

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-462

油圧式ソフトサーボ機構非線形モデルの数値解析

池谷 光栄 ・ 梶井 誠

1976 年 7 月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

# 油圧式ソフトサーボ機構非線形モデルの数値解析\*

池谷 光栄\*\*・梶井 誠\*\*\*

## Non-Linear Simulation Study of a Hydraulic Soft Servomechanism with Velocity-Feedback Loop

By Mitsuei IKEYA and Makoto KAJII

### ABSTRACT

Many control systems are currently being controlled by digital computers. However, utilization of hydraulic servomechanisms for the mechanical power output stages of these control systems, which employ the step input command as the control signal, requires soft characteristics, since these servomechanisms must not incur excessive overshoot and/or high acceleration, especially in the mass loaded condition. The subject of this paper is the position control system, composed of a servo valve and an actuator (cylinder), into a soft response characteristics type servomechanism, which moves a relatively longer distance with high speed and high accuracy. This is an unexploited field for hydraulic servomechanisms. In this paper, the velocity feedback signal is used as a damping, augmentator to obtain soft response characteristics. In the first step, a mathematical model of a hydraulic servomechanism is established in non-dimensional form under a mass loaded condition. Then, three parameters, determining the characteristics of the hydraulic system, are defined: These are, (1) the servo valve time constant, (2) inertia load, and (3) ratio of position to velocity feedback gain. Finally, simulation studies and discussions of the calculation results are conducted regarding the influence of these three parameters, especially on shock acceleration and overshoot for step input signal.

### 1. 序 言

一般に油圧機器は制御システムの機械的な出力機構として最も優れたものの一つに挙げられる。これは油圧機器が小形で出力(トルク)重量(慣性)比が大きく、容易に大出力が出せてしかも応答が速いなど、数多くの優れた特長に基づくものと考えられる。特にサーボ弁が出現して、これに制御工学の手法を適用した極めて高性能の電気油圧制御系(アナログ方式, 位置制御系)が完成し、これに応じて油圧制御機器の適用範囲も航空機, ロケット, 船舶から建設機械, 汎産業機械に至る広い分野に及んでいる。<sup>1)2)</sup>

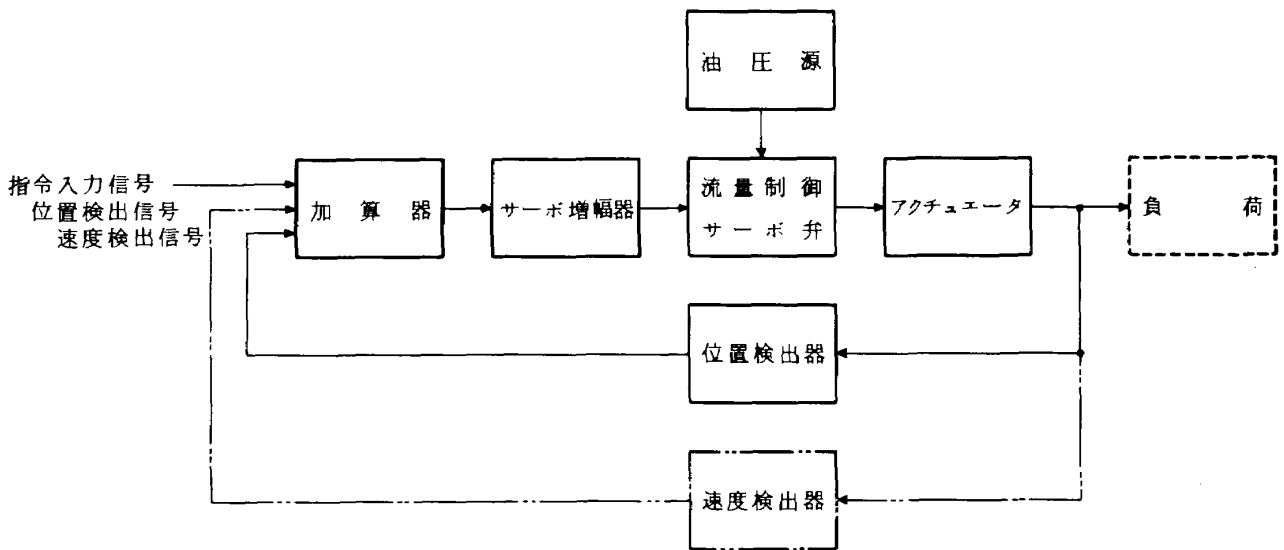
特に油圧式制御の立場からは, 航空機, ロケット用自動航行制御システム, 飛行シミュレータ, NC(数値制御)工作機械, 産業用ロボットなどの出力装置として, いわゆる電気油圧式サーボ機構は益々その役割を広げ, 重要性を増している。サーボ機構とは一般に閉ループ制御系において機械的な位置(変位, 角度)を制御量とするものの総称である<sup>3)</sup>。その多くは操作量も位置の変化であって, 入力に位置出力を追従させる追値制御系として構成される。従来このような制御系の理想的な動作とされてきたものは, 可能な限り忠実に位置出力を入力に追従させる, いわゆるハードな特性であった。その典型例が流量制御サーボ弁とアクチュエータを使用して位置制御系を構成した油圧式サーボ機構である(図1)。

一方近時における電子技術, 情報処理技術の急進展と共に, オンラインでのデジタル技術が高度に開発され,

\* 昭和51年6月1日受付

\*\* 計測部

\*\*\* 上智大学理工学部(現宇宙開発事業団)



(注) 二点鎖線で示した速度検出ループについては第2章で説明。

図1 油圧式サーボ機構の構成

これに伴って各種機器の出力機構のデジタル化ないしはデジタル的処理の必要性が高まってきた。例えば最近の自動飛行制御システムは次第にデジタル化される傾向にあり、その場合には出力機構として使用されるサーボ機構はデジタル量である計算機の演算出力で制御される。従ってサーボ機構に対する入力信号はこれからはステップ信号的性格が強くなってきており、このような用途に使用されるサーボ機構の構造、特性はステップ入力に応じて動作することを充分考慮に入れたものでなければならない。

ここで油圧式の直動型アクチュエータ、いわゆる油圧シリンダについてデジタル化に対処する観点から考察すると、ストロークが比較的短いものについては電気油圧パルスモータ<sup>4)</sup> 或はピストンアダー型アクチュエータ<sup>5)</sup> のように、デジタル量を直接入力とすることができる極めて優れた機器が開発され、特に前者は現在既に充分実用の域に入っている\*。これに反してストロークが長いアクチュエータについては、サーボ弁とシリンダで構成したサーボ機構を、A/D変換でステップ信号をアナログ的な入力に変えたもので駆動するより外に適当な

方式は見当らないようである。<sup>6)</sup>

サーボ機構の動特性はその他の機械装置などと同様に当然負荷の影響を受けて変化する。しかもその特性は立場を変えればサーボ機構が動作中に負荷に与える効果も考えておかなければならない。例えばサーボ機構の負荷が慣性負荷だけの場合に、これがステップ入力に対して極めて忠実に追従する、いわゆるハードな応答をするものであれば、負荷は急駆動されて非常に大きい加速度を受けることになる(図2(a, ii), (b, ii))。この特性のものをここではハードサーボ機構と名付ける。しかし機械系が質量を有することは当然であり、そこでこのようにハードな応答をすることは、機械系の動作上で多分に大きな支障をもたらすことが考えられる。一般的には同図(a, iii), (b, iii)のようにある程度鈍ったソフトな応答を与えるサーボ機構の望ましいことが云えよう。このような特性を有するものは一般にソフトサーボ機構と呼ばれる。その中でも特にストロークが長いものは、飛行シミュレータなどを始めとして自動化システム、NC工作機械、その他各方面の需要が急増している。しかし従来用いられてきたソフトサーボ機構は一般に最高駆動

\* 電気油圧パルスモータの入力は時系列の電気パルス信号を電気パルスモータにそのまま与えて動作させる。しかし現在実用されているものの構造は、油圧出力部、フィードバック回路共にアナログ方式によっている。すなわち1個1個の入力パルスを積算してアナログ的に積分処理される。従ってステップ入力を与えても急激な動きを生ずることは有り得ないが、逆に例えば大きな慣性負荷を設けて長いストロークで高速駆動することが要求されるような用途には不適当と考えられる。

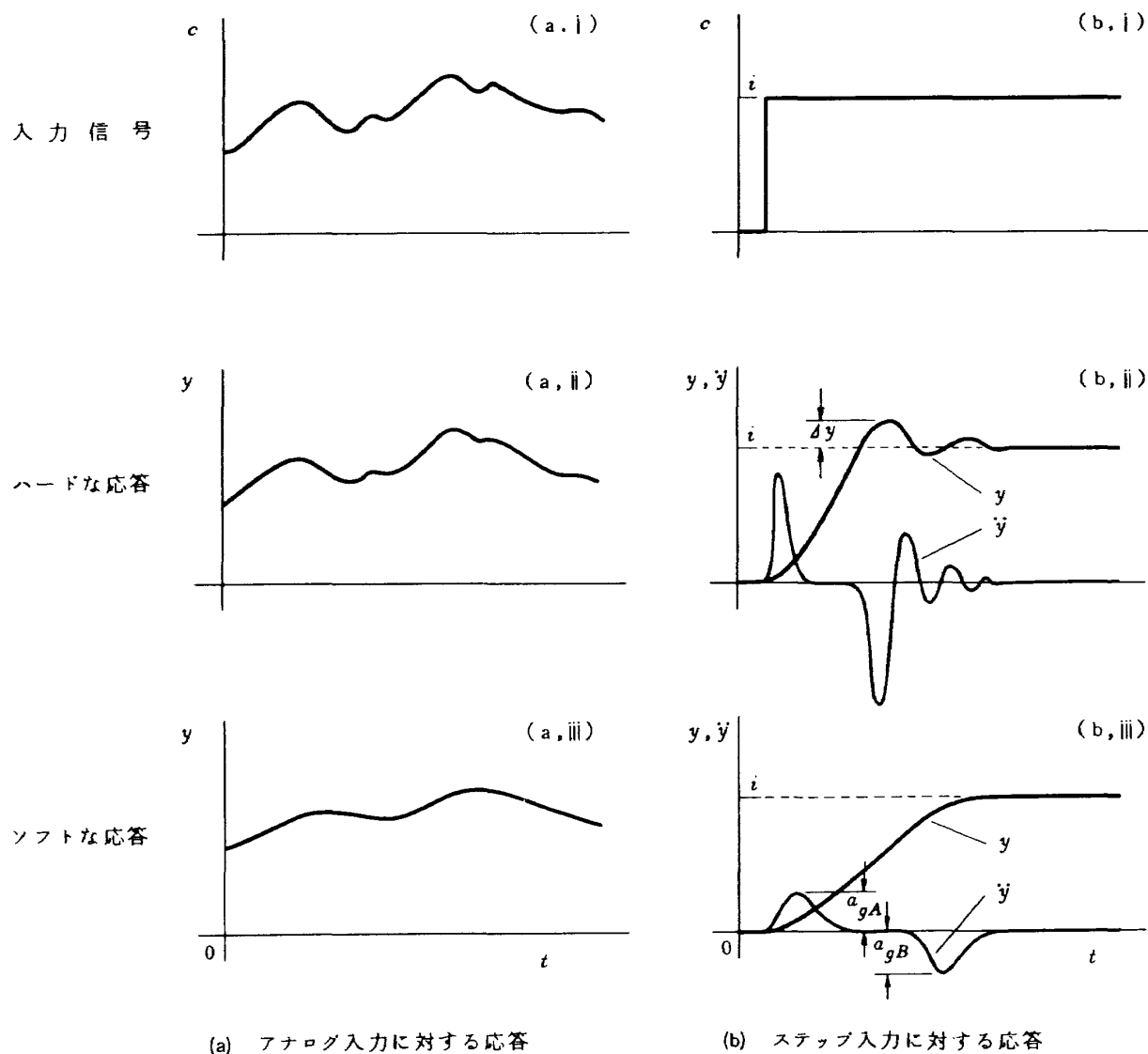


図2 サーボ機構の典型的な応答パターン

速度が低く、しかも位置決め精度すらも劣ることが多いために、その性能向上が強く望まれている。

ここでは位置制御方式による油圧式サーボ機構が有している高速、高精度の特長機能を活かしながら、しかも負荷の過激な運動を抑えてソフトな特性が得られるような構成系を考える。その直接的手法としては負荷圧力を検出してフィードバックする方法があり<sup>7)</sup>、間接的手法としてはシリンダ速度を検出してフィードバックする方法が考えられる。本報告では後者の方法を取上げることとする。さて、その理論的考察を進めるに際し、一般に油圧式サーボ機構は何よりも先づ主要制御要素であるサーボ弁の油圧系（以下これをスプール弁と呼ぶ）が四方案内弁の一種であって、その流量特性が強い非線形性を示すことから、通常の場合、その解析に線形制御理論を適

用することは困難である。従って、このような問題については微分方程式を直接扱う方法が多く取られることになる。このようにしてスプール弁を含む系を非線形的に扱った研究報告はTurnbull その他によって既に与えられているが、<sup>8)~12)</sup>これらは何れもハードな系を解析対象とするものであり、特にソフトな系を対象に取上げた研究例は従来見当たらないようである。

上述から、本報告は位置信号だけをフィードバックする通常の油圧式サーボ機構に、更に速度信号をもフィードバックすることによって特性をソフト化した構成系に関して、非線形的な取扱いのもとに解析的に定量的な結果を求めて、今後、この種サーボ機構の実際の設計計画に際して必要な技術データの提供を図ろうとするものである。

## 記号

本報告で使用する大文字記号は原則として無次元化した量を(記号表中で\*の記号を付ける),小文字記号は有次元量を表わす。

$a$  : シリンダ受圧面積〔 $\text{cm}^2$ 〕

$a_g$  : シリンダ最大衝撃加速度〔 $\text{cm}/\text{sec}^2$ 〕

$a_1$  : 式(3)の係数〔 $\text{kgf sec}/\text{cm}$ 〕

$a_2$  : 式(3)の係数〔 $\text{kgf}/\text{cm}$ 〕

$C_L = \frac{k_S^2 k_a k_{fy}}{a z_0 p_S} m$ , 負荷係数\*

$c$  : 入力信号〔 $\text{mV}$ 〕

$e$  : 加算器入力信号〔 $\text{mV}$ 〕

$G = |\ddot{Y}|_{\text{max}}$ \*

$g$  : 重力加速度〔 $\text{cm}/\text{sec}^2$ 〕

$H$  : サーボ弁制御域\*

$h$  : サーボ弁制御域〔 $\text{cm}$ 〕

$I$  : ステップ入力信号\*

$i$  : ステップ入力信号〔 $\text{cm}$ 〕

$k = \frac{i}{c}$ , 係数〔 $\text{cm}/\text{mV}$ 〕

$k_a$  : サーボ増幅器ゲイン〔 $\text{mA}/\text{mV}$ 〕

$k_{fy}$  : 位置フィードバックゲイン〔 $\text{mV}/\text{cm}$ 〕

$k_{fv}$  : 速度フィードバックゲイン〔 $\text{mV sec}/\text{cm}$ 〕

$k_i$  : スプール弁流量係数\*

$k_S = \frac{k_v w x_0}{a} \sqrt{\frac{p_S}{2}}$ , バルブゲイン〔 $\text{cm}/\text{sec}$ 〕

$k_{tn}$  : トルクモータ, ノズルフラップゲイン〔 $\text{kgf}/\text{mA}$ 〕

$k_v = k_i \sqrt{\frac{2}{\rho}}$ , スプール弁流量係数〔 $\text{cm}^2/\text{sec kgf}^{\frac{1}{2}}$ 〕

$m$  : 負荷質量〔 $\text{kgf sec}^2/\text{cm}$ 〕

$N$  : 非線形要素

$p_L = p_1 - p_2$ , 負荷圧力〔 $\text{kgf}/\text{cm}^2$ 〕

$p_R$  : 戻り圧力〔 $\text{kgf}/\text{cm}^2$ 〕

$p_S$  : 供給圧力〔 $\text{kgf}/\text{cm}^2$ 〕

$p_0$  : 定格供給圧力〔 $\text{kgf}/\text{cm}^2$ 〕

$p_{1,2}$  : スプール弁ポート出力圧力〔 $\text{kgf}/\text{cm}^2$ 〕

$q$  : 流量〔 $\text{cm}^3/\text{sec}$ 〕

$q_0$  : サーボ弁定格流量〔 $\text{cm}^3/\text{sec}$ 〕

$q_{1,2}$  : スプール弁ポート通過流量〔 $\text{cm}^3/\text{sec}$ 〕

$\bar{q}$  : 代表流量〔 $\text{cm}^3/\text{sec}$ 〕

$R_f = \frac{k_S k_a}{z_0} k_{fv}$ , 位置, 速度フィードバック比\*

$r_f = \frac{k_{fv}}{k_{fy}}$ , 位置, 速度フィードバック比〔 $1/\text{sec}$ 〕

$s$  : ラプラス演算子

$T$  : 時間\*

$t$  : 時間〔 $\text{sec}$ 〕

$\bar{t}$  : 代表時間〔 $\text{sec}$ 〕

$w$  : サーボ弁ポート円周方向開口幅〔 $\text{cm}$ 〕

$X$  : スプール変位\*

$\dot{X} = \frac{z_0}{k_S k_a k_{fy} z_0} \frac{dx}{dt}$ , スプール変位速度\*

$x$  : スプール変位〔 $\text{cm}$ 〕

$x_0$  : 定格スプール変位〔 $\text{cm}$ 〕

$\bar{x}$  : スプール代表変位〔 $\text{cm}$ 〕

$\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ , スプール変位速度〔 $\text{cm}/\text{sec}$ 〕

$Y$  : シリンダ変位\*

$\dot{Y} = \frac{a}{k_v w x_0} \sqrt{\frac{p_S}{2}} \frac{dy}{dt}$ , シリンダ変位速度\*

$\ddot{Y} = \frac{z_0}{k_S^2 k_a k_{fy}} \frac{d^2 y}{dt^2}$ , シリンダ変位加速度\*

$|\ddot{Y}|_{\text{max}}$  : シリンダ制動時最大衝撃加速度\*

$y$  : シリンダ変位〔 $\text{cm}$ 〕

$\bar{y}$  : 代表長さ〔 $\text{cm}$ 〕

$\dot{y} = \frac{dy}{dt}$ , シリンダ変位速度〔 $\text{cm}/\text{sec}$ 〕

$\bar{\dot{y}}$  : 代表速度〔 $\text{cm}/\text{sec}$ 〕

$\dot{y}_S$  : シリンダ飽和速度〔 $\text{cm}/\text{sec}$ 〕

$\ddot{y} = \frac{d^2 y}{dt^2}$ , シリンダ変位加速度〔 $\text{cm}/\text{sec}^2$ 〕

$\bar{\ddot{y}}$  : 代表加速度〔 $\text{cm}/\text{sec}^2$ 〕

$Z$  : サーボ弁入力信号\*

$z$  : サーボ弁入力信号(=サーボ増幅器出力)〔 $\text{mA}$ 〕

$z_0$  : サーボ弁定格入力信号〔 $\text{mA}$ 〕

$\Delta Y$  : オーバシュート量\*

$\Delta y$  : オーバシュート量〔 $\text{cm}$ 〕

$\tau = \frac{k_S k_a k_{fy}}{z_0} \tau$ , サーボ弁時定数\*

$\tau = \frac{a_1}{a_2}$ , サーボ弁時定数〔 $\text{sec}$ 〕

$\rho$  : 作動油密度〔 $\text{kgf sec}^2/\text{cm}^4$ 〕

$\zeta$  : 減衰係数

0 : 添字(定格値を表わす)

— : 符号(代表値を表わす)

## 2. 油圧式ソフトサーボ機構

### —速度フィードバックを加えた回路構成のサーボ機構—

ソフトサーボ機構とは通常のサーボ機構の動作状態の特別な一形態と考えることができる。しかしその定義については現在の所未だ明確には規定されていないようである。従って本報告においては、「ソフトサーボ機構とは、質量を有する機械系として、これにステップ入力に加えられた時に、任意に定めた値以下の小さい衝撃加速度でオーバシュートすることなく追従する系である」とする\*。しかもここで考察を行なうソフトサーボ機構の目的とする特徴機能は、長いストロークを充分高速で変位可能であり、かつ又優れた位置決め精度を有すべきものとする。なお序言で述べたことに従い、ここでの考察範囲は流量制御サーボ弁と直動形アクチュエータ（シリンダ）で構成した最も一般的な油圧式サーボ機構（位置制御系）の特性をソフト化したものに限定する。

従来は通常の油圧式サーボ機構の特性をソフト化する方法として、多くは、

- 1) シリンダの定格に比べて格段に定格流量が小さいサーボ弁を使用する、
- 2) 位置フィードバックを充分低く抑える、

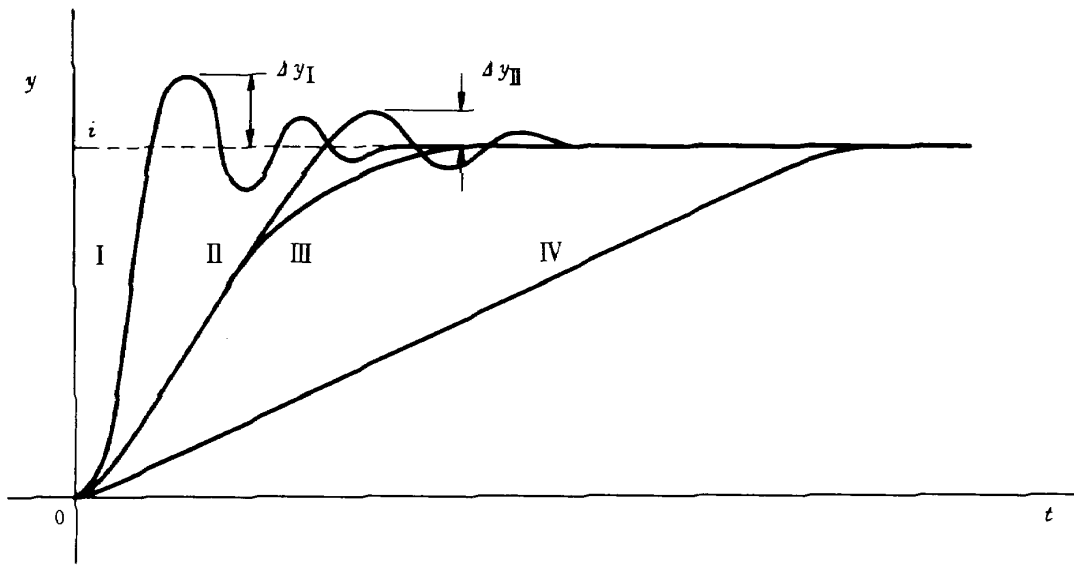
の何れかが行なわれてきた。ここで図3はかかるサーボ機構にステップ入力 $i$ を与えた場合の応答パターンをモデル的に示したものであって、同図(a)は時間 $t$ に対する変位 $y$ の関係を、又同(b)は同じ応答を $y \sim \dot{y}$ 位相面上に示す。図における軌道Iは、従来のサーボ技術で理想とされてきた減衰係数 $\zeta \approx 0.7$ に相当するものである。この場合は全動作域にわたってサーボ弁が飽和することなく制御可能であり、位置フィードバックゲインも高くとることができて、一般的には最も良く入力に追従できるハードな系の応答である。<sup>13)</sup>これは応答時間が短かく位置精度も高いが、大きなオーバシュートを生ずる可能性が有り得る。又実際上は長いストロークを変位する間に

通常は軌道II~IVのようにサーボ弁が飽和状態に達するものと考えられる。従って、シリンダの飽和速度 $\dot{y}_s$ の大きさ如何が応答に要する時間の長さに大きく影響することになる。しかもサーボ弁の制御域は一般に同一条件のもとで位置フィードバックゲインとバルブゲインを高めるに伴ない、等価的に考えると制御域が狭くなったと同等の効果を持つ(軌道II, IV)。このため飽和域から脱け出し、制御域に入って以後の系の応答は同じくハードなものになることが予想される。従って、前述の第一の方法によってはステップ入力に対する応答時間が長く、しかもなお相当の衝撃加速度とオーバシュートを生ずる恐れがある。又第二の方法によっては等価的にシリンダのスティフネスが低下して外乱を受け易くなり、かつ実際の機器には必ず附随するシリンダ摺動部の摩擦や弁重合の不整など、内部発生ノイズに相当するものの影響が大きく利いて、結果的には位置決め精度が大きく低下することになる\*\*。

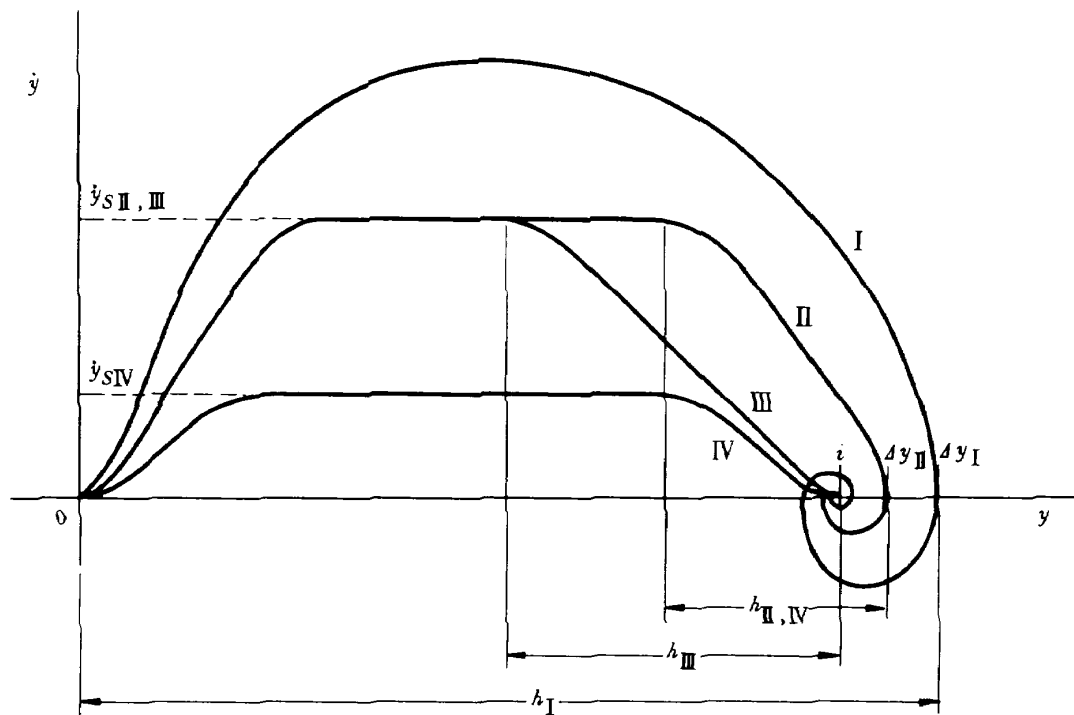
さて本研究で取上げるソフトサーボ機構に対する要求課題は、大きいステップ入力に加えられた時にその長いストロークをできるだけ高速で変位し、しかもオーバシュートすることなく小さな衝撃加速度のもとに高精度で整定できることにある。このためには、通常の応答が速い油圧式サーボ機構の特長を活かしながら、同時にその特性をソフト化するために、図3軌道IIの特性を有する系に適当な補償を施し、同図軌道IIIの特性が得られるように修整しなければならないことになる。その補償手法として、ここでは図1に示したサーボ機構の構成図中に二点鎖線で示した系統、すなわち速度フィードバックループを付け加え、いわゆる比例、微分動作を行なわせることにより系のダンピングを強めることを考える。このようにすれば、この系は定格流量が大きいサーボ弁を使用しても、高いループゲインで安定に動作させることが可能である。系のループゲインが高いことは系のスティフネスを高めることに相当し、結果として位置決め精度を向上させることになる。従って、この手法は油圧式

\* 最大衝撃加速度とは、この機械系の出力変位の二次微分、すなわち加速度を求めた時に、系の全挙動間に現われるものの絶対値の最大値を指すものとする。なおオーバシュートを生じないことを前提とすることは、ソフトサーボ機構の機能を少しく強調し過ぎるかにも受けとれるが、その特徴の一端を表わす目安としてこの条件を含める。実際の機械系で考えれば、例えばストローク終端にストップが設けられており、しかもその直前位置までストップに当たることなく安全に動作できることが要求されるような場合はこの条件が必要である。

\*\* ここで云う位置(決め)精度とは、実際の装置が必ず持っている多様性に富んだ各種の要因によって定まる最終的な整定時の精度のことである。一般にこれらの要因は観測的に効果を及ぼすものであって、しかも数式的に表現することが難かしく、かつ共通性が乏しいために、一般性を有する定量的結論をまとめることは殆んど不可能と考えられるから、本報告においては具体的な考察を省略する。なお次章で定める数学モデルによっては、上述が何れも無視できると仮定するから、いわゆる制御理論的な観点に立つ位置誤差は零になる。



(a) 対時間変位



(b) 位相面軌道

図3 サーボ機構のステップ入力に対する応答パターン

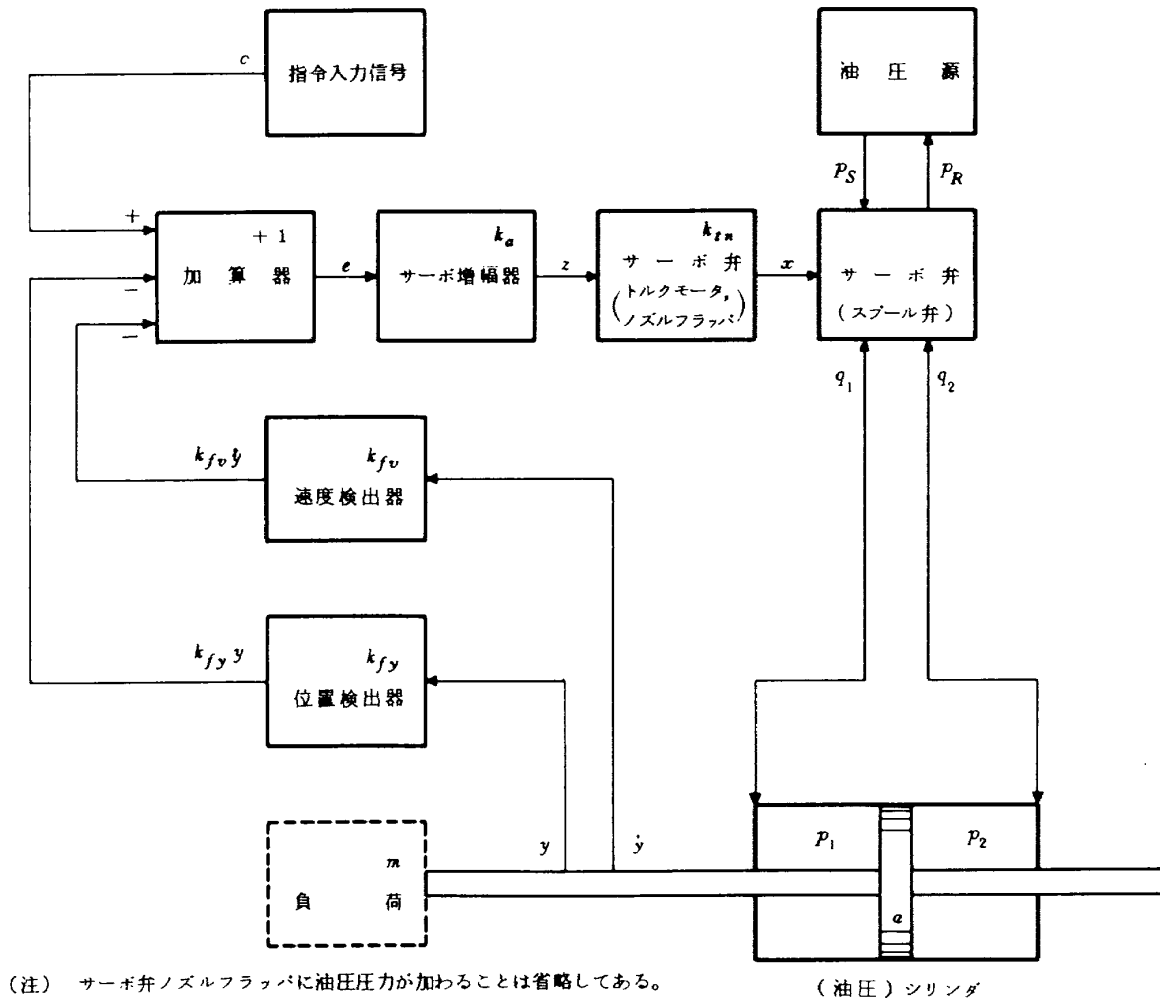


図4 油圧式ソフトサーボ機構の詳細構成

サーボ機構が元来有している特長機能を損なうことなく、しかも任意にソフトな特性のサーボ機構を構成できるものと期待される。

図4は図1に示した実線、二点鎖線の位置、速度両フィードバックループを有する油圧式ソフトサーボ機構の詳細構成ブロック図である。なお以下においては他と混同の恐れがない限り、図4に示す構成のソフトサーボ機構を単にサーボ機構と呼ぶ。

### 3. 油圧式ソフトサーボ機構の無次元化基礎方程式

#### 3.1 基礎方程式

図4に示したサーボ機構の基礎方程式、更にその一般化を図っての無次元化式を誘導、確立するために以下の仮定を設ける。

- i) 作動油は非圧縮性である。
- ii) サーボ弁のスプール弁部は零重合であって、ポートの開口面形状は矩形で完全に左右対称とする。

iii) スプール弁のポート流量係数は開口面積とは無関係に一定であり、そこを通過する流量は常に差圧の平方根に比例する。

iv) シリンダには作動油の洩れがなく、又動作中にキャビテーションを生ずることもない。

v) 配管抵抗や各摺動部分のクーロン摩擦は無視でき、制御系構成要素の剛性は充分高い。

vi) サーボ機構の負荷は慣性負荷だけである。

これらの仮定は、第6項を除き一般に供給圧力  $P_S$  が  $100 \text{ kgf/cm}^2$  以下の範囲で、しかも充分な定格流量を有するサーボ弁を使用した装置を対象とする場合には、充分妥当なものとして一般に広く採用されている考え方である。<sup>?)14)15)</sup>

ここでサーボ機構の基礎方程式を誘導するために、上述の仮定に基づいて図4をモデル化すれば図5のように表わされる。ただし符号も同図に従い、原点は中立位置にとる。

以下においては図4、図5のモデル図を加算器入力信



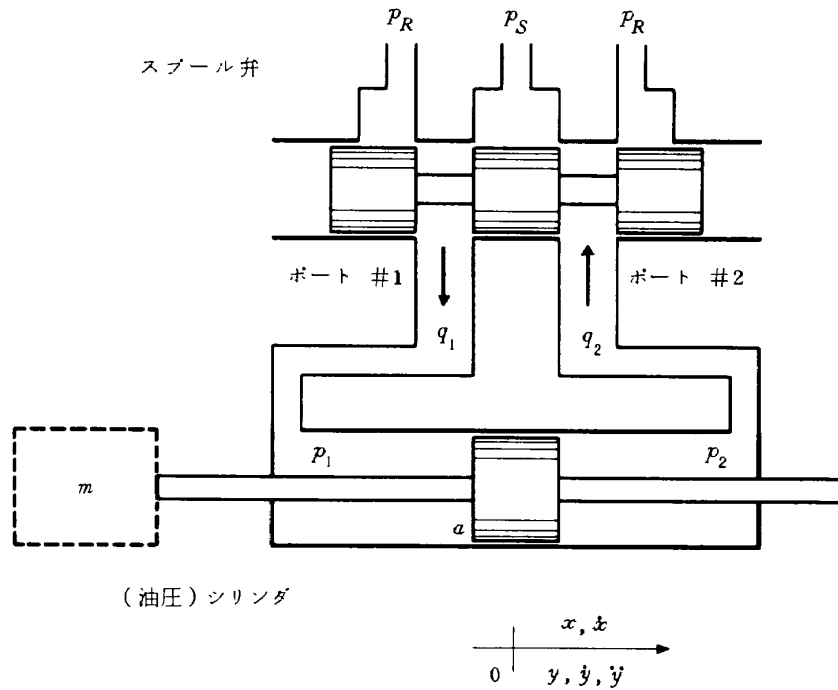


図5 スプール弁 シリンダ系の構造

号からシリンダ変位 (仮定により負荷変位に等しい) に至るまで三段階に分けて考える。<sup>8)12)16)</sup> すなわち、

- 1) 加算器入力信号  $e$  からサーボ増幅器出力  $z$  までの範囲。
- 2) サーボ弁入力信号  $z$  からスプール変位  $x$  までの範囲。
- 3) スプール変位  $x$  からピストン変位  $y$  までの範囲。

先づ加算器のゲインは +1 と考え、これに与える入力信号  $e$  は、指令入力信号  $c$  と変位  $y$  及び変位速度  $\dot{y}$  の二組のフィードバック信号  $k_{fy}y, k_{fv}\dot{y}$  との差とする。すなわち、

$$e = c - k_{fy}y - k_{fv}\dot{y} \tag{1}$$

ここで  $k_{fy}, k_{fv}$  はそれぞれ位置及び速度のフィードバックゲインである。加算器の出力  $e$  は当然サーボ増幅器に与えられる入力信号  $e$  そのものであり、そのゲインを  $k_a$  とすれば、増幅器出力  $z$  がサーボ弁に対する入力信号となる。

$$\begin{aligned} z &= k_a e \\ &= k_a (c - k_{fy}y - k_{fv}\dot{y}) \\ &= k_a c - k_a k_{fy}(y - r_f \dot{y}) \end{aligned} \tag{2}$$

$r_f$  は位置、速度フィードバック比である。

次にサーボ弁の特性は、入力信号  $z$  に対するスプール変位  $x$  の挙動が一次遅れ系で表わせることを仮定して、\*

$$a_1 \dot{x} + a_2 x = k_{t,n} z \tag{3}$$

$a_{1,2}$  はサーボ弁の定数、 $k_{t,n}$  はトルクモータとノズルフラップ部のゲインである。

さて仮定によりサーボ弁の各ポートを通過する流量  $q_{1,2}$  はその絶対値が常に等しいから、これを  $q$  で表わして、

$$\begin{aligned} |q| &= |q_1| \\ &= |q_2| \\ &= a |\dot{y}| \end{aligned} \tag{4}$$

$a$  はピストンの有効受圧面積である。従って  $q$  は  $x \geq 0$  に応じて下式で表わされる。

$$\begin{aligned} q &= k_i w x \sqrt{\frac{2(p_S - p_1)}{\rho}} \\ &= k_i w x \sqrt{\frac{2(p_2 - p_R)}{\rho}} \\ &= \frac{k_v w x}{\sqrt{2}} \sqrt{p_S - p_L} \quad (x \geq 0) \\ &= \frac{k_v w x}{\sqrt{2}} \sqrt{p_S + p_L} \quad (x < 0) \end{aligned} \tag{5}$$

\* スプールの運動は当初にしばしば二次系で表わすことがある。しかし全制御系の挙動をまとめる段階では簡略化して、殆んどの場合に一次系ないしはゲインだけに置きかえ、処理される。このことからここでは始めから一次系として扱う。

或は一括して、

$$q = \frac{k_v w x}{\sqrt{2}} \sqrt{p_S - p_L \text{sgn } x} \quad (6)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} p_L &= p_1 - p_2 \\ p_R &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

とする。又  $k_{i,v}$  はスプール弁の流量係数であって  $k_v = k_i \sqrt{2/\rho}$ 、 $w$  はポートの円周方向開口長さ、 $p_{1,2}$  はポートの出力圧力（仮定によりシリンダ室圧力に等しい）、 $p_L$  は負荷圧力、 $p_R$  は戻り圧力である。

又サーボ機構の出力  $f_L$ 、すなわち負荷圧力  $p_L$  と受圧面積  $a$  の積は負荷  $m$  の加速力に等しい。

$$\left. \begin{aligned} f_L &= a p_L \\ &= m \ddot{y} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式(8)によって、式(6)から  $p_L$  を消去すれば、

$$q = k_v w x \sqrt{\frac{p_S}{2}} \sqrt{1 - \frac{m}{a p_S} \ddot{y} \text{sgn } x} \quad (9)$$

従って、式(9)に式(4)の関係 ( $q = a \dot{y}$ ) を代入することにより、サーボ機構の挙動に対する基礎方程式が与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{y} &= \frac{k_v w x}{a} \sqrt{\frac{p_S}{2}} \sqrt{1 - \frac{m}{a p_S} \ddot{y} \text{sgn } x} \\ y &= \int \dot{y} dt \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

### 3.2 無次元化基礎方程式

前節で誘導したサーボ機構の基礎方程式(2)、(3)、(10)に関して、相似の原則に基づく一般性を持たせ、かつ系の挙動を支配するべきパラメータの数を減らすことにより、解析結果の考察を容易にするために、基礎方程式の無次元化を行なう。そのために、基礎方程式に関する定格値及び代表値として下記の量を定義する。

$$\left. \begin{aligned} \text{定格供給圧力} &= p_0 \text{ (kgf/cm}^2\text{)} \\ \text{サーボ弁定格入力} &= z_0 \text{ (mA)} \\ \text{サーボ弁定格スプール変位} &= x_0 \text{ (cm)} \\ \text{サーボ弁定格流量} &= q_0 \\ &= k_v w x_0 \sqrt{\frac{p_0}{2}} \text{ (cm}^3\text{/sec)} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{代表時間} &= \bar{t} \\ &= \frac{z_0}{k_S k_a k_{fy}} \text{ (sec)} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{代表流量} &= \bar{q} \\ &= \frac{q_0}{a} \sqrt{\frac{p_S}{p_0}} \text{ (cm}^3\text{/sec)} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{代表長さ} &= \bar{y} \\ &= \frac{z_0}{k_a k_{fy}} \text{ (cm)} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{代表速度} &= \bar{\dot{y}} \\ &= \frac{k_v w x_0}{a} \sqrt{\frac{p_S}{2}} \text{ (cm/sec)} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{代表加速度} &= \bar{\ddot{y}} \\ &= \frac{k_S^2 k_a k_{fy}}{z_0} \text{ (cm/sec}^2\text{)} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{バルブゲイン} &= k_S \\ &= \frac{\bar{q}}{a} \\ &= \bar{\dot{y}} \text{ (cm/sec)} \end{aligned} \right\}$$

ここで  $k_S = \bar{q}/a$  なることからバルブゲインと称した。又  $\bar{y}$  は速度フィードバックループを外した時のサーボ弁の制御域  $\bar{y}$  に等しく、又  $\bar{\dot{y}}$  は任意の条件下におけるシリンダの最大速度、すなわちサーボ弁に定格最大流量  $q_0$  が流れている状況のもとの飽和速度  $\dot{y}_S$  に等しい（図3参照）。なお  $\bar{t}$ 、 $\bar{\dot{y}}$  は共に  $\bar{y}$ 、 $\bar{\dot{y}}$  から誘導される。

式(11)、(12)を用いて基礎方程式を無次元化すれば、それぞれ以下のようになる。

先づサーボ弁に対する入力信号  $z$  を無次元化して  $Z$  で表わせば、これは式(2)から与えられる。

$$\left. \begin{aligned} Z &= \frac{z}{z_0} \\ &= I - Y - R_f \dot{Y} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{k_a}{z_0} i \\ Y &= \frac{k_a k_{fy}}{z_0} y \\ \dot{Y} &= \frac{dY}{dT} \\ &= \frac{1}{k_S} \dot{y} \\ T &= \frac{t}{\bar{t}} \\ &= \frac{k_S k_a k_{fy}}{z_0} t \\ R_f &= \frac{k_S k_a k_{fy}}{z_0} r_f \\ &= \frac{k_S k_a}{z_0} k_{fv} \\ i &= k_C \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$I, Y, \dot{Y}, T, R_f$  はそれぞれステップ入力信号  $i$ 、変位  $y$ 、速度  $\dot{y}$ 、時間  $t$  及び位置、速度フィードバック比  $r_f = k_{fv}/k_{fy}$  を無次元化したものである。なおここで

は指令入力信号として信号  $e$  に代えてステップ  $i = kc$  を想定している。

次にスプールの変位  $x$  を無次元化して  $X$  で表わせば、スプールの挙動は式(3)から与えられる。<sup>\*</sup>

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{1}{x_0} x \\ &= Z - \tau \dot{X} \end{aligned} \right\} (15)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \dot{X} &= \frac{dX}{dT} \\ &= \frac{1}{k_S k_a k_{fy} x_0} \dot{x} \\ \tau &= \frac{1}{t} \tau \\ &= \frac{k_S k_a k_{fy}}{z_0} \tau \end{aligned} \right\} (16)$$

$\dot{X}$ ,  $\tau$  はそれぞれスプール変位速度  $\dot{x}$ , サーボ弁時定数  $\tau$  を無次元化したものである。

更にシリンダの挙動に関する基礎方程式は式(10)から与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{Y} &= X \sqrt{1 - C_L \dot{Y} \operatorname{sgn} X} \\ Y &= \int \dot{Y} dT \end{aligned} \right\} (17)$$

ここに、

$$C_L = \frac{k_S^2 k_a k_{fy}}{a z_0 P_S} m \quad (18)$$

$C_L$  は負荷係数である。

以上に示す式(13), (15), (17) がここに確立されたサーボ機構の無次元化基礎方程式であって、 $Z$ ,  $X$ ,  $Y$  はそれぞれサーボ弁信号入力, スプールの弁ポート開度, シリンダ変位を与えるものである。しかもその挙動は式(14), (16), (18)で規定した三個のパラメータ,  $R_f, \tau, C_L$  に支配されて定まることになる。

図6は先に求めた有次元の場合と上述の無次元の場合のブロック線図を対比して示したものである。

#### 4. 無次元化基礎方程式の数値計算

本章においては、前章で確立した位置、速度の二重フィードバックループを有する油圧式ソフトサーボ機構の無次元化基礎方程式について計算定数を定めて数値計算を行なうことによりその詳細挙動を求めることとする。ここでシミュレーション解析を行なう主な目的は、

- i) この系が示す工学的な挙動、物理的な意義を的確に

把握し、ii) これにより、将来実用性、有用性が高い技術資料、例えばソフトサーボ機構設計線図類提供のための基礎を確立することである。

#### 4.1 計算手法

サーボ機構に(ステップ)入力を加える時、この系の挙動は、基礎方程式(13), (15), (17)に関して、式(14), (16), (18)で規定した三個のパラメータ、すなわち位置、速度フィードバック比  $R_f$ , サーボ弁時定数  $\tau$  及び負荷係数  $C_L$  と、系に対する初期条件を定めることにより決定される。

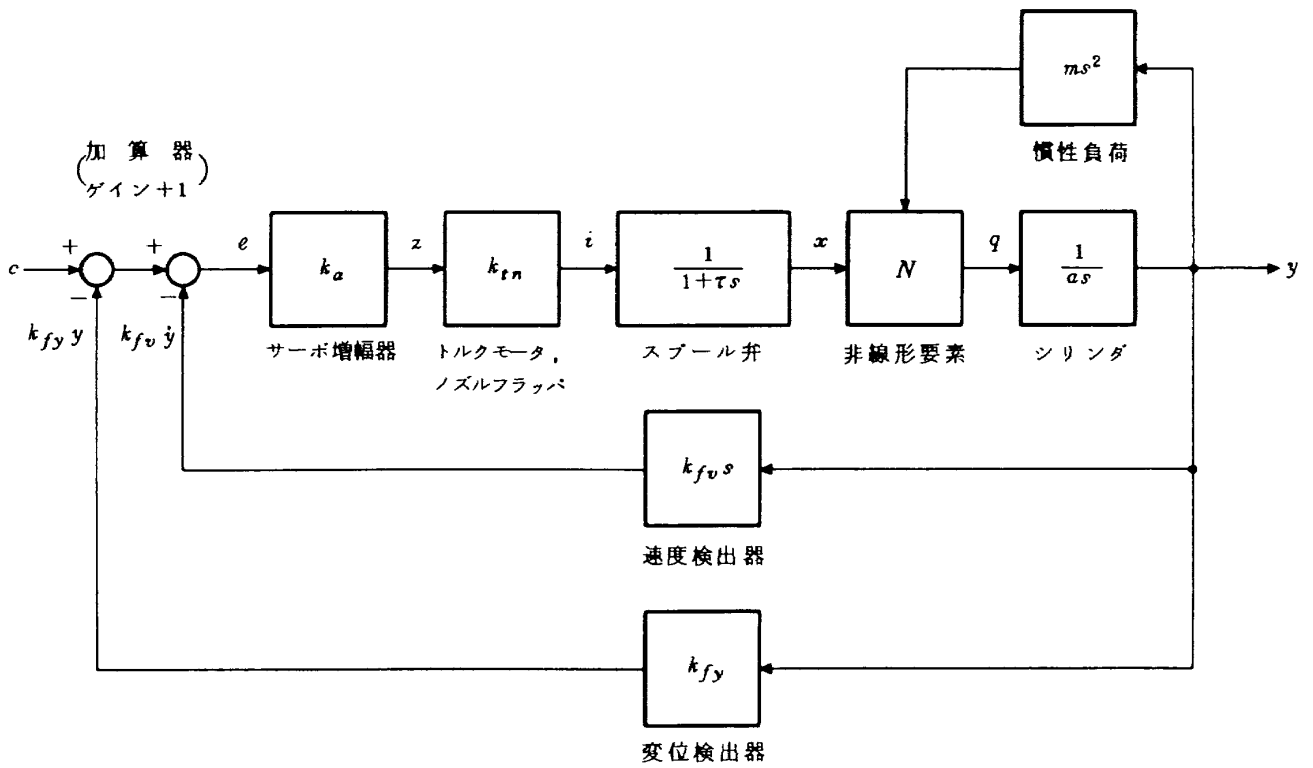
一般に常微分方程式を定めてステップ応答を求めるには、初期条件として時間  $T=0$  における入力  $I$  をステップ信号の高さとし、その他を総て零にすれば良い。しかし既に第2章で述べたように、ここで解析を行なう系には極めて大きい  $I$  を与えることを前提にしている。すなわち  $I$  はサーボ弁の制御域  $H$  に比べて充分大きいと考えると扱わなければならない。この場合、サーボ弁はステップ応答中にしばらく飽和することになり、シリンダの全般挙動として、スプール変位  $X=1$ , 同速度  $\dot{X}=0$ , シリンダ速度  $\dot{Y}=1$  でもって、同加速度  $\ddot{Y}=0$  になるような定常域を生ずる。制御系は挙動途中において定常域、すなわち飽和域を生じた場合には、それ以後の挙動が飽和前の履歴に支配されることは有り得ない。従って、ソフトサーボ機構としてこの目的機能を果たす上で問題とされるべき、i) オーバシュート  $\Delta Y$  の発生如何、及び、ii) 衝撃加速度の最大値  $G$ , は何れも上述の飽和状態からサーボ弁が制御状態に入って制動が掛けられて以後、所定位置に整定するまでの間に現われるものと考えて差支えない。すなわち  $\Delta Y$  及び  $G$  は、 $I$  が充分大きければその大きさに関係なく、シリンダの飽和状態が終了して以後の系の挙動を考察するだけで求められることになる。

上述から基礎方程式に対する初期条件は以下のようになる。

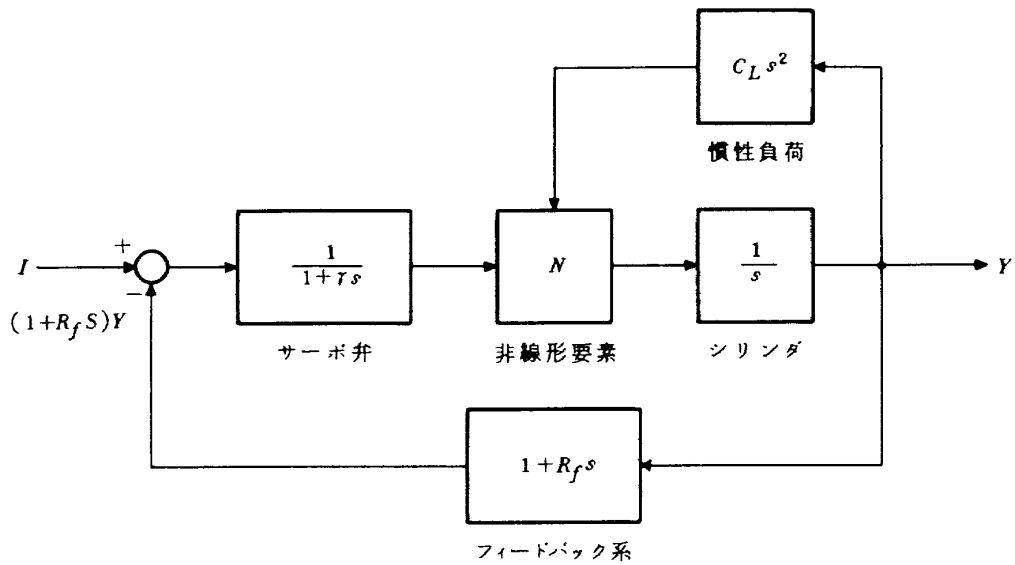
$$\left. \begin{aligned} I &= 0 \\ Z &= 1 \\ X &= 1 \\ \dot{X} &= 0 \\ Y &= -1 - R_f \\ \dot{Y} &= 1 \\ \ddot{Y} &= 0 \end{aligned} \right\} (19)$$

ここで  $Y$  の初期値は式(13)に  $\dot{Y}=1, Z=1, I=0$

\*  $\dot{X}=0, X=1$  の時には  $Z=1$  である。従って、 $(k_{t_n} z_0)/(a_2 x_0) = 1$  のことから式(15)が得られる。



(a) 有次元表現の場合



(b) 無次元表現の場合

図6 油圧式ソフトサーボ機構のブロック線図

を代入して定まり、\*この値は速度フィードバックが加えられた時の $B$ に等しい。シリンダはこの $Y = -1 - R_f$ ,  $\dot{Y} = 1$ を初期値として $\dot{Y}$ の変化(減速)が始まり、 $Y = 0$ ,  $\dot{Y} = 0$ に整定する。

既述により、サーボ機構の挙動は基礎方程式(13), (15), (17)により支配される。従って、以下における制御系の解析時には、初期条件を式(19)の如くに定め、三個のパラメータ、 $R_f, \tau, C_L$ の種々の組合せのもとで解を求めることにする。しかしこれらの基礎方程式は非線形であって、一般に解析的な方法で解を求めることは困難であるから数値計算を行なって解を求めることにした。

4.2 数値計算結果

サーボ機構の基礎方程式に対する数値計算結果は、系の挙動に影響を及ぼすべき三個のパラメータ、 $R_f, \tau, C_L$ を変えた場合に、 $\Delta Y$ と $G$ に関する代表例を図示することにした。これはソフトサーボ機構としてのユニークな特徴が、i)  $\Delta Y$ を生じないこと、ii)  $G$ を任意規定値に抑えられること、の二点にあり、更にその他の事柄は既に要求仕様に従って一般に定まり、これに応じてその動作条件のもとで上記二項を満足できるかがこのサーボ機構設計上の主要眼目と考えられるからである。

表1は計算項目表である。

図7はサーボ弁とシリンダの挙動を示す。又図8は $G$ に与える $C_L, \tau$ の影響を示す。更に図9は $R_f$ をパラメータとする $Y \sim \dot{Y}$ 位相面<sup>17)18)</sup>上のシリンダ挙動を示したものである。

表1 計算項目

項目	計算定数
サーボ弁時定数 ( $\tau$ )	0.1 ~ 10 [0.1, 0.15, 0.2, 0.3, 0.4, 0.7, 1, 1.5, 2, 3, 4, 7, 10]
慣性負荷係数 ( $C_L$ )	0.25 ~ 10 [0.25 ~ 1 : 0.25 刻み, 1 ~ 3 : 0.5 刻み, 3 < : 4, 5, 7, 10]
位置、速度フィードバック比 ( $R_f$ )	0.0 ~ 2.0 [0.0 ~ 0.4 : 0.1 刻み, 0.6 ≤ : 0.2 刻み]

(注) それぞれの $C_L$ に対して $\tau$ を、そのそれぞれに対して $R_f$ を定めて計算。

5. 数値計算による油圧式ソフトサーボ機構の挙動の考察

5.1 最大衝撃加速度

図8は制動時に生ずる最大衝撃加速度 $G$ の計算結果を示す。同図から、位置、速度フィードバック比 $R_f$ を増加すると $G$ が次第に小さくなり、例えば $R_f = 0.0$ における $G_{R_f} = 0.0$ と $R_f = 1.0$ まで増加させた場合の $G_{R_f} = 1.0$ の比 $G_{R_f} = 1.0 / G_{R_f} = 0.0$ は約0.6に低下する。又サーボ弁時定数 $\tau$ を大きくしても $G$ は小さくなるが、この場合に $G_{\tau} = 0.8 / G_{\tau} = 0.3$ は約0.83とその変化は比較的小さく、しかもその低下傾向は次第に飽和しかけることが示される。逆に負荷係数 $C_L$ を増加すると当然予想されるように $G$ が大きくなり、

$G_{C_L} = 1.0 / G_{C_L} = 0.25$ は1.25とかなり大きくなることが判る。

5.2 オーバシュートの発生傾向とオーバシュート量

図9は図3(b)に示したシリンダ変位 $Y \sim$ 同速度 $\dot{Y}$ 位相面の制動域に関して $R_f$ をパラメータとするシリンダの挙動を示す。ただし同図の軌道はそれぞれ $Y = -1 - R_f, \dot{Y} = 1$ からスタートして、 $Y = 0, \dot{Y} = 0$ に収斂、整定するに至る。この時その軌道が $Y > 0$ の領域に入ることがあれば、オーバシュート $\Delta Y$ を生じたことを意味する。

図9を考察すると、 $C_L, \tau$ が共に小さければ、各軌道は殆んど直線になっており、 $\Delta Y$ を生ずることなくおだやかにシリンダが整定することが判る。ここで $C_L$ を大きくしても $\Delta Y$ は生じないが、 $R_f$ が小さい場合には $\dot{Y}$ の変化が大きく、 $C_L, R_f$ が系に及ぼす効果が良く認められる。又 $\tau$ を大きくすれば、 $C_L$ が小さくても $R_f$ が小さい場合には $\Delta Y$ を生ずる( $R_f = 0.0$ においては $\Delta Y = 0.13$ )。しかし $R_f$ を大きくすればダンピングが利いて軌道の変化は次第におだやかになる。更に $C_L, \tau$ を共に大きくすれば、 $\dot{Y}$ の変化は極めて顕著になり、 $\Delta Y$ も著るしくなる( $R_f = 0.0$ においては $\Delta Y = 0.19$ )。ここでも $R_f$ を大きくすれば系の挙動は格段におだやかになる。このように系の特性のソフト化に及ぼす $R_f$ の効果が極めて顕著であることが示される。

以上を総括し、図示例に関して任意の $C_L, \tau$ に対する $\Delta Y$ を生じない $R_f$ の限界値を表2に示す。ここで $R_f = 0.0$ とは速度フィードバックを欠く場合であるから、これは通常のハードサーボ機構の特性に相当する。

\* ここではシリンダの飽和状態から系の挙動を求めるから、 $T = 0$ において $Y \neq 0$ であれば $I = 0$ と考えることができる。

同表から、慣性負荷を有する通常のハードサーボ機構においては、 $C_L$  の値とも関連して  $\gamma$  がある値よりも大きければ必ず  $\Delta Y$  を生ずること、これに多少の  $R_f$  を掛けた程度では動作条件如何によりなお相当の  $\Delta Y$  を生ずることが判る。

表2 オーバシュート ( $\Delta Y$ ) を生じない位置、速度フィードバック比 ( $R_f$ ) の最低値 (例)

慣性負荷係数 ( $C_L$ ) サーボ弁 時定数 ( $\tau$ )	0.25	0.5	0.75	1.0
0.3	0.0	0.0	0.0	0.0
0.4	0.2	0.2	0.2	0.2
0.6	0.2	0.4	0.4	0.4
0.8	0.4	0.6	0.6	0.6

### 5.3 各パラメータの適当値の選定と数学モデルの適用限界

前二節で明らかにしたことから、一般に  $C_L$  が大きい程  $G$  と  $\Delta Y$  は大きくなるから、ソフトサーボ機構としての特徴機能を果させる上で  $C_L$  が大きいことは好ましくない動作条件に相当する。しかし  $C_L$  は一般に要求仕様から最初に定まる性質のものであり、ここでその適当値を選定できる余裕はない。又  $\gamma$  は大きい方が  $G$  は減少するが、 $\Delta Y$  は逆に大きくなる。従って、 $\gamma$  の適当値を一般的に定めることは困難である。しかし通常のハードサーボ機構に相当比率の速度フィードバックを掛けてソフト化する本報告の手法は、前節でも述べたように極めて効果的であるから、特に  $\gamma$  の大きい系に適用することがより有効であろうと推論することができる。ここで  $R_f$  は大きければ大きい程  $\Delta Y$  を生ずる可能性が減少し、かつ  $G$  も小さくなることから、ソフトサーボ機構としての特性はより一層向上するかに一応考えられる。しかし  $R_f$  を大きくすることは他面でサーボ弁の制御域  $H$  を広げる結果になり、ステップ入力  $I$  に対する応答中に最大速度 (飽和速度)  $\dot{Y}_S$  で移動できる領域が狭くなって、結果として総応答時間が延びることになる。従って、 $R_f$  は要求仕様に応じた動作条件のもとで満足できる限りはなるべく低い値に抑えることが望ましいと云える。

なお実際にサーボ機構を組立てて動作させる場合に、バルブゲイン  $k_S$  を次第に高めてゆくと、ある値以上では系が発振してリミットサイクルに陥ることが多い。その安定な動作限界は構成系に固有のものであるから、厳密には同一装置、少なくとも同一型式のサーボ弁とシリ

ンダで定数を合わせて構成したものに限って一致することになる。すなわち装置が異なり、定数が変化すれば安定な動作限界を直接比較することはできない。本報告においてはバルブゲイン  $k_S$  の大きさは  $\gamma$  によって代表される (式(16))。しかしここではサーボ機構の基礎方程式を求めるに当り、サーボ弁の共振、作動油の圧縮性、シリンダの剛性などに基づく共振現象は総て無視している (第3章1節参照)。従って基礎方程式によってこれらの共振現象を説明することができず、その適用限界もまた直接には定まらない。位置精度に関しても同様のことが云える (第2章参照)。しかしそこで設けた仮定が成立つ限りにおいて、特に系のステイフネスが充分高いことを想定できれば相似の原則が成立つことになり、ここで定めた基礎方程式 (数学モデル) は充分妥当に適用できると考えられる。

## 6. 結 言

本報告においては油圧式ソフトサーボ機構の解析結果について述べた。ここで云うソフトサーボ機構とは、ステップ入力を与えられた時に、比較的長いストロークを充分高速で移動することができ、しかも任意に定めた衝撃加速度以下でオーバシュートすることなく正確に位置決めできる、いわゆるソフトな特性を示すものである。そのため、ここでは従来広く用いられている流量制御サーボ弁とシリンダで構成した通常のハードサーボ機構 (位置フィードバックだけを有する制御系) に、その回路補償として、適当量の速度フィードバックを附加して系のダンピングを強めることにより、所要の特性機能を得ることにした。

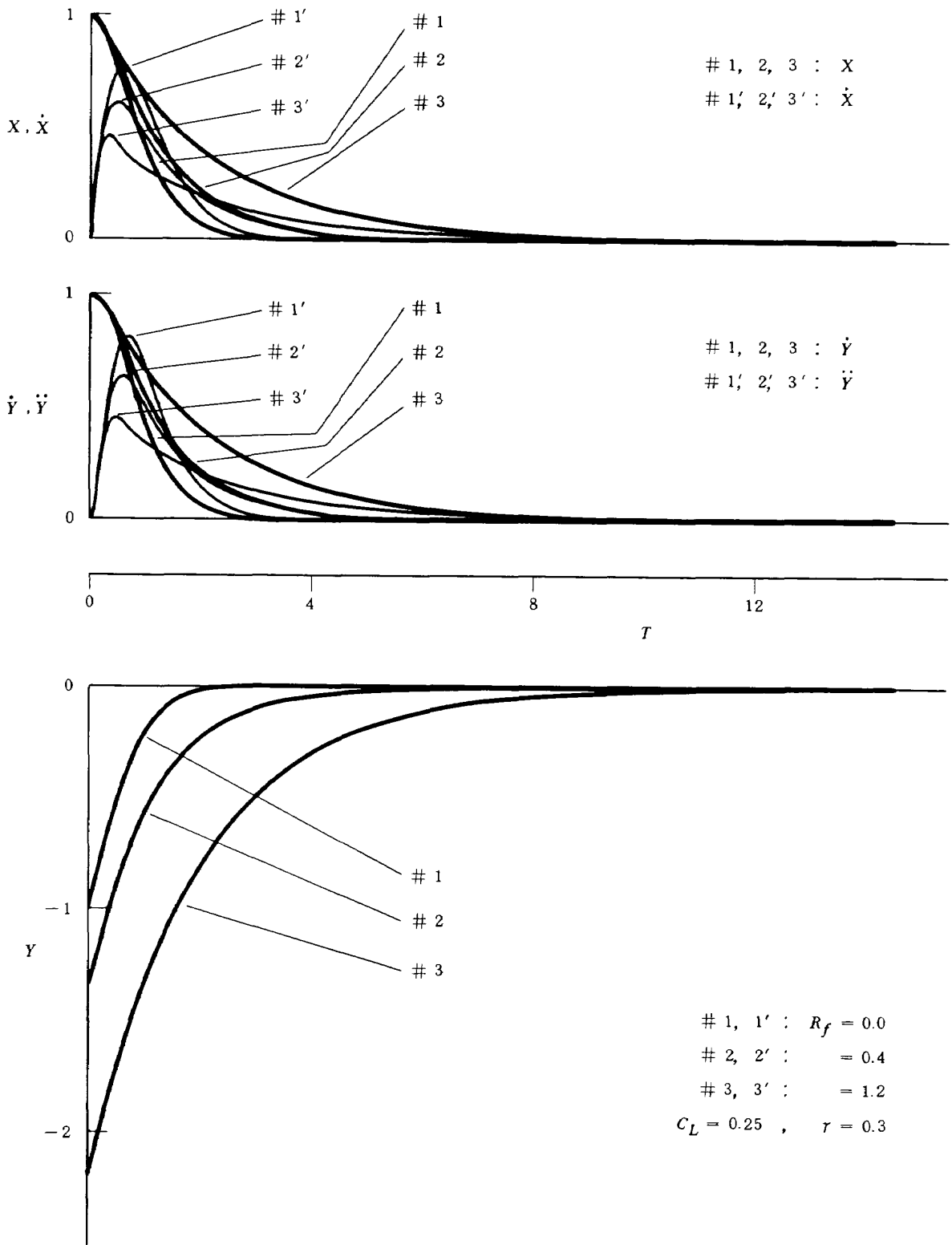
本報告において明らかになったことは以下の通りである。

i) 位置フィードバックだけを与える通常の高速度、高精度のハードサーボ機構に、速度フィードバックを適量加えることにより、原系の特長を損なうことなくソフトな特性を得ることができた。

ii) 位置、速度フィードバック比を定義し、位置、速度の二重フィードバックループを有するサーボ機構の基礎方程式からその一般性を持たせるために無次元化を行なった。

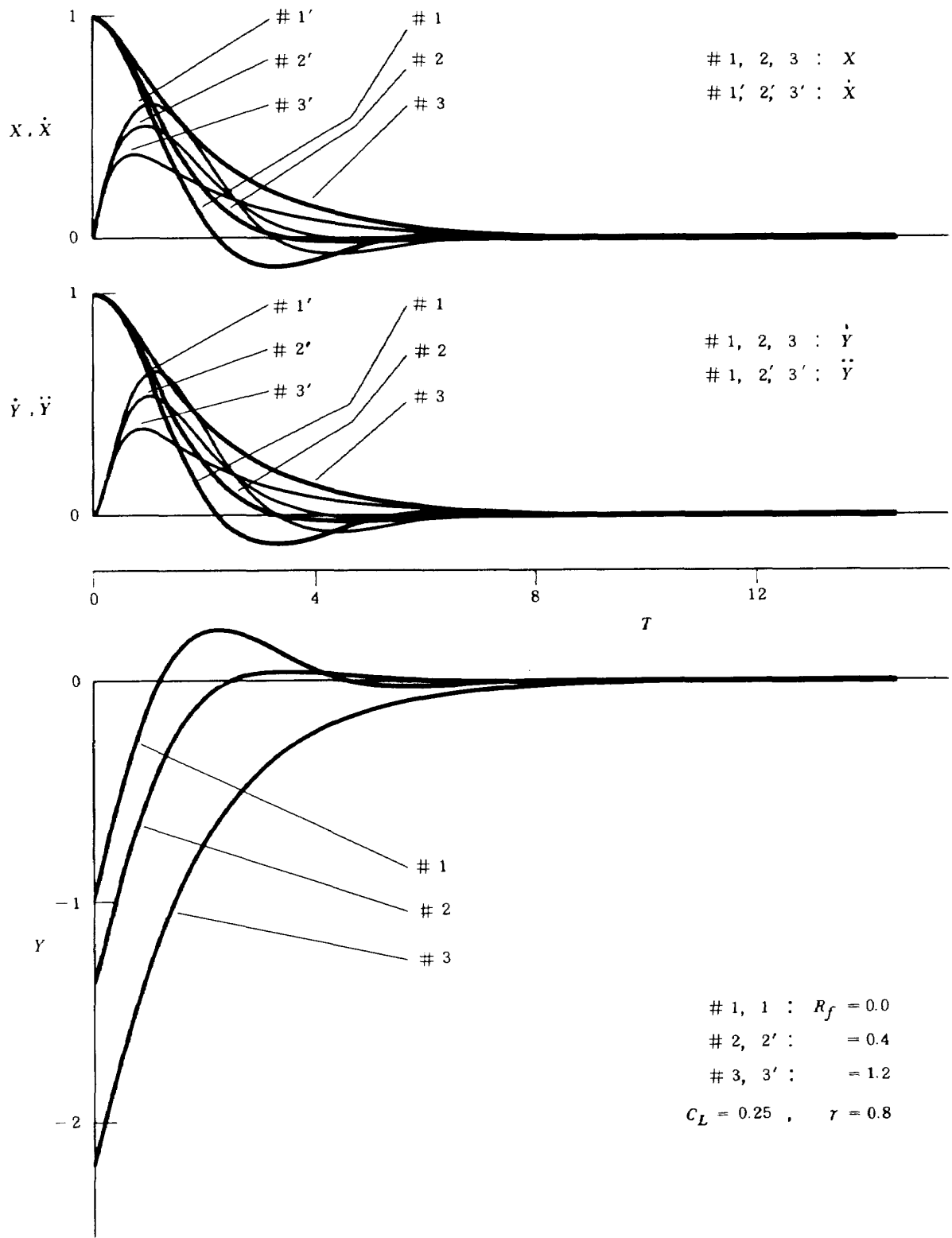
iii) サーボ弁の飽和を前提として、大ステップ入力に対する応答時に現われる最大衝撃加速度とオーバシュートを位置、速度フィードバック比、サーボ弁時定数、負荷係数の三個のパラメータによって定量的に求めた。

本報告に示すソフトサーボ機構の構成手法は、一般に大制御システムにおけるその端末出力装置としての目的



(a)  $C_L = 0.25$  ,  $r = 0.3$  の場合

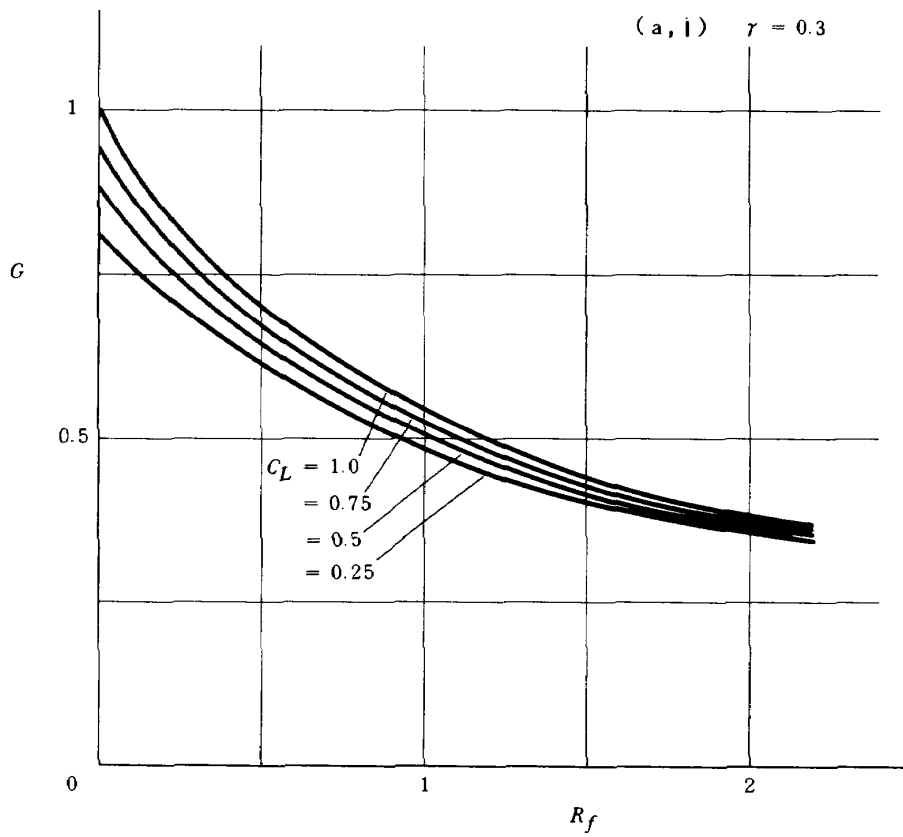
図7 サーボ弁とシリンダの挙動 (パラメータ  $R_f$ )



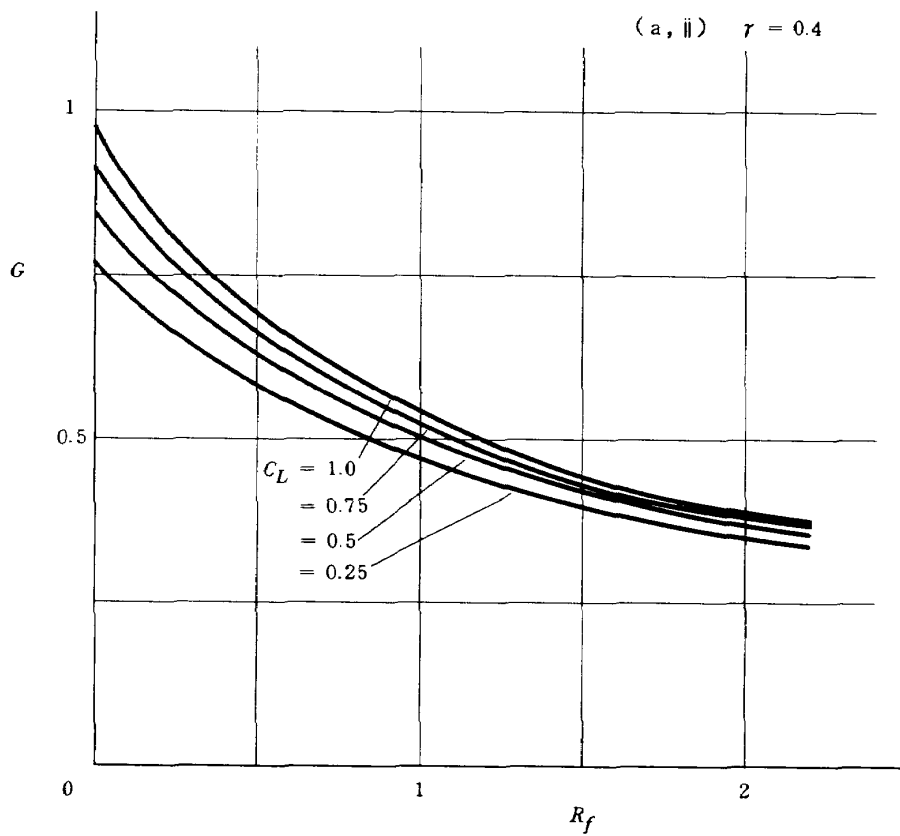
(b)  $C_L = 0.25$  ,  $r = 0.8$  の場合

図7 サーボ弁とシリンダの挙動(パラメータ  $R_f$ ) (続き)

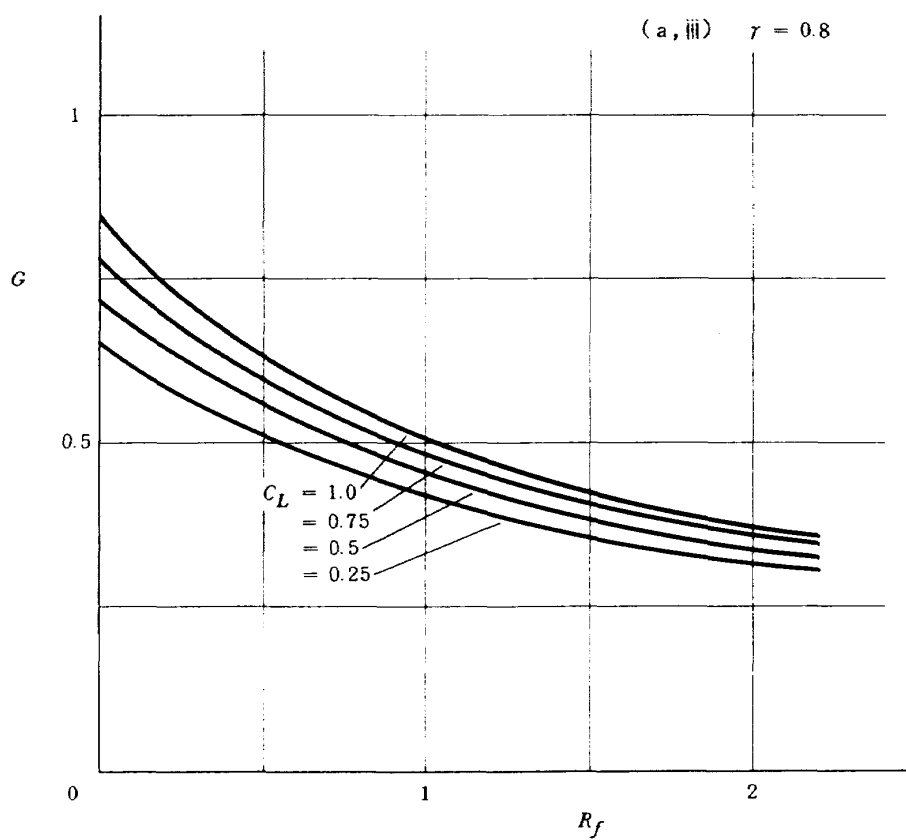




(a, i)  $\gamma = 0.3$



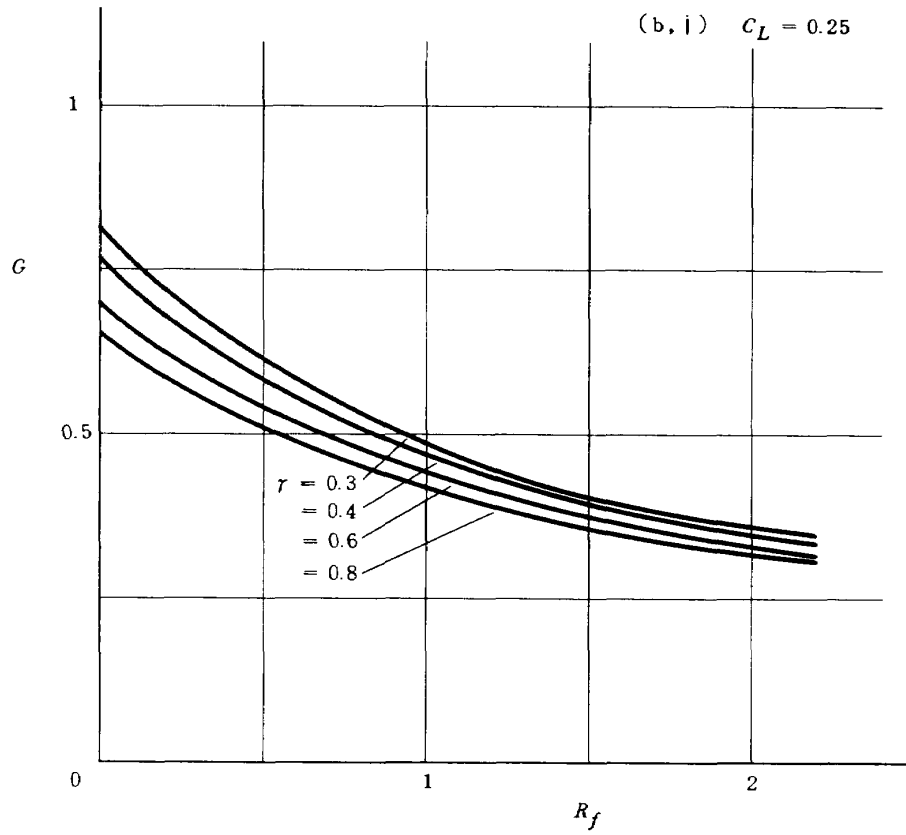
(a, ii)  $\gamma = 0.4$



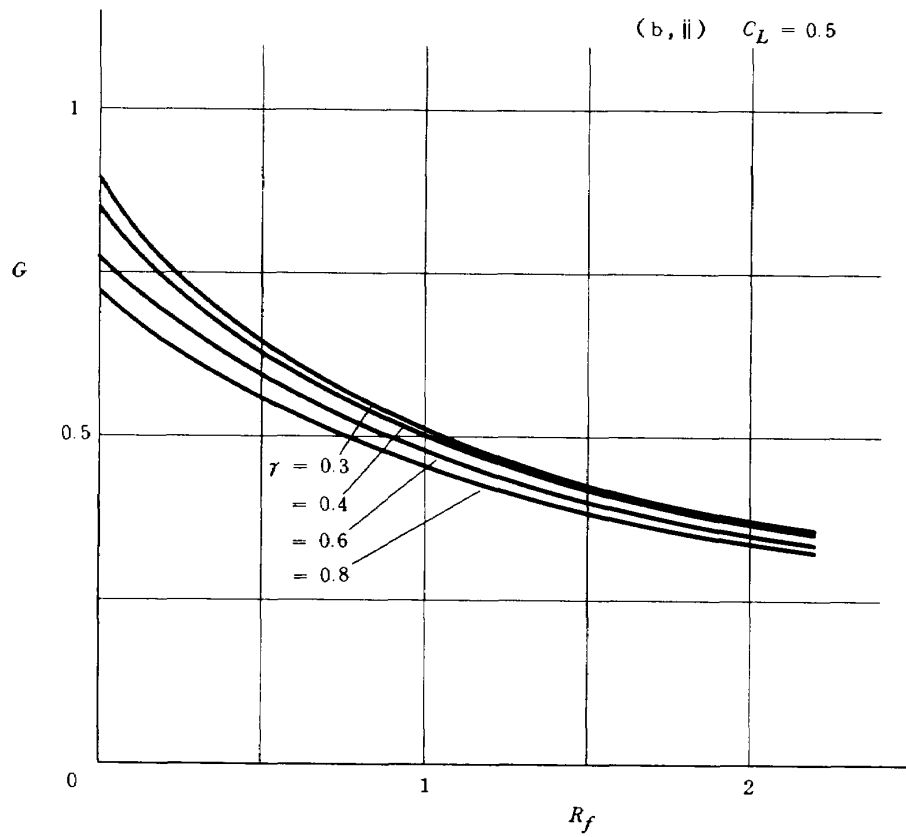
(a, iii)  $\gamma = 0.8$

(a)  $\gamma$  を定めて  $C_L$  を変えた場合

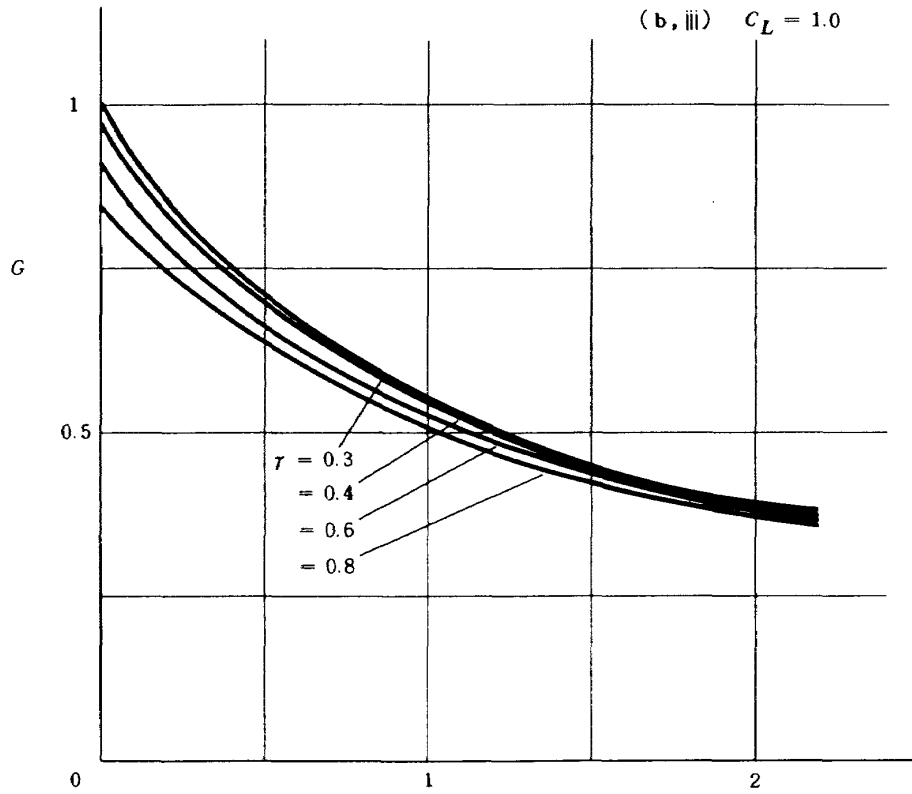
図8 最大衝撃加速度の変化傾向 (パラメータ  $\gamma, C_L$ )



(b, i)  $C_L = 0.25$



(b, ii)  $C_L = 0.5$

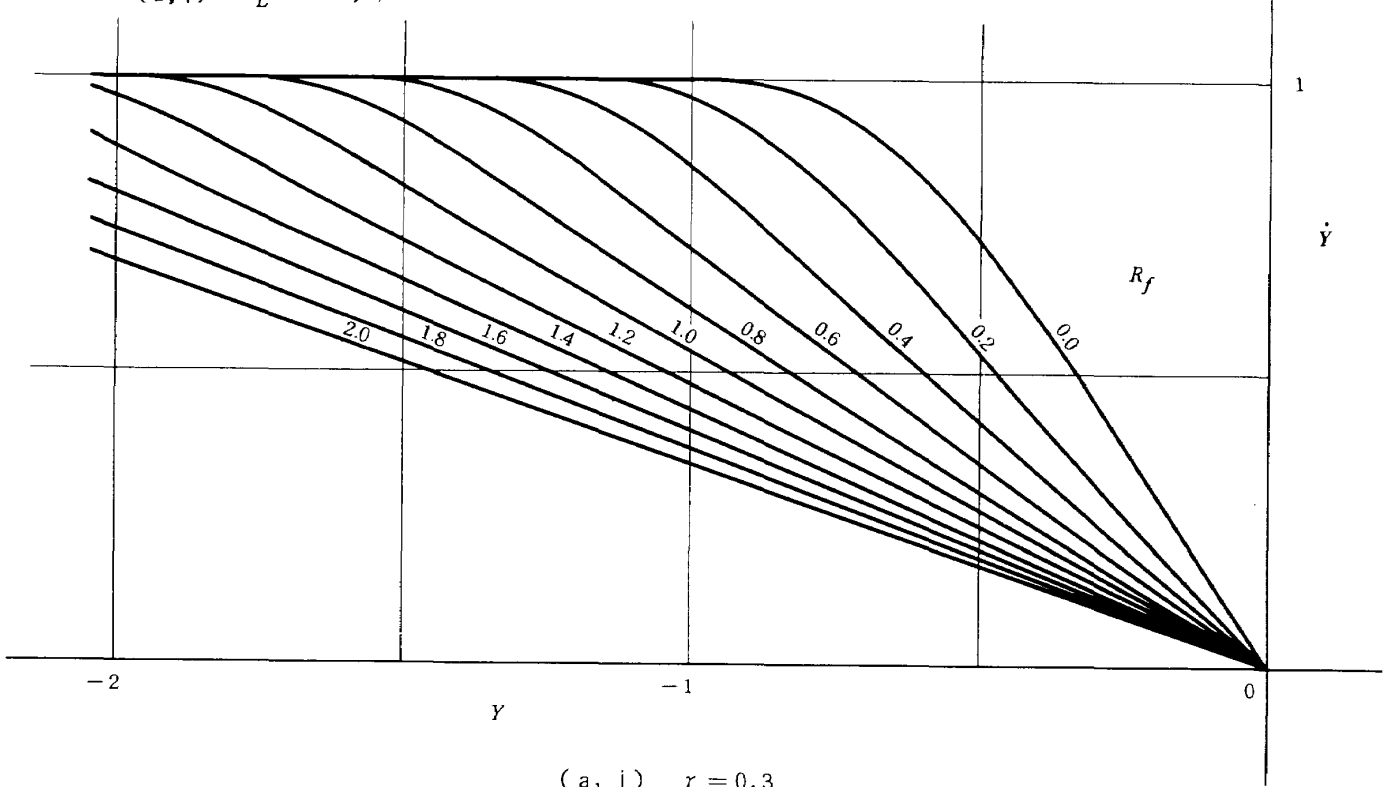


(b, iii)  $C_L = 1.0$

(b)  $C_L$ を定めて $\gamma$ を変えた場合

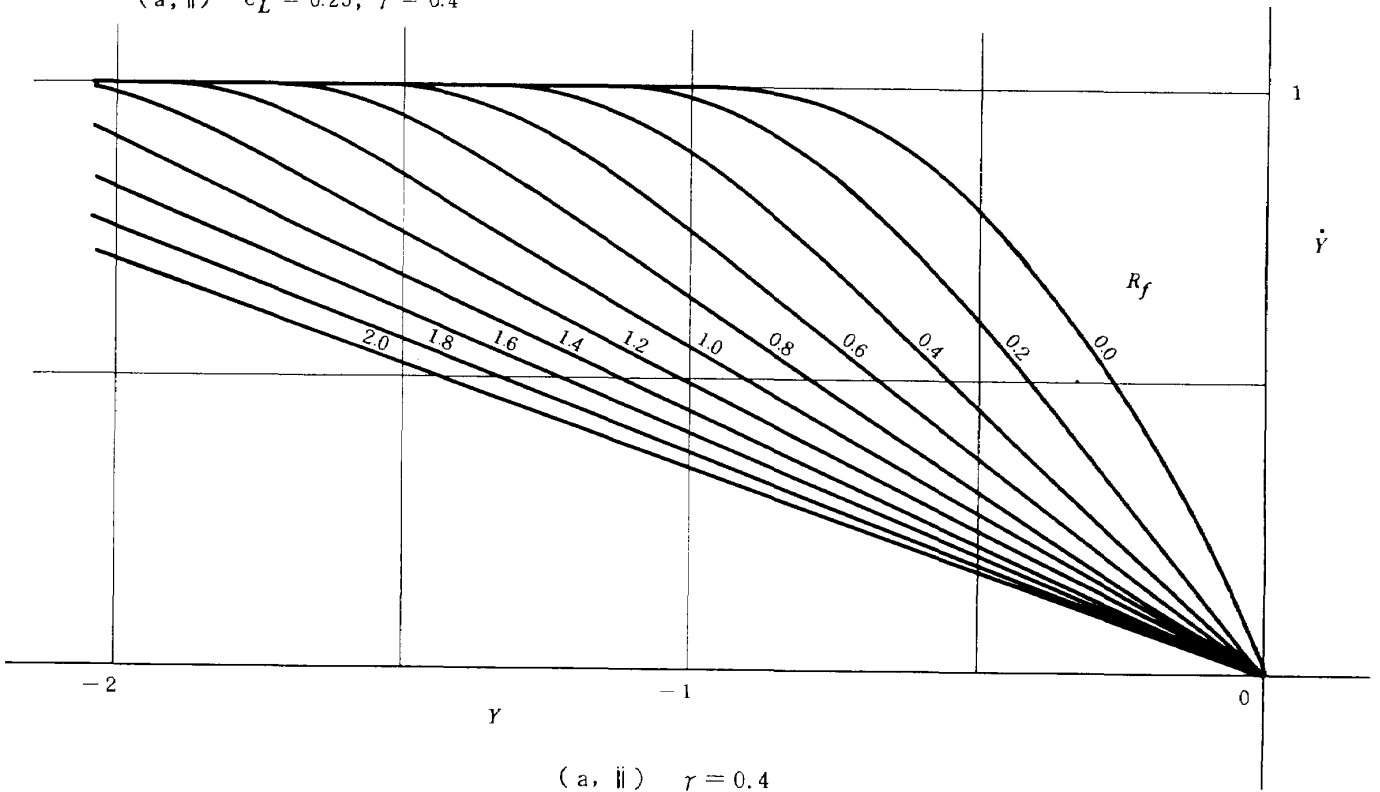
図8 最大衝撃加速度の変化傾向(パラメータ $\gamma, C_L$ )(続き)

(a, i)  $C_L = 0.25, r = 0.3$

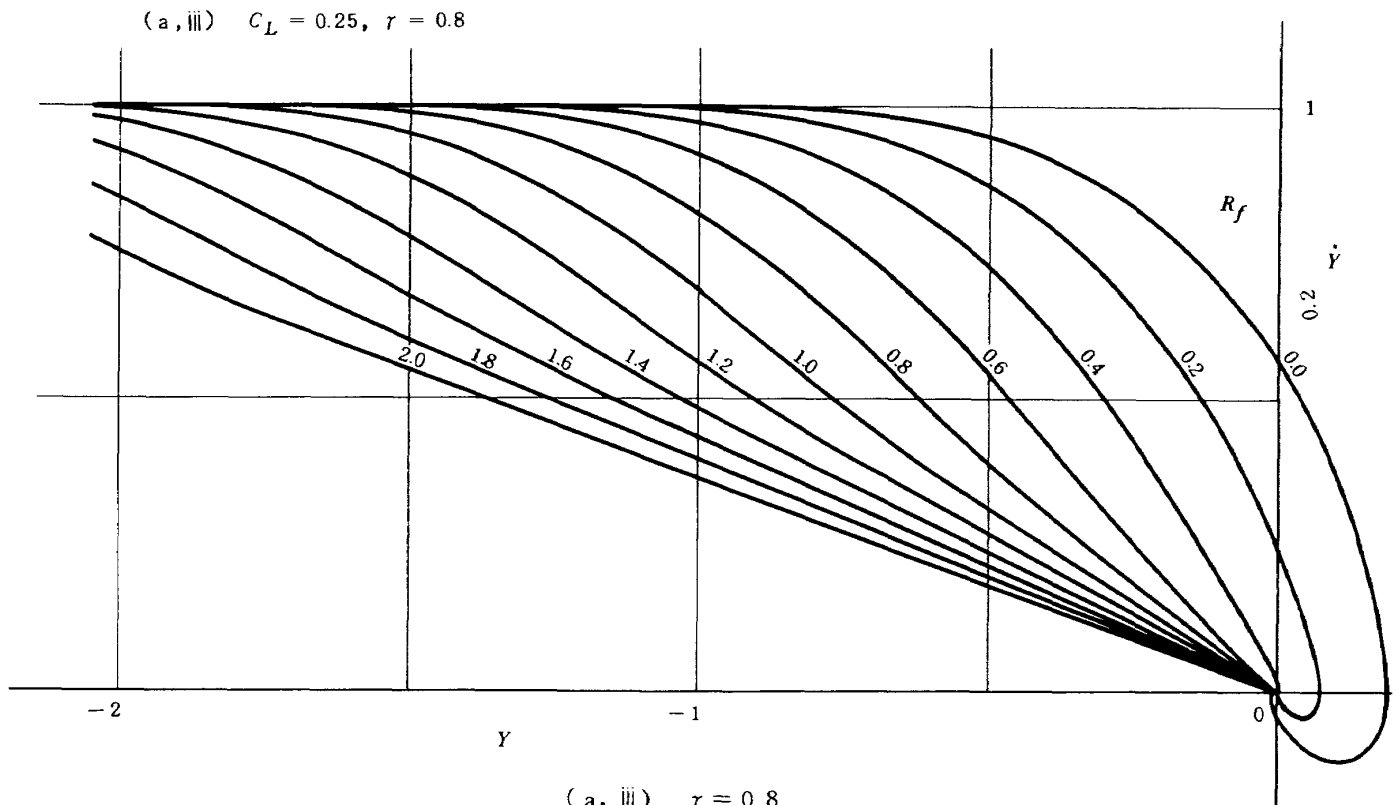


(a, i)  $r = 0.3$

(a, ii)  $C_L = 0.25, r = 0.4$



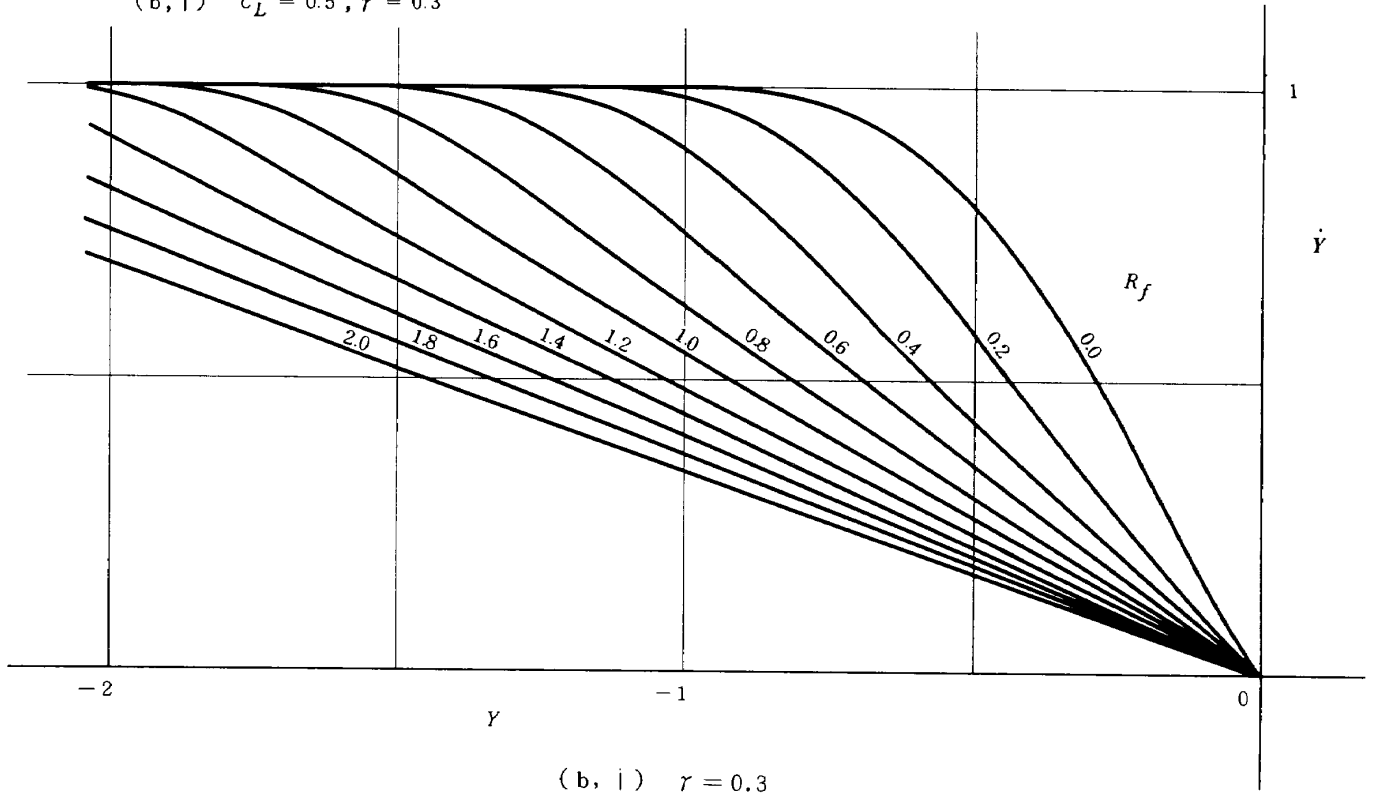
(a, ii)  $r = 0.4$



(a)  $C_L = 0.25$  一定に定めて  $r$  を変えた場合

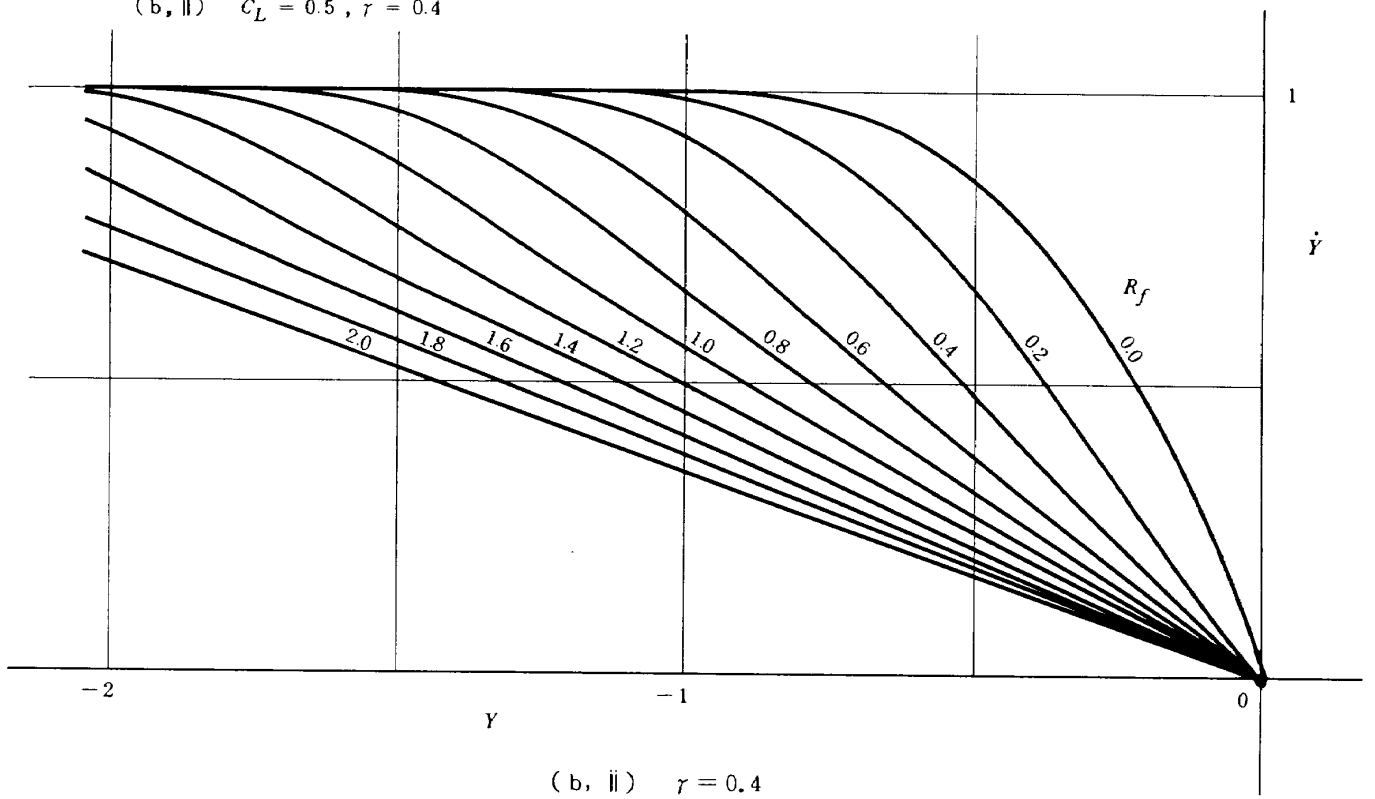
図9 シリンダの挙動 (パラメータ  $R_f$ )

(b, i)  $C_L = 0.5, \gamma = 0.3$

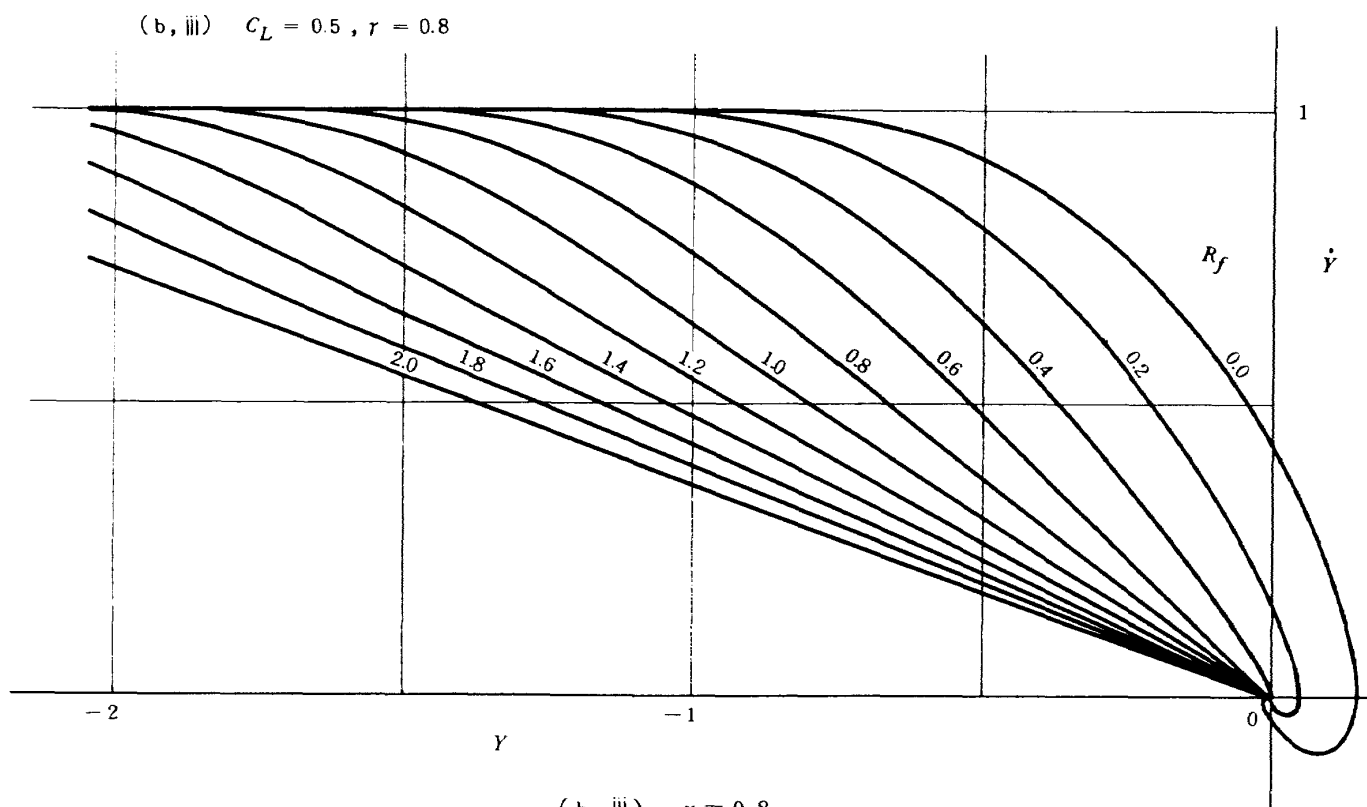


(b, i)  $\gamma = 0.3$

(b, ii)  $C_L = 0.5, \gamma = 0.4$



(b, ii)  $\gamma = 0.4$

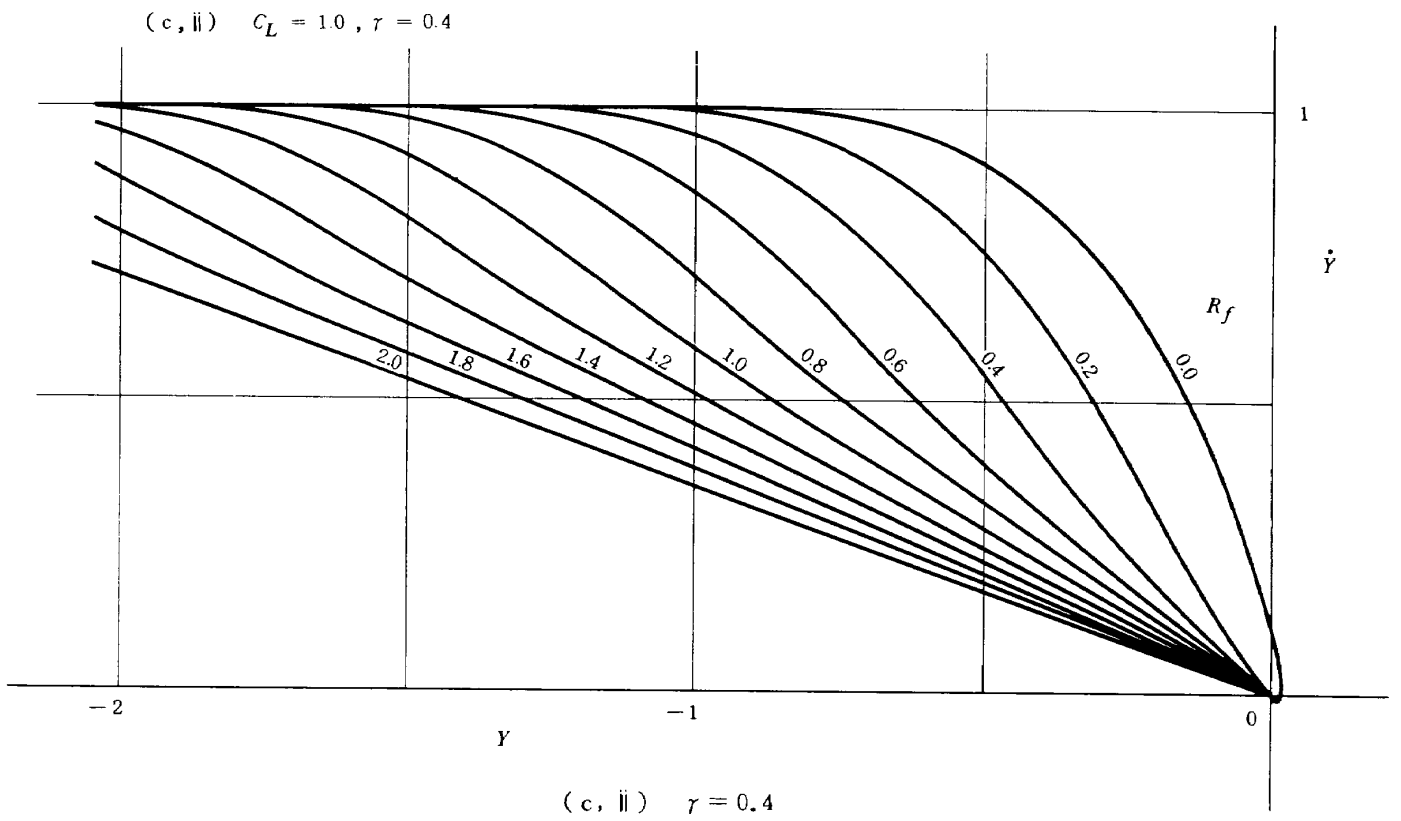
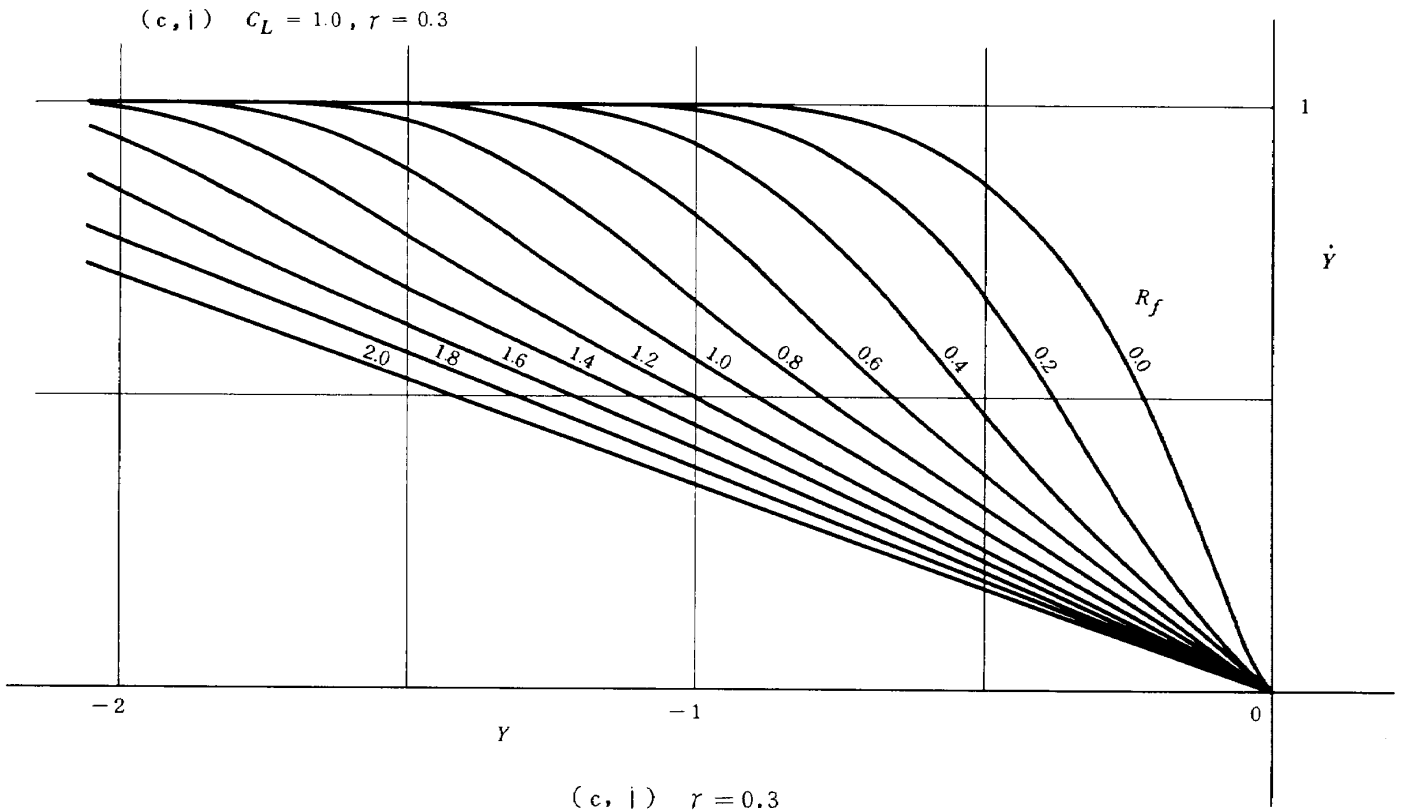


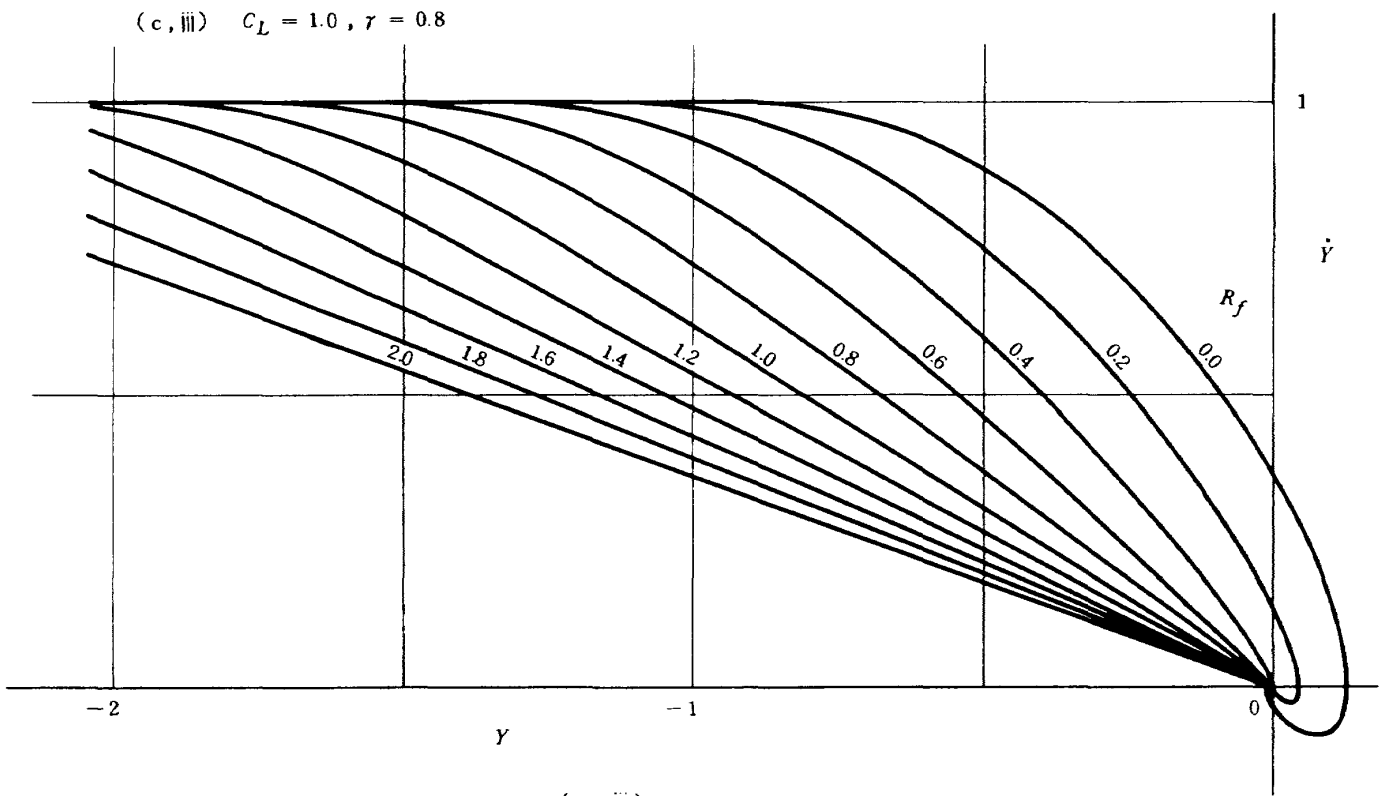
(b, iii)  $\gamma = 0.8$

(b)  $C_L = 0.5$  一定に定めて  $\gamma$  を変えた場合

図9 シリンダの挙動(パラメータ  $R_f$ ) (続き)







(c, iii)  $\gamma = 0.8$

(c)  $C_L = 1.0$ 一定に定めて  $\gamma$  を変えた場合

図9 シリンダの挙動(パラメータ  $R_f$ ) (続き)

機能から考えて、サブシステムの独立性、分離可能、構成の容易さの観点から、極めて有効かつ実際的なものと評価できよう。なお実在装置においては、基礎方程式の導出過程で省略したシリンダの摩擦、構成要素のスティフネスなどの要因が複雑な効果を与えているはずである。しかし大きく系の挙動を支配し、特性を決定する要因は比較的限られたものと考え、ここではそれらを  $R_f$ ,  $\gamma$ ,  $C_L$  の三個と定めた。その妥当性については数学モデルの模擬精度とも兼ね合わせて、実験データとの対応による裏付け、評価が望ましいと云える。

#### 後 記

本研究を進めるに当たり、常時御指導を賜わった上智大学高橋浩爾教授、解析、計算に協力された同大学高橋米秋氏に厚くお礼を申上げる。

#### 文 献

- 1) 石原、外編：油圧工学ハンドブック p. 480, 572 朝倉書店 (昭47)
- 2) 日本油空圧協会編：油空圧便覧 p. 803 オーム社 (昭50)
- 3) 自動制御研究会編：自動制御便覧 p. 491 コロナ社 (昭37)
- 4) 池辺、外4名：計測自制論文集 1 p. 84 (昭40)
- 5) 池谷、堀江：第3期秋期油空圧講演会講演論文集 p. 31 (昭47)
- 6) 津田：油空圧協会誌 3 p. 24 (昭47)
- 7) 畑山：計測自制学会誌 12 p. 627 (昭48)
- 8) Turnbull : *Proc. Inst. Mech. Engg'* 173 p. 270 (1959)
- 9) McCloy : *Proc. Inst. Mech. Engg'* 182 Pt. 1 p. 243 (1957)
- 10) 浦田：機械学会論文集 36 p. 229 (昭45)
- 11) 浦田：機械学会論文集 40 p. 1034 (昭49)
- 12) 奥石、外2名：航技研報告 TR-193 (昭45)
- 13) 文献3) p. 499, 558
- 14) 文献1) p. 8, 306, 411
- 15) 文献2) p. 68, 268
- 16) Morse : *Electrohydrodynamic Servomechanisms* p. 55 McGraw Hill (1963)
- 17) 計測自動制御学会編：(改)自動制御便覧 p. 303 コロナ社 (昭43)
- 18) ポントリャギン(千葉訳)：常微分方程式 p. 100, 111 共立出版 (昭40)

---

## 航空宇宙技術研究所報告462号

昭和51年7月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182

印刷所 株式会社 共 進  
東京都杉並区久我山4-1-7(羽田ビル)

---