

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-443

平行食い違い切欠からの疲労き裂進展

飯田 宗四郎 ・ 角田 義 秋

1976年1月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

平行食い違い切欠からの疲労き裂進展*

飯田 宗四郎** ・ 角田 義秋**

Crack Propagation Behavior in 2024-T4 Tension Plates with Initially Parallel Staggered Notches under Cyclic Loading

By Soushiro IIDA and Yoshiaki KAKUTA

ABSTRACT

Crack propagation behavior in 2024-T4 tension plates was investigated for cracks which generated from the initially parallel staggered notches under cyclic loading.

Stress intensity factors for opening and edge-sliding mode of crack surface displacements, K_I and K_{II} , were determined by the finite element method for those cracks.

Crack propagation rate, dl/dN , was then plotted against the maximum stress intensity factor for opening mode, K_I , in the presence of edge-sliding mode of stress intensity factor, K_{II} , and the effect of staggeredness of the initial notches was examined.

The agreement of experimental results with several suggested formulas for crack propagation rate were discussed.

Crack propagation paths were predicted by the direction of principal stress at the crack tip. The comparison between the predicted crack propagation path and the observed crack propagation path in the experiment showed good agreement.

1. はじめに

航空機にはリベット継手やボルト継手によって結合されている構造が多く使われているが、このような構造物に繰返し荷重がかかると、リベット穴やボルト穴などの応力集中部からき裂が発生して成長し、遂には致命的な破壊をもたらす恐れがある。

本報告では、食い違いのあるリベット穴やボルト穴から発生した疲労き裂が、どのように進展するかを調べるために食い違い穴を加工した2024-T4アルミニウム合金板に繰返し荷重を負荷して疲労試験を行ない、食い違い穴から発生した疲労き裂の進展速度を実験的に求める一方、有限要素法による電子計算機プログラムによって、これらの形状のき裂に対する開口形応力拡大係数 K_I と面内せん断形応力拡大係数 K_{II} を計算し、き裂進展速度と K_I との関係を求め、これまで二・三の研究者によ

って提案されているき裂進展速度と応力拡大係数との関係式の実験結果への一致の程度を検討する。

また、計算で求めたき裂先端での主応力の方向からき裂の進展経路の予測を行ない、実験で観察されたき裂進展経路と比較検討する。

2. 材料、試験片および実験方法

実験に用いた試験片は市販の板厚2 mmの2024-T4アルミニウム合金板材から製作した。

表1に試験片材料の化学成分および機械的性質を、図1に試験片の形状寸法および数量を示す。

試験片には、図1に示すように食い違いのある一対の穴の内側に stress raiser として幅0.3 mmの切欠をのこぎりによって加工した。これは、もし疲労き裂が穴の外側から発生すると、き裂は急速に進展して試験片は破断してしまい、平行食い違いき裂の進展挙動を観察することが困難であるので、食い違い穴の内側のみからき裂

* 昭和50年12月2日 受付

** 機体第二部

を発生させるためのものである。試験片の半板幅Wで無次元化した穴の食い違い量 $\epsilon = e/W$ は 0, 0.1, 0.2 および 0.4 の4種類である。

使用した試験機は容量 2 ton の慣性力型疲労試験機で負荷荷重は最大荷重が 1000kg (総断面積公称最大応力 $\sigma_{max} = 5.32 \text{ kg/mm}^2$), 最小荷重が 100kg (総断面積公称最小応力 $\sigma_{min} = 0.53 \text{ kg/mm}^2$), 応力比 $R = \sigma_{min} / \sigma_{max} = 0.1$ の一定振幅片振り引張り繰返し荷重であり, 繰返し速さは毎分 1500 回であった。初期切欠から発生した疲労き裂の長さは, 荷重の繰返し速さに同調させたストロボ・ライトをき裂部分に照射することによって実験を中断することなく測長顕微鏡 (倍率 10) で測定した。この場合, 左右の初期切欠から発生したき裂の長さを平均したものを, その時のき裂長さとした。

3. 実験結果

図 2 に実験で観察された疲労き裂の進展状況を示す。この図で示されるように, 両側の食い違い初期切欠から発生した平行疲労き裂は, 互いに直線的に近づく方向に成長して急速に連結するであろうという予想に反して, き裂進展の初期の段階では互いにしりぞけあう方向にまず進展し, き裂が成長するとともにき裂は, 図 3 に模式的に示すように内側にまわり込み, 両側の疲労き裂は直

接連結しない。このまわり込みの現象は本実験では食い違い量 $\epsilon = 0.1$ の場合が最も著しく, ϵ がそれ以上の場合はまわり込み現象は顕著でなかった。また, $\epsilon = 0$ の場合でも, このまわり込み現象が観察されたことは興味深い。

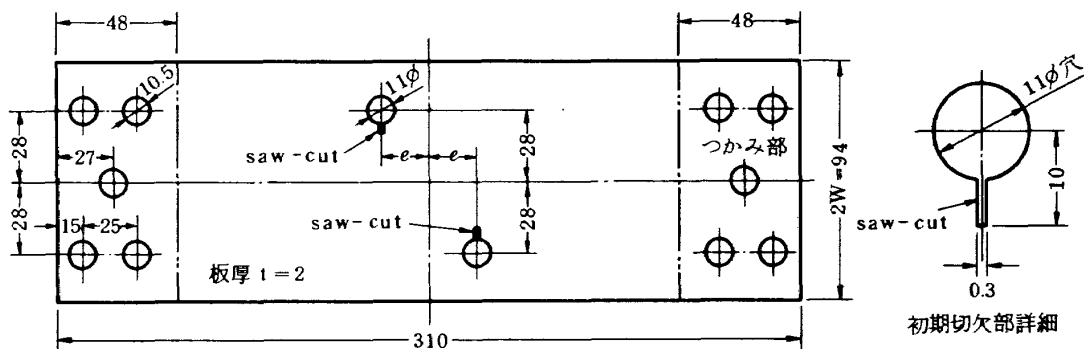
図 4 ~ 図 7 に $\epsilon = 0, 0.1, 0.2$ および 0.4 の場合の疲労き裂進展曲線をそれぞれ示す。これらの図から求めたき裂長さ l に対するき裂進展速度 dl/dN の関係を図 8 に示す。この図からき裂長さが約 17mm 以上になると食い違い量が大きい程き裂進展速度は小さくなる。き裂進展速度は, いづれの場合も, き裂長さが 20mm から 25mm の間で最大となり, それ以上き裂が大きくなると減少する。これは後で述べるように, き裂長さが 20mm 以上になると両側の疲労き裂の干渉効果が強くなり, そのためき裂先端近傍での応力が緩和され, 開口形応力拡大係数 K_I が減少するためと考えられる。

4. 応力拡大係数の計算

平行食い違い初期切欠から発生した疲労き裂の場合, き裂先端近傍の変形様式は図 9 に示すような開口形と面内せん断形の組合せ変形様式となる。従って, 図 10 に示すようなき裂先端近傍の点 (r, θ) での応力および変位は, 平面応力の場合, 次式で与えられる¹⁾

表 1 材料の化学成分と機械的性質

化学成分 (%)				機械的性質			
C_u	M_n	M_g	Al	ヤング率 $E (\text{kg/mm}^2)$	降伏点 $\sigma_Y (\text{kg/mm}^2)$	引張強さ $\sigma_B (\text{kg/mm}^2)$	伸び (%)
4.3	0.6	1.5	残	7.85×10^3	41.6	51.6	18.8



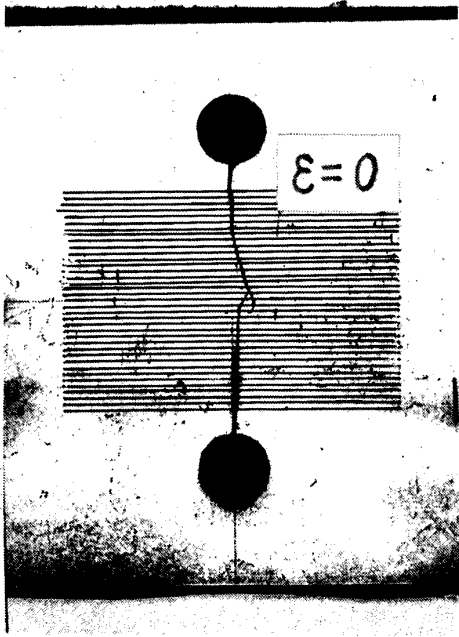
$e (\text{mm})$	0	4.7	9.4	18.8
$\epsilon = e/W$	0	0.1	0.2	0.4
試験片数量	5	6	6	5

図 1 試験片形状寸法および数量

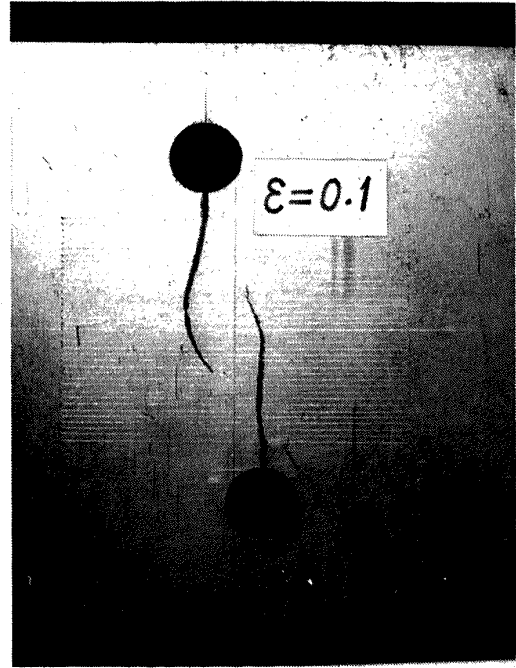
応力；

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad (1)$$

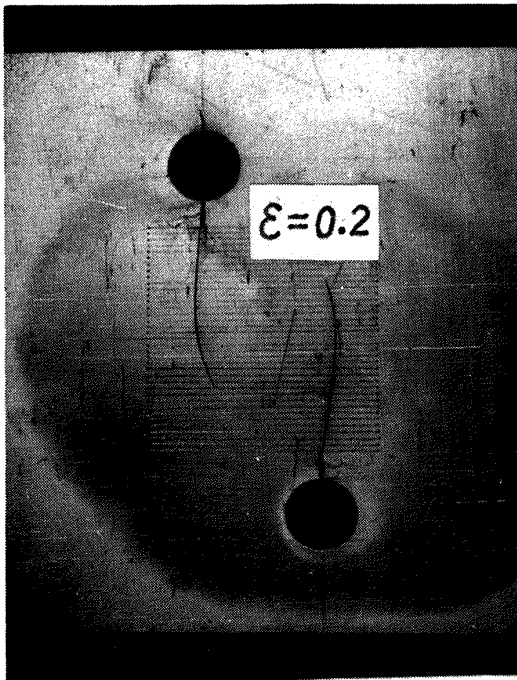
$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (2)$$



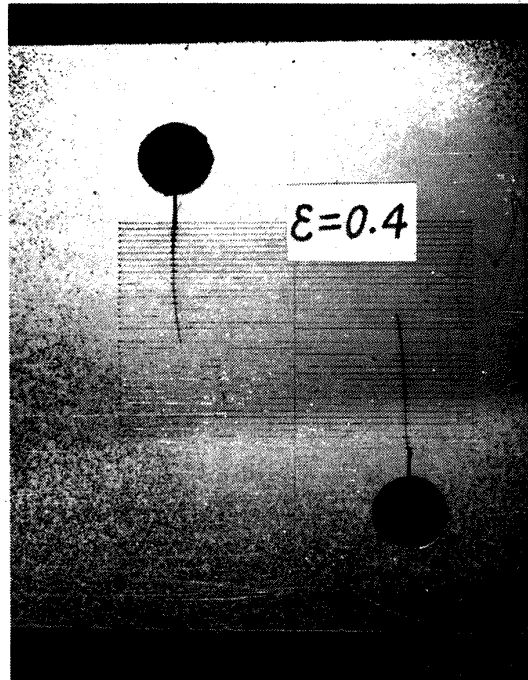
(a)



(b)



(c)



(d)

図2 疲労き裂の進展状況

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2}\right) \quad (3)$$

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (4)$$

変位 ;

$$u = \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \frac{K_I}{E} \cos \frac{\theta}{2} \left\{1 - \nu + (1 + \nu) \sin^2 \frac{\theta}{2}\right\} + \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \frac{K_{II}}{E} \sin \frac{\theta}{2} \left\{2 + (1 + \nu) \cos^2 \frac{\theta}{2}\right\} \quad (5)$$

$$v = \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \frac{K_I}{E} \sin \frac{\theta}{2} \left\{2 - (1 - \nu) \cos^2 \frac{\theta}{2}\right\} - \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \frac{K_{II}}{E} \cos \frac{\theta}{2} \left\{1 - \nu - (1 + \nu) \sin^2 \frac{\theta}{2}\right\} \quad (6)$$

$$w = 0 \quad (7)$$

ここで

K_I : 開口形応力拡大係数

K_{II} : 面内せん断形応力拡大係数

E : 縦弾性係数

ν : ポアソン比

w : 板の中央面での板厚方向の変位である。

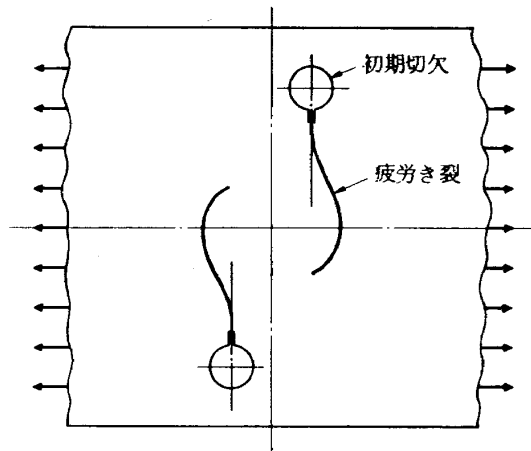


図3 平行食い違いき裂の進展状況の模式図

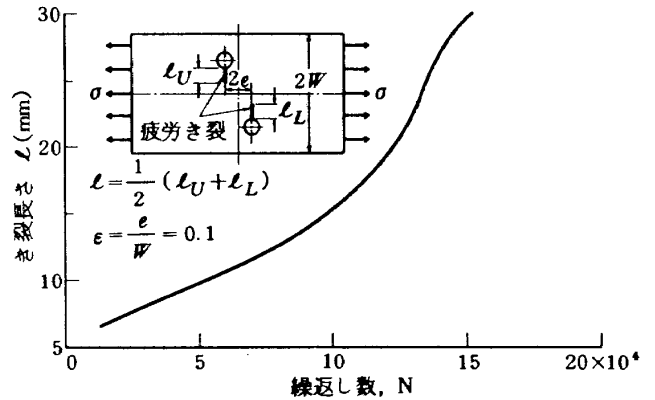


図5 $\epsilon = 0.1$ の場合の疲労き裂進展曲線

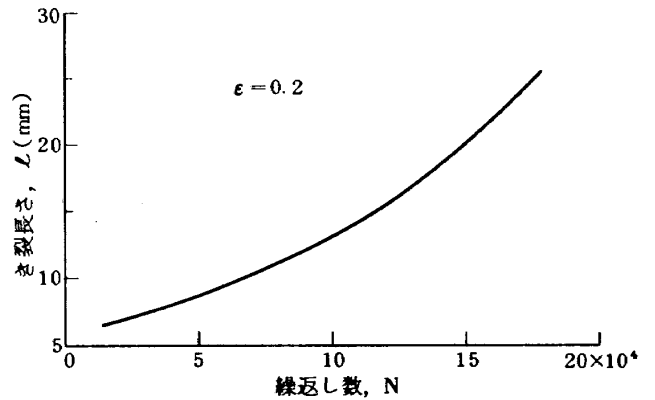


図6 $\epsilon = 0.2$ の場合の疲労き裂進展曲線

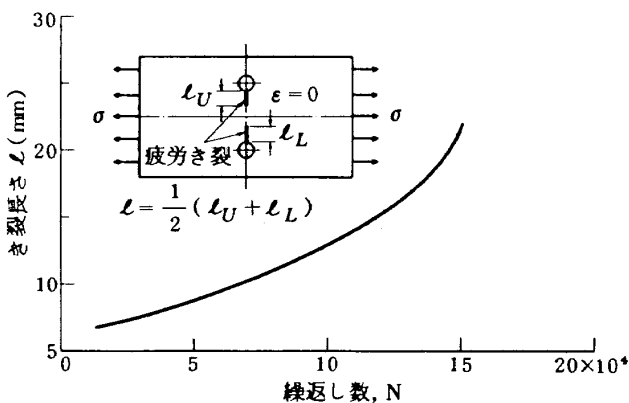


図4 $\epsilon = 0$ の場合の疲労き裂進展曲線

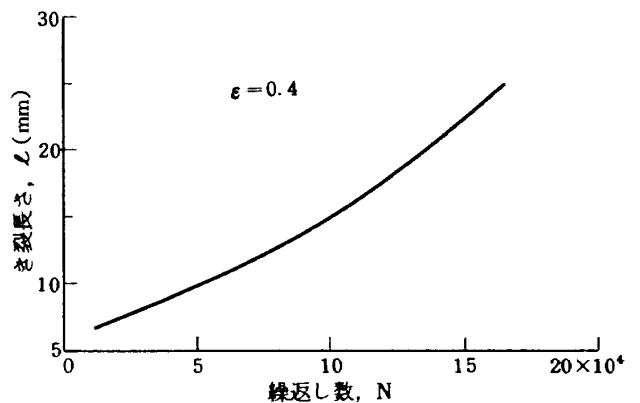


図7 $\epsilon = 0.4$ の場合の疲労き裂進展曲線

なんらかの方法で、き裂先端近傍の応力または変位が与えられると、上式のいずれかを用いて応力拡大係数が求められる。本報では有限要素法によってき裂近傍の変位を求め、式(5)および(6)を用いて、次に示すような手順で応力拡大係数を計算した。

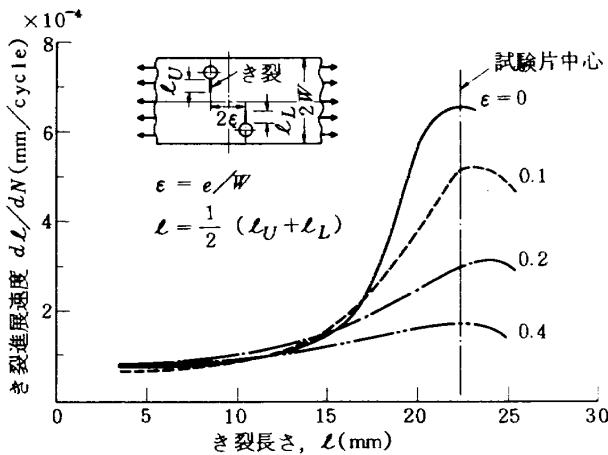


図8 き裂長さとき裂進展速度の関係

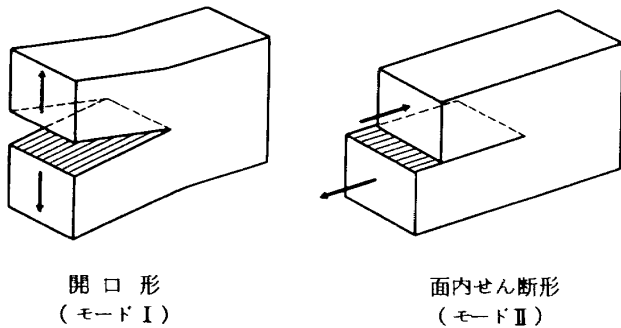


図9 き裂の変形様式

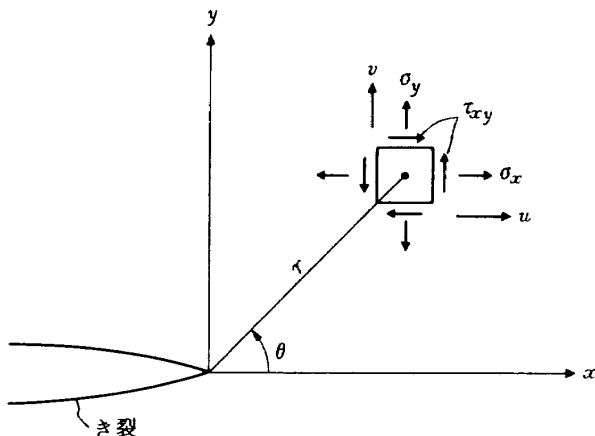


図10 き裂先端近傍の座標と応力成分

き裂先端近傍のき裂縁の変位(開口変位)は式(5)および(6)において $\theta = \pm 180^\circ$ (正は上縁, 負は下縁) とおくと次式で与えられる。

$$u_e = \pm 2\sqrt{\frac{2r}{\pi}} \frac{K_{II}}{E} \tag{8}$$

$$v_e = \pm 2\sqrt{\frac{2r}{\pi}} \frac{K_I}{E} \tag{9}$$

いま、上縁の変位のみを考えると応力拡大係数 K_I, K_{II} は、上式からそれぞれ次式で求められる。

$$K_I = \frac{E}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2r}} v_e \tag{10}$$

$$K_{II} = \frac{E}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2r}} u_e \tag{11}$$

上式で、き裂縁の変位 u_e, v_e は E.L.Wilson によって作成された有限要素法による二次元平面応力解析用計算プログラム²⁾を用いて計算した。計算には、当所の HI TAC 5020 電子計算機を使用した。

図11に有限要素法解析に用いた要素分割の一例を示す。まず、図11(a)のように全体を三角形または長方形要素に粗分割したモデルについて解析した。次に図11(b)のようにき裂先端部を細分割し、この境界に粗分割解析で求めた境界荷重または変位を与えて解析し、き裂先端部のき裂縁の変位 u_e および v_e を求めた。図12に有限要素法で求めた最大荷重負荷時のき裂の開口変位を示す。

得られた u_e および v_e の値を式(10)および式(11)に代入して、き裂先端近傍のいくつかの節点について応力拡大係数を計算し、これらの値をき裂の先端に向けて外挿して応力拡大係数 K_I および K_{II} を求めた。図13, 14は、このようにして求めたき裂長さに対する応力拡大係数 K_I, K_{II} の値をそれぞれ示す。

ただし、この場合の応力拡大係数は繰返し応力の最大応力に対するもので、通常、 K_{max} で表わされるものと同じである。

図13から、平行食い違い初期切欠から発生したき裂に対しては、き裂長さ l が約20mmまでは開口形応力拡大係数 K_I は増大し、 l がそれ以上になると K_I は減少することが分る。一方、図14から、面内せん断形応力拡大係数 K_{II} は l が約20mmまでは、ほぼ一定な小さな値を保ち、 l がそれ以上になると急激に増大していることが分る。これは、 l が約20mm以上になると、両側の初期切欠から発生したき裂の干渉効果により、き裂の進展にまわり込みの現象が生じ、 K_{II} モードが優勢となるためと考えられる。

き裂の進展速度は K_I に最も依存するから、従って、 l が約20mm以上になるとき裂進展速度は減少する。

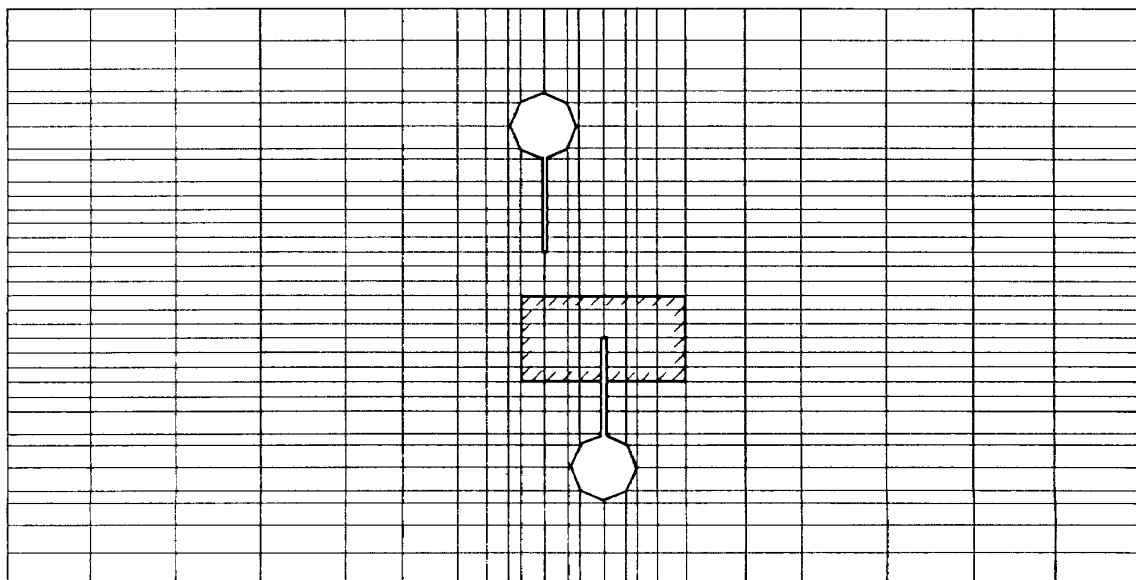


図 11(a) 要素分割 (粗分割)

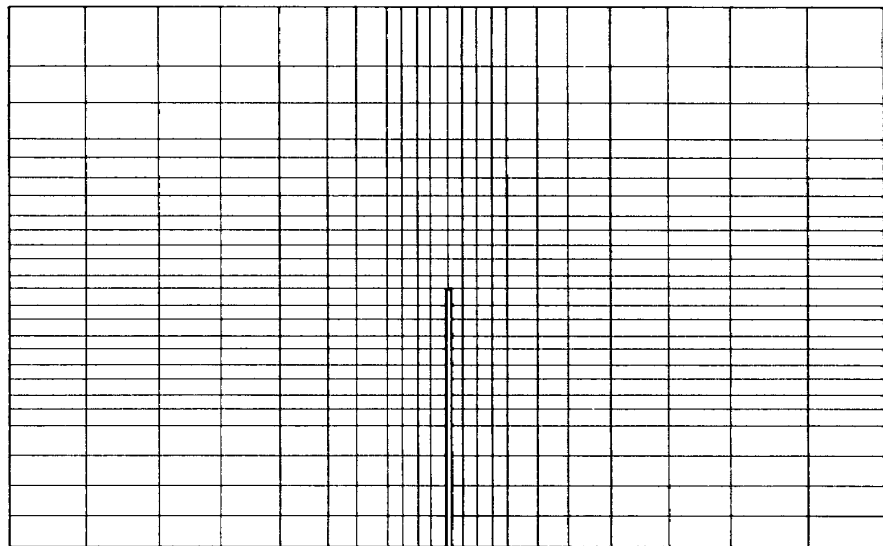


図 11(b) 要素分割 (き裂先端部細分割)

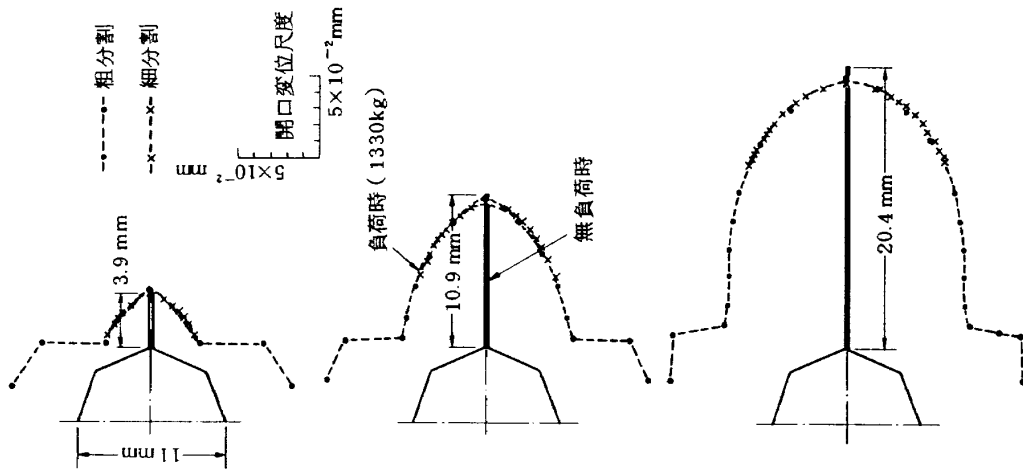


図 12(a) 有限要素法による開口変位 ($\epsilon=0$)

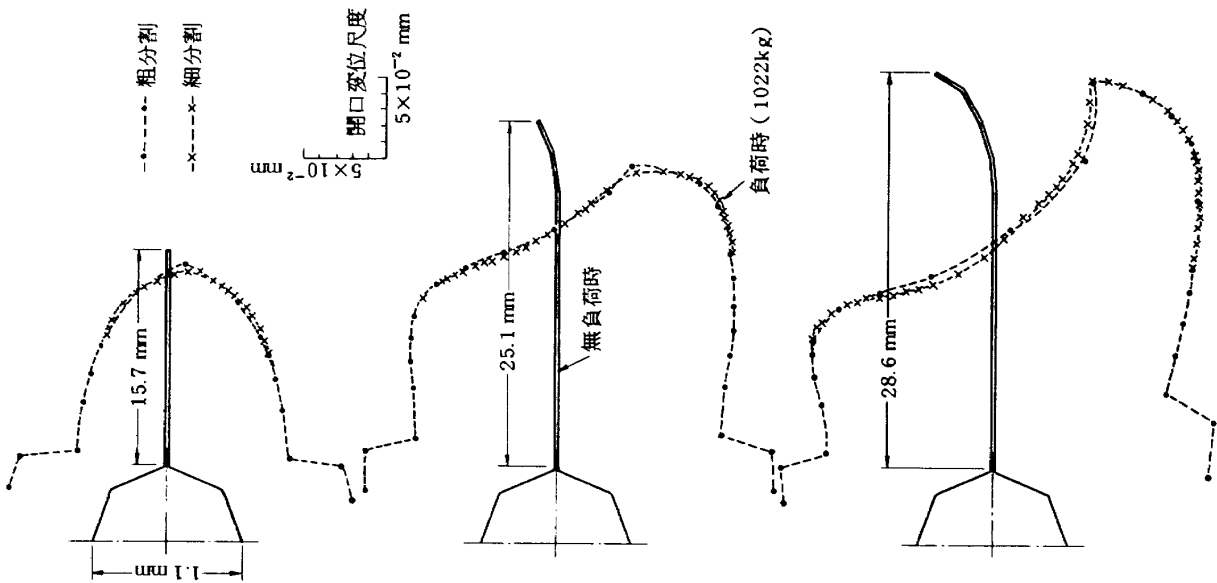


図 12 (b) 有限要素法による開口変位 ($\epsilon=0.1$)

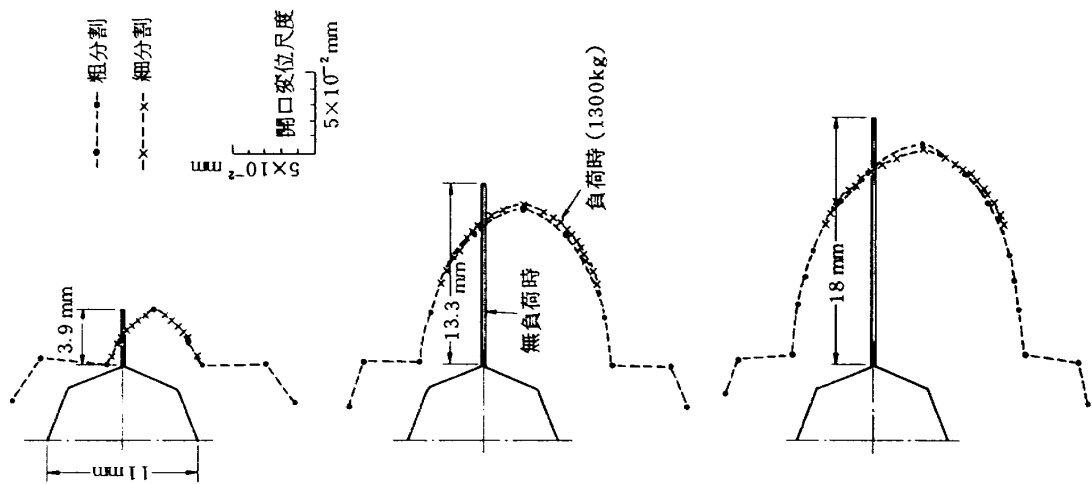


図 12 (c) 有限要素法による開口変位 ($\epsilon=0.2$)

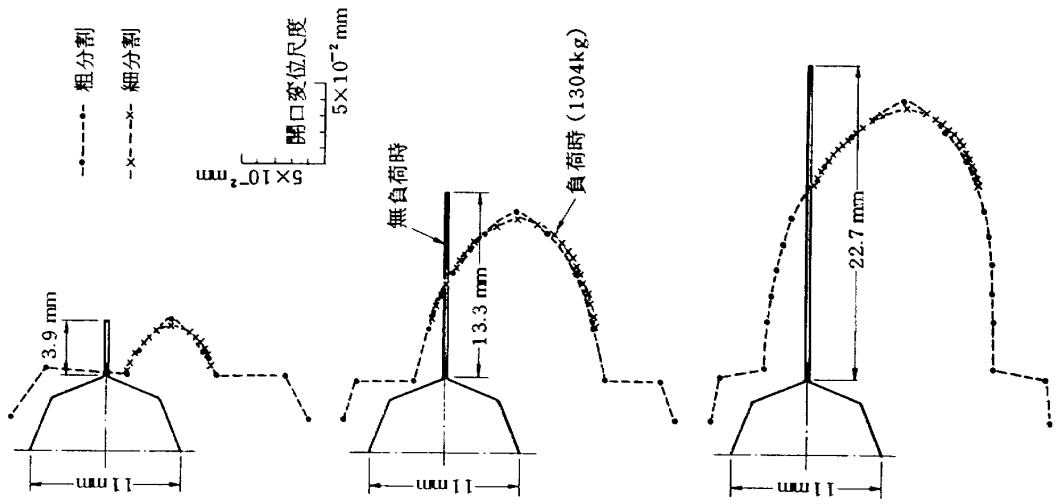


図 12 (d) 有限要素法による開口変位 ($\epsilon=0.4$)

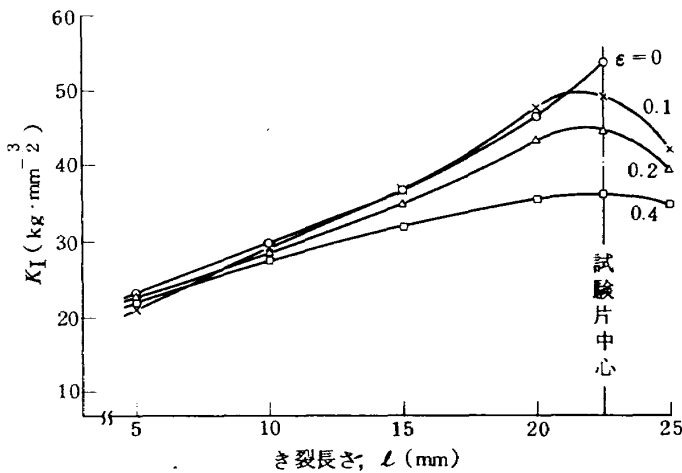


図13 き裂長さとおき形応力拡大係数の関係

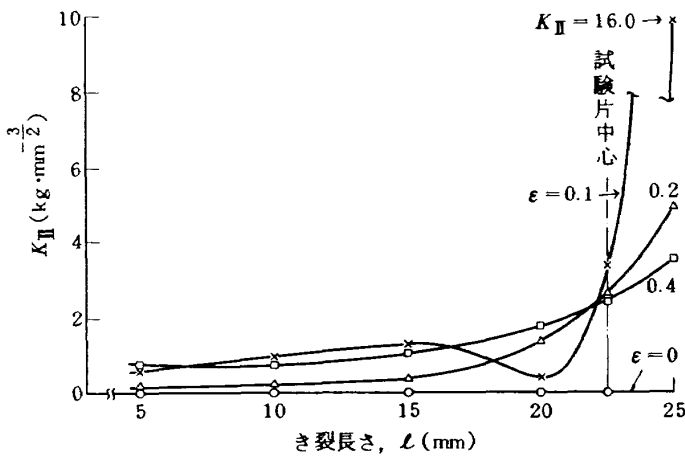


図14 き裂長さとおき面せん断形応力拡大係数の関係

5. き裂進展速度と応力拡大係数の関係

図8および図13から、き裂進展速度 dL/dN と開口形応力拡大係数 K_I の関係を求め、両対数座標軸にプロットすると図15に示すようになる。

図15で K_I が約 $27 \text{ kg} \cdot \text{mm}^{-3/2}$ 以上では $K_I - dL/dN$ 曲線はほぼ直線となり、それらの傾斜は2.7~3.6の範囲にある。そして、食い違い量が大きい程、傾斜は小さくなっている。

き裂進展速度と開口形応力拡大係数の関係については、実験と理論から二・三の研究者によって次の諸式が提案されている。

$$\text{Paris}^3); \frac{dL}{dN} = C_1 (\Delta K)^m \tag{12}$$

$$\text{Erdogan}^4); \frac{dL}{dN} = C_2 K_a^\alpha \cdot K_m^\beta \tag{13}$$

$$\text{Forman}^5); \frac{dL}{dN} = \frac{C_3 (\Delta K)^n}{(1-R)K_c - \Delta K} \tag{14}$$

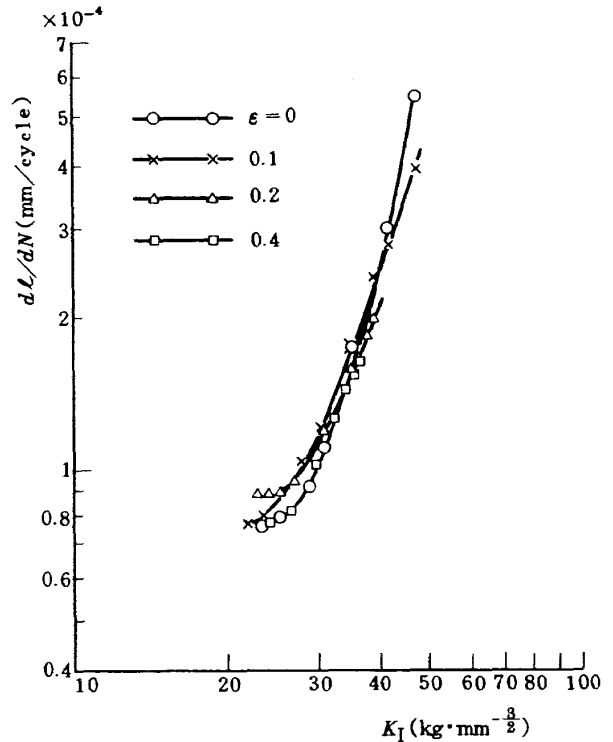


図15 開口形応力拡大係数とき裂進展速度の関係

$$\text{石田}^6); \frac{dL}{dN} = \frac{C_4 (\Delta K)^a K_{max}^b}{(1-R)K_{fc} - \Delta K} \tag{15}$$

ここで、 ΔK 、 K_a 、 K_m および K_{max} はそれぞれ繰返し応力の応力レンジ(全応力振幅ともいう)、応力振幅、平均応力および最大応力に対する応力拡大係数、 R は応力比 ($\sigma_{min}/\sigma_{max}$)、 K_c は材料の破壊じん性値、 K_{fc} は疲労破壊じん性値である。

これらの式で

$$\Delta K = K_{max} - K_{min} = (1-R) K_{max}$$

$$K_a = (K_{max} - K_{min})/2 = \{(1-R) \cdot K_{max}\}/2$$

$$K_m = (K_{max} + K_{min})/2 = \{(1+R) \cdot K_{max}\}/2$$

であり、さらに本実験では応力比 $R = 0.1$ (一定) であるので式(12)、(13)は次式のようにまとめられる。

$$\frac{dL}{dN} = C' K_{max}^{m'} \tag{16}$$

ここで $C' = (1-R)C_1$

$$\text{または} = \{C_2 (1-R)^\alpha (1+R)^\beta\}/4$$

$$m' = m = \alpha + \beta$$

同様に、式(14)、(15)も、 $K_c = K_{fc}$ とおけば次式のようにまとめられる。

$$\frac{dL}{dN} = \frac{C'' K_{max}^{m''}}{K_{fc} - K_{max}} \tag{17}$$

ここで、 $C'' = C_3 (1-R)^{n-1}$

$$\text{または} = C_4 (1-R)^{a-1}$$

$$m'' = n$$

$$\text{または } = a + b$$

式(14), (15)における K_{max} は、前節での有限要素法によって求めた開口形応力拡大係数 K_I に相当する。また、 K_0 値としては疲労荷重のもとでの破壊じん性値を用い、その値として文献(6)による 2024-T4 に対する $K_{fc} = 195 \text{ kg} \cdot \text{mm}^{-\frac{3}{2}}$ を採用した。^(注)

実験結果から式(16)および(17)の定数 C' , C'' ならびに指数 m' , m'' を求めると表 2 に示すような値になる。

これらの値を用いて計算した疲労き裂長さに対する疲

表 2 き裂進展式の定数と指数

ϵ	Paris, Erdogan, 式(16)		Forman, 石田ら, (17)	
	C'	m'	C''	m''
0	5.69×10^{-10}	3.55	5.00×10^{-8}	3.72
0.1	2.53×10^{-9}	3.13	3.21×10^{-6}	2.53
0.2	9.46×10^{-9}	2.74	2.12×10^{-5}	2.00
0.4	1.05×10^{-8}	2.72	3.96×10^{-6}	2.48

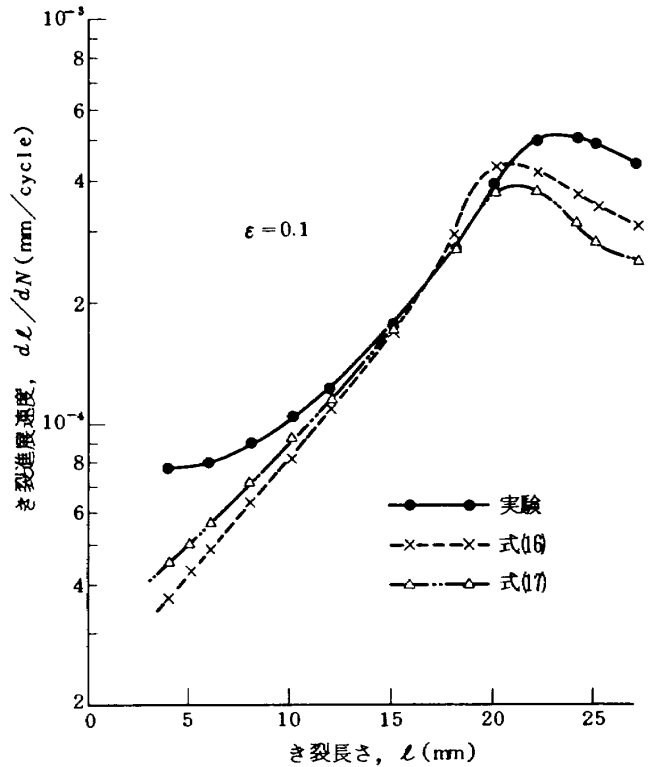


図 16(b) 続き ($\epsilon=0.1$)

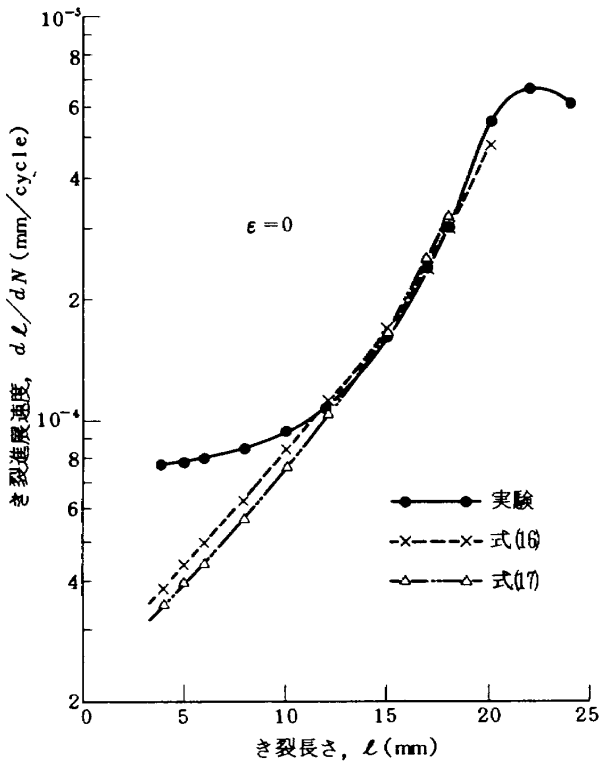


図 16(a) き裂長さとき裂進展速度の関係 ($\epsilon=0$)

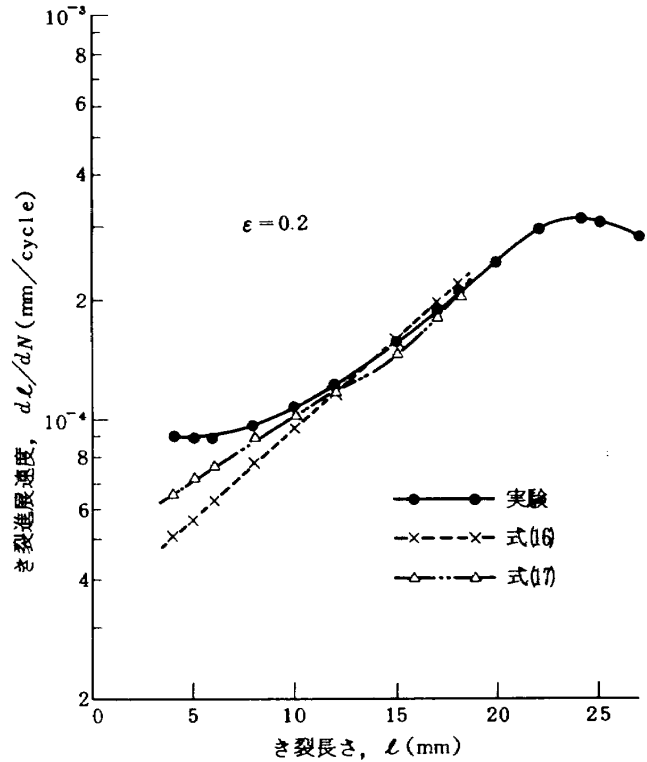


図 16(c) 続き ($\epsilon=0.2$)

(注) 文献(6)では応力拡大係数の定義として $k = K/\sqrt{\pi}$ を用いている。そして $k_{fc} = 110 \text{ kg} \cdot \text{mm}^{-\frac{3}{2}}$ を与えている。従って $K_{fc} = \sqrt{\pi} k_{fc} = \sqrt{\pi} \times 110 = 195 \text{ kg} \cdot \text{mm}^{-\frac{3}{2}}$ となる。

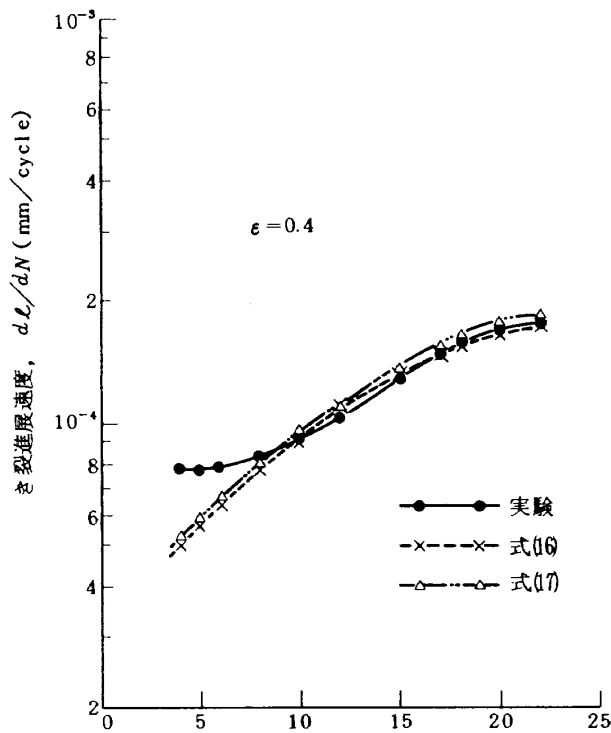


図 16(d) 続き (ε=0.4)

疲労き裂進展速度の曲線と実験結果との比較を図 16 に示す。これらの図から、き裂長さが 10mm 以下の初期の段階では式(16)および式(17)による疲労き裂進展曲線は実験結果から離れるが、き裂長さがそれ以上の範囲では両式とも実験結果と比較的よく一致する。そして、この範囲では両式の実験結果への一致の度合いはほぼ同じ程度であることがわかる。

6. 疲労き裂進展経路の予測

疲労き裂の発生および進展の過程は、次の三つの段階に分類される。⁷⁾

(1) 第 1 段階

すべり帯が発生し、表面切欠が形成され、それがすべり面に沿って内部に入り込む過程

(2) 第 2 段階

き裂先端で交叉する二つのすべり面を分割し、かつ巨視的には最大引張応力(主応力)の方向に垂直な面上を進展する過程

(3) 第 3 段階

最終の静的破壊が生ずる過程

以下に予測する疲労き裂進展経路は第 2 段階のものである。従って疲労き裂は巨視的にはき裂先端の最大主応力の方向に垂直な方向へ進展するものとして、食い違い量 ε=0.1 の場合について、疲労き裂進展経路を予測す

る。

まず、すでに述べた有限要素法計算プログラムによって初期切欠先端の前方の要素について主応力の方向と大きさを計算する。次に、最大主応力の方向に垂直な方向へ ΔL だけき裂を進展せしめ、き裂長さが(初期切欠長さ+ΔL)のき裂をもつ板について再び有限要素法解析を行ない、き裂前方の主応力の方向と大きさを求め、さらに ΔL だけき裂を進展せしめる。この手順を繰返せば、平行食い違い初期切欠から発生進展するき裂の進展経路を折線で画くことができる。

図 17 にき裂進展経路予測のための有限要素法解析に用いたモデルを示す。

き裂先端での最大主応力の方向に垂直な方向の水平方向に対する傾き角 α_m は図 18 に示すように、き裂先端での上下の要素の傾き角を平均して求めた。

図 19 は、このようにして求めたき裂先端近傍の主応力の方向と大きさを示す。この図で、き裂長さは板幅で無次元化した量 γ で示してある。また、図 20 はき裂の先端での主応力の傾き角 α_m のき裂長さに対する変化を示す。この図で、き裂の短い初期の段階では α_m は負の値をもつことを示しているが、これは、進展の初期の段階ではき裂は斜め下の方向に進展する、すなわち平行食い違い切欠から発生した疲労き裂は、進展の初期の段

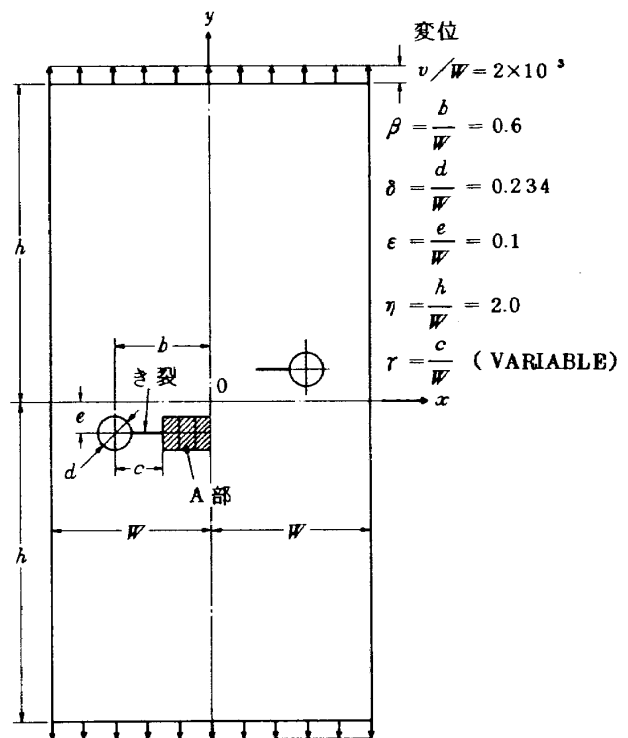


図 17 き裂先端での主応力の方向と大きさを求めるために用いた有限要素法モデル

階では、互いにしりぞけあう方向に進展することを意味する。

き裂が試験片の中央付近 ($l \div 20\text{mm}$)まで進展すると α_m は急激に正の値に転ずる。すなわち、き裂は急激に方向を変えて斜め上の方向にまわり込みながら進展する。

このようにして予測した $\epsilon = 0.1$ の場合の疲労き裂進展経路と実験で観察されたき裂進展経路との比較を図21に示す。この図から、き裂先端での主応力の方向によって疲労き裂の進展経路を求める方法は、実際の疲労進展経路のよい予測を与えることがわかる。

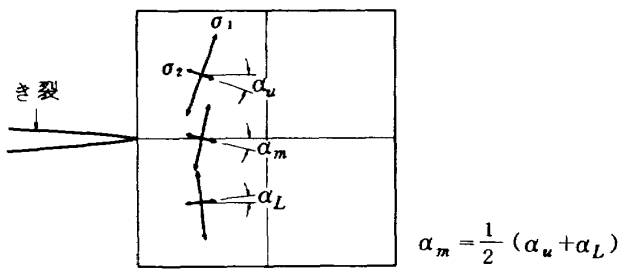


図18 き裂先端での主応力の方向の水平方向に対する傾き角

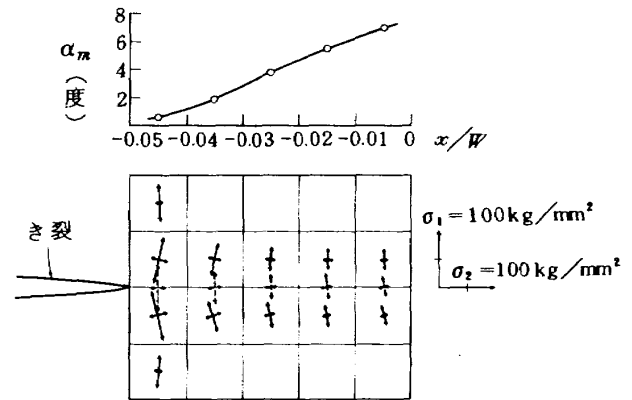


図19(c) 続き ($r=0.55$)

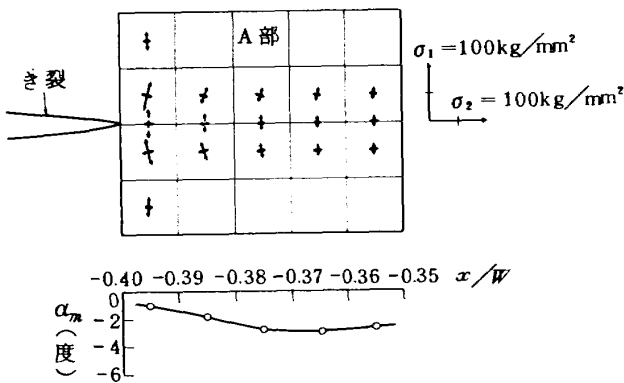


図19(a) き裂先端での主応力の方向と大きさ ($r=0.2$)

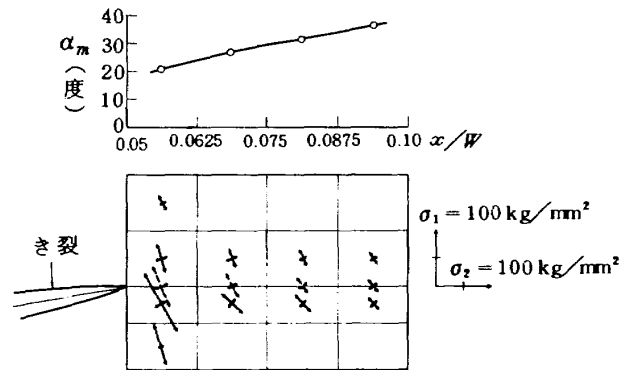


図19(d) 続き ($r=0.65$)

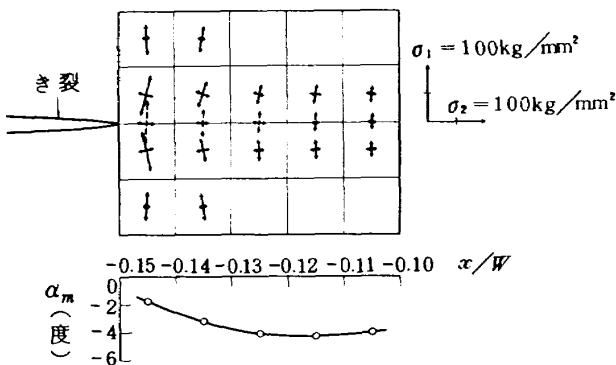


図19(b) 続き ($r=0.45$)

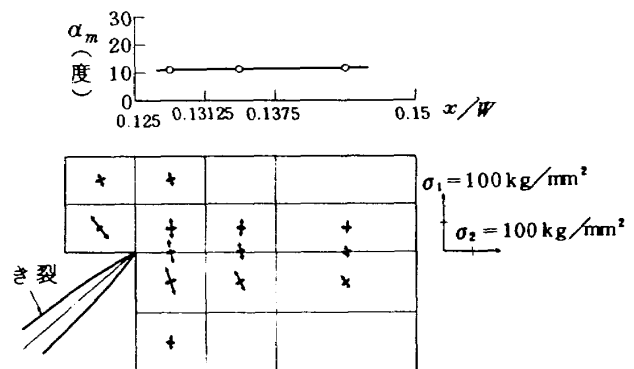


図19(e) 続き ($r=0.725$)

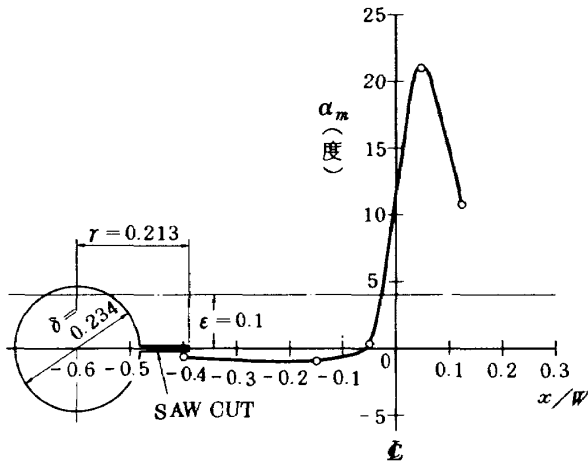


図 20 き裂先端での主応力の傾き角のき裂長さに対する変化

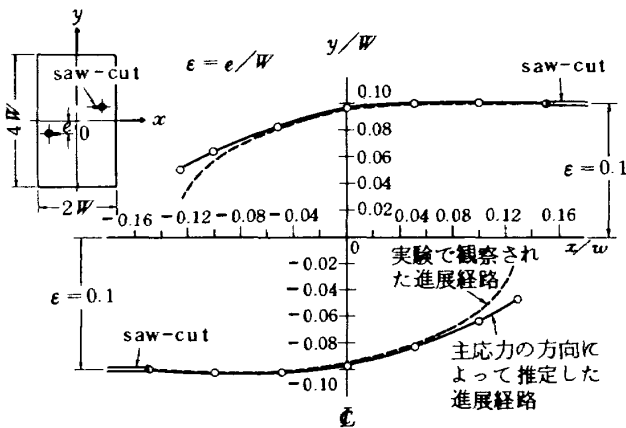


図 21 疲労き裂進展経路

1) 平行食い違い初期切欠から発生した疲労き裂は直接つながらず、お互いの干渉効果によりまわり込みながら進展する。

2) Paris, Erdogan, Forman, 石田らによって提案されたき裂進展式の実験結果への一致の程度は本実験の範囲では余り差異はなかった。

3) き裂先端での主応力の方向によって予測した平行食い違いき裂の進展経路は実験結果とよく一致した。

終りに、この研究は Washington 州立大学の A. S. Kobayashi 教授の示唆によってはじめられたものである。また、実験および計算には当時日本大学学生 須田一師、大町茂の両氏の協力を得た。ここに付記して感謝の意を表します。

参 考 文 献

1) Irwin, G. R., "Fracture, Handbuch der Physik", Band 6, (1958), pp. 551.

2) Wilson, E. L., "Analysis of Plane Stress Structures", Computer Programming Series, Univ. of Calif., Berkeley, (1966).
 3) P. C. Paris et al., "A Rational Analytic Theory of Fatigue", Trend in Eng'ng., Vol. 13, No. 1, (1961).
 4) Robert, R. and Erdogan, F., "The Effect of Mean Stress on Fatigue Crack Propagation in Plates under Extension and Bending", Trans. ASME, Ser. D, Vol. 89, No. 4, (1967).
 5) R. G. Forman et al., "Numerical Analysis of Crack Propagation in Cyclic-loaded Structures", Trans. ASME, Ser. D, Vol. 89, No. 3, (1967).
 6) 石田誠, 寺田博之, 角田義秋; 航空機用金属板材における疲れき裂進展の研究, 日本機械学会論文集, Vol. 40, No. 332, (昭和49-4)
 7) 小林英男; 疲労き裂の挙動と破壊力学, 日本機械学会関西支部第63回講習会教材 (1975)

航空宇宙技術研究所報告443号

昭和51年1月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182

印刷所 株式会社 共 進
東京都杉並区久我山4-1-7(羽田ビル)
