

UDC 620.178.3:
539.43:
519.28:
669.715

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-431

航空機用アルミニウム合金2024-T4円孔切欠き材に
おける疲れ寿命のばらつきとS-N曲線との関係
(温度および湿度を一定にした実験室内における実験)

下河利行・浜口泰正

1975 年 10 月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

航空機用アルミニウム合金2024-T4円孔切欠き材に おける疲れ寿命のばらつきとS-N曲線との関係*

(温度および湿度を一定にした実験室内における実験)

下 河 利 行**・ 浜 口 泰 正**

Relation between Scatter of Fatigue Life and S-N Curve of 2024-T4 Aircraft Structural Aluminium Alloy Specimens with a Circular Hole at Constant Temperature and Humidity

By Toshiyuki SHIMOKAWA and Yasumasa HAMAGUCHI

ABSTRACT

When a new factor serving as an error in applied stress is added to an identical condition under which an S-N curve has been obtained, it causes a deviation from the fatigue life estimated from the S-N curve, and the amount of the deviation is related to the slope of the S-N curve. In the present paper, the accumulated effect of all factors causing the fatigue life scatter is regarded as an error in applied stress. The equivalent stress is defined as the sum of the applied stress and the error in applied stress. This concept is applied to the results of a series of fatigue tests on 2024-T4 aircraft structural aluminium alloy specimens with a circular hole at constant temperature and humidity. The interrelation between the scatter of the equivalent stress, the S- \tilde{N} curve, where \tilde{N} is the median fatigue life, and the scattering of fatigue life is discussed. The results obtained are compared with those in the case of specimens with a sharp notch ($K_t=8.25$) in a previous paper.

The main results of this study are: (1) The fatigue crack initiation period of the specimen with a circular hole is about 2% of fatigue life at the applied stress 26 kg/mm². When an applied stress is lowered, it becomes longer. It is about 76% of fatigue life at the applied stress 12.5 kg/mm². (2) In the stress range where the shape and slope of the S- \tilde{N} curve are almost identical, the distribution shape and scatter of fatigue life obtained from the experiment are almost equal regardless of stress level and notch configuration. The gentler the slope of the S- \tilde{N} curve, the larger the scatter of fatigue life becomes. (3) The equivalent stress is distributed almost in a normal distribution, and its standard deviation is nearly constant (0.270 to 0.377 kg/mm²) regardless of stress level and the ratio of crack initiation period to fatigue life. This result agrees well with that in the case of the specimens with a sharp notch ($K_t=8.25$). (4) The proposed equivalent stress distribution model, which has the normal distribution shape and a constant standard deviation regardless of stress level, gives a good explanation of the experimental fatigue life distributions within the interpolate region of the S- \tilde{N} curve drawn from the experimental results. (5) The distribution of fatigue life is dominated by the S- \tilde{N} curve. That is, the scatter of fatigue life is influenced signifi-

* 昭和50年8月4日 受付

** 機体第二部

cantly by the slope of the $S-\tilde{N}$ curve around an applied stress. The distribution shape of fatigue life is derived from the $S-\tilde{N}$ curve's equation and the normal distribution of the equivalent stress. Therefore, in the stress range where the $S-\tilde{N}$ curve on a semi-logarithmic scale is nearly straight, the fatigue life is distributed in a Log-normal distribution.

1. 結 言

疲れ寿命のばらつきは静的引張強度等のばらつきに比べて著しく大きいことが経験的に良く知られている。一方、航空機構造等の疲れ設計においては、疲れ寿命のばらつきと分布形状を考慮に入れた安全寿命設計および Fail-Safe 設計法が採用されている。しかしながら、疲れ寿命の分布特性に関しては、これを解明しようとする実験例もまだ比較的少く、材料強度学的にも明らかにされていない点が多い。したがって、実用的には設計および保守における合理化を促進する上で大きな障害となっている。このため、この分野の一層の進展が望まれている。

一般に、実験室で得られるような疲れ寿命のばらつきの原因として考えられる因子は、1) 試験条件のばらつき、2) 処女材に存在する材料固有の性質、3) 疲れ過程における損傷の累積が確率的であること¹⁾、などに大きく分類できるであろう。

一方、ある一定条件下の疲れ試験で得られた $S-N$ 曲線を考えてみると、この一定条件下に対し、新たに応力側の誤差とみなせるような因子が加われれば、これは $S-N$ 曲線により拡大されて、当初に予定した寿命からの誤差として現れることが容易に理解できる。したがって、上述の 1) および 2) に分類される因子のほとんどは応力側の誤差に換算して考えることができるであろうから、これらの因子が寿命のばらつきに影響する程度は $S-N$ 曲線の形状および勾配に大きく左右されることと思われる。以上の点を考えてみれば、疲れ寿命のばらつきに対して、 $S-N$ 曲線の形状および勾配が非常に重要な意味を持つことが推測できる。しかしながら、疲れ寿命のばらつきに及ぼす $S-N$ 曲線の重要性を認識して行われた研究例は非常に少く、著者らの知る限りでは、著者らによる前報^{2), 3)}および Matolcsy の研究⁴⁾があるのみである。

さて、通常の実験室で得られた結果では、上記のように分類した 3 種の因子のうち、いずれが疲れ寿命のばらつきの大きな原因であるかは現在のところ明らかでなく、これらを完全に分離して論ずることも困難である。しかしながら、1) の因子である試験条件の精度を緩めると、

寿命のばらつきが急に大きくなることは自明である。そこで前報⁸⁾では、実験室内の温度および湿度を一定にし、その他の試験条件にも種々の注意を払い、1) の因子の影響を極力小さくするように努めた。さらに、試験片として、疲れき裂の進展が寿命のほとんどを占めるため、3) の因子の影響が比較的小さいと考えられる⁵⁾ 鋭い切欠き材 ($K_t = 8.25$) を選び、この場合の実験ならびに解析の結果を報告した。本報では、試験条件および供試材料については、前報⁸⁾の $K_t = 8.25$ の場合と同様にし、試験片の形状として、疲れき裂発生までの期間が寿命のかなりの割合を占め、かつ $S-N$ 曲線も $K_t = 8.25$ の場合とは異なることが予想され、その上、実用的にも非常に重要な円孔切欠き材の場合を取上げた。実験および実験結果の解析は $K_t = 8.25$ の場合と同様に行った。すなわち、まず疲れ試験を行い、寿命分布ならびにき裂発生時点に関する資料を求めた。次に実験結果の解析としては、前述の 3 種の因子の効果すべてを総合して設定応力の誤差に換算し、この誤差を仮想的誤差と名付けた。また、設定応力と仮想的誤差の和を換算応力と定義した。この上で、まず実験で得られた中央値寿命 \tilde{N} によって、 $S-\tilde{N}$ 曲線 (中央値 $S-N$ 曲線) を決めた。さらに、この $S-\tilde{N}$ 曲線と寿命分布とから、各々の寿命に対応する換算応力を求め、この分布の評価を行った。これにより、工学的に設定応力の誤差をどの程度見積れば、またこの分布形がどのような形状であれば、実験で得られたような寿命分布が得られるかを調べた。また、この結果から逆に、換算応力分布モデルを仮定し、順序統計学の知識を応用して、 $S-\tilde{N}$ 曲線とから寿命分布を導いた。これにより、 $S-\tilde{N}$ 曲線の形状および勾配の変化に対して現れる寿命の分布形状およびばらつきについて検討した。また以上の検討は、前報⁸⁾の $K_t = 8.25$ の場合の結果と比較しながら論じた。

2. 試験片ならびに実験方法

供試材料は前報^{2), 8)}と同一ロットの航空機用アルミニウム合金 2024-T4、1 mm 厚平板である。化学成分および機械的性質を表 1 に、試験片形状を図 1 に示す。ここで、試験片の板幅、板厚および切欠き長さは前報⁸⁾の $K_t = 8.25$ の場合と等しくしている。切欠きの曲げの形

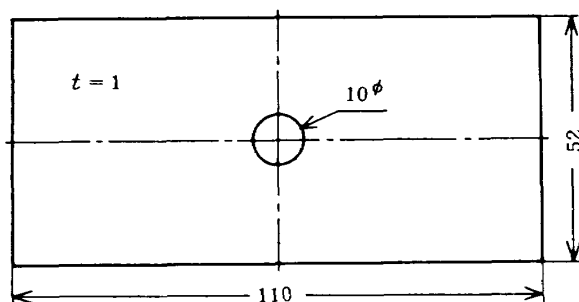
状係数 $K_{t,b}$ は約 1.7⁶⁾, 引張の形状係数 K_t は 2.54⁷⁾ である。試験片の加工方法は, 表面は納入状態のままとし, 円孔切欠き部は, 加工による残留歪を極力小さくするため, 旋盤による加工であり, バイトによる切削仕上げを施した。また実験前には, 必ずエチルアルコールにより試験片表面に付着した油膜等の汚れを落した。

使用した試験機は小型の遠心力型万能疲れ試験機 (ポールドウィン式) である。ただし, この型の疲れ試験機は起動時に有害な超過荷重が生ずるが, 前報⁸⁾で詳細を報告したように, 超過荷重を防止するための改造を施している。また, 一定荷重の安定性を計るため, 同期モータの駆動に水晶発振器を内蔵する定周波定電圧電源装置を使用している。なお, 本実験の寿命試験は全て 1 台の試験機により行っており, 前報^{2), 8)}の寿命試験に使用したものと同一である。

実験室内の環境条件は前報⁸⁾と同様, 温度を 22~24℃, 湿度を 50~55% 以内に保持した。これは試験片から約 50 cm の距離で自記温度・湿度計により測定したものである。

表 1 供試材料 2024-T4 の化学成分と機械的性質

化学成分	Cu	Si	Fe	Mn	Mg
重量%	4.39	0.17	0.32	0.50	1.30
引張強さ kg/mm ²	0.2% 耐力 kg/mm ²	伸び %	縦弾性係数 kg/mm ²		
51.1	38.6	20	7.35×10 ³		



$$K_{t,b} \doteq 1.7 \text{ (曲げ)}$$

$$K_t = 2.54 \text{ (引張)}$$

図 1 試験片形状

3. 実験結果

3.1 き裂の発生時点

まず, 円孔切欠き材におけるき裂発生までの期間と進

展期間の寿命に占める割合を知るため, き裂の発生時点を調べた。一般に, き裂の発生時点を実験で正確に知ることは困難であるので, 以下のような方法でき裂発生時点を推定した。すなわち, あらかじめ定めた幾つかの応力繰返し数において, 試験片を試験機から外し, 切欠き先端部近傍の表面をプラスチックレプリカ法により転写し, このフィルム面上を約 200 倍の顕微鏡で観測することにより, き裂の発生を調べた。き裂の有無は, 切欠きの両先端およびそれぞれの表と裏の計 4 箇所のうち, 1 箇所でもき裂が発見されれば, き裂が発生したとみなした。この実験からは, き裂が発見されなかった最終時点と初めてき裂が発見された時点を知ることができるので, き裂の発生時点は, 第一近似として, 単純にこの間隔の中間であるとして推定した。寿命比 n/N を尺度として, き裂の発生時点を推定した結果の一例を図 2 に示す。ここで, n は応力繰返し数, N は試験片の寿命である。図 2 から, 応力 $S = 26 \text{ kg/mm}^2$ では寿命の 2% 程度でき裂が発生している。また, 応力が低くなる程, き裂の発生時点は遅くなる傾向があり, 特に $S = 18 \text{ kg/mm}^2$ 以下から, この傾向が著るしくなる。さらに, $S = 12.5 \text{ kg/mm}^2$ では, 寿命の 76% 程度でき裂が発生している。これらの傾向は, 応力が特に低くない限りき裂の進展が寿命のほとんどを占めた, 前報⁸⁾の $K_t = 8.25$ の場合とは異なり, 円孔切欠き材におけるき裂発生までの期間の重要性を示すものである。

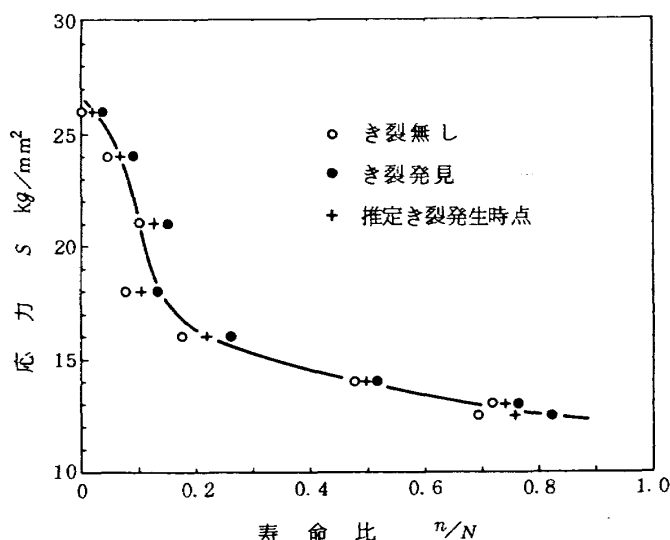


図 2 き裂発生時点の推定

3.2 寿命分布ならびに S- \tilde{N} 曲線

前節に述べたようなき裂発生までの期間と進展期間とを示す応力範囲において, 8 種類の一定応力による寿命分布を求めた。得られた結果を表 2 と図 3 の対数正規確

率紙上に示す。なお、本報で使用した確率紙へのプロット法は、前報⁸⁾と同様 Johnson⁷⁾により提案されているメディアンランクを使用した。この方法を採用した理由ならびに計算方法は前報⁸⁾と同様である。ここで、応力 $S=12.5 \text{ kg/mm}^2$ および 26 kg/mm^2 の場合は、 $S=13\sim 24 \text{ kg/mm}^2$ の結果に対する外挿範囲を合理的に決めるための実験である。このために、試験片の数は他の応力の場合より少い。表3には表2から求めた寿命の代表値と散布度を示す。また図4には、中央値寿命 \tilde{N} により描いた $S-\tilde{N}$ 曲線を、前報⁸⁾の $K_t=8.25$ の結果とともに示す。中央値寿命によって $S-\tilde{N}$ 曲線を描いた理由も前報⁸⁾と同様である。

さて、 $S=16 \text{ kg/mm}^2$ 以上の場合は、図3から寿命分布はほぼ対数正規分布とみなせる。また表3から、ばらつきの指標である寿命の変動係数 V_N または対数寿命の標準偏差 σ_L をみると、応力によらずほぼ一定である。また、図4の $S-\tilde{N}$ 曲線はほぼ勾配の等しい直線とみなせる範囲であることがわかる。なお、この応力範囲における寿命の分布形ならびにばらつきの大きさは、 $K_t=8.25$ の場合⁸⁾とも良く一致している。このことは、き裂の発生と進展の寿命に占める割合および切欠きの形状係数は寿命のばらつきにほとんど関与しないことを示すものと考えられる。一方、この応力範囲における $S-\tilde{N}$ 曲線の形状および勾配は、円孔切欠き材の場合と $K_t=8.25$

表2 実験で得られた寿命分布

応力 No	S 26 kg/mm ²	S 24 kg/mm ²	S 21 kg/mm ²	S 18 kg/mm ²	S 16 kg/mm ²	S 14 kg/mm ²	S 13 kg/mm ²	S 12.5 kg/mm ²
1	15 400	24 600	51 000	117 200	227 700	400 700	577 900	938 700
2	15 600	25 000	52 600	123 200	228 000	419 000	589 000	1 329 400
3	16 900	25 100	53 000	125 600	228 700	419 900	689 000	1 549 200
4	16 900	26 400	54 700	127 400	229 600	423 600	692 200	1 852 900
5	17 100	26 900	54 900	130 400	238 300	425 100	756 000	1 882 800
6	17 400	27 100	55 100	134 700	242 900	437 000	816 000	1 987 800
7	17 500	27 100	55 700	136 100	244 100	453 100	833 700	2 193 800
8	17 600	27 800	57 500	136 600	244 300	453 800	883 100	3 747 300
9	17 800	27 800	58 200	137 300	245 300	454 300	901 100	4 160 000
10	17 800	27 900	58 300	138 200	246 100	455 300	1 086 700	4 354 300
11	18 500	27 900	58 300	139 100	246 400	455 600	1 117 700	4 401 800
12	18 500	27 900	58 700	139 400	247 500	462 000	1 121 200	4 434 000
13	18 600	28 000	58 700	139 600	247 900	466 600	1 170 700	4 698 300
14	18 700	28 100	59 100	141 900	248 100	466 700	1 204 500	4 761 500
15	18 800	29 100	59 200	142 100	251 600	468 000	1 311 500	5 256 000
16	18 800	29 100	59 400	146 200	251 800	470 200	1 537 800	5 325 300
17	19 000	29 300	60 800	146 300	252 000	472 400	1 582 900	5 393 200
18	19 700	29 800	60 800	148 300	256 500	478 700	1 585 900	7 030 200
19	20 000	29 900	60 900	149 000	256 600	483 800	1 591 300	8 859 600
20	20 900	30 000	61 400	149 100	257 000	508 400	1 606 500	9 505 300
21	23 300	30 000	61 700	151 400	259 700	511 500	1 799 500	9 987 600
22		30 400	63 100	153 100	260 600	536 000	2 077 500	
23		30 900	63 300	153 200	269 000	537 000	2 117 800	
24		31 100	63 600	154 800	274 000	542 000	2 162 900	
25		31 800	63 800	156 300	276 400	552 500	2 247 200	
26		32 200	64 500	158 200	284 400	567 100	2 659 100	
27		32 200	64 600	158 500	295 200	601 200	2 693 400	
28		32 800	65 100	159 200	297 700	673 200	3 077 700	
29		33 600	67 100	164 900	298 200	702 100	4 117 700	
30		34 000	67 700	166 400	312 900	822 900	5 394 100	

の場合とを比べると、図 4 から明らかなように互にほぼ等しいとみなすことができる。S=14 kg/mm² の場合、図 3 から、寿命の分布形は破壊確率 P が約 60 % 以下でほぼ対数正規分布であり、寿命のばらつきの程度を示す分布の傾斜も S=16 kg/mm² 以上の場合とほぼ等しい。P がこれ以上になると、寿命分布は対数正規分布から離れ長寿命側に尾を引く傾向がある。表 3 の V_N および σ_L から明らかなように、寿命のばらつきは S=16 kg/mm² 以上の場合に比べて当然のことながら大きくなっている。S-N 曲線の勾配は、この応力のわずかな下の近傍でかなり大きく変化し、緩やかなものとなっている。S=13 kg/mm² の場合は、図 3 から、寿命の分布形は幾分

上に凸の形状を示すが、分布の傾斜が緩い対数正規分布形に近いものである。表 3 の V_N および σ_L の値から、寿命のばらつきはかなり大きいことがわかる。図 4 の S-N 曲線をみると、この応力のわずかな上側の近傍から再び勾配の緩い直線に近い形状を示している。S=12.5 kg/mm² の場合の寿命分布は、P の約 32 % 付近で分布が途切れているように見えるが、実験点をさらに増せば、これは滑らかにつながるものと思われる。分布形状は対数正規分布形に近く、分布の傾斜も S=13 kg/mm² の場合にほぼ等しい。表 3 の V_N および σ_L の値から、寿命のばらつきは S=13 kg/mm² の場合にほぼ等しいことがわかる。

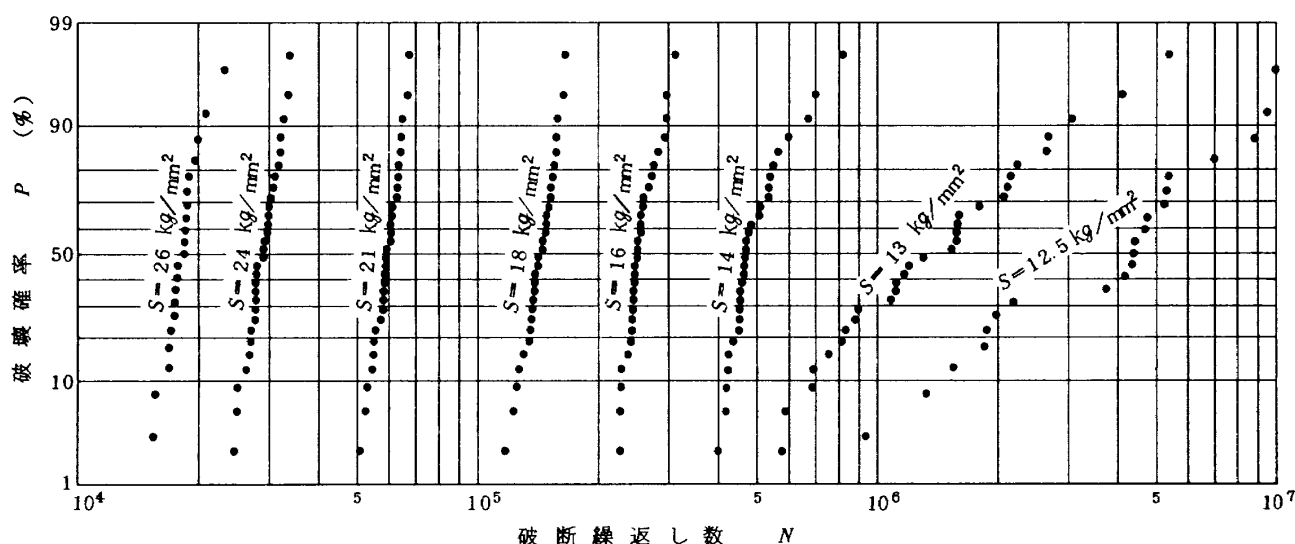
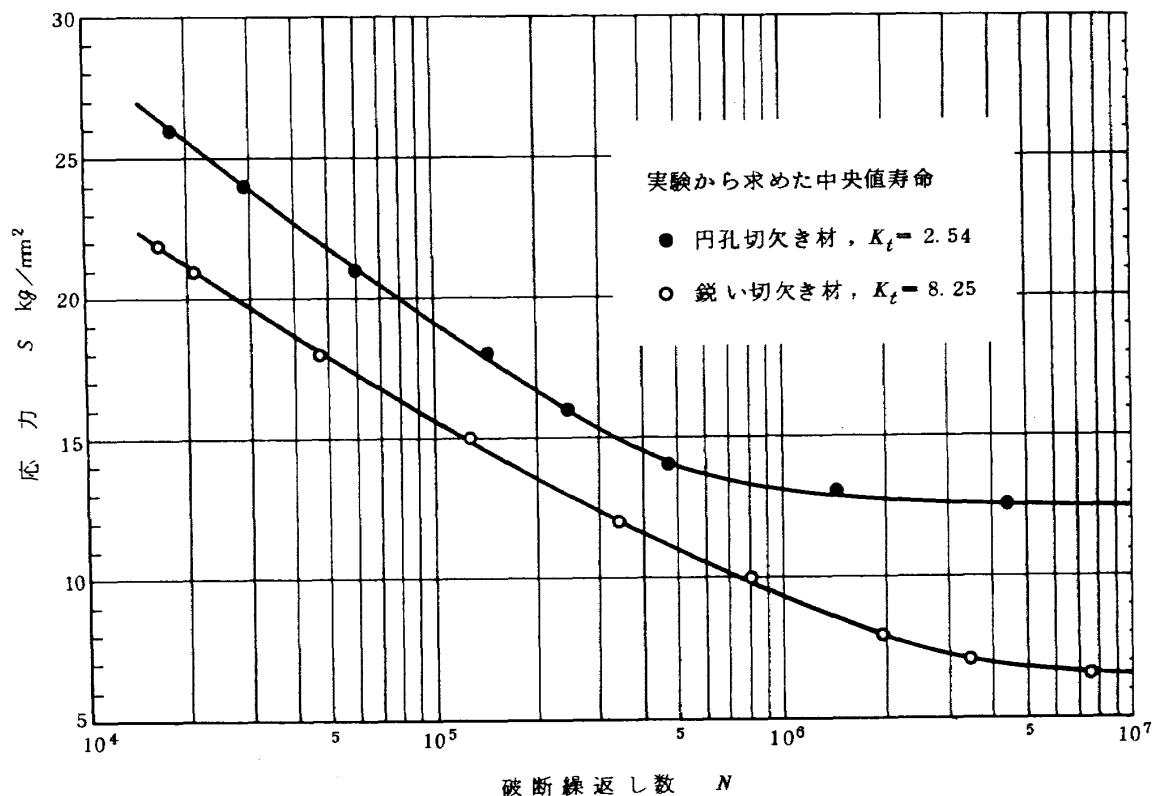


図 3 実験で求めた寿命分布

表 3 実験で得られた寿命の代表値と散布度

応力 S kg/mm ²	寿命中央値 \tilde{N}	寿命平均値 \bar{N}	寿命標準偏差 σ_N *)	寿命変動係数 V_N	対数寿命平均値 μ	対数寿命標準偏差 σ_L *)	試験片数 n
26	18 500	18 300	1 800	0.0956	4.2612	0.0404	21
24	29 100	29 100	2 500	0.0854	4.4628	0.0371	30
21	59 300	59 800	4 300	0.0717	4.7753	0.0314	30
18	144 200	144 100	12 400	0.0860	5.1572	0.0379	30
16	251 700	257 300	22 200	0.0864	5.4089	0.0364	30
14	469 100	504 000	93 300	0.1851	5.6963	0.0715	30
13	1 424 700	1 666 700	1 085 400	0.6512	6.1498	0.2475	30
12.5	4 401 800	4 459 500	2 649 000	0.5940	6.5662	0.2906	21

*) 不偏分散平方根

図4 中央値寿命によって描いた $S-\tilde{N}$ 曲線

以上の検討から、ある一定応力における寿命の分布形状およびばらつきの大きさはその応力近傍の $S-\tilde{N}$ 曲線の形状および勾配とに大きな関係のあることが推定できる。

4. 実験結果の解析ならびに考察

4.1 $S-\tilde{N}$ 曲線の方程式

前章で示した図4の $S-\tilde{N}$ 曲線は目視によって描いたが、以下の解析には数式表示した $S-\tilde{N}$ 曲線が必要である。そこで前報⁸⁾と同様に、図4に極力近い $S-\tilde{N}$ 曲線の方程式を決める。さて、 $S-\tilde{N}$ 曲線はひとつの方程式で十分に近似することができないので、各応力それぞれ別個に $S-\tilde{N}$ 曲線の方程式を決める。すなわち、目的とする応力を中心とその上下2応力ずつ、計5応力の実験点を使って、目的とする応力の近傍で図4に対する近似度の良い $S-\tilde{N}$ 曲線の方程式を導く。なお、 $S=13$ および 24 kg/mm^2 の場合は片側が1応力しかないため、計4応力の実験点で決める。 $S-\tilde{N}$ 曲線の方程式としては、すべての応力共通にWeibull⁸⁾の提案した式を使って、表3に示した $S-\tilde{N}$ の関係を(1)式のように近似する。

$$S - S_e = A \cdot (\tilde{N} + B)^{-C} \quad (1)$$

ここで、 S_e 、 A 、 B 、 C はパラメータである。次に4種

のパラメータの決め方を略述する。まず、i) S_e と B を適当に与える。ii) この S_e と B を使い、 A と C は(2)式の残差の平方和 T_A を最小とするように決める。

$$T_A = \sum_{i=1}^m \left\{ \log(\tilde{N}_i + B) + \frac{1}{C} \log(S_i - S_e) - \frac{1}{C} \log A \right\}^2 \quad (2)$$

ここで、 m は $S-\tilde{N}$ 曲線の方程式を決めるために使った実験応力の数である。iii) 以上によって得られた S_e 、 A 、 B 、 C を使って、(3)式の残差の平方和 T を計算する。

$$T = \sum_{i=1}^m \left[\log \tilde{N}_i - \log \left\{ \left(\frac{A}{S_i - S_e} \right)^{\frac{1}{C}} - B \right\} \right]^2 \quad (3)$$

さらに、iv) S_e と B を段階的に変化させ、i) から iii) までの手順を繰返すことにより、いわゆる漸近近似法により、最終的に(3)式の T を最小とする4種のパラメータ S_e 、 A 、 B 、 C の値を決める。以上の計算は電子計算機を利用することにより簡単に実行できる。

このようにして求めた各応力に対する4種のパラメータの値および残差の平方和 T の値を表4に示す。ただし、 $S=21 \text{ kg/mm}^2$ の場合は、表4に挙げた T の値が最小ではないが、他の応力における T の値と比較して十分に小さいと考えられるので、計算をこの値までで打切った。また、 $S=14 \text{ kg/mm}^2$ の場合は、上記したように5応力の実験結果を使ってパラメータを決めたところ、 T の値は 4.621×10^{-3}

となり、比較的大きい値であった。さらに、このパラメータによって描いた $S-\tilde{N}$ 曲線も、 $S = 14 \text{ kg/mm}^2$ の近傍では図 4 に対する近似度が余り良好ではなかった。そこで表 4 には、 $S = 12.5 \text{ kg/mm}^2$ の結果を除く、4 応力によって決めた値を採用して示した。なお、 T の値だけで比較すれば、 $S = 18 \text{ kg/mm}^2$ の結果を除いた 4 応力により決めた場合（表 4 で $S = 13 \text{ kg/mm}^2$ の場合に一致する）の方が小さいが、 $S = 14 \text{ kg/mm}^2$ 近傍の $S-\tilde{N}$ 曲線の形状は、表 4 に採用したパラメータの方が図 4 の $S-\tilde{N}$ 曲線に近かった。以上のように、 $S = 14 \text{ kg/mm}^2$ の場合に 5 応力の結果を使って近似度の良い $S-\tilde{N}$ 曲線の数式表示をすることが困難であったのは、図 4 から明らかなように、この応力よりわずかに低い応力近傍で、 $S-\tilde{N}$ 曲線が急激に折れ曲る点が存在しているためであると思われる。他の応力の場合は、表 4 の T の値および表 4 のパラメータを使って描いた $S-\tilde{N}$ 曲線の形状ともかなり良好であった。

4.2 寿命分布と $S-\tilde{N}$ 曲線とから求めた換算応力分布

ここでは、疲れ寿命のばらつきの原因として考えられ

る因子の効果すべてを総合して設定応力の誤差に換算し、この誤差を仮想的誤差と名付ける。すなわち、仮想的誤差は、応力と寿命の関係における母集団の中央値まわりに換算した設定応力の誤差とする。さらに、換算応力は設定応力と仮想的誤差との和と定義する。すると、実験で得られた寿命分布と前節で求めた $S-\tilde{N}$ 曲線の方程式とから、図 5 に示すようにして、各々の寿命に対応する換算応力を導くことができる。以下では、このようにして導かれる換算応力を S_{TA} として、 S_{TA} の分布形状ならびに散布度について評価する。

得られた換算応力分布を正規確率紙上にプロットして図 6 に示す。また表 5 に、これらの代表値と散布度を示す。図 6 で明らかなように、換算応力の分布形状はほとんどの応力でほぼ正規分布とみなすことができ、分布の傾斜もほぼ等しい。また表 5 から、換算応力の標準偏差 $\sigma_{S_{TA}}$ は応力によらずほぼ一定であることがわかる。さらに、ここで得られた S_{TA} の分布形ならびに $\sigma_{S_{TA}}$ の値は前報³⁾の $K_t = 8.25$ の場合と非常に良く一致している。このことから、以下に述べるような重要な結論を引出すことが可能である。すなわち、 $K_t = 8.25$ の場合は、応

表 4 $S-\tilde{N}$ 曲線のパラメータと残差の平方和

応力 S kg/mm^2	S_e	A	B	C	残差の平方和 T
24	1.277×10^1	6.504×10^8	1.492×10^4	5.950×10^{-1}	1.240×10^{-10}
21	-2.168×10^2	2.772×10^2	-6.180×10^8	1.406×10^{-2}	2.942×10^{-4}
18	-1.000×10^3	1.056×10^3	-8.620×10^8	3.147×10^{-8}	2.170×10^{-4}
16	1.298×10^1	7.662×10^{76}	2.146×10^6	1.198×10^1	1.770×10^{-4}
14	1.299×10^1	1.212×10^{3019}	7.793×10^7	3.824×10^2	3.814×10^{-5}
13	1.155×10^1	1.776×10^2	-2.055×10^5	3.433×10^{-1}	2.814×10^{-10}

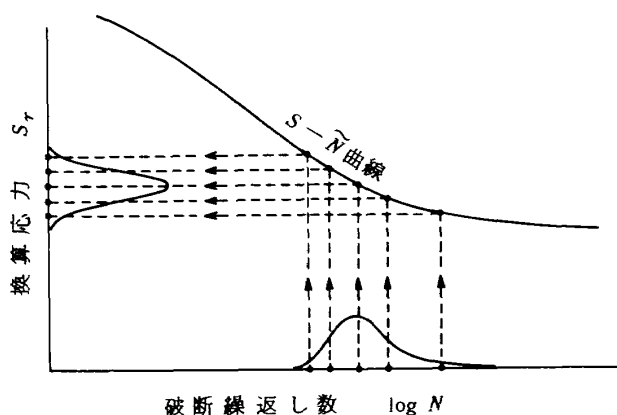


図 5 換算応力分布を求める方法

表 5 換算応力の代表値と散布度

応力 S kg/mm^2	平均値 \bar{S}_{TA} kg/mm^2	標準偏差 $\sigma_{S_{TA}}^*)$ kg/mm^2	変動係数 $V_{S_{TA}}$
24	24.01	0.377	0.0157
21	21.08	0.270	0.0128
18	17.92	0.298	0.0166
16	15.86	0.304	0.0192
14	13.93	0.306	0.0220
13	13.06	0.342	0.0262

*) 不偏分散平方根

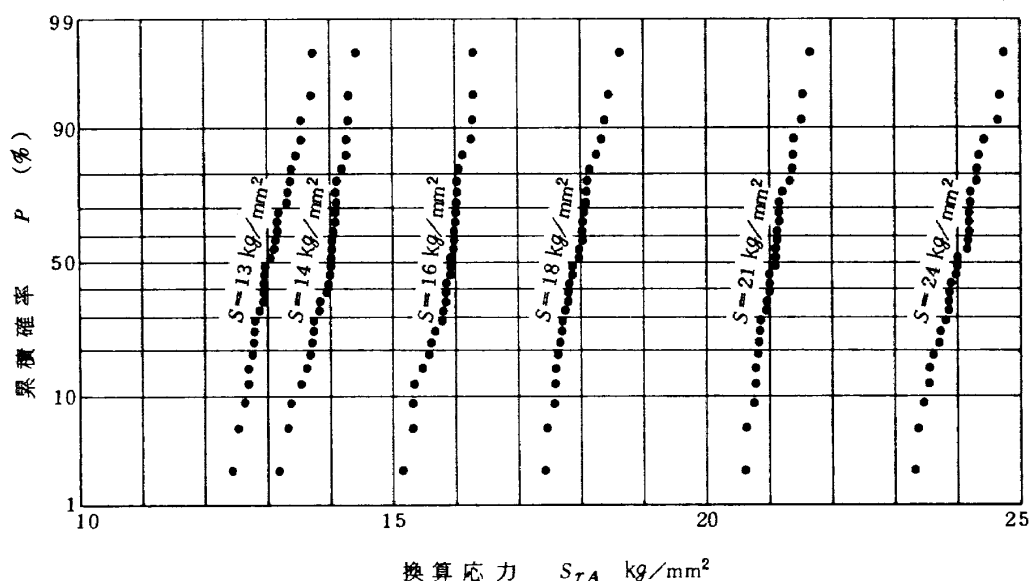


図6 換算応力分布

力が特別低くない限り寿命のほとんどをき裂の進展が占めるので、 $K_t = 8.25$ 以上に形状係数を大きくした切欠き材を準備して実験を行ったとしても、寿命のばらつきに現れる傾向はほとんど変化しないと考えて良いであろう。それゆえ、円孔切欠き材以上の形状係数を有する切欠き材においては、本報のように寿命のばらつきを換算応力の分布に直して考えれば、応力、切欠きの形状係数およびき裂発生までの期間が寿命に占める割合等にはほとんど無関係に、疲れ寿命のばらつきの原因であると考えられる因子の効果を同じ仮想的誤差分布で統一的に解釈できるものと考えられる。すると、寿命に現れる分布形状とばらつきの大きさは、 $S-\tilde{N}$ 曲線の形状と勾配とに主として支配されるものであることがわかる。また、 $S-\tilde{N}$ 曲線はある一定の実験条件下では唯一に決まると考えられるので、以上の議論は、円孔切欠き材以上の形状係数を有する切欠き材では、主として同じ内容の因子が疲れ寿命のばらつきの原因となっていることを示唆するものであると思われる。

4.3 換算応力分布モデルを仮定して導いた疲れ寿命分布

ここでは前節とは逆に、換算応力分布を仮定して、 $S-\tilde{N}$ 曲線とから理論的に導かれる寿命分布について検討する。前節で述べたように、換算応力の分布形はほぼ正規分布であり、また標準偏差も応力によらずほぼ一定であることが明らかとなったので、本報での換算応力分布モデルは前報³⁾の $K_t = 8.25$ の場合と同様に、「換算応力の分布型が正規分布であり、標準偏差は応力によらず一定」とおく。すなわち、仮想的誤差分布は応力によら

ず正規分布であり、標準偏差一定ということを意味する。なお、標本数が無限の場合、換算応力の分布型を正規分布と仮定して、 $S-\tilde{N}$ 曲線とから理論的に導かれる寿命分布の確率密度関数については、すでに前報²⁾で検討した。本実験の試験片数は有限個（30個）であるので、ここでは標本数が有限個の場合、理論的に導かれる寿命分布について論ずる。一般に、実験で得られた結果は母集団から有限個の標本を無作為に抽出した一例であると考えられるが、理論的には無作為抽出の一例では一般性に欠ける。それゆえ、ここでは有限個の標本それぞれが順序統計量の中央値として、理想的に抽出される場合を論ずる。ここで中央値を採用した理由は前報⁸⁾と同様である。

まず、ここでの換算応力を S_{rB} とし、この平均値 $\overline{S_{rB}}$ （正規分布では中央値でもある）を実験応力、すなわち、設定応力に等しくとる。設定応力まわりの仮想的誤差は、メディアンランクから決まる n 個の換算応力の標準偏差 $\sigma_{S_{rB}}$ で表す。ここで、 $\sigma_{S_{rB}}$ の値としては、表5において各応力について得られている $\sigma_{S_{rA}}$ の代表値に等しくとる。なお、 $\sigma_{S_{rA}}$ の代表値としては、ここでは応力の数が6種類程度であり、また各応力における $\sigma_{S_{rA}}$ の値も表5で明らかなように、互に大きく離れた値がないことなどを考慮して、各々の応力で得られた $\sigma_{S_{rA}}$ の平均値 0.316 kg/mm^2 を採用する。なお、この値は $K_t = 8.25$ の場合の換算応力分布モデルに採用した値と、偶然ではあるが、等しい。したがって、ここで仮定した換算応力分布モデルは $K_t = 8.25$ の場合と一致する。以上のように換算応力分布モデルを規定すれば、任意の設定

応力に対する i 番目の順序の換算応力 S_{rBi} は(4)式により決めることができる。

$$S_{rBi} = \bar{S}_{rB} + t_i \cdot \sigma_{S_{rB}} \cdot \sqrt{\frac{n-1}{\sum_{i=1}^n t_i^2}} \quad (4)$$

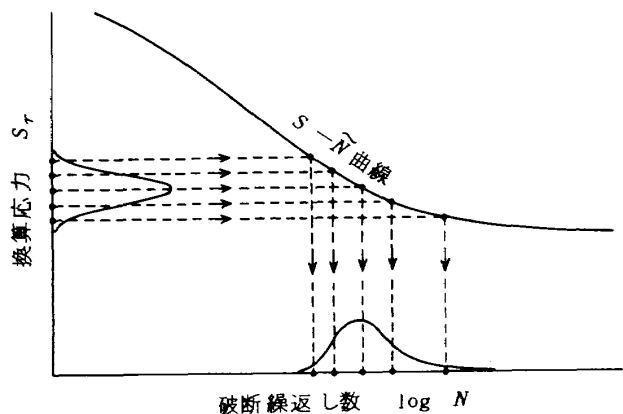


図7 仮定した換算応力分布モデルから寿命分布を導く方法

ここで、 t_i は i 番目のメディアンランクに対応する正規偏差である。

この換算応力分布モデルと(1)式および表4で表される S-N 曲線とから、図7のようにして寿命分布を導き、結果を対数正規確率紙上にプロットして、図8に示す。また、これらの代表値と散布度を表6に示す。図8で明らかに、図4の S-N 曲線がほぼ直線とみなせる範囲の $S = 16 \text{ kg/mm}^2$ 以上では、寿命分布は対数正規分布とみなせる。 $S = 14 \text{ kg/mm}^2$ の場合は、寿命分布の短寿命側で対数正規分布とみなすことができ、長寿命側では対数正規分布から離れ、より長寿命側に尾を引く傾向がある。この傾向は図3の実験結果ほどには顕著でないが、これ

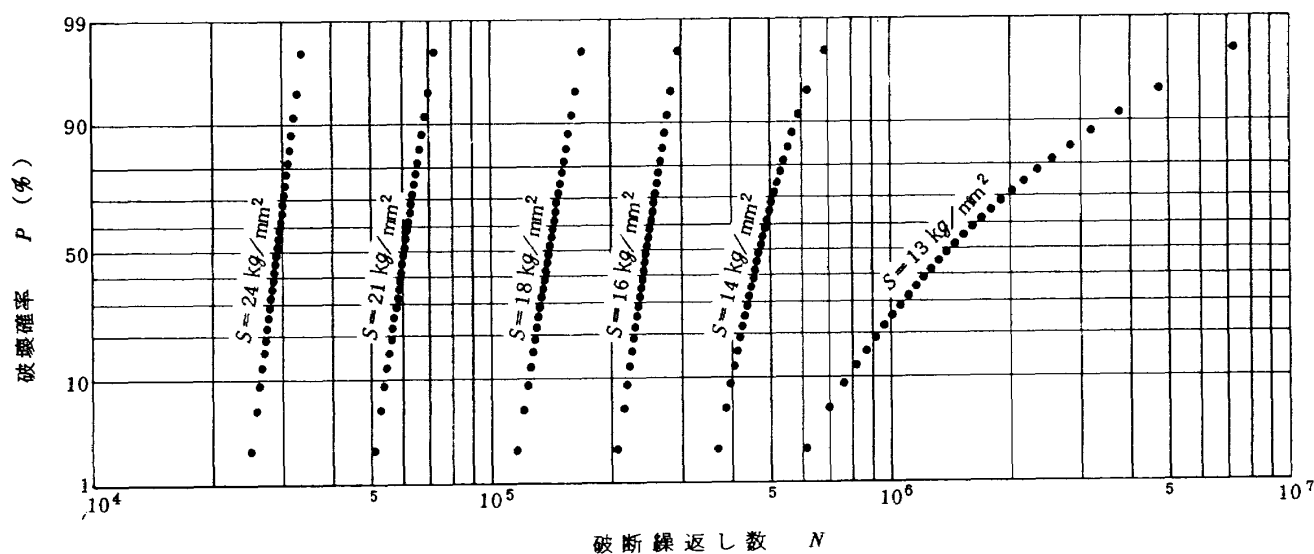


図8 換算応力分布モデルから導いた寿命分布

表6 換算応力分布モデルから導いた寿命の代表値と散布度

応力 S kg/mm^2	寿命中央値 \tilde{N}	寿命平均値 \bar{N}	寿命標準偏差 $\sigma_N^*)$	寿命変動係数 V_N	対数寿命平均値 μ	対数寿命標準偏差 $\sigma_L^*)$
24	29 100	29 200	2 100	0.0717	4.4639	0.0311
21	60 800	61 100	5 200	0.0851	4.7842	0.0369
18	140 400	141 000	13 100	0.0928	5.1475	0.0402
16	246 200	247 400	21 100	0.0854	5.3919	0.0370
14	472 200	483 400	72 400	0.1497	5.6799	0.0626
13	1 425 200	1 870 800	1 401 100	0.7489	6.1910	0.2534

*) 不偏分散平方根

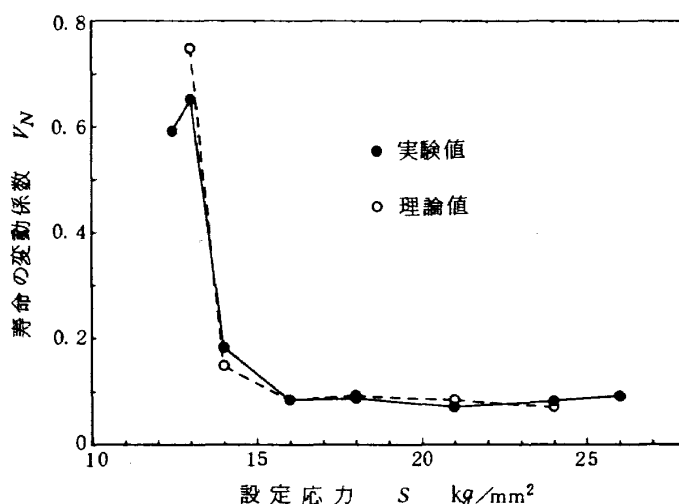


図9 寿命の変動係数の比較

は $S-\tilde{N}$ 曲線の数式表示が表4の値でもまだ十分ではないことを示すものと思われる。 $S=13 \text{ kg/mm}^2$ の場合は、幾分上に凸の緩い傾斜をもつ寿命分布である。以上述べた応力による寿命分布の傾向は、図3の実験結果の傾向に非常に良く一致していることがわかる。また、寿命のばらつきの大きさも、表3と6の V_N または σ_L の値を比較してみると、両者はほぼ等しいことが明らかである。特に、両者の変動係数の値を図9に示す。なお、図9で換算応力分布モデルから導いた寿命の変動係数が滑らかな曲線で結べないのは、 $S-\tilde{N}$ 曲線の方程式を各応力別個に決めたため、図4のような $S-\tilde{N}$ 曲線の連続性が幾分足りなかったためであると考えられる。図9から両者の値は良い一致を示している。

以上の検討から、ここで仮定した換算応力分布モデルは、 $S-\tilde{N}$ 曲線の内挿範囲において、寿命の分布形状とばらつきに関する実験結果を非常に良く説明することがわかった。また、前述したようにこのモデルは、前報⁸⁾ $K_t=8.25$ の場合に得られた実験結果を良く説明した換算応力分布モデルと分布型および標準偏差の値とも等しい。このことから、切欠きの形状と $S-\tilde{N}$ 曲線の相違に関係なく、この換算応力分布モデルは寿命の分布形状ならびにばらつきの大きさに関する実験結果を非常に良く説明することがわかる。また以上は、“円孔切欠き材以上の形状係数を有する切欠き材においては、 $S-\tilde{N}$ 曲線の形状と勾配が寿命の分布形状とばらつきの大きさを主として支配する”という前節の結論を再確認するものでもある。

5. 結 論

疲れ寿命のばらつきの原因として考えられる因子の効

果すべてを総合し、設定応力の誤差に換算して、これを仮想的誤差と名付けた。この仮想的誤差と設定応力との和を換算応力と定義した。この考えをもとに、温度および湿度を一定にした実験室内で、航空機用アルミニウム合金 2024-T4 の円孔切欠き材に対して行った疲れ試験結果について、換算応力分布、 $S-\tilde{N}$ 曲線および寿命分布の関係を論ずるとともに、前報⁸⁾ の鋭い切欠き材、 $K_t=8.25$ の場合の結果との比較を試みた。得られた結論を列挙すると、

1) 円孔切欠き材のき裂発生時点は、 $S=26 \text{ kg/mm}^2$ では寿命の2%程度であるが、応力が低くなる程遅くなり、 $S=12.5 \text{ kg/mm}^2$ になると寿命の76%程度にも達した。

2) $S-\tilde{N}$ 曲線の形状および勾配がほぼ等しい応力範囲では、実験で得られた寿命の分布形とばらつきの大きさは応力によらずほぼ等しかった。また、以上は $K_t=8.25$ の場合と比較しても同様に成立した。 $S-\tilde{N}$ 曲線の勾配がより緩やかな応力範囲では、より大きな寿命のばらつきが得られた。

3) 換算応力の分布形はほぼ正規分布であり、標準偏差も応力によらずほぼ一定 ($0.270 \sim 0.377 \text{ kg/mm}^2$) であった。これは $K_t=8.25$ の場合とも良く一致した。したがって、円孔以上の形状係数を有する切欠き材に対して、設定応力の誤差に換算した仮想的誤差の分布は、応力、切欠きの形状係数およびき裂発生までの期間が寿命に占める割合には無関係に、ほぼ平均値は0、標準偏差は一定の正規分布とみなせることが明らかとなった。

4) 分布型を正規分布とし、標準偏差は応力によらず一定とした、 $K_t=8.25$ の場合と等しい換算応力分布モデルは、 $S-\tilde{N}$ 曲線の内挿範囲において、実験結果を良

く説明した。

5) 寿命の分布形状ならびにばらつきの大きさを主として支配するのは、設定応力近傍の $S-\tilde{N}$ 曲線の形状と勾配であることが明らかとなった。すなわち、寿命のばらつきの大きさは設定応力近傍の $S-\tilde{N}$ 曲線の勾配に依存する。また寿命の分布形状については、換算応力の正規分布型を $S-\tilde{N}$ 曲線で関数変換した分布形状となる。

したがって、片対数座標上に描いた $S-\tilde{N}$ 曲線が直線とみなせる応力範囲では、寿命の分布形状は対数正規分布となり、曲線の勾配が変化している応力範囲では対数正規分布から離れる。

本研究を遂行するにあたり、御指導いただきました電気通信大学の田中栄教授および秋田敏講師に、また有益な御助言をいただきました航空宇宙技術研究所の上山忠夫科学研究官、中井暎一郎長、山根皓三郎主任研究官ならびに飯田宗四郎室長に厚く感謝申し上げます。

参考文献

- 1) 横堀, 材料強度学, 技報堂, (1955)
- 2) 下河・浜口, 日本材料強度学会誌, 9-3(1974), 1.; または, 下河・浜口, 航空宇宙技術研究所報告, TR-360(1974)
- 3) 下河・浜口, 日本材料強度学会誌, 10-2(1975), 46.; または, 下河・浜口, 航空宇宙技術研究所報告, TR-412(1975)
- 4) M. Matolcsy, Materialprüfung, 11-6(1969), 196.
- 5) 田中・秋田・小林, 日本材料強度学会誌, 8-2(1973), 56.
- 6) 西田, 応力集中, 森北出版, (1967)
- 7) 石田, 破壊力学シンポジウムテキスト, (1971-1) 6-1.
- 8) L.G. Johnson, The Statistical Treatment of Fatigue Experiments, Elsevier Publishing Comp., (1964).
- 9) W. Weibull, Fatigue Testing and The Analysis of Results, Pergamon Press, (1961).

航空宇宙技術研究所報告 431号

昭和50年10月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182

印刷所 株式会社 共 進
東京都杉並区久我山4-1-7(羽田ビル)
