

UDC 531.36:
629.7.05/.07:
629.76

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-446

摂動行列誘導系のシミュレーションと評価

新宮博公・大月正男
山脇功次・森本 隆

1976年3月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

目 次

1. 序 論	1
2. 主要な記号	2
3. シミュレーションスタディの方法	3
4. シミュレーションプログラムの構造	4
4.1 座 標 系	4
4.2 飛翔体の運動方程式	4
4.3 シミュレーションプログラムの構成	6
5. シミュレーションモデルの設定	9
5.1 飛翔体と外部環境のモデル	9
5.2 慣性誘導系のモデル	12
5.3 誘導制御系の応答特性と諸係数の決定	18
6. シミュレーション結果	22
6.1 基準飛翔径路	22
6.2 誤差モデルの設定	30
6.3 誘導誤差の評価	34
7. 結 論	39
付 録	41
付録1. 姿勢基準計算の考察	41
付録2. 推力打ち切り誤差の解析	42
参考文献	44

摂動行列誘導系のシミュレーションと評価*

新宮博公**大月正男**

山脇功次***森本 隆***

Study of Simulation and Evaluation of Perturbation-matrix Guidance Systems

By Hirokimi SHINGU, Masao OTSUKI, Koji YAMAWAKI and Takashi MORIMOTO

Abstract

A method of evaluating guidance precision in p-matrix guidance systems is described and an example of calculated values of guidance errors is shown.

The simulation method necessary for the design of IMU (Inertial Measurement Unit) used for guidance is discussed systematically and the configuration of simulation programme, the model of vehicle mission, the method of determining the various parameters of guidance and control system, and the calculation techniques of the guidance errors are explained. The evaluation is done by using four types of perturbation-matrix guidance systems, which are called α -guidance systems and contain strapdown IMU. The hardware configuration of each system is different. The differences in the performance capability among these guidance systems are compared and investigated quantitatively through digital simulation. This study forms a more explicit conclusion about the following two design concepts through numerical evaluations of the guidance abilities in α -1, 2, 3, 4 guidance systems. One concept is that the required precision of IMU should be determined by comparing the guidance errors due to the deviations of vehicle parameters with those due to the errors of IMU components. The other is that the guidance system should be designed with the freedom to choose a system which closely meets the mission requirements in order to minimize the possibility of over-designing.

1 序 論

ロケットの誘導は航法的手段によって慣性誘導、電波誘導および両者併用の3方式が考えられる。これらの中で慣性誘導方式は、地上設備に制約されない利点を有すると同時に、天候、操縦方法、外乱等に関係なく航法情報が得られる利点を有する。

慣性誘導方式は、計測軸の設定様式にしたがって、ストラップダウン方式とステープルプラットフォーム方式とに分類されるが、誘導計算の様式に着目すれば、誘導計算のための座標軸を機体軸にとる方式とロケットの姿勢

とは無関係な基準座標軸にとる方式とがある。本研究で取扱い誘導方式はピッチプログラムを基軸とした4つのタイプ($\alpha-1$, $\alpha-2$, $\alpha-3$, $\alpha-4$)の方式¹⁾であり、これらはすべてストラップダウンかつ誘導計算が機体軸でなされる方式である。これらにおいては通常の航法計算は行なわれず、機体軸に直接取り付けられた慣性機器より得られる飛翔体の回転角および加速度の値が基準値からの摂動量として操舵計算に用いられる。

シミュレーションによる慣性誘導系の誘導精度の評価を行なう場合、航法系を含む方式では航法計算の精度が誘導精度に大きく影響するが、航法系を含まない方式では基準軌道の決定方法が誘導精度に直接関係するので飛翔径路の設定がより重要な要素となる。そこで、筆者らは3次元6自由度の剛体運動のトラジェクトリシミュレ

* 昭和50年10月30日受付

** 計測部

*** 元計測部研修生

ーションプログラムを作成して、制御機能を含んだ誘導系の誤差評価ができるようにした。このプログラムにおいて剛体の運動方程式、座標変換行列、速度および距離の算出、重力加速度の計算、外部環境特性等は副プログラムとして構成されている。また、機体諸元の誤差要素、外部環境の変動、慣性機器誤差を付加することによって誘導装置の誘導能力の評価および慣性機器誤差の要求精度算出が可能となる。

誘導誤差の評価において、その要因となる種々の誤差要素の及ぼす影響度は各誘導方式 $\alpha = 1, 2, 3, 4$ によって異なる。ここで取り扱う方式はプログラム誘導が基軸であるから、機体諸元の誤差や外部環境の変動等も誘導誤差の要因となる。これらの誤差要素に対する各誘導方式の誘導能力をシミュレーションによって定量的に見きわめ、さらに慣性機器固有の誤差による誘導誤差をも含めて、4つのタイプの誘導系の誘導精度を比較検討した。これによってミッションの要求に即した誘導方式を選定し、かつ誘導用慣性機器の誤差レベルを設定する一手法を確立することができたので以下の報告を行なう。

2 主要な記号

A_x, A_y, A_z : x, y, z 軸方向加速度計の出力
 A_0 : 加速度プログラム設定値 (x 方向の基準加速度)
 B_0 : 飛翔体の重心 (飛翔位置)
 C_{IB} : B座標系を I座標系に変換する行列
 C_{IE} : E座標系を I座標系に変換する行列
 C_x, C_y, C_z : x, y, z 軸方向の空気抵抗係数
 C_{ax} : x 軸まわりの空力モーメント係数
 E_0, E_t : ロケットの発射地点およびその t 秒後の位置 (対慣性空間)
 F_{Tx}, F_{Ty}, F_{Tz} : 推力 T の x, y, z 軸方向成分
 F_{Ax}, F_{Ay}, F_{Az} : x, y, z 軸方向の空気抵抗力
 F'_{Ty}, F'_{Tz} : サイドジェット推力の y, z 軸方向成分
 G_{xe}, G_{ye}, G_{ze} : 飛翔体に作用する重力加速度の x_e, y_e, z_e 軸方向成分
 g : 飛翔体に作用する重力加速度の大きさ
 H : 飛翔体の角運動量ベクトル
 h : 高度
 $f_M(h)$: マッハ関数
 I_x, I_y, I_z : x, y, z 軸まわりの慣性モーメント
 I_{sp} : 比推力
 I_n : 単位行列
 J_2 : 地球の重力ポテンシャルに関連する係数で、実験的に決められる定数 ($J_2 = 1.0823 \times 10^3$)

K_{p1}, K_{p2}, K_{p3} : 誘導系の諸係数 (ピッチ軸)
 K_{Y1}, K_{Y2}, K_{Y3} : 誘導系の諸係数 (ヨー軸)
 K_{Sx}, K_{Sy}, K_{Sz} : ロール, ヨー, ピッチ角に対する制御ゲイン
 K_{Vx}, K_{Vy}, K_{Vz} : ロール, ヨー, ピッチ軸まわりの角速度に対する制御ゲイン
 l_g, l_p : 飛翔体の先端から重心までの距離および空力中心までの距離
 l_r : ロール軸まわりの制御モーメントアーム
 l_c : ジンバルエンジン使用時のヨー, ピッチ軸まわりの制御モーメントアーム
 l'_c : サイドジェット使用時のヨー, ピッチ軸まわりの制御モーメントアーム
 M_{ax}, M_{ay}, M_{az} : x, y, z 軸まわりの空力のモーメント
 $M'_{Tx} (=M_{Tx}), M'_{Ty}, M'_{Tz}$: サイドジェット推力による x, y, z 軸まわりの力のモーメント
 M_{Ty}, M_{Tz} : 推力 T による y, z 軸まわりの力のモーメント (ジンバルエンジン使用時)
 M_{Bx}, M_{By}, M_{Bz} : x, y, z 軸まわりの力のモーメントの総和
 M_n : マッハ数
 m : 飛翔体の質量
 O : 地球の中心
 P : 北極
 q : 動圧
 R_e, R_p : 地球の赤道面の半径および距離 OP
 R, R : O から B_0 に至る距離ベクトルおよびその大きさ
 R_0 : O から OB_0 と地表との交点に至る距離
 R_x, R_y, R_z : R の X, Y, Z 軸方向成分
 R_v, R_e, R_n : R の x_e, y_e, z_e 方向成分
 S_0, S : 発射地点 E_0 およびその t 秒後の位置 E の子午線 (対慣性空間)
 S_a : 飛翔体 (ロケット) の基準面積
 T : 推力
 T_r, T_{cy}, T_{cz} : ロール, ヨー, ピッチ軸方向のサイドジェット推力
 t_n, t_{c0} : 推力打ち切りの基準時刻および実行時刻
 V_{IX}, V_{IY}, V_{IZ} : 飛翔体の対慣性空間速度の X, Y, Z 軸方向成分
 V_A : 飛翔体の対大気速度の大きさ
 V_{Ax}, V_{Ay}, V_{Az} : V_A の X, Y, Z 軸方向成分
 $V'_{xe}, V'_{ye}, V'_{ze}$: 大気対慣性空間速度の x_e, y_e, z_e 軸方向成分

- V_x, V_y, V_z : 飛翔体の対慣性空間速度の x, y, z 軸方向成分
- V_{c0} : 推力打ち切り時の基準速度
- W_v, W_e, W_n : 垂直 (x_e), 東 (y_e), 北 (z_e) 方向の風速
- B_0-xyz : 飛翔体固定座標系で単位ベクトル i, j, k をもつ (B 座標系)
- $O-XYZ$: 慣性空間固定座標系で単位ベクトル I, J, K をもつ (I 座標系)
- $E-x_e y_e z_e$: 地心座標系で単位ベクトル i_e, j_e, k_e をもつ (E 座標系)
- α_y : ピッチ面内の迎え角
- α_z : ヨー面内の横滑り角
- $\delta_x, \delta_y, \delta_z$: 操舵系の出力 (操舵基準角)
- $\delta'_x, \delta'_y, \delta'_z$: ジンバルエンジンまたはサイドジェット
の出力 (操舵角)
- δ_h, δ_v : ジンバルエンジンのバックラッシュおよび
最大ふれ角
- δ_d : サイドジェットの不感帯
- $\delta_{m_y}, \delta_{m_z}$: y, z 軸まわりの推力 T のミスアライ
ンメント角
- λ_0, λ : 発射地点 E_0 および飛翔位置 B の緯度
- η_0, η_L : 発射地点 E_0 および飛翔位置 B の経度
- η : 飛翔運動による経度変化 (対慣性空間)
- η_{ie} : 地球の自転角 ($=\omega_{ie} t$)
- $\varepsilon_r, \varepsilon_\phi, \varepsilon_\theta$: 誘導計算系の出力
- ω_0 : ピッチレートプログラマ設定値
- $\omega_x, \omega_y, \omega_z$: x, y, z 軸ジャイロの出力
- ω_{ie} : 地球の自転角速度
- $\rho(h)$: 大気密度関数
- μ : (万有引力定数) \times (地球質量)

3 シミュレーションスタディの方法

本研究においては、飛翔体の運動を質点運動 (3次元 3自由度) としても、剛体運動 (3次元 6自由度) とし

ても航法・誘導系の機能のモデル化への影響は比較的少ないが、制御系では操舵計算を行なうので回転運動を含めた剛体運動を用いる必要がある。また、前述の方式 ($\alpha = 1, 2, 3, 4$) の誘導の効果をシミュレーションによって評価する場合にも空気力等の影響を考慮することになるので剛体運動での評価が必要になる。これらの観点に即したプログラム、すなわち3次元6自由度飛翔径路シミュレーションプログラムを作成して、機体諸元や外部環境 (風、大気密度等) 係数の関数となる飛翔体 (剛体) 運動に即して誘導精度の評価を行えば、よりハードウェアに即した評価となる。

本研究で取り扱う航法を行なわない誘導方式のループは図1の実線部分のようになる。この中で誘導系の出力は後述するよう $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ となり、これらによって制御系の回転モーメントが計算 (操舵計算) されるから、飛翔体の運動はそれらの結果と機体諸元、外部環境係数によって計算することができる。飛翔体の運動を計算する際の入力として、(1)制御系構成に必要な種々の制御係数および変数、(2)機体諸元、(3)大気密度、(4)マッハ数、(5)風速モデル、(6)慣性モーメント等があげられ、出力としては加速度、角速度があげられる。これらのモデルの流れ図は図2のようになる。計測系 (ジャイロ、加速度計) はソフトウェア (プログラム) で扱うことになるので、計測系の誤差は、あらかじめモデル化されたジャイロ、加速度計の誤差が計測系の出力に付加される。

本研究で用いた誘導方式は振動行列を用いた方式であるので誘導系の出力は $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ となり、制御系ではこれらの値を零にするような制御力が働き、ジンバルエンジンまたはサイドジェットによる操舵が可能な形で制御系のプログラムが構成されている。

誘導系の評価はあるミッションに即してなされるのが通常であり、評価値は当然ながらミッションによって異なるが、本研究での誘導精度の評価手法は他のミッションに対しても活用できる。ここでは軌道計算の解の高精度化は考慮されていないが、誘導装置の基本機能を把握

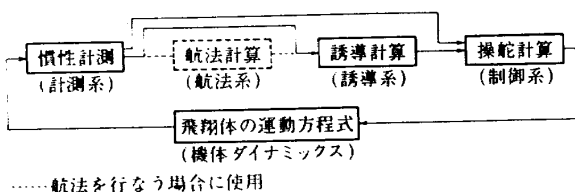


図1 慣性誘導制御ループ

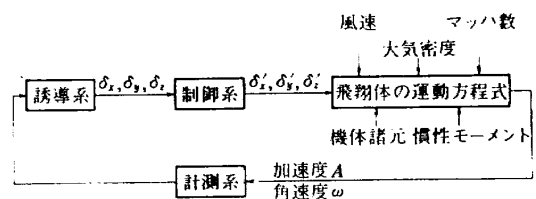


図2 飛翔径路計算の概要

するシミュレーションという意味からしてその必要性は少ない。しかし、それらのことはアルゴリズムに数値解析の手法を応用すれば十分可能なことであり、高精度の解が要求される時点でそのようにすればよい。

4 シミュレーションプログラムの構造

本研究で作成した3次元6自由度の剛体運動のシミュレーションプログラムは計算内容の性格に応じて副プログラムに分割されており、回転運動の特性を取り除いた質点運動(並進運動)のみによる飛翔経路のシミュレーションを可能ならしめるようになっている。以下に飛翔経路計算用座標系、剛体の運動方程式、外部環境等がプログラムにどのように組込まれているかを述べ、プログラムの構造およびフローチャートを示す。

4.1 座標系

ここでの誘導系は計測軸を機体軸にとる方式(ストラブダウン方式)である。飛翔経路計算は慣性軸で行なった方が飛翔体の緯度経度高度を求めるのに便利であるので、計測系(ジャイロ、加速度計)の出力は時々刻々慣性軸に変換して用いる。また、飛翔体の対大気速度は当然ながら地球固定座標系で計算した方が便利である。シミュレーションに用いる座標系を図3に示し、各座標系の略号を次のようにする。

- I座標系 慣性空間固定座標系
- B座標系 飛翔体固定座標系
- E座標系 地心座標系²⁾

B座標系をI座標系に変換する方向余弦行列 C_{IB} は

$$\dot{C}_{IB} = C_{IB} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

を解くことによって求められ、³⁾ E座標系に変換する方向余弦行列 C_{IE} は、図3より

$$C_{IE} = \begin{bmatrix} \cos \eta \cos \lambda & -\sin \eta & -\cos \eta \sin \lambda \\ \sin \eta \cos \lambda & \cos \eta & -\sin \eta \sin \lambda \\ \sin \lambda & 0 & \cos \lambda \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

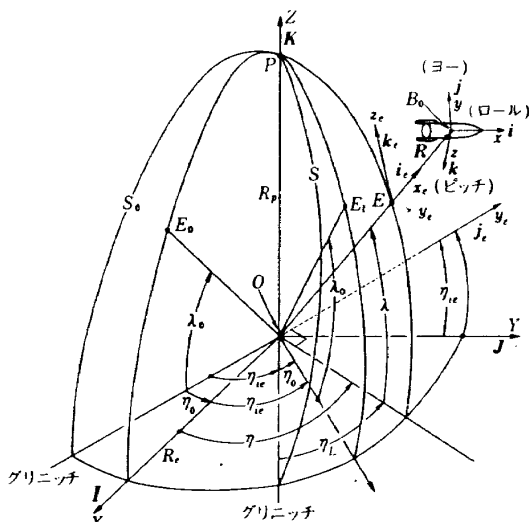
となる。E座標系での飛翔経路が必要な場合には、計算結果を印刷する時点で $I \rightarrow E$ 変換 ($C_{EI} = C_{IE}^T$) を行なえばよい。なお、以下にI, B, E座標での微分として $(d/dt)_I, (d/dt)_B, (d/dt)_E$ なるサフィックスを用いるものとする。

4.2 飛翔体の運動方程式

飛翔体を剛体とみなして、作用する力およびモーメントを考慮して3次元6自由度の運動方程式を導く。この方程式から飛翔経路を求める。

4.2.1 機体ダイナミクス

ロケット等においては、推力は通常ロール軸方向のみ



O...地球中心 P...北極 B₀...飛翔体の重心
 S₀, S 時刻 $t=0$ および $t=t$ におけるグリニッチ子午線
 η_{ic} ($=\omega_{ie}t$)...地球自転による経度変化
 E₀, E₁ $t=0$ および $t=t$ におけるロケットの発射点
 E OB₀と地表との交点

図3 シミュレーションに用いられる座標系

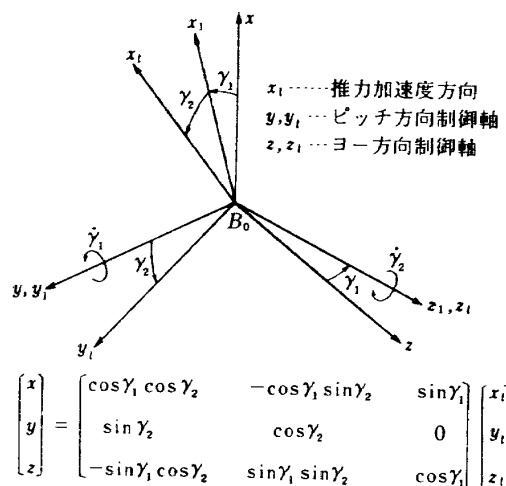


図4 飛翔体固定軸と推力加速度軸

に加えられるが、ジンバルエンジン等によって姿勢制御を行ったり、推力方位にミスアラインメントがある場合にはヨー、ピッチ軸方向の推力が存在する。ロール軸まわりはサイドジェットによって、ヨー、ピッチ軸まわりはジンバルエンジンによって姿勢制御を行なうとし、各軸まわりの操舵角を $\delta'_x, \delta'_y, \delta'_z$ とする。姿勢制御用モーメントは $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ を減らすように加えればよいから (図 6, 図 7 参照), M_{Tx}, M_{Ty}, M_{Tz} は

$$M_{Tx} = -T_r l_r \delta'_x \quad (4.3)$$

$$M_{Ty} = -T l_c (\delta'_y + \delta_{my}) \quad (4.4)$$

$$M_{Tz} = -T l_c (\delta'_z + \delta_{mz}) \quad (4.5)$$

となる。図 4 に B 座標系と推力方向軸との関係を示す。

この図において τ_1, τ_2 は近似的に

$$\tau_1 = \delta'_y + \delta_{my} \quad (4.6)$$

$$\tau_2 = \delta'_z + \delta_{mz} \quad (4.7)$$

に相当する。推力は図 4 の x_t 方向に T だけ作用する。

さらに τ_1, τ_2 は微小角であるから、近似的に

$$\cos \tau_1 \cos \tau_2 \doteq 1 - \frac{\tau_1^2}{2} - \frac{\tau_2^2}{2} \quad (4.8)$$

$$\sin \tau_2 \doteq \tau_2 \quad (4.9)$$

$$-\sin \tau_1 \cos \tau_2 \doteq -\tau_1 \quad (4.10)$$

とする。図 4 の変換行列および式 (4.6) ~ (4.10)

$$F_{Tx} = T \left\{ 1 - \frac{1}{2} (\delta'_y + \delta_{my})^2 - \frac{1}{2} (\delta'_z + \delta_{mz})^2 \right\} \quad (4.11)$$

$$F_{Ty} = T (\delta'_z + \delta_{mz}) \quad (4.12)$$

$$F_{Tz} = -T (\delta'_y + \delta_{my}) \quad (4.13)$$

が得られる。

飛翔体に作用する空力的な力およびそのモーメントは実験的に決められる係数を使って

$$F_{Ax} = -C_x q S_a \quad (4.14)$$

$$F_{Ay} = -C_y \alpha_y q S_a \quad (4.15)$$

$$F_{Az} = -C_z \alpha_z q S_a \quad (4.16)$$

$$M_{ax} = C_{ax} q \quad (4.17)$$

$$M_{ay} = (l_p - l_g) F_{Az} \quad (4.18)$$

$$M_{az} = -(l_p - l_g) F_{Ay} \quad (4.19)$$

と表わせる。

以上の (4.11) ~ (4.19) 式より飛翔体に作用する外力およびそのモーメントの総和は

$$A_x = (F_{Tx} + F_{Ax}) / m \quad (4.20)$$

$$A_y = (F_{Ty} + F_{Ay}) / m \quad (4.21)$$

$$A_z = (F_{Tz} + F_{Az}) / m \quad (4.22)$$

$$M_{Bx} = C_{ax} q + M_{Tx} \quad (4.23)$$

$$M_{By} = (l_p - l_g) F_{Az} + M_{Ty} \quad (4.24)$$

$$M_{Bz} = -(l_p - l_g) F_{Ay} + M_{Tz} \quad (4.25)$$

となる。この M_{Bx}, M_{By}, M_{Bz} より飛翔体の角速度を求める。飛翔体の角運動量 H は

$$H = I_x \omega_x i + I_y \omega_y j + I_z \omega_z k$$

であるから、角運動量保存則により

$$\left(\frac{dH}{dt} \right)_I = \left(\frac{dH}{dt} \right)_B + \omega \times H = M_{Bx} i + M_{By} j + M_{Bz} k \quad (4.26)$$

となる。ここに ω は

$$\omega = \omega_x i + \omega_y j + \omega_z k \quad (4.27)$$

と表わせるので、(4.26), (4.27) 式より

$$I_x \dot{\omega}_x = (I_y - I_z) \omega_y \omega_z + M_{Bx} \quad (4.28)$$

$$I_y \dot{\omega}_y = (I_z - I_x) \omega_z \omega_x + M_{By} \quad (4.29)$$

$$I_z \dot{\omega}_z = (I_x - I_y) \omega_x \omega_y + M_{Bz} \quad (4.30)$$

となる。

4.2.2 姿勢基準

飛翔体の姿勢基準は I 座標系にとっているので、4.1 節に述べた C_{IB} を時々刻々計算すればよい。 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ は (4.28), (4.29), (4.30) 式より求められる。

4.2.3 飛翔径路の決定

飛翔体に作用する加速度 A_x, A_y, A_z は加速度計によって検出されるが、重力加速度は検出されないので飛翔位置から時々刻々算出する必要がある。地球の重力ポテンシャルを第 2 項までとれば、 G_{xx}, G_{yy}, G_{zz} は

$$G_{xx} = -\frac{\mu}{R^2} \left[1 + \frac{3}{2} J_2 (1 - 3 \sin^2 \lambda) \left(\frac{R_e}{R} \right)^2 \right] \quad (4.31)$$

$$G_{yy} = 0 \quad (4.32)$$

$$G_{zz} = -\frac{3\mu}{R^2} J_2 \sin \lambda \cos \lambda \left(\frac{R_e}{R} \right)^2 \quad (4.33)$$

となる⁴⁾。これを I 座標系に変換するには

$$\begin{bmatrix} G_x \\ G_y \\ G_z \end{bmatrix} = C_{IB} \begin{bmatrix} G_{xx} \\ G_{yy} \\ G_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

とすればよい。飛翔加速度は推力、空気力、重力による加速度から求められるので

$$\begin{bmatrix} \ddot{R}_x \\ \ddot{R}_y \\ \ddot{R}_z \end{bmatrix} = C_{IB} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \\ G_z \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

となる。 \ddot{R}_x を積分すれば

$$V_{IX} = \dot{R}_x = \int \ddot{R}_x dt \quad (4.36)$$

$$R_x = \int \dot{R}_x dt = \int V_{IX} dt \quad (4.37)$$

として V_{IX}, R_x は求められる。 Y, Z 方向についても全く同様である。飛翔位置 R, λ, η は R_x, R_y, R_z より

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} \quad (4.38)$$

$$\lambda = \tan^{-1} (R_z / \sqrt{R_x^2 + R_y^2}) \quad (4.39)$$

$$\eta = \tan^{-1} (R_y / R_x) \quad (4.40)$$

となり、これを実用的な h, λ_L, η_L に変換すれば

$$h = R - R_0 \quad (4.41)$$

$$\lambda_L = \lambda \tag{4.42}$$

$$\eta_L = \eta - \omega_{ie} t = \eta - \eta_{ie} \tag{4.43}$$

となる。(図3参照)

4.2.4 迎え角, 動圧, マッハ数

迎え角 α_y, α_z は飛翔体の対大気速度より求められるので, 風速のデータが必要になる。風速はある定まった風速モデルを使って W_x, W_y, W_z を関数副プログラムから導き出せばよいが, これらは地球上で測定された値なので I 座標系での風速を求めるには地球自転の影響を加えなければならない。地球自転は東方向の対慣性空間風速にのみ関係するから

$$V'_{ix} = W_x \tag{4.44}$$

$$V'_{iy} = W_y + R\omega_{ie} \cos \lambda \tag{4.45}$$

$$V'_{iz} = W_z \tag{4.46}$$

となる。飛翔体の対大気速度は I 座標系に対するロケットの速度ベクトルから上記の大気速度の影響を減ずればよいので

$$\begin{bmatrix} V_{IX} \\ V_{IY} \\ V_{IZ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{IX} \\ V_{IY} \\ V_{IZ} \end{bmatrix} - C_{IB} \begin{bmatrix} V'_{ix} \\ V'_{iy} \\ V'_{iz} \end{bmatrix} \tag{4.47}$$

となる。これらの対大気速度を B 座標系で表わせば

$$\begin{bmatrix} V_{Ax} \\ V_{Ay} \\ V_{Az} \end{bmatrix} = C_{BI} \begin{bmatrix} V_{IX} \\ V_{IY} \\ V_{IZ} \end{bmatrix} \tag{4.48}$$

となる。対大気速度の大きさ V_A は

$$V_A = \sqrt{V_{Ax}^2 + V_{Ay}^2 + V_{Az}^2} \tag{4.49}$$

となり, α_y, α_z は

$$\alpha_y = \tan^{-1} (V_{Ay} / V_{Ax}) \tag{4.50}$$

$$\alpha_z = \tan^{-1} (V_{Az} / V_{Ax}) \tag{4.51}$$

となる。

空気密度, マッハ数も高度の関数として関数プログラムによって与えられるので

$$q = \frac{1}{2} \rho(h) V_A^2 \tag{4.52}$$

$$M_\infty = f_M(h) V_A \tag{4.53}$$

となる。

4.3 シミュレーションプログラムの構成

前節での飛翔体の運動方程式を基礎にプログラムを作成する。このプログラムは, 機体諸元等計算に必要なデータはすべてメインプログラムで読み込み, 各計算は副プログラムで行ない, メインで計算結果を印刷する仕組みになっている。図5はプログラムの計算構造を示している。これらの各部分の機能を以下に述べる。

4.3.1 MAIN PROGRAM

ここでは主としてデータの読み込み, 計算結果の印刷が行なわれ, 計算時間間隔, 初期条件, 機体諸元, 慣性機器の誤差要素等が各段毎に読み込みステートメントによってなされる。誘導誤差の要因となる誤差要素は誘導誤差計算が必要な場合にのみある値を入れ, そうでない場合には零を入れればよいようになっている。

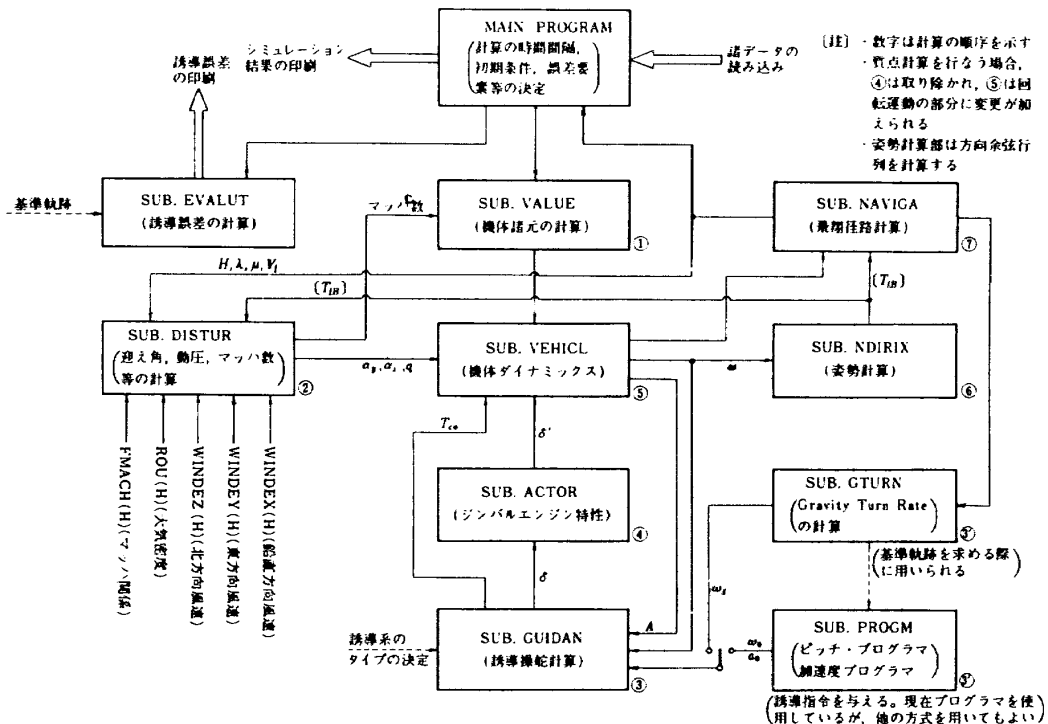


図 5 シミュレーションプログラムの構成

4.3.2 SUB VALUE

MAINからの諸データおよびマッハ数によって時々刻々の推力，質量，空気抵抗係数，制御モーメントアーム，空力中心および重心の位置，慣性モーメント等を計算する。

4.3.3 SUB EVALUT

誘導誤差を求める際に必要になるもので，誤差要素に零でない値を入れて計算される飛翔径路と基準の飛翔径路とを比較する。

4.3.4 SUB GUIDAN

誘導系のタイプが決まれば，それに応じて誘導方程式が得られるから，その式を使って誘導系の出力を計算する。ここで示してあるのは，後で述べるように，

$A(A_x, A_y, A_z)$ ， $\omega(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ を使って $\delta(\delta_x, \delta_y, \delta_z)$ を出力とするタイプの誘導系 ($\alpha-1$, $\alpha-2$, $\alpha-3$, $\alpha-4$) である。(図22参照)

4.3.5 SUB GTURN

ある定まった機体諸元に対して飛翔径路が重力ターンになるようにするために必要なピッチレートを求めるときに用いる。

4.3.6 SUB PROGM

あらかじめ設定されたピッチレートおよびロール軸方向の推力加速度の基準値が時々刻々プログラマからの出

力として求められるようになっている。3次元での誘導系を用いる場合はカップリング項を考慮して誘導方程式をたて，3軸(ロール，ヨー，ピッチ)方向のレート，加速度をプログラムすればよい。

4.3.7 SUB ACTOR

姿勢制御系として x (ロール)軸まわりにはサイドジェットを， y (ヨー)， z (ピッチ)軸まわりにはジンバルエンジンを使用することは4.2節に述べたが，これらの特性は次のようにプログラムされている。

サイドジェットの特性は図6に示すように不感帯(δ_d)を有するリレーになっており，操舵量 δ'_x は

$$\delta'_x = 1 \quad \delta_x > \delta_d \quad (4.54)$$

$$\delta'_x = 0 \quad \delta_d \geq \delta_x \geq -\delta_d \quad (4.55)$$

$$\delta'_x = -1 \quad -\delta_d > \delta_x \quad (4.56)$$

となる。一方ジンバルエンジンは方位変化に関して2自由度を有しており，その1方位に着目すれば図7のようなヒステリシス特性になり，操舵量 δ'_y (δ'_z) は図7に示す系の出力となる。ジンバルエンジンの係数 δ_k , δ_s はバックラッシュ，最大ふれ角とよぶことにする。この δ'_y (δ'_z) はジンバルの機体軸に対する方位角となり，4.2.1で述べたような形で力およびそのモーメントの公式化に使われる。

本プログラムでは y , z 軸方向の姿勢制御も必要に応じてサイドジェットが使われるようになっている。その場合の機構は図8に示すごとく，飛翔体を y 軸まわりに回転させるには z 軸方向にサイドジェット出力 T_{Cz} を作用させればよく， z 軸まわりに回転させるには T_{Cy} を $-y$ 軸方向に作用させればよい。制御モーメントは δ_y , δ_z を減ずる向きに加えられるから，サイドジェットによって飛翔体に作用する力およびモーメントは

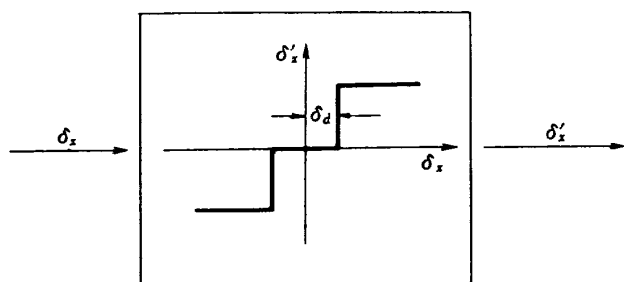


図6 サイドジェット操舵特性

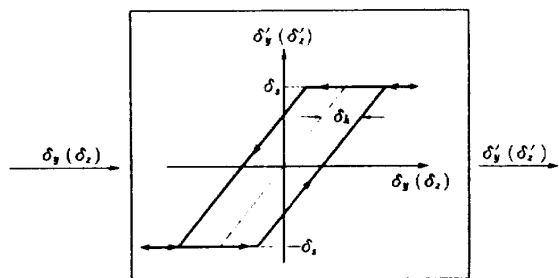
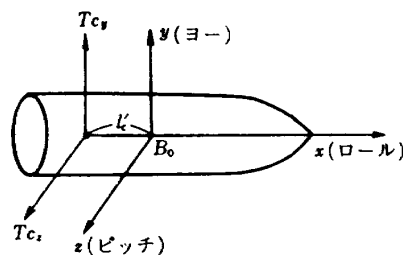


図7 ジンバルエンジン操舵特性



T_{Cy} , T_{Cz} は飛翔体を $-z, y$ 軸まわりに回転させる

図8 サイドジェット推力と姿勢変化

$$F'_{Tx} = 0 \quad (4.57)$$

$$F'_{Ty} = T_{Cy} \delta'_z \quad (4.58)$$

$$F'_{Tz} = -T_{Cz} \delta'_y \quad (4.60)$$

$$M'_{Tx} = -T_r l_r \delta'_x \quad (4.61)$$

$$M'_{Ty} = -T_{Cz} l'_c \delta'_y = -l'_c i \times F'_{Tz} k \quad (4.62)$$

$$M'_{Tz} = -T_{Cy} l'_c \delta'_z = -l'_c i \times F_{Ty} j \quad (4.63)$$

となる。ここで δ'_i ($i = x, y, z$) は零または ± 1 の値をとる。ジンバルによる制御の場合と同様にサイドジェット制御の場合にも、ジンバルエンジンのミスアラインメント角 δ_{ny}, δ_{nz} を考慮して4.2.1の F_{Tx}, F_{Ty}

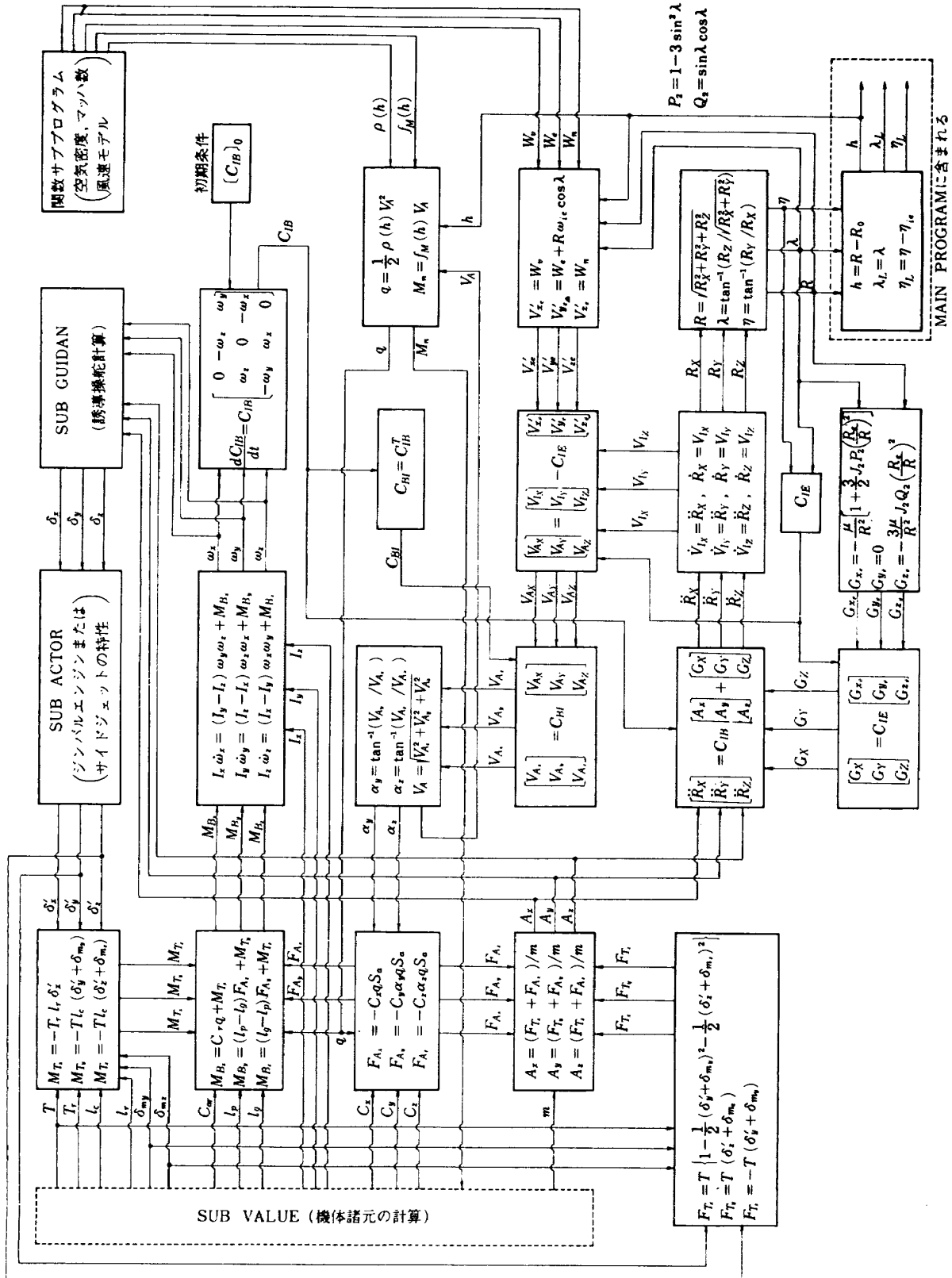


図 9 3次元6自由度の飛翔体運動のフローチャート

F_{Tz} , M_{Tx} , M_{Ty} , M_{Tz} を公式化すれば

$$F_{Tz} = T \left\{ 1 - \frac{1}{2} \delta_{m_y}^2 - \frac{1}{2} \delta_{m_z}^2 \right\} \quad (4.64)$$

$$F_{Ty} = T \delta_{m_z} + F'_{Ty} = T \delta_{m_z} + T_{C_y} \delta'_z \quad (4.65)$$

$$F_{Tz} = -T \delta_{m_y} + F'_{Tz} = -T \delta_{m_y} - T_{C_z} \delta'_y \quad (4.66)$$

$$M_{Tx} = -T_r l_r \delta'_x \quad ((4.3) \text{式に同じ}) \quad (4.67)$$

$$M_{Ty} = -T l_c \delta_{m_y} + M'_{Ty} = -T l_c \delta_{m_y} - T_{C_z} l'_c \delta'_y \quad (4.68)$$

$$M_{Tz} = -T l_c \delta_{m_z} + M'_{Tz} = -T l_c \delta_{m_z} - T_{C_y} l'_c \delta'_z \quad (4.69)$$

となる。

ジンバルエンジン、サイドジェット共に y , z 軸まわりの制御用推力を与える位置は同じであるとして、モーメントの公式化を行なった(制御モーメントアームを y , z 軸まわりに同一とする)のであるが、プログラムではそれらが異なる場合にも適用、変更可能である。

4.3.8 その他の副プログラム

今までに述べた以外の副プログラムは4.2節の運動方程式をそのまま適用すればよい。したがって

- SUB VEHICL で4.2.1節の計算が
- SUB NDIRIX で4.2.2節の計算が
- SUB NAVIGA で4.2.3節の計算が
- SUB DISTUR で4.2.4節の計算が

それぞれ行なわれる。

4.2節の各式を4.3節の説明に従って図5の各副プログラムに代入すれば、図9に示す3次元6自由度の剛体運動のフローチャートが得られる。

5 シミュレーションモデルの設定

シミュレーションプログラムを使って慣性誘導系の誘導精度の評価を行なうには、その系のモデルのみならず、飛翔体、外部環境、制御系のモデルも必要となる。ここでのプログラムは、種々の慣性誘導系の慣性機器固有の誤差の評価に対して適用性があるが、筆者らは α -誘導系への適用を試みることにする。以下に各モデルの設定手法および各係数の決定方法について述べる。

5.1 飛翔体と外部環境のモデル

3次元6自由度の剛体運動のトラジェクトリシミュレーションを行なう場合、時々刻々変化する機体諸元を用いれば、その数は膨大になる。また2次噴射やジンバルエンジン等、誘導制御に都合のよい飛翔体のモデルは現在我国では入手困難である。それゆえスカウトロケット(SCOUT ROCKET)⁵⁾の諸元に若干の変更を加えて、

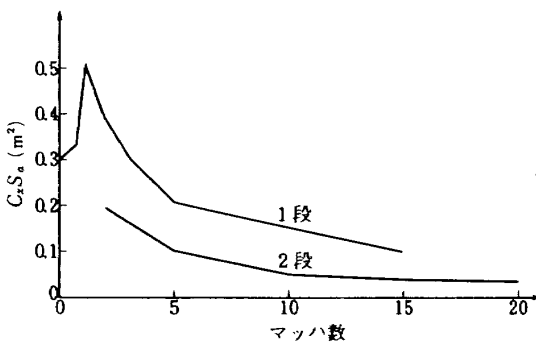


図 10 ロール軸方向の空力係数 ($C_x S_a$)

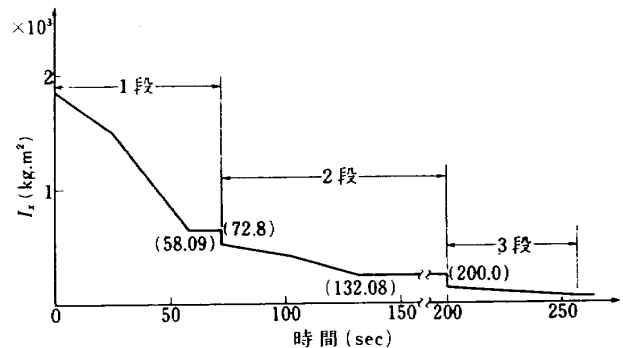


図 12 ロール軸まわりの慣性モーメント (I_x)
(註) カッコ内は飛翔時間 (sec)

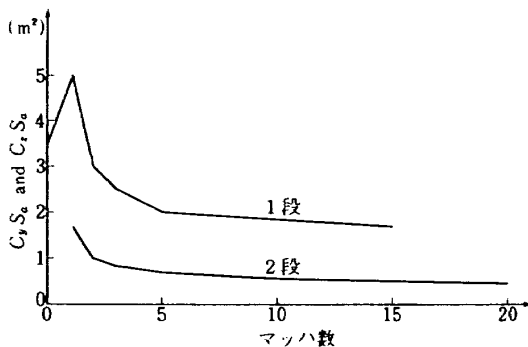


図 11 揚力係数 ($C_y S_a$) および横滑り力係数 ($C_z S_a$)

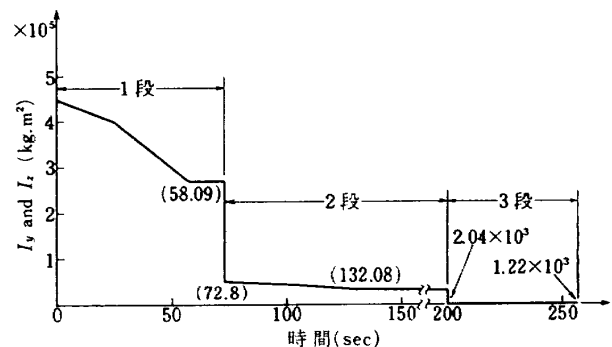


図 13 ヨーおよびピッチ軸まわりの慣性モーメント (I_y, I_z)
(註) カッコ内は飛翔時間 (sec)

今回の研究課題に合致した飛翔体のモデルを作成した。
変更した諸元は次の通りである。

- (I)初段および2段目の燃焼時間の増大
- (II)燃料燃焼比の減少
- (III)質量中心の時間的移動の変更
- (IV)慣性モーメントの時間的变化の変更
- (V)燃焼中は全段ジンバルエンジンによる姿勢制御
- (VI)コースティング中はサイドジェットによる姿勢制御
- (VII)空力中心の変更
- (VIII)揚力係数の減少

ここで示す飛翔体モデルは誘導系の機能を検討するためのものであって、制御そのものの厳密なシミュレーションを目的としたものではない。したがって若干の実際的でない設定条件(例へば操舵ゲイン)が加わるかも知れないが、飛翔運動が所望通り計算できるモデル設定を行なった。飛翔体の弾性効果は制御系の特性に大きく影響すると思われるが、誘導系に対しては計測軸の変動として現われる。機体軸の基準は機器の入力軸によって構成される計測軸にとられているとして、それらの効果を見捨てる。また、ロール軸まわりの外乱モーメントの

諸元		段	1	2	3	単位
機体質量 m_0			15900	6000	1570	Kg
燃料質量			7900	3480	890	Kg
燃焼率 \dot{m}			136	58	15.6	Kg/sec
推力 T			34544	15718	4227.6	Kg重
比推力 I_{SP}			254	271	27.1	sec
サイド ジェット 係数	推力	ロール T_r	500	120	10	$Kg \cdot m / sec^2$
		ヨー T_{cy}	2000	300	41	$Kg \cdot m / sec^2$
		ピッチ T_{cz}	2000	300	41	$Kg \cdot m / sec^2$
	制御モ ーメン トアーム	ロール l_r	0.4	0.3	0.25	m
		ヨー l'_c	11.25	5.8	2.9	m
		ピッチ l'_c	11.25	5.8	2.9	m
各段点火時刻			0.0	72.8	200.0	sec

注) 機体質量はその上段の質量を含む
 °気圧による推力変動は無視した

表1 機体諸元

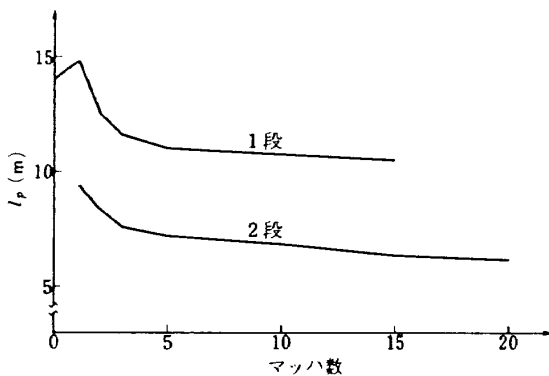


図 14 空力中心 (l_p)

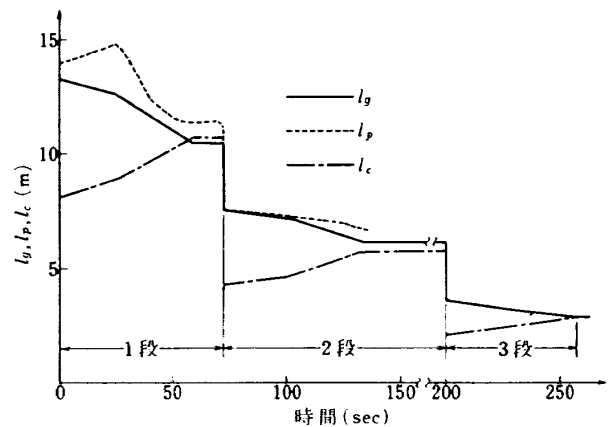


図 15 質量中心 (l_g), 空力中心 (l_p)
 および制御モーメントアーム (l_c)

関係係数は零とした。実際、たとえジンバルエンジンを用い、尾翼を取り除いたとしても、ロール軸まわりの外乱モーメントが零になるように飛翔体を設計することは困難であろう。それゆえ、この設定はロール軸まわりの制御が完全であるという意味で行なった。さらに空気力学的なダンピングは無視したが、適当なモデルが得られれば、これらの影響を付加すればよい。

外部環境については

(I) 大気密度と高度の関係

(II) マッハ数と高度の関係

(III) 地球表面に対する風速と高度の関係

が必要である。これらは理科年表およびNASA-TN-D

1240のデータに若干の変更を加えたものを用いることにする。

表1に飛翔体モデルの基本となる機体諸元を示す。図10にロール軸方向の空力係数を、図11にヨー、ピッチ軸方向の空力係数(揚力係数および横滑り力係数)を、図12にロール軸まわりの慣性モーメントを、図13にヨー、ピッチ軸まわりの慣性モーメントを、図14に空力中心とマッハ数の関係を、図15に質量中心、空力中心および制御モーメントアームの時間的推移を、図16に大気密度と高度の関係を、図17にマッハ数と高度の関係を、図18に風速モデルをそれぞれ図示する。

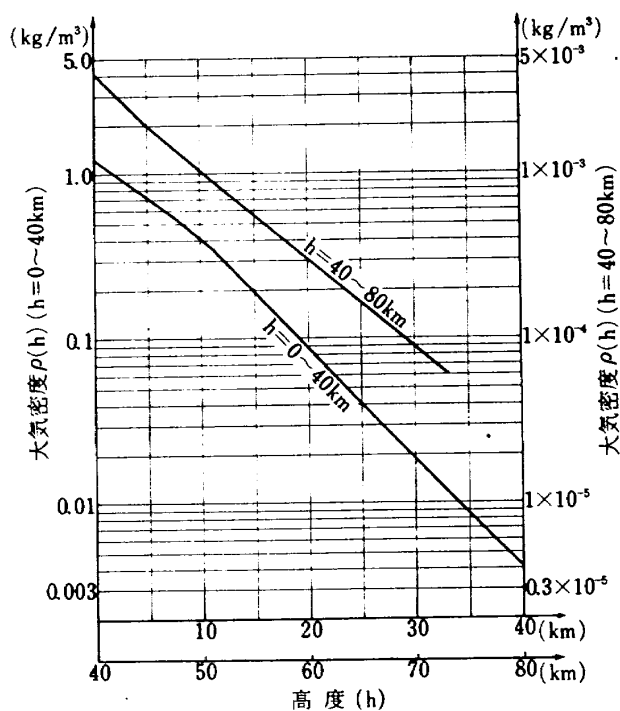


図 16 大気密度 $\rho(h)$ と高度 h

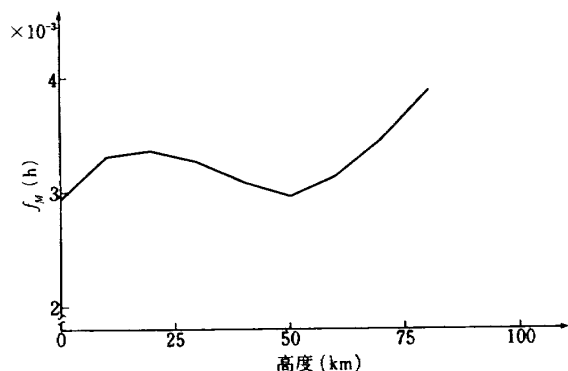


図 17 マッハ関数 $f_M(h)$

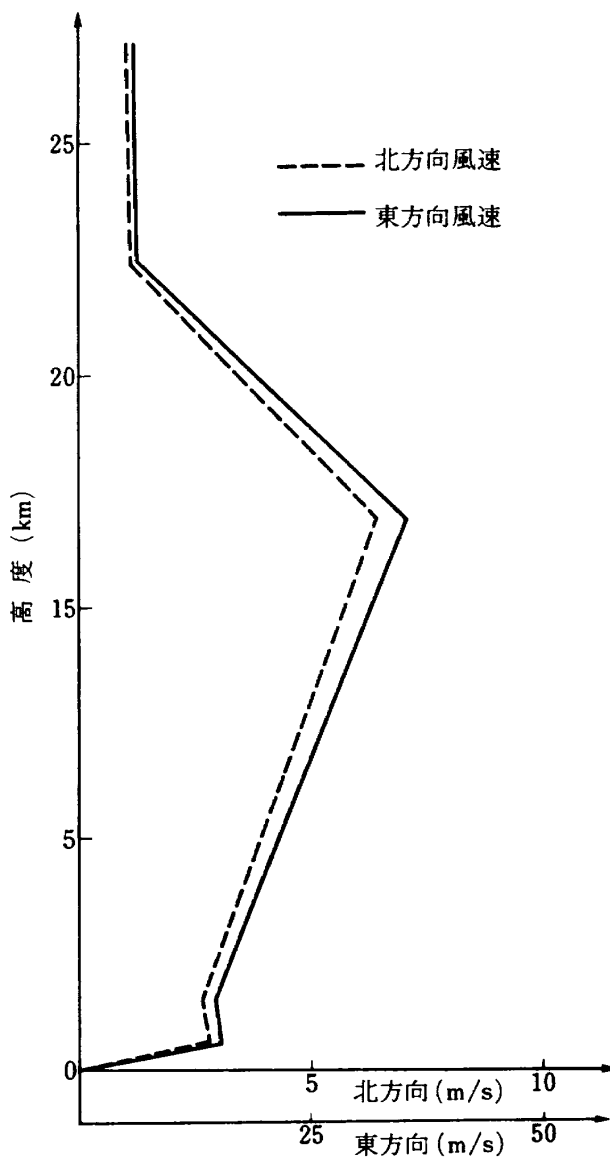


図 18 風速モデル

5.2 慣性誘導系のモデル

誘導系のモデルはその基本となる誘導方程式によって決まる。ここでのモデルはピッチプログラムのみによる最も簡単な系から推力打ち切り、機軸加速度補正を含む完全な摂動行列誘導系に至るものまでである。各モデルの誘導方程式は可能な限り簡略化した、それらの省略項が必要な場合にはあらためて付加すればよい。以下に誘導の基本式の導出およびそれらの式から誘導系を構成する過程を述べる。

5.2.1 誘導の基本式

基準の飛行経路と実際の飛行経路との比較を図19に、飛行体の各軸まわりの姿勢角誤差を図20にそれぞれ示す。この図に示された基準飛行経路に対する距離、速度、姿勢角の誤差を ΔR , ΔV , $\Delta \beta$ とすればコリオリの方程式により

$$\left(\frac{d(\Delta R)}{dt}\right)_B = P\Delta R + \Delta V|_I \quad (5.1)$$

$$\left(\frac{d(\Delta V)}{dt}\right)_B = P\Delta V + \Delta A|_I \quad (5.2)$$

$$\left(\frac{d(\Delta \beta)}{dt}\right)_B = P\Delta \beta + \Delta \dot{\beta}|_I \quad (5.3)$$

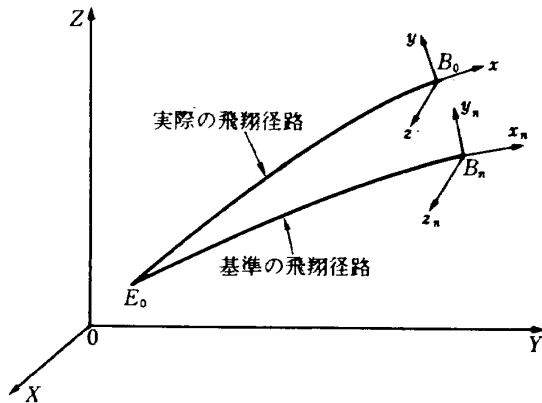


図 19 B座標系の基準と実際

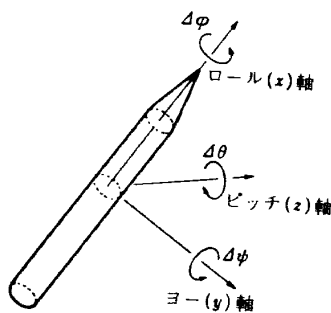


図 20 飛行体の姿勢角誤差

$$P = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

となる。ここで右辺の $\Delta V|_I$, $\Delta A|_I$, $\Delta \dot{\beta}|_I$ はI座標系からみた ΔR , ΔV , $\Delta \beta$ の時間的変化率である。

(5.2)式の ΔA は B_n 座標系(基準B座標系)での基準加速度 A_0 とB座標系での実際の加速度 A との差であるが、これを求めるには A_0 をB座標系に変換する必要がある。その変換行列(摂動行列)を $\Delta \Theta$ とすれば、 $\Delta \varphi$, $\Delta \psi$, $\Delta \theta$ が微小な場合には

$$\Delta \Theta = \begin{bmatrix} 1 & \Delta \theta & -\Delta \psi \\ -\Delta \theta & 1 & \Delta \varphi \\ \Delta \psi & -\Delta \varphi & 1 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

となり、この式を使ってB座標系での $\Delta A|_I$ は

$$\Delta A|_I = A - \Delta \Theta A_0 \quad (5.6)$$

となる。加速度の基準値 A_0 はロール(x)軸方向のみを考えればよいから

$$A_0 = \begin{bmatrix} A_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

とおける。(5.5), (5.6), (5.7)式より $\Delta A|_I$ は

$$\Delta A|_I = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} - \Delta \Theta \begin{bmatrix} A_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_x - A_0 \\ A_y + \Delta \theta A_0 \\ A_z - \Delta \psi A_0 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

となる。この A_0 は表1の機体諸元および(4.14)式の空力抵抗 F_{Ax} より

$$A_0 = \frac{T + F_{Ax}}{m_0 - \dot{m}t} \quad (5.9)$$

として求められ、その計算値は図21のようになる。この図で加速度プログラマ設定値としたのは、 A_0 はあらかじめプログラムされていて時々刻々基準値をプログラマ

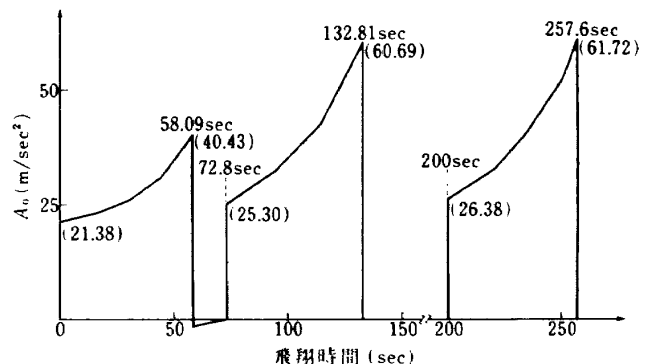


図 21 加速度プログラマの設定値 A_0

から与えられる仕組み(次節参照)になっているからである。

x, y, z 軸まわりの角速度のプログラム値(基準値)を $\omega_{x_0}, \omega_{y_0}, \omega_{z_0}$ とする。角速度の基準はピッチレートのみを考えているから

$$\omega_{x_0} = 0 \quad (5.10)$$

$$\omega_{y_0} = 0 \quad (5.11)$$

$$\omega_{z_0} = \omega_0 \text{ (ピッチレート)} \quad (5.12)$$

となる。これより(5.4)式の ω_x, ω_y は基準値からの誤差成分とみなされるので、 P は近似的に

$$P = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 & \omega_{z_0} & -\omega_{y_0} \\ -\omega_{z_0} & 0 & \omega_{x_0} \\ \omega_{y_0} & -\omega_{x_0} & 0 \end{bmatrix} \\ \approx \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 & 0 \\ -\omega_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

とおける。 P をこのように近似化しても、 P は R, V, β の変動分に乗じて用いられるので近似化の影響は R, V, β の2次変分に関係するのみである。よって1次変分 $\Delta R, \Delta V, \Delta \beta$ を解析対象にする場合には(5.13)式の近似は問題ない。

(5.3)式の $\Delta \dot{\beta}|_I$ は飛翔体の実際の角速度とプログラム値との差であるから

$$\Delta \dot{\beta}|_I = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \omega_{x_0} \\ \omega_{y_0} \\ \omega_{z_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z - \omega_0 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

となる。

以上の各式を考慮して(5.1), (5.2), (5.3)の各式を解けば、次に示す誘導の基本式(誘導方程式)が機体軸に関して得られる。

$$\Delta \dot{R}_x = \omega_0 \Delta R_y + \Delta V_x \quad (5.15)$$

$$\Delta \dot{R}_y = -\omega_0 \Delta R_x + \Delta V_y \quad (5.16)$$

$$\Delta \dot{R}_z = \Delta V_z \quad (5.17)$$

$$\Delta \dot{V}_x = \omega_0 \Delta V_y + A_x - A_0 \quad (5.18)$$

$$\Delta \dot{V}_y = -\omega_0 \Delta V_x + A_y + \Delta \theta A_0 \quad (5.19)$$

$$\Delta \dot{V}_z = A_z - \Delta \psi A_0 \quad (5.20)$$

$$\Delta \dot{\phi} = \omega_x + \Delta \psi \omega_0 \quad (5.21)$$

$$\Delta \dot{\psi} = \omega_y - \Delta \phi \omega_0 \quad (5.22)$$

$$\Delta \dot{\theta} = \omega_z - \omega_0 \quad (5.23)$$

上記の基本式の各項の中で、(5.15)~(5.17)における ω_0 とのカップリング項は微小(例えば、図36, 52より $\omega_0 R_y$ の概算値 0.0003 m/sec)として無視する。また、(5.18)式を加速度計出力 A_x と加速度プログラマ出力のみで取扱うようにするために、その ω_0 とのカップリング項を無視する。(5.19)式のカップリング

は、後で述べるように $\alpha - 1, 2, 3$ で無視し、 $\alpha - 4$ では含めて考え、誘導能力の比較の対象とする。よって、次の9個の近似式

$$\Delta \dot{R}_x = \Delta V_x \quad (5.24)$$

$$\Delta \dot{R}_y = \Delta V_y \quad (5.25)$$

$$\Delta \dot{R}_z = \Delta V_z \quad (5.26)$$

$$\Delta \dot{V}_x = A_x - A_0 \quad (5.27)$$

$$\Delta \dot{V}_y = A_y + \Delta \theta A_0 \quad (5.28)$$

$$\Delta \dot{V}_z = A_z - \Delta \psi A_0 \quad (5.29)$$

$$\Delta \dot{\phi} = \omega_x + \Delta \psi \omega_0 \quad (5.30)$$

$$\Delta \dot{\psi} = \omega_y - \Delta \phi \omega_0 \quad (5.31)$$

$$\Delta \dot{\theta} = \omega_z - \omega_0 \quad (5.32)$$

を本研究での誘導の基本式とする。そしてこの基本式をもとに各種誘導系のモデル化を行ない、シミュレーションによって誘導能力の比較検討を行なう。

これらの式の中で(5.27)式は機軸(ロール軸)方向の加速度誤差の関係を示しているが、通常のロケットでは時々刻々の $\Delta \dot{V}_x$ の修正は不可能である。そこで $\Delta \dot{V}_x$ のある時刻までの積分値が零になるような条件と置き換えることにする。 $\Delta \dot{V}_x$ を積分して

$$\int_0^{t_{c_0}} \Delta \dot{V}_x dt = \int_0^{t_{c_0}} A_x dt - \int_0^{t_{c_0}} A_0 dt = 0 \quad (5.33)$$

なる必要条件で置き換えれば

$$\int_0^{t_{c_0}} A_x dt = \int_0^{t_{c_0}} A_0 dt = V_{c_0} \quad (5.34)$$

より推力を打ち切る時間 t_{c_0} が定まる。この操作を実行する装置を推力打ち切り装置 VCS (Velocity Cutoff Switch)* と呼んでいる。

基本式から明らかなように、本研究での誘導系 ($\alpha - 1$ 誘導系) の特徴は「 ΔV_x が零の場合、3軸まわりの角度誤差 $\Delta \phi, \Delta \psi, \Delta \theta$ が零ならば速度誤差、距離誤差は共に零である。」という点にある。

5.2.2 誘導操舵計算系

誘導の基本式およびVCSを考慮して誘導制御系のブロック図を構成し、図9のSUB GUIDANの特性を図示する。

VCSと姿勢制御によって $\Delta V, \Delta R$ が零になるように操舵を行なうには、誘導計算系の出力 $\epsilon_r, \epsilon_y, \epsilon_\theta$ は $\Delta \phi, \Delta \psi, \Delta \theta$ に適当なゲイン (K_{R1}, K_{Y1}, K_{P1}) を乗じただけでは不十分であり、 $\Delta V, \Delta R$ の影響も含めねばならない。これは基本式(5.28), (5.29)より推察される。(5.27)式よりロール方向の速度誤差は姿勢角誤差の影響を受けないから、VCSによる推力制御だけでよい。(5.28), (5.29)式よりヨー、ピッチ軸方向の速度誤差はそれぞれピッチ、ヨー軸まわりの姿

* 付録2参照

勢角誤差に影響される。距離誤差は速度誤差を積分すればよいので速度誤差と同様に考える。 $\Delta\psi$ の増大は ΔV_z の減少に、 $\Delta\theta$ の増大は ΔV_y の増大に關係していることが(5.28)、(5.29)式より明らかなので、 ϵ_φ 、 ϵ_ψ 、 ϵ_θ を $\Delta\beta$ 、 ΔV 、 ΔR の各要素によって構成すれば

$$\epsilon_\varphi = K_{R1} \Delta\varphi \tag{5.33}$$

$$\epsilon_\psi = K_{Y1} \Delta\psi - K_{Y2} (\Delta R_z + K_{Y3} \Delta V_z) \tag{5.34}$$

$$\epsilon_\theta = K_{P1} \Delta\theta + K_{P2} (\Delta R_y + K_{P3} \Delta V_y) \tag{5.35}$$

のように表わせる。これらの3式を用いた場合のオフセット量は、ジンバルエンジンの非線形特性 ($\delta_A = 0.001$ rad, $\delta_\beta = 0.035$ rad) の影響も含めて、 $t = 340$ secの地点で速度誤差が0.7~1.5 m/sec、距離誤差が2~3 mぐらいになる。ここでの各係数(ゲイン)は誘導系のパラメータであり、その値は制御系を含めて系が安定になるような状態において定められる。その方法は後述するが、数値計算による試行錯誤によって決めている。(5.3節参照)

SUB GUIDANでの操舵計算によって操舵基準角 δ_x 、 δ_y 、 δ_z を求めるには、誘導系の出力 ϵ_φ 、 ϵ_ψ 、 ϵ_θ だけでなく、飛翔角速度 ω_x 、 ω_y 、 ω_z をも含めねばならない。これは位置誤差(角度誤差)に操舵系を追従させるのみでは不十分で、位置の変化(角速度)をフィードバックして操舵計算に用いれば、系の安定を良好に出きる。そこで誘導系出力と機体角速度に適当なゲインを乗じて δ_x 、 δ_y 、 δ_z を求めれば

$$\delta_x = K_{Sx} \epsilon_\varphi + K_{Vx} \omega_x \tag{5.36}$$

$$\delta_y = K_{Sy} \epsilon_\psi + K_{Vy} \omega_y \tag{5.37}$$

$$\delta_z = K_{Sz} \epsilon_\theta + K_{Vz} \omega_z \tag{5.38}$$

となる。この場合の制御ゲインも誘導系のパラメータと同様の方法(後述)で数値解を求める。

以上の叙述をもとに、図22に示すような誘導操舵計算系(SUB GUIDAN)のフローチャートが得られる。この図の中でSUB VEHICLEの出力(角速度、加速度)はジャイロ、加速度計の出力と等価なものである。機器固有の誤差の影響を計算するには、この誤差の値を付加するだけでよい。ピッチレート、加速度両プログラマからは基準になるピッチレート、推力(ロール)方向加速度が時々刻々与えられる。 V_{c0} は基準飛翔径路計算によってあらかじめ求められた値をメモリに記憶させておいて、時々刻々 V_x と比較する。

5.2.3 慣性誘導系の構造

ピッチプログラム誘導を基軸に、誘導の基本式から誘導方式を検討すれば次の4種の誘導系モデルが考えられる。

(i) モデルI ($\alpha-1$ 誘導系)

これは最も簡単なピッチプログラム誘導である。ここで用いられる基本式は $\Delta\dot{\varphi}$ 、 $\Delta\dot{\psi}$ 、 $\Delta\dot{\theta}$ に関するものであり、 ω_0 とのカップリング項を微小項として無視すれば

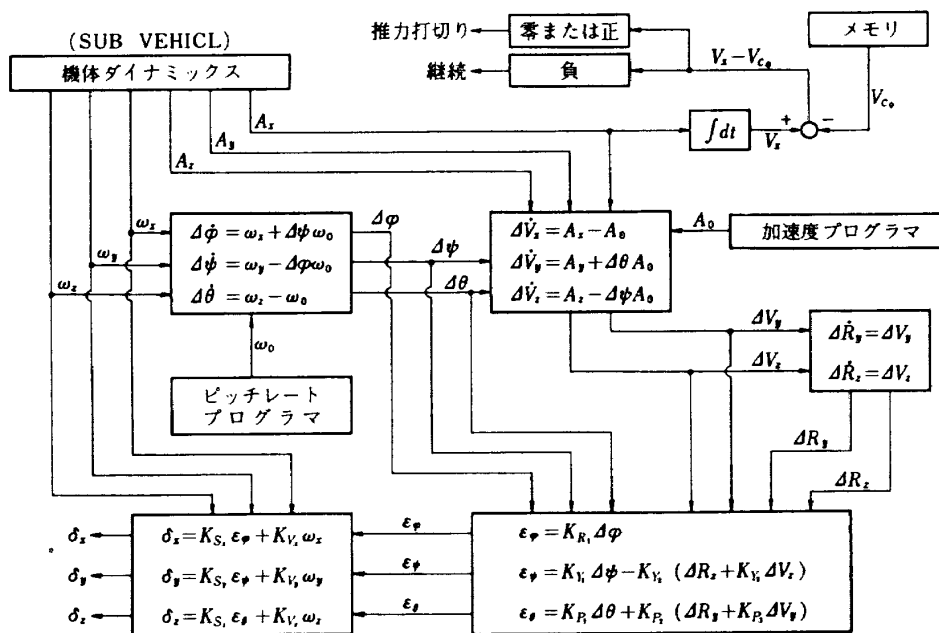


図 22 誘導操舵計算系(SUB GUIDAN)のフローチャート

$$\left. \begin{aligned} \Delta \dot{\phi} &= \omega_x && (x \text{ 軸姿勢制御}) \\ \Delta \dot{\psi} &= \omega_y && (y \text{ 軸姿勢制御}) \\ \Delta \dot{\theta} &= \omega_z - \omega_0 && (z \text{ 軸姿勢制御}) \end{aligned} \right\} \quad (5.39)$$

となる。この系の誘導装置は3個のジャイロで構成され、姿勢制御のみで推力制御は行なわれない。したがって大気による外乱、推力のバラツキ、推力ミスアラインメントには無力である。

(ii) モデル II ($\alpha - 2$ 誘導系)

$\alpha - 1$ 誘導系に VCS を付加したものであり、基本式は

$$\left. \begin{aligned} \Delta \dot{\phi} &= \omega_x && (x \text{ 軸姿勢制御}) \\ \Delta \dot{\psi} &= \omega_y && (y \text{ 軸姿勢制御}) \\ \Delta \dot{\theta} &= \omega_z - \omega_0 && (z \text{ 軸姿勢制御}) \\ V_{\infty} &= \int_0^{t_{\infty}} A_x dt && (VCS) \end{aligned} \right\} \quad (5.40)$$

となる。誘導装置はジャイロ3個、加速度計1個(ロール軸のみ)で構成される。この系は $\alpha - 1$ に比して推力のバラツキに対してはある程度の効果を有する。基本式と図22から $\alpha - 1, \alpha - 2$ 誘導系の構造図は図23のようになる。

(iii) モデル III ($\alpha - 3$ 誘導系)

摂動行列誘導系であるが、基準加速度 A_0 がプログラムされていないので「不完全な摂動行列誘導系」と呼ぶ方が適切である。3軸まわりの姿勢制御、VCSによる機軸方向の加速度修正の他にヨー、ピッチ軸方向の加速度修正も行なう。姿勢角誤差の修正において ω_0 とのカップリング項(この方式では無視できない)は含める。また A_0 は与えられない(加速度プログラムは用いない)ので、近似的に $A_0 \approx A_x$ として(5.28), (5.29)

式の A_0 を A_x におきかえて用いる。したがって基本式は

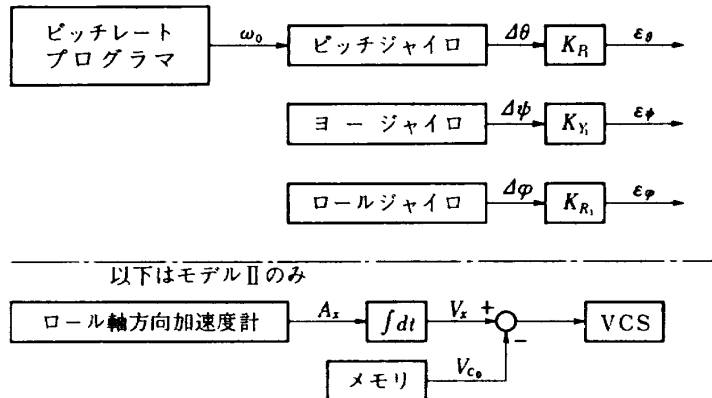
$$\left. \begin{aligned} \Delta \dot{R}_x &= \Delta V_x \\ \Delta \dot{R}_y &= \Delta V_y \\ \Delta \dot{R}_z &= \Delta V_z \\ \dot{V}_{\infty} &= \int_0^{t_{\infty}} A_x dt && (VCS) \\ \Delta \dot{V}_y &= A_y + \Delta \theta A_x \\ \Delta \dot{V}_z &= A_z - \Delta \psi A_x \\ \Delta \dot{\phi} &= \omega_x + \Delta \psi \omega_0 \\ \Delta \dot{\psi} &= \omega_y - \Delta \phi \omega_0 \\ \Delta \dot{\theta} &= \omega_z - \omega_0 \end{aligned} \right\} \quad (5.41)$$

位置誤差補正
加速度修正
3軸姿勢制御

となる。誘導装置はジャイロ3個、加速度計3個で構成される。上の基本式から、この系は $\alpha - 2$ に比して著しく誘導能力が向上すると予想される。(5.41)式と図22より得られるモデルIIIの構造図を図24に示す。

(iv) モデル IV ($\alpha - 4$ 誘導系)

完全な摂動行列誘導系であり、機軸方向の速度ベクトルの修正が行なわれる点が $\alpha - 3$ と異なっている。すなわち、加速度プログラマから時々刻々の A_0 が系に与えられるので ΔV_x が計算でき、(5.19)式のカップリング項 $\omega_0 \Delta V_x$ を含めた形で ΔV_y を求めれば、(5.35)式より明らかにこの $\omega_0 \Delta V_x$ をピッチ軸姿勢制御に用いることになる。これは機軸方向の速度誤差を操舵に用いることを意味する。 A_0 が与えられるので(5.24)~(5.32)の基本式はそのまま用いればよいが、 $\Delta \dot{V}_y$ は上述に関連して(5.19)式を使う必要がある。よって基本式は



(註) ・モデル I は姿勢制御のみ
・モデル II はVCSが付加される

図 23 慣性誘導系モデル I ($\alpha - 1$) とモデル II ($\alpha - 2$)

$$\left. \begin{aligned}
 \Delta \dot{R}_x &= \Delta V_x \\
 \Delta \dot{R}_y &= \Delta V_y \\
 \Delta \dot{R}_z &= \Delta V_z \\
 V_{c_0} &= \int_0^{t_0} A_x dt \quad (\text{VCS}) \\
 \Delta \dot{V}_x &= A_x - A_0 \\
 \Delta \dot{V}_y &= -\omega_0 \Delta V_x + A_y + \Delta \theta A_0 \\
 \Delta \dot{V}_z &= A_z - \Delta \psi A_0 \\
 \Delta \dot{\phi} &= \omega_x + \Delta \psi \omega_0 \\
 \Delta \dot{\psi} &= \omega_y - \Delta \phi \omega_0 \\
 \Delta \dot{\theta} &= \omega_z - \omega_0
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{位置誤差補正} \\ \\ \\ \text{加速度的修正} \\ \\ \\ \text{3軸姿勢制御} \end{array} \quad (5.42)$$

となる。誘導装置はジャイロ3個、加速度計3個の他に加速度プログラマ1個が使われる。モデルⅢとモデルⅣとの相異 (ΔV_x のピッチ軸姿勢制御への使用) を図 25 に示す。この図 25 と図 24 より、加速プログラマをも考慮して図 26 に示すモデルⅣの構造図が得られる。

以上の叙述および図 23~26 より各誘導系の部品個数および特徴を列記すれば表 2.3 のようになる。

	モデルⅠ	モデルⅡ	モデルⅢ	モデルⅣ
機器系部品個数				
ジャイロ	3	3	3	3
加速度計	0	1	3	3
VCS	0	1	1	1
計算系部品個数				
積分器	0	1	5	6
乗算器	0	0	2	3
プログラマ ω_0	1	1	1	1
A_0	0	0	0	1

* ω_0 とのカップリング修正演算は除く

表 2 各種誘導装置の部品個数

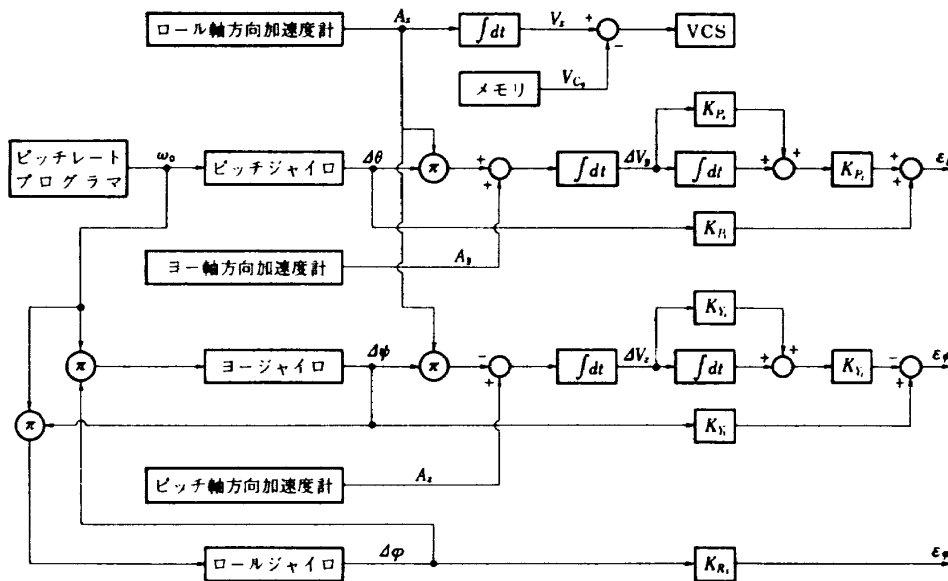


図 24 慣性誘導系モデルⅢ (α-3)

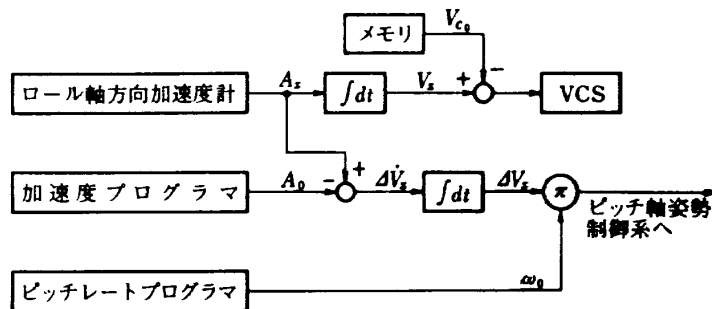


図 25 モデルⅢとモデルⅣの相違部分

	モデルⅠ (α-1)	モデルⅡ (α-2)	モデルⅢ (α-3)	モデルⅣ (α-4)
特徴	<ul style="list-style-type: none"> 姿勢制御のみ 加速度の修正能力はない 姿勢制御特性が誘導精度に影響する 	<ul style="list-style-type: none"> モデルⅠに機軸方向の加速度修正能力を付加 	<ul style="list-style-type: none"> 3軸方向の加速度の修正能力あり 推力ミスアラインメント, 揚力の修正に効果あり 	<ul style="list-style-type: none"> VCS機能の高精度化
使用上の機能		<ul style="list-style-type: none"> 推力ミスアラインメントさえ小さければこの方式でかなりの精度が得られる 電波誘導との併用が考えられる 	<ul style="list-style-type: none"> 基準軌跡を求める際に揚力の影響を考慮する必要はない 長時間のコースティング中は計算系内の値をリセットする必要がある 電波誘導との併用により, 推力飛翔中の軌道修正が可能 	<ul style="list-style-type: none"> 同左 同左 同左 加速度プログラムの数値設定がアナログでは難しい

表 3 各種誘導系の特徴

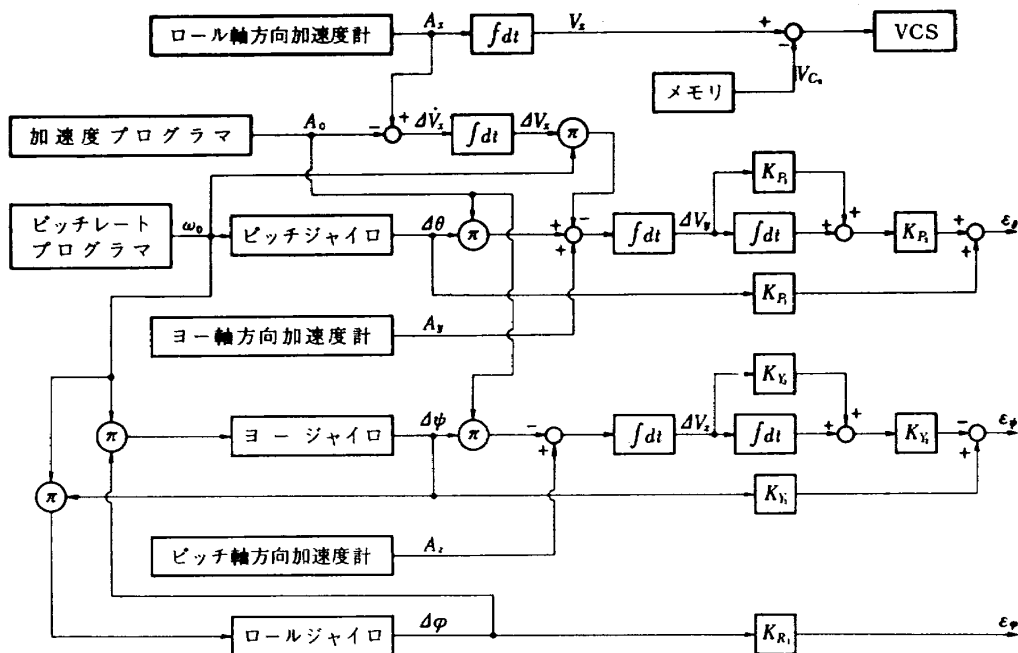


図 26 慣性誘導系モデルⅣ (α-4)

5.3 誘導制御系の応答特性と諸係数の決定

誘導制御系の各係数は通常ミッションに即して決められるが、ここでは飛翔体モデルをスカウトロケットに準じた形で用いている(5.1節)ので、そのモデル特性から決める。前述(5.1節)したように、本研究では制御系そのものの厳密な特性解析が主体でないために系の係数は最小限「系が安定である」という条件下で決めることにする。その決め方は以下に述べるように若干あいまいな設定方法になるかも知れないが、これはあらかじめアナログシミュレーションによって係数の概算値を設定し、また安定解析結果から係数の許容範囲が決まれば適当にその中間の値をとるようにしているためである。したがって係数は厳密な理論解析から決められるのではなく、試行錯誤によって最低限「系の安定条件」を満たすように決められる。

誘導制御系は適当にモデル化する。ジンバルエンジンは非線形系であるが、これを線形モデルにし、さらに ω の計算(4.2.1節参照)を線形近似する。ピッチ軸姿勢制御系として ω_0 が入力、 ω_2 が出力であるような系を図22.26に即してモデル化すれば図27のようになる。この図で図9のSUB ACTOR、機体ダイナミクス部分は $Tl_c/I_z S$ (S はラプラス演算子)と近似化されている。これは単純に Z 軸まわりのトルクバランス($Tl_c \delta_2 \approx I_z \omega_2$)からそのようになる。また角速度制御ゲイン K_F は、図22と図27の δ_2 の係数を比較すれば

$$K_F = K_{Vz} / K_{S2} \tag{5.43}$$

となる。そしてヨー軸方向の加速度 A_y は姿勢制御用推力の成分と空気力が考えられるが、 A_y の基準値は零であるので図27の系では外乱とみなして解析する。

図27より系の特性方程式は

$$S^4 + a_1 S^3 + a_2 S^2 + a_3 S + a_4 = 0 \tag{5.44}$$

で示される。ここで a_1, a_2, a_3, a_4 は

$$a_1 = K_m K_{S2} K_F \tag{5.45}$$

$$a_2 = K_m K_{S2} K_{P1} \tag{5.46}$$

$$a_3 = K_m K_{S2} K_{P2} K_{P3} A_0 \tag{5.47}$$

$$a_4 = K_m K_{S2} K_{P2} \tag{5.48}$$

$$K_m = Tl_c / I_z \tag{5.49}$$

である。さらに

$$K_1 = K_m K_{S2} \tag{5.50}$$

$$K_2 = K_{P2} A_0 \tag{5.51}$$

$$K_3 = K_F / K_{P1} \tag{5.52}$$

とおけば、(5.44)~(5.48)式は次のようになる。

$$a_1 = K_3 K_1 K_{P1} \tag{5.53}$$

$$a_2 = K_1 K_{P1} \tag{5.54}$$

$$a_3 = K_1 K_2 K_{P3} \tag{5.55}$$

$$a_4 = K_1 K_2 \tag{5.56}$$

5.3.1 系の安定条件

(5.44)式においてフルビッツの安定判別法を用いて系の安定条件を求めると

$$K_{P3} > 0 \tag{5.57}$$

$$K_1 > 0 \tag{5.58}$$

$$0 < K_2 < \frac{K_1 K_F K_{P1}}{K_{P3}} - \frac{K_1 K_F^2}{K_{P3}^2} \tag{5.59}$$

となる。 $K_{P1} = 1$ とすれば、安定領域は図28において曲線と K_{P3} 軸とによって囲まれる部分になる。

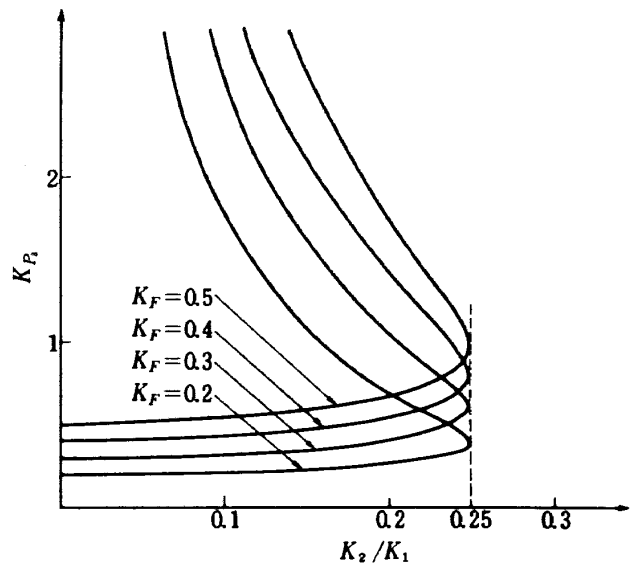


図 28 系の安定領域の判別

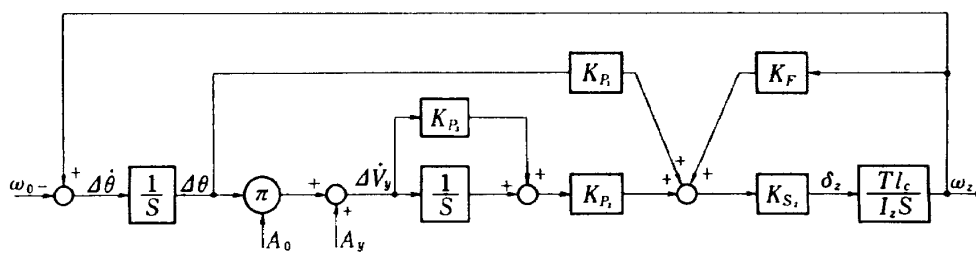


図 27 ピッチ軸姿勢制御系モデル

上記の安定条件は空力モーメントを考慮に入れないで制御ループを最も簡単なモデルに置き換えた場合の条件である。空力モーメントの発生が姿勢制御に大きく影響を及ぼすことが今回のシミュレーションにおいて確認されている。この影響による姿勢の誤差はピッチプログラムに依存した誘導方式においては深刻な問題である。ここでシミュレーションの結果を部分的に活用して K_F , $K_{P1}K_{S2}$ をどの程度に定めたらよいかを検討してみる。

いま動圧 q , 揚力係数 $C_y S_a$, 空力モーメントアーム $\Delta l (= l_q - l_g)$ をそれぞれ

$$q = 1.0 \times 10^5 \quad (\text{kg/m} \cdot \text{sec}) \quad (5.60)$$

$$C_y S_a = 5.0 \quad (\text{m}^2) \quad (5.61)$$

$$\Delta l = 2.0 \quad (\text{m}) \quad (5.62)$$

とする。 q についてはスカウトロケットのモデル⁵⁾よりその最大値を, $C_y S_a$ は図11よりその最大値を, Δl は図15よりその最大値をとるものとする。これらの値はいずれも $0 < t < 70 \text{ sec}$ (第1段ロケット)における値となっている。同様にして推力 T , 制御モーメントアーム l_c , 慣性モーメント I_z を次のように決める。 T は

表1より第1段において

$$T = 34544 \text{ (Kg)} \times 9.8 \text{ (m/sec}^2) = 3.38 \times 10^6 \text{ (Kg} \cdot \text{m/sec}^2) \quad (5.63)$$

となる。 l_c は図15より

$$l_c \doteq 10 \text{ (m)} \quad (5.64)$$

とし, I_z は図13より

$$I_z = 4.0 \times 10^5 \text{ (Kg} \cdot \text{m}^2) \quad (5.65)$$

とする。姿勢制御系が空力モーメントに打ち勝って順調に作動するには

$$T l_c K_{P1} K_{S2} \Delta \theta > q C_y S_a \Delta l \alpha_y \quad (5.66)$$

が満足されなければならないので, (5.60)~(5.65)の各値よりこの条件を求めると

$$K_{P1} K_{S2} > 0.296 \quad (\alpha_y / \Delta \theta) \quad (5.67)$$

となる。ここで $K_{P1} = 1$ とし, 基準飛翔径路が重力ターンに従っているものとするれば $\alpha_y \approx \Delta \theta$ となるから

$$K_{S2} > 0.296 \quad (5.68)$$

であればよい。

ところで, 打上げ後3秒から10秒までキックターンを行なうものとするれば α_y は約20秒ぐらいまで大きな値をもつことになり, (5.68)式は用いられない。そこでまず打上げ後20秒までの間に要求される K_{S2} の概算値を求める。シミュレーション結果より $0 < t < 20 \text{ sec}$ において

$$q C_y S_a \Delta l < 1.32 \times 10^5 \text{ (kg} \cdot \text{m}^2 / \text{sec}^2) \quad (5.69)$$

と推定できるから (5.66) 式の条件は

$$K_{P1} K_{S2} > 0.039 \times (\alpha_y / \Delta \theta) \quad (5.70)$$

であればよい。よって $K_{P1} = 1$ として $\Delta \theta < 0.1 \text{ deg}$ におさえるには

$$K_{S2} > 0.39 \alpha_y \quad (5.71)$$

でなければならない。ここで α_y は deg で与えられる。

(5.70)式において $\Delta \theta$ をパラメータとして K_{S2} と α_y の関係を図示すれば, 図29のようになり, 図の直線の上側が (5.71)式を満足する領域である。

上述の解析を基に誘導制御系の諸係数を誘導系のモデルに即して決定していく。各誘導系は同じ係数値を使用するものとしているので, 各係数値は各誘導系モデルの安定性を共通に満足している領域の値をとるものとする。

第1のステップとして, モデルI (図23)の係数を決定する。この場合の系の特性方程式は $K_{P1} = 1, K_{P2} = 0$ として

$$S^2 + K_1 K_F S + K_1 = 0 \quad (5.72)$$

となり, 固有振動数 $\omega_n (= \sqrt{K_1})$, ダンピング比 $\zeta (= \sqrt{K_1} K_F / 2)$ で系の特性を表わすことができる。そこでこれらの値に次のような幅を持たせ, 機体の諸値が変化しても, これらの条件を満足するように係数を決定す

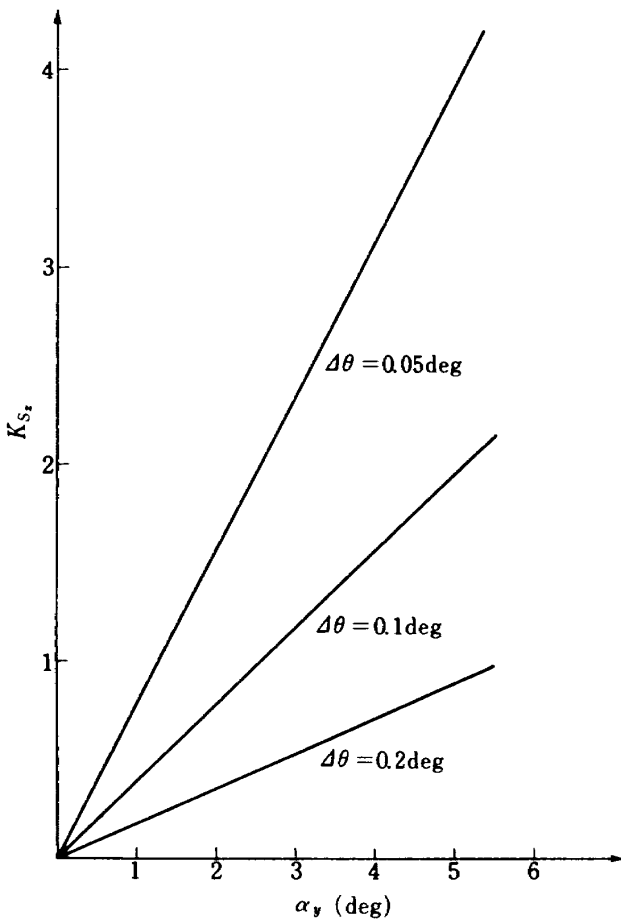


図 29 α_y と K_{S2} の関係

る。

$$1.5 < \omega_n < 6.0 \quad (5.73)$$

$$0.4 < \zeta < 0.8 \quad (5.74)$$

このときの K_1 , K_F の許容範囲は図30の斜線部になる。これらの値の範囲の決定方法は理論的根拠があるわけではないが、図30の曲線を種々の ζ , ω_n について描き、大体ある範囲におさまるだろうとの判断から試行錯誤による決定を行なった。いま $|\alpha_y| < 5 \text{ deg}$ とすれば、図29より $K_{S_2} > 1.95$ でなければならない。よって $K_{S_2} = 2$ とし、図31の K_m の値の変動範囲を考慮すれば

$$12.2 < K_1 = K_{S_2} K_m < 28.0 \quad (5.75)$$

となるから、この K_1 が図30の斜線部をみたすには

$$0.23 < K_F < 0.3 \quad (5.76)$$

でなければならない。 $K_{P_1} = 1$, $K_{S_2} = 2$ とし、(5.76)より K_F をきめれば

$$K_{P_1} = 1 \quad (5.77)$$

$$K_{S_2} = 2 \quad (5.78)$$

$$K_F = 0.265 \quad (5.79)$$

となる。

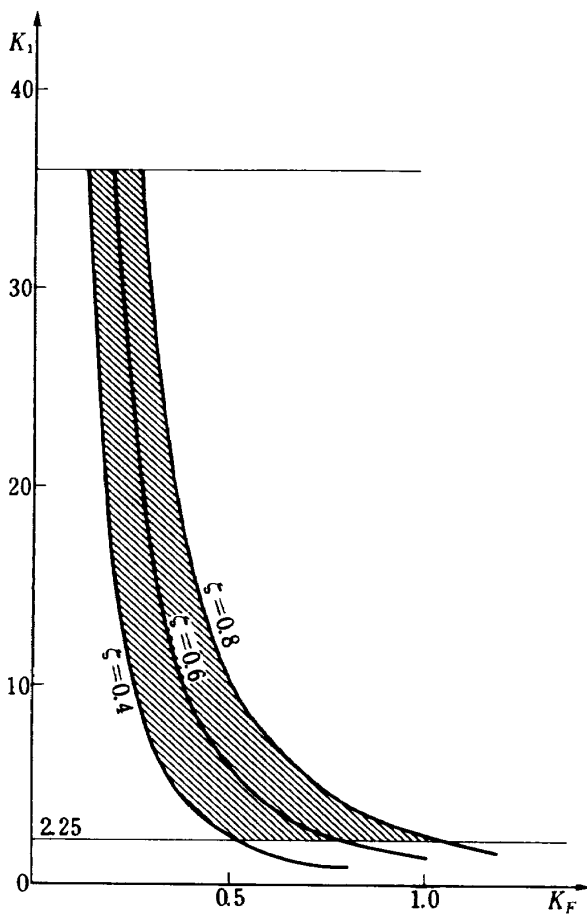


図 30 K_1 , K_F の許容範囲

第2のステップとして、モデルⅣの誘導制御ループ (図27)の係数を決定する。第1段の基準加速度 A_0 は図21より

$$21 < A_0 < 58 \quad (5.80)$$

となる。図28において、 K_F が(5.76)式の範囲にあり、かつ K_{P_3} が $0.6 < K_{P_3} < 1.0$ とすれば、系が安定であるための K_2 / K_1 の条件は

$$0 < K_2 / K_1 < 0.18 \quad (5.81)$$

となる。(5.75)式において $K_1 = 20$ とし、(5.51), (5.80), (5.81)式より K_{P_2} の許容範囲を求めると

$$0 < K_{P_2} < 0.062 \quad (5.82)$$

でなければならない。このステップで

$$K_{P_3} = 0.8 \quad (5.83)$$

は決められるが、 K_{P_2} は A_0 の大きさ(各段で異なる)に応じて決めなければならないので次の根軌跡による解析にゆだねることとする。

今までに決めた係数のうち、 K_{S_2} は第1段の α_y の大きさ(最大±5 deg)に即して決めているが、第2, 3段では $\Delta\theta < 0.1 \text{ deg}$ という条件下で α_y の最大値をそれぞれ 2.4 deg, 0.6 deg とすれば図29より K_{S_2} は 0.84, 0.21 となる。2, 3段では外乱(空気力学等)の影響を受けることが少ないのでこのようにする。よって各段の K_{S_2} は

$$K_{S_2} = 2.0 \text{ (第1段)} \quad (5.84)$$

$$K_{S_2} = 0.84 \text{ (第2段)} \quad (5.85)$$

$$K_{S_2} = 0.21 \text{ (第3段)} \quad (5.86)$$

となる。

5.3.2 根軌跡法による系の応答特性の検討

ここでは根軌跡法によって係数 K_{P_2} を決定する。 K_{P_2}

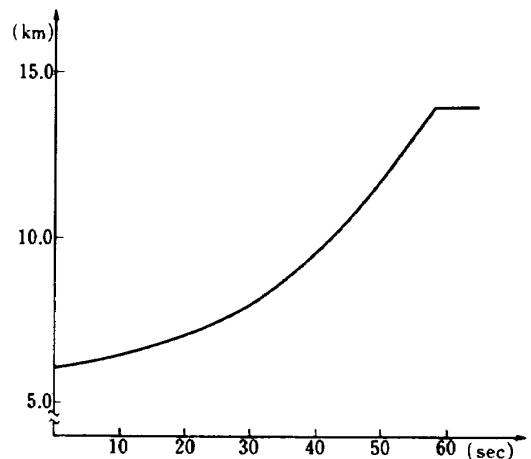


図 31 K_m の時間的変動

は各段とも同じ値を用いるので、第1段での条件で決めるだけでよい。 $K_{P_1} = 1$ を考慮して、 A_0 に依存する係数として K_A を

$$K_A = A_0 K_{P_2} / K_{P_1} = A_0 K_{P_2} \quad (5.87)$$

とおく。いま、前節での $K_1 = 20.0$, $K_F = 0.265$ を固定し、 $K_{P_3} = 0.6$ と $K_{P_3} = 1.0$ との2条件での(5.44)式の根軌跡を描くと図32, 33のようになる。この2つの図より $K_A < 3$ であれば系は安定ということが云えるが、 K_A が零に近くなると系は振動解をもつことが判る。よって K_A の下限を1にし

$$1 < K_A < 3 \quad (5.88)$$

とする。図21より A_0 は

$$21 < A_0 < 60 \quad (5.89)$$

ぐらになるので(5.87), (5.88), (5.89)より

$$K_{P_2} = 0.02 \quad (5.90)$$

に決める。この K_{P_2} は(5.82)式を満足する。

以上はピッチ軸姿勢制御系について係数を決めたのであるが、ヨー軸に関してはこれと全く同じ係数を用いるものとする。ロール軸については単純に角度制御ゲイン、角速度制御ゲインを

$$K_{R_1} K_{S_x} = 1 \quad (5.91)$$

$$K_{Y_x} = 0.25 \quad (5.92)$$

として用いる。これらの値も試行錯誤による概算値である。

姿勢制御系においてジンバルエンジンの δ_s (最大ふれ角), δ_k (バックラッシュ)およびサイドジェットの不感帯 δ_d は各段別にスカウトロケットのモデルを適当に変更して決めた。

いままでの叙述より、表4, 5に示すような誘導系および姿勢制御系の諸係数が得られる。表4の V_{c_0} の値は A_0 の積分値より計算されている。誘導系の係数には単

	1 段	2 段	3 段
K_{P_1}, K_{Y_1}	1.0	1.0	1.0
K_{P_2}, K_{Y_2}	0.02	0.02	0.02
K_{P_3}, K_{Y_3}	0.8	0.8	0.8
V_{c_0} (m/sec)	1605.84	3894.15	6116.30

表4 誘導系の諸係数

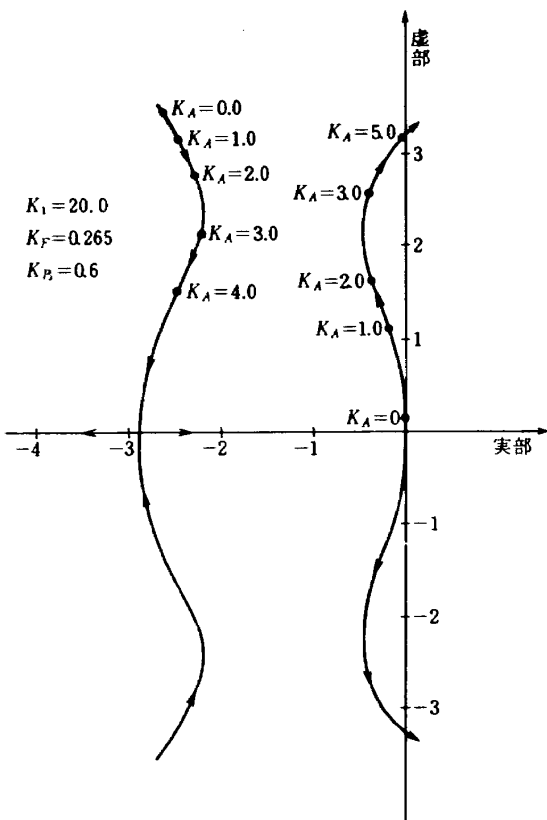


図 32 根軌跡 その1

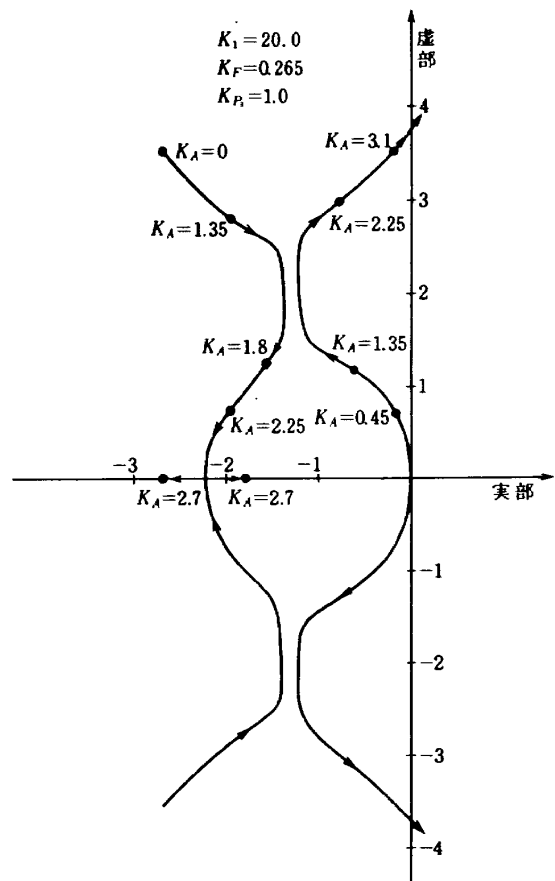


図 33 根軌跡 その2

		1 段	2 段	3 段	単位
制 御 ゲ イ ジ	ロール角 K_{Sx}	1.0	1.0	1.0	rad/rad
	ヨー角 K_{Sy}	2.0	0.84	0.21	rad/rad
	ピッチ角 K_{Sz}	2.0	0.84	0.21	rad/rad
	ロール角速度 K_{Vx}	0.25	0.25	0.25	rad/(rad/sec)
	ヨー角速度 K_{Vy}	0.53	0.245	0.084	rad/(rad/sec)
	ピッチ角速度 K_{Vz}	0.53	0.245	0.084	rad/(rad/sec)
δ_s	ヨージンバル	0.035	0.035	0.035	rad
	ピッチジンバル	0.035	0.035	0.035	rad
δ_A	ヨージンバル	0.001	0.0005	0.0003	rad
	ピッチジンバル	0.001	0.0005	0.0003	rad
サイドジェット不感帯 δ_d		0.002	0.002	0.002	rad

表 5 姿勢制御系の諸係数

位をつけなかったが、これらは系の特性より、例えば ΔV_y が m/sec, ΔR_y が m 単位ならば $K_{P_2} = 0.02 \text{ rad/m}$, $K_{P_3} = 0.8 \text{ m/(m/sec)}$ とすればよいし, ΔV_y が km/sec, ΔR_y が km 単位ならば $K_{P_2} = 0.02 \text{ rad/km}$, $K_{P_3} = 0.8 \text{ km/(km/sec)}$ とすればよいので、係数値は系の速度、距離の単位にかかわらず使える。本研究での数値計算はこれらの係数値を有する誘導制御系に対してなされることになる。

各係数の仮定値、例えば $\text{Max}(\alpha_y) = 5 \text{ deg}$ 、はシミュレーションによる試行錯誤から導き出しているのであるが、このような値の設定方法の妥当性は次節のシミュレーション結果 (α_y については図 49) によって立証されている。

6 シミュレーション結果

誘導誤差をシミュレーションによって求め、誘導精度の評価を行なうには、まず適当な基準飛行経路を設定する必要がある。ここでは前章でのモデルに従って基準飛行経路を作り、機体諸元誤差、外部環境の変動、慣性機器誤差、計算系の誤差等による誘導誤差を算出すると共に、これらの誤差要因の影響度が各誘導系のモデルによってどの程度異なるかを定量的に比較検討する。

6.1 基準飛行経路

飛行経路を構成する要素として機体諸元、外部環境、飛行体モデルの他にピッチレートがある。このレート(ピッチコマンドレート)が決まれば、それを用いて基準飛行経路が求められる。以下にピッチコマンドレートおよび基準飛行経路の決定手順を述べると共に、得られた

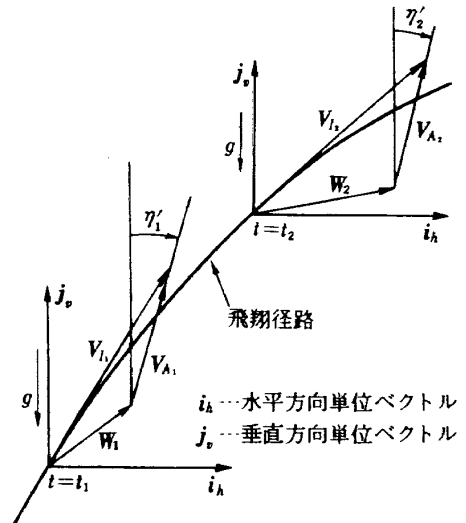


図 34 飛行体の速度ベクトルのモデル

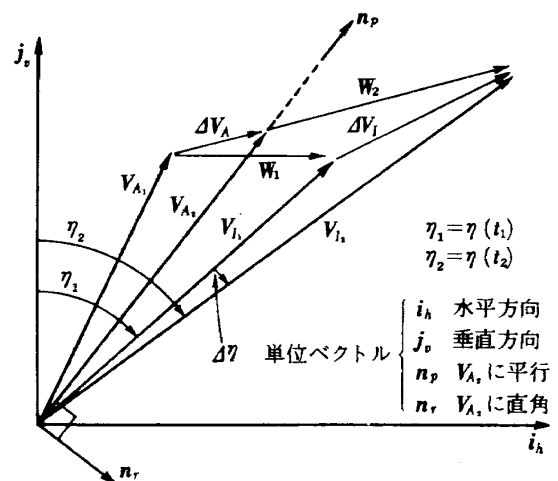


図 35 飛行体の速度ベクトルの合成

基準経路の諸値，さらに飛翔運動に関する若干の諸値等（計算結果）を図示する。

6.1.1 ピッチコマンドレート

飛翔体が大気中を飛翔する場合，通常抗力や揚力が発生する。特に揚力は迎え角に比例して発生し，航法系を持たない姿勢制御に依存した誘導においては誘導誤差の要因になるばかりでなく，この揚力によって生ずるピッチ軸まわりのモーメントは姿勢制御力の増大をまねく。それゆえ，大気中の飛翔においては迎え角が零の近傍に保たれること（すなわち，ピッチレートが重力ターンレートになること）が望ましい。以下にその手法を検討する。

図34に飛翔体の $t=t_1, t_2$ 時における対慣性空間，対大気の流れベクトル V_1, V_2, V_A, V_A および風速ベクトル W_1, W_2 を示す。これらのベクトルの合成は図35のようになる。この図35において

$$\Delta\eta = \eta_2 - \eta_1 \quad (6.1)$$

$$\begin{aligned} \Delta V_A &= V_{A2} - V_{A1} \\ &= (V_{I2} - W_2) - (V_{I1} - W_1) \\ &= \Delta V_I - \Delta W \end{aligned} \quad (6.2)$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 \quad (6.3)$$

である。また $t_1 \leq t \leq t_2$ における飛翔加速度の積分を用いれば， V_{I2} は

$$V_{I2} = V_{I1} + \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \frac{T}{m} \{ i_x \sin\eta(t) + j_y \cos\eta(t) \} - j_y g \right\} dt \quad (6.4)$$

となる。平均値の定理により ΔV_I は

$$\begin{aligned} \Delta V_I &= V_{I2} - V_{I1} \\ &= \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \frac{T}{m} \{ i_x \sin\eta(t) + j_y \cos\eta(t) \} - j_y g \right\} dt \\ &= \frac{T}{m} \{ i_x \sin\eta(t_1 + \theta_1 \Delta t) + j_y \cos\eta(t_1 + \theta_2 \Delta t) \} \Delta t \\ &\quad - j_y g \Delta t \end{aligned} \quad (6.5)$$

となる。ここで θ_1, θ_2 は $[0, 1]$ の範囲にある値で，一意的に定まる。

(6.5)式を用いて(6.2)式を書き換えると

$$\begin{aligned} \Delta V_A &= i_x \left[\frac{T}{m} \sin\eta(t_1 + \theta_1 \Delta t) - \frac{\Delta W_x}{\Delta t} \right] \Delta t \\ &\quad + j_y \left[\frac{T}{m} \cos\eta(t_1 + \theta_2 \Delta t) - g - \frac{\Delta W_y}{\Delta t} \right] \Delta t \end{aligned} \quad (6.6)$$

となる。ここで $\Delta W_x, \Delta W_y$ は ΔW の i_x, j_y 方向の成分である。この(6.6)式を n_r, n_p に関して成分に分ければ

$$[\Delta V_A]_{n_r} = \left[\left\{ \frac{T}{m} \sin\eta(t_1 + \theta_1 \Delta t) - \frac{\Delta W_x}{\Delta t} \right\} \cos\eta'_2 \right.$$

$$\left. - \left\{ \frac{T}{m} \cos\eta(t_1 + \theta_2 \Delta t) - g - \frac{\Delta W_y}{\Delta t} \right\} \sin\eta'_2 \right] \Delta t \quad (6.7)$$

$$\begin{aligned} [\Delta V_A]_{n_p} &= \left[\left\{ \frac{T}{m} \sin\eta(t_1 + \theta_1 \Delta t) - \frac{\Delta W_x}{\Delta t} \right\} \sin\eta'_2 \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \frac{T}{m} \cos\eta(t_1 + \theta_2 \Delta t) - g - \frac{\Delta W_y}{\Delta t} \right\} \cos\eta'_2 \right] \Delta t \end{aligned} \quad (6.8)$$

となる。飛翔体が重力ターンに従っている状態では η_2 と η'_2 は等しくなり，さらに Δt を零に近づければ $t=t_1=t_2$ として (dV_A/dt) が得られる。この状態での V の時間的変化率を n_r, n_p 方向成分に分解すれば

$$\left(\frac{dV_A}{dt} \right)_{n_r} = g \sin\eta - \dot{W}_x \cos\eta + \dot{W}_y \sin\eta \quad (6.9)$$

$$\left(\frac{dV_A}{dt} \right)_{n_p} = \frac{T}{m} - g \cos\eta - \dot{W}_x \sin\eta - \dot{W}_y \cos\eta \quad (6.10)$$

となる。またコリオリの関係式より

$$\left(\frac{dV_A}{dt} \right)_{n_r} = \left| V_A \right| \frac{d\eta}{dt} = V_A \frac{d\eta}{dt} \quad (6.11)$$

である。(6.11)式を使って(6.9), (6.10)式を整理すれば

$$V_A \frac{d\eta}{dt} = g \sin\eta - \dot{W}_x \cos\eta + \dot{W}_y \sin\eta \quad (6.12)$$

$$\frac{dV_A}{dt} = \frac{T}{m} - g \cos\eta - \dot{W}_x \sin\eta - \dot{W}_y \cos\eta \quad (6.13)$$

となる。この式は飛翔体が重力ターン運動をしている状態で成立する。ここでは地球自転速度は微量として無視されているので，それに相当する量の誤差(最大 0.004 deg/sec)は残存する。したがって(6.13)式は重力ターンレートを求める近似式である。

今回のシミュレーションでは，第5章に示した風速モデルと(6.12)式を用いて重力ターンレートを計算し，これを矩形波に近似してピッチコマンドレートとした。これらの手続きを得ることによって，迎え角 α_y を小さく迎えることができた。用いたピッチコマンドレートを図36に示す。

6.1.2 基準飛翔経路の決定手順

前節で求めた矩形波近似の重力ターンレートでは常に揚力を零に保つことは出きないし，また姿勢制御特性によって決まる迎え角の変動による揚力とか不規則な風の分布による揚力変動がすべて誘導方程式に入り，操舵信号に影響を与える。さらに，これの外乱に対する誘導方式($\alpha=1, 2, 3, 4$)の修正能力はそれぞれ異なるので，誘導方式が変れば操舵量も変る。したがって飛翔体は誘

導方式によって異なる軌道を飛ぶことになり、正確な基準飛翔径路を決めるための判定条件をどのようにしたらよいかが問題になってくる。本シミュレーションでは、ある特定の基準飛翔径路に対する各誘導方式の誘導能力

の比較を行なうのであるから、基準飛翔径路を決める際の計算としては、上記のような揚力変動を考慮せずに軌道計算が可能な軌道計算方式を採用することが望ましい。そこで、飛翔体を質点として基準飛翔径路の計算を行

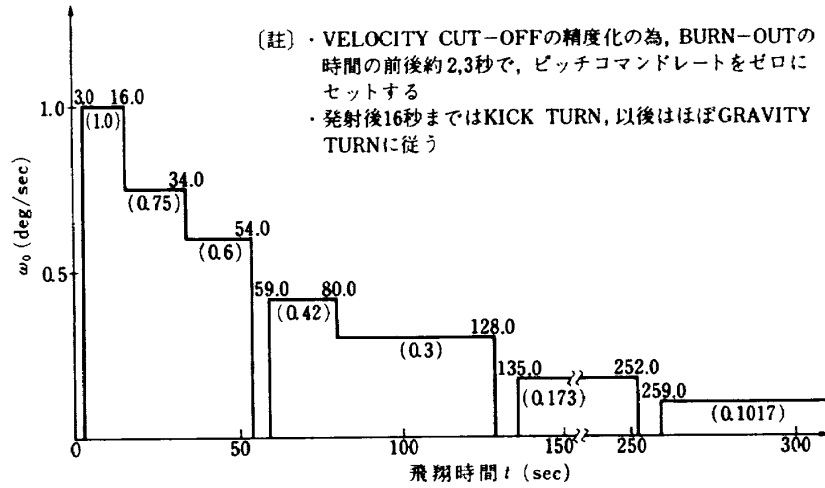


図 36 ピッチコマンドレート ω_0

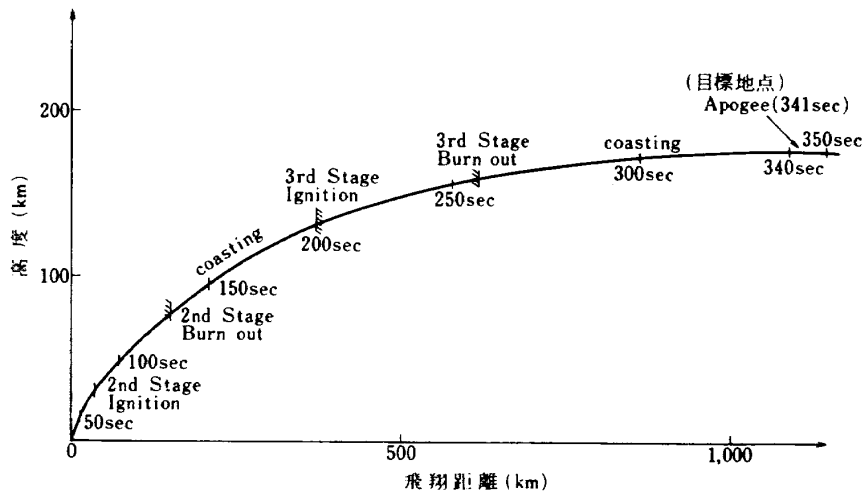


図 37 飛翔径路

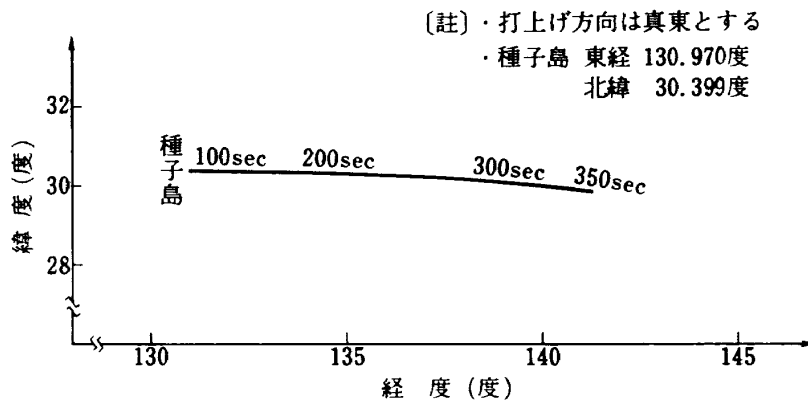


図 38 飛翔経度

なった。そしてまた、推力打ち切り (VC) の設定値 V_{∞} を図 21 の加速度の積分によって求めるとともに、推力打ち切りの前後でピッチコマンドレート ω_0 が零になるように ω_0 の設定時間を選んだ。

なお、ロケットの打上げ地点は種子島 (北緯 30.399 度, 東経 130.970 度) にとり、発射時の打上げ角は 80 度, 方位角は 90 度 (真東) にとるものとする。

6.1.3 計算結果

基準径路に関する計算結果として飛翔径路, 飛翔経度・緯度, 飛翔速度ベクトル, 飛翔速度とマッハ数の時間的変化を図 37~40 に示す。誘導系モデル I, II についてのジンバルの動作状態, ピッチ角速度, ピッチ角度を

図 41~46 に示す。さらに飛翔運動に関する諸値として動圧, 空気抵抗, 迎え角, 揚力, 姿勢角誤差, 変数 ΔV_y (速度誤差), 変数 ΔR_y (位置誤差) の時間的推移を図 47~53 に示す。

基準径路の諸値として, 第 3 段終了時 (誘導終了時) において飛翔時間 341 sec, 高度 175.9 km, 水平到達距離 1093.5 km, 緯度 29.9 度, 経度 140.78 度が得られ, 局所垂直方向の速度は零, 局所水平方向の速度は 5.42 km/sec となる。この位置から飛翔体を加速させて局所水平方向速度が 7.35 km/sec になる時点で推力打ち切りを行えば, 円軌道衛星が得られる。

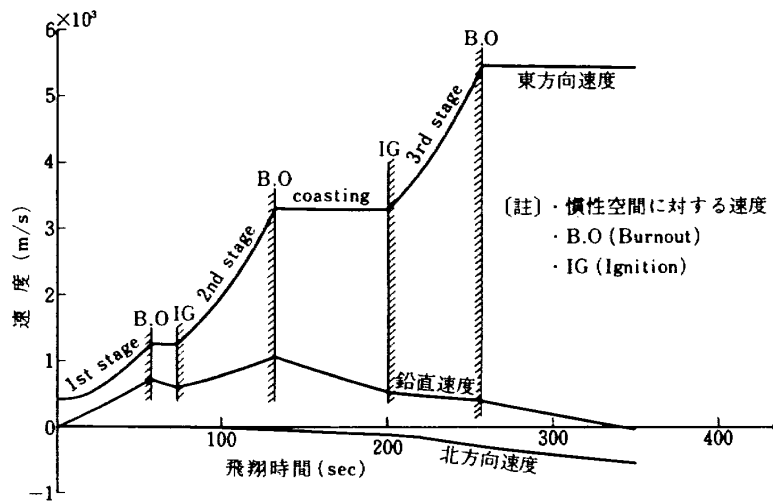


図 39 飛翔速度の時間的推移

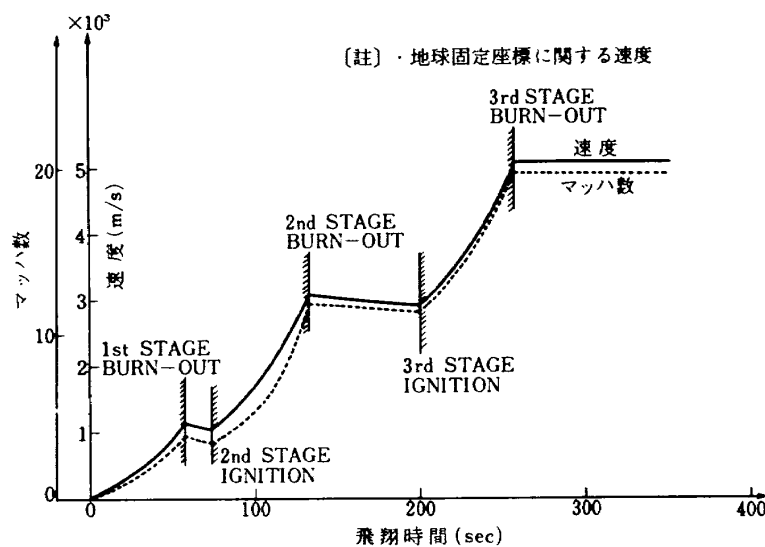


図 40 飛翔速度の大きさとマッハ数

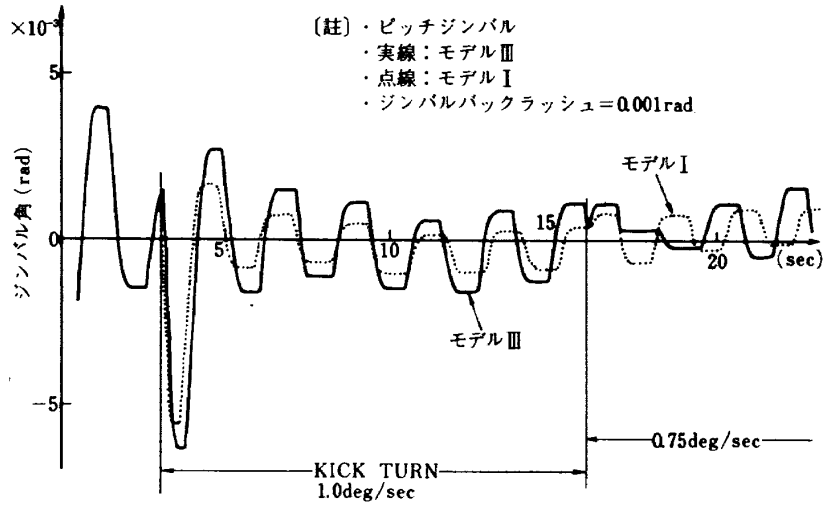


図 41 ジンバルの動作状態 1

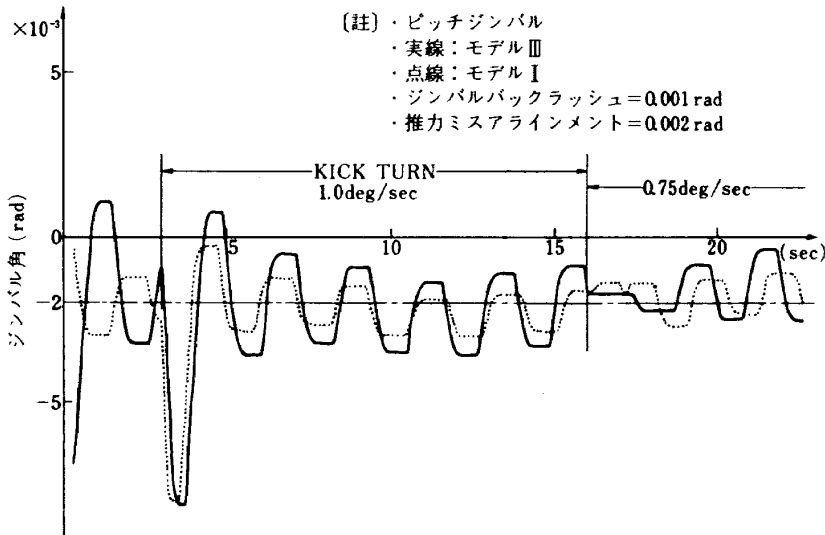


図 42 ジンバルの動作状態 2

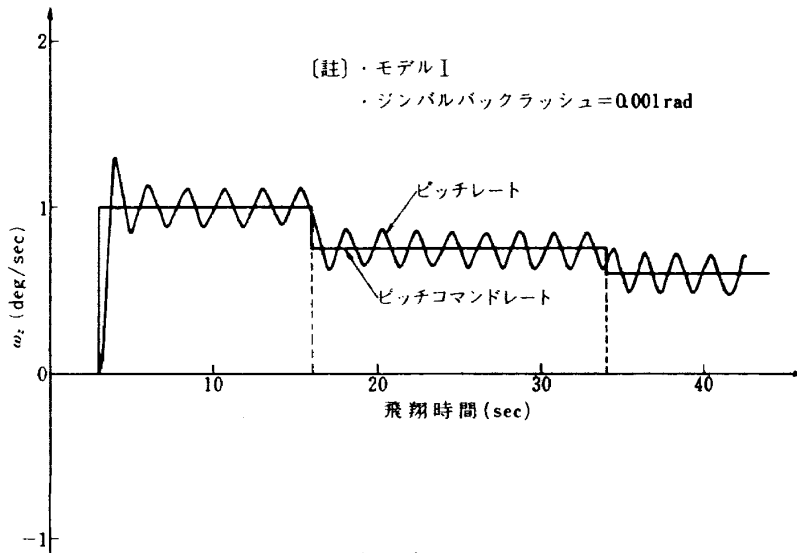


図 43 ピッチ角速度 ω_z の推移 1

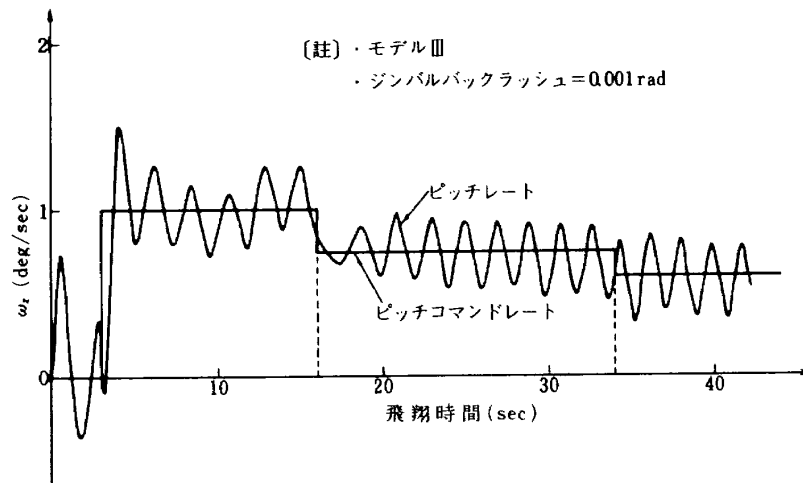


図 44 ピッチ角速度 ω_z の推移 2

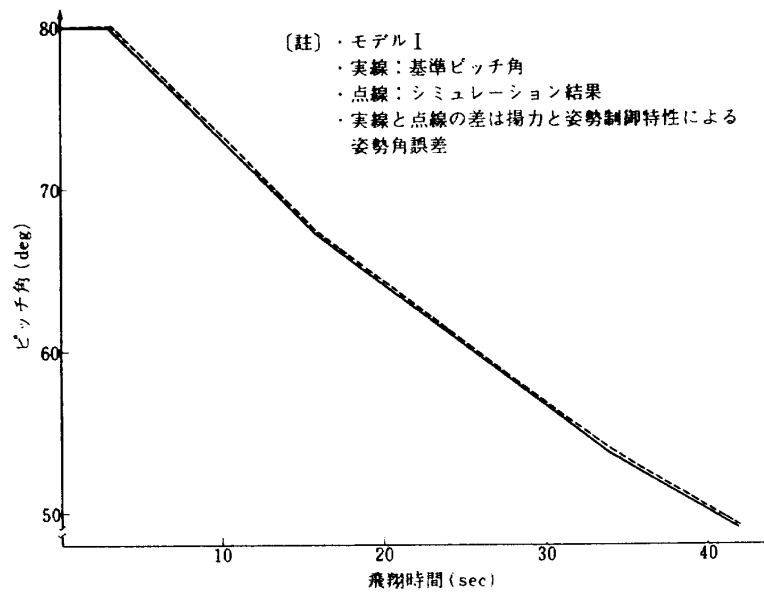


図 45 ピッチ角の時間的推移 1

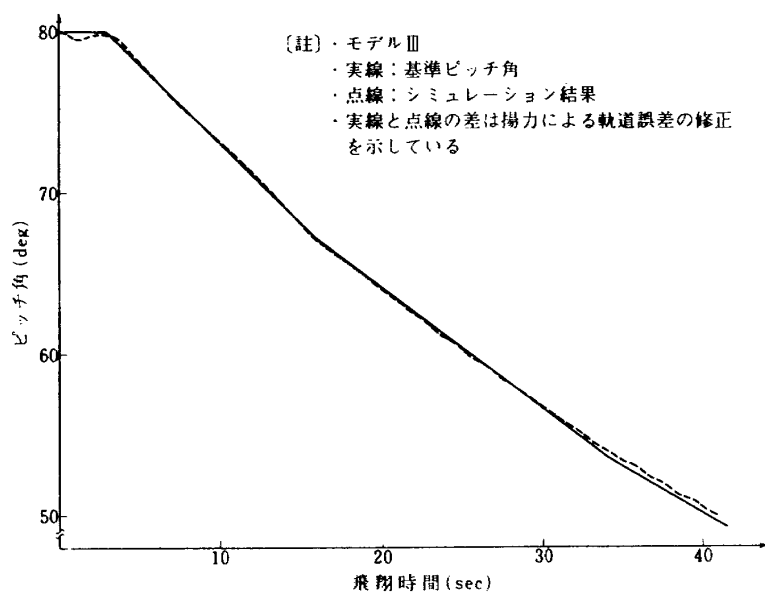


図 46 ピッチ角の時間的推移 2

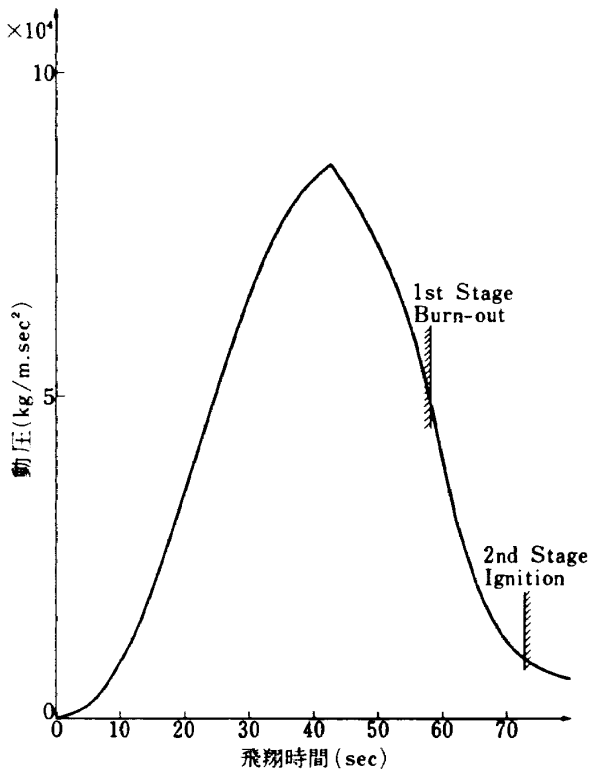


図 47 動圧の時間的推移

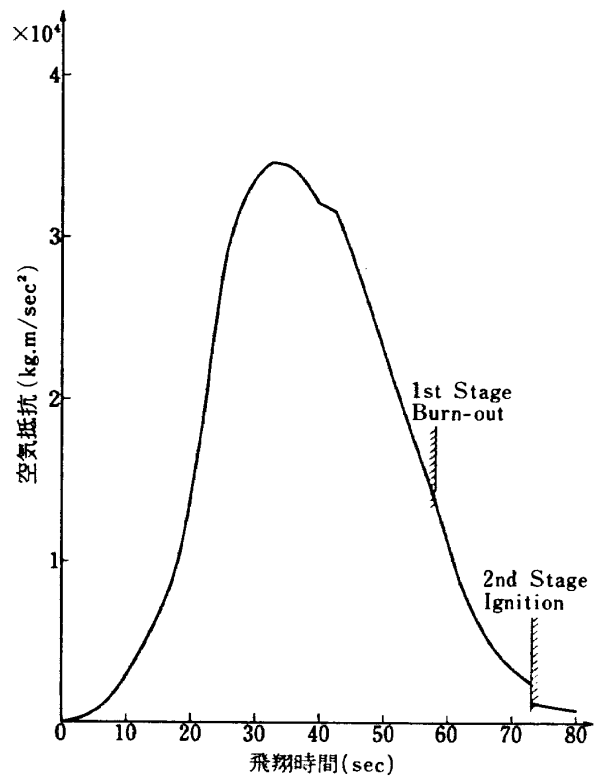


図 48 空気抵抗 (X軸) の時間的推移

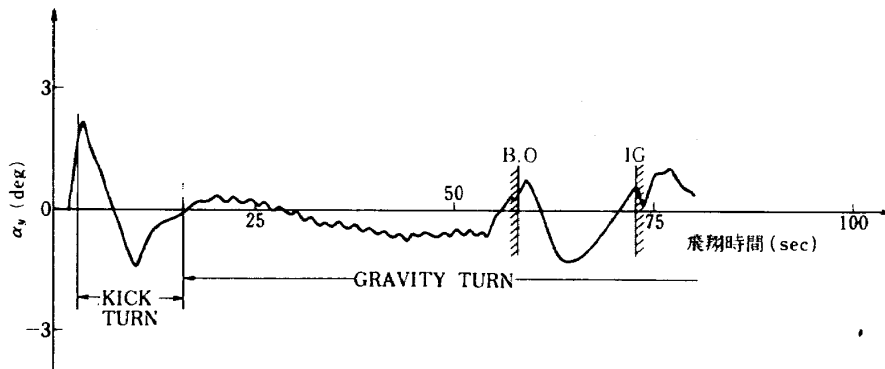


図 49 迎え角 α_y の時間的推移

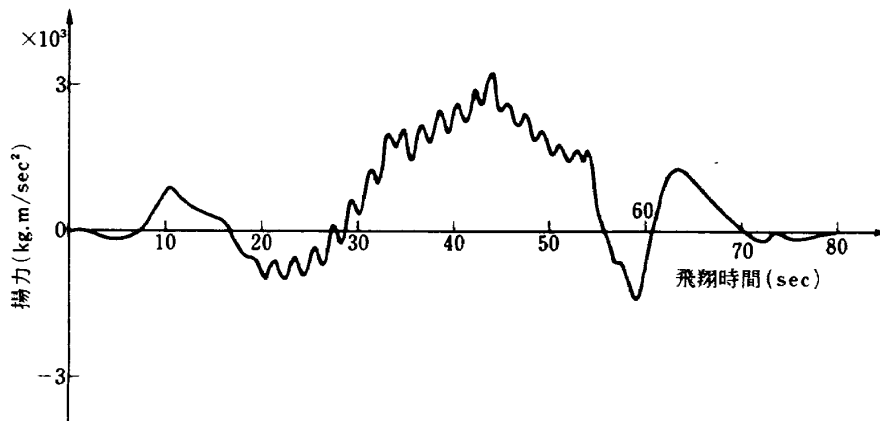


図 50 揚力の時間的推移

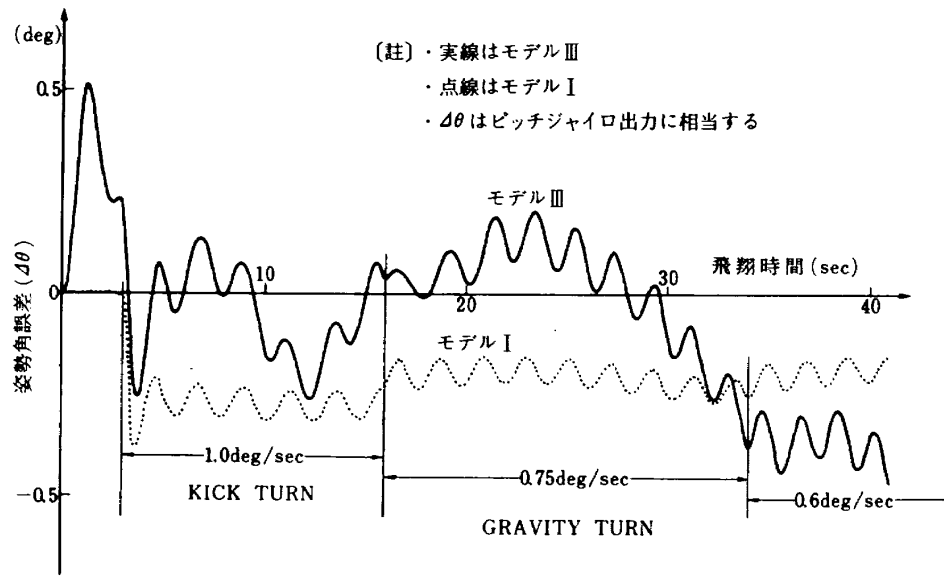


図 51 姿勢角誤差 $\Delta\theta$ の時間的推移

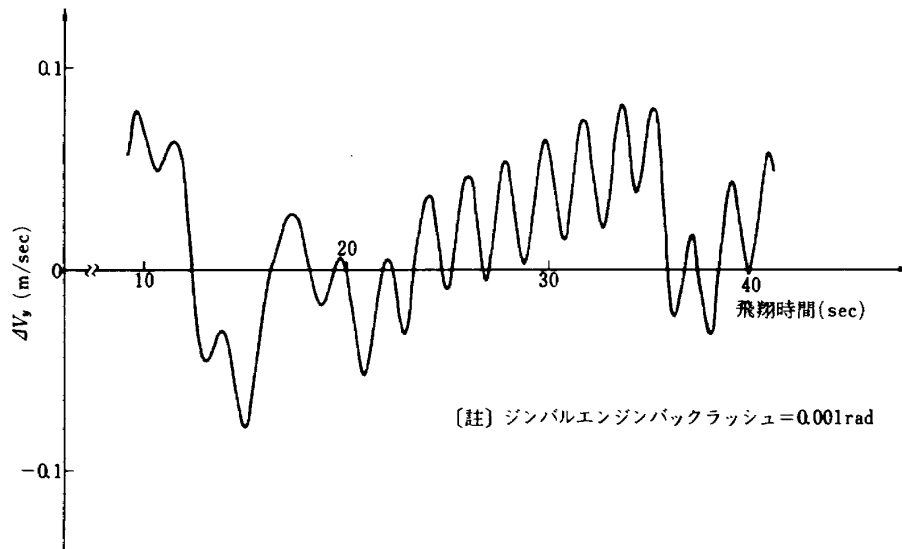


図 52 変数 ΔV_y の時間的推移 (モデルⅢ)

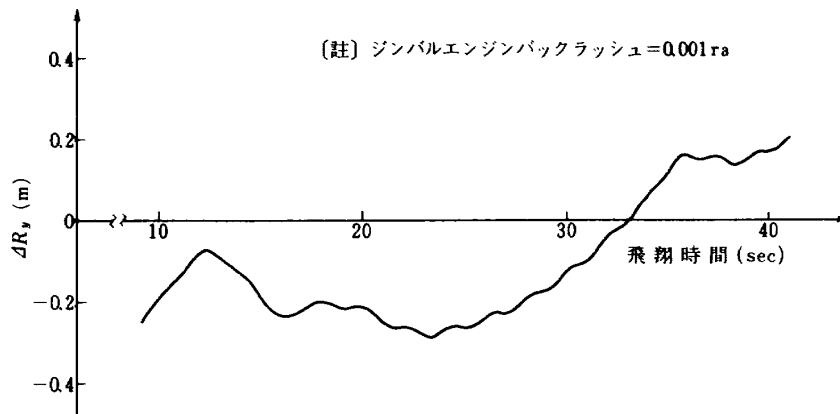


図 53 変数 ΔR_y の時間的推移 (モデルⅢ)

6.2 誤差モデルの設定

誘導誤差の要因となる誤差要素のモデルを設定し、これらの要素が飛翔体の運動特性に与える影響を公式化する。これによって飛翔運動要素（加速度，角速度）に誤差要素が付加された状態でシミュレーションを行ない、その結果を基準径路と比較することによって誘導誤差を求めることができる。各誤差要素の値は L_1 、 L_2 （レベル1,2）の2種類に分類し、 L_2 は L_1 よりも高精度であるとする。

6.2.1 機体諸元誤差

機体諸元誤差に関しては、機軸方向と機軸に直角方向の加速度誤差に影響する誤差要素に分類できる。ここではその影響度から考えて次の要素に限定する。

(a)機軸方向の加速度誤差に関連する要素

比推力推定誤差 (ΔI_{SP})

燃焼率推定誤差 ($\Delta \dot{m}$)

空気抵抗係数推定誤差 (ΔC_x)

(b)機軸に直角方向の加速度誤差に関連する要素

推力ミスアライメント δ_m (δ_{my} , δ_{mz})

上記の各誤差要素と加速度誤差との関係を公式化する。

推力 T による機軸方向の加速度 A_x は

$$A_x = \frac{gT}{m} = \frac{\dot{m} I_{SP} g}{m} \tag{6.14}$$

であるから、 ΔI_{SP} および $\Delta \dot{m}$ による A_x の誤差 $\Delta_1 A_x$, $\Delta_2 A_x$ は

$$\Delta_1 A_x = \dot{m} \Delta I_{SP} / m \tag{6.15}$$

$$\Delta_2 A_x = \Delta \dot{m} I_{SP} / m \tag{6.16}$$

となる。一方、(4.14)式より C_x による機軸方向の加速度 A_x は

$$A_x' = -C_x q S_o / m \tag{6.17}$$

となるので、 ΔC_x による加速度誤差 $\Delta_3 A_x$ は

$$\Delta_3 A_x = -\Delta C_x q S_o / m \tag{6.18}$$

となる。さらに、 δ_{my} と δ_{mz} は推力 T の y , z 軸方向への変位角であるので、それぞれ y , z 軸方向の推力成分

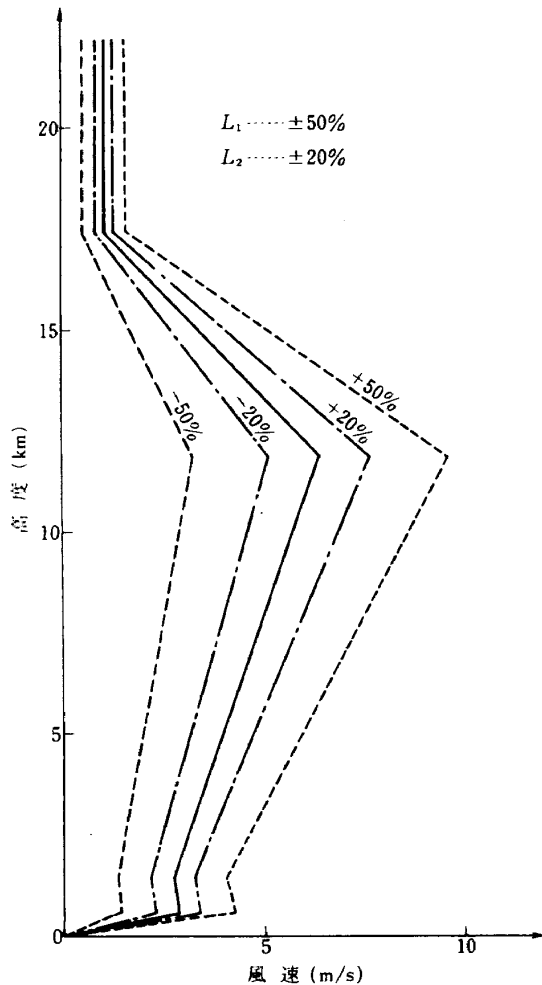


図 54 北方向の風速モデルの変動

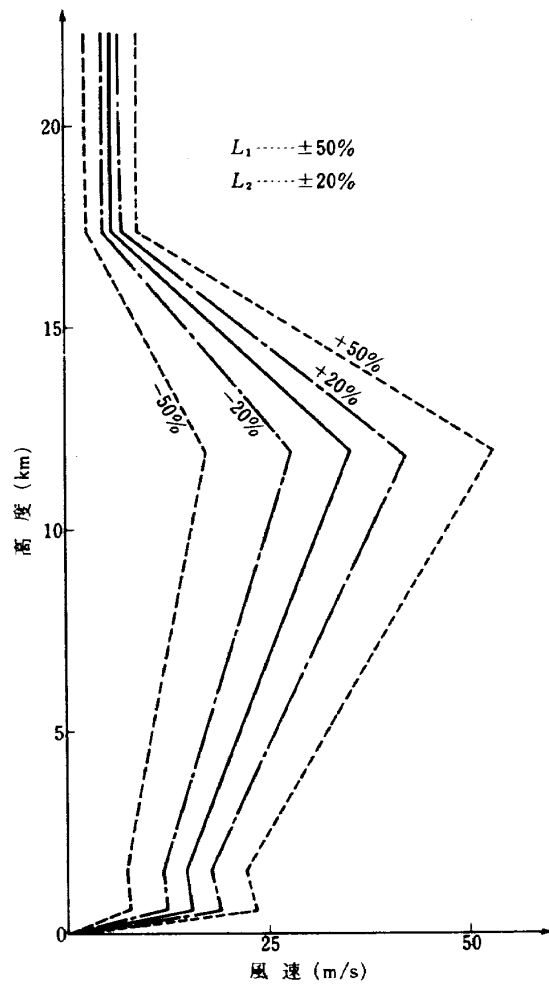


図 55 東方向の風速モデルの変動

となり、加速度 A_y, A_z の誤差に関係する。したがってミスアラインメントによる加速度誤差 $\Delta_4 A_y$ は

$$\Delta_4 A_y = A_x \sin \delta_{m_y} \quad (6.19)$$

となるが、 δ_{m_y} は微量なので

$$\Delta_4 A_y = A_x \delta_{m_y} \quad (6.20)$$

とする。同様に $\Delta_5 A_z$ は

$$\Delta_5 A_z = A_x \delta_{m_z} \quad (6.21)$$

となる。

6.2.2 外部環境の変動

外部環境の変動として風速の変動 ΔW を取り上げる。各高度で設定された北、東方向の風速 (図18参照) をそれぞれ $\pm 50\% (L_1), \pm 20\% (L_2)$ だけ変動させた場合の風速分布を図54, 55に示す。

誘導能力を評価するために必要な2種の誤差モデルを表6に示す。この表での L_1, L_2 は機体機能 L_1, L_2 と規定する。そして後程にこれによる誘導誤差と誘導装置 L_1, L_2 を用いた場合の誘導誤差とを比較対照させる場合に用いる。

6.2.3 慣性機器系の誤差

慣性機器の誤差としては、機器固有の誤差と環境条件 (振動角速度, 振動加速度等) によって発生する誤差⁶⁾ とがあるが、本研究では機器 (ジャイロ, 加速度計) 固有の誤差およびそれらの機器の取付ミスアラインメントのみを取扱うことにする。

(1) ジャイロ誤差

ジャイロ固有の誤差として

- e_0 ……加速度不感ドリフト
- e_1 ……加速度比例ドリフト
- e_2 ……加速度自乗比例ドリフト
- e_s ……スケールファクタ誤差

を取上げる³⁾。この e_0 はジャイロ誤差のランダム成分の評価値³⁾ を用いるものとする。これらの誤差要素によ

るロール(x), ヨー(y), ピッチ(z)軸ジャイロの出力誤差を $\Delta \omega_x, \Delta \omega_y, \Delta \omega_z$ とする。

e_1, e_2 はジャイロの出力軸に垂直方向に作用する加速度のみに関係するので、その影響は機体の最大加速度の方向にジャイロの出力軸を向けることによって減少可能である。飛翔体の加速度はほとんど x 軸方向に加えられ、 y, z 軸方向の加速度は空気抵抗, 方位制御用推力の成分程度であり、 x 軸方向の加速度に比して非常に小さい。したがってジャイロの出力軸が x 軸方向を向くようにジャイロパッケージを組めば、 e_1, e_2 による誤差は減少できる。これはヨー, ピッチジャイロについては可能であるが、ロールジャイロについては不可能である。さらに今回はヨー軸方向の操舵基準は零に保たれたままであるので y 軸方向の加速度は z 軸方向の加速度より大きくなる。したがって、ロールジャイロにおいてはその出力軸を y 軸に、スピン軸を z 軸に一致させる。この場合、出力軸に垂直に作用する加速度の最大は $\sqrt{A_x^2 + A_z^2}$ となる。ヨー, ピッチジャイロにおいては、出力軸を x 軸に向ければよいので出力軸に垂直に作用する加速度の最大は $\sqrt{A_y^2 + A_z^2}$ となる。以上のことから、図56のようなジャイロパッケージが組める。このパッケージにおいて e_1, e_2 の影響の最大を見積ってジャイロ誤差を公式化すれば

$$\Delta \omega_x = e_0 + e_1 \sqrt{A_x^2 + A_z^2} + e_2 (A_x^2 + A_z^2) + e_s \omega_x \quad (6.22)$$

$$\Delta \omega_y = e_0 + e_1 \sqrt{A_y^2 + A_z^2} + e_2 (A_y^2 + A_z^2) + e_s \omega_y \quad (6.23)$$

$$\Delta \omega_z = e_0 + e_1 \sqrt{A_y^2 + A_x^2} + e_2 (A_y^2 + A_x^2) + e_s \omega_z \quad (6.24)$$

となる。

(2) 加速度計誤差

加速度計固有の誤差として

	誤差要素	記号	L_1 (レベル1)			L_2 (レベル2)			単位
			1段	2段	3段	1段	2段	3段	
機体諸元	燃焼率誤差	$\Delta \dot{m}$	± 2	± 2	± 2	± 1	± 1	± 1	%
	比推力誤差	ΔI_{SP}	± 2	± 2	± 2	± 1	± 1	± 1	%
	空気抵抗誤差	ΔC_x	± 20	± 20		± 10	± 10		%
	推力ミスアラインメント δ_{m_y}	δ_{m_y}	± 2	± 2	± 2	± 2	± 2	± 2	mRad
	メント δ_{m_z}	δ_{m_z}	± 2	± 2	± 2	± 2	± 2	± 2	mRad
風速	北方向風速の変動	ΔW	± 50			± 20			%
	東方向風速の変動		± 50			± 20			%

表6 誘導能力評価用機体機能誤差のモデル

- ϵ_b ……バイアス誤差
- ϵ_s ……スケールファクタ誤差
- ϵ_n ……非線形特性誤差

を取上げる³⁾。これらの要素によるロール、ヨー、ピッチ軸方向加速度計の出力誤差を $\Delta A_x, \Delta A_y, \Delta A_z$ とする。加速度計パッケージ (図57) においては、各加速度計の入力軸をそれぞれ x, y, z 軸方向に向けるだけでよい。その際の出力誤差は

$$\Delta A_x = \epsilon_b + \epsilon_s A_x + \epsilon_n A_x^2 \quad (6.25)$$

$$\Delta A_y = \epsilon_b + \epsilon_s A_y + \epsilon_n A_y^2 \quad (6.26)$$

$$\Delta A_z = \epsilon_b + \epsilon_s A_z + \epsilon_n A_z^2 \quad (6.27)$$

となる。

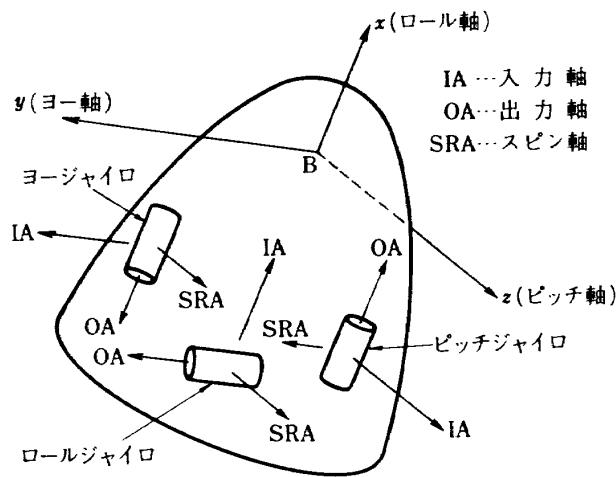


図 56 ジャイロパッケージ

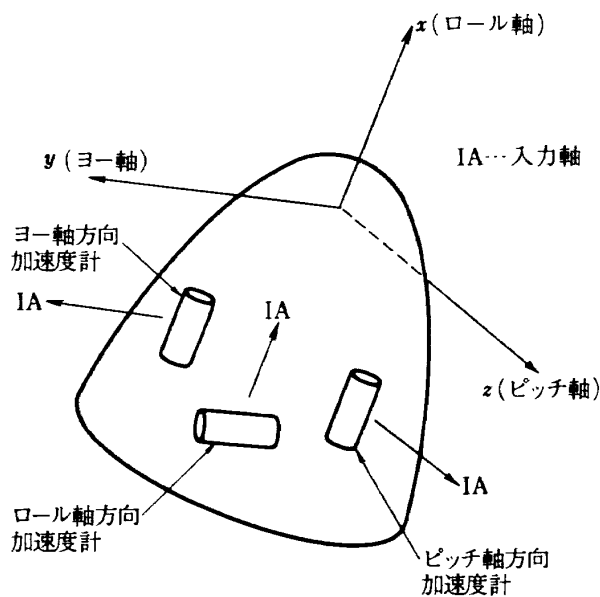


図 57 加速度計パッケージ

(3) 機器取付ミスアラインメント

ジャイロまたは加速度計の入力軸が飛翔体上に設定された基準軸方向と異なっていれば、これら機器の出力はミスアラインメントによる誤差を含む。すなわち、飛翔体上の x, y, z 軸方向の角速度 (または加速度) とは異なった値を検出する。スピン軸のオフセット角もミスアラインメントの要因となり、クロスカップリング誤差を誘発するが、ここではそれらを無視して、取付軸の影響のみを検討する。

図58において $d_{ij} (i, j = x, y, z, i \neq j)$ は j 軸まわりの i 軸のミスアラインメント角, $d_i (i = x, y, z)$ は i 軸の基準からの変位角であるとする。 d_{ij}, d_i は微小であるから

$$\cos d_i = 1 \quad (6.28)$$

$$\cos d_{ij} = 1 \quad (6.29)$$

$$\sin d_{ij} = d_{ij} \quad (6.30)$$

とおける。実際の機器取付軸 ($B-x_m y_m z_m$) を基準の機器取付軸 ($B-xyz$) に変換する行列を D_m とすれば、図58より

$$[x, y, z]^T = D_m [x_m, y_m, z_m]^T \quad (6.31)$$

$$D_m = \begin{bmatrix} 1 & -d_{yz} & d_{zy} \\ d_{xz} & 1 & -d_{zx} \\ -d_{xy} & d_{yx} & 1 \end{bmatrix} \quad (6.32)$$

となる。ここで $B-x_m y_m z_m$ は近似的に直交座標系とみなしている。

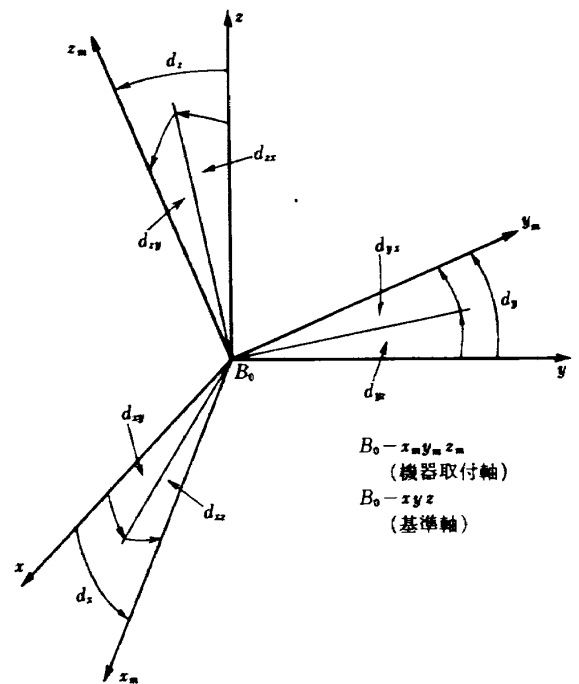


図 58 機器取付ミスアラインメント

まずジャイロ取付ミスアラインメントによる角速度誤差 $\delta\omega_x, \delta\omega_y, \delta\omega_z$ を求めると、

$$\begin{bmatrix} \delta\omega_x \\ \delta\omega_y \\ \delta\omega_z \end{bmatrix} = D_m \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = (D_m - I_m) \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (6.33)$$

のようになる。ここで I_m は単位行列である。本研究での飛翔体のミッションでは、 ω_x, ω_y の基準値は零、 ω_z の基準値は ω_0 である。(6.33)式の $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ に乗ぜられる $(D_m - I_m)$ は d_{ij} のみによる行列であり、これらの要素と ω_x および ω_y との積は誤差成分対誤差成分の積となる(2次変分)ので無視する。また ω_z との積も近似的に ω_0 との積とみなせるので(6.33)式は

$$\begin{bmatrix} \delta\omega_x \\ \delta\omega_y \\ \delta\omega_z \end{bmatrix} \approx (D_m - I_m) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{zy}\omega_0 \\ -d_{zx}\omega_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.34)$$

となり、ピッチ(z軸)のミスアラインメントのみが誤差要因となる。(6.34)式の d_{zy}, d_{zx} は

$$d_{zy}, d_{zx} < d_z \quad (6.35)$$

であるので、 d_{zy}, d_{zx} 自体の測定が困難な場合には d_z を測定し、ミスアラインメント角の尺度とする。いま、ジャイロミスアラインメント角を符号 e_m で表わし、 e_m は d_{zy}, d_{zx} の上限 d_z をとるものとすれば

$$\delta\omega_x = e_m \omega_0 \quad (6.36)$$

$$\delta\omega_y = -e_m \omega_0 \quad (6.37)$$

$$\delta\omega_z = 0 \quad (6.38)$$

となる。この3式をミスアラインメントによるジャイロ誤差の式とする。

加速度計取付ミスアラインメントによる加速度誤差 $\delta A_x, \delta A_y, \delta A_z$ もジャイロの場合と全く同様にして求められる。加速度の基準値は x 軸方向の A_0 のみを考えればよいから、 $A_x = A_0, A_y = A_z = 0$ として

$$\begin{bmatrix} \delta A_x \\ \delta A_y \\ \delta A_z \end{bmatrix} = (D_m - I_m) \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 \\ d_{zx}A_0 \\ -d_{xy}A_0 \end{bmatrix} \quad (6.39)$$

となる。 d_{zx}, d_{xy} はその上限が d_x であり、この d_x を加速度計取付ミスアラインメント ϵ_m とし、(6.39)式をロール軸(x 軸)の偏位角 ϵ_m で表わせば、

$$\delta A_x = 0 \quad (6.40)$$

$$\delta A_y = \epsilon_m A_0 \quad (6.41)$$

$$\delta A_z = -\epsilon_m A_0 \quad (6.42)$$

となる。

慣性機器系の誤差としてジャイロ、加速度計およびそれらの取付ミスアラインメントの誤差モデルを L_1, L_2 に分類して表7に示す。

6.2.4 計算系の誤差

計算系の主要素として、計算機(乗算器, 加算器, 積分器)およびプログラマ(ピッチレート, 加速度)がある(図26参照)。これらの誤差は種々分類できるが、ここでは誘導精度の評価手法を主目的にしているために計算系の詳細な誤差解析よりも慣性機器の誤差要素との関連を論ずるのに必要最小限の誤差仕様を取りあげる。

(1) 計算機誤差

乗算器, 加算器, 積分器の誤差として温度に依存する項のみを取り上げることとする。計算機の温度制御は基準の $\pm 10^\circ\text{C}$ 以内に保たれているとして、計算系の誤差値を求める。

計算機誤差は加速度計バイアス誤差に換算して用いる

表7 慣性機器系の誤差モデル

			L_1 (レベル1)	L_2 (レベル2)	単位
ジャイロ	加速度不感ドリフト	e_0	1.0	0.1	($^\circ/\text{h}$)
	加速度比例ドリフト	e_1	1.0	0.2	($^\circ/\text{h}/\text{g}$)
	加速度自乗比例ドリフト	e_2	0.2	0.05	($^\circ/\text{h}/\text{g}^2$)
	スケールファクタ誤差	e_s	0.1	0.01	($\%$)
	取付ミスアラインメント	e_m	1×10^{-3}	2×10^{-4}	Rad
加速度計	バイアス誤差	ϵ_b	1×10^{-3}	1×10^{-4}	(g)
	スケールファクタ誤差	ϵ_s	0.05	0.01	($\%$)
	非線形特性誤差	ϵ_n	1×10^{-4}	5×10^{-5}	(g/g^2)
	取付ミスアラインメント	ϵ_m	1×10^{-3}	2×10^{-4}	Rad

ことにする。この手法自体は厳密性を欠くものであり、評価値そのものは解として不相当であるかもしれないが、各計算機要素の誤差による誘導誤差と慣性機器誤差による誘導誤差とを比較検討するには十分役割を果たし得る。計算機要素が取扱う加速度として、図26より $A_x, A_x - A_0, \Delta\theta A_0, A_y, A_z$ 等がある。これらのうちで A_x の積分は加速度計の内部でなされるものとみなして積分器誤差の解析対象からはずす。加算器出力 ($A_x - A_0$) の値は加速計誤差 ($10^{-2} g$ 以下) と加速度プログラム誤差 (1% 以下を想定) の影響度のオーダーであるので、($A_x - A_0$) のオーダーは高々 0.1 g である。 A_0 の最大値は図21より約 7 g である。また図51は $\Delta\theta$ の最も顕著な部分を示しているが、これより $\Delta\theta$ の最大は 1 deg くらいであるので $\Delta\theta A_0$ の最大は 0.12 g となる。 A_0 の y, z 方向成分としての A_y, A_z は、表5の δ_z が 0.035 rad であるので、最大 0.2 g くらいになる。なお y, z 方向の空気抵抗力は式(4.15), (4.16)に図11, 図47, 図49, 表1の各値を代入すれば求められるが、その力は最大 0.08 g くらいである。よって計算機各要素のフルスケール電圧を $\pm 10V$ とし、この 10V を 0.3 g に対応させて、乗算器、加算器、積分器の誤差を加速度誤差に換算する。この対応条件下で以下の計算手順に従って換算値を求める。

各要素の誤差仕様として

乗算器 温度ドリフト = 3mV/°C

加算器 温度ドリフト = 3μV/°C

積分器 温度ドリフト = 0.1mV/°C

とする。温度変動 $\pm 10^\circ C$, フルスケール電圧 $\pm 10V$ (0.3 g に相当) における各要素の誤差は、乗算器の場合には

$$3 \times 10^{-3} \times (0.3/10) = 0.9 \times 10^{-3} g \quad (6.43)$$

となり、加算器の場合は

$$3 \times 10^{-6} \times 10 \times (0.3/10) = 0.9 \times 10^{-6} g \quad (6.44)$$

となり、積分器の場合は

$$0.1 \times 10^{-3} \times 10 \times (0.3/10) = 0.3 \times 10^{-4} g \quad (6.45)$$

となる。これは各要素 1 個当たりの誤差値であり、要素の個数が n 倍になれば誤差の量も n 倍になると単純に仮定する。上記の各誤差のうち、加算器誤差の影響は他の要素 (乗算器、積分器) に比しても、加速度計バイアス誤差に比しても非常に小さく、実際にこの値で誘導誤差を計算してもほとんど問題にならないので無視する。計算機各要素が処理する諸量は必ずしも加速度だけでないことは図26を見ても明白であるが、ここでは(6.43), (6.44), (6.45)の各式で求められた値に相当する加速度誤差が加速度計出力に現われると仮定している。

(2) プログラム誤差

慣性機器 (ジャイロ, 加速度計) の出力の基準値は時々刻々プログラマから与えられる。(図26参照) 基準値はプログラマの中にあらかじめ設定されているが、プログラマの動作が完全でなければその出力は設定値と異なる。この相異をプログラマ誤差とよぶ。ピッチレートプログラマ誤差が 0.1% あるとすれば

$$\omega_{ac} = \omega_n (1 \pm \frac{0.1}{100}) = \omega_n (1 \pm 0.001) \quad (6.46)$$

ω_n ……基準値

ω_{ac} ……実際のプログラマ出力

となり、プログラマ出力は基準値に 0.001 を乗じた値だけ異なる。 ω_{ac} を ω_n とみなして誘導系で用いるので当然誘導誤差に影響する。加速度プログラマについても全く同様に考えればよい。

6.3 誘導誤差の評価

誘導誤差の要因となる誤差のモデルを前節に示したが、ここではこれらのモデルを各誘導系 ($\alpha = 1, 2, 3, 4$) に適用して誘導誤差を計算し、誘導能力および誘導装置の評価を行なう。各誘導誤差は飛翔位置での高度方向 (Local Vertical), 東 (East) 方向, 北 (North) 方向の速度・距離誤差 ($\Delta V_x, \Delta V_y, \Delta V_z, \Delta R_x, \Delta R_y, \Delta R_z$) を用いる。これらの速度誤差, 距離誤差の総計 $\Delta V, \Delta R$ は

$$\Delta V = \sqrt{\Delta V_x^2 + \Delta V_y^2 + \Delta V_z^2} \quad (6.47)$$

$$\Delta R = \sqrt{\Delta R_x^2 + \Delta R_y^2 + \Delta R_z^2} \quad (6.48)$$

となる。

飛翔体のモデルは 3 段式ロケットであり、機体諸元および外部環境の影響は各段で統計的に独立とする。さらにそれらの誤差がランダム変動成分の 2 乗平均であると仮定しているため、それらの影響による誘導精度の評価には各段の誘導誤差の RSS (Root Sum Square) を使う。すなわち、第 1, 2, 3 段の高度方向速度誤差が $\Delta V_{v1}, \Delta V_{v2}, \Delta V_{v3}$ となれば、 ΔV_v は

$$\Delta V_v = \sqrt{\Delta V_{v1}^2 + \Delta V_{v2}^2 + \Delta V_{v3}^2} \quad (6.49)$$

とする。他の 5 つの誘導誤差成分についても同様である。一方誘導装置は各段共通して同一のものを使用しているため、慣性機器系および計算系の各要素は第 1, 2, 3 段とも同じである。しかし、慣性機器はロール (x), ヨー (y), ピッチ (z) 軸方向に各 2 個 (ジャイロ 1 個, 加速度計 1 個) 取り付けられており、各機器系の 3 出力はすべて独立である。よって各軸の機器誤差による誘導誤差の RSS 評価を行なう。いま、3 軸 (x, y, z) 方向のある機器誤差要素による ΔV_v をそれぞれ $\Delta V_{vx}, \Delta V_{vy}, \Delta V_{vz}$ とすれば、この場合の ΔV_v は

$$\Delta V_v = \sqrt{\Delta V_{vx}^2 + \Delta V_{vy}^2 + \Delta V_{vz}^2} \quad (6.50)$$

とする。

さらに、各誤差要因別による誘導誤差を使って、それらの要因に関するRSSを計算すれば、 $\Delta R_i, \Delta V_i$ ($i = v, e, n$)の総合(RSS)値となる。これは各誤差要因が互いに独立であるためである。

以上の評価手法に基いて、まず機体機能と誘導装置の評価を行ない、それからこの結果を使って誘導装置の総合評価を行なう。なお、評価はすべて誘導終了時点(発射後341sec)においてなされるものとする。

6.3.1 誘導能力の評価

2種の誤差モデル L_1, L_2 (レベル1, 2) に対するシミュレーション結果を表8, 9に示す。これより4種の誘導系の能力が明らかになる。 $\alpha - 2$ は $\alpha - 1$ に比較して比推力(I_{SP}), 空気抵抗係数(C_x)等の機軸方向の加速度誤差を修正する能力を有しており(図23,表3), $\Delta I_{SP}, \Delta C_x$ による誘導誤差が著しく減少している。また、 $\alpha - 3$ は $\alpha - 2$ に比較して揚力, 横すべり力, 推力ミスアライメント成分等の機軸に直角な方向の加速

度誤差を修正する能力を有する(図24,表3)ので、風速変動および $\delta_{m,y}, \delta_{m,z}$ による誘導誤差は著しく小さくなっている。しかし、 $\alpha - 2, 3$ のもつ推力切り機能は単に機軸方向の慣性加速度(A_x)の積分値によって実行されるから、速度ベクトルの方向を修正する能力を有していない。特に飛翔体の姿勢が極端に変わったり、燃焼率推定誤差 $\Delta \dot{m}$ のように A_x が所定の値に達するまでに消費される燃料がほとんど変わらないような誤差要素の場合には、通常の推力切り方式では十分な機能を果し得ない。これは表8, 9の $\Delta \dot{m}$ による誘導誤差は、 $\alpha - 1$ と $\alpha - 2, 3$ とでほとんど変わっていないことから明らかである。そして $\alpha - 4$ はそのような誤差による影響を修正する能力を有することもわかる。

以上のことから、4種の各誘導系は各々顕著な特徴をもっており、機体諸元推定誤差と関連させて誘導系のトレードオフを行なうのに好都合なモデルであるといえる。

6.3.2 誘導装置の精度評価

ジャイロ, 加速度計の各誤差モデル L_1 の値を各誘導

誘導誤差 誤差要因		速度誤差 (m/sec)				距離誤差 (km)			
		ΔV_v	ΔV_e	ΔV_n	ΔV	ΔR_v	ΔR_e	ΔR_n	ΔR
$\alpha - 1$	$\Delta \dot{m} = \pm 2\%$	8.57	6.49	1.16	10.81	2.89	0.17	1.64	3.30
	$\Delta I_{SP} = \pm 2\%$	52.56	58.14	10.92	79.14	11.23	1.08	10.82	15.63
	$\Delta C_x = \pm 20\%$	24.29	11.79	2.96	27.16	5.88	0.36	3.60	6.90
	$\delta_m = \pm 2\text{mRad}$	21.60	3.49	21.72	30.83	2.54	2.50	0.73	3.64
	$\Delta W = \pm 50\%$	0.03	6.51	0.22	6.51	0.51	0.27	2.15	2.22
	総合(RSS)	62.39	60.13	24.52	90.06	13.26	2.77	11.74	17.92
$\alpha - 2$	$\Delta \dot{m} = \pm 2\%$	8.52	6.87	1.23	11.01	2.82	0.17	1.73	3.31
	$\Delta I_{SP} = \pm 2\%$	7.72	4.72	0.88	9.08	2.39	0.13	1.38	2.76
	$\Delta C_x = \pm 20\%$	1.43	2.37	0.43	2.80	0.85	0.03	0.42	0.95
	$\delta_m = \pm 2\text{mRad}$	21.60	3.49	21.72	30.83	2.54	2.50	0.73	3.64
	$\Delta W = \pm 50\%$	0.03	6.51	0.22	6.51	0.51	0.27	2.15	2.22
	総合(RSS)	24.51	11.39	21.78	34.70	4.59	2.52	3.20	6.14
$\alpha - 3$	$\Delta \dot{m} = \pm 2\%$	8.94	9.68	1.47	13.26	3.24	0.19	2.52	4.11
	$\Delta I_{SP} = \pm 2\%$	7.22	6.58	1.51	9.88	2.63	0.19	1.98	3.30
	$\Delta C_x = \pm 20\%$	2.52	3.66	0.67	4.50	1.18	0.06	0.63	1.34
	$\delta_m = \pm 2\text{mRad}$	0.42	0.13	0.07	0.45	0.08	0.02	0.08	0.12
	$\Delta W = \pm 50\%$	0.13	0.11	0.06	0.18	0.09	0.01	0.10	0.13
	総合(RSS)	11.77	12.26	2.21	17.14	4.34	0.28	3.27	5.44
$\alpha - 4$	$\Delta \dot{m} = \pm 2\%$	2.00	0.87	1.14	2.45	1.27	0.23	1.83	2.24
	$\Delta I_{SP} = \pm 2\%$	1.55	0.53	0.64	1.76	0.95	0.12	1.49	1.77
	$\Delta C_x = \pm 20\%$	0.65	0.43	0.12	0.78	0.49	0.03	0.33	0.59
	$\delta_m = \pm 2\text{mRad}$	0.42	0.13	0.07	0.45	0.08	0.02	0.08	0.12
	$\Delta W = \pm 50\%$	0.13	0.11	0.06	0.18	0.09	0.01	0.10	0.13
	総合(RSS)	2.65	1.12	1.32	3.15	1.66	0.26	2.39	2.92

表8 機体機能(L_1)における誘導誤差

系モデルに適用して誘導誤差を計算した結果を表10,11に示す。誘導誤差と各誤差要因(例へば e_0, e_1, \dots)との関係は、質点運動の場合には比例関係になる³⁾が、制御機能を含む剛体運動の場合には5~10%程度の精度で比例関係が成立することがシミュレーションによって明らかになったのでこの表10,11は L_2 の場合にも使える。すなわち、 e_0 の値は L_1 で1.0(°/h)、 L_2 で0.1(°/h)である(表7)が、この e_0 による ΔV_0 の値は L_1 の場合には3.49 m/sec(表10)となっているので、 L_2 の場合の e_0 による ΔV_0 は $3.49 \times 0.1 / 1.0 = 0.35$ m/secとすればよい。ジャイロは誘導方式にかかわらず各モデルで3個使用しているために、ジャイロ誤差による誘導誤差は各誘導系で同一の値となる。加速度計誤差の影響については、 $\alpha-1$ では使用個数が零であるため誘導誤差は現われないが、 $\alpha-2$ では1個、 $\alpha-3, 4$ では3個使っているために後者の方が前者より顕著に誘導誤差が現われていることがわかる。計算系の誤差による誘導誤差は6.2.3節での手法に従って、次の4種の誤差

- E_m ……乗算器誤差
- E_i ……積分器誤差
- E_p ……ピッチレートプログラマ誤差
- E_a ……加速度プログラマ誤差

より求める。この計算結果を表12に示す。これより計算系誤差の影響については慣性機器系の場合と同様に部品個数(表2)の増大と共に誘導誤差が増大していることがわかる。

以上のように、誘導装置による誘導誤差は機器系、計算系ともに $\alpha-1 \rightarrow \alpha-4$ と順に顕著になるが、一方誘導の効果も顕著になる(誘導能力の向上)ので、誘導装置の精度評価は総合的に行なう必要がある。

6.3.3 誘導装置の総合評価

誘導装置の要求精度はミッションの許容誘導誤差に応じて決定しているが、その際機体機能の影響も同時に考慮しなければならない。すなわち、誘導誤差が誘導装置の精度よりも機体機能により多く依存している場合には、機体機能を向上させる方がより効果的であるし、その逆の場合には誘導装置の高精度化を進める必要がある。

誘導誤差 誤差要因		速度誤差 (m/sec)				距離誤差 (km)			
		ΔV_0	ΔV_e	ΔV_m	ΔV	ΔR_0	ΔR_e	ΔR_m	ΔR
$\alpha-1$	$\Delta \dot{m} = \pm 1\%$	4.29	3.24	0.58	5.41	1.43	0.08	0.82	1.65
	$\Delta I_{SP} = \pm 1\%$	26.28	29.07	5.46	39.57	5.61	0.54	5.41	7.81
	$\Delta C_x = \pm 10\%$	12.14	5.90	1.48	13.58	2.94	0.18	1.80	3.45
	$\delta_m = \pm 2$ mRad	21.60	3.49	21.72	30.83	2.54	2.50	0.73	3.64
	$\Delta W = \pm 20\%$	0.07	2.45	0.05	2.46	0.18	0.11	0.82	0.84
	総合(RSS)	36.37	30.14	22.45	52.31	6.97	2.57	5.86	9.46
$\alpha-2$	$\Delta \dot{m} = \pm 1\%$	4.26	3.44	0.62	5.51	1.41	0.08	0.87	1.66
	$\Delta I_{SP} = \pm 1\%$	3.86	2.36	0.44	4.54	1.19	0.07	0.69	1.38
	$\Delta C_x = \pm 10\%$	0.72	1.18	0.21	1.40	0.42	0.01	0.21	0.47
	$\delta_m = \pm 2$ mRad	21.60	3.49	21.72	30.83	2.54	2.50	0.73	3.64
	$\Delta W = \pm 20\%$	0.07	2.45	0.05	2.46	0.18	0.11	0.82	0.84
	総合(RSS)	22.36	6.08	21.73	31.77	3.17	2.50	1.58	4.34
$\alpha-3$	$\Delta \dot{m} = \pm 1\%$	4.47	4.84	0.74	6.63	1.62	0.09	1.26	2.05
	$\Delta I_{SP} = \pm 1\%$	3.61	3.29	0.76	4.94	1.32	0.10	0.99	1.65
	$\Delta C_x = \pm 10\%$	1.26	1.83	0.34	2.25	0.59	0.03	0.31	0.67
	$\delta_m = \pm 2$ mRad	0.42	0.13	0.07	0.45	0.08	0.02	0.08	0.12
	$\Delta W = \pm 20\%$	0.10	0.13	0.03	0.17	0.05	0.00	0.02	0.06
	総合(RSS)	5.90	6.13	1.12	8.58	2.17	0.14	1.63	2.72
$\alpha-4$	$\Delta \dot{m} = \pm 1\%$	1.00	0.43	0.57	1.23	0.64	0.12	0.91	1.12
	$\Delta I_{SP} = \pm 1\%$	0.78	0.26	0.32	0.88	0.47	0.06	0.75	0.89
	$\Delta C_x = \pm 10\%$	0.32	0.21	0.06	0.39	0.24	0.02	0.16	0.29
	$\delta_m = \pm 2$ mRad	0.42	0.13	0.07	0.45	0.08	0.02	0.08	0.12
	$\Delta W = \pm 20\%$	0.10	0.13	0.03	0.17	0.05	0.00	0.02	0.06
	総合(RSS)	1.38	0.57	0.66	1.63	0.83	0.14	1.19	1.47

表9 機体機能(L_2)における誘導誤差

誘導誤差 誤差要因		速度誤差 (m/sec)				距離誤差 (km)			
		ΔV_x	ΔV_y	ΔV_z	ΔV	ΔR_x	ΔR_y	ΔR_z	ΔR
e_0	=1.0 (°/h)	3.49	1.54	3.59	5.24	0.55	0.28	0.56	0.83
e_1	=1.0 (°/h/g)	0.01	0.35	3.56	3.58	0.00	0.05	0.53	0.53
e_2	=0.2 (°/h/g ²)	0.00	0.06	0.72	0.72	0.00	0.01	0.10	0.11
e_3	=0.1 (%)	5.02	2.24	0.46	5.52	0.87	0.50	0.05	1.00
e_m	=1.0 (mRad)	0.00	0.52	5.31	5.34	0.00	0.09	0.94	0.94
総合 (RSS)		6.11	2.79	7.38	9.99	1.03	0.58	1.22	1.69

表 10 ジャイロ誤差 (L_1)による誘導誤差 ($\alpha = 1, 2, 3, 4$)

誘導誤差 誤差要因		速度誤差 (m/sec)				距離誤差 (km)			
		ΔV_x	ΔV_y	ΔV_z	ΔV	ΔR_x	ΔR_y	ΔR_z	ΔR
$\alpha - 2$	$\epsilon_b = 1 \times 10^{-3}$ (g)	1.21	1.27	0.27	1.78	0.22	0.28	0.03	0.36
	$\epsilon_s = 0.05$ (%)	1.76	2.11	0.41	2.78	0.32	0.40	0.04	0.51
	$\epsilon_a = 1 \times 10^{-4}$ (g/g ²)	1.07	1.43	0.29	1.81	0.25	0.30	0.03	0.39
	$\epsilon_m = 1.0$ (mRad)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	総合 (RSS)	2.39	2.85	0.57	3.76	0.46	0.57	0.06	0.74
$\alpha - 3$ $\alpha - 4$	$\epsilon_b = 1 \times 10^{-3}$ (g)	1.59	1.55	1.79	2.85	0.32	0.42	0.40	0.67
	$\epsilon_s = 0.05$ (%)	1.76	2.11	0.41	2.78	0.32	0.40	0.04	0.51
	$\epsilon_a = 1 \times 10^{-4}$ (g/g ²)	1.07	1.43	0.29	1.81	0.25	0.30	0.03	0.39
	$\epsilon_m = 1.0$ (mRad)	4.31	2.83	5.85	7.80	0.89	0.79	1.21	1.69
	総合 (RSS)	5.03	4.11	6.14	8.94	1.03	1.02	1.28	1.93

表 11 加速度計誤差 (L_2)による誘導誤差

誘導誤差 誤差要因		速度誤差 (m/sec)				距離誤差 (km)			
		ΔV_x	ΔV_y	ΔV_z	ΔV	ΔR_x	ΔR_y	ΔR_z	ΔR
$\alpha - 1$	$E_m = 3$ (mV/°C)	—	—	—	—	—	—	—	—
	$E_l = 0.1$ (mV/°C)	—	—	—	—	—	—	—	—
$\alpha - 2$	$E_p = 0.05$ (%)	2.52	1.12	0.23	2.76	0.44	0.24	0.02	0.50
	$E_a = 0.2$ (%)	—	—	—	—	—	—	—	—
	総合 (RSS)	2.52	1.12	0.23	2.76	0.44	0.24	0.02	0.50
$\alpha - 3$	$E_m = 3$ (mV/°C)	1.43	1.40	1.61	2.57	0.29	0.38	0.36	0.60
	$E_l = 0.1$ (mV/°C)	0.06	0.06	0.06	0.10	0.01	0.02	0.02	0.03
	$E_p = 0.05$ (%)	2.52	1.12	0.23	2.76	0.44	0.24	0.02	0.50
	$E_a = 0.2$ (%)	—	—	—	—	—	—	—	—
	総合 (RSS)	2.90	1.79	1.63	3.77	0.53	0.45	0.36	0.78
$\alpha - 4$	$E_m = 3$ (mV/°C)	1.43	1.40	1.61	2.57	0.29	0.38	0.36	0.60
	$E_l = 0.1$ (mV/°C)	0.06	0.06	0.06	0.10	0.01	0.02	0.02	0.03
	$E_p = 0.05$ (%)	2.52	1.12	0.23	2.76	0.44	0.24	0.02	0.50
	$E_a = 0.2$ (%)	3.10	2.12	0.54	3.79	0.66	0.68	0.07	0.95
	総合 (RSS)	4.24	2.78	1.71	5.35	0.84	0.82	0.37	1.23

表 12 計算系の誤差による誘導誤差

機体機能 L_1, L_2 および誘導装置 L_1, L_2 による 4通りの組合せについて $\Delta V, \Delta R$ を計算 (総合評価) した例を表 13 に示す。誘導装置誤差が総合誤差に与える影響が $\alpha-1, 2$ では非常に小さいのに対し, $\alpha-3, 4$ では相当の比率を占めている。したがって $\alpha-1, 2$ では高精度の誘導装置を用いても余り効果はない。一方,

$\alpha-3, 4$ では誘導装置の高精度化 ($L_1 \rightarrow L_2$) の効果が明確になっている。

誘導装置の部品個数が多くなれば, それによる誘導誤差はそれだけ大きくなるが, 機体の誘導・制御機能はそれだけ良好に出きる可能性があるので誘導能力はそれだけ向上する。表 13 の各組合せ $L_{11}, L_{12}, L_{21}, L_{22}$

組合せ	誘導誤差 誤差モデル	$\alpha-1$		$\alpha-2$		$\alpha-3$		$\alpha-4$	
		ΔV	ΔR	ΔV	ΔR	ΔV	ΔR	ΔV	ΔR
L_{11}	機体機能 L_1	90.06	17.12	34.70	6.14	17.14	5.44	3.15	2.92
	誘導装置 L_1	10.36	1.76	11.03	1.91	13.93	2.68	14.43	2.84
	総合 (RSS)	90.65	18.01	36.41	6.43	22.09	6.06	14.77	4.07
L_{12}	機体機能 L_1	90.06	17.92	34.70	6.14	17.14	5.44	3.15	2.92
	誘導装置 L_2	3.14	0.56	3.32	0.60	4.49	0.92	5.88	1.32
	総合 (RSS)	90.11	17.93	34.86	6.17	17.72	5.52	6.67	3.20
L_{21}	機体機能 L_2	52.31	9.46	31.77	4.34	8.58	2.72	1.63	1.47
	誘導装置 L_1	10.36	1.76	11.03	1.91	13.93	2.68	14.43	2.84
	総合 (RSS)	53.33	9.62	33.63	4.74	16.36	3.82	14.52	3.20
L_{22}	機体機能 L_2	52.31	9.46	31.77	4.34	8.58	2.72	1.63	1.47
	誘導装置 L_2	3.14	0.56	3.32	0.60	4.49	0.92	5.88	1.32
	総合 (RSS)	52.40	9.48	31.94	4.38	9.68	2.87	6.10	1.98

表 13 誘導装置の総合評価

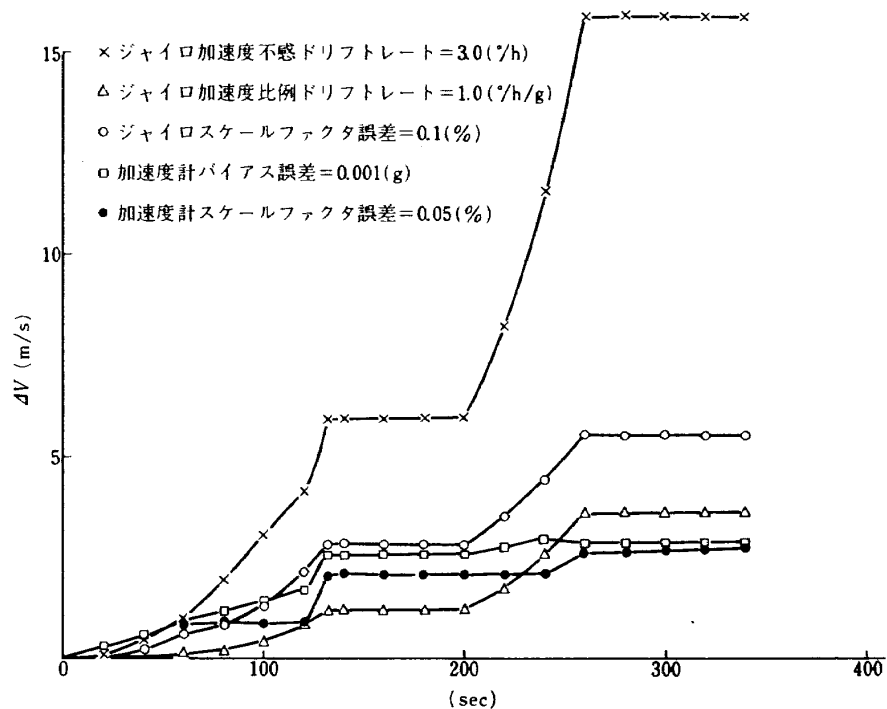


図 5.9 慣性機器誤差による速度誤差 ΔV の時間的推移

において $\alpha-1 \rightarrow \alpha-4$ と順に誘導誤差 ΔV 、 ΔR は小さくなっており、誘導の効果がはっきり現われている。誘導誤差の時間的推移の1例として慣性機器誤差による速度誤差および距離誤差を図59、図60に示す。これらの図より、コースティング（惰性飛行）中は機器（ジャイロ、加速度計）出力を使わないのでそれらの誤差による飛翔体の加速度誤差は零、したがってその積分値（速度誤差）は一定であるが、距離誤差（速度誤差の積分値）は時間と共に増加していることがわかる。

7 結 論

慣性誘導系の誘導精度をシミュレーションによって定量的に評価する一手法を確立するとともに、飛翔体の運動特性、制御特性を求める一手法をも確立し、かつそれらの手法を用いた定量的評価の1例を示すことができた。

シミュレーションプログラムにおいては、3次元6自由度の剛体運動を用いることによって姿勢制御機能を含んだ状態でのトラジェクトリシミュレーションが可能であり、数値計算結果として図41～図44に示すように回転運動に関連する特性が顕著に現われている。本研究での誘導系（ α -誘導系）の特徴として(i)航法計算を行わない(ii)ピッチレートプログラムを基軸とした振動行列誘導法である(iii)ストラップダウン方式である(iv)誘導計算は機体軸で行なわれること等があげられる。他の飛翔

体ミッションの場合にもここでの手法を使って誘導制御系の諸係数を決定し、系のシミュレーションおよび評価を行なうことができる。

誘導制御系の諸係数を決定する際は、「系が安定になる」ことを基準にして数学的モデルとしては系の実状に即した値を求めたのであるが、これらの値を若干変動させても系の安定特性には影響しないようになっている。このように諸係数値に適当な変動幅をもたせることは系全体の構成を考える時に重要である。なぜならば、そのような時点では、他の要素、特性との関連において誘導制御系の諸係数をも決めることになるので、全く変動幅のない状態では系の構成に必要な係数の決定が困難になるからである。

本研究では、振動行列誘導系を近似化したモデル（ $\alpha-1, 2, 3, 4$ 誘導系）の定量的評価を行なったのであるが、この結果は誘導装置の設計に関して次の留意事項を与えている。

(1) 誘導装置の必要精度はミッションの要求精度に即して、誘導能力との関連において決められるべきであり、必要以上の高精度化は無意味なOVER DESIGNとなるばかりでなく、重量、容量、価格、信頼性等に関して逆効果にさえなり得る。

(2) 機体諸元誤差の影響は誘導能力の向上（ $\alpha-1 \rightarrow \alpha-4$ ）によって低減できるが、その際の部品個数は増

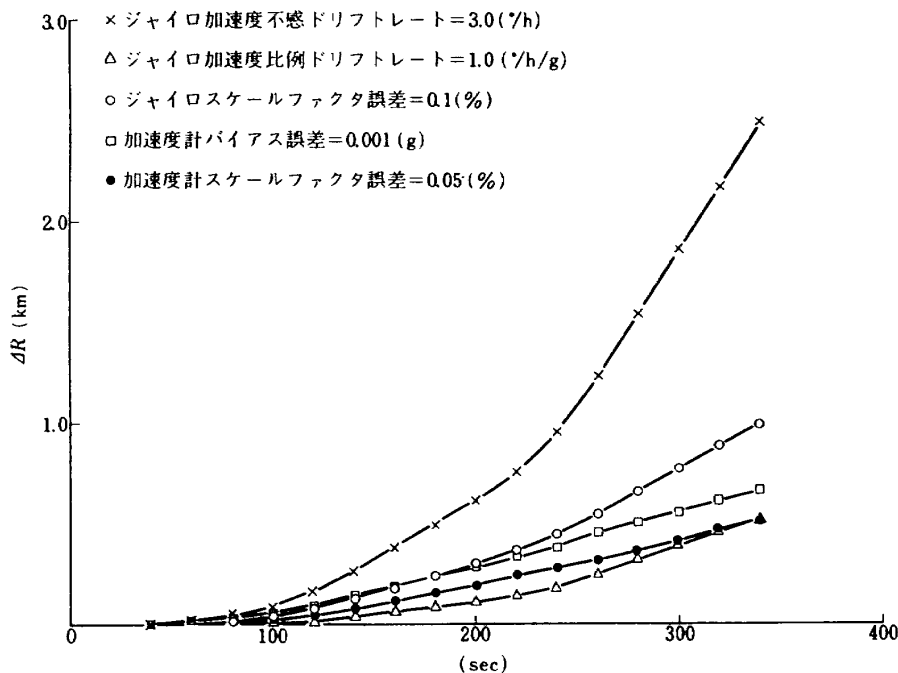


図 60 慣性機器誤差による距離誤差 ΔR の時間的推移

え、それによる誘導誤差は増大するので、 α に限らず各種の誘導系の仕様決定段階では系全体の総合誘導誤差の低減を基本とした誘導系の評価を行なうべきである。

(3) ミッションの許容精度が誘導系のモデルによって変らなければ、重量、容量等からして部品個数の少ない誘導装置を使った方がよい。

本報告は、誘導系の構成に必要なSYNTHESISの手法を与えるものであって、細部のANALYSIS、例えば誘導の最適性や計算技術等、については触れていないが、ここで導かれた手法・手順は今後振動行列誘導系を採用する際のシミュレーション解析に役立つであろう。

付 録

本文に関連する事項として、姿勢基準計算および推力打ち切り誤差について若干の考察を行なう。以下に使用する記号は、とくに説明がないかぎり本文中の記号と全く同じ意味を有するものとする。

付録1 姿勢基準計算の考察

本研究でのシミュレーションプログラムでは、姿勢の表示にオイラー角を用いなくてB座標系とI座標系を直接関係づける方向余弦行列 C_{IB} を用いている。飛翔体の姿勢運動を論じたり、操舵計算を行なう場合にはオイラー角表示を用いた方が便利な場合もあり得るので、以下に C_{IB} と関連づけた考察をする。

いま、オイラー角変換を図A1のようにとれば、オイラー角 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 の時間微分 $\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dot{\phi}_3$ は

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \dot{\phi}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\phi_3 \sec\phi_2 & 0 & \cos\phi_3 \sec\phi_2 \\ \cos\phi_3 & 0 & \sin\phi_3 \\ \sin\phi_3 \tan\phi_2 & 1 & -\cos\phi_3 \tan\phi_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

となる。この式を数値計算で解けば、1回のループを計算するごとにSINE, COSINE等の標準関数を用いる必要があるし、 $\phi_2 = (\pi/2)(2k+1)$ ($k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) で特異点を持つので座標軸の選択に注意をはらう必要がある。しかるに、 C_{IB} と飛翔体角速度 ω とを関係づける微分方程式

$$\dot{C}_{IB} = C_{IB} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

を数値計算で解く場合には、上述の2つの難点を回避することができる。行列 C_{IB} の各成分とオイラー角は

$$C_{IB} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\phi_1 c\phi_3 - s\phi_1 s\phi_2 s\phi_3 & -s\phi_1 c\phi_2 & c\phi_1 s\phi_3 + s\phi_1 s\phi_2 c\phi_3 \\ s\phi_1 c\phi_3 + c\phi_1 s\phi_2 s\phi_3 & c\phi_1 c\phi_2 & s\phi_1 s\phi_3 - c\phi_1 s\phi_2 c\phi_3 \\ -c\phi_2 s\phi_3 & s\phi_2 & c\phi_2 c\phi_3 \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

なる関係で表わされる。ここで $c\phi_1, s\phi_1$ 等はそれぞれ $\cos\phi_1, \sin\phi_1$ 等を示すものとする。オイラー角が必要なときは、(1.3)式より

$$\phi_1 = -\tan^{-1}(C_{12}/C_{22}) \quad (1.4)$$

$$\phi_2 = \sin^{-1} C_{32} \quad (1.5)$$

$$\phi_3 = -\tan^{-1}(C_{31}/C_{33}) \quad (1.6)$$

によって求めればよい。ただし、 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 の範囲が $\pm\pi/2$ 以内でない場合は行列の各成分より事象を判別しなければならない。

さて、(1.2)式をテイラー展開の1次近似で表わした場合には、 t_{n+1} 時の C_{IB} は

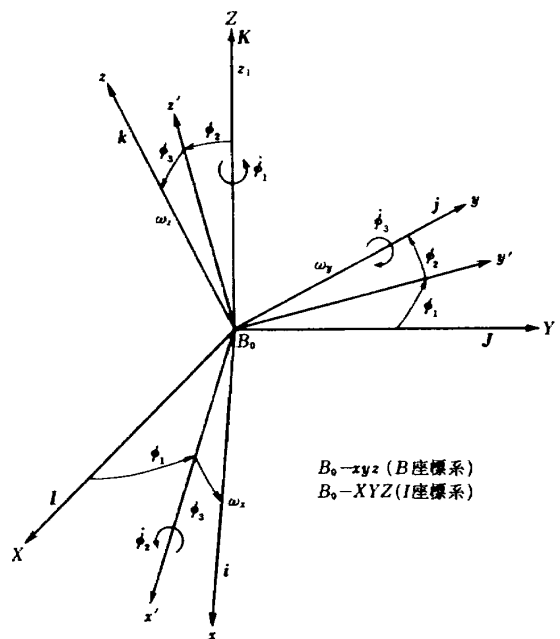
$$\begin{aligned} C_{IB}(t_{n+1}) &= C_{IB}(t_n) + \Delta C_{IB}(t_n) \\ &= C_{IB}(t_n) [I_n + \Delta\Phi(t_n)] \\ &= \dots\dots\dots \\ &= C_{IB}(t_0) \prod_{j=0}^n [I_n + \Delta\Phi(t_j)] \quad (1.7) \end{aligned}$$

となる。ここで $\Delta\Phi(t_i)$ は

$$\begin{aligned} \Delta\Phi(t_i) &= \begin{bmatrix} 0 & -\Delta\theta_z(t_i) & \Delta\theta_y(t_i) \\ \Delta\theta_z(t_i) & 0 & -\Delta\theta_x(t_i) \\ -\Delta\theta_y(t_i) & \Delta\theta_x(t_i) & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \Delta t \quad (1.8) \end{aligned}$$

である。(1.7), (1.8)式より C_{IB} の計算値は、 x, y, z 軸まわりの微小回転角 $\Delta\theta_x(t_i), \Delta\theta_y(t_i), \Delta\theta_z(t_i)$ からなる行列の積であるといえる。同様に、(1.1)式をテイラー展開の1次近似で表わせば

$$\begin{bmatrix} \Delta\phi_1(t_n) \\ \Delta\phi_2(t_n) \\ \Delta\phi_3(t_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\phi_3 \sec\phi_2 & 0 & \cos\phi_3 \sec\phi_2 \\ \cos\phi_3 & 0 & \sin\phi_3 \\ \sin\phi_3 \tan\phi_2 & 1 & -\cos\phi_3 \tan\phi_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta\theta_x(t_n) \\ \Delta\theta_y(t_n) \\ \Delta\theta_z(t_n) \end{bmatrix} \quad (1.9)$$



図A1 オイラー角によるI-B座標変換

となる。これは入力 $\Delta\theta_x, \Delta\theta_y, \Delta\theta_z$ をオイラー角によって変換された座標軸(中間座標軸を含む)に関して分解することになるから、上記の行列は直交行列ではない。それゆえ

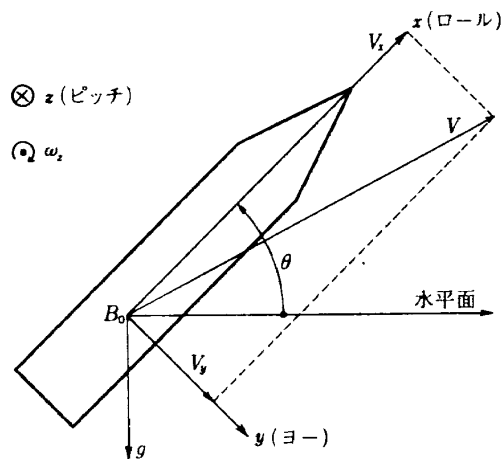
$$\begin{bmatrix} \phi_1(t_{n+1}) \\ \phi_2(t_{n+1}) \\ \phi_3(t_{n+1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1(t_n) \\ \phi_2(t_n) \\ \phi_3(t_n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta\phi_1(t_n) \\ \Delta\phi_2(t_n) \\ \Delta\phi_3(t_n) \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

は互いに直交した軸に関する積分ではないが、(1.10)式によって求められる t_{n+1} 時のオイラー角は(1.3)式によって C_{IB} の各成分と関係づけられるので、(1.1)式を解くこととは数学的に同等の操作であるといえる。ただ、積分する軸が異なっているに過ぎない。しかし、(1.1)式より判断できるように、 ϕ_2 が特異点に近づくとき ϕ_2 の微小な誤差によって ϕ_1, ϕ_2 の計算値に大きな誤差が発生するので、シミュレーションにおいてどちらの方法をとるべきかはその使用の仕方と目的の如何にあると考えられる。なお、(1.1)式より求めたオイラー角を使って(1.3)式を導く場合は、 C_{IB} の性質よりその直交性は保たれる。これは(1.2)式より求める場合に比して1つの利点である。

ところで、ここでは便宜上1次近似による(1.2)式の数値計算の方法を示したが、実際この計算方法では角運動環境如何によっては行列の直交性は時間とともに劣化する。それゆえ、今回のシミュレーションでは2次の微小項を考慮に入れて姿勢計算を行なった。アルゴリズムは次式の通りである。

$$C_{IB}(t_{n+1}) = C_{IB}[I_n + \Delta\Theta(t_n) + \Delta^2\Theta(t_n)] \quad (1.11)$$

ここで $I_n, \Delta\Theta(t_n)$ は(7)式と同じであり、 $\Delta^2\Theta(t_n)$ は $\Delta\theta_x = \Delta\theta_x(t_n), \Delta\theta_y = \Delta\theta_y(t_n), \Delta\theta_z = \Delta\theta_z(t_n)$ として



図A2 . ピッチ面内での飛翔体の姿勢

$$\Delta^2\Theta(t_n) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -(\Delta\theta_y^2 + \Delta\theta_z^2) & \Delta\theta_x\Delta\theta_y & \Delta\theta_x\Delta\theta_z \\ \Delta\theta_x\Delta\theta_y & -(\Delta\theta_x^2 + \Delta\theta_z^2) & \Delta\theta_y\Delta\theta_z \\ \Delta\theta_x\Delta\theta_z & \Delta\theta_y\Delta\theta_z & -(\Delta\theta_x^2 + \Delta\theta_y^2) \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

である。

付録2 推力打ち切り誤差の解析

VCSを使って機軸方向の推力を打切るとは、 $\alpha - 2, \alpha - 3, \alpha - 4$ 共通の事項であるが、特に $\alpha - 2, \alpha - 3$ に用いられるVCと $\alpha - 4$ に用いられるVCとの基本的な相違は VELOCITY VECTOR の補正、すなわち ω_0 とのカップリング項を姿勢制御に用いるかどうか(本文中の5.2.3節)である。以下に推力打ち切り誤差の解析と数値計算例を示す。

飛翔体の対慣性空間速度 V は

$$\begin{aligned} V &= V_{IX}I + V_{IY}J + V_{IZ}K \\ &= V_x i + V_y j + V_z k \end{aligned} \quad (2.1)$$

であり、これを微分して

$$\begin{aligned} \left(\frac{dV}{dt}\right)_I &= \left(\frac{dV}{dt}\right)_B + \omega \times V \\ &= A + G \end{aligned} \quad (2.2)$$

を得る。ここでの A は飛翔体の推力、空気抵抗等による加速度の総和(加速度計出力)であり、 G は重力の加速度である。いま、図A2のように機軸と水平面とのなす角を θ (θ は時間の関数)とし、次の仮定のもとに解析をすすめる。

- (I) 基本姿勢での機軸に直角方向の加速度誤差は修正されるものとする。(摂動行列誘導系を使用)
- (II) 機体姿勢はピッチコマンド通り変更されるものとする。

(III) 高度誤差 Δh による重力加速度 g の変動 Δg は $\Delta h = 300\text{m}$ で $\Delta g \approx 1 \times 10^{-4} g$ ぐらいになり、加速度計誤差内に含まれるので無視する。

上記の仮定下で A, G, ω は

$$A = A_x i + 0j + 0k \quad (2.3)$$

$$G = -g \sin\theta i + g \cos\theta j + 0k \quad (2.4)$$

$$\omega = 0i + 0j + \omega_0 k \quad (2.5)$$

となり、(2.1)~(2.5)より

$$\dot{V}_x = A_x + \omega_0 V_y - g \sin\theta \quad (2.6)$$

$$\dot{V}_y = -\omega_0 V_x + g \cos\theta \quad (2.7)$$

が得られる。(2.6), (2.7)式の変分 $\Delta \dot{V}_x, \Delta \dot{V}_y$ は、仮定(III), (IV)を適用して

$$\Delta \dot{V}_x = \Delta A_x + \omega_0 \Delta V_y \quad (2.8)$$

$$\Delta \dot{V}_y = -\omega_0 \Delta V_x \quad (2.9)$$

となる。

基準の推力打ち切り時刻を t_n 、これと実際の推力打ち切り時刻 t_{c_0} との差を $\Delta t (= t_{c_0} - t_n)$ とすれば、 V_{c_0} は

$$\begin{aligned} V_{c_0} &= \int_0^{t_n} A_0 dt = \int_0^{t_{c_0}} A_x dt = \int_0^{t_n+\Delta t} (A_0 + \Delta A_x) dt \\ &= \int_0^{t_n} (A_0 + \Delta A_x) dt + \int_{t_n}^{t_n+\Delta t} (A_0 + \Delta A_x) dt \\ &\approx V_{c_0} + \Delta V(t_n) + A_0(t_n) \Delta t \end{aligned} \quad (2.10)$$

となる。ここで $\Delta V(t_n)$ は

$$\Delta V(t_n) = \int_{t_n}^{t_n+\Delta t} \Delta A_x dt \approx -A_0(t_n) \Delta t \quad (2.11)$$

である。

いま、 V_x 、 V_y の基準値を $V_{x_0}(t)$ 、 $V_{y_0}(t)$ とすれば (以下 t を省略)、時刻 t_n での V_x 、 V_y は (2.6)、(2.7) 式より

$$V_{x_0}(t_n) = \int_0^{t_n} (A_0 + \omega_0 V_y - g \sin \theta) dt \quad (2.12)$$

$$V_{y_0}(t_n) = \int_0^{t_n} [-\omega_0 V_x + g \cos \theta] dt \quad (2.13)$$

によって求められるが、時刻 t_{c_0} においてこの値にセットすれば誤差が発生する。なんとなれば、 $V_{x_0}(t_n)$ 、 $V_{y_0}(t_n)$ は時刻 t_n における基準値であり、この時刻より Δt だけ偏った時刻 t_{c_0} における基準値ではないの

で、 t_n において $V_{x_0}(t_n)$ 、 $V_{y_0}(t_n)$ で推力を打切れば、その後の飛行体は慣性飛行 (コースティング) することになり、 Δt 間の速度の変化は重力加速度の影響のみとなる。図 A2 より明らかなように、 Δt 間の重力加速度の変動を無視すれば x 方向、 y 方向の速度変化はそれぞれ $-g \sin \theta_n \Delta t$ 、 $g \cos \theta_n \Delta t$ となる。ここで θ_n は時刻 t_n における θ の値である。よって時刻 t_{c_0} における $V_{x_0}(t_{c_0})$ 、 $V_{y_0}(t_{c_0})$ は

$$V_{x_0}(t_{c_0}) = V_{x_0}(t_n) - g \sin \theta_n \Delta t \quad (2.14)$$

$$V_{y_0}(t_{c_0}) = V_{y_0}(t_n) + g \cos \theta_n \Delta t \quad (2.15)$$

となる。時刻 t_{c_0} で推力を打切ったときの、打ち切り誤差 $\delta V_x(t_{c_0})$ 、 $\delta V_y(t_{c_0})$ は

$$\begin{aligned} \delta V_x(t_{c_0}) &= V_x(t_{c_0}) - V_{x_0}(t_{c_0}) \\ &= V_x(t_n + \Delta t) - V_{x_0}(t_{c_0}) \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \delta V_y(t_{c_0}) &= V_y(t_{c_0}) - V_{y_0}(t_{c_0}) \\ &= V_y(t_n + \Delta t) - V_{y_0}(t_{c_0}) \end{aligned} \quad (2.17)$$

であるから、(2.6)、(2.7)、(2.10)、(2.12)、(2.13)、(2.14)、(2.15) の各式を (2.16)、(2.17) 式に代入して $\delta V_x(t_{c_0})$ 、 $\delta V_y(t_{c_0})$ を近似計算すれば

$$\delta V_x(t_{c_0}) \approx \omega_0 V_y \Delta t \quad (2.18)$$

$$\delta V_y(t_{c_0}) \approx -\omega_0 V_x \Delta t \quad (2.19)$$

となる。これより推力打ち切りの近傍でピッチレートを零にプログラムしておけば

$$\delta V_x(t_{c_0}) \approx 0 \quad (2.20)$$

$$\delta V_y(t_{c_0}) \approx 0 \quad (2.21)$$

となるので、誘導系モデル IV ($\alpha - 4$) ではそのように

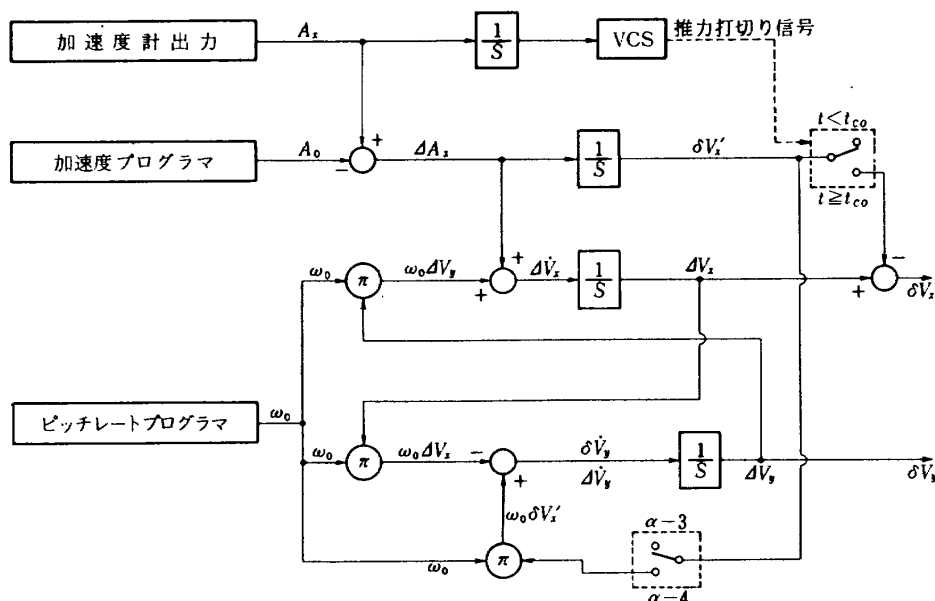


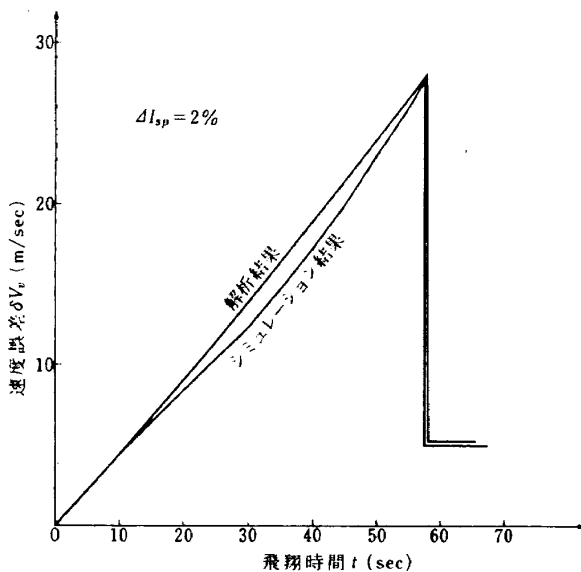
図 A3 推力打ち切り誤差計算用数学的モデル

して、VELOCITY VECTOR CORRECTIONを行なっている。

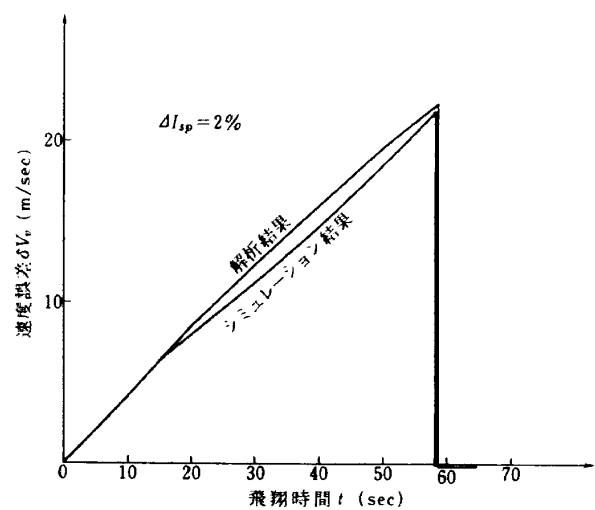
いままでの記述を基に推力打ち切り誤差の計算モデルを作れば図A3のようになる。(2.8)式の ΔV_x の積分値 ΔV_x を $t \geq t_{c_0}$ において ΔA_x の積分値 $\delta V'_x$ と比較して、この時点で零になるようにすればよいが、それには $\delta V'_x$ と ω_0 との積をつねに零($t \leq t_{c_0}$)に設定すればよい。そのようにしたのが $\alpha - 4$ であり、この系では時々刻々の $\delta V'_x$ と ω_0 との積を(2.9)式の $\Delta \dot{V}_y$ に付加し、 $\delta \dot{V}_y$ の積分値 δV_y を(2.8)式の ΔV_y として用いている。すなわち、 $\alpha - 3$ と $\alpha - 4$ とで ΔV_y の内容が異なる。 $\alpha - 4$ では δV_y が零の近傍にくるように制御されるので $\delta V'_x$ と ΔV_x は $t = t_{c_0}$ において一致し、 δV_x は零になるが、 $\alpha - 3$ ではそのような制御を行なわないのでオフセット量として誤差が残ることが予想される。このモデル図の δV_x 、 δV_y を $\Delta I_{sp} = 2\%$ という条件下で時々刻々計算し、局所垂直方向の速度誤差 $\delta V_e (= -\delta V_x \sin \theta + \delta V_y \cos \theta)$ に変換すれば図A4、図A5のようになる。図A4は $\alpha - 3$ 、図A5は $\alpha - 4$ を用いた結果である。解析結果とは図A3のモデル図に基く結果であり、シミュレーション結果とは本文中の誘導系に代入して計算した結果であり、この両者はよく一致している。また、 $\alpha - 4$ はVELOCITY VECTOR CORRECTIONの効果がよく現われており、 $t = t_{c_0}$ で誤差はほとんど零になっている。

参 考 文 献

- 1) W.H. Ito and J.E. Tushie, P-Matrix Guidance, AIAA Paper 66-667, Aug (1964)
- 2) 宇宙の辞典編集委員会編, 「宇宙の辞典」, 丸善, 昭和47年5月
- 3) 大月, 新宮, 鈴木, ストラップダウン方式の慣性機器誤差によって生ずる飛しよ径路誤差の一考察 NAL TM-225 1972年5月
- 4) K.R. Britting, Inertial Navigation Systems Analysis, MIT Measurement Systems Laboratory 1971
- 5) R.J. Mayhue, NASA Scout ST-1 Flight Test Results and Analyses, Launch Operation, and Test Vehicle Description, NASA TND-1240, June (1962)
- 6) A. Gelb, et al, Design of Strapdown Gyroscopes for a Dynamic Environment, Interim Scientific Report, The Analytic Sciences Corp., TR-101-2, January (1968)
- 7) 狼 嘉彰, オイラー角表示による座標変換のアルゴリズム NAL TR-305 1972年11月



図A4 $\alpha - 3$ における速度誤差の計算例



図A5 $\alpha - 4$ における速度誤差の計算例

航空宇宙技術研究所報告 446号

昭和 51 年 3 月 発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町 1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)☎182

印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川 2-27-12
