00
25	1974.00 ~ 1974.50	1974.00	0.3207406E+00	-0.3698359E+00	0.1545480E+00
26	1974.50 ~ 1975.00	1974.50	0.1682408E+00	-0.3157019E+00	-0.2363487E-01

IRREGULAR ROTATION OF THE EARTH
 (FROM 1962 TO 1980)

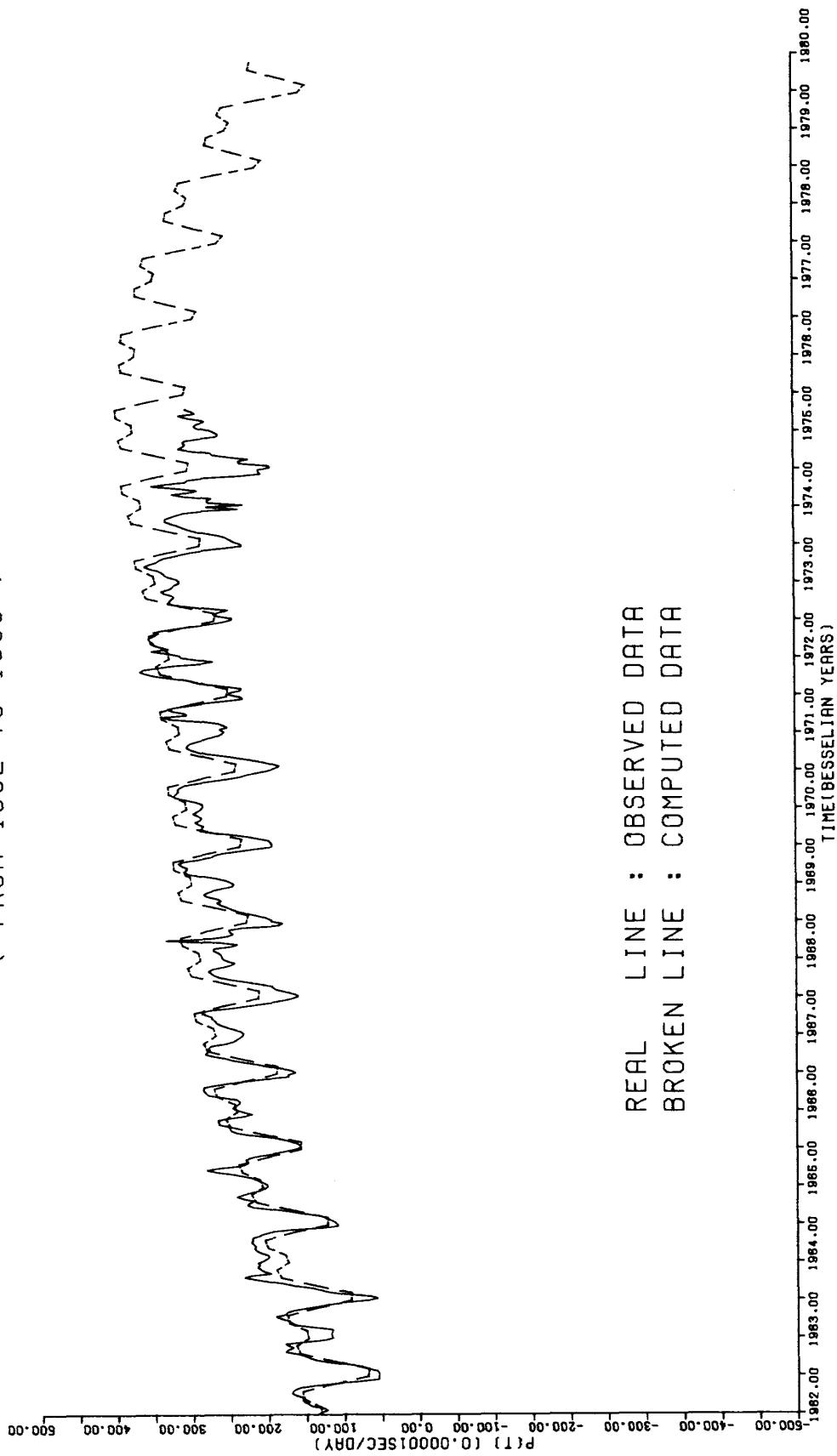
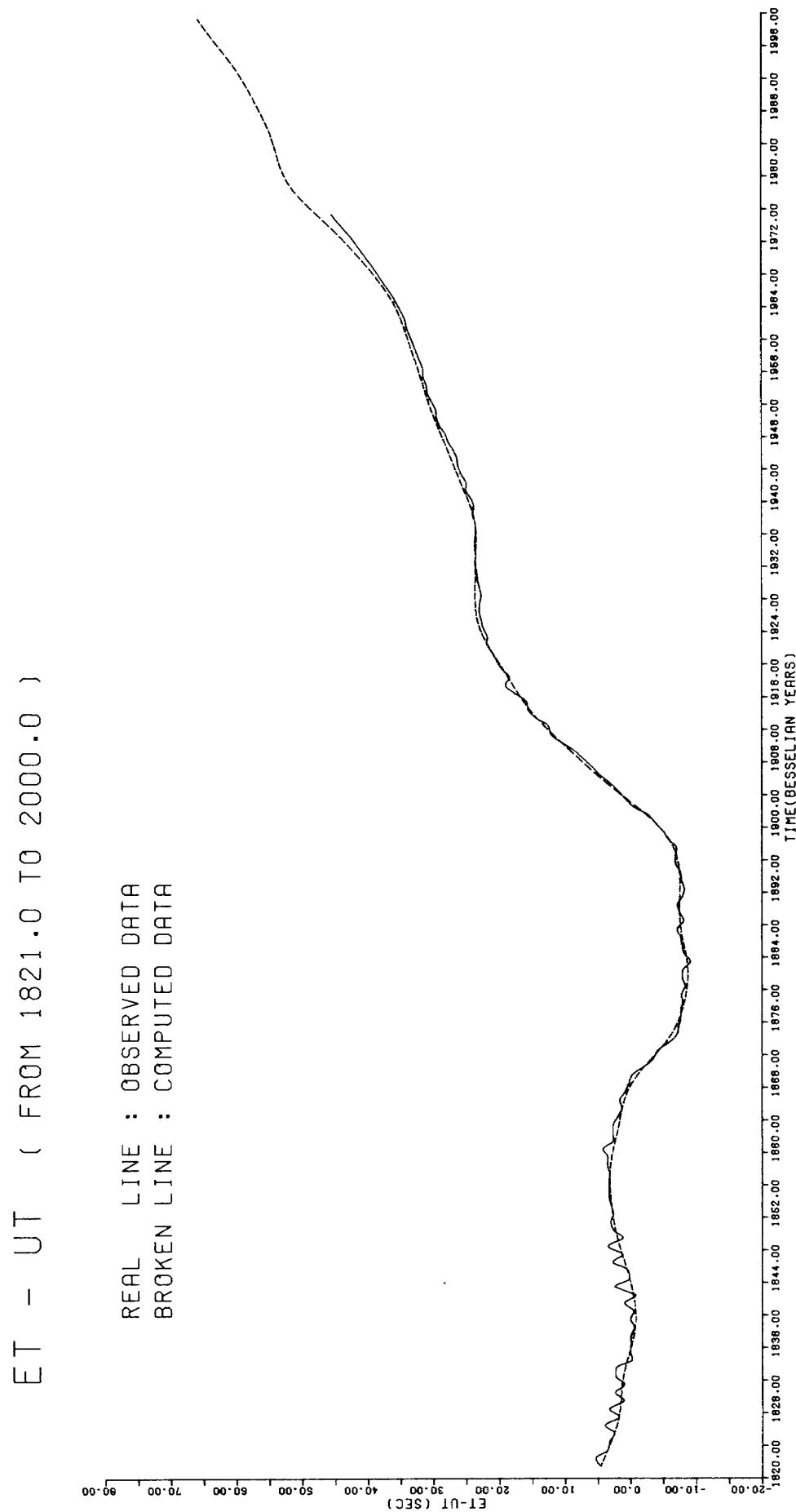


図 2 季節的変動を含む地球自転速度の変動

図 3 $E\ T - U\ T$ の変化

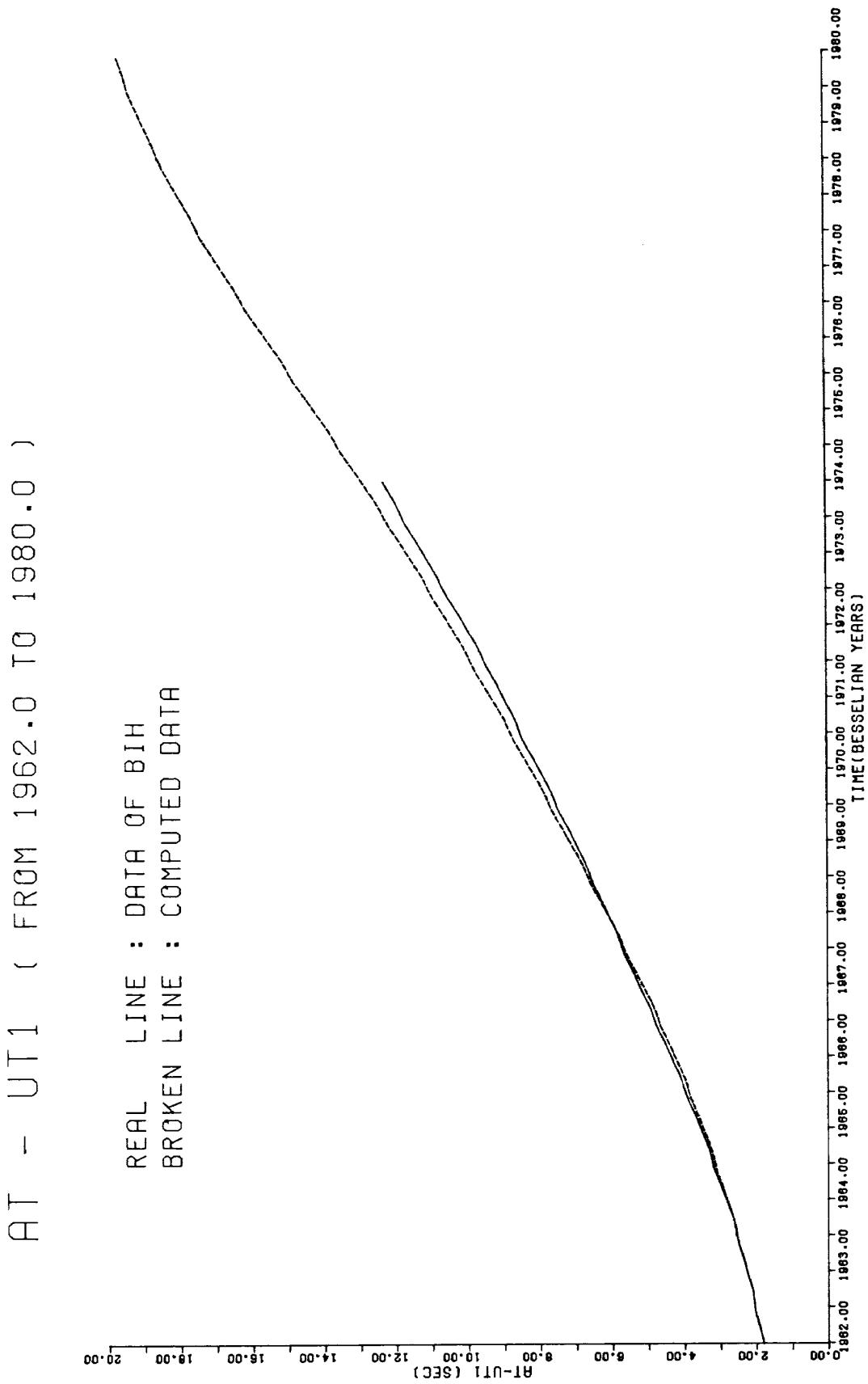
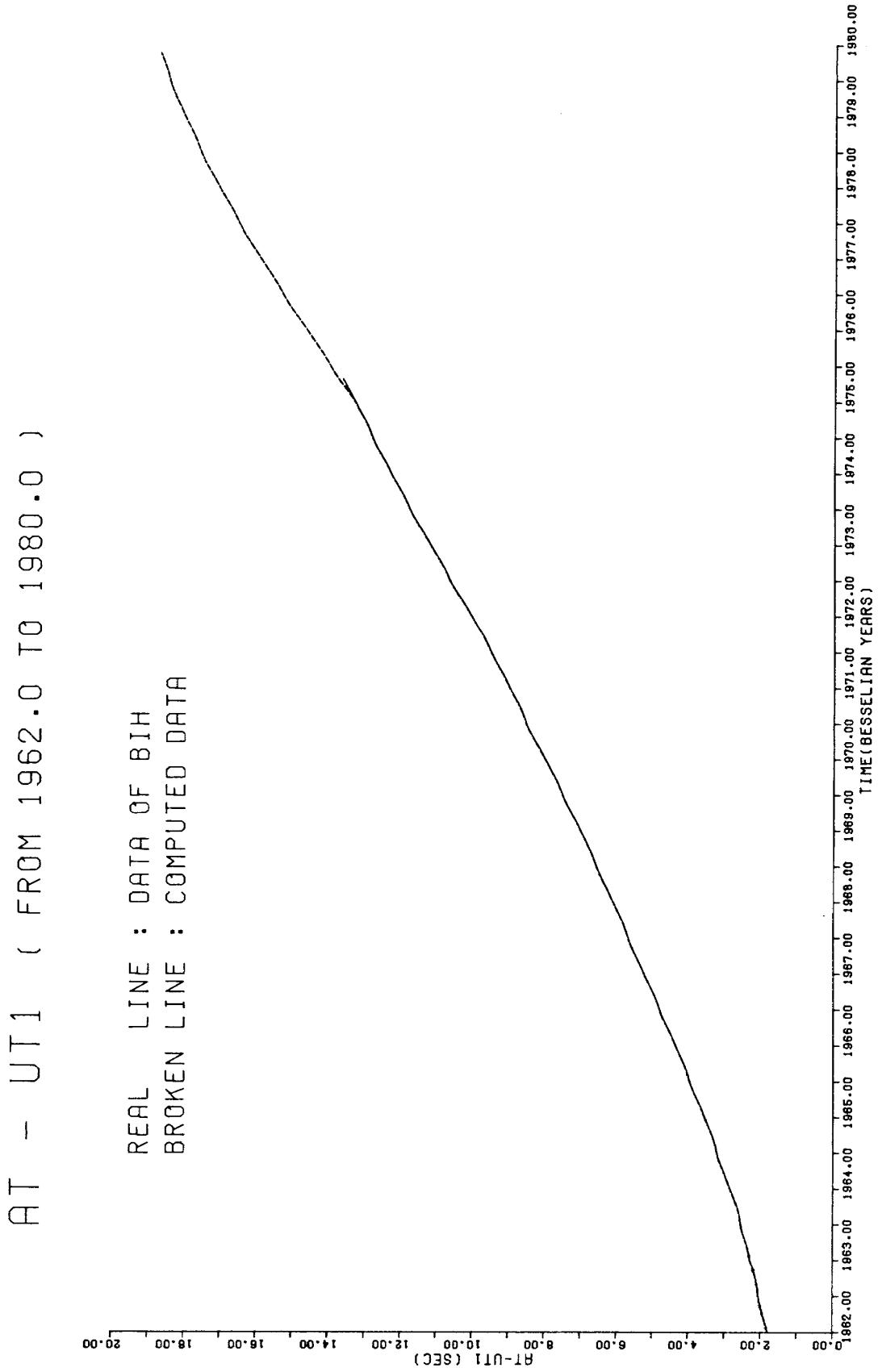


図 4 AT - UT1

図 5 $AT - UT1$ の計算値と観測値

$$\begin{aligned}
 \Delta GAST &= \Delta \xi \\
 &= 4^\circ \cdot 178 \times 10^{-3} \Delta (AT - UT1) \\
 &= 7.292 \times 10^{-5} \Delta (AT - UT1)
 \end{aligned}
 \quad (11)$$

となる。 $\Delta (AT - UT1)$ の単位は時間の秒で、また $\Delta \alpha$ の誤差は考慮していない。したがって III) の変換において、地球の自転軸にほぼ平行な Z 軸方向への影響は無視し、 $r_{true}(x, y, z)$ から $r_{terr}(x', y', z')$ への変換における誤差を $\Delta x, \Delta y$ とすると

$$\begin{aligned}
 \Delta x &\doteq y' \Delta \xi \\
 \Delta y &\doteq x' \Delta \xi
 \end{aligned}
 \quad (12)$$

となる。具体的な例でみると、 $AT - UT1$ に 1 秒の誤差があった場合、(11), (12) 式から $\Delta x, \Delta y$ の誤差はそれぞれ $7.292 \times 10^{-5} y'$, $7.292 \times 10^{-5} x'$ となる。したがって高度約 35780 km (地心からの距離は 42160 km) の静止衛星では位置に関する最大誤差が約 3.07 km となり、高度 1000 km の衛星でも 0.54 km 程度になる。3.1 に示した 1962.0 ~ 1975.0 における $AT - UT1$ の計算の誤差は最大 3 msec 程度であるので、この値を用いて座標変換を行った場合に生じる誤差は、静止衛星で約 9.2 m, 高度 1000 km の衛星で約 1.4 m となり、かなり小さなものである。

5. 考 察

前節に示したように、1962.0 ~ 1975.0 における $AT - UT1$ の計算値の誤差が座標変換に与える影響はあまり大きくないが、更に精度を上げるためにには、1 つの 2 次式で補正する区間を 0.5 年より短かくすることによってできる。

一方、1975.0 以後の $AT - UT1$ の計算は、すなわち地球自転速度の変動の予測を行うことになるわけであるが、そのメカニズムがまだ明確になっていない現在、それを正確に行うこととは不可能であろう。実際、原子時計を基にした地球自転速度の観測が始まったのが 1955 年頃であるから、その期間はやっと 20 年たらずであり、過去の天体観測の資料を用いることによって、数世紀ほどその歴史をたどることができたとしても、地球自転の変遷を正確に記述するという点では非常に難しい。

(1) 式は主として参考文献 2 の年平均の $ET - UT$ のデータを基にして、1820 年以後 150 年間の地球自転の変動に合うよう 12 の周期項と長年項からなっている。図 1 に示したように、(1) 式の値は非常によく過去の値を追跡している。一方、図 3 は(1) 式を積分した値と $ET - UT$ のデータを比較したものであるが、この場合もよく一致しているが 1970 年以後、その差が少しづつ大きくなっている。

ている。これは地球の自転が 1960 年頃からほぼ一定の割合で遅くなっていたが、最近その傾向が弱まり、図 3 にも見られるように $AT - UT1$ の増加率が小さくなる様相を示しており、特に 1974 年に起った大きな変化は著しいが、このような現象に対応しているように見える。図 1 に示したように、(1) 式も同じような傾向を示しているので、位相的な遅れが少し大きく現れてきたと見ることもできる。1974 年に起った自転の急激な変化が何に起因するのかまだはっきりしていないが、地球内部の変化や異常気象などに起因する、まったく突発的な現象であるとすると、その予想は非常に困難である。

以上のように $AT - UT1$ の予測を行うということに関して困難が多いが、ここでは一つの試みとして、季節的変動を加えた(5)式によって、 $AT - UT1$ の予測値を求めてみた。この予測がどの程度正しいかは時間が経過してみないとわからないが、(5)式が過去のデータをかなり忠実に記述できることから、10 年程度先までの予測であれば、かなり期待してよいと考えられる。

結 論

地球の自転角度の不規則な変動に対応する $AT - UT1$ の値は観測によって決まるもので、変動の原因が十分に解明されていない現在、その長期の予測はほとんど行われていないが、しかし将来の衛星運動の高精度なシミュレーションには必要なものである。そこで罗、その他¹⁾による理論を基にし、さらに半年および 1 年周期の季節的変動を補正して、今後 10 年間の $AT - UT1$ の予測を試みた。また 1962 年 ~ 1975 年における $AT - UT1$ の値も予測に用いた式で計算し、最小二乗法によって求めた 2 次の補正式で補正することにより、観測値との差を 3 msec 以下にした。また時系および歳差運動に関して、衛星運動の解析に用いるという立場から詳しく検討し、付録としてまとめた。

最後にこの研究を行うに当って、資料の提供や討論を通して援助いただいた東京大学東京天文台天文時部の岡崎清市氏、海上保安庁水路部編暦課の進士晃課長、井上圭典氏、工業技術院計量研究所第三部の井上忠男氏ならびに当研究所宇宙研究グループ、武内澄夫主任研究官に謝意を表します。

参 考 文 献

1. 罗时芳、梁世光、叶叔华、严紹宗、李元熹：“地球自轉速率变化的周期分析”天文学報 (Acta Astronomica Sinica) 第 15 卷 第 1 期, 1974 年 4 月

2. D. Brouwer : "A study of the changes in the Rate of Rotation of the Earth", Astronomical Journal Vol. 57, № 5, 1952.
3. H. M. Nautical Almanac office : "Explanatory Supplement to the Astronomical Ephemeris and Nautical Almanac", Her Majesty's stationary office, 1961.
4. P. M. Fitzpatrick : "Principles of Celestial Mechanics", Academic Press, 1970.
5. 海上保安庁 : "昭和50年 天体位置表", 1974.
6. 飯島重孝 : "時刻および時間の標準", 計測と制御 第11巻, 第12号, 昭和47年12月
7. 荒木俊馬 : "現代天文学事典", 恒星社, 昭和45年
8. M. B. Tamburro, A. S. Abbott, and G. E. Townsend : "Coordinate Systems and Time Measure", NASA CR-1000, 1968.
9. M. E. Ash : "Determination of Earth Satellite Orbits", MIT Lincoln Laboratory Technical Note 1972-5, 1972.
10. E. W. Woolard : Theory of the Rotation of the Earth Around its Center of Mass", Astronomical Papers Vol. XV, Part 1, U. S. Government Printing office, 1953.
11. 虎尾正久 : "時とは何か", 講談社, 昭和44年
12. 虎尾正久 : "天文時から物理時へ", 数理科学 № 127, 1974年1月
13. T. D. Moyer : "Mathematical Formulation of the Double-Precision Orbit Determination Program(DPODP)", Jet Propulsion Laboratory Technical Report 32-1527, 1971.
14. W. H. Smart : "Text Book on Spherical Astronomy", Cambridge University Press, 1971.
15. W. H. Smart : "Celestial Mechanics", Longmans, Green and Co., 1953.
16. R. H. Baker and L. W. Fredrick : "Astronomy", Van Nostrand Reinhold Company, 1971.
17. D. Brouwer and G. M. Clemence : "Methods of Celestial Mechanics", Academic Press, 1961.
18. A. E. Roy : "Foundations of Astrodynamics", The Macmillan Company, 1965.
19. K. Lambeck : "Precession, Nutation and the choice of Reference System for close Earth Satellite Orbits", Celestial Mechanics Vol 7, № 2, 1973.
20. U. S. Naval Observatory : "Preliminary Times and Coordinases of the pole", Series 7 and "A.I - Data", Series 6.
21. Bureau International de L'Heure (B. I. H) : Circular D and Annual Reports
22. Tokyo Astronomical Observatory : "Time and Latitude Bulletins", Vol. 48, 1974.
23. S. Herrick : "Astrodynamics Vol. 1", Van Nostrand Reinhold Company, 1971.
24. R. M. L. Baker and M. W. Makemson : An Introduction to Astrodynamics" Academic Press, 1967.
25. 渡辺敏夫 : "数理天文学", 恒星社, 昭和34年
26. 清水彌 : "天体の位置観測", 新天文学講座III, 恒星社, 昭和40年
27. 萩原雄祐 : "天文学", 岩波書店, 1965.
28. A. ウンゼルト(小平桂一訳) : "現代天文学" 岩波書店, 1968.
29. H. Goldstein : "Classical Mechanics", Addison-Wesley Publishing Company, INC., 1969.
30. U. S. Nautical Almanac Office : "The American Ephemeris and Nautical Almanac For the year 1972.", U. S. Government Printng office, 1970.
31. 竹内端夫 : 軌道解析基本資料, № 1 ~ 3", 宇宙開発事業団.
32. E. W. Woolard and G. M. Clemence : "Spherical Astronomy", Academic Press, 1966.
33. D. E. Smyle and L. Mansinha : "The Rotation of the Earth", Scientific American, Vol. 225, № 6, 1971
34. Wm. Markowitz, N. stoyko, and E. P. Fedorov : "Longitude and Latitude", Research in Geophysics, Vol. 2.(Edited by H. Odishaw), MIT Press, 1964.
35. 進士 晃 : "天体暦の様式の変更", 天文月報, Vol. 67, № 12, 1974
36. 青木信仰 : "天文定数と天体暦の改訂", 天文月報, Vol. 68, № 2, 1975.

付録 1. 歳差と章動

歳差と章動という現象が、衛星運動の解析を行うときにどのように考慮されるかを整理してみる。地球は赤道部分のふくらみのために、月と太陽の作用によって偶力が働き、自転軸が宇宙空間で円錐運動を行う。この日月歳差と呼ばれる現象は、紀元前から知られており、その解析は多くの天文学の書（参考文献の中では 10, 14, 29 等）に詳しい。この日月歳差はさらに長周期成分と短周期成分に分けることができ（図 1.1），ここであらためて前者を日月歳差、後者を章動と呼ぶことにする。日月歳差は図 1.1 に示したように、天の北極 (CNP : Celestial North Pole) が黄道の北極 (ENP : Ecliptic North Pole) のまわりを 25780 年かけて、ゆっくりと回る現象で、このとき天の北極は平均北極と呼ばれる。また章動は瞬時の真の北極 CNP' が平均北極のまわりを約 18.6 年の周期で回る現象と考えられている。これらの影響で赤道が変化し、したがって赤道面と黄道面との交

点である春分点が移動する。

春分点の移動する原因には惑星歳差と呼ばれる、もう一つ別のものがある。これは主として木星、土星など大きな惑星によって、地球が太陽を回る軌道面、すなわち黄道面が変化するための現象で、日月歳差とこの惑星歳差を合せて一般歳差と呼ばれている。これらをまとめると図 1.2 になる。

ここでよく使われる平均とか真という言葉に触れておくと、普通、歳差のみ考慮されている場合は頭に平均 (Mean) が、また章動も考慮されている場合には真 (True) または視 (apparent) がつけられる。前者の例では平均北極、平均赤道、平均春分点、平均恒星時など、また後者の場合には真に変って、真赤道、真恒星時（または視恒星時）などとなる。また瞬時のそれらは Mean of date, True of date などと呼び、あるエポックを指定した場合には Mean of 1950.0 などとなる。

ところで衛星運動の観測や解析においては、基準座標系（慣性座標系）として、1950.0 の平均赤道、平均春分点 (Mean equator and mean equinox of 1950.0) をそれぞれ基準面、主軸方向とする座標系にとったとき、Mean of date あるいは True of date の座標系との変換は次のようなになる。

(i) 歳差の補正 (Mean of 1950.0 から Mean of date への変換)

次の 2 つの座標系 r_{1950} から r_{mean} への変換を考える。

$r_{1950} (x_{1950}, y_{1950}, z_{1950})$ 座標系

座標系の型：地心慣性直交座標系

原 点：地心

基 準 面：1950.0 の平均赤道

主 軸 方 向：1950.0 の平均春分点 (r_0)

$r_{mean} (x_{mean}, y_{mean}, z_{mean})$ 座標系

座標系の型：地心準慣性直交座標系

原 点：地心

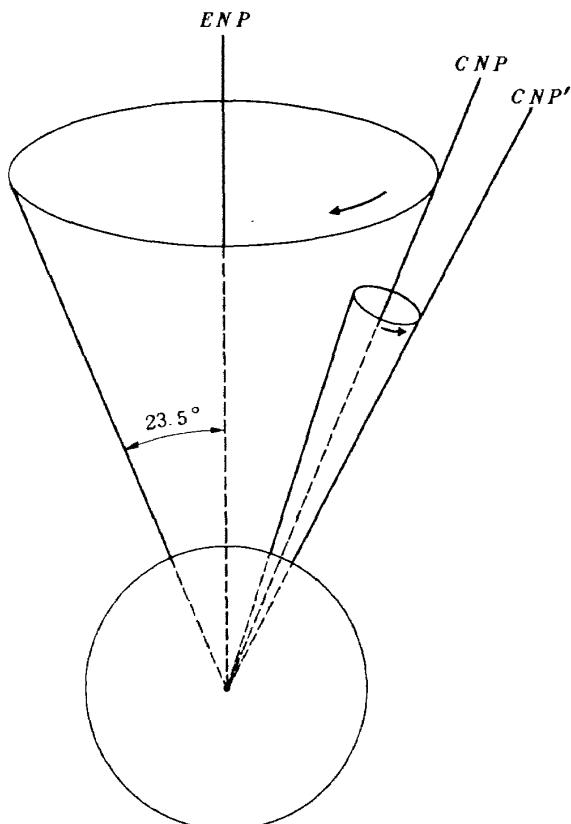
基 準 面：瞬時の平均赤道

主 軸 方 向：瞬時の平均春分点 (r_M)

ここで歳差は一般歳差を意味するものとする。図 1.3 に示したように歳差によって、1950.0 の平均春分点 (r_0) はある時間後に r_M に平均北極 P_0 は P_M にそれぞれ移動する。^{3), 10)} したがって r_{1950} から r_{mean} への変換を次の 3 つのプロセスにしたがって行う。

A) 1950.0 年の平均赤道面上で、 r_0 を通っている x_{1950} を $90^\circ - \zeta_0$ 移動させて M までもっていく。すなわち $(x_{1950}, y_{1950}, z_{1950})$ を z_{1950} 軸まわりに $90^\circ - \zeta$ だけ正の方向に回転させる。

B) A の回転で M を通ることになった軸を θ だけ正



ENP: Ecliptic north pole

CNP: Celestial north pole (Mean)

CNP': Celestial north pole (True)

図 1.1 歳差と章動

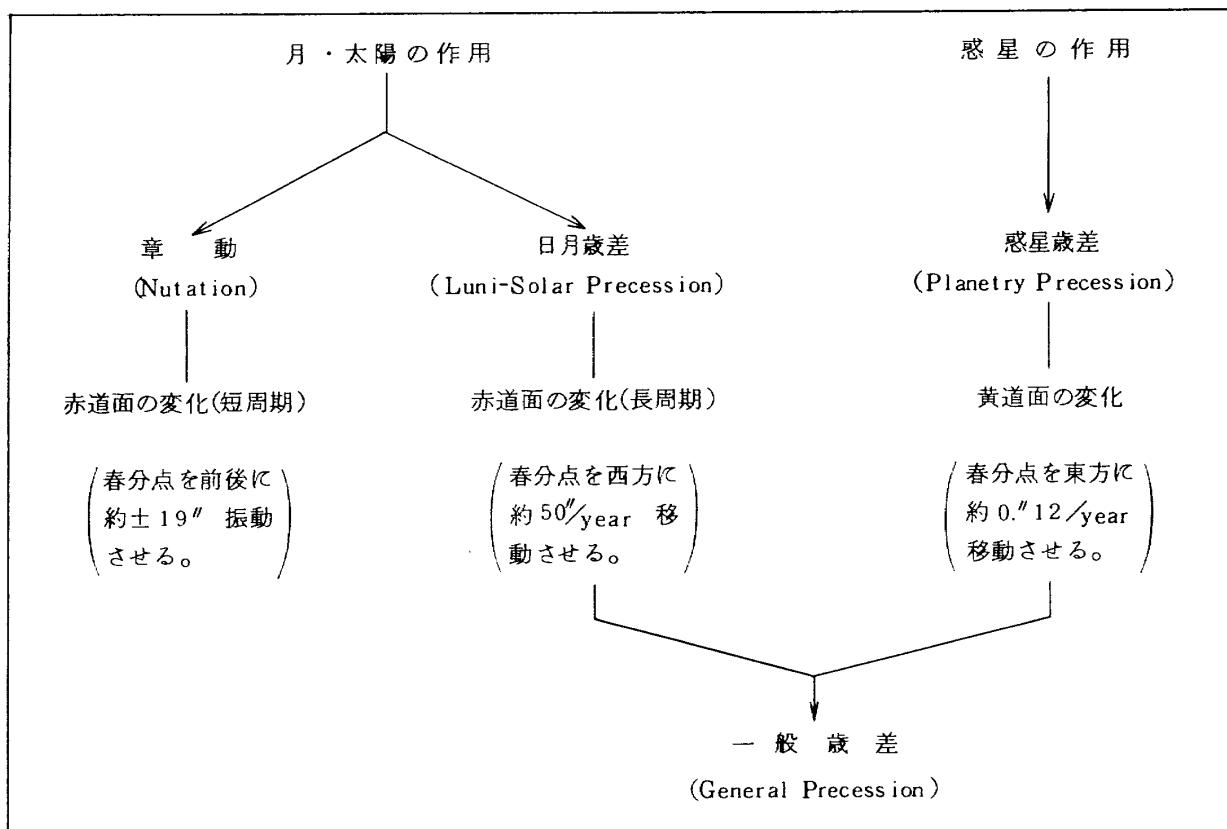


図 1.2 歲差と章動の分類

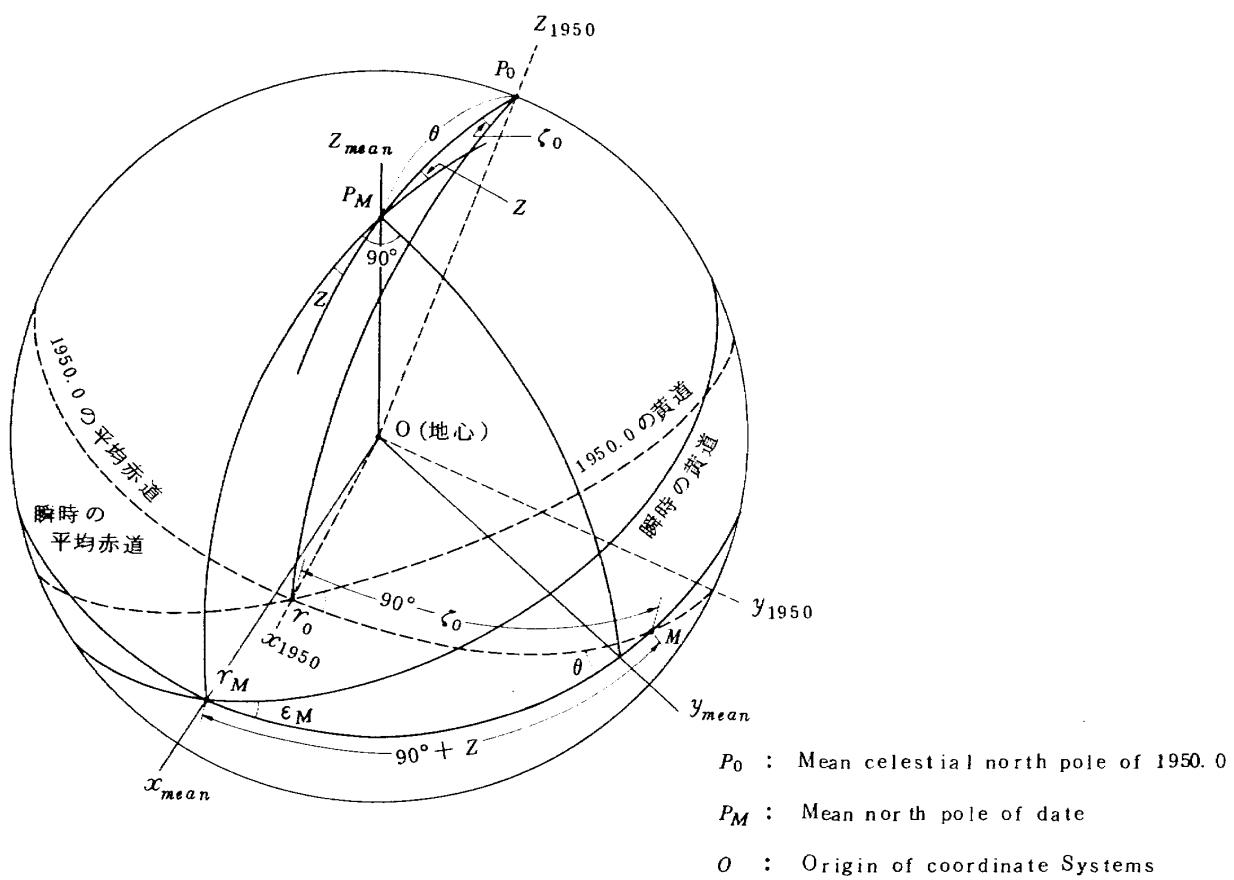


図 1.3 歲差による基準座標の移動

の方向に回転させて、座標の基準面を 1950.0 の平均赤道から瞬時の平均赤道に移す。

C) 最後に瞬時の平均赤道上で、 M を通る軸を $90 + z$ だけ移動させて瞬時の平均春分点 r_M までもっていく。

上の A, B, C の各プロセスにおける変換マトリックスをそれぞれ A, B, C とするとこれらは次のようになる。

$$A = \begin{pmatrix} \sin \zeta_0 & \cos \zeta_0 & 0 \\ -\cos \zeta_0 & \sin \zeta_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} -\sin z & -\cos z & 0 \\ \cos z & -\sin z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

そこで r_{1950} から r_{mean} への変換マトリックスを H とすれば次の関係が得られる。

$$r_{mean} = H \cdot r_{1950} \quad (1-1)$$

$$r_{1950} = H^T \cdot r_{mean} \quad (1-2)$$

$$H = C \cdot B \cdot A$$

$$= \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \end{pmatrix} \quad (1-3)$$

$$\left. \begin{array}{l} H_{11} = \cos z \cos \theta \cos \zeta_0 - \sin z \sin \zeta_0 \\ H_{12} = -\cos z \cos \theta \sin \zeta_0 - \sin z \cos \zeta_0 \\ H_{13} = -\cos z \sin \theta \\ H_{21} = \sin z \cos \theta \cos \zeta_0 + \cos z \sin \zeta_0 \\ H_{22} = -\sin z \cos \theta \sin \zeta_0 + \cos z \cos \zeta_0 \\ H_{23} = -\sin z \sin \theta \\ H_{31} = \sin \theta \cos \zeta_0 \\ H_{32} = -\sin \theta \sin \zeta_0 \\ H_{33} = \cos \theta \end{array} \right\} \quad (1-4)$$

ここで(2)式の H^T は H の転置行列を表わす。なお歳差運動を記述する三つの角度 ζ_0, z, θ は参考文献 3 に依った。図 3.3 にそれを示したが、これらの値を用いることによって、複雑な歳差運動が非常に明確に記述できる。この ζ_0, z, θ の初期エポック 1950.0* から任意のエポック T までの間に変化した値は次式で与えられる。⁵⁾

$$\left. \begin{array}{l} \zeta_0 = +2304.^{\circ} 948 T + 0.^{\circ} 302 T^2 + 0.^{\circ} 0179 T^3 \\ z = +2304.^{\circ} 948 T + 1.^{\circ} 093 T^2 + 0.^{\circ} 0192 T^3 \\ \theta = +2004.^{\circ} 255 T - 0.^{\circ} 426 T^2 - 0.^{\circ} 0416 T^3 \end{array} \right\}$$

(1-5)

ここで T は 1950.0 からの経過時間を 100 太陽年単位で測る。1 太陽年（後述）は厳密には $365.^d 24219878 - 0.^d 000000614 T$ (d は暦表日) であり、毎年その長さが変化する。したがってある時刻における ζ_0, z, θ を求めたためには、 T の計算においてそれを考慮する必要がある。

太陽の幾何学的平均黄経 L は (2-3) によって

$$L = a + b T + c T^2 \quad (1-6)$$

と表わされる。そこで 1950.0 からある任意の瞬間までの間に動いた黄経量を L_z とすると

$$\left. \begin{array}{l} L_z = (b + 0.9999958 \times c) T_z + c T_z^2 \\ T_z = (\text{MJD} - 33281.923) / 36525 \end{array} \right\} \quad (1-7)$$

となる。なお b, c はそれぞれ

$$b = 129602768.^{\circ} 13$$

$$c = 1.^{\circ} 089$$

ところで 1 太陽年は太陽が春分点を 2 回続けて通過する間隔であるから、 $L_z / 360^\circ$ は 1950.0 からの時間経過を太陽年を単位として測ったものとなる。そこで (1-5) 式における T は次のように置くことができる。

$$T = \frac{1}{100} \left(\frac{L_z}{360^\circ} \right) \quad (1-8)$$

ii) 章動の補正

章動は前に述べたように現象としては地球自転軸の歳差運動の一部であるが、図 1.1 において平均北極 CNP のまわりを、真の北極 CNP' が短周期（主な周期は約 18.6 年）でまわる運動としてとらえる。この章動により赤道面が変動し、図 1.4 に示したように春分点は r_M から r_T に移動する。この現象は次の二つの量で表わす。

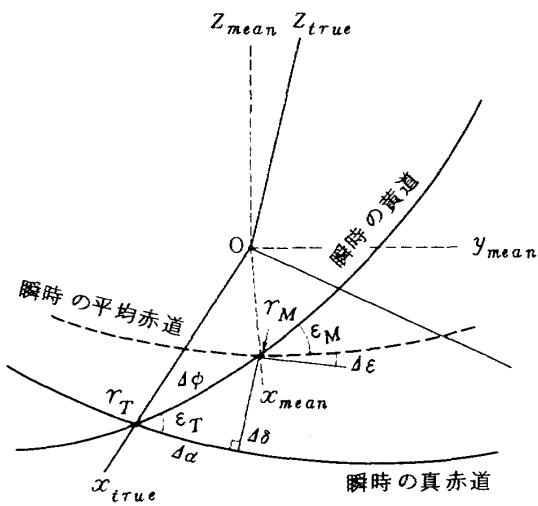
$\Delta \phi$: 黄経の章動 (Nutation in longitude)

$\Delta \epsilon$: 黄道傾角の章動 (Nutation in obliquity)

これらの量は Woolard による表^{3, 5, 10)} を用いて級数の和として求めることができるが、その概要は次のようなものである。上の $\Delta \phi, \Delta \epsilon$ は更に長周期部分と短周期部分に分けることができ、後者を $d\phi, d\epsilon$ と記すと、

章動	長周期部分 : $(\Delta \phi - d\phi), (\Delta \epsilon - d\epsilon)$
	周期は 90 日以上で、主要項の 周期は 6798 日（約 18.6 年）。
短周期部分 : $d\phi, d\epsilon$	周期は 35 日以下で、主要項の 周期は 13.7 日である。
	係数が $0.^{\circ} 0002$ 以上のものを考慮すると、各成分を求めるための級数の項数は次のようになり、

* ベッセル年の項（付録 2）参照



$d\phi$: Nutation in longitude
 $d\epsilon$: Nutation in obliquity
 $d\alpha$: The equation of the equinoxes
 $d\delta$: Nutation in declination

図 1.4 章動による座標系の移動

$$d\phi : 69 \text{ 項からなる} \left\{ \begin{array}{l} (d\phi - d\phi) \rightarrow 23 \text{ 項} \\ d\phi \quad \rightarrow 46 \text{ 項} \end{array} \right.$$

$$d\epsilon : 40 \text{ 項からなる} \left\{ \begin{array}{l} (d\epsilon - d\epsilon) \rightarrow 16 \text{ 項} \\ d\epsilon \quad \rightarrow 24 \text{ 項} \end{array} \right.$$

具体的には次のような形の級数の和として求められる。

$$(d\phi - d\phi) = \sum_{i=1}^{23} (K_{1i} + K_{2i} T) \sin(a_i l + b_i l' + c_i F + d_i D + e_i Q)$$

$$(d\epsilon - d\epsilon) = \sum_{i=1}^{16} (K_{1i} + K_{2i} T) \cos(a_i l + b_i l' + c_i F + d_i D + e_i Q)$$

$$d\phi = \sum_{i=1}^{46} (K_{1i} + K_{2i} T) \sin(a_i l + b_i l' + c_i F + d_i D + e_i Q)$$

$$d\epsilon = \sum_{i=1}^{24} (K_{1i} + K_{2i} T) \cos(a_i l + b_i l' + c_i F + d_i D + e_i Q)$$

ここで T は 1900 年 1 月 0 日 0.5 ET (MJD 15019.5) から ユリウス世紀 (36525 历表日) 単位で測ったもので、また l, l', F, D, Q は天体の引数で次のようなものである。

- l : The mean anomaly of the Moon,
- l' : The mean anomaly of the Sun,
- F : The mean argument of the latitude of the Moon,
- D : The mean elongation of the Moon from the Sun,
- Q : The mean longitude of the ascending node

of the Moon.

係数 K_1, K_2, a, b, c, d, e および天体の引数の実際の値は参考文献 3 および 10 を参照。

また章動による赤経赤緯への影響は次の二つの量によって表わす。

$d\alpha$: 赤経の章動 (Equation of the equinoxes)

$d\delta$: 赤緯の章動 (Nutation in declination)

この $d\alpha, d\delta$ は真の春分点と真赤道から平均春分点を見たときの赤経、赤緯で次のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} d\alpha = d\phi \cos \epsilon \\ d\delta = d\phi \sin \epsilon \end{array} \right\} \quad (1-9)$$

および

$$\epsilon = \epsilon_M + d\epsilon \quad (1-10)$$

ここで ϵ_M は平均黄道傾角で次式で与えられる。

$$\epsilon_M = a_\epsilon + b_\epsilon T + c_\epsilon T^2 + d_\epsilon T^3 \quad (1-11)$$

$$a_\epsilon = 23^\circ 27' 08'' 26$$

$$= 23^\circ 452294$$

$$b_\epsilon = -46.'' 845$$

$$= -0^\circ 0130125$$

$$c_\epsilon = -0.'' 0059$$

$$= -0^\circ 00000164$$

$$d_\epsilon = 0.'' 00181$$

$$= 0^\circ 000000503$$

T はやはり 1900 年 1 月 0.5 ET から起算してユリウス世紀 (36525 历表日) で測る。

次に (j) の歳差を補正して得られた座標系 r_{mean} から章動を考慮した座標系 r_{true} への変換を考える。

$r_{true} (x_{true}, y_{true}, z_{true})$ 座標系

座標系の型：地心直交座標系

原 点：地心

基 準 面：瞬時の真赤道

主 軸 方 向：瞬時の真春分点 (r_T)

r_{mean} から r_{true} への変換も次の 3 つのプロセスにしたがって行う。

D) x_{mean} 軸まわりに $d\epsilon$ だけ負の方向に回転させる。

E) 次に y_{mean} 軸まわりに $d\delta$ だけ正の方向に回転させる。

F) 最後に z_{mean} 軸まわりに $d\alpha$ だけ負の方向に回転させる。

上の D, E, F の各プロセスに対応する変換マトリックスを D, E, F とすると、それらは次のようになる。

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos d\epsilon & -\sin d\epsilon \\ 0 & \sin d\epsilon & \cos d\epsilon \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} \cos \Delta\delta & 0 & -\sin \Delta\delta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Delta\delta & 0 & \cos \Delta\delta \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} \cos \Delta\alpha & -\sin \Delta\alpha & 0 \\ \sin \Delta\alpha & \cos \Delta\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ここで r_{mean} から r_{true} への変換マトリックスを N とすると次の関係が得られる。

$$r_{true} = N \cdot r_{mean} \quad (1-12)$$

$$r_{mean} = N^T \cdot r_{true} \quad (1-13)$$

$$N = F \cdot E \cdot D$$

$$= \begin{pmatrix} N_{11}, & N_{12}, & N_{13} \\ N_{21}, & N_{22}, & N_{23} \\ N_{31}, & N_{32}, & N_{33} \end{pmatrix} \quad (1-14)$$

$$N_{11} = 1$$

$$N_{12} = -\Delta\phi \cos \varepsilon$$

$$N_{13} = -\Delta\phi \sin \varepsilon$$

$$N_{21} = \Delta\phi \cos \varepsilon$$

$$N_{22} = 1$$

$$N_{23} = -\Delta\varepsilon$$

$$N_{31} = \Delta\phi \sin \varepsilon$$

$$N_{32} = \Delta\varepsilon$$

$$N_{33} = 1$$

(14)式の各成分は正確にはマトリックス D , E , F の積であるから次のようになる。

$$N_{11} = \cos \Delta\alpha \cos \Delta\delta$$

$$N_{12} = -\sin \Delta\alpha \cos \Delta\varepsilon - \cos \Delta\alpha \sin \Delta\delta \sin \Delta\varepsilon$$

$$N_{13} = \sin \Delta\alpha \sin \Delta\varepsilon - \cos \Delta\alpha \sin \Delta\delta \cos \Delta\varepsilon$$

$$N_{21} = \sin \Delta\alpha \cos \Delta\delta$$

$$N_{22} = \cos \Delta\alpha \cos \Delta\varepsilon - \sin \Delta\alpha \sin \Delta\delta \sin \Delta\varepsilon$$

$$N_{23} = -\cos \Delta\alpha \sin \Delta\varepsilon - \sin \Delta\alpha \sin \Delta\delta \cos \Delta\varepsilon$$

$$N_{31} = \sin \Delta\delta$$

$$N_{32} = \cos \Delta\delta \sin \Delta\varepsilon$$

$$N_{33} = \cos \Delta\delta \cos \Delta\varepsilon$$

しかし $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$, $\Delta\varepsilon$ は非常に小さい量であるので、2次以上の項を無視して、 $\cos \Delta\alpha \approx \cos \Delta\delta \approx \cos \Delta\varepsilon \approx 1$, $\sin \Delta\alpha \approx \Delta\alpha$, $\sin \Delta\delta \approx \Delta\delta$, $\sin \Delta\varepsilon \approx \Delta\varepsilon$ とおくと(15)式が得られる。ここで省略された2次以上の項の値は、 10^{-8} 未満である。³⁾

付録 2. 時 系

時という言葉は日常使うときにはよく意味を知っているようでありながら、「時とは何か」と改めて問い合わせるとどうも明解に答えることは簡単ではない。しかし

ここでは難しい議論はさておき、運動を記述するのに必要な1つのパラメータとしての時、それも衛星運動の解析に必要な範囲でまとめてみる。

時は時刻と時間に分けて考えると、前者は過去から未来に向う時の流れのなかで、ある1点を指定するものであり、後者は2つの時刻の間隔をきめるものといえるであろう。この時を決定する体系を時系と呼ぶことになると、現在ある時系は次の三つに分類することができる。

(1) 地球の自転に基づく時系

地球の自転速度が一定でないために、一様に流れる時系ではないので、衛星運動の解析では時間としての役割はないが地球の自転に関する情報を支えてくれる。これに属するものとして、太陽の日周運動に基づく平均太陽時（世界時）、恒星の日周運動に基づく恒星時がある。

(2) 地球の公転に基づく時系

地球の公転運動の結果、地球から見ると太陽は天球の黄道上を動く。この太陽の運動を記述する力学式を基にして定義される時系で、暦表時と呼ばれる。暦表時における秒の長さは一定に定義されており、一様な時を与える。

(3) 物理現象に基づく時系

原子時と呼ばれるものがそれで、量子力学の理論から不变とされるセシウム原子の固有振動数を積算して時間経過を求める時系で、一様な時の流れを高精度に求めることができる。しかしこれは時間を積算して時刻をきめてゆくわけで、まず時刻がきまって、それを基にして時間のきまる(1), (2)の天文時とは本質的に異なる。

この他、日常我々が用いている時系は協定世界時というものであるが、これは時刻は平均太陽時に基づき、時間は原子時からきまるという、二つの異なる時系の調和から生れたものである。このように何種類もの時系が併存しているのは、古代から人間が、間接的にしか感知することのできない時という抽象的観念を、実際に定義し、それを測る具体的な手法を確立するために、大変な努力を費いやしてきた結果であり、それは今後も続けられていくであろう。現在はまだこれらの時系が統一される段階ではなく、各時系はそれぞれの特徴によって、有効性を主張しているのである。例えば衛星運動のシミュレーションプログラムにおいて、各時系は次のように用いられている。

恒星時、世界時：基準座標系および地球固定座標系の間の変換。

暦表時：月、太陽の位置の計算、歳差の計算、章動の計算

原子時：運動方程式の積分。

以下、各時系およびそれらの関係について説明し、また天体の運動計算によく用いられるユリウス日、ベッセル年初についても触れる。

(1) 暦表時 (ET)

地球は他の惑星と共に太陽を中心とする公転運動をしているが、地球から見ると太陽は天球の黄道上を一年かかって一周する。この年周運動を行う太陽の黄道上での位置、すなわち黄経は一般に次のような形に表わすことができる。^{6, 11)}

$$\text{太陽の黄経} = a + bT + cT^2 + P$$

ここで a はエポックにおける太陽の黄経、 b 、 c はそれぞれ太陽の年周運動の平均速度、平均加速度を与える係数である。さらに地軸の章動や、地球の軌道が完全な円でないために生じる角速度の変動などによる複雑な周期項 P を含んでいる。S. Newcomb は観測データの分析から a 、 b 、 c の値を精密に求め、周期項を除いた太陽の幾何学的平均黄経 L 、すなわち平均春分点から測った太陽の平均黄経を次の式で与えた。

$$L = a + bT + cT^2 \quad (2-1)$$

$$a = 279^\circ 41' 48'' .04$$

$$b = 129602768''.13$$

$$c = 1''.089$$

ここで T は 1900 年 1 月 0 日 12 時世界時（暦では 1899 年 12 月 31 日正午のこと）で、今後は 1 月 0.5 UT のように記す）から起算した時間経過を 36525 平均太陽日のユリウス世紀で測るとされた。

ところがその後、この式から求まる計算値が観測に合わないことが指摘され、問題となつたが、この原因は Newcomb の理論にあるのではなく、そこで用いられる平均太陽時が、地球自転速度の変動のため、一様不变の時系でないために生じたという解釈に落ちついた。そこで Newcomb の式が正しいということになれば、平均太陽時の変化分を ΔT として $(T + \Delta T)$ を (2-1) 式に代入したときに計算値は観測値に一致するはずである。すなわち次式が成りたつことになる。

$$L(\text{観測値}) = a + b(T + \Delta T) + c(T + \Delta T)^2 \quad (2-2)$$

そこで今度は観測された L に対して、(2-2) 式が満足されるように $(T + \Delta T)$ を決めれば、この $(T + \Delta T)$ は太陽の運動を記述する (2-2) 式のパラメータであるから、一様不变な時間を与えてくれる。そこでどこかに起点を決めてやれば、ここに一つの時系が生れる。これが暦表時 (Ephemeris time) である。この起点は 1900 年の始め頃で、太陽の平均黄経が (2-1) 式における a の値になった瞬間におかれた。暦表時における起点および秒の定義は次のようになっている。

1) 暦表時は 1900 年の初頭において太陽の幾何学的平均黄経が $279^\circ 41' 48'' .04$ に達した瞬時から起算し、その瞬時を 1900 年 1 月 0 日 12 時暦表時 (ET) とする。

2) 暦表時の 1 秒は 1900 年 1 月 0 日 12 時 ET における 1 太陽年の 31556925.9747 分の 1 とする。

この秒の定義は次のように考えられる。(2-2) 式における $(T + \Delta T)$ を改めて T とおき、 T は暦表時を表わすものとする。

$$L = a + bT + cT^2 \quad (2-3)$$

ここで T は 1900 年 1 月 0.5 ET から起算して、36525 日からなるユリウス世紀で測る。そうすると 1 太陽年 (Tropical year) の長さは暦表日数で表わすと

$$\begin{aligned} 1 \text{ 太陽年} &= 360^\circ / (\frac{dL}{dT} / 36525) \\ &= 360^\circ \times 36525 / (b + 2cT) \\ &= 365.424219878 - 6.4214 \times 10^{-6} T \end{aligned} \quad (2-4)$$

となり、太陽年の長さは変化する。そこで $T = 0$ 、すなわち 1900 年 1 月 0.5 日 ET における太陽年周期を指定し、1 日の秒数を $24 \times 60 \times 60 = 86400$ として

$$365.424219878 \times 86400$$

$$= 31556925.9747$$

という数でその太陽年を割ったときの長さを 1 秒と定義しているのである。したがってこれは実際に、ある太陽年そのものを規準にして秒を定義しているわけではない。

また (2-2) 式における ΔT は暦表時と平均太陽時の差に相当し、これは地球の自転速度の変化に対応している。

1975 年の ΔT の年平均推定値は +45 秒で、⁵⁾ これは 1900 年から 75 年間に角度にして $11' 15''$ ほど、自転が遅れたことを意味している。

以上のように暦表時は天体の運動理論に立脚して定義された一様不变の時系で、月、惑星など天体の暦はすべて暦表時によって計算されている。一般に 1900 年 1 月 0.5 ET を起点として、36525 暦表日のユリウス世紀が単位にとられる。ただし (1-5) 式で与えられる歳差の計算だけは 100 太陽年が単位にとられているが、これも近い将来、ユリウス世紀に統一される予定になっている。

少し天体暦に触れておくと、現在月、太陽、惑星などの暦や歳差章動の計算に用いられる式はすべて国際天文連合 (International Astronomical Union, IAU) の決議に依っている。⁵⁾ 附録 1 に示した歳差章動の計算式はこれに当る。これは天文観測のように長期間にわたる、しかも国際的規模で行われるものでは、観測データの処理などに用いられる式が各国でばらばらであつたり、いつも変っていたのでは不都合である。しかも天体力学の目ざしている、長い間の試練に耐えうる天体の精密な

運動方程式は、十分に時間をかけた綿密な検討を重ねることによって生れるものであろう。したがって IAU で決められている定数や式を用いて計算された値が、必ずしも現実の天体の運動を正確に記述しているわけではない。したがって人工天体の運動解析や宇宙航行などに応用する場合には、観測値と計算値の差に十分な注意が必要で、定数などの補正や、推定論などの応用による実用的修正が必要である。

(2) 恒星時 (ST) と世界時 (UT)

(i) 恒星時と平均太陽時、世界時

恒星時は春分点の時角として定義される。すなわちある観測点の子午線から西向きに測った春分点の角度を時間の単位^{*}で表わしたものであり、平均春分点の場合には平均恒星時 (Mean siderial time, M . S . T), また真春分点の場合には視恒星時 (Apparent siderial time) と呼ばれる。このようにある観測点における恒星時は地方恒星時であるが、特にグリニジ子午線に準拠する恒星時はグリニジ恒星時と呼ばれる。衛星運動を記述する座標系の主軸方向は、慣性座標系の場合は春分点方向、地球固定座標系の場合はグリニジ子午線方向であるから、座標変換において直接問題になるのは、このグリニジ恒星時である。

一方、黄道上の太陽の平均角速度で、天の赤道上をまわる仮想平均太陽が S.Newcomb によって導入されたが、その赤経値は次式で与えられる。(赤経値は通常、時間で表わされる)

$$\begin{aligned} R_U &= d + eT + fT^2 \quad (2-5) \\ d &= 18^{\text{h}} 38^{\text{m}} 45^{\text{s}}. 836 \\ &= 279^{\circ} 41' 27''. 54 \\ e &= 8640184^{\text{s}}. 542 \\ &= 129602768''. 13 \\ f &= 0^{\text{s}}. 0929 \\ &= 1''. 394 \end{aligned}$$

(2-5) 式を (2-1) 式と比べて見ると、仮想太陽は黄道上の平均角度度でまわることから、速度の項 b と e は一致しているが、定数項 a と d の間には $20''. 5$ ほどの差がある。これは d に光行差の影響を加えてあるためである。また c の項は主として一般歳差の加速成分であるのに対し、(2-5) 式の f の項は赤経の歳差量を表わしている。

このようにして定められた仮想平均太陽の角度を、観測点の子午線から西向きに測り、それに 12 時を加えたものが平均太陽時 (MST) である。(太陽が南中する時

刻を 12 時とするのは習慣である。) このうちグリニジ子午線に基づく平均太陽時は世界時 (Universal time, UT) と呼ばれ、今後必要になるのはほとんどこの世界時である。

現在、世界時は直接観測から決められるのではなく、グリニジ平均恒星時 (GMST) と次の数値関係を持つものとして定義されている。

$$UT = GMST - R_U + 12^{\text{h}} \quad (2-6)$$

ここで R_U は (2-5) 式で与えられ、 T は 1900 年 1 月 0.5 UT から起算した世界時をユリウス世紀 (36525 日) で測ったものである。世界時は恒星の観測から直接きまる平均恒星時をもとにして、(2-6) から決められる。このように世界時と恒星時は可換であるので、どちらを用いるかは特に問題でなく、必要に応じて便利な方を選べばよい。これらの時系は地球の自転を忠実に反映しており、地球自転周期に対する世界時、平均恒星時の関係は不变である。

ところで R_U を求める (2-5) 式において世界時を用いた場合、求まつた平均太陽の赤経は地球の自転の変動を含んでいるため、最初、仮想平均太陽を導入するとき Newcomb が考えたように、赤道上を一定の平均角速度でまわるものではなくなっている。これは変動する地球の自転に基づいてその赤経を与えられるため、赤道上を変動しながらまわる仮想的な太陽で、グリニジ平均太陽とよばれる。これに関しては暦表時との関係に関連して後述する。

ここで平均太陽時と平均恒星時の比較を行ってみる。

平均太陽日と平均恒星日の比較

簡単のためグリニジ子午線を基にして比較してみる。

1 平均太陽日は図 2.1 において、グリニジ子午線が 1 回転して再び平均太陽に対する時角が同じ α_s になるまでの間隔を 24^{h} をもって表わしたものである。一方 1 平均恒星日はやはり 1 回転して春分点の時角が出発したときと同じ θ になる間隔を 24^{h} で表わしたものであるが、実はその間に春分点は、図 2.1 に示したように、 m だけ歳差運動のため地球の自転と反対の方向に移動している、したがって 1 平均恒星日は真の地球の自転周期より、その春分点の歳差分だけ短い。ところが仮想平均太陽の方は主として地球の公転運動の結果、1 平均太陽日の間に $\Delta\alpha$ だけ地球自転と同じ方向に移動しており、また春分点は m' だけ $\Delta\alpha$ と反対方向に移っている。したがって 1 平均太陽日になった瞬間のグリニジ子午線 G_U は春分点

* 角度の $15^{\circ}, 15', 15''$ をそれぞれ 1 時、1 分、1 秒と対応させることによって、角度を時間の単位で表わせる。今後、角度の度、分、秒の場合は右肩に $^{\circ}, ', ''$ をまた時間の場合には $\text{h}, \text{m}, \text{s}$ をつけて表わす。

に対しては $(d\alpha + m')$ だけ余分にまわったことになる。この量はとりもなおさず、(2-5)式で与えられる平均太陽の赤経の 1 平均太陽日当りの変化量に相当する。(2-5) 式を微分して

$$\begin{aligned} (d\alpha + m') &= \frac{dR_U}{dT}/36525 \\ &= (e + 2fT)/36525 \end{aligned}$$

したがって 1 平均太陽日が経過する間に、恒星時では

$$\begin{aligned} 24^{\text{h}} + \frac{(e + 2fT)}{36525} &= 86636^{\text{s}}.5553605 \\ &\quad + 5^{\text{s}}.087 \times 10^{-6}T \quad (2-7) \end{aligned}$$

(T の単位はユリウス世紀)

だけ経過する。すなわちこれは 1 平均太陽日の長さを恒星時で表したものである。したがって

$$\begin{aligned} \frac{\text{平均恒星日}}{\text{平均太陽日}} &= \frac{86400^{\text{s}}}{86636^{\text{s}}.5553605 + 5^{\text{s}}.087 \times 10^{-6}T} \\ &= 0.997269566414 - 0.586 \times 10^{-10}T \quad (2-8) \end{aligned}$$

$$\frac{\text{平均太陽日}}{\text{平均恒星日}} = 1.002737909265 + 0.589 \times 10^{-10}T \quad (2-9)$$

また (2-7) 式からわかるように、平均太陽時秒が 86400 秒経過する間に、恒星時秒では $86636^{\text{s}}.5553605 + 5^{\text{s}}.087 \times 10^{-6}T$ だけ経過するのであるから

$$\frac{\text{平均恒星時秒}}{\text{平均太陽時秒}} = 1.002737909265 + 0.589 \times 10^{-10}T \quad (2-10)$$

となる。この値は後に平均恒星時を計算する時に用いられる。

ここで世界時に関して更に検討をしておく。というのは一定と思われていた地球の自転速度が、実は一定でなく不規則な変動をしており、さらに極運動と呼ばれる、自転軸に対して地球がふらつく現象によって生じる、経度変化の様子がはっきりしてくると共に、世界時に対してこれらの補正が行われるようになった。現在世界時には次の三種類がある。

UT0 : 恒星の観測から得られる恒星時を基にして
(2-6) 式から求まる生の世界時。

UT1 : UT0 に極運動の補正を行ったもの。

UT2 : 地球の自転速度の変動のうち、年周、半年周変化の補正を UT1 に行ったもの。

以下に極運動および地球の自転変動について説明し、その補正について示す。

(ii) 世界時の補正

極運動 (Polar motion or wobble)

地球の自転軸は歳差章動によって、宇宙空間で円錐運動をするほかに、地球が自転軸に対してよろめく、極運

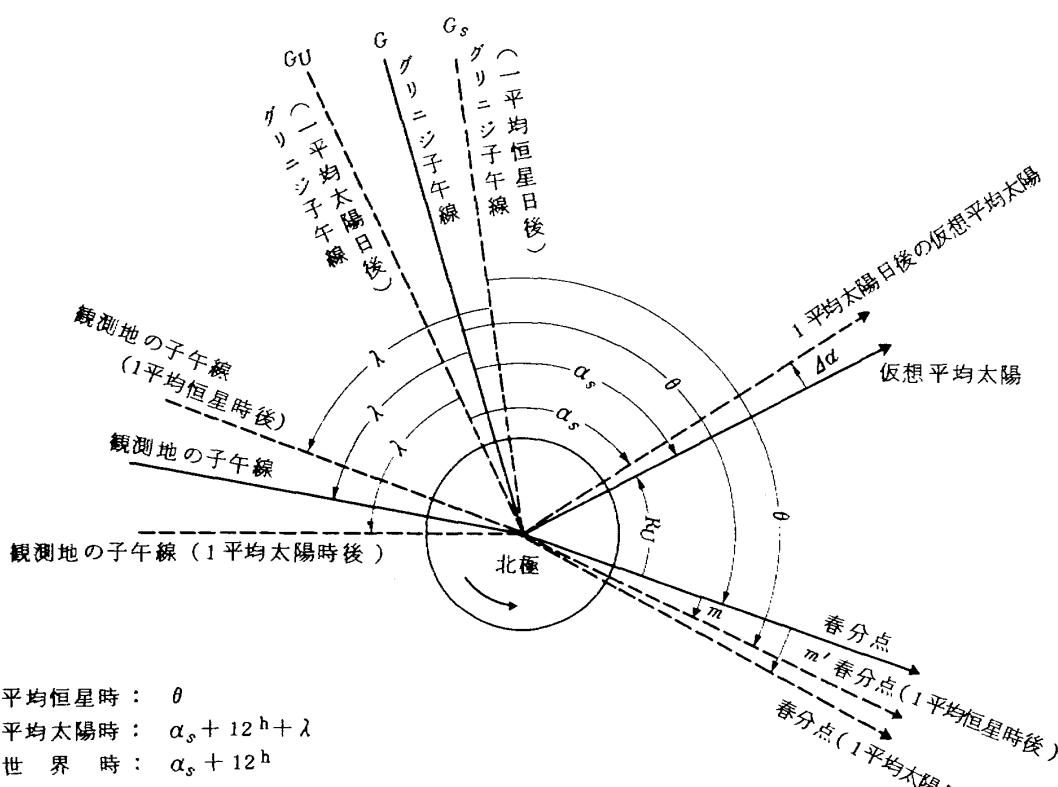


図 2.1 平均太陽時と平均恒星時

動とよばれる現象がある。これは自転軸が地表を貫く点、すなわち地表の北極位置が変化していく現象で、その変化量は 1900 年から 1905 年までの北極の平均位置、すなわち協定国際原点 (Conventional international origin, CIO) を原点にとり、 x 軸をグリニッジ子午線方向、 y 軸を西経 90° 方向にとった座標系において、角度の秒をもって表わされる。この変化の大きさは 0"5、距離にして 15m 程度と小さなものであるが、地表の観測点の緯度、経度を変動させ、天体観測によって時刻を決める場合には影響をおよぼす。図 2.2 は 1972 年から 1975 年 4 月までの北極の変化を示したものである。

極運動による緯度と経度の変化は次のようにして求めることができる。図 2.3 に示したように北極の原点 P_0 に対し、実際の北極を P としたとき、経度 λ 、緯度 φ における位置 S の変化を調べる。北極の変化は非常に小さいので北極部分を平面で近似すると図 2.4 のようになる。ここで P' は P から弧 $P_0 S$ に下した垂線の交点である。

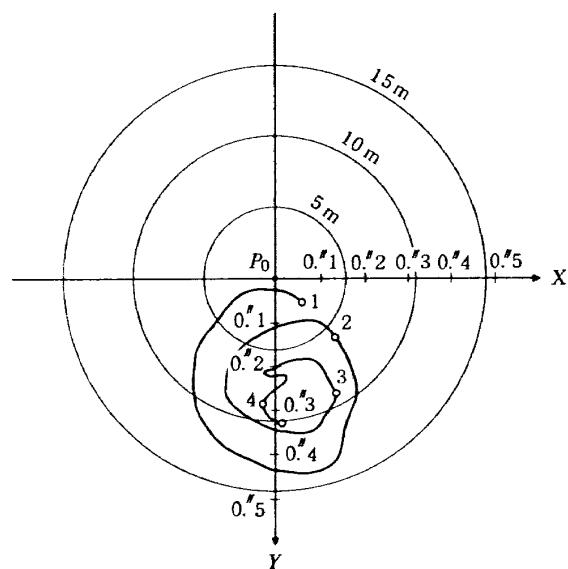
図 2.4 から次の関係が得られる。

$$P_0 P' = x \cos \lambda + y \sin \lambda$$

$$PP' = x \sin \lambda - y \cos \lambda$$

また図 2.3 から緯度変化 $\Delta \varphi$ は $P_0 P'$ に相当し、また経度変化 $\Delta \lambda$ は $P_0 S$ 、 PS の延長が赤道から切りとる弧 $Q_0 Q$ の長さに当る。三角形 $Q_0 Q S$ に球面直角三角形の関係を適用して、

$$\sin \Delta \lambda = \sin \varphi \sin \theta$$



数字は各年の初まり

- 1 1972 年
- 2 1973 年
- 3 1974 年
- 4 1975 年

図 2.2 北極の変化

また三角形 $PP'S$ から同様にして

$$\begin{aligned} PP' &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \sin \theta \\ &= \cos \varphi \sin \theta \end{aligned}$$

$\Delta \lambda$ 、 θ が十分小さいことを考慮して、2つの式は

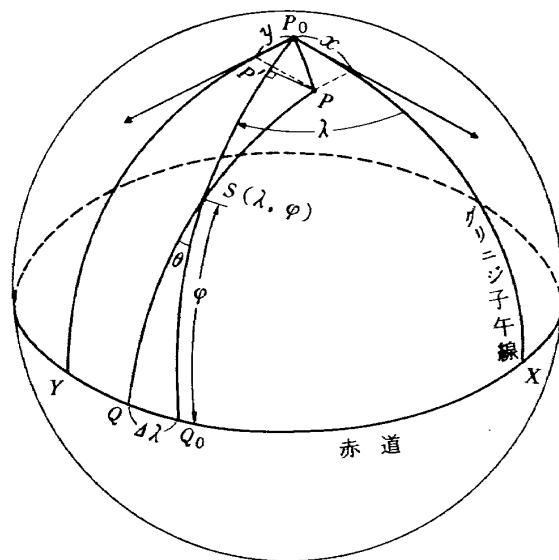
$$\Delta \lambda = \theta \sin \varphi$$

$$PP' = \theta \cos \varphi$$

となり、したがって

$$\Delta \lambda = PP' \tan \varphi$$

$$= (x \sin \lambda - y \cos \lambda) \tan \varphi$$



P_0 : 国際協定原点 (CIO)

P : 実際の北極

図 2.3 極運動による経緯度の変化

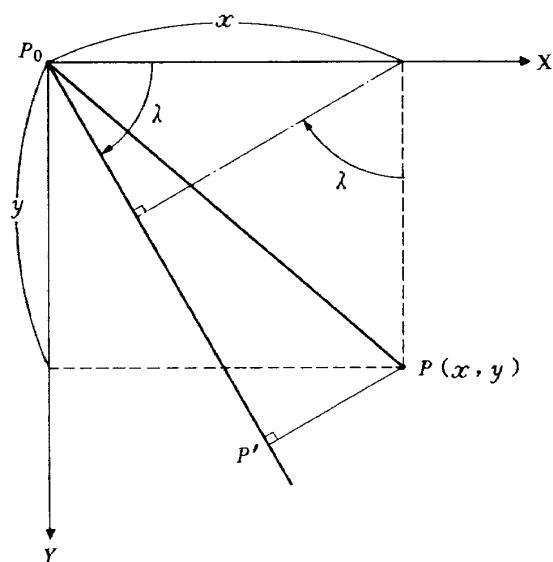


図 2.4 極運動 (北極附近)

慣例として赤経は時間の単位で表わされるので、

$$\Delta\lambda = \frac{1}{15} (x \sin \lambda - y \cos \lambda) \tan \varphi \text{ (sec)} \quad (2-11)$$

また緯度変化 $\Delta\varphi$ は

$$\Delta\varphi = x \cos \lambda + y \sin \lambda \text{ (arc sec).} \quad (2-12)$$

となる。

したがって地球上の観測地点のみかけの経度は、極運動のために、(2-11)式で与えられる $\Delta\lambda$ だけ西方にずれる。このため恒星を観測して平均恒星時をきめる場合でも、地球の実際の自転角に対応した時刻よりも $\Delta\lambda$ だけ遅れることになる。そこで観測から決まる生の世界時 UT_0 に $\Delta\lambda$ の補正を行えば、地球の自転を正しく反映した時刻を得ることができる。これが UT_1 である。

$$UT_1 = UT_0 + \Delta\lambda \quad (2-13)$$

このように UT_1 は地球の自転に最も忠実な時系と考えることができる。

地球自転速度の変動

地球自転速度の変動の予測は本文の主題であるが、変動の成分のうち、季節的変化とよばれる周期的変動については、その様子がかなりわかっている。

地球自転速度の季節的変化は、1年周期の変化と半年周期の変化の合成されたものである。年周変化は主として中緯度帯の対流圏での偏西風の強弱変化によるもので、地球の自転速度は北半球の冬に遅くなり、夏に速まる。また半年周変化の主原因是、自転軸のまわりの慣性能率の変化で、これは太陽による潮汐力で起る地球の変形に起因する。自転軸まわりの慣性能率は、春分、秋分の位置で最大となり、夏至、冬至の位置で最小となるので、自転速度は春分、秋分で最も遅くなり、夏至、冬至で速くなる。

このような地球自転速度の季節変化の補正を、 UT_1 に対して行ったもの、すなわち UT_1 から地球自転速度の季節的変化に起因する変動分を取り去ったものが、 UT_2 である。このための修正量 ΔS は次のように与えられる。

$$\Delta S = \Delta S_1 \text{ (年周項)} + \Delta S_2 \text{ (半年周項)} \quad (2-14)$$

$$\Delta S_1 = +0^{\circ}.022 \sin 2\pi t - 0^{\circ}.012 \cos 2\pi t$$

$$\Delta S_2 = -0^{\circ}.006 \sin 4\pi t + 0^{\circ}.007 \cos 4\pi t$$

ここで t はペッセル年で年初からの時間経過を年の分数で表わしたものである。したがって UT_2 は次のようになる。

$$UT_2 = UT_1 + \Delta S \quad (2-15)$$

この他に自転周期の変動に長年の変化と不規則変化があるが、世界時の補正に直接関係しないのでここでは省略する。しかし世界時は当然これらの変動の影響を含んでいるわけで、特に UT_1 の一様に流れる時系の暦表時

(ET) や原子時 (AT) に対する差である、($ET - UT_1$) や ($AT - UT_1$) はあらゆる地球自転速度の変動分の反映である。(本文参照)

(iii) 視恒星時の計算

視恒星時 (Apparent siderial Time, AST) は真の春分点の時角であるが、これは衛星運動の計算においては、慣性座標系と地球固定座標系の間の変換で用いられる最も重要な量の一つなので、その求め方を少し詳しく述べる。

グリニジ子午線における視恒星時 ($GAST$) はグリニジ平均恒星時 ($GMST$) と (1-9) 式で与えられる赤経の章動 $\Delta\alpha$ を用いて次のように表わされる。

$$GAST = GMST + \Delta\alpha \quad (2-16)$$

ある瞬時のグリニジ平均恒星時は、(2-6)式から求まる。

$$GMST = UT_1 + R_U - 12^h \quad (2-17)$$

また R_U は (2-5) 式から

$$R_U = d + eT + fT^2 \quad (2-18)$$

ここで T は 1900 年 1 月 0.5 UT から起算した世界時をユリウス世紀 (36525 平均太陽日) で測ったものである。また世界時としては地球の自転に最も忠実な時系である UT_1 を用いる。

(2-17) 式の T を MJD を用いて表わすと

$$GMST = UT_1 + d' + e'D + f'D^2 \quad (2-19)$$

$$d' = d - 12^h$$

$$= 23925^s.836 = 99^{\circ}690983$$

$$e' = 236^s.5553605 = 0^{\circ}9856473356$$

$$f' = 6^s.964 \times 10^{-11} = 2^{\circ}902 \times 10^{-13}$$

$$D = MJD - 15019.5$$

ここで MJD はある瞬時の修正ユリウス日である。もし原子時による日数経過を修正ユリウス日で表わしたもの $MJAD$ とすると、

$$D = MJAD - 15019.5 - \frac{(AT - UT_1)}{86400}$$

$AT - UT_1$ は単位は秒であるが、今後 ($AT - UT_1$) の形で式の中に現れた場合は $(AT - UT_1)/1\text{sec}$ を意味するものとする。

となるから、これを (2-19) に代入し、一部微小項を省略すると

$$GMST = \{ AT - (AT - UT_1) \} + d' + e'D + f'D^2 - e''(AT - UT_1) \quad (2-20)$$

ここで

$$D' = MJAD - 15019.5$$

$$e'' = 2^s.7379093 \times 10^{-3}$$

$$= 1^{\circ}1407955 \times 10^{-5}$$

($AT - UT_1$) は観測によって求まる量であるが、将来

の値は本文に示した予測値を用いる。

なお、(2-19)、(2-20)式における右辺の第1項は、 D 、 D' が正午から起算されていることに注意して書き直すと

$$\begin{aligned} UT1 &= \{AT - (AT - UT1)\} \\ &= 86400^s D + 12^h \\ &= 86400 \left\{ D' - \frac{(AT - UT1)}{86400} \right\} + 12^h \\ &= 86400 D' - (AT - UT1) + 12^h \\ &= 360^\circ D' - 4^\circ 1666667 \times 10^{-3} (AT - UT1) + 12^h \end{aligned}$$

となるから、これを(2-19)、(2-20)式に代入して

$$\begin{aligned} GMST &= d + e''' D + f' D^2 \\ &= d + e''' D' + f' D'^2 - e(AT - UT1) \end{aligned} \quad (2-21)$$

$$\begin{aligned} \text{ここで } e''' &= 86636^s. 5553605 \\ &= 360^\circ 9856473356, \\ e &= 1^s. 0027379093 \\ &= 4^\circ 1780745 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

したがって座標変換において $GMST$ を用いる場合は、各係数の角度表示の値を用いればよい。

また $GMST$ は近似的に次のようにして求めることができます。

$UT1$ が 0^h の瞬間のグリニッジ平均恒星時を $[GMST]_0$ とすると、

$$GMST = [GMST]_0 + K \times UT1 \quad (2-22)$$

$$K = \frac{\text{平均恒星時秒}}{\text{平均太陽時秒}} \quad (0^h UT1 \text{における値})$$

K は(2-10)式で与えられる。

(2-6)式から

$$[GMST]_0 = d' + e'D_0 + f'D_0^2 \quad (2-23)$$

ここで

$$D_0 = MJ D_0 - 15019.5$$

で $MJ D_0$ は $UT1$ が 0^h の瞬間の修正ユリウス日である。ここで恒星時計算の例を示す。

1975年3月3日 $6^h UT$ におけるグリニッジ平均恒星時とグリニッジ視恒星時を、(2-19)、(2-21)、(2-22)の各式を用いて、それぞれ計算してみる。

1975年3月3日 $6^h UT$ は

$$MJ D = 42474.25$$

$$MJ AD = 42474.25016$$

$$\Delta\alpha (\text{赤経の章動}) = 1^s. 017$$

$$AT - UT1 = 13^s. 4651$$

(i) (2-19)式による計算

$$GMST = UT1 + d' + e'D + f'D^2$$

この場合

$$D = 27454.75$$

であるから、右辺の各項を計算すると

$$UT1 = 6^h$$

$$d' = 6^h 38^m 45^s. 836$$

$$e'D = 4^h 2^m 48^s. 28416$$

$$f'D^2 = 0^s. 052492$$

したがって

$$GMST = 16^h 41^m 34^s. 172652$$

(ii) (2-21)式による計算

$$GMST = d + e''' D + f' D^2$$

D は(i)の場合と同じであるから

$$d = 18^h 38^m 45^s. 836$$

$$e''' D = 22^h 2^m 48^s. 28416$$

$$f' D^2 = 0^s. 052492$$

$$\therefore GMST = 16^h 41^m 34^s. 172652$$

(iii) 原子時に基づく場合

$$GMST = d + e''' D' + f' D'^2 - e(AT - UT1)$$

まず D を求めると、

$$D' = 27454.75016$$

したがって

$$d = 18^h 38^m 45^s. 836$$

$$e''' D' = 22^h 3^m 2^s. 145026$$

$$f' D'^2 = 0. 052492$$

$$e(AT - UT1) = 13.501966$$

$$\therefore GMST = 16^h 41^m 34^s. 53155$$

(iv) (2-22)式による計算

$$GMST = [GMST]_0 + K \times UT1$$

まず(2-23)式によって $[GMST]_0$ を求める。

$$D_0 = 27454.5$$

$$d' = 6^h 38^m 45^s. 836$$

$$e'D_0 = 4^h 1^m 49^s. 14509$$

$$f'D_0^2 = 0^s. 05249$$

$$\therefore [GMST]_0 = 10^h 40^m 35^s. 033358$$

$0^h UT1$ における K を(2-10)式から求めると

$$K = 1.002737909$$

であるから

$$K \times UT1 = 6^h 0^m 59^s. 138831$$

したがって

$$GMST = 16^h 41^m 34^s. 172411$$

以上4つの式でそれぞれ求めたが、(iii)の場合を除いてほとんど変わらない。(iv)の場合の値の差は、 D' の計算において値を切上げた結果生じたものである。

視恒星時を求める $\Delta\alpha = 1^s. 017$ であるから

$$GAST = 16^h 41^m 35^s. 189652$$

となる。

(V) 暦表時と世界時の関係

暦表時は前に述べたように、地球の自転とは無関係にきまる時系であるが、天体の運動の記述において、地球の自転との関係を明確にしておくと便利な場合が多い。このために暦表子午線 (Ephemeris meridian) が導入される。この意味は次のようなものである。

暦表子午線：宇宙空間における暦表子午線の位置は、もし地球が一定の速度で自転をしていたならば、本初子午線 (Greenwich 子午線) がそこにあったはずのところである。

したがって暦表子午線は、地球自転の変動のために、グリニッジ子午線に対しては不規則な変動をするが、宇宙空間に対しては一様な速度で自転する。 $\Delta T = ET - UT$ とすると、暦表子午線は実際の本初子午線よりも、 $(1 + 0.0027379) \Delta T$ だけ東にある。 ΔT は地球の自転に対応した量であるので、観測によってきまるものである。

世界時に対するグリニッジ子午線の関係を、暦表時に対する暦表子午線の関係に当てはめて、暦表平均太陽、暦表恒星時などがつぎのようにきまる。(図 2.5)

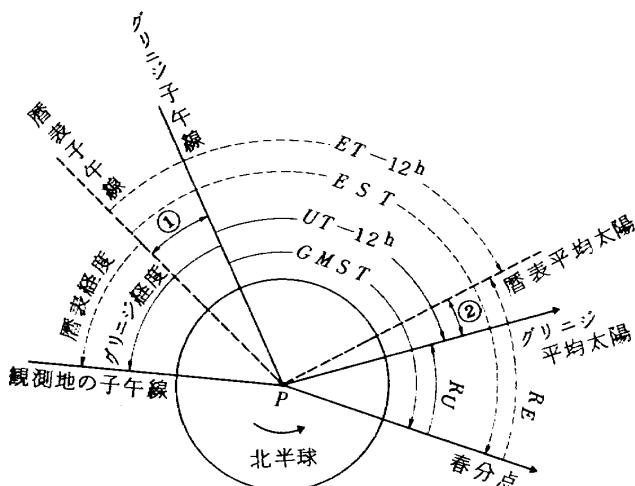
暦表平均太陽

暦表平均太陽の赤経は(2-5)式における T を暦表時で測って得られる。 T を暦表時および世界時で測ったものを T_E , T_U 、暦表平均太陽およびグリニッジ平均太陽の赤経をそれぞれ R_E , R_U とすると

$$R_E = d + e T_E + f T_E^2 \quad (2-24)$$

$$R_U = d + e T_U + f T_U^2 \quad (2-25)$$

これから



① 1.0027379 ΔT

② 0.0027379 ΔT

図 2.5 暦表時と世界時

$$R_E - R_U = e(T_E - T_U) + f(T_E^2 - T_U^2)$$

暦表時と世界時の差、 $(T_E - T_U)$ を秒の単位で表わしたものと ΔT とし、右辺の第二項を省略すると

$$R_E - R_U = 0.0027379 \Delta T \quad (2-26)$$

これは地球自転の変動のために生じたグリニッジ平均太陽の遅れを示している。(図 2.5) このように暦表平均太陽は宇宙空間に対しては一様な速度でまわる仮想平均太陽である。

暦表恒星時

暦表子午線における春分点の時角を暦表恒星時 (Ephemeris sidereal time, EST) とすると、EST と暦表時 (ET) とは、(2-6) と同様にして、次のように結ばれる。

$$ET = EST - R_E + 12^h \quad (2-27)$$

したがって、(2-27) と (2-6) 式から

$$EST - GMST = (ET - UT) + (R_E - R_U)$$

であるから、(2-26) を用いて、暦表恒星時とグリニッジ平均恒星時との関係が、次のように得られる。

$$EST = GMST + 1.0027379 \Delta T \quad (2-28)$$

暦表経度

任意の地点の経度を、グリニッジ子午線のかわりに、暦表子午線を基にして測ったものが暦表経度である。グリニッジ子午線から測った経度をグリニッジ経度とすると

$$\text{暦表経度} = \text{グリニッジ経度} - 1.0027379 \Delta T \quad (2-29)$$

ここで経度は東経を正とし、西経を負で表わしている。

(3) 原子時と協定世界時

(i) 原子時 (Atomic time, AT)

量子力学の理論から不变とされる、セシウム原子の固有振動数を測定し、それを積算して時刻を決める時系である。原子時を実際に決めるメカニズムについては参考文献 6 に詳しい。ここでは主として原子時の利用について述べる。

原子時は 1954 年頃から検討が始まられ、その単位としての 1 秒は、暦表時の 1 秒間におけるセシウム原子の振動数が採られた。これはその後 1967 年の国際度量衡総会で、従来の暦表時の秒に代って、正式の秒の定義として採択されたが、次のようなものである。

「国際単位系の 1 秒は、セシウム 133 原子の基底状態の 2 つの超微細構造準位間の遷移における放射の周期の 9192631770 倍とする。1956 年に度量衡委員会が採択した秒は暦表秒と称する。¹¹⁾」

このように秒の単位として、現在は原子秒が用いられているが、原子秒は月の観測によって求められる暦表秒をもって決められたものである。原子秒は現在、 10^{-12} の高精度で得ることができる。

ところで現在公式に用いられる原子時として TAI (International atomic time) があるが、これは1958年1月1日 0^h $UT2$ において TAI の時刻を $UT2$ と一致させたもので、パリ天文台にある国際報時局 (Bureau international de l'heure, BIH) で維持されている。

この他に代表的原子時系として $A1$ 系がある。 $A1$ 系は米国海軍天文台 (U.S. Naval Observatory, USNO) で管理されている原子時系で、ここでは2週間先までの $A1 - UT1$ の予測値も常時発表している。 $A1$ 系から TAI への変換は簡単にを行うことができる。図 2.6 にその関係式を示した。

以上のように、原子時は暦表時とは根本的に異なる原理のもとに決められる時系であるが、両時系とも一様不変に流れる時系であり、また原子秒は暦表秒に一致させて決められたので、原子時がスタートした1958年1月1日 0^h $UT2$ における暦表時と原子時の差、

$$ET - AT \approx 32^s$$

は一定の値を保ち続けるはずである。ところが現在行われている観測によると、多少の変化は認められるようである。その原因としては、暦表秒を決めた際の観測の誤差と原子時にとて本質的な問題である相対論的效果がある。相対性理論によれば時の流れも絶対不変のものではなく、ある運動をしている物体に固定した座標系における時間は、その速度や重力場の影響を受ける固有時となる。したがって厳密な意味では、原子時は、固有時といふことになる。地球上では位置によって重力場が異なるし、地球の公転軌道が梢円であるため太陽の重力場も変化し、また月の重力場の影響も考えられる。例えば

$$A1 - TAI = 0^s.0343817 + a + bD$$

$$A1 - UTC = 14^s.0343817 + a + bD$$

$$a = -3.4 \times 10^{-6} \text{ sec}$$

$$b = -0.016 \times 10^{-6} \text{ sec/day}$$

$$D = (MJD - 42414)$$

D は 1975 年 1 月 2 日 (42414 MJD) より起算

$$ET - TAI = 32^s.18$$

$$TAI - UTC = 14^s.18 \quad (1975 \text{ 年 } 5 \text{ 月})$$

JPL (Jet Propulsion Laboratory) における軌道決定プログラム、DPODP では、このような事情を考慮して、暦表時と原子時の差を次のように求めている。

$$\begin{aligned} ET - A1 &= ET_{1958} \\ &\quad - (t - 252460800) \frac{\Delta f_{cesium}}{f_{cesium}} \\ &\quad + 1.658 \times 10^{-3} \sin E \\ &\quad + 0.317679 \times 10^{-9} u \sin(UT + \lambda) \\ &\quad + 5.341 \times 10^{-12} u \sin(UT + \lambda - M) \\ &\quad + 1.01 \times 10^{-13} u \sin(UT + \lambda - 2M) \\ &\quad - 1.3640 \times 10^{-11} u \sin(UT + \lambda + 2L) \\ &\quad - 2.27 \times 10^{-13} u \sin(UT + \lambda + 2L + M) \\ &\quad + 1.672 \times 10^{-6} \sin D \\ &\quad + 1.38 \times 10^{-13} u \sin(UT + \lambda - D) \end{aligned} \quad (2-30)$$

ここで

ET_{1958} : 1958 年 1 月 1 日 0 時における $ET - UT2$

f_{cesium} : $A1$ 系の 1 秒のセシウム時計の振動数
(9192631770 Hz)

Δf_{cesium} : 推定されるパラメータ。 $(f_{cesium} + \Delta f_{cesium})$ は 1 暦表秒当りのセシウム時計の振動数。

t : 1950 年 1 月 1 日 0 時から経過した秒数。

252460800 : 1950 年 1 月 1 日 0 時から 1958 年 1 月 1 日 0 時までの秒数。

M, E : 地球と月の重心が太陽を回る軌道の mean anomaly と eccentric anomaly.

L : 瞬時の平均春分点と黄道に基づいた太陽の geometric mean longitude.

D : mean elongation of the moon from the sun.

u : 地球の自転軸から原子時計までの距離(km)

λ : 原子時計の東経

UT : 世界時 ($= 2\pi \frac{UT_1}{86400}$)

しかしこのような補正量は非常に小さいので、当所のプログラムでは

$$ET - TAI = 32^s.18$$

を採用している。

(ii) 協定世界時 (Coordinated universal time, UTC)

原子時系は一様不変に流れる理想的な時系ではあるが、天文航法や測地学においてはもちろん、太陽を中心とする日常生活においては、地球の自転に基づく世界時は便利なものである。そこで原子時と世界時がまったく異なる

図 2.6 $A1$ 系と TAI の関係

二つの時系を組合せて生れた時系が協定世界時である。それは秒の長さは原子秒によって与えられ、世界時との差がいつもある範囲内にあるように時刻が調節されている。1960年から1971年にかけては、原子時を基にして、これに周波数オフセット(UTC の歩度が $UT2$ の年間平均歩度に近づくようにするために、原子秒に加える修正量)を加え、 UTC と $UT2$ の差が±0.1秒以内にあるように管理され、なおかつ、その差が0.1秒を超えた場合には、0.1秒のステップ調整を行うものであった。表2.1にこの間に加えられたオフセットを示した。たとえば1962年から1963年末までは UTC の1秒は、原子秒を 130×10^{-10} 秒だけ遅らしていたわけで、1日には $130 \times 10^{-10} \times 86400 = 1.1232 \times 10^{-3}$ だけ、 UTC は AT より遅れることになる。表2.2にはステップ調整とその加えられた時期を示した。1968年2月1日の場合を除いて、他はすべて UTC を0.1秒づつ遅らしているが、このようなステップ調整の回数や、オフセット量の増大は地球の自転が遅くなっていくことに対応している。

1972年からは方式が変り、 UTC の秒の長さは厳密に1原子秒とし、1972年1月1日0^h UTC において、 $UTC = TAI - 10^s$ となるように UTC を調整し、以後 UTC と $UT1$ の差が、1974年までは±0.7、1975年からは±0.9秒以内にあるように管理されている。もし $UTC - UT1$ の値がこれらの範囲を超えた場合には、原則として12月31日または6月30日の最後の秒を追加または削除する、1秒のステップ調整が行われる。この調整は1972年以後4回行われ、1975年現在、

$$TAI - UTC = 14 \text{ 秒}$$

である。(表2.3)

このように AT と UTC の関係はかなり複雑なので、表2.1～表2.3を基にして、 $AT - UTC$ の値を求める関係式を作ると次のようになる。

$$AT - UTC = [AT - UTC]_0 + 0_s (MJD - MJD_0) \quad (2-31)$$

ここで $AT - UTC$ を求める瞬間(UTC)を MJD で表わしており、3つの定数 0_s 、 MJD_0 、 $[AT - UTC]_0$ は、

1962年から1975年の間を16の区間にわけ、表2.4に示したようになる。たとえば1970年8月1日0^h UTC (40799.0 MJD)における $AT - UTC$ は、表2.4における期間11の定数を用いて、

表2.1 1962年～1971年におけるオフセット

期間 (UT)	Offset
1962年1月1.0～ 1963年12月32.0	-130×10^{-10}
1964年1月1.0～ 1965年12月32.0	-150×10^{-10}
1966年1月1.0～ 1972年12月32.0	-300×10^{-10}

表2.2 1962年～1971年における UTC のステップ調整

ステップ調整を行った時期(UT) ()内は MJD	ステップ調整 d_s ($UTC = UTC + d_s$)
1963年11月1.0 (38334)	-0.1
1964年4月 1.0 (38486)	-0.1
9月 1.0 (38639)	-0.1
1965年1月 1.0 (38761)	-0.1
3月 1.0 (38820)	-0.1
7月 1.0 (38942)	-0.1
9月 1.0 (39004)	-0.1
1968年2月 1.0 (39887)	+0.1

表2.3 1972年～1975年における UTC のステップ調整

ステップ調整を行った時期(UTC) ()内は MJD	ステップ調整 d_s ($UTC = UTC + d_s$)	$AT - UTC$
1972年 6月31.0 (41499)	-1.0	11 s
1972年 12月32.0 (41683)	-1.0	12 s
1973年 12月32.0 (42048)	-1.0	13 s
1974年 12月32.0 (42413)	-1.0	14 s

$$AT - UTC = 6^s 1857 + 2.5920 \times 10^3 (40799.0 - 39887.0) = 8.^s 5496$$

となる。なお(2-31)式で AT は TAI を意味する。

なお、 UT_1 と UTC の差を $0.^s 1$ の精度で予報したもののが DUT_1 で、この値を知ることにより、 UTC を用いて、

$$UT_1 = UTC + DUT_1$$

から、 UT_1 を $\pm 0.^s 1$ の精度で知ることができる。

(iii) 標準時 (Standard time)

標準時というのは、ある国または1地方などの地域で用いられる、ある特定の子午線に基づく時刻で、基準とする子午線は標準子午線と呼び、通常はグリニッジ子午線と 15° (1^h) の整数倍の差がある子午線が選ばれる。⁵⁾ 日本における標準子午線は $+135^\circ$ (9^h) である。現在、標準時は

$$\text{標準時} = UTC + (\text{標準子午線の経度})$$

で与えられ、我々の日常生活はこれに従っている。日本における標準時 (JST) は

$$JST = UTC + 9^h$$

であり、 DUT_1 と共に標準電波 JJY (2.5, 5, 10, 15 MHz) にてのせて発射されている。

(4) ユリウス日とベッセル年

(i) ユリウス日 (Julian date, JD)

長い年月にわたって日数を通算するのに便利なように、考え出されたものがユリウス日で、西暦紀元前、4713

年1月1日 $12^h UT$ から起算した通日である。時刻は日の端数によって示される。

また1858年11月17日0時 UT ($2400000.5 JD$) から起算した通日は修正ユリウス日 (Modified Julian Date, MJD) と呼ばれ、人工衛星のデータなどに多く用いられる。

$$MJD = JD - 2400000.5$$

1900年から2000年までの各年初の JD と MJD を表2.5に示した。

世界時のかわりに暦表時が用いられた場合には、ユリウス暦表日 (Julian Ephemeris Day, JED) となる。修正ユリウス日 ($MJED$) も MJD と同様に求められる。

ユリウス恒星日 ($G.S.D$) も同様で、起点を $0.0 JD$ 以後最初にグリニッジ恒星時が 0^h になった瞬間におき、以後グリニッジ恒星時が 0^h となるごとに 1^d を加える。また視恒星時を求める(2-20)式においては、ユリウス原子日というものを考えたが、これはユリウス日に原子時と世界時の差(普通秒単位で表わされる)を日数に換算して加えたものである。

ユリウス原子日 (JAD) = $JD + (AT - UT)/86400$
修正ユリウス原子日 ($MJAD$) の場合は、上の式における JD を MJD に置き換える。

(ii) ベッセル年 (The Besselian solar year)

暦年は1太陽年の長さの端数を調整するため、4年に

表 2.4 $AT - UTC$ の計算式における各定数

	期 間 (UTC) () 内は MJD	$(AT - UTC)_0$	θ_s	MJD_0
1	1962年1月1.0(37665.0)～1963年10月31.0(38334.0)	1.^s 845858	1.1232×10^{-3}	37665.0
2	1963年11月1.0(38334.0)～1963年12月32.0(38395.0)	2.^s 697279	"	38334.0
3	1964年1月1.0(38395.0)～1964年3月32.0(38486.0)	2.^s 765794	1.2960×10^{-3}	38395.0
4	1964年4月1.0(38486.0)～1964年8月32.0(38639.0)	2.^s 883730	"	38486.0
5	1964年9月1.0(38639.0)～1964年12月32.0(38761.0)	3.^s 282018	"	38639.0
6	1965年1月1.0(38761.0)～1965年2月29.0(38820.0)	3.^s 540130	"	38761.0
7	1965年3月1.0(38820.0)～1965年6月31.0(38942.0)	3.^s 716594	"	38820.0
8	1965年7月1.0(38942.0)～1965年8月32.0(39004.0)	3.^s 974706	"	38942.0
9	1965年9月1.0(39004.0)～1965年12月32.0(39126.0)	4.^s 155058	"	39004.0
10	1966年1月1.0(39126.0)～1968年1月32.0(39887.0)	4.^s 313170	2.5920×10^{-3}	39126.0
11	1968年2月1.0(39887.0)～1971年12月32.0(41317.0)	6.^s 185682	"	39887.0
12	1972年1月1.0(41317.0)～1972年6月31.0(41499.0)	10.^s	0	
13	1972年7月1.0(41499.0)～1972年12月32.0(41683.0)	11.^s	"	
14	1973年1月1.0(41683.0)～1973年12月32.0(42048.0)	12.^s	"	
15	1974年1月1.0(42048.0)～1974年12月32.0(42413.0)	13.^s	"	
16	1975年1月1.0(42413.0)～	14.^s	"	

一度閏年が設けられており、年によって1年の長さが異なるため、観測や計算を年を単位にして行いたい場合には、大変具合が悪い。そこで便宜上一様に経過する年として考えられたのがベッセル年である。

ベッセル年初は、光行差をうけた仮想平均太陽（暦表年平均太陽）の赤経が $18^{\text{h}}40^{\text{m}}$ に達した瞬間と定める。これは暦年の年初の近くでおこり、これを表わすには年号の後に.0をつける。（例えば1950.0, 1975.0等）ベッセル年の長さは、暦表平均太陽の赤経が2度続けて $18^{\text{h}}40^{\text{m}}$ になるまでの間隔であるから、(2-24)式を用いて

$$\begin{aligned} \text{ベッセル年} &= \frac{360^{\circ} \times 36525}{dR_E} \text{ (day)} \\ &= 365.424219878 - 7.4 \times 10^{-6} T \end{aligned} \quad (2-32)$$

これを(2-4)式で与えられる太陽年と比較すると、ベッセル年は太陽年よりも

$$1.4 \times 10^{-6} T = 0.4148 T$$

だけ短いことがわかる。これは暦表平均太陽の加速項が、太陽の黄経を与える(2-3)式のそれに比較して、大きいことに起因する。しかしこの差は100年間でも0.4148程度と非常に小さいので、これを無視すれば、ベッセル年初は光行差を受けた太陽の平均黄経が 280° に達する瞬間であるということができる。すなわちベッセル年と太陽年の長さが同じであると見なせるわけで、ベッセル年初によって太陽年のはじめを規定することができる。ところで太陽の幾何学的平均黄経は(2-3)式で与えられるので、光行差を補正するために、光行差常数=20.496を 280° に加えて、太陽の幾何学的平均黄経が $280^{\circ}00'56.9$ になった瞬間がベッセル年初にあたるわけである。

1900+ t 年のベッセル年初は、暦表時で表わすと次の式を用いて得られる。⁵⁾

$$0.48135080 - 0.47801218 T - 0.400030689 T^2 + \frac{f}{4} \quad (2-33)$$

ここで、 $T = t/100$, f は西暦年数を4で除した残り

表2.5 ユリウス日とベッセル年初

西暦	ユリウス日(1月0日12 ^h)		ベッセル年初	
	J D	M J D	暦表日	M J E D
1900	2415020	15019.5	1月 0.813	15019.813
1905	6846	16845.5	0.524	16845.524
1910	8672	18671.5	0.735	18671.735
1915	2420498	20497.5	0.946	20497.946
1920	2324	22323.5	1.157	22324.157
1925	4151	24150.5	0.868	24150.868
1930	5977	25976.5	1.079	25977.079
1935	7803	27802.5	1.290	27803.290
1940	9629	29628.5	1.501	29629.501
1945	2431456	31455.5	0.712	31455.712
1950	3282	33281.5	0.923	33281.923
1955	5108	35107.5	1.134	35108.134
1960	6934	36933.5	1.345	36934.345
1965	8761	38760.5	0.556	38760.556
1970	2440587	40586.5	0.767	40586.767
1975	2413	42412.5	0.978	42412.978
1980	4239	44238.5	1.189	44239.189
1985	6066	46065.5	0.400	46065.400
1990	7892	47891.5	0.611	47891.611
1995	9718	49717.5	0.822	49717.822
2000	2451544	51543.5	1.033	51544.033

である。閏年の場合は整除されるが、その場合は f を 0 としないで 4 とする。1900 年～2000 年におけるベッセル年初は表 2.5 に示した。

本文の $AT - UT_1$ の予測値は、時間経過を太陽年（すなわちベッセル年）を単位として測って計算されるが、その計算の一例は次のようなものである。

西暦 1900 年におけるベッセル年初（1900.0）は修正ユリウス暦表日で表わすと、15019.813 である。したがって 1900.0 からある任意の瞬間 ($MJED$) までの時間経過をベッセル年単位で測ると、ベッセル年の長さを B_y として

$$(MJED - 15019.813) / B_y$$

となるので、その瞬間をベッセル年で表わせば

$$1900.0 + \frac{(MJED - 15019.813)}{B_y}$$

となる。ここで B_y は (2-32) 式で与えられるが、普通それほどの厳密さはいらないので、

$$B_y = 365.42422$$

における。表 2.5 におけるベッセル年初は上式によって確かめることができる。

(5) 要 約

(1)から(4)において、各時系の特徴と役割について述べたが、ここで、人工天体の軌道シミュレーションシステムにおける時系の構成を想定し、各時系の関連について要約を行ってみる。

システムにおける基本の時系としては、高精度に時をきめることができ、かつ一様に流れる時系である原子時（ここでは TAI を考える）を用いる。また TAI の出発点である、1958 年 1 月 1 日 0^h UT_2 を起点とし、以後原子時が 0^hとなるごとに、起点のユリウス日である 2436204.5 に 1^d を加えていったものをユリウス原子日 (JAD) とする。この TAI および JAD を基にして、他の時系は計算によって求める。

基本時系： $AT (TAI), JAD, MJAD$

TAI 以外の原子時系、たとえば $A1$ 系が用いられた場合でも、 TAI とは図 2.6 に示した関係式で結ばれている。

世界時： $UT_1 = AT - [AT - UT_1]$

$$UT_2 = UT_1 + \Delta S$$

$$JD = JAD - [AT - UT_1] / 86400$$

$$MJED = JD - 2400000.5$$

暦表時： $ET = AT + (ET - AT)$

$$JED = JAD + [ET - AT] / 86400$$

$$MJED = JED - 2400000.5$$

恒星時： $GMST = 67125.836 + 86636.55536 D$

$$+ 6.8964 \times 10^{-11} D^2$$

$$D = MJD - 15019.5$$

$$GAST = GMST + 4\alpha$$

協定世界時： $UTC = AT - [AT - UT_1]$

標準時： $JST = UTC + 9^h$

ここで

$[AT - UT_1]$ ：観測に基づくデータは $BIH, USNO$, 東京天文台、その他から発表されているが、この報告の本文の主題は、この値の予測にある。

$[ET - AT]$ ：相対論の効果を考慮しなければ、 32.818 で与えられる。

$[AT - UT_1]$ ：過去の値は (2-31) 式で与えられる。将来の値は、もちろんわからないが、 $|UT_1 - UTC| < 0.89$ の関係が今後も維持されるとすれば、 $[AT - UT_1]$ の予測値を用いて、だいたいの見当はつけられる。

ΔS ：地球の自転速度の季節的変化の補正量で (2-14) 式で与えられる。

$\Delta \alpha$ ：赤経の章動で (1-9) 式で与えられる。

以上関係式を簡単に列挙したが、時系の関係をさらに明確にするため、図 2.7 に図示した。暦表時、世界時、原子時などはそれぞれ独立した時系であるので、図における $[ET - AT]$, $[AT - UT_1]$, $[ET - UT_1]$ は実際の観測によってきまるものである。また $[AT - UTC]$ がわかれば、

$UT_1 - UTC = [AT - UTC] - [AT - UT_1]$ から $UT_1 - UTC$ の値が求まる。

付録 3. 記 号

本文に用いられた主な記号を示す。

AT ：原子時

$A1$ ：原子時系

B_y ：ベッセル年

CNP ：天の平均北極

CNP' ：天の真の北極

DUT_1 ： $UTC - UT_1$

ET ：暦表時

EST ：暦表恒星時

ENP ：黄道の北極

$GAST$ ：グリニッジ視恒星時

$GMST$ ：グリニッジ平均恒星時

GJD ：ユリウス恒星日

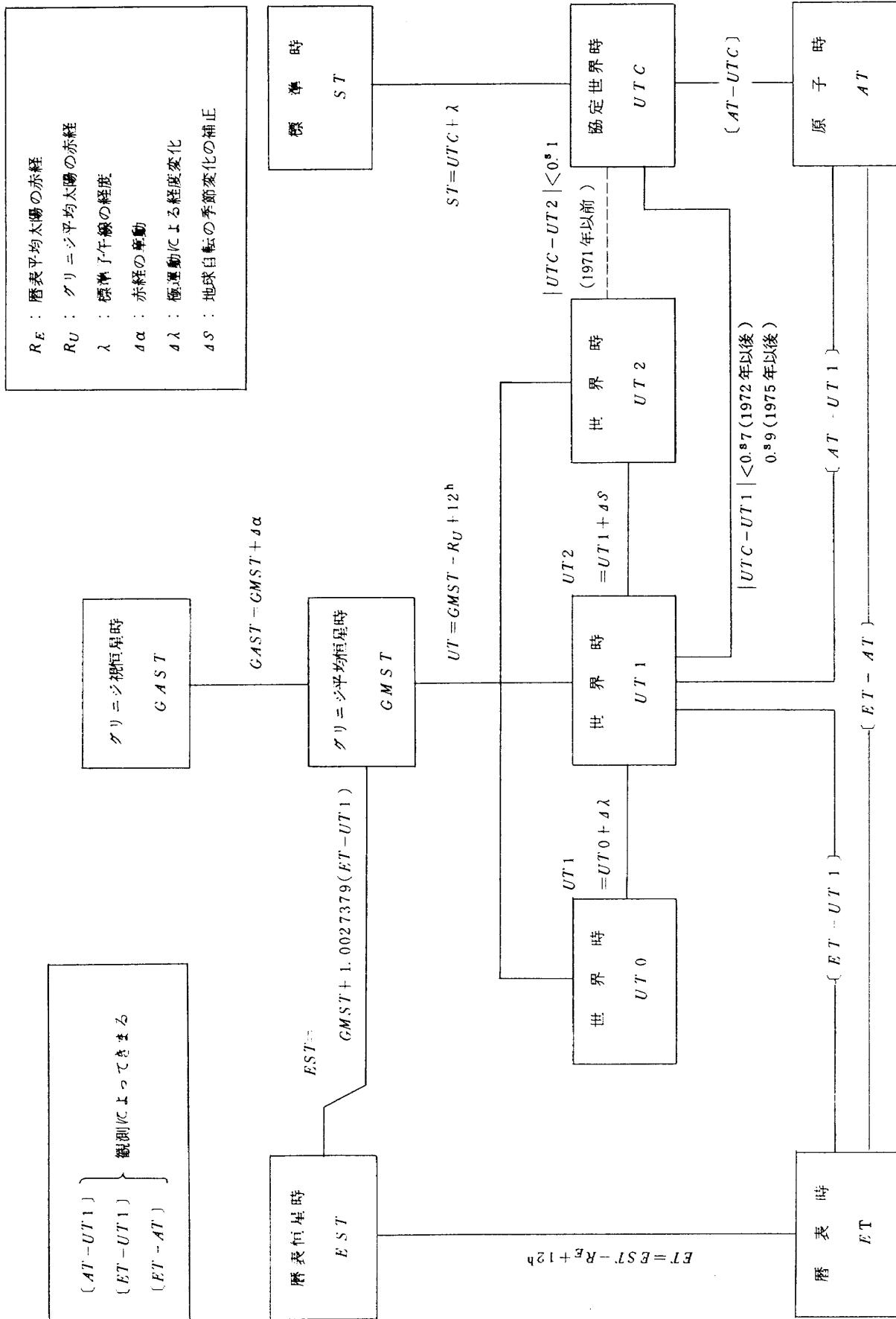


図 2.7 各時系間の関係

$J D$: ユリウス日
JAD	: ユリウス原子日
JED	: ユリウス暦表日
JST	: 日本標準時
L	: 太陽の幾何学的平均黄経
MJD	: 修正ユリウス日
$MJED$: 修正ユリウス暦表日
$MJAD$: 修正ユリウス原子日
MST	: 平均太陽時
$P(t)$: 地球自転速度の変化率
R_U	: グリニッジ平均太陽の赤経
R_E	: 暦表平均太陽の赤経
ST	: 恒星時
ΔS	: 地球自転速度の季節的変動
TAI	: 國際原子時
ΔT	: $ET - UT$
UT	: 世界時
UT_0	: 観測から決まる生の世界時
UT_1	: 極運動による経度変化を補正した世界時 $(UT_0 + \Delta \lambda)$
UT_2	: UT_1 に地球自転の季節的変動を補正した 世界時
UTC	: 協定世界時
ζ	: 歲差量を表わすパラメータ
$\Delta \alpha$: 赤経の章動
$\Delta \delta$: 赤緯の章動
ε_T	: 真の黄道傾角
ε_M	: 平均黄道傾角
$\Delta \epsilon$: 黄道傾角の章動
$\Delta \lambda$: 極運動による経度の変化
$\Delta \phi$: 黄経の章動
ζ_0	: 歲差量を表わすパラメータ
θ	: 歲差量を表わすパラメータ

航空宇宙技術研究所報告 430号

昭和 50 年 10 月 発行

発行所 航 空 宇 宙 技 術 研 究 所

東 京 都 調 布 市 深 大 寺 町 1880

電話 武藏野三鷹 (0422) 47-5911 (大代表) 〒182

印 刷 所 株 式 会 社 共 進

東京都杉並区久我山 4-1-7 (羽田ビル)
