

UDC 629.76.036.5.018
-501.22:
621.454.3.054

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-453

固体ロケット多分力テストスタンドの動特性に
関する研究

(横推力計測系について)

冠 昭 夫

1976 年 4 月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

目 次

1. まえがき	1
2. テストスタンドの概要	2
3. 動特性試験	3
3.1 試験方法	3
3.2 試験結果	4
3.3 周波数特性	5
4. 伝達関数の推定	8
4.1 数学モデル	8
4.2 試験結果との比較	10
4.3 推進薬を装てんした時の周波数特性	13
5. ステップ応答立上りデータの補正	14
5.1 開ループ法	14
5.2 420φ ステップ応答立上りデータの補正	15
6. むすび	16

固体ロケット多分力テストスタンドの動特性に関する研究*

(横推力計測系について)

冠 昭 夫**

A Study of The Dynamic Characteristics of Multi-Component Thrust Stand (Side Force Measurement System)

By Akio KANMURI

ABSTRACT

An experimental technique for investigating the dynamic characteristics of the side force measurement system of a solid rocket multi-component thrust stand at the Kakuda Branch of the National Aerospace Laboratory, and a mathematical model for determining the transfer function of that system are described.

Impulses applied to the thrust stand, and the data processed by a Fourier Analyzer make it possible to obtain the frequency response of that system. The mathematical model and the transfer function are used to estimate the dynamic characteristics of the parameter-changed thrust stand and to compensate for side force build-up data.

Analysis of the impulse testing data indicates approximately 16 Hz oscillation of connecting rods of the thrust stand (for the JCR-500 ϕ rocket). Comparison of step input of side force with compensated side force indicates the accuracy ($\pm 5\%$; rise time, $\pm 10\%$; overshoot, $\pm 5\%$; steady-state value) of the transfer function of the side force measurement system (for the JCR-420 ϕ rocket).

1. まえがき

ロケットエンジン地上燃焼試験時の、推力方向制御力（以下横推力という）の計測には、普通、多分力テストスタンドが使用されるが、当所においても、二次噴射により横推力を発生させるJCR型固体ロケットエンジンの地上燃焼試験で、六分力テストスタンド（ORMOND社製、MCT 3055-44K）を使用し、横推力を含む各方向推力の良好な静的データの計測をおこなった。¹⁾

この種の燃焼試験における横推力の計測では、静的データの正確な計測と同時に、立上り特性等の動的データの正確な計測も重要であるが、多分力テストスタンドは、主推力のみを計測する一分力テストスタンドに比べて

構造が複雑であるため、周波数特性が複雑であり、また推進薬の燃焼にともなうロケットエンジンの重量の減少や重心の移動等による、ロケットエンジンを含めたテストスタンド振動系のパラメータ変動および計測系電気回路のノイズ等の問題があって、従来、多分力テストスタンドによる横推力の動的データの正確な計測は、極めて困難であるとされていた。

これまで、テストスタンドの動特性に関しては、いくつか報告がなされているが、²⁾この種のテストスタンドの動特性および伝達関数を明らかにしたものや、動的データの計測を目的とした例は見あたらない。

本報告では、多分力テストスタンドを用いて横推力の動的データを正確に求めることを主たる目的として、上記テストスタンドの横推力計測系について、フーリエ

* 昭和51年2月18日 受付

** 角田支所

アナライザによるデータ解析を前提としたステップおよびインパルス応答法による動特性試験をおこない、その周波数特性を明らかにするとともに、数学モデルの作成と伝達関数の推定をおこなった後、その妥当性について、試験結果との特性比較やステップ応答データから逆にステップ印加力を逆算した結果等に基づいて検討を加えた結果をのべる。ここで、テストスタンドの横推力計測系は、計測範囲内で線形であると仮定した。なお、本研

究の動特性試験で使用したロケットエンジンは、外径 420 mm および 500 mm の 2 種類の固体ロケットエンジン（以下 420 φ および 500 φ という）の、燃焼済みのものである。

2. テストスタンドの概要

本テストスタンドの詳細は、すでに石井等によって報告されているが、³⁾ その構造は、図 1, 2 に示すごとく、フ

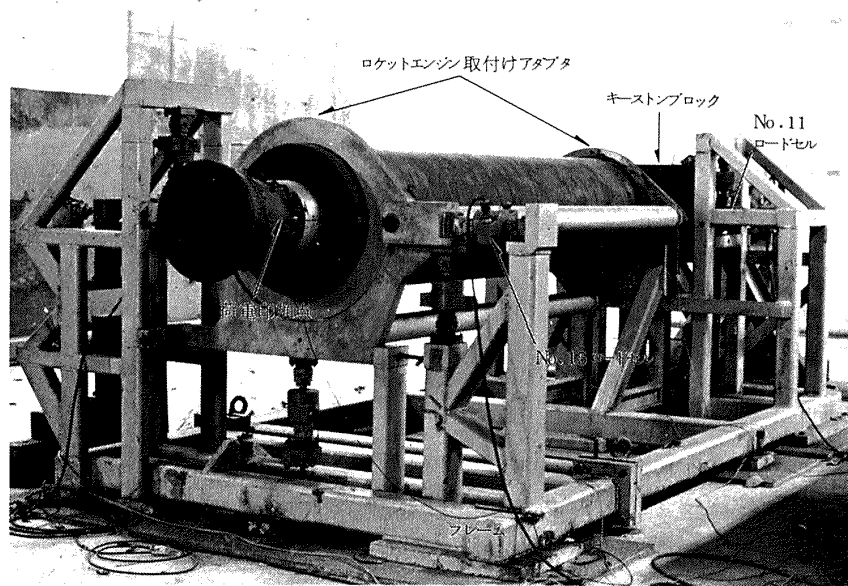


図 1 六分力テストスタンド (420φ用)

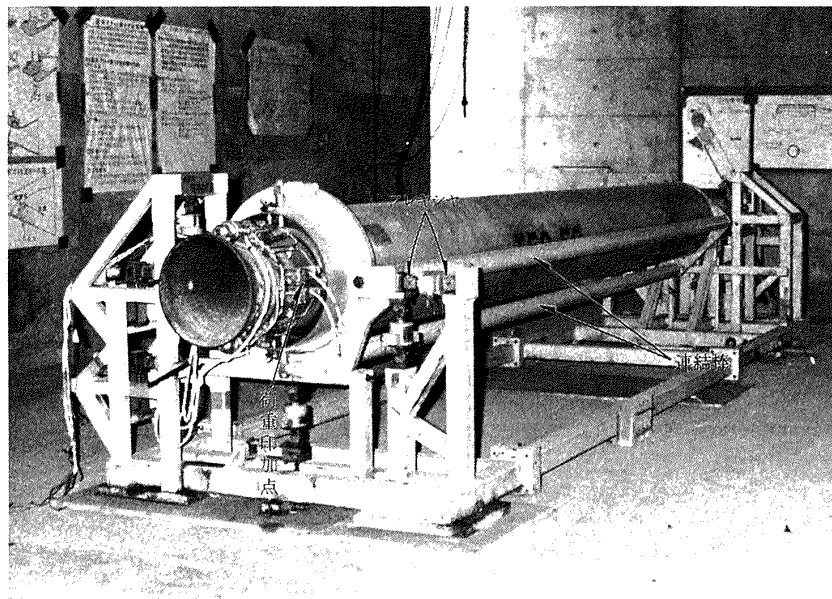


図 2 六分力テストスタンド (500φ用)

レーム、キーストブロック、フレキジャ、ロードセル、ロケットエンジン取付けアダプター、連結棒およびロケットエンジンから成っており、420φ用と500φ用とは、テストスタンド長さおよび後部フレーム位置等が異なる。

キーストブロックは、主推力の他、横推力の一部等を受けるアダプターであり、ロードセルの前後に取り付けられたフレキジャは、ロードセルに、その軸方向のみの力を作用させる働きをする。また、連結棒は、前後にあるロケットエンジン取付けアダプターに固定されており、実機タイプの薄肉ロケットエンジンの剛性を補っている。

ロードセルは、No 1～No 6の校正用基準ロードセルおよびNo 7～No 16の計測用ロードセルがあり、横推力は、No 11およびNo 15の二つのロードセルで検出する。この二つのロードセルに作用する静的な力を考えると、横推力着点位置をNo 15ロードセルの後方（ノズル側）33 cm（420φ）および50 cm（500φ）と仮定した場合、着点と両ロードセルとの位置関係から、No 11ロードセルに作用する力とNo 15ロードセルに作用する力の比は、約1：8（420φ）および約1：12（500φ）である。したがって、横推力の計測精度は、No 15ロードセルによる計測精度に大きく依存する。表1に本テストスタンドの主要諸元を示す。

表1 テストスタンドの主要諸元

型	式：横型
最大推力	主推力 20 t 縦および横推力 1 t
ロケットエンジン	外径 420mm および 500mm 長さ 2000mm および 4500mm

3. 動特性試験

テストスタンドによる推力計測では、前述の通りロードセルにより推力を検出するので、入力を横推力着点近傍へ印加する荷重とし、出力をNo 11およびNo 15ロードセルの出力電圧として、動特性試験をおこなった。

これに先立ち、420φをとりつけたテストスタンドについて予備加振試験を実施したが、この試験ではテストスタンドの強度上の問題からくる加振力の制限や、スイープ加振試験に特有の超低周波数範囲（約10Hz以下）での試験がむずかしい等の問題があり、周波数特性のお

よその確認と、テストスタンド横推力計測系の数学モデル作成のための資料を得るにとどまった。⁴⁾しかし、これにより上記計測系の周波数特性は、DC～約60Hzの周波数範囲に、その特徴点をほとんど示し、また比較的低い次数の伝達関数でその特性を記述出来ることがわかった。その結果、420φよりも質量、慣性モーメントが大である500φや、推進薬を装てんしたロケットエンジン（420φまたは500φ）をとりつけたテストスタンドの場合、その特性を代表する固有振動数は、420φ（推進薬なし）のそれよりも、さらに低くなるのが推定されるので、DC～約60Hzの周波数範囲に注目して動特性試験をおこなえばよいことが明らかとなった。

そこで本試験では、これまでおこなって来た燃焼試験における横推力発生パターンおよび後にのべる高速フリーアナライザシステムによる試験データ処理方法を考慮して、ステップおよびインパルス応答試験をおこない、同時に数学モデル作成の資料を得るために、テストスタンド各部の振動特性を調べた。

3.1 試験方法

テストスタンドの横推力計測範囲は、表1に示したとおり最大1tであるが、JCR型ロケットエンジンの横推力は、420φでは約75～95kg、500φでは約85～300kgであった。そこで、ステップ応答試験では、横推力着点近傍のノズルまわりにアダプターを取り付け、1.4mmφのピアノ線で引っ張った後それを切るという方法で、420φでは50および100kg、500φでは100および200kgのステップ荷重を印加した（各5回）。この時のステップ荷重印加速度は、荷重印加点の加速度立上り速度から推定した結果、0～90%立上りに要する時間が約6msであった。

インパルス応答試験では、衝撃荷重をハンマーで印加したが、衝撃荷重の正確な測定がむずかしいので、ステップ荷重印加による振動とほぼ同レベルの振動を生ずる程度の衝撃荷重を、横推力着点近傍に印加した（各10回）。ハンマーの材質は、鉄、プラスチックおよび木の三種について検討したが、鉄製によるものが最も早い立上り（約3ms）を示したので、これを採用した。このインパルスが十分なエネルギーを持つ周波数範囲は、DC～約80Hzであり、注目すべき周波数範囲のデータを得るには十分と考えられる。

なお、ステップおよびインパルス応答試験での荷重印加点は、420φ用テストスタンドではNo 15ロードセル後方約33cm、500φ用テストスタンドでは同じく約50cmとした。また、テストスタンド各部の振動特性は、必要に応じて上記試験時に加速度計を取りつけて、

その部分の共振周波数を調べた。試験時の計測システムを図3に示す。

3.2 試験結果

420φについてはステップ荷重100kg、500φについてはステップ荷重200kgによるステップ応答試験結果の例を図4、5に示す。図に示すとおり、420φでは約8Hzのうなりをもつ約43Hzの減衰振動を、500φでは約5Hzのうなりをもつ約33Hzの減衰振動をおこなっている。このうなりは、後に示すように、420φおよび500φ用テストスタンドがともにするどい共振を呈する二つの周波数をもつためであるが、これはロケットエンジンを主体とする剛体が、併進運動の他にその重心まわりで回転

運動をおこなっていることによる。このことはNo.11およびNo.15ロードセルの各出力の位相角が、おおむね180°異なっていることから明らかである。また、この応答が整定値の±10%以内におさまるのに要する時間は、ノイズのために正確には求められないが、No.15ロードセル出力について調べてみると、420φでは約1.2s、500φでは約2.5sと比較的長いことがわかる。さらに、これとは別に、420φおよび500φについての、それぞれ50kgおよび100kgの荷重によるステップ応答も、上記と同様の傾向を示し、振巾も比例していることを確認した。

インパルス応答試験結果の例を図6、7に示す。ステップ応答試験結果と比較すると、荷重印加点や印加速

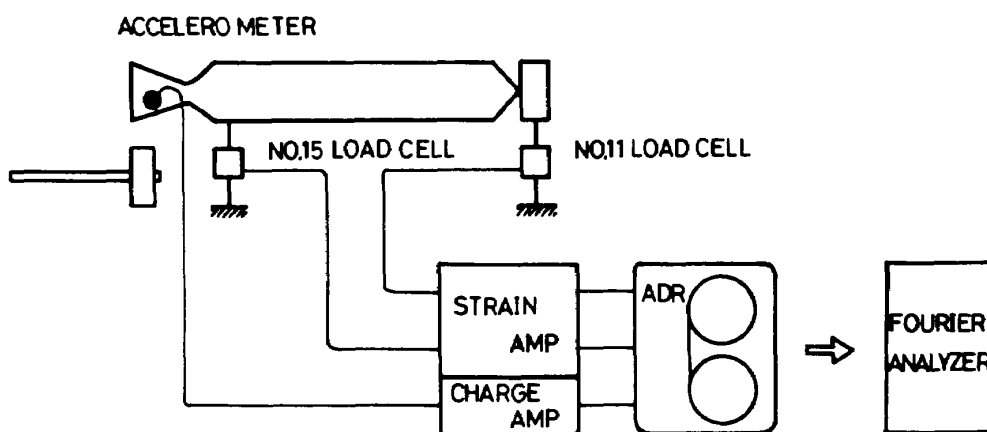


図3 計測システム

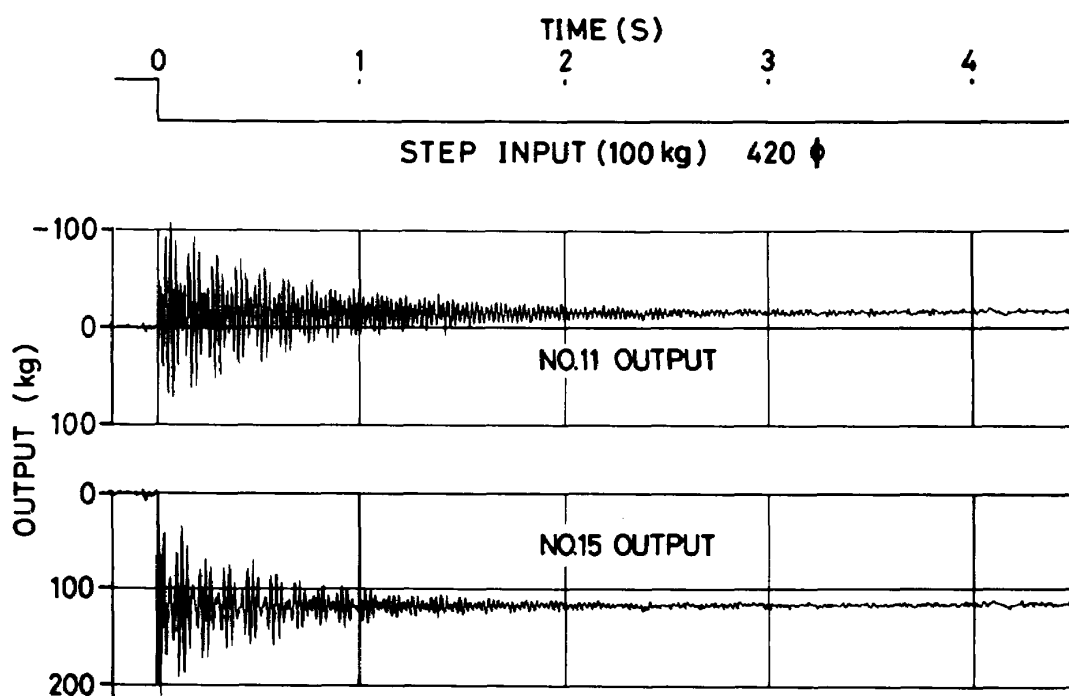


図4 ステップ応答(420φ)

度のちがいによる差が出ているが、ステップ応答波形の微分で与えられる波形に近い応答を示しており、周波数特性を求める際に、インパルス応答試験データを用いてよいことを示している。

なお図4～7において各ロードセル出力は、力に換算して表示した。

3.3 周波数特性

図8に示すような線形系では、周波数特性は、インパルスの他にノイズ等の外乱がなければ(1)式で与えられるが、ある程度のバックグラウンドノイズが存在する場合、一般にS/N比改善のため、アベレーシングを利用して(2)式から求めることができる。

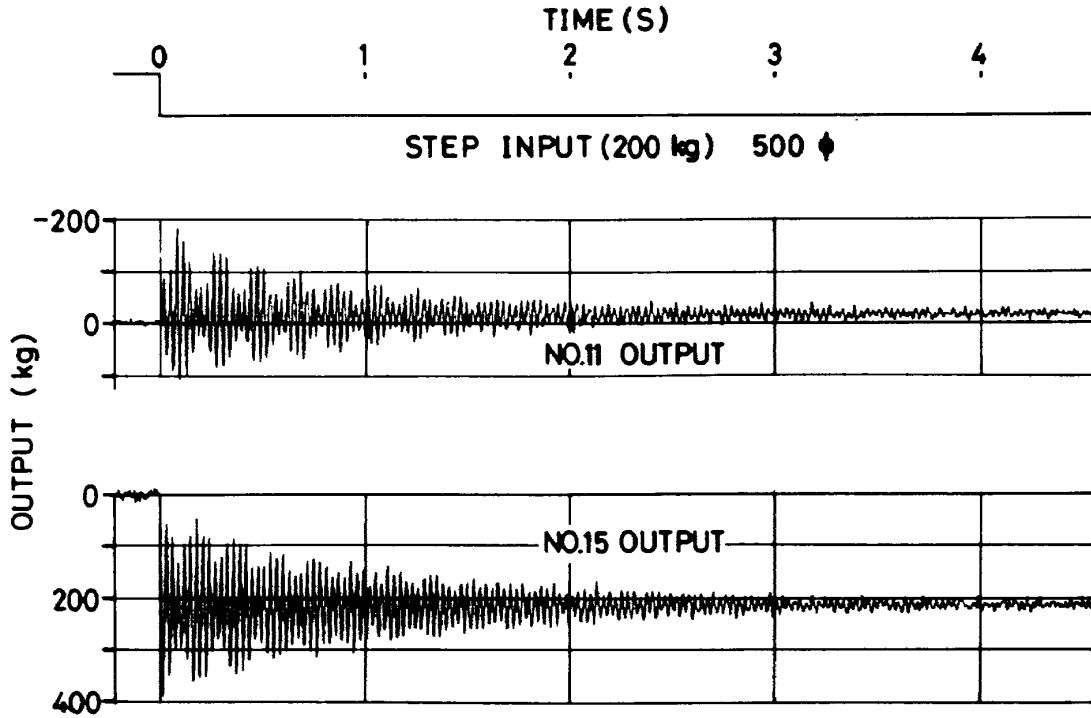


図5 ステップ応答(500φ)

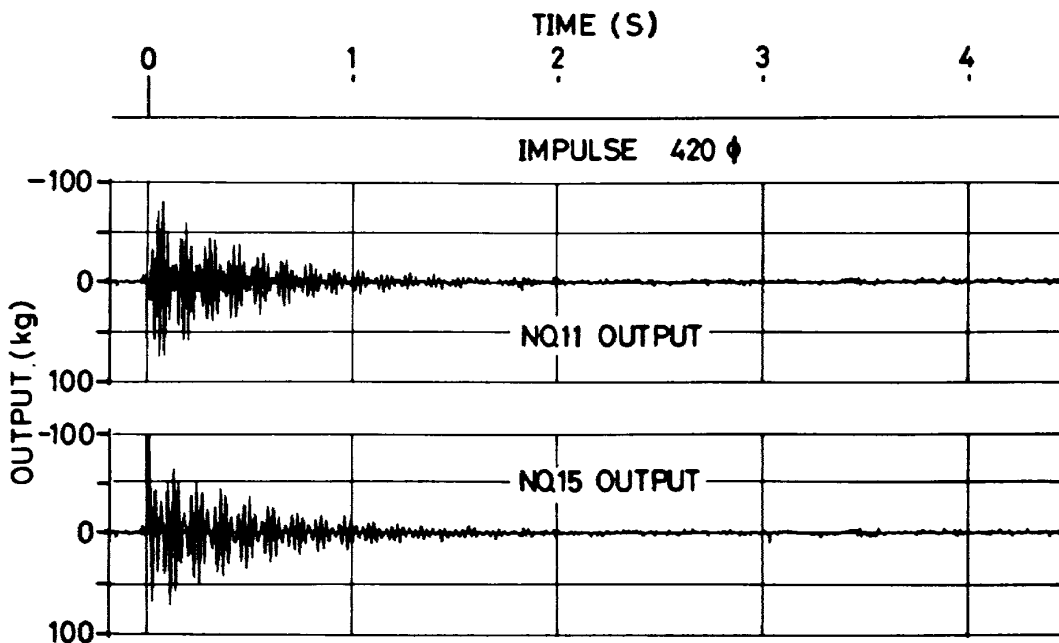


図6 インパルス応答(420φ)

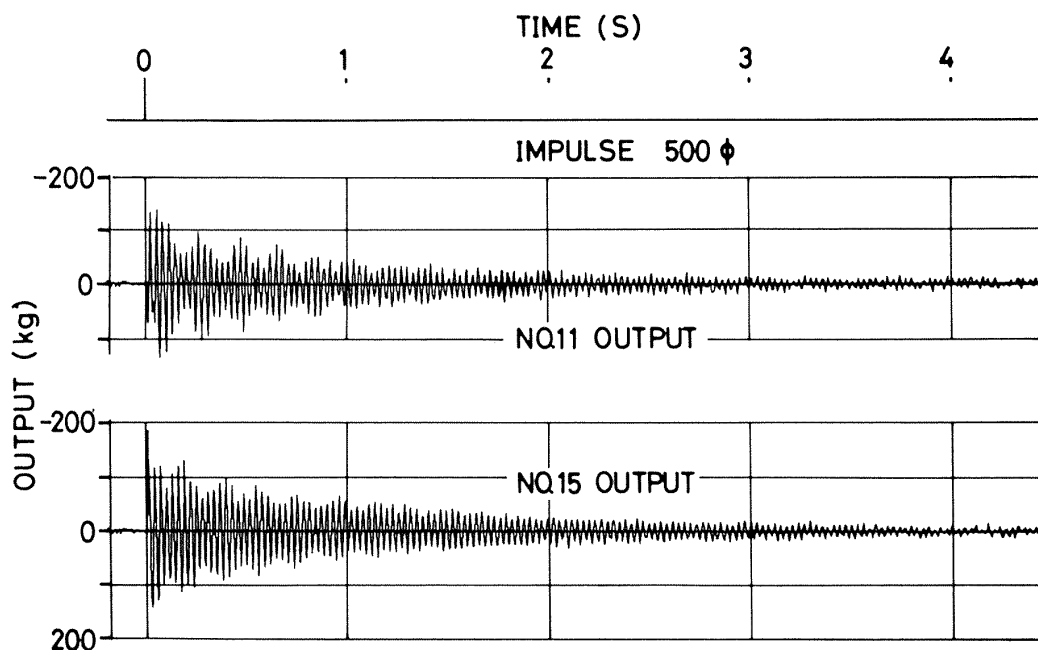


図7 インパルス応答 (500φ)

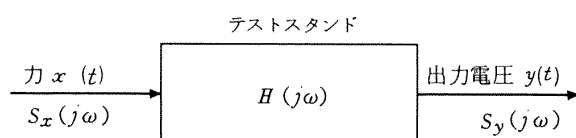


図8 テストスタンド系のブロック図

$$H(j\omega) = \frac{S_y(j\omega)}{S_x(j\omega)} \quad (1)$$

ここに $S_x(j\omega) = F[x(t)]$
 $S_y(j\omega) = F[y(t)]$
 $H(j\omega)$: 系の周波数伝達関数
 $F[\]$: フーリエ変換を示す記号

$$H(j\omega) = \frac{\overline{G_{yx}(j\omega)}}{\overline{G_{xx}(j\omega)}} \quad (2)$$

ここに $G_{xx}(j\omega) = S_x(j\omega) S_x(j\omega)^*$
 $G_{yx}(j\omega) = S_y(j\omega) S_x(j\omega)^*$
 $*$: 共役複素数を示す記号
 $\bar{\quad}$: 加算平均を示す記号

また、試験データの良否を判断する上で重要な指標となるコヒーレンス関数 r^2 は、(3)式で与えられる。⁵⁾

$$r^2 = \frac{|\overline{G_{yx}(j\omega)}|^2}{|\overline{G_{xx}(j\omega)}| |\overline{G_{yy}(j\omega)}|} \quad (0 \leq r^2 \leq 1) \quad (3)$$

ここに $G_{yy}(j\omega) = S_y(j\omega) S_y(j\omega)^*$

今回の動特性試験では、ノイズ等の混入が考えられるので、インパルス応答試験データを(2)、(3)式により処理することとし、この計算を、FFT(Fast Fourier Transform)を利用した高速フーリエアナライザシ

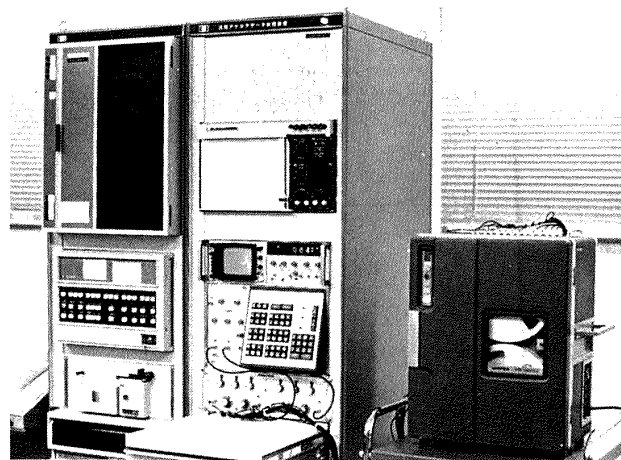


図9 高速フーリエアナライザシステム外観

テム (YHP 5451/5471, 図9参照) によっておこなった。

試験データ ($x(t)$: 荷重印加点加速度計出力および $y(t)$: Na 11 あるいは Na 15 ロードセル出力) のフーリエアナライザへの入力指令は、マニュアルによるものと、トリガーによるものとの二つありの方法があるが、トリガー指令による場合でもデータ欠損はなく、処理結果の差は認められなかった。この時、10回のインパルス応答試験データ (インパルス間隔 = 20 s) から、周波数特性を得るのに要した時間は約 200 s であった。表2に処理条件を、

表2 データ処理条件

ブロックサイズ	: 1024 データ/チャンネル
最大周波数	: 420φ 250 Hz 500φ 100 Hz
周波数分解能	: 420φ 0.5 Hz, 500φ 0.2 Hz
アベレーシング回数	: 10 回

図10, 11に周波数特性をボード線図で示す。ただし、図10, 11で、ゲイン $|H(j\omega)|$ は $20\log|H(j\omega)|$ を意味し、添字1, 2は、それぞれNo.11, No.15ロードセルに関することを示す。なお、ゲインの基準レベルとして、 $|H_2(j\omega)|$ のDCレベルを0 dBにとり、 $|H_1(j\omega)|$ とのレベル比較のために変位出力を力に変換し、また共振周波数は処理条件を変えて別途求めた。この結果次のことが明らかとなった。

420φ

i) No.11ロードセルに関しては、DC~約28Hzの周波数範囲でコヒーレンス関数 γ_1^2 の値が非常に小さく、満足すべき結果とは言えないが、ステップおよびインパルス応答の特徴を示す約30~50Hzの周波数範囲では、 γ_1^2 の値は1に近い。ゲイン曲線では約20~25Hzに反共振点があり、34.7Hzと42.8Hzに共振を示すピークがある。ステップおよびインパルス応答に現われた約8Hzのうなり周波数は、このゲインのピークを示す周波数の差に

ほぼ等しい。

ii) No.15ロードセルに関しては、DC~約60Hzの注目すべき周波数範囲で、 γ_2^2 の値は1に近く、良い結果を示しており、DC~約15Hzの範囲で、ゲイン、位相角ともに平坦な特性を示す。ゲイン曲線上では、No.11ロードセルに関する特性と同様に、34.7Hzと42.8Hzに共振を示すピークがあるが、反共振点は39Hzにある。

500φ

i) No.11ロードセルに関しては、やはりDC~約24Hzの周波数範囲で γ_1^2 の値が小さいが、420φの γ_1^2 よりも大きい値をとっている。DC~約10Hzの範囲で、ゲイン、位相角ともにおおむね平坦な特性を示し、ゲイン曲線上では、約15および16Hzに、レベルは小さいが鋭いピークが、またステップおよびインパルス応答の特徴を示す28Hzおよび33.2Hzでの共振を示すピークがある。ステップ応答等に現われた約5Hzのうなり周波数は、この後者のゲインピークを示す二つの周波数の差にほぼ等しい。

ii) No.15ロードセルに関しては、DC~約40Hzの範囲で、 γ_2^2 の値は1に近く、良好な結果を示している。ゲインおよび位相角ともに平坦な周波数範囲は、DC~約10Hzであり、ゲイン曲線上では、29Hzに反共振点を持ち、また約15および16Hzに小さなピークを、28および33.2Hzに大きなピークを持つ。

iii) DCおよびその近くの周波数範囲で、位相角

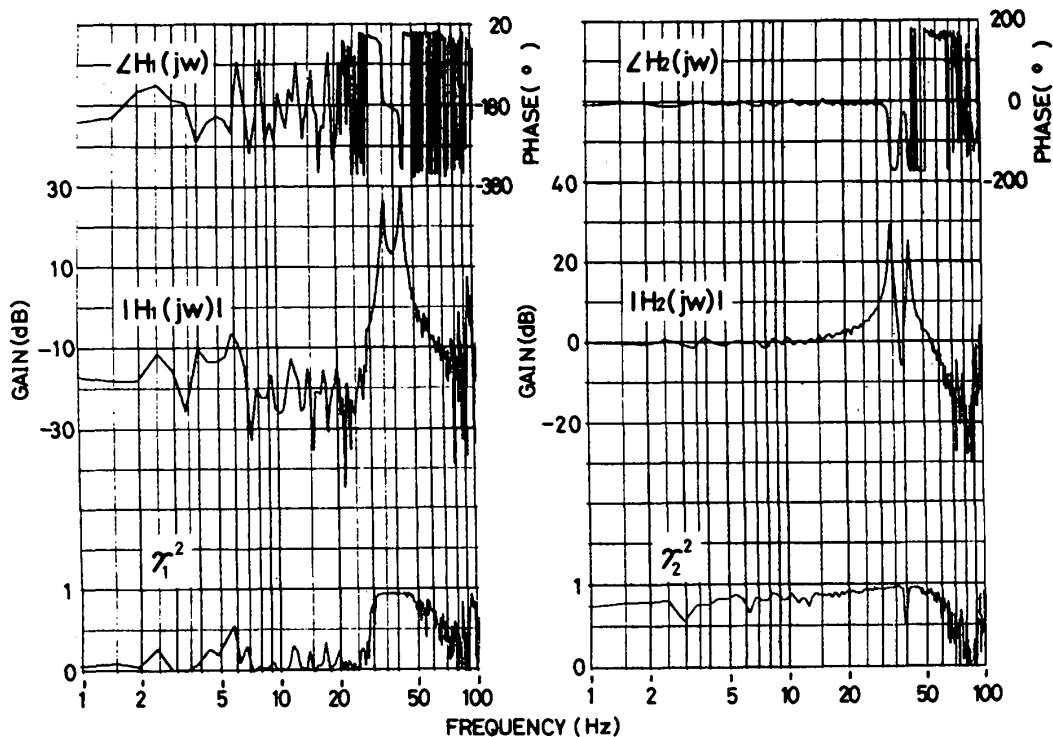


図10 テストスタンドの周波数特性(420φ)

$\angle H_1(j\omega)$ と $\angle H_2(j\omega)$ に 180° の差をもち、ロケットエンジンを主体とする剛体の、重心まわりでの回転運動を示している。また 420 ϕ 用テストスタンドの特性曲線には存在しなかった、約 16Hz の共振周波数をもつ要素が、500 ϕ テストスタンド系に含まれている。

iv) DC 付近のゲイン $|H_1(j\omega)|$ と $|H_2(j\omega)|$ とは、Na11 および Na15 ロードセルに作用する力の比が約 1:12 であることより、約 22dB の差があるはずであるが、図 11 からは確認出来ない。これは後に示すように、 $H_1(j\omega)$ のコヒーレンス r_1^2 の値が小さく、DC 付近の $|H_1(j\omega)|$ の平均値レベルに誤差があることによると考えられる。

このように、420 ϕ および 500 ϕ の各ロケットエンジン（推進薬なし）をとりつけたテストスタンドの周波数特性は、動特性試験による各応答の主要な特徴をよく表わしている。しかし、420 ϕ に関する r_1^2 の値が、DC～約 28Hz の範囲で非常に小さく、また 500 ϕ に関する r_1^2 の値が DC～約 24Hz の範囲で比較的小さくなり、その周波数範囲での Na11 ロードセルによる計測系の周波数特性を、正確に求めることは出来なかった。この理由に関しては 4.2 で検討を加える。一方、Na15 ロードセルによる計測系に関しては、 r_2^2 の値は、注目すべき周波数範囲で 1 に近く、Na15 ロードセルで、横推力の約 90% を受けることを考慮すれば、横推力計測系の主要な動特性を把握することが出来たといえる。

またテストスタンドの各部の振動特性を調べた結果、

420 ϕ ロケットエンジンおよび同テストスタンド用連結棒の共振周波数は、ともに 100Hz 以上であり、それに反して 500 ϕ ロケットエンジンは、約 90Hz に、同テストスタンド用連結棒は、約 16Hz、48Hz および 96Hz に共振点をもつことが明らかとなり、約 15 および 16Hz の低周波数振動は、3本の連結棒の振動であることがわかった。

4. 伝達関数の推定

4.1 数学モデル

テストスタンドの横推力計測系の数学モデルから、伝達関数を推定するとき、横推力計測系の動特性改善や、テストスタンド系のパラメーターが変化したときの動特性の推定を目的とする場合には、テストスタンド系を忠実に再現しうるように、モデルを作成しなければならないが、非常に高次のモデルになり、そのとりあつかいがむずかしくなる。一方単に、横推力の立上りデータの補正のみを目的とする場合、伝達関数の次数は、出来るだけ低い方がとりあつかいやすく、この場合、周波数応答から逆に伝達関数を近似することも可能であるが、推進薬を装てんした燃焼試験前のロケットエンジンに、動特性試験のための外力を加えることは好ましくない。そこで、ここでは、テストスタンド各部の振動特性を調べた結果から、モデル作成に必要な、なるべく少ない要素数を決定し、テストスタンド系と物理的な対応がつく、集

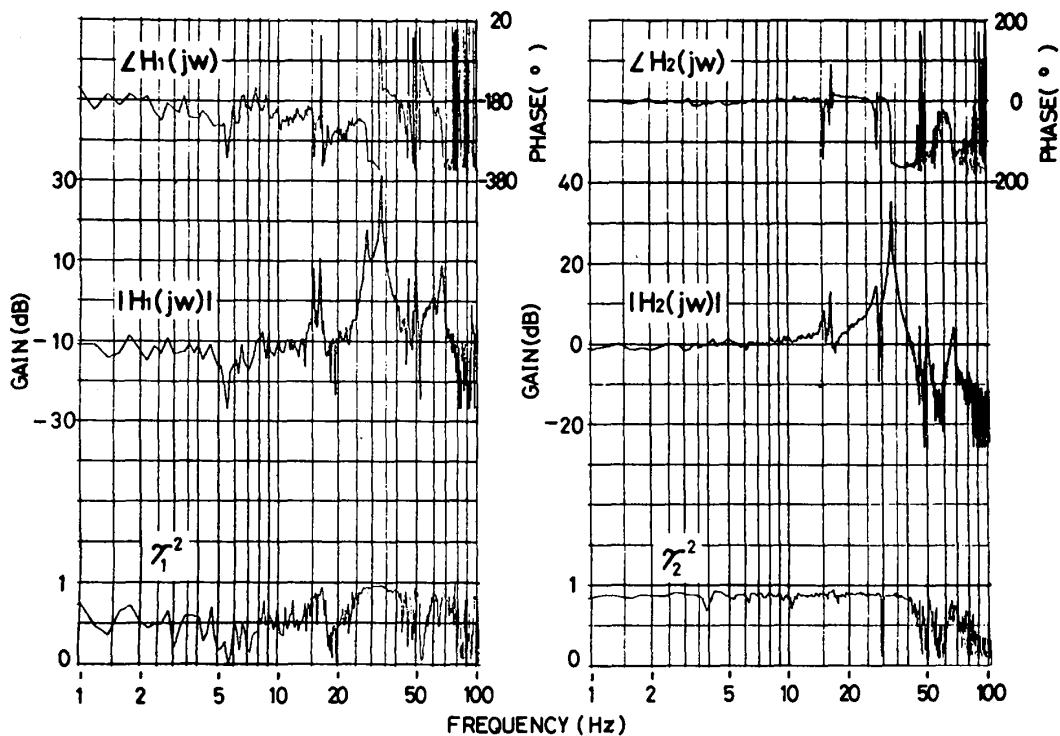


図 11 テストスタンドの周波数特性 (500 ϕ)

中質量の線形モデルを作成した。この時、500φ用の連結棒のように、周波数特性には若干の影響をおよぼすが、その特性が明らかで、しかも、それを独立にモデルへ組み入れると、モデルが複雑化しすぎるものは、ここではロケットエンジンの一部として取りあつかうことにした。作成したモデルは、図12に示すように、テストスタンドのフレームをアース点とし、ロケットエンジン、アダプター類、連結棒およびロードセル、フレキシヤの一部を一つの剛体（質量 m ）とみなし、また、キーストンプロックおよび主推力校正装置等をもう一つの剛体（質量 m_0 ）とみなして、それらを、ロードセル、キーストンプロック内フレキシヤあるいはフレームの一部によって構成されるバネおよび粘性減衰器によって結合した。

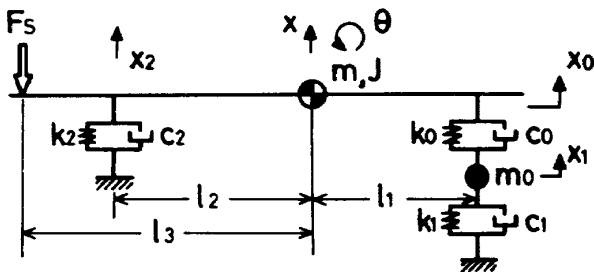


図12 テストスタンドの数学モデル

運動方程式は(4), (5), (6)式で与えられる。

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c_0 \frac{d}{dt} (x_0 - x_1) + c_2 \frac{dx_2}{dt} + k_0 (x_0 - x_1) + k_2 x_2 = -F_s \quad (4)$$

$$m_0 \frac{d^2 x_1}{dt^2} - c_0 \frac{d}{dt} (x_0 - x_1) + c_1 \frac{dx_1}{dt} - k_0 (x_0 - x_1) + k_1 x_1 = 0 \quad (5)$$

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \left\{ c_0 \frac{d}{dt} (x_0 - x_1) + k_0 (x_0 - x_1) \right\} l_1 - \left(c_2 \frac{dx_2}{dt} + k_2 x_2 \right) l_2 = F_s l_3 \quad (6)$$

ここに

- m : ロケットエンジン, ロケットエンジン取付けアダプター, 連結棒, ロードセルおよびフレキシヤの質量 [kg・s²/cm]
- J : 上記質量 m を構成する剛体の重心まわりの慣性モーメント [kg・s²・cm]
- m_0 : キーストンプロックを含むテストスタンド前部質量 [kg・s²/cm]
- k_0, k_1, k_2 : それぞれキーストンプロック内フレキシヤ, No11ロードセル, No15ロードセル各部

のバネ定数 [kg/cm]

c_0, c_1, c_2 : それぞれ, k_0, k_1, k_2 に対応する等価

粘性減衰係数 [kg・s/cm]

l_1 : 重心とNo11ロードセル間の距離 [cm]

l_2 : 重心とNo15ロードセル間の距離 [cm]

l_3 : 重心と着力点間の距離 [cm]

x : 重心の変位 [cm]

x_0 : キーストン内フレキシヤ部の変位 [cm]

x_1 : No11ロードセル部の変位 [cm]

x_2 : No15ロードセル部の変位 [cm]

θ : 質量 m を構成する剛体の重心まわりの回転角度 [rad]

F_s : 着力点に加わる力 [kg]

ここで時刻 $t=0$ において, 各変数の初期値をすべて0に

等しいとして, (4), (5), (6)式を Laplace 変換すると,

入力を F_s , 出力を x_1 または x_2 としたときの伝達関数

$G_1(s), G_2(s)$ は(7)式で与えられる。

$$G_N(s) = \frac{X_N(s)}{F_s(s)} = \frac{u_{4N}s^4 + u_{3N}s^3 + u_{2N}s^2 + u_{1N}s + u_{0N}}{v_6s^6 + v_5s^5 + v_4s^4 + v_3s^3 + v_2s^2 + v_1s + v_0} \quad (7)$$

ここに $v_0 \sim v_6$ および $u_{0N} \sim u_{4N}$ は(8)~(14)式から求め

られる定数で, s は Laplace 演算子である。

なお, 次節4.2に示す $|G_N(j\omega)|$ は $20 \log |G_N(j\omega)|$ から求めた値を, dBで表示したものである。

$$v_6 = A_4 \cdot D_2 - (C_4 \cdot B_2) \quad (8)$$

$$v_5 = A_3 \cdot D_2 + A_4 \cdot D_1 - (C_3 \cdot B_2 + C_4 \cdot B_1) \quad (9)$$

$$v_4 = A_2 \cdot D_2 + A_3 \cdot D_1 + A_4 \cdot D_0 - (C_2 \cdot B_2 + C_3 \cdot B_1 + C_4 \cdot B_0) \quad (10)$$

$$v_3 = A_1 \cdot D_2 + A_2 \cdot D_1 + A_3 \cdot D_0 - (C_1 \cdot B_2 + C_2 \cdot B_1 + C_3 \cdot B_0) \quad (11)$$

$$v_2 = A_0 \cdot D_2 + A_1 \cdot D_1 + A_2 \cdot D_0 - (C_0 \cdot B_2 + C_1 \cdot B_1 + C_2 \cdot B_0) \quad (12)$$

$$v_1 = A_0 \cdot D_1 + A_1 \cdot D_0 - (C_0 \cdot B_1 + C_1 \cdot B_0) \quad (13)$$

$$v_0 = A_0 \cdot D_0 - (C_0 \cdot B_0) \quad (14)$$

$$u_{41} = 0 \quad (15)$$

$$u_{31} = -c_0 (D_2 + B_2 \cdot l_3) \quad (16)$$

$$u_{21} = -\{k_0 (D_2 + B_2 \cdot l_3) + c_0 (D_1 + B_1 \cdot l_3)\} \quad (17)$$

$$u_{11} = -\{k_0 (D_1 + B_1 \cdot l_3) + c_0 (D_0 + B_0 \cdot l_3)\} \quad (18)$$

$$u_{01} = -k_0 (D_0 + B_0 \cdot l_3) \quad (19)$$

$$u_{42} = A_1 \cdot l_3 + C_4 \tag{20}$$

$$u_{32} = A_3 \cdot l_3 + C_3 \tag{21}$$

$$u_{22} = A_2 \cdot l_3 + C_2 \tag{22}$$

$$u_{12} = A_1 \cdot l_3 + C_1 \tag{23}$$

$$u_{02} = A_0 \cdot l_3 + C_0 \tag{24}$$

ただし

$$A_4 = m \cdot m_0 \cdot l_2 / (l_1 + l_2)$$

$$A_3 = m \cdot l_2 \cdot (c_0 + c_1) / (l_1 + l_2) + m_0 \cdot c_0$$

$$A_2 = m \cdot l_2 \cdot (k_0 + k_1) / (l_1 + l_2) + m_0 \cdot k_0 + c_0 \cdot c_1$$

$$A_1 = c_0 \cdot k_1 + c_1 \cdot k_0$$

$$A_0 = k_0 \cdot k_1$$

$$B_2 = m \cdot l_1 / (l_1 + l_2)$$

$$B_1 = c_2$$

$$B_0 = k_2$$

$$C_4 = J \cdot m_0 / (l_1 + l_2)$$

$$C_3 = J \cdot (c_0 + c_1) / (l_1 + l_2) + m_0 \cdot c_0 \cdot l_1$$

$$C_2 = J \cdot (k_0 + k_1) / (l_1 + l_2) + m_0 \cdot k_0 \cdot l_1 + c_0 \cdot c_1 \cdot l_1$$

$$C_1 = (c_0 \cdot k_1 + c_1 \cdot k_0) \cdot l_1$$

$$C_0 = k_0 \cdot k_1 \cdot l_1$$

$$D_2 = -J / (l_1 + l_2)$$

$$D_1 = -c_2 \cdot l_2$$

$$D_0 = -k_2 \cdot l_2$$

モデルの各定数は、420φあるいは500φロケットエンジンを取りつけたテストスタンドについて、粘性減衰係数以外は、実測あるいは計算により直接求めることが可能であるが、粘性減衰係数 c_0, c_1, c_2 は、動特性試験データより推定する他はない。ここでは、 c_0, c_1 は、 k_0, k_1 と同様に420φおよび500φに共通と考え、 c_2 は、テストスタンドフレーム後部の状態が420φと500φでは異なるので、別々に考えて、ステップ応答試験データと、モデルのステップ応答計算値データを比較して、減衰の様子がほぼ等しくなる値を選ぶことにした。このとき、ステップ応答試験データはストレンアンプ出力であり、一方モデルのステップ応答計算値データは変位であることから、双方のデータの整定値を用いて、ゲイン補正をおこない、かつ、等価的な力に変換した。またバネ定数のうち、 k_1, k_2 はそれぞれNo.11ロードセルおよびNo.15ロードセルを支えるテストスタンドのフレームのバネ定数を、等価的に含んでいることを付記する。モデルの各定数および伝達関数の定数を表3、表4に示す。

4.2 試験結果との比較

ステップ応答試験結果と、モデルによるステップ応答計算結果を図13、14に比較して示す。実線は試験結果に遮断周波数200Hzのローパスフィルタを作用させたものを、また破線は計算結果を示し、共に力に換算して表示

した。図より明らかとなり、420φでは非常によい一致を示す反面、500φでは周波数に約1Hzの差があり、時間とともに位相の差が増大する。また500φでは周波数にも差があるので、振動の全体的な様子にも差が出て来ている。さらに500φのNo.11ロードセル

表3 テストスタンドの定数(推進薬なし)

テストスタンド 定数	420φ	500φ	単位
m	0.48	0.84	kg·s ² /cm
m_0	0.17	0.17	kg·s ² /cm
J	3600	42000	kg·s ² ·cm
k_0	40500	40500	kg/cm
k_1	22000	22000	kg/cm
k_2	14000	14000	kg/cm
c_0	1.0	1.0	kg·s/cm
c_1	1.0	1.0	kg·s/cm
c_2	2.0	1.0	kg·s/cm
l_1	155	300	cm
l_2	81	260	cm
l_3	114	310	cm

表4 伝達関数の定数(推進薬なし)

テストスタンド 定数	420φ	500φ
v_6	-1.24	-1.07 × 10 ¹
v_5	-3.53 × 10 ¹	-1.92 × 10 ²
v_4	-9.67 × 10 ⁵	-5.80 × 10 ⁶
v_3	-1.22 × 10 ⁷	-3.43 × 10 ⁷
v_2	-1.05 × 10 ¹¹	-3.95 × 10 ¹¹
v_1	-6.27 × 10 ¹¹	-9.89 × 10 ¹¹
v_0	-2.94 × 10 ¹⁵	-6.99 × 10 ¹⁵
u_{41}	0	0
u_{31}	-2.07 × 10 ¹	-6.45 × 10 ¹
u_{21}	-8.39 × 10 ⁵	-2.61 × 10 ⁶
u_{11}	-3.14 × 10 ⁶	-2.72 × 10 ⁶
u_{01}	-1.87 × 10 ¹⁰	-2.84 × 10 ¹⁰
u_{42}	5.79	3.33 × 10 ¹
u_{32}	1.14 × 10 ²	4.96 × 10 ²
u_{22}	3.98 × 10 ⁶	1.64 × 10 ⁷
u_{12}	1.68 × 10 ⁷	3.81 × 10 ⁷
u_{02}	2.40 × 10 ¹¹	5.44 × 10 ¹¹

(注) 力に対する変位の符号は逆になる。

に関しては、応答試験の振動波形をみても明らかとおり、整った波形ではなく、多くの周波数成分を含んだ歪の多い波形になっており、みかけ上、あるていどの一致があるように見えるが、次に示す周波数特性の比較からも明らかなように、その一致度は良いとは言えない。しかし、No.15ロードセルに関する立上り部分は、比較的

よい一致を示していると言える。

図 15.16 に周波数特性を、ボード線図上で比較して示す。ここで $G(j\omega)$ に関する添字 1, 2 は、 $H(j\omega)$ に関する添字と同様に、それぞれ No.11 および No.15 ロードセルに対応し、ゲインの基準として $|G_2(j\omega)|$, $|H_2(j\omega)|$ の DC 付近を 0 dB にとった。

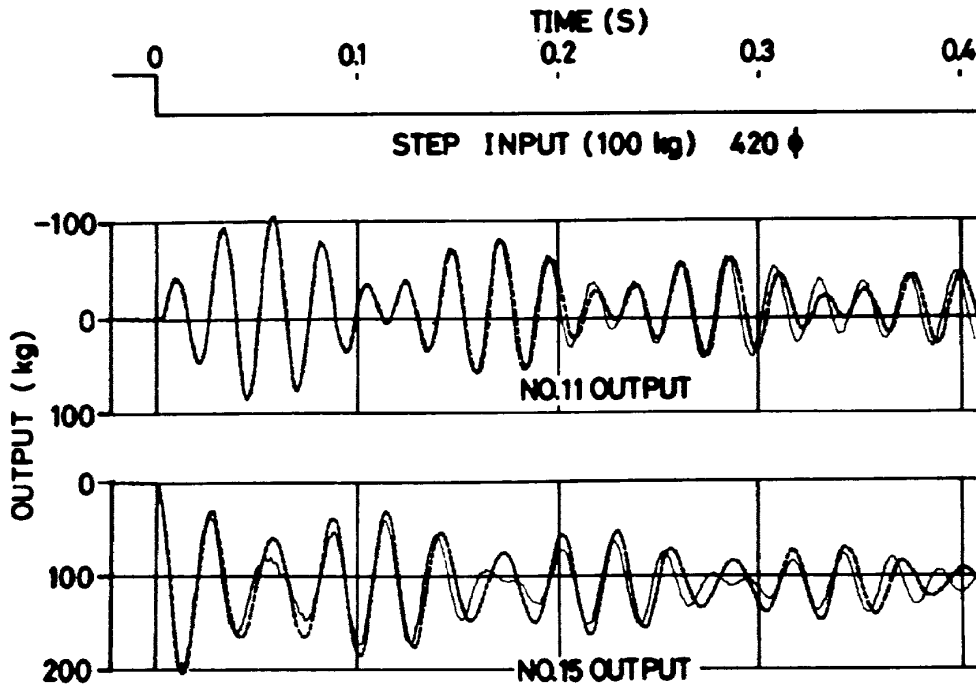


図 13 ステップ応答の比較 (420φ)

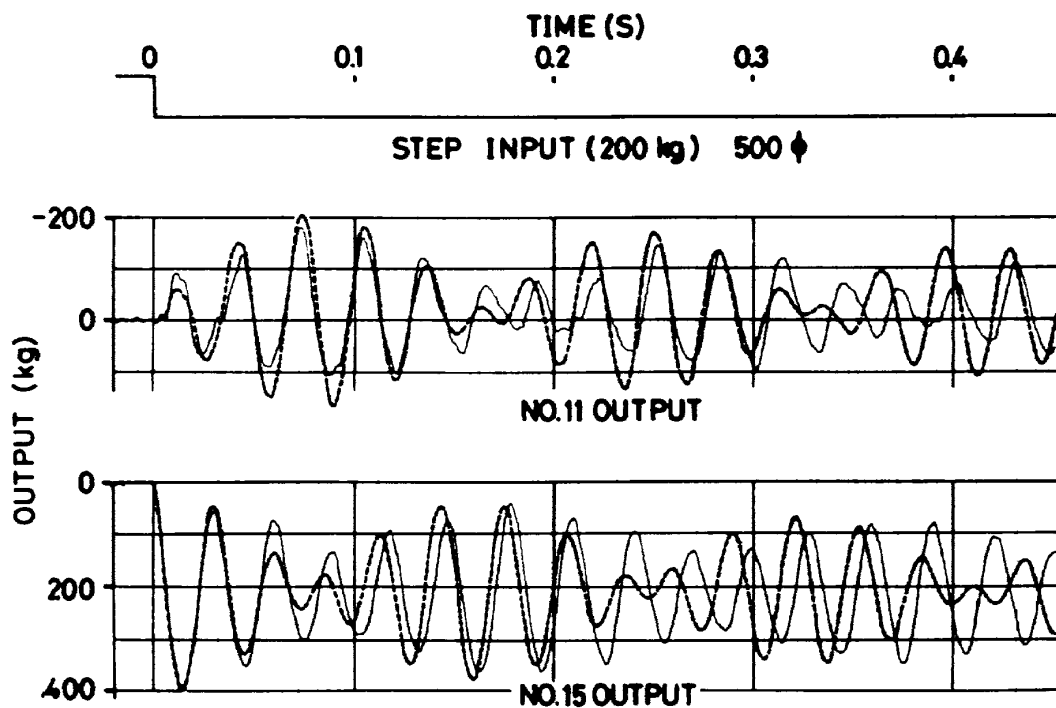


図 14 ステップ応答の比較 (500φ)

420φでは、No.15ロードセルに関する周波数特性はゲイン、位相角ともに、DC~約60Hzの範囲で非常によく一致している。約43Hz以上で $\angle H_2(j\omega)$ が -180° から 180° へ反転しているのは、 $\angle H_2(j\omega)$ の値が -180° をわずかに越えたことによるものと考えられる。No.11ロードセルに関しては、約28Hz以上では、ゲイン、位相ともに、非常によい一致を示す反面、DC~約28Hzの範囲で、モデルから求めた破線で示す周波数特性曲線は、試験結果による実線で示す周波数特性曲線の平均値を示

す曲線にほぼ等しいが、一致は得られていない。一般にコヒーレンス関数 γ^2 の値が小さいことの原因としては、1)、データのS/Nが良くないこと、2)、系が非線形であることの二つが考えられる。前述のとおり、No.11ロードセルに伝達される印加荷重の、DC成分あるいはそれに近い周波数成分は、No.15ロードセルのそれに比し約 $\frac{1}{8}$ であるため、S/Nの低下はあるていど考えられるが、500φのNo.11ロードセルに関する γ^2 の値が比較的大であることと、上述した420φのNo.11ロードセルに関

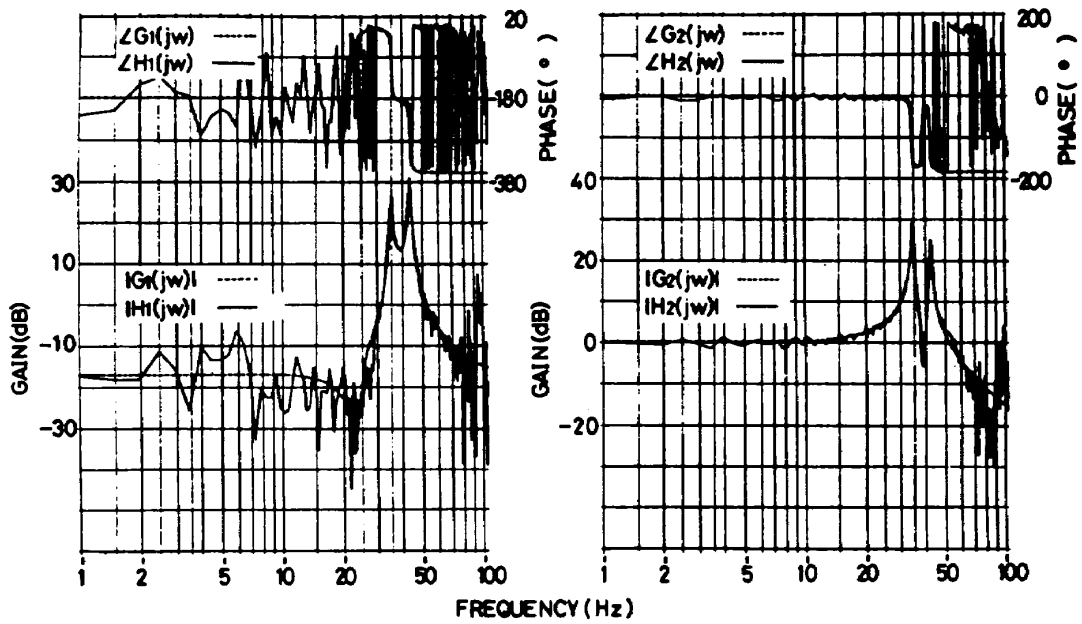


図 15 周波数特性の比較 (420φ)

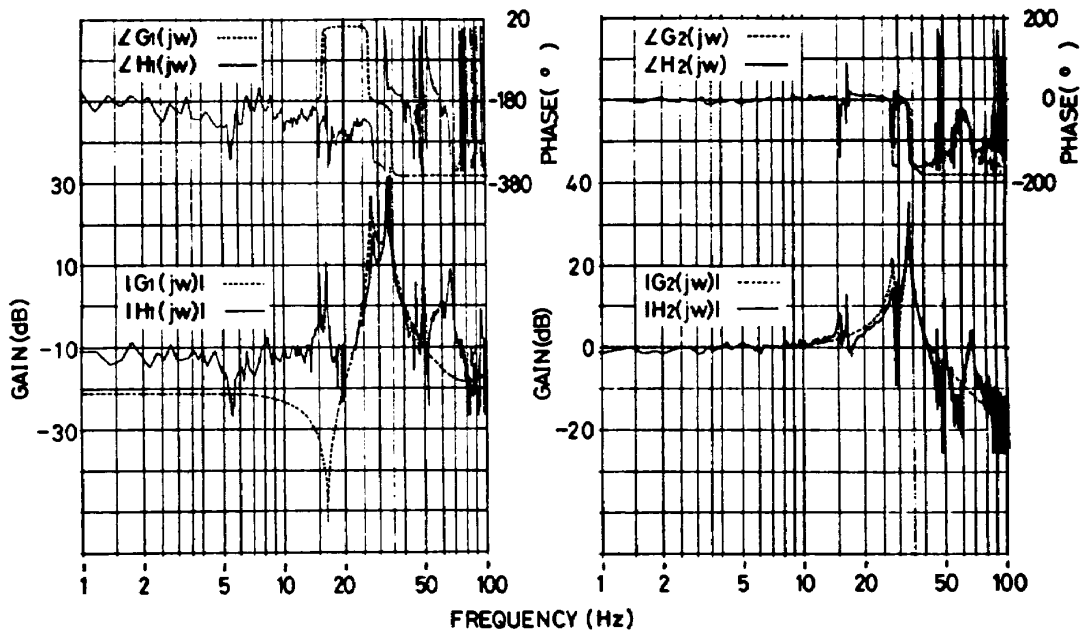


図 16 周波数特性の比較 (500φ)

するステップ応答の非常に良い一致を考慮すれば、イ)、ロ)の二つは、いづれも主要な原因ではなく、420φの $|H_1(j\omega)|$ のダイナミックレンジが、今回の動特性試験データによるフーリエアナライザの、実用上のダイナミックレンジ(約40dBと推定される)を越えたためと考えられる。したがって420φに関する周波数特性は、モデルから推定した周波数特性が示すように、No.11およびNo.15に関して、DC~約15Hzの範囲で、ゲイン、位相ともに平坦であると考えることが最も妥当である。

500φでは、No.11ロードセルに関する特性では、全般に良い一致は得られない。この不一致の原因は約10Hz以下とそれ以上の周波数範囲で異なると考えられる。すなわち、約10Hz以下の周波数範囲では、420φと同様に、実用上のダイナミックレンジの制限から来る $|H_1(j\omega)|$ を計算する時のS/Nの低下が原因であり、また約10Hz以上の周波数範囲では、約16および48Hzに共振点をもつ連結棒の特性を、モデルに組み入れなかったことが原因と考えられる。このことは、ステップ応答試験結果と、モデルによるステップ応答計算値の整定値レベルの一致が得られていること、および約15Hz以上の周波数範囲で、位相角がほとんど一致しないことからうらづけられる。一方No.15ロードセルに関する特性では、約16Hz付近の不一致および共振周波数の差(試験結果では28Hzおよび33.2Hz、モデルによる計算結果では27.5Hzおよび34Hz)があるが、比較的良い一致をみている。

以上の結果、420φに関してはもちろんのこと、500φ

に関してもNo.15ロードセルによる横推力計測系の特性が重要であることを考慮すれば、作成したモデルはおおむね妥当であったと考えられる。500φ用テストスタンドに関しては、より正確にテストスタンドの特性を記述すると思われる連結棒の横振動を考慮したモデルも検討すべきであるが、本報告では、なるべく低次のモデルを得ることを考え、連結棒の固有振動数を高めることを提案するにとどめる。

4.3 推進薬を装てんした時の周波数特性

以上のとおり、テストスタンドの数学モデルは、500φ用のNo.11ロードセルによる系の特性をのぞいて、テストスタンドの横推力計測系の特性をよく示す。推進薬を装てんしたロケットエンジンを取りつけた本テストスタンドの、横推力計測系の動特性は、従来明らかにすることが出来なかったが、このモデルを用いて推定する

表5 テストスタンドの定数(推進薬あり)

テストスタンド 定数	420φ	500φ	単位
m	0.77	1.83	$\text{kg}\cdot\text{s}^2/\text{cm}$
J	4100	51000	$\text{kg}\cdot\text{s}^2\cdot\text{cm}$
l_1	150	330	cm
l_2	86	230	cm
l_3	119	280	cm

(注) 他の定数は表3に同じ

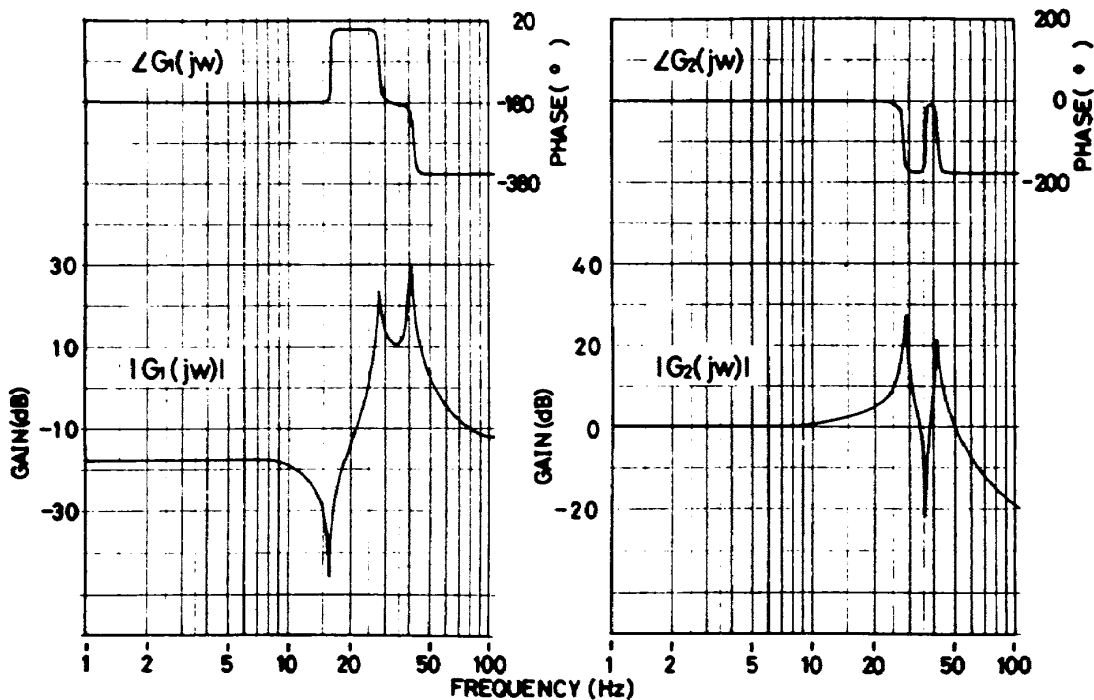


図17 推進薬を装てんした場合の周波数特性(420φ)

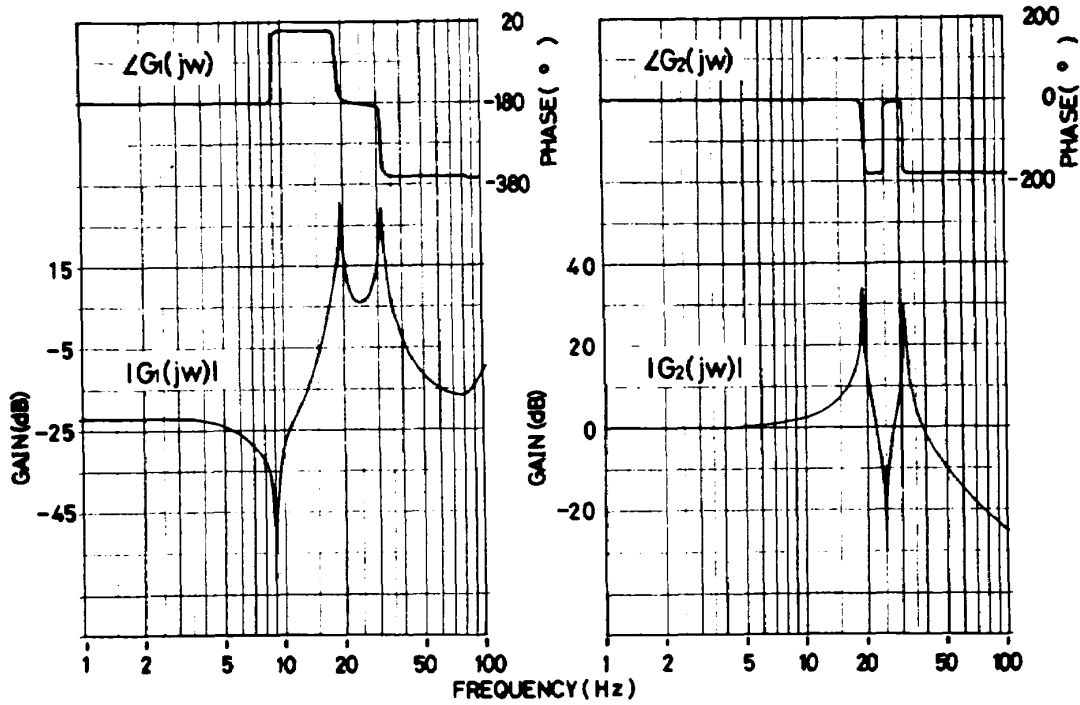


図 18 推進薬を装てんした場合の周波数特性 (500φ)

ことが可能である。推進薬を装てんしていない場合と異なる点は、ロケットエンジンを主体とする剛体の質量、重心位置および慣性モーメントの三パラメータのみである。JCR型ロケットエンジン 420φ および 500φ について計算により得た定数を表 5 に、推定した周波数特性を図 17, 18 に示す。ただし添字 1 は No. 11 ロードセル、添字 2 は No. 15 ロードセルに関する系を示す。

この結果 4.2 でのべたとおり、500φ の No. 11 ロードセルに関する特性 $G_1(j\omega)$ は、連結棒の固有振動数を高くしない限り、約 16 Hz 以上では一致しないが、420φ では DC~約 10 Hz の範囲で、ゲイン、位相ともに平坦な特性を示し、ゲインピークは約 28 Hz および約 41 Hz に存在すること、500φ では No. 11 ロードセルによる計測系では DC~約 4 Hz、No. 15 ロードセルによる計測系では、DC~約 6 Hz の範囲でゲイン、位相ともに平坦な特性を示し、ゲインピークは約 19 Hz および約 31 Hz に存在することが推定出来る。

なお、燃焼試験中は、残存推進薬重量およびその分布の変化を、縦推力計測系により計測することが可能であるから、燃焼試験中のある短い時間における動特性の推定も、可能であると考えられる。

5. ステップ応答立上りデータの補正

5.1 開ループ法

計測系の動特性が明らかな時、計測データより計測

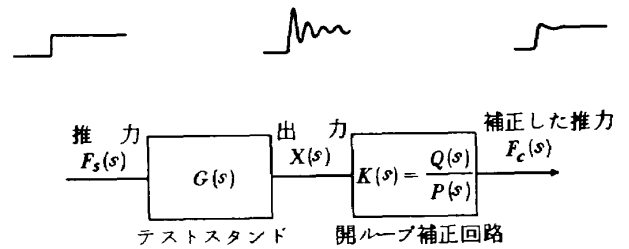


図 19 開ループ法のブロック図

対象を推定する方法が、これまでいくつか明らかにされているが、J. E. Irby 等は、開ループ補正回路 (Open-Loop Correction Network) と称する一種の逆伝達関数を用いた、ノイズの混入しにくい計測データの補正方法を提案している。⁶⁾

方法の概略は、図 19 に示すように補正回路 $K(s)$ を置き、計測データのノイズが比較的少ない場合には、その分子 $Q(s)$ を計測系の伝達関数 $G(s)$ の逆関数 $G^{-1}(s)$ に等しくとって、最適な補正推力 $F_c(s)$ を得るために、 $K(s)$ の分母であるところの $P(s)$ を決定する方法である。この時、 $P(s)$ の各係数は、 $M(s) = F_c(s) / F_s(s)$ が最大平坦特性をとるように選ばれるが、これは $|M(j\omega)|^2$ の微分が $\omega = 0$ において 0 であるという条件から得られる。すなわち、補正推力および補正回路は (25) および (26) 式で表わされ

$$F_c(s) = X(s) \cdot K(s) \tag{25}$$

$$K(s) = G^{-1}(s) / P(s) \tag{26}$$

かつ、 $P(s)$ が (27) 式のような形で与えられるとき

$$P(s) = \frac{s^n + z_1 s^{n-1} + z_2 s^{n-2} + \dots + z_n}{z_n} \quad (27)$$

$z_1, z_2 \dots z_n$ を $F_c(s) = X(s) \cdot K(s) = F_s(s) \cdot G(s) \cdot G^{-1}(s) / P(s) = F_s(s) / P(s)$ の関係から、導びかれる(28)式の微分

$$|M(j\omega)|^2 = \left| \frac{F_c(j\omega)}{F_s(j\omega)} \right|^2 = \left| \frac{1}{P(j\omega)} \right|^2 = \frac{Z_n}{\omega^{2n} + Z_1 \omega^{2n-2} + Z_2 \omega^{2n-4} + \dots + Z_n} \quad (28)$$

が、0であるという条件、(29)式より決定すればよい。

$$\left. \frac{d|M(j\omega)|^2}{d\omega^2} \right|_{\omega=0} = 0 \quad (29)$$

5.2 420φステップ応答立上りデータの補正

ここでは、420φステップ応答試験のNo.15ロードセル出力データ $X_2(s)$ と、伝達関数 $G_2(s)$ とから、上記方法により印加荷重を推定する。

(29)式より、印加荷重の推定値 $F_c(s)$ は(30)式で与えられる。ここで補正回路 $K_2(s)$ は(28)式より(31)式のように与えられ、 $G_2(s)$ の分子および分母は、(7)式および(20)~(24)式から明らかのように、 s の4次および6次の多項式で与えられているので、 $P_2(s)$ の次数は高々2次でよい。

$$F_c(s) = X_2(s) \cdot K_2(s) \quad (30)$$

$$K_2(s) = G_2^{-1}(s) / P_2(s) \quad (31)$$

したがって $P_2(s)$ を(32)式のようにおけば

$$P_2(s) = \frac{s^2 + 2\zeta_p \omega_p s + \omega_p^2}{\omega_p^2} \quad (32)$$

(28)および(29)式による、 $M(s)$ が最大平坦をとる条件から $\zeta_p = 1/\sqrt{2} = 0.707$ を得る。

ここに ζ_p : 減衰化
 ω_p : 系の共振周波数と、ステップ応答データに含まれる周波数とから選ばれた角周波数、ここでは $\omega_p = 1000$ とした。

添字 2 : No.15ロードセルに対応する。

この結果、最適な $K_2(s)$ は、(7)式、(31)式および(32)式から、(33)式のように与えられる。

$$K_2(s) = \frac{(v_6 s^6 + v_5 s^5 + v_4 s^4 + v_3 s^3 + v_2 s^2 + v_1 s + v_0)}{(u_{42} s^4 + u_{32} s^3 + u_{22} s^2 + u_{12} s + u_{02}) \omega_p^2} \times \frac{\omega_p^2}{(s^2 + 1.414 \omega_p s + \omega_p^2)} = \omega_p^2 \frac{v_6 s^6 + v_5 s^5 + v_4 s^4 + v_3 s^3 + v_2 s^2 + v_1 s + v_0}{R_6 s^6 + R_5 s^5 + R_4 s^4 + R_3 s^3 + R_2 s^2 + R_1 s + R_0} \quad (33)$$

ここに $R_6 = u_{42} = 5.79$
 $R_5 = u_{32} + 2\zeta_p \omega_p u_{42} = 8.30 \times 10^3$
 $R_4 = u_{22} + 2\zeta_p \omega_p u_{32} + \omega_p^2 u_{42} = 9.93 \times 10^6$
 $R_3 = u_{12} + 2\zeta_p \omega_p u_{22} + \omega_p^2 u_{32} = 5.76 \times 10^9$
 $R_2 = u_{02} + 2\zeta_p \omega_p u_{12} + \omega_p^2 u_{22} = 4.25 \times 10^{12}$
 $R_1 = 2\zeta_p \omega_p u_{02} + \omega_p^2 u_{12} = 3.56 \times 10^{14}$
 $R_0 = \omega_p^2 u_{02} = 2.40 \times 10^{17}$

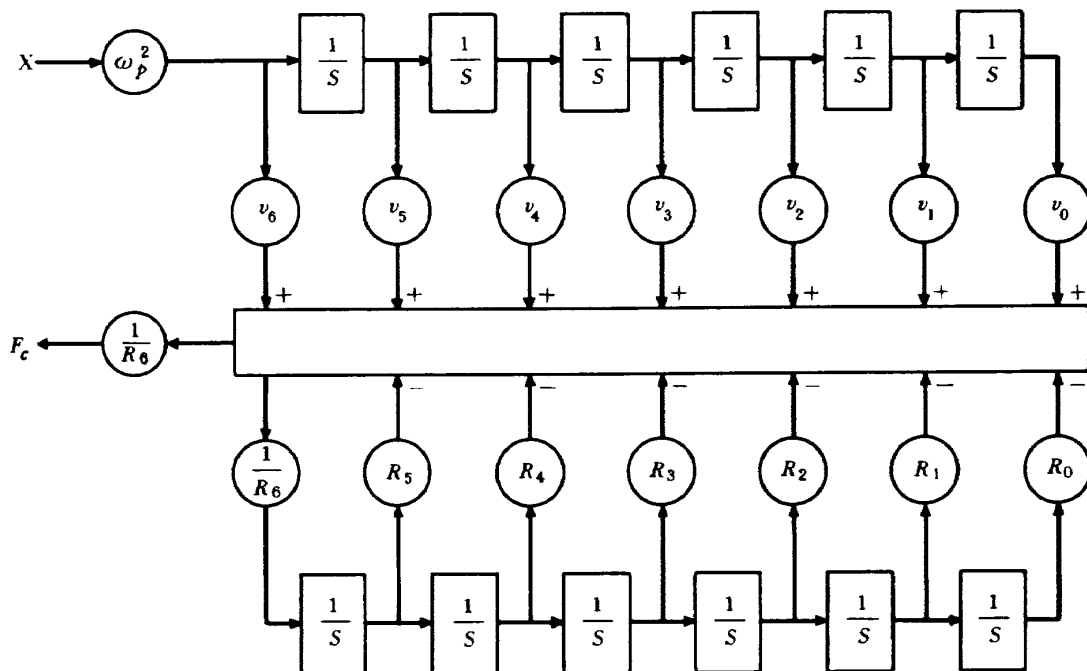


図 20 開ループ補正回路のフローチャート

Irby 等は、補正回路の例をアナログ計算機でシミュレートしているが、本テストスタンドの場合、 $K_2(s)$ の各係数の差が大であり、アナログ計算機によりシミュレートすることは容易ではない。その結果ここでは、デジタル計算機により補正回路をシミュレートすることにした。そのフローチャートを図 20 に示す。ここで、入力 $X(t)$ には、420φ の Na 15 ロードセル出力を遮断周波数 80 Hz のローパスフィルタでろ波した後、サンプリング間隔 $5 \mu s$ でデジタル化したデータを使用し、 $\frac{1}{s}$ で示される積分は、積分時間 $5 \mu s$ のオイラー積分によった。図 21 に入力 $X(t)$ (×××××) と印加力の推定値 $F_c(t)$ (⋯⋯⋯) を示す。

図から明らかのように印加力の推定値は、完全なステップ状波形ではなく、0~90% 立上りに約 6ms を要するステップ状波形で、ステップ応答試験時の印加荷重 100kg を中心に、約 10% のオーバーシュートがみられ、定常値も ±5% 位のばらつきがある。これは、3.1 のべたとおり、ステップ応答試験時のステップ荷重印加の 0~90% 立上りに、約 6ms 要していることをうらずけるものであり、またオーバーシュートやノイズのようなばらつきは、入力 $X(t)$ に含まれるノイズと 420φ 用テストスタンドの横推力計測系の伝達関数 $G_2(s)$ の誤差を表わしていると言える。言いかえれば、上記伝達関数 $G_2(s)$ の誤差は、ステップ応答試験立上りデータの補正結果を基にすれば、立上り速度 ±5% 以内、オーバーシュート ±10

% および定常値 ±5% の精度で、立上りデータ補正をおこなえるような範囲にあると考えられる。

6. むすび

固体ロケット多分力テストスタンドの、横推力計測系について、動特性試験および数学モデルによる解析をおこない、考察した結果、次の結論を得た。

1) 420φ 用テストスタンドについては、燃焼済みロケットエンジンを取りつけた場合、Na 11 および Na 15 ロードセルによる計測系は、ともに DC~15 Hz の範囲で平坦な周波数特性を持ち、34.7 Hz および 42.8 Hz に共振点をもつことが明らかとなった。また推進薬を装てんした JCR 型 420φ ロケットエンジンを取りつけた場合、DC~約 10 Hz の範囲で平坦な周波数特性を持ち、約 28 Hz および約 41 Hz に共振点をもつことが推定出来た。

2) 500φ 用テストスタンドについては、燃焼済みロケットエンジンを取りつけた場合、Na 11 および Na 15 ロードセルによる計測系は、ともに DC~10 Hz の範囲でほぼ平坦な周波数特性を持ち、28 Hz および 33.2 Hz に共振点をもつが、連結棒の影響が約 16 Hz 以上の周波数範囲で出ていることが明らかとなった。また推進薬を装てんした JCR 型 500φ ロケットエンジンを取りつけた場合、周波数特性の平坦な範囲は、DC~約 5 Hz にせばまることが推定出来た。なお、この場合、Na 15 ロードセルを支える後部フレームを、Na 11 ロードセルを支える前部フレ

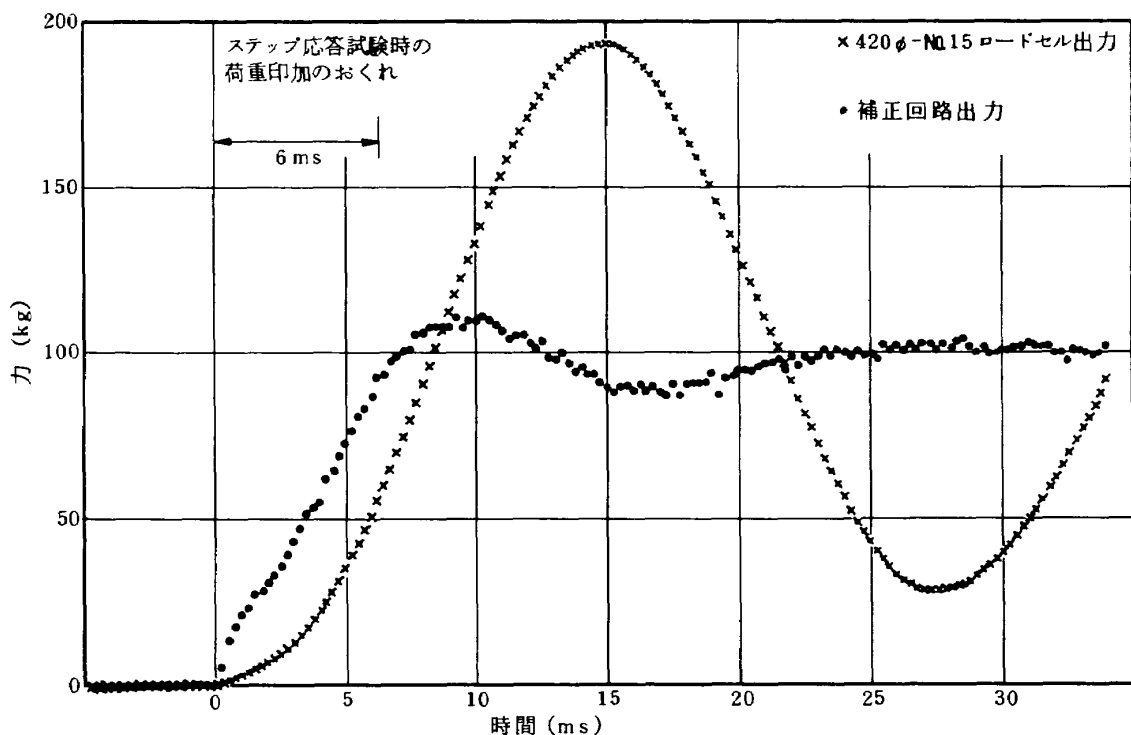


図 21 420φ-Na 15 ロードセル出力の立上り補正

ームと同程度のこわさを持つように補強した場合、周波数特性の平坦な範囲を約2Hz 拡張出来ることを、計算により別途確認した。

3) 動特性試験結果と、モデルによる解析結果との比較、検討をおこなった結果、テストスタンド横推力計測系が複雑な構造であるにもかかわらず、比較的精度の高い線形数学モデルと伝達関数を得ることが出来た。420φ ステップ応答試験結果のNo.15ロードセル出力と伝達関数 $G_2(s)$ とから、印加荷重を逆算した結果は、この $G_2(s)$ が、立上り速度誤差±5%、オーバーシュート±10%および定常値誤差±5%の範囲内で、立上りデータの補正をおこなうことの出来るような精度を持っていることが確認された。なお、500φ テストスタンドに関しても、連結棒の固有振動数を高めることが来れば、このモデルを比較的良い精度で適用できると考えられる。

4) フーリエアナライザによるデータ処理を前提としたインパルス応答法によるテストスタンドの動特性試験は、アナライザの持つ実用上のダイナミックレンジの問題が一部あるにしても、非常に簡便な信頼性の高い試験方法であることを確認した。

5) 本研究で用いた一連の方法は、横推力の立上り特性等の過渡特性の補正や、動特性を考慮に入れたこの種のテストスタンドの設計を可能にするものであるが、主推力測定用テストスタンド等に対しても容易に適用できると考えられる。

本研究にあたり、大塚角田支所長、石井固体ロケット研究室長による全般にわたる指導、構機体構造研究室長からの助言、ならびに試験に際し鎮西、升谷、工藤、村上、小室各技官の協力があつた。

文 献

- 1) 航空宇宙技術研究所，宇宙開発事業団；JCR型ロケット二次噴射制御装置地上燃焼試験に関する研究，NAL/NASDA 共同研究報告書，（昭47年）
- 2) たとえば，V. Denk; Grundsatzbetrachtungen zur Schubmessung bei Raketentriebwerken, Luftfahrttechnik·Raumfahrttechnik, Bd 13, Nr 11 (1967) pp. 257~284.
- 3) 石井進一，山田晃，鎮西信夫，引地豊三，工藤賢司；固体ロケット多分力テストスタンドの精度について，航技研報告 TR-203(1970)
- 4) 冠昭夫，工藤賢司；固体ロケット多分力テストスタンドの動特性試験について，第18回宇宙科学技術連合講演会講演集(1974) pp 217~220
- 5) Mike Howell; Utilizing the HP Fourier Analyzer for Impulse Testing, Application Note 140-3 (1972) pp. 1~3, Hewlett Packard.
- 6) J. E. Irby, J. C. Hung; Optimum Correction of Thrust Transient Measurements, NASA CR-269 (1965).

航空宇宙技術研究所報告453号

昭和51年4月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182
印刷所 株式会社 共 進
東京都杉並区久我山4-1-7(羽田ビル)
