

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-434

傾斜初期切欠からの疲労き裂進展

飯田 宗四郎 ・ A.S. Kobayashi

1975 年 11 月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

傾斜初期切欠からの疲労き裂進展*

飯田 宗四郎**・ A.S. Kobayashi***

Crack Propagation from Initially Slanted Notch

by Soushiro IIDA and Albert S. KOBAYASHI

ABSTRACT

Crack propagation rate in 7075-T6 tension plates was determined for central cracks initially oriented in 45, 60, and 90 deg. to the width direction of the tension plates which were loaded cyclically.

Opening and sliding mode of stress intensity factors, K_I and K_{II} were determined by the finite element method for curved cracks generated from these initially slanted saw-cut notches. Crack propagation rates, $\Delta a/\Delta N$, were then plotted against the maximum opening mode of stress intensity factor, K_I , in the presence of sliding mode of stress intensity factor, K_{II} .

Comparison between the corresponding crack propagation rates in control specimens without K_{II} showed that the rate is definitely increased in the presence of K_{II} .

1. まえがき

1965年のParisによる先駆的研究¹⁾以来、線形破壊力学を適用した金属板における疲労き裂進展速度についての多くの研究がなされてきた。そして、疲労き裂進展速度の予測のような工学的問題²⁾にも線形破壊力学が比較的よく適用されるようになった。

図1に示すようなき裂の開口変形様式(モードI)のもとでのき裂の進展速度については最近、多くの研究論文が発表されているが、開口変形様式と面内せん断変形様式(モードII)の組み合わせモードのもとでのき裂進展速度についての研究論文はほとんど見当たらない。ErdoganとSihによる研究³⁾ではモードIとモードIIの限界応力拡大係数の干渉について述べられている。一方、Wu⁴⁾は異方性板における組み合わせモード下での破壊のクライテリオンについて検討している。しかしながら、モードIとモードIIの組み合わせモードのもとでのき裂の進展速度についての定量的な研究はほとんどなされていない。その理由の一つは図2に示すような曲線き裂に対

する応力拡大係数を解析的に求めることの困難さによると考えられる。

近年、有限要素法を適用して構造物に含まれる複雑な形状のき裂に対する応力拡大係数が求められるようになり、⁵⁾応力拡大係数を求めることの困難さは実用上少なくなった。

本報告は有限要素法を適用して求めた応力拡大係数と7075-T6アルミニウム合金板における疲労き裂進展速度におよぼすモードIIに対する応力拡大係数 K_{II} の効果について述べる。

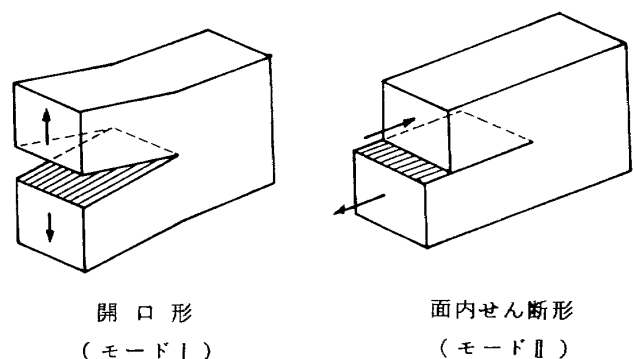


図1 き裂の変形様式

* 昭和50年9月3日 受付

** 機体第二部

*** University of Washington, Seattle, Wash.

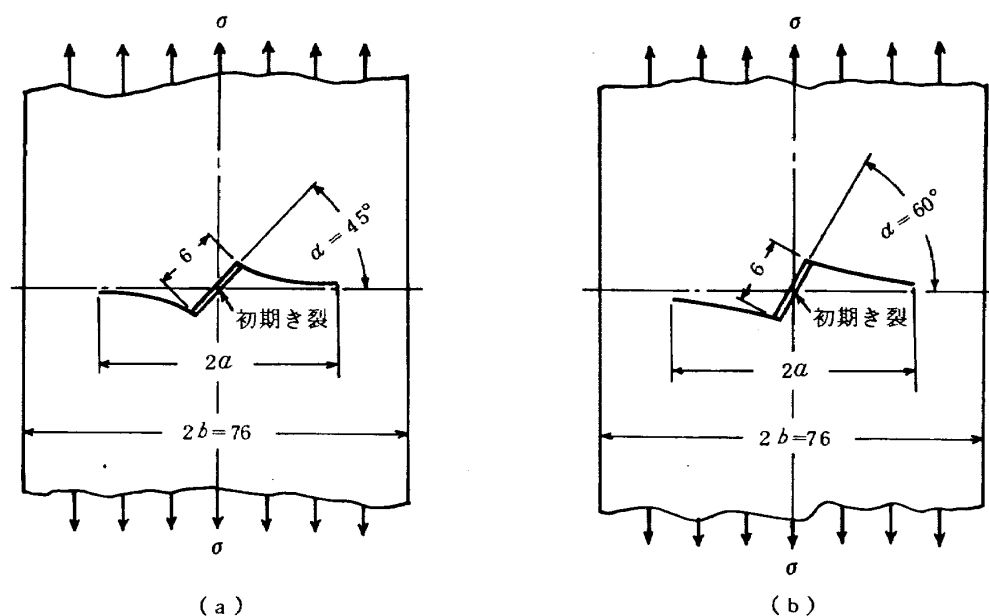


図2 傾斜した初期切欠からの疲労き裂進展状況

表1 材料の化学成分と機械的性質

化 学 成 分 (%)					機 械 的 性 質			
Cu	Mg	Cr	Zn	Al	引張強さ σ_B (kg/mm ²)	降 伏 点 σ_Y (kg/mm ²)	ヤング率 E (kg/mm ²)	伸 び (%)
1.6	2.5	0.3	5.6	残	58	51	7300	11

2. 材料・試験片および実験方法

疲労き裂進展速度を求めるための実験に用いた試験片は市販の板厚 0.8 mm の 7075-T6 Al 合金板材から製作した。表1に材料の化学成分および機械的性質を、図3に試験片の形状寸法を示す。

図3に示すように試験片の中央に幅 0.2 mm, 長さ 6 mm, 荷重軸に対する傾斜角 $\alpha = 0^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ および 90° の初期切欠をのこぎりで加工した。ここで $\alpha = 0^\circ$ (水平切欠) のものは比較のための基準試験片として用いた。

使用した試験機は容量 4.54 ton の MTS 社製電気-油圧式疲労試験機で、負荷荷重の最大荷重は 907 kg, 最小荷重は 90.7 kg, 繰返し速さは毎分 600 回の一定振幅繰返し荷重であった。この荷重は総断面積公称応力で表わした最大応力 $\sigma_{\max} = 14.65 \text{ kg/mm}^2$, 最大応力 $\sigma_{\min} = 1.47 \text{ kg/mm}^2$ に相当する。したがって応力比は $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} = 0.1$ である。

初期切欠から成長する疲労き裂の長さは荷重サイクルに同調させたストロボライトを、き裂の先端部分に照射

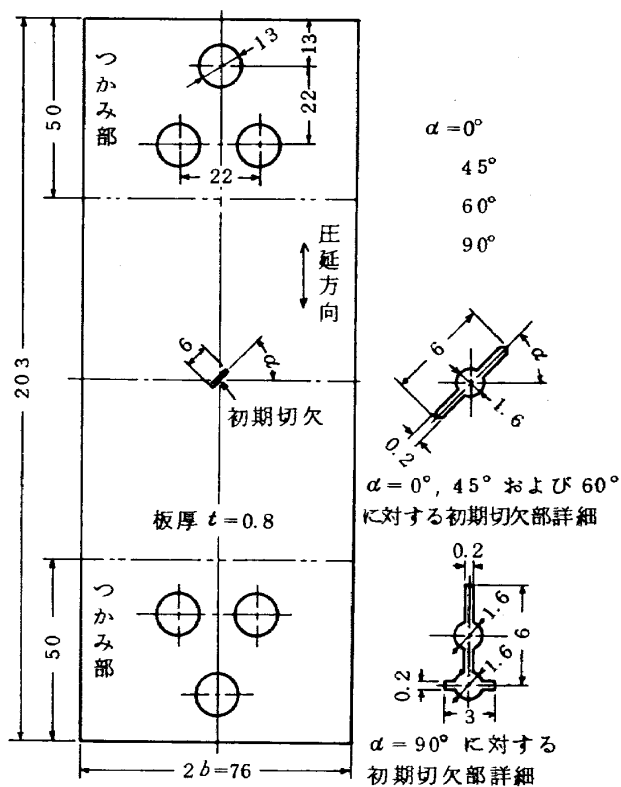


図3 試験片の形状寸法

しながら実験を中断することなく測長顕微鏡（倍率21）によって測定した。き裂の長さはき裂の両側で測定し、それらを平均してき裂の半長とした。このようにして求めたき裂進展速度の推定精度は繰返し数1000回当たり±0.013mmである。

実験に使用した試験片の数は $\alpha=0^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ および 90° に対しておのの2個づつ、計8個である。

図2は $\alpha=45^\circ$ および 60° の傾斜初期切欠から発生した疲労き裂の進展状況である。図4にそれぞれの試験片の荷重繰返し数とき裂長さの測定値を示す。この場合のき裂長さは水平方向への投影長さである。

表2は試験終了時の荷重繰返し数と最終的なき裂の水

表2 最終投影き裂長さと全繰返し数

試験片番号	α (度)	投影き裂長さ, $2a$ (mm)	全繰返し数
1	0	26.72	21,600
2	0	28.52	18,800
3	45	25.30	24,400
4	45	27.41	21,800
5	60	25.37	35,800
6	60	26.31	34,500
7	90	27.46	43,000
8	90	26.62	28,500

平方方向への投影長さをまとめたものである。

図4から各試験片についてのき裂進展速度を求めた。一方、図2の疲労き裂形状に対して有限要素法によって応力拡大係数を計算した。

3. き裂先端近傍の応力場および変位場

図5に示すような面内荷重を受ける板にあるき裂の先端近傍の応力は次式で与えられる。⁶⁾

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad (1)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (2)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (3)$$

ここで

K_I = き裂の開口形変形様式に対する応力拡大係数

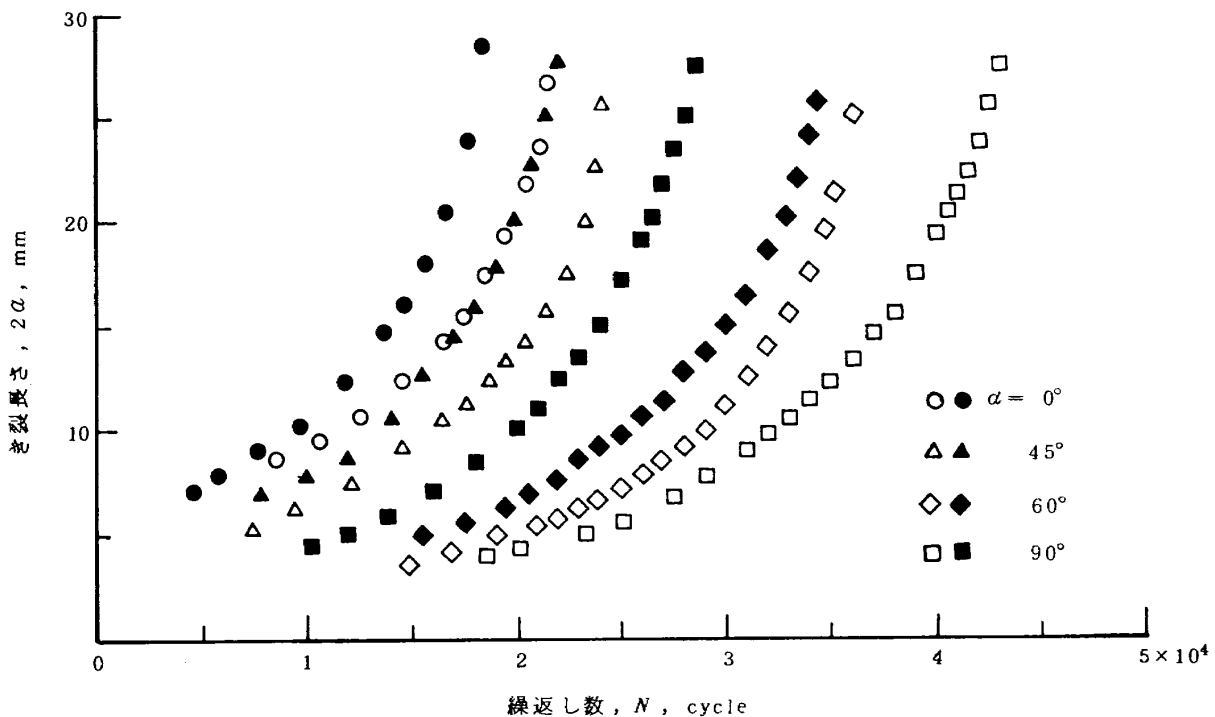


図4 き裂進展曲線

K_{II} = き裂の面内せん断変形様式に対する応力
拡大係数

また、平面応力状態に対するき裂先端近傍の変位は次式で与えられる。⁶⁾

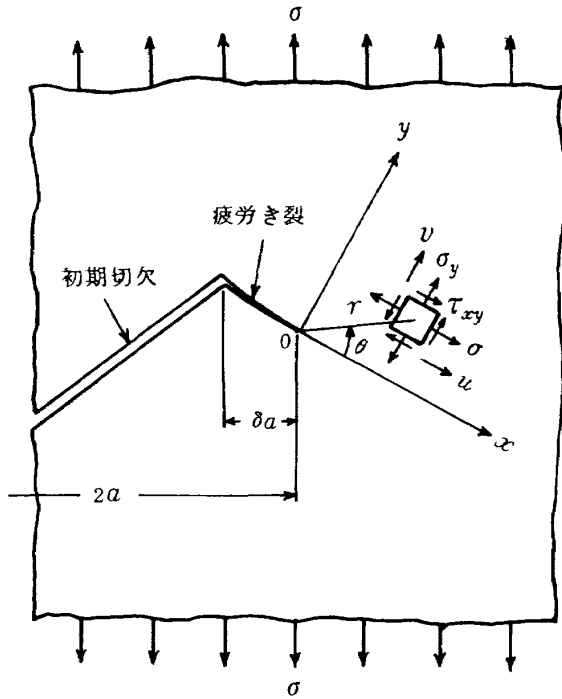


図5 き裂先端近傍の座標と応力成分

$$u = \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left(\frac{1-\nu}{1+\nu} + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left(\frac{2}{1+\nu} + \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (4)$$

$$v = \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left(\frac{2}{1+\nu} - \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) - \frac{K_{II}}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left(\frac{1-\nu}{1+\nu} - \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (5)$$

ここで

G = せん断弾性係数

ν = ポアソン比

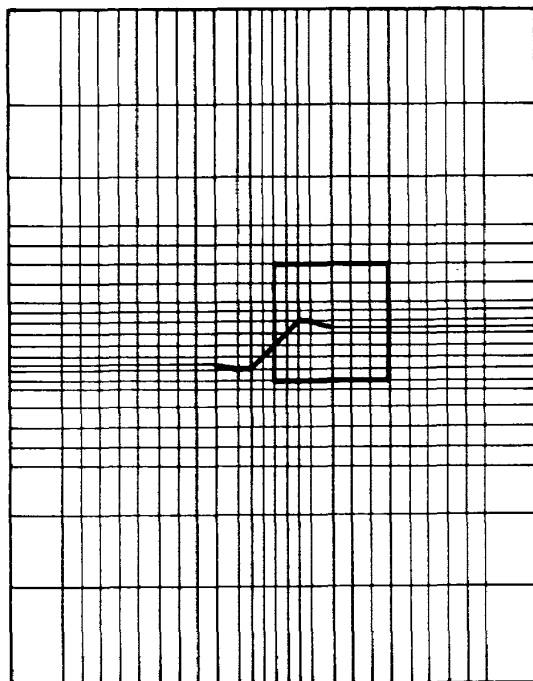
である。

有限要素法によってき裂先端近傍の応力または変位が求まれば、式1)~(5)のいずれかを用いて応力拡大係数 K_I , K_{II} が計算できる。

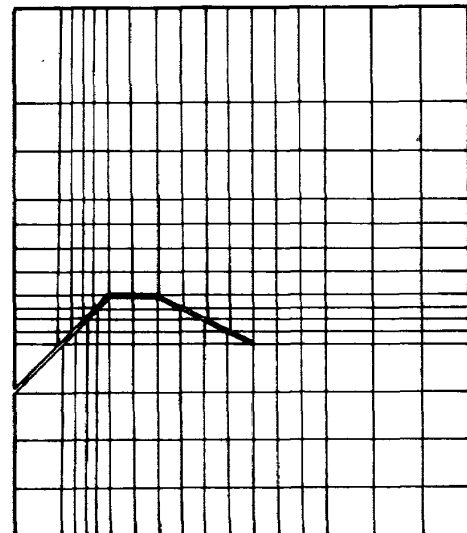
4. 有限要素法による応力拡大係数の計算

ここで用いた有限要素法による計算プログラムは E.L. Wilson⁷⁾ によって作成されたもので、二次元の平面応力状態の任意形状構造物の解析プログラムである。

図6に傾斜初期切欠から発生したき裂に対する有限要素法による解析に用いた要素分割の例を示す。まず、図6(a)のように581個の三角または四角要素に粗分割して



(a) 粗分割



(b) き裂先端部細分割

図6 要素分割の一例

全体の要素の応力および節点の変位を求めた。次に、図 6(b)に示すように、き裂先端部を 209 個の要素に細分割し、これに粗分割解析で求めたき裂先端部の境界に作用する荷重および変位を与えて解析し、き裂先端のごく近傍の要素の応力および変位を求めた。これらの値を式(1)～(5)のいずれかに代入すれば応力拡大係数が求められるが、ここでは簡単でかつ比較的精度のよい変位法^(注)を用いた。すなわち、細分割解析で求めたき裂縁の変位 u , v から式(4), (5)を用いて、次のようにして K_I , K_{II} を計算した。

き裂縁の変位（開口変位）は式(4)および(5)において $\theta = \pm 180^\circ$ （正は上縁、負は下縁）とおくと

$$u = \pm \frac{K_{II}}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \frac{2}{1+\nu} \quad (6)$$

$$v = \pm \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \frac{2}{1+\nu} \quad (7)$$

上式で

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

であるから

$$u = \pm \frac{4K_{II}}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \quad (8)$$

$$v = \pm \frac{4K_I}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \quad (9)$$

ここで、 E は縦弾性係数であり、7075-T6 Al 合金に対しては $E = 7,300 \text{ kg/mm}^2$ である。

いま、上縁の変位のみを考えると式(8), (9)から応力拡大係数 K_I , K_{II} はそれぞれ

$$K_I = \frac{E}{4} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \cdot v \quad (10)$$

$$K_{II} = \frac{E}{4} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \cdot u \quad (11)$$

となる。上式で r はき裂先端から考える節点までの距離、 u および v はそれぞれその節点での x 方向および y 方向の変位である。き裂先端近傍のいくつかの節点について式(10)および(11)により応力拡大係数を計算し、これらの値をき裂の先端に向けて外そうとすれば応力拡大係数 K_I , K_{II} が得られる。このようにして得られた結果を無限板中の単一き裂に対する応力拡大係数 $K_\infty = \sigma\sqrt{\pi a}$ で無次元化した値、 M_I , M_{II} （通常、修正係数といわれている）を図 8, 9 および 10 に示す。

$\alpha = 45^\circ$ と 60° の場合の初期切欠に対する応力拡大係数の理論値は次式で計算できる。⁸⁾

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a \sec \alpha} \cos^2 \alpha \quad (12)$$

$$K_{II} = \sigma \sqrt{\pi a \sec \alpha} \sin \alpha \cdot \cos \alpha \quad (13)$$

したがって、この場合の無次元化応力拡大係数は

$$M_I = \sqrt{\sec \alpha} \cdot \cos^2 \alpha \quad (14)$$

$$M_{II} = \sqrt{\sec \alpha} \sin \alpha \cdot \cos \alpha \quad (15)$$

となる。これらの値も、有限要素法によって求めた応力拡大係数の精度を検討するために図 8 および 9 に示してある。

図 8 および 9 において $\alpha = 45^\circ$ および 60° の場合、 M_I ,

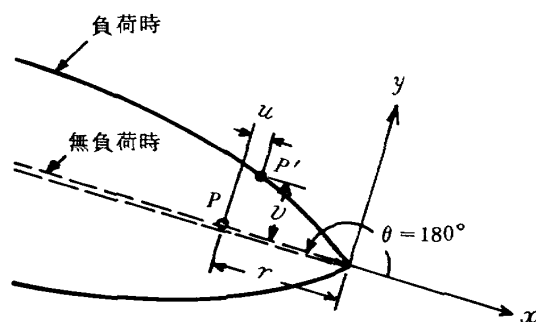


図 7 き裂先端部の開口変位
(有限要素法による)

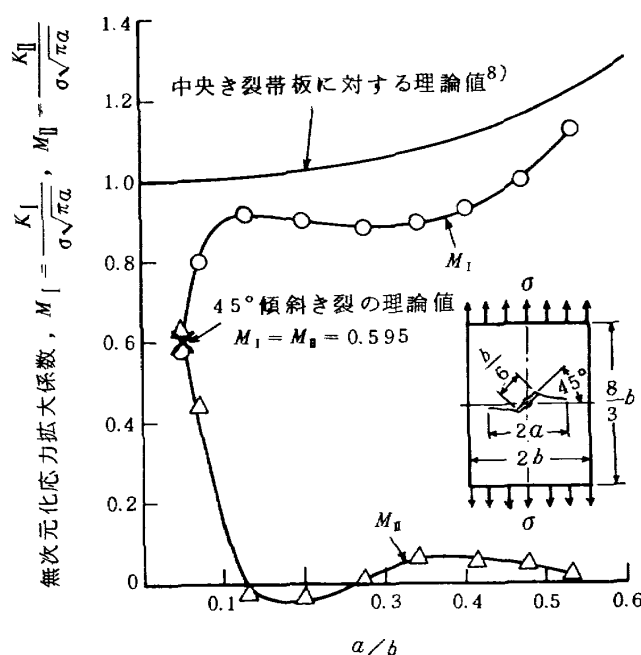


図 8 45° 傾斜初期切欠からのき裂に対する
無次元化応力拡大係数

(注) ここでいう変位法は有限要素法で一般に使われている意味と異なる。

M_{II} とも、疲労き裂が初期切欠から発生した直後の早期の時点で急激に変化し、 M_I は中央水平き裂の値に急速に上昇して近づき、 M_{II} は急速に減少して零を越えて負の値になり、さらにき裂が成長すると M_{II} は再び正の小さな値となり、最終的には零となる。この場合の M_{II} の正負は

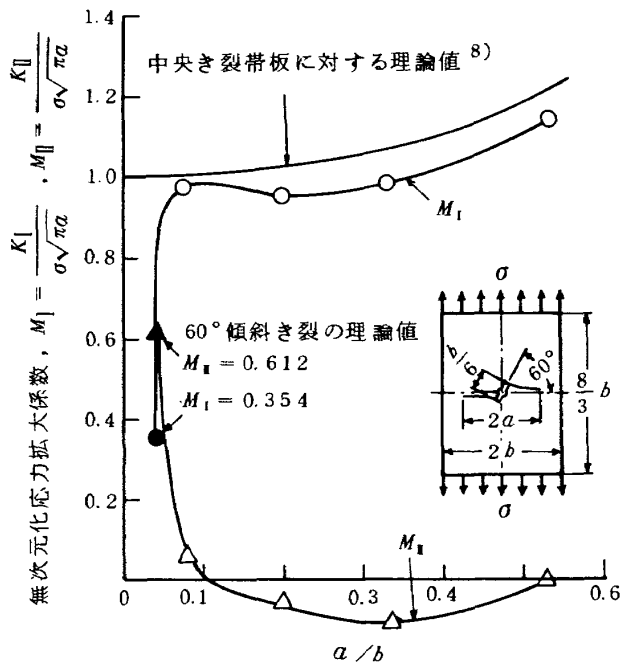


図9 60°傾斜初期切欠からのき裂に対する無次元化応力拡大係数

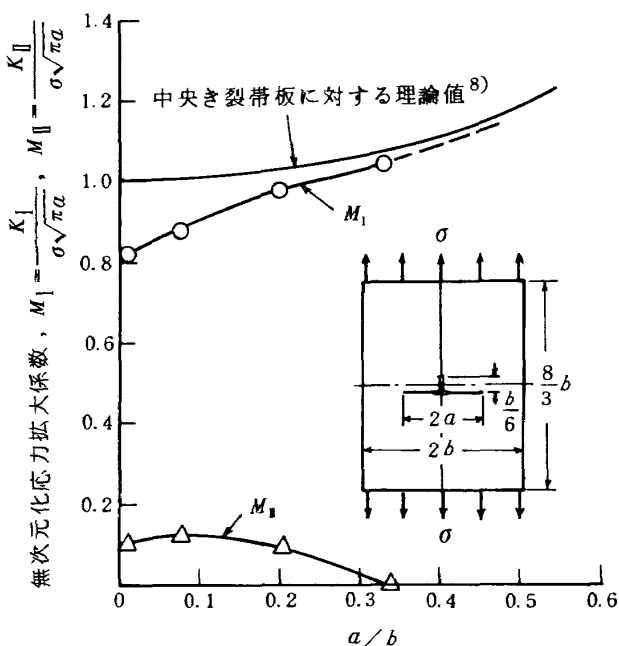


図10 T形初期切欠 ($\alpha=90^\circ$) からのき裂に対する無次元化応力拡大係数

有限要素法によって求めた x 方向の変位 u の正負、すなわち、すべり方向による。

図10のT形初期切欠 ($\alpha=90^\circ$) の場合は M_I はき裂進展の初期の段階では有限板の中央き裂に対する理論値より僅か小さく、き裂が成長するについて理論値に近づきほぼ一致する。 M_{II} はき裂進展の早期の段階でも小さい正の値であり、き裂が成長するにつれて零に近づく。これらの限られた結果から次のことがいえる。

モードIとモードIIが共存するような荷重条件のもとでは、 K_I 値が最大に、 K_{II} 値が最小になる方向にき裂は進展する。これはき裂先端での主応力の方向と一致する。このことから、有限要素法によってき裂先端近傍の主応力を求めればき裂の進展経路が推定できる。

5. モードIとモードIIの組み合わせモードのもとでのき裂進展速度

き裂進展実験から得られたき裂進展速度 da/dN と有限要素法によって求めた K_I の関係を $\alpha=45^\circ$, 60° および 90° に対してそれぞれ図12, 13および14に中央水平き裂 ($\alpha=0^\circ$) のものと比較して示してある。

図12および13で、傾斜した初期切欠からのき裂進展速度曲線と水平初期切欠からのき裂進展速度曲線はほぼ平行であるが、図2または図5に示すように実験で得られた da は水平方向への投影長さであるから傾斜した初期切欠から発生したき裂が急な勾配をもっている初期の段階では実際のき裂長さは投影長さよりかなり大きい。き

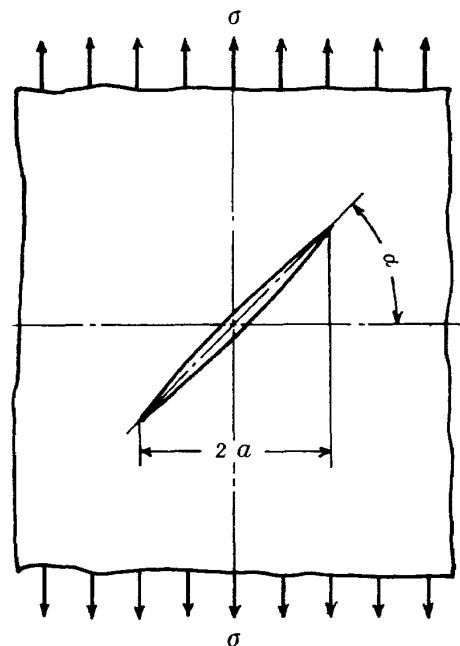


図11 無限板中の傾斜き裂

裂が成長するに従ってき裂の勾配は小さくなり水平に近づくので、実際のき裂長さと投影長さはほぼ一致する。したがって、き裂進展の初期の段階ではき裂に沿っての

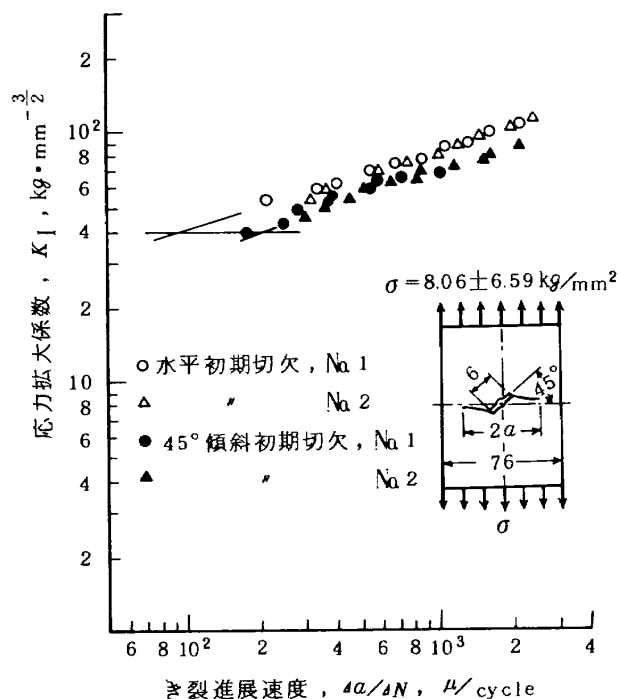


図12 45°傾斜初期切欠をもつ7075-T6 Al 合金板の疲労き裂進展速度

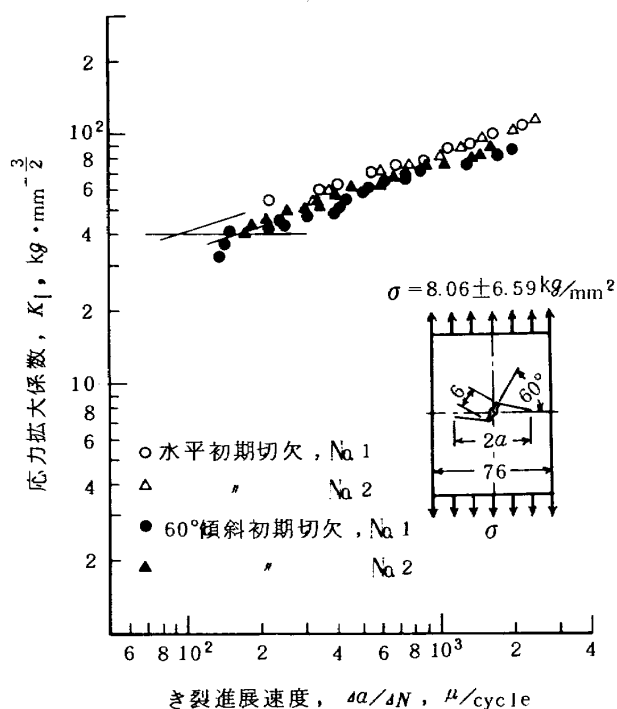


図13 60°傾斜初期切欠をもつ7075-T6 Al 合金板の疲労き裂進展速度

切線速度（実速度）は図12 および13 で示される投影速度より大きくなる。

いま、 $K_I = 40 \text{ kg} \cdot \text{mm}^{-3/2}$ でのそれぞれのき裂進展速度（投影速度）を図12, 13 および14 から求めると表3に示すようになる。この結果は、投影速度で考えてもき裂進展の初期の段階では、 K_I の10～20%の K_{II} の存在により、き裂進展速度は約2倍に増大されることを示している。これは、き裂に沿った実速度で考えればき裂進展の初期の段階では K_{II} の存在により更にき裂進展速度は増大されることを意味している。

しかし、き裂が成長して K_I が K_{II} にくらべてかなり大きくなると傾斜初期切欠からのき裂の進展速度と水平初期切欠からのき裂の進展速度の差は段々小さくなる。

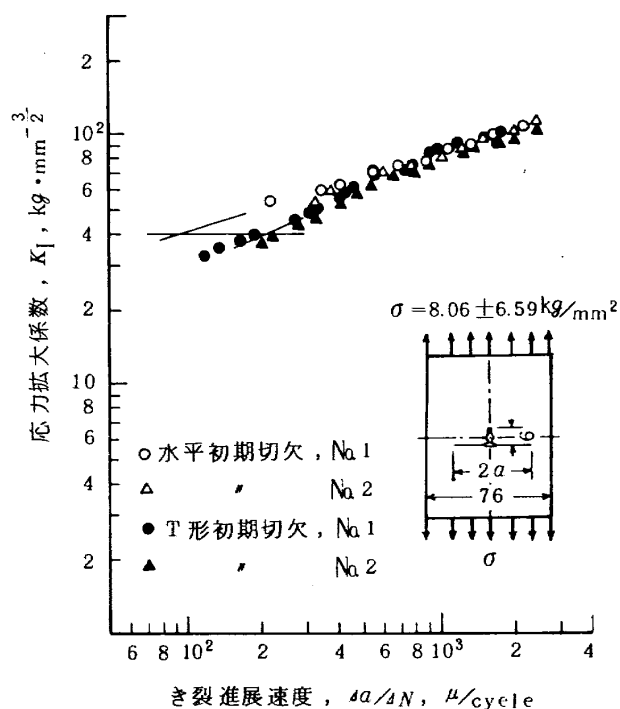


図14 T形初期切欠をもつ7075-T6 Al 合金板の疲労き裂進展速度

表3 $K_I = 40 \text{ kg} \cdot \text{mm}^{-3/2}$ でのき裂進展速度

α (度)	K_{II} / K_I	き裂進展速度, da/dN (μ/cycle)
0	0	96.52
45	0.217	203.20
60	0.110	167.64
90 (T形)	0.117	215.90

6. むすび

開口形変形様式と面内せん断形変形様式の組み合わせモードのもとでのき裂進展実験から得られた限られた結果から次の結論が導びかれた。

1. 組み合わせモードの荷重条件のもとでは、き裂は K_I が最大に、そして K_{II} が最小になる方向へ進展する。この方向は、き裂先端での主応力の方向に一致する。このことから、き裂先端の主応力の方向がわかれば、き裂の進展経路が予測できる。

2. K_{II} の存在により、その値が小さくても、き裂進展速度は著しく増大される。

参 考 文 献

- 1) P.C. Paris; The Fracture Mechanics Approach to Fatigue, Proc. of the 10th Sagamore Conference, Syracuse Univ. Press. (1965) P. 107.
- 2) C.F. Tiffany and J.N. Masters; Applied Fracture Mechanics, ASTM STP 381, (1964), pp. 249 ~ 278.
- 3) F. Erdogan and G.C. Sih; On the Crack Extension in Plates under Plane Loading and Transverse Shear, Jour. of Basic Engineering, Trans. ASME, Series D. Vol. 85, No. 4, (1963), pp. 519 ~ 527.
- 4) E.M. Wu; Application of Fracture Mechanics to Anisotropic Plates, Jour. of Applied Mechanics, Trans. ASME, Series E, Vol. 89, (1967), pp. 967 ~ 974.
- 5) A.S. Kobayashi, D.E. Maiden, B.J. Simon and S. Iida; Application of Finite Element Analysis Method to Two Dimensional Problems in Fracture Mechanics, ASME, 69-WA/PVP-12, (1969).
- 6) G.R. Irwin; Fracture, Handbuch der Physik, Vol. 6, (1958), p. 551.
- 7) E.L. Wilson; Analysis of Plane Stress Structures, Computer Programming Series, Univ. of California, Berkeley, (1966).
- 8) M. Isida; Stress Intensity Factors for the Tension of an Eccentrically Cracked Strip, Jour. of Applied Mechanics, Trans. ASME, Series E, Vol. 33, (1966), pp. 674 ~ 675.
- 9) S. Iida and A.S. Kobayashi; Crack Propagation Rate in 7075-T6 Plates Under Cyclic Tensile and Transverse Shear Loadings, Jour. of Basic Engineering, Tans. ASME, Series D, Vol. 9a, (1969), pp. 764 ~ 769.

航空宇宙技術研究所報告434号

昭和50年11月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182
印刷所 株式会社 共 進
東京都杉並区久我山4-1-7(羽田ビル)
