

UDC 621.452.3.01:
621.541

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-466

空冷軸流タービンの空力性能に関する研究

(第二報 動翼先端すきまが全体性能, 内部流動に
及ぼす影響——実験結果と計算方法)山本孝正・高原北雄・能瀬弘幸
三村富嗣雄・井上重雄・臼井 弘

1976年8月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

目 次

記 号	2
1. まえがき	3
2. 設計速度三角形と翼形	3
3. 実験の装置と方法および実験の解析方法	3
3.1 実験装置および計測装置	3
3.2 実験に用いた動翼シュラウドリング	7
3.3 実験方法	8
3.4 実験の解析方法	8
4. 実験結果とその考察	10
4.1 全体性能	10
(a) タービン入口流量特性	10
(b) タービントルク特性	11
(c) 動力計によるタービン断熱効率	12
4.2 内部流動	14
(a) 断熱温度効率の翼高さ方向分布	14
(b) 動翼出口ガス相対流出角度の翼高さ方向分布	14
5. 動翼先端すきまのタービン効率への影響の種々の計算方法と本実験結果との比較	14
5.1 計算方法の整理	14
5.2 種々の計算値と本報の実験値との比較	17
6. 結 論	18
7. あとがき	19
参考文献	19
付録 A 翼先端すきまの断熱効率に及ぼす影響の計算方法	22
付録 B 本報タービンの場合の $\Delta \eta_T \sim (k/h)_R$ の計算	27

空冷軸流タービンの空力性能に関する研究*

(第二報 動翼先端すきまが全体性能, 内部流動に
及ぼす影響—実験結果と計算方法)

山本孝正**・高原北雄**・能瀬弘幸**
三村富嗣雄**・井上重雄**・臼井 弘**

Aerodynamic Investigation of an Air-Cooled Axial-Flow Turbine

Part II Rotor Blade Tip-Clearance Effects on Overall Turbine Performance and Internal Gas Flow Conditions—Experimental Results and Prediction Methods

by Atsumasa YAMAMOTO, Kitao TAKAHARA, Hiroyuki NOUSE,
Fujio MIMURA, Shigeo INOUE and Hiroshi USUI

In order to investigate the effects of rotor tip-clearance on a highly-loaded axial-flow turbine, for application to high-temperature engines, a cold-air test on a single-stage axial-flow turbine was conducted with three rotor tip-clearance to rotor blade height ratios in the range of 70–110% turbine equivalent speeds and 1.4–2.2 turbine equivalent total-to-total pressure ratios. The radial tip-clearance of the rotor was changed by increasing the diameter of the rotor shroud ring, while keeping the rotor blade tip diameter unchanged.

The main results of the test are as follows;

1) As the ratio of the rotor tip-clearance increased, the turbine inlet mass flow increased and the turbine adiabatic efficiency, based on the turbine torque measured by the 1500 kW-electric dynamometer, decreased. Turbine efficiency of 85.5%, 84.2% and 83.0% was obtained for 1.5%, 2.6% and 4.2% rotor tip-clearance ratios, at the designed equivalent turbine speed and equivalent turbine pressure ratio.

Corresponding maximum turbine efficiency obtained at the designed mean wheel speed-to-isentropic velocity ratio was 86.5, 84.7 and 83.8% respectively.

2) Fine measurements of the gas flow state in the turbine stage show that the region of blade tip-leakage flow inefficiency extends to the mid-span of flow passage. The decrease in the relative outlet flow angle from the rotor blades is remarkable in the corresponding inefficiency region.

In a comparison of the present experimental results with the theoretical and empirical equations of other authors, the following equation proved foremost in describing the rotor blade tip-clearance effect on the turbine efficiency;

$$\Delta\eta_T = \eta_T - \eta_{T0} = -B \frac{\eta_T [C_L/(s/c)]_R^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left(\frac{k}{h}\right)_R}{(V_{ad}/U_m)^2 (U_m/V_{a3})^2}$$

where

$$B = 0.5$$

For multi-stage turbo-machinery with any degree of reaction, the above equation can be expressed in general form as follows;

$$\Delta\eta_T = \frac{-\eta_T}{(V_{ad}/U_m)^2} \sum_{i=1}^i \left\{ \frac{B_N [C_L/(s/c)]_N^2 \sec^3 \alpha_{m,N} \left(\frac{k}{h}\right)_N}{(U_m/V_{a2})^2} + \frac{B_R [C_L/(s/c)]_R^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left(\frac{k}{h}\right)_R}{(U_m/V_{a3})^2} \right\}_i$$

where i is the stage number.

* 昭和51年6月11日受付

** 原動機部

記 号		
A	: 面積	s : 翼のピッチ
A_a	: 環面積	T_s, T_t : 静温, 全温
A_k, A_k'	: 翼先端すきまの環面積, 翼端すきまの有効面積	U : 周速度
B	: 翼先端すきまによる翼抗力係数式(10)中の係数または関数	U_m : 平均周速度
C_D, C_{D0}	: 翼の抗力係数; 式(10), $k=0$ 時の C_D	V : 絶対速度
C_{Dk}	: 翼先端すきまに帰因する翼抗力係数	V_{a2}, V_{a3} : 静翼出口での軸流速度, 動翼出口での軸流速度; 付図 1 参照
C_L	: 翼の揚力係数; 式(10)	V_{ad} : タービンの全段膨張比 π_T に相当する断熱理論速度
c	: 翼コード長さ	V_0 : タービンの熱落差に対する速度; $V_0^2 = \eta_T V_{ad}^2$
c_p	: 定圧比熱	W : 相対速度
D	: 直径	W_T : 動力計荷重
D_{sh}	: シュラウドリング内直径; 図 9 参照	Y_t : 翼の全圧損失係数
d_L, d_T	: 翼の前縁, 後縁直径	(ギリシヤ文字)
G	: タービン入口重量流量	α : 絶対角度
g	: 重力加速度	α_m : 静翼の入口絶対流入角度 α_1 と出口絶対流出角度 α_2 との式(7)による平均値
H_t	: 全エンタルピ	β : 相対角度
ΔH_T	: タービン熱落差	β_m : 動翼の入口相対流入角度 β_2 と出口相対流出角度 β_3 との式(7)による平均値
h	: 翼高さ	γ : 比重量
i	: i 段, i 番目	δ : 基準圧力に対するタービン入口全圧の比
J	: 熱の仕事当量; $426.9 \text{ kg}\cdot\text{m}/\text{kcal}$	$\delta^*(\delta_s^*, \delta_p^*)$: 境界層排除厚さ (翼負圧側の δ^* , 翼正圧側の δ^*)
$k, k/h$: 翼先端すきま (の大きさ), 翼先端すきま比	ϵ_{cr} : 流量の補正係数; 3.4 節参照
K	: 翼先端すきま内を通る流れの流量係数; 式 (B・4) 参照	η : タービン断熱効率
K	: 翼の揚力の二次元値に対する翼先端部で保持される揚力の比 ¹⁰⁾	η_T : タービンの全エンタルピ落差と全段膨張比 (全圧比) π_T を基にしたタービン断熱効率; 式(6)
L_T	: タービン出力	η_{T0} : 翼先端すきま $k=0$ のときの η_T
ΔL	: 重なり部の大きさ; 付図 2 参照	$\Delta \eta_T$: η_T の η_{T0} との差; $\Delta \eta_T = \eta_T - \eta_{T0}$
l	: 動力計のアーム長さ; 14606 m	η_t : 動力計出力とタービン全段膨張比 π_T とから算出したタービンの断熱効率
M	: マッハ数	η_{1-3} : 全温比, 全圧比をもとにした断熱 (局所) 温度効率; 3.4 節参照
N	: タービン毎分回転数	θ_{cr} : 速度比; 3.4 節参照
N^*	: 設計のタービン修正回転数に対する実験の修正回転数の比; $N^* = (N/\sqrt{\theta_{cr}}) / (N/\sqrt{\theta_{cr}})_{des}$	κ : 比熱比
n	: 翼枚数	λ : (k/h) に対する $-\Delta \eta_T$ の比; $\lambda = -\Delta \eta_T / (k/h)$
O	: 翼のスロート幅	λ_R : 動翼の $(k/h)_R$ に対する λ ; 式(1)
P_s, P_t	: 静圧, 全圧	ξ : 喰違い角
P_L, P_R, P_C	: 3 孔ピトー管の左, 右および中央の孔での測定圧力	π_T : タービンの全段膨張比 (全圧/全圧比)
R	: ガス定数	ρ_R : タービンの反動度; $\rho_R = 1 - (W_2/W_1)^2$
r	: 半径	τ : タービントルク
R	: 翼先端すきま内の流れの抵抗係数	φ : 翼の速度係数
		ϕ : 軸流速度比; $\phi = V_a/U_m$

ϕ_{cr, π_T} : 全段修正膨張比
 ψ : 翼負荷係数; $\psi = \frac{1}{2} (V_0 / U_m)^2$

(添字)

- : 軸方向; 環
- ad : 断熱
- cr : $M=1.0$ における値
- des : 設計
- i : i 番目
- k : 翼先端すきまの大きさ; 図9参照
- m : 平均
- M : 翼のMEAN値
- max : 最大
- N : 静翼
- R : 動翼
- r : 相対
- S : 静止状態量
- st : 基準状態
- t : よどみ点状態量
- tkr : 翼スロート
- Tip : 翼先端
- w : 周速または周方向
- w : 翼高さ方向の流れに帰因するもの
- 0 : $k=0$ のときの値, またはオリフィス位置(3.4節, 図4のみ)
- 1 : 静翼前(タービン入口位置)
- 2 : 静翼後または動翼前
- 3 : 動翼後(タービン出口位置)
- : 算術平均

1 ま え が き

航空機用ジェットエンジンなどではエンジンのサイクル性能を向上するために、サイクル最高温度すなわち高圧タービンの入口ガス温度をできるだけ高める努力をしている。この高温ガスのもつエネルギーをタービンで仕事に変えるが、とくに航空機用タービンとしては重量軽減の目的のためにできるだけ少ない段数のタービンでこの仕事を得ることが好ましく、このためタービンの一段当たりの仕事量は大きくなる。すなわち、タービンの各翼は高い負荷の下で作動することになる。本研究のタービンもこのような条件の下に設計した高負荷タービンであり、したがってタービン翼は以下、I)~V)に示すような特徴をもっている。I)翼の正圧面と負圧面の表面圧力差が大きい、II)翼列前後での膨張比が大きい、III)作動ガスの流出角は翼列で大きく転向される、IV)一般に作動ガスは高圧のため高密度小容積となり、タービン流路も小さ

いため翼寸法としては小型のものとなる、V)高負荷、大転向角の必要から翼弦長は長く、一方翼高さは小さいためアスペクト比の小さな翼形となる。

ところで、空力性能を調べるための実験の際にしばしば行なわれているように、タービンを非加熱の圧縮空気の下で作動させる場合と、実機状態の高温燃焼ガスの下で作動させる場合とでは、翼やタービンディスクおよびケーシング等の熱膨張の結果、動翼先端すきまの大きさが変化すると考えられる。また、それらの熱膨張を考慮して高温時や始動時に動翼がシュラウドと接しないように配慮する必要がある。一般に動翼先端すきまによる翼列損失は全体の翼列損失のかなり大きな割合を占めるものであるが、特に高負荷タービンの場合は前述のごとき特徴ゆえに同じ翼先端すきまに対してはより大きな効率の低下をもたらすものと考えられる。

この問題を調べるために単段の高負荷タービンを用いて、動翼の先端すきまを三種類変えてその性能を実験的に求めた。本報ではおもにその実験結果を示す。実験結果は全体性能の結果と動翼出口での内部流動測定結果に分けて考察した。また、動翼先端すきまによるタービンの効率低下を予想する既存の種々の計算方法を整理し、かつ本実験結果との対比も行なった。全体性能の結果としては動翼先端すきまの増大によりタービン効率の低下が認められた。しかしながら翼負荷が高いことによる異常な効率の低下は認められなかった。一方、内部流動の結果からは、とくに翼先端付近での流れが翼先端すきまの大きさにより影響をうけており、又翼先端すきまが大きいほど翼先端付近の局所効率の低下は著しく、その影響は流路中央部まで及んでいることが判った。

2 設計速度三角形と翼形

表1に本タービン¹⁾の主要設計仕様を示す。また、図1にはTIP, MEAN, ROOTの各半径位置における設計の速度三角形を示す。図2はMEAN断面における静翼および動翼の翼配備を示す。図1および2にみられるように、静翼動翼ともかなり転向角は大きく設計した。タービンおよびその翼の設計の詳細は文献1)参照。

3 実験の装置と方法および実験の解析方法

3.1 実験装置および計測装置

加圧空気をうい空力性能を調べることを目的とした空力性能試験機本体部の断面図を図3に示す。

タービンの作動流体としては3700kWの圧縮機からの非加熱の加圧空気(タービン入口部で約100℃)を用いた。タービン入口前の配管(内径495.2mmφ)にJIS

表 1 主要設計仕様

項目	記号	設計値	単位
ガス流量	G	3.95	kg/sec
入口全圧	P_{t1}	25000	kg/m ²
入口全温	T_{t1}	1423.15	K
断熱効率	η_T	0.85	
断熱熱落差	ΔH_{ad}	63.25	kcal/kg
回転数	N	13300	rpm
周速度	U_M	366.7	m/sec
膨張比	π_T	2.02	
理論速度	V_{ad}	727.5	m/sec
速度比	U_M/V_{ad}	0.504	
反動度	$P_{R,M}$	0.464	

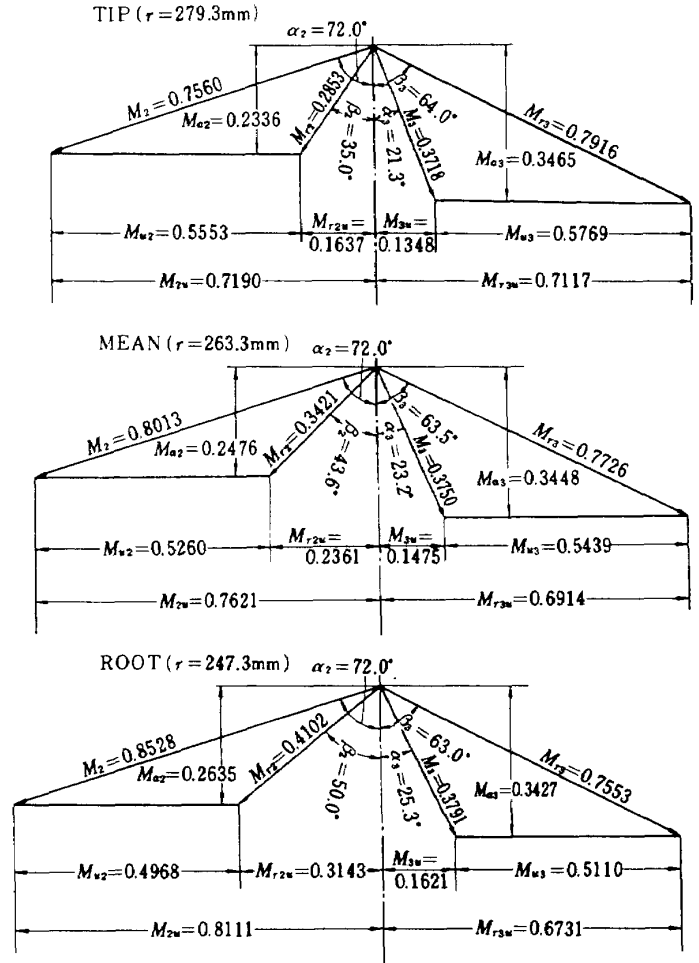
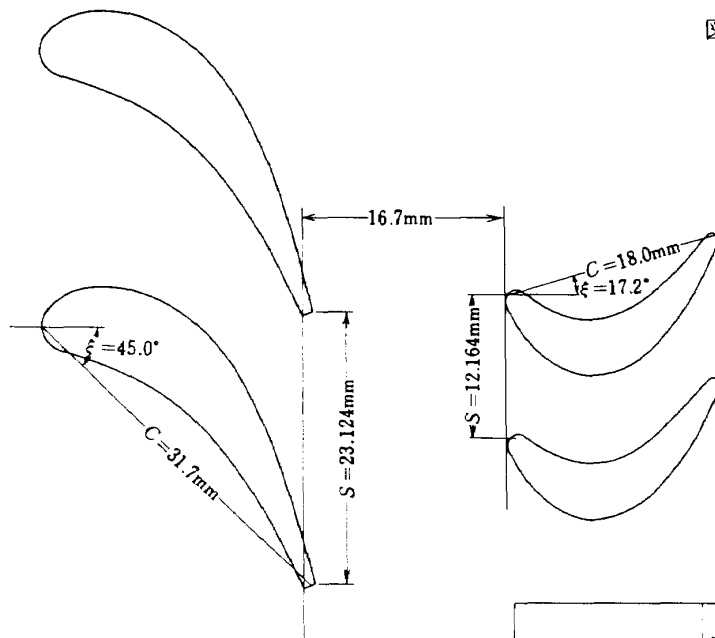


図 1 設計速度三角形



	静翼 $r=261.3\text{mm}$	動翼 $r=263.3\text{mm}$
前縁直径比 (d_t/c)	0.126	0.111
後縁厚み比 (d_T/c)	0.032	0.056
最大翼厚み比 (d_{max}/c)	0.22	0.26
ソリディティ (C/S)	1.37	1.48
アスペクト比 (A/C)	1.03	1.86

MEANにおける翼無次元値

図 2 翼配備 (MEAN)

規格の円板オリフィスを設け入口流量を測定した。図4
 参照。
 タービンの軸トルクおよび回転数は1600kW直流電気

動力計により測定した。
 タービン段前後のガス状態は図5に示す熱電対温度計
 および3孔ヨーメータにて測定した。これらの計測器の

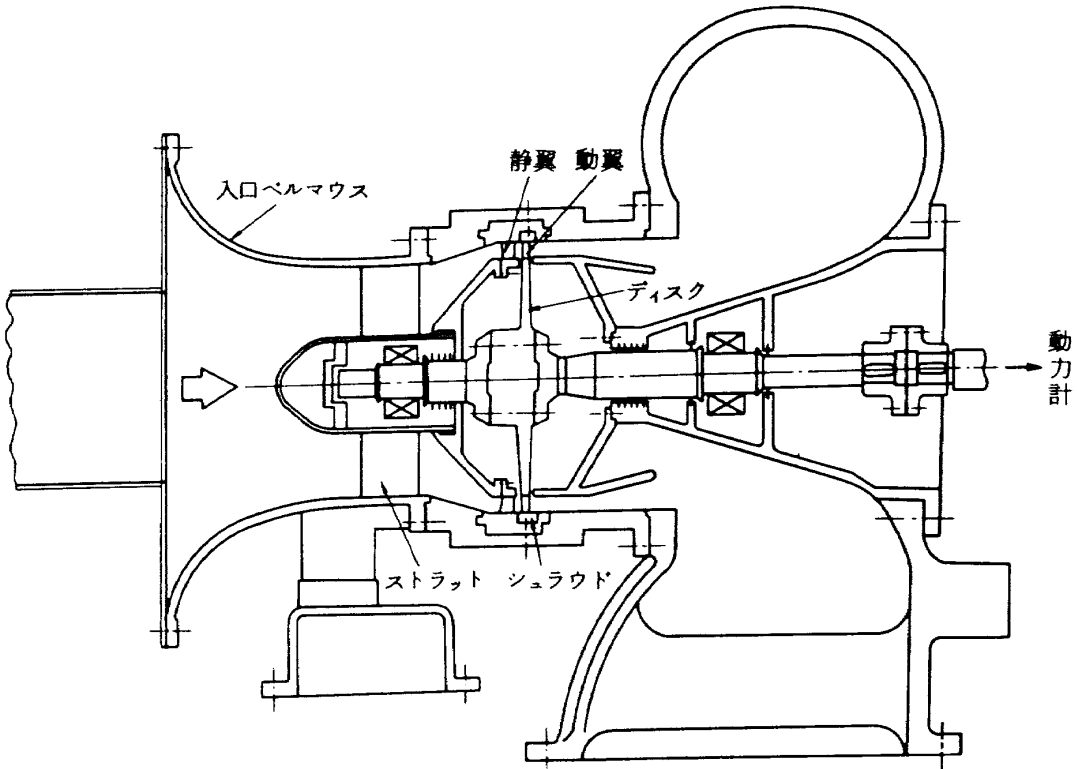


図 3 空力性能試験機本体

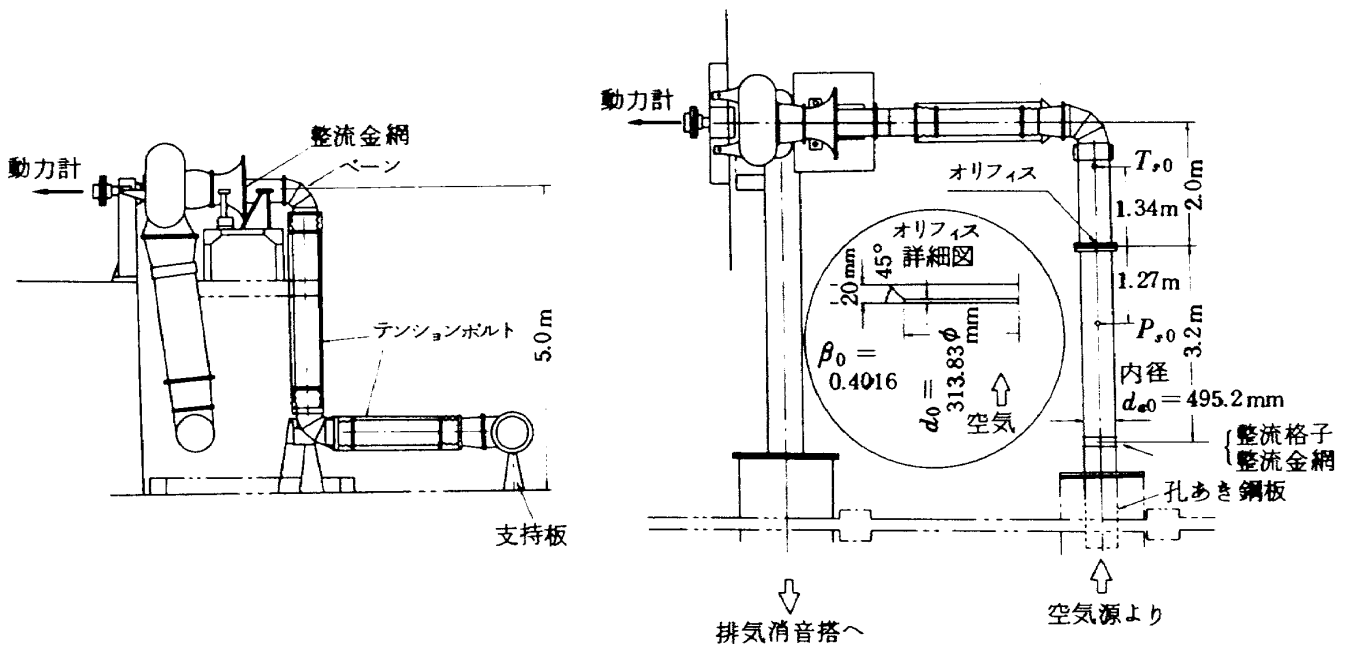
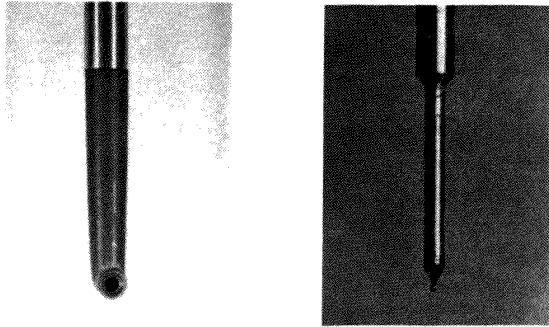


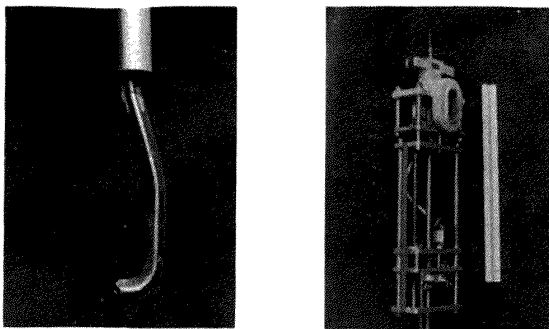
図 4 空力性能試験装置配管

うち、タービン段前ものは流路中央に固定し、タービン段後ものは半径方向にトラバースし、測定した。図6は各計測器の配置を示す。

図7は計測系統、データ処理系統を示す。図8の写真はいくつかの主要な装置を示す。

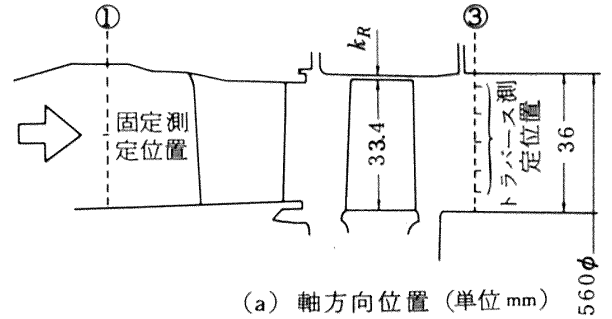


(a) せき止め型CA熱電対温度計 (T_1-1, T_1-2) (b) 先端露出型CA熱電対温度計 (T_3-1, T_3-2)

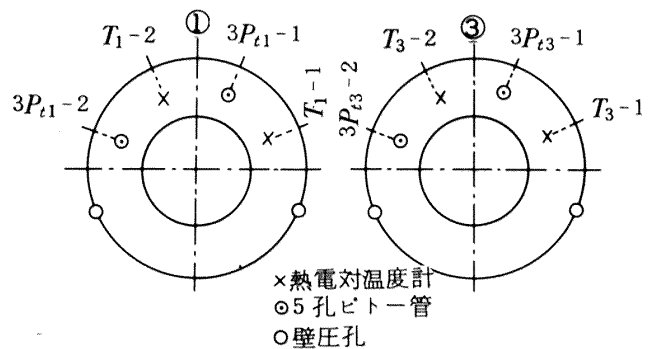


(c) 3孔ビトー管 ($3P_{t1}-1, 3P_{t1}-2, 3P_{t3}-1, 3P_{t3}-2$) (d) 電動式トラバース装置の駆動部

図5 計測器先端部および計測器の駆動部装置の写真



(a) 軸方向位置 (単位mm) 560ϕ



(b) 円周方向位置 (試験機前視)

図6 各計測器の配置

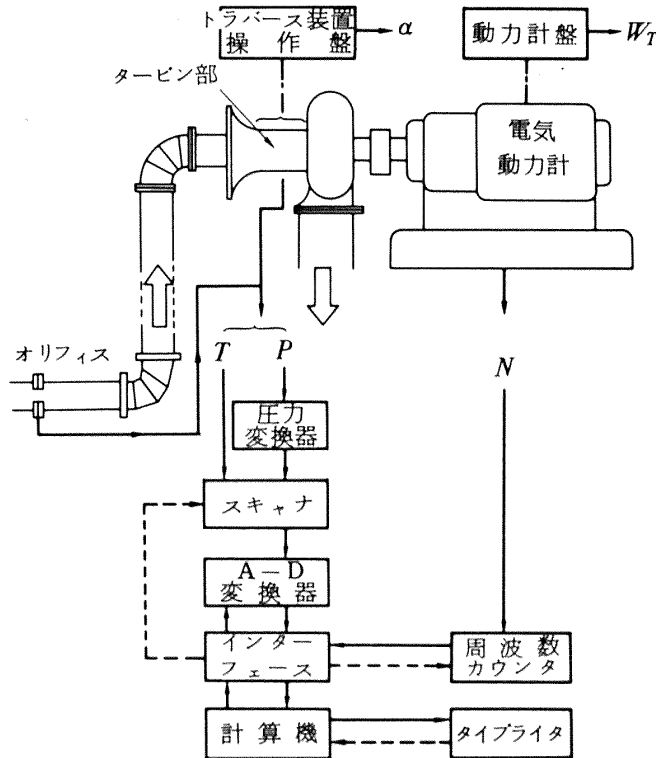
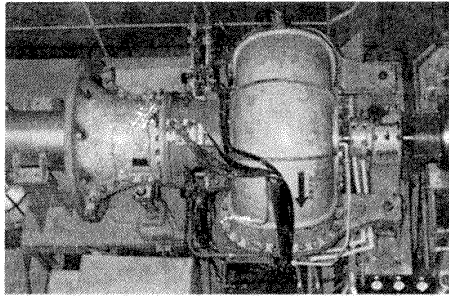
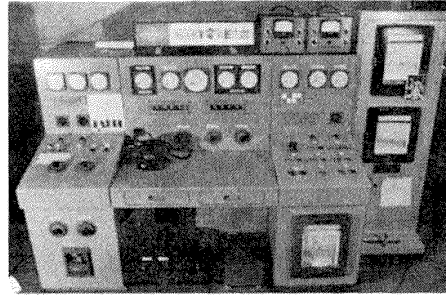


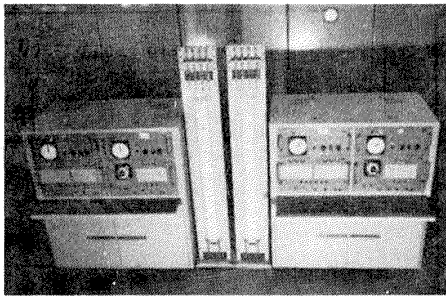
図7 計測およびデータ処理システム



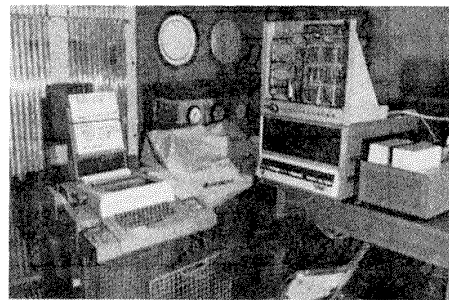
(a) 実験中のタービン試験機本体



(b) 1600 kW 直流電気動力計用運転盤



(c) 電動式トラバース装置

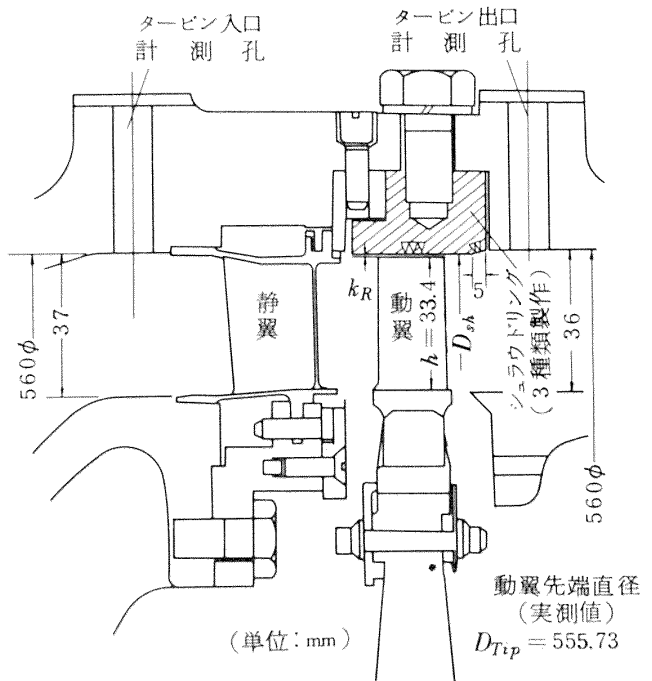


(d) データ処理用計算機

図 8 実験装置の写真

3.2 実験に用いた動翼シュラウドリング

本報の実験では動翼の先端すきまを変化させるため、内径寸法の異なる三種類の動翼シュラウドリング（名称 S0, S1, S2）を製作した。図 9 にその寸法を示す。これにより動翼先端すきまを三種類かえて実験した。図 9 中の表の翼先端すきまの実測値はシュラウドリング名称 S0 の場合を除き、タービン試験機本体の上蓋を上げ、動翼先端面の数箇所にて適当な太さの鉛線を十数本とりつけたのち再び上蓋を下し、つぶされた鉛線の厚みをポイントマイクロ計で測定した値の算術平均である。その算術平均の値には上蓋開放時に測定可能な水平の 2 箇所、動翼先端とシュラウド内面とのすきまをすきまゲージにより測定した値も含めた。但し、動翼回転軸より下の動翼下半分の翼先端すきまは測定しなかった。なお、動翼先端外径をダイヤルゲージで測定した結果、平均外径値 $D_{Tip} = 555.73\text{mm}$ であり、シュラウドリング名称 S0



シュラウドリング名称	リングの内径 D_{sh} (計画値)	動翼先端すきま k_R		翼高さ $h (= 33.4)$ との比 $(k/h)_R$ (実測値)	備考 k_R の測定法
		計画値	実測値		
S0	556.7mm	0.4mm	0.49mm	1.5 %	実測 D_{TIP} より
S1	557.5	0.8	0.88	2.6	鉛線
S2	558.3	1.2	1.39	4.2	"

図 9 動翼のシュラウドリングの種類と翼先端すきまの寸法

の場合の k/h (実測値) はこれを用いて算定した。

図 10 は動翼回転部と実験に供した三種の動翼シュラウドリングの写真である。

3.3 実験方法

本実験ではタービン膨張比およびタービン回転数を目標値に設定した。実験点としては、膨張比が 1.4 ~ 2.1 で約 0.2 毎、回転数が設計回転数の 70 ~ 110% で約 10% 毎とした。タービンの入口ガス温度がほぼ安定してから、タービン出口のガス温度、ガス圧力を半径方向にトラバース測定した。実験のタービン入口ガス温度はおよそ 90 ~ 110 °C であった。一実験点で 5 点トラバース測定した場合、その測定に要した時間は約 10 分であった。

3.4 実験の解析方法

タービンの入口ガス流量 G はオリフィスの流量式により計算した。なお、使用した範囲でのオリフィスの管レイノルズ数 $Re,0 (\equiv V d_{a0} / \nu)$ は約 $(3 \sim 4) \times 10^5$ であった (d_{a0} は配管内径: 図 4, ν は動粘性係数)。

以下解析に用いた計算式を示す。

タービンの軸トルク τ ; $\tau = l W_T$

タービンの出力 L_T ; $L_T = \frac{2\pi}{60J} \tau N$

タービンの比出力 ΔH_T ; $\Delta H_T = \frac{L_T}{G}$

タービン段の膨張比 π_T ; $\pi_T = \frac{\bar{P}_{t1}}{\bar{P}_{t3}}$

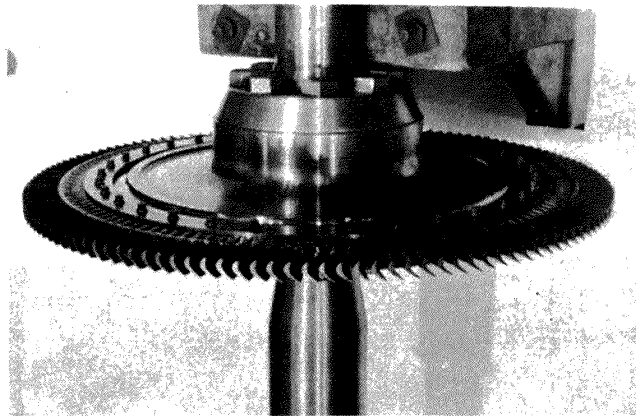
ここで、 \bar{P}_{t1} はタービン入口で 2 本のビトー管 (固定) により測定した測定値の算術平均値を用い、 \bar{P}_{t3} はタービン出口で 2 本のビトー管により半径方向に 5 点トラバース測定した計 10 点の算術平均値を用いた。

タービンの断熱効率 η_t ;

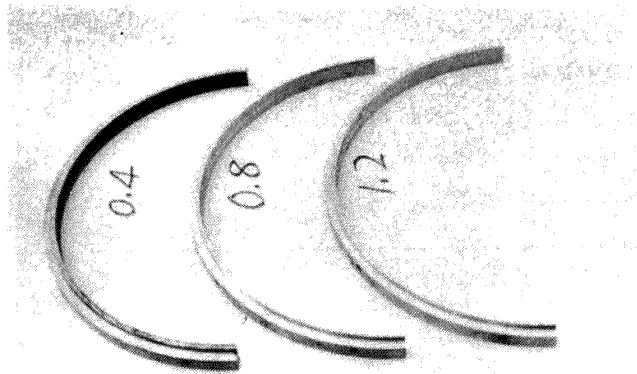
$$\eta_t = \frac{\Delta H_T}{c_p \bar{T}_{t1} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{\pi_T} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right\}}$$

ここで、 c_p および κ はタービンの入口温度と出口温度との算術平均温度に対する定圧比熱および比熱比であり、 \bar{T}_{t1} はタービン入口での平均ガス全温である。実験範囲では $c_p = 0.240$, $\kappa = 1.40$ とした。

タービン流路の半径 (翼高さ) 方向の局所断熱温度効



(a) 動翼回転部



(b) 三種類の動翼シュラウドリング
(写真は半割れの片方のみを示す)

図 10 動翼回転部と動翼シュラウドリング

率 η_{1-3} ;

$$\eta_{1-3} = \frac{1 - \frac{T_{t3,i}}{\bar{T}_{t1}}}{1 - \left(\frac{\bar{P}_{t3,i}}{\bar{P}_{t1}}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$$

ここで、 $\bar{T}_{t1}, \bar{P}_{t1}$ はタービン入口の全温計（温度回復係数 $RF=1$ ）およびピトー管を用いて周方向2箇所測定した全温および全圧の算術平均値である。また、 $T_{t3,i}, \bar{P}_{t3,i}$ はそれぞれ、タービン出口の2本の熱電対温度計および2本のピトー管により半径方向にトラバース測定した同じ局所位置での2個の全温又は全圧の算術平均値を示す。なを、これらの全温は検定により得た温度回復係数（マッハ数の関数）を考慮して測定温度を補正して求めた。

動翼出口におけるガスの相対流出角度の翼高さ方向局所値は、動翼出口の二本の3孔ピトー管をトラバース測定して得た絶対流出マッハ数および絶対流出角度の局所値と、その局所位置における周速および全温とから次式により計算した;

$$\beta_{3,i} = \tan^{-1} \left(\tan \alpha_3 + \frac{M_{*3}}{M_3 \cos \alpha_3} \right)_i$$

ここで、

$$M_{*3,i} = \frac{\pi N}{60 \sqrt{\kappa} g R} \left(\frac{D}{\sqrt{T_{t3,i}}} \right)_i$$

ここで添字 i は翼高さ方向の局所位置での値を示す。

α_3, M_3 はそれぞれのピトー管により測定した動翼出口での絶対流出角度および絶対流出マッハ数である。 $T_{t3,i}$ は局所位置での動翼出口において二本の熱電対温度計で測定した局所静温の算術平均値であり、この静温は二本の熱電対温度計により測定した測定温度に、二本のピトー管により得た局所マッハ数 $M_{3,i}$ の局所位置での算術平均値 $\bar{M}_{3,i}$ と各温度計の温度回復係数（マッハ数の関数）とを用いて補正し、求めた。

タービンの速度比 U_M/V_{ad} ;

$$\frac{U_M}{V_{ad}} = \frac{\pi D_M N}{60 \sqrt{2} g J \Delta H_{T,ad}}$$

ここで、 $\Delta H_{T,ad} = c_p T_{t1} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{\pi_T} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right\}$

3孔ピトー管によりマッハ数を次のようにして求めた³⁾ います、ピトー管の検定定数 H を

$$H = \frac{P_R + P_L}{P_C}$$

と定義する。ここで P_R, P_L および P_C はそれぞれ3孔ピトー管の右、左および中央の孔による測定圧である。とくに、このピトー管が流れの方向を向き、 $P_R = P_L$ で

あるとき H はマッハ数とレイノルズ数の関数であり、ピトー管の検定時とその使用の実験時とのレイノルズ数がほぼ等しければ H はマッハ数のみの関数となることから、検定により $H \sim M$ の曲線を求めて使用した。

タービンの性能を表わすいくつかの実験値は次の方法により、基準状態での値に修正して整理した。

$$\left. \begin{aligned} \text{流量 } G &\rightarrow \text{修正流量 } \epsilon_{cr} G \sqrt{\theta_{cr}} / \delta \\ \text{回転数 } N &\rightarrow \text{修正回転数 } N / \sqrt{\theta_{cr}} \\ \text{比出力 } \Delta H_T &\rightarrow \text{修正比出力 } \Delta H_T / \theta_{cr} \\ \text{トルク } \tau &\rightarrow \text{修正トルク } \epsilon_{cr} \tau / \delta \\ \text{膨張比 } \pi_T &\rightarrow \text{修正膨張比 } \phi_{cr} \pi_T \end{aligned} \right\}$$

ここで、 $\theta_{cr}, \delta, \epsilon_{cr}$ および ϕ_{cr} は補正係数で次式で表わされるものである。

$$\theta_{cr} = \left(\frac{\kappa}{\kappa+1} R T_{t1} \right) / \left(\frac{\kappa_{st}}{\kappa_{st}+1} R_{st} T_{t,st} \right)$$

$$\delta = \bar{P}_{t1} / P_{t,st}$$

$$\epsilon_{cr} = \left\{ \kappa_{st} \left(\frac{\kappa+1}{2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right\} / \left\{ \kappa \left(\frac{\kappa_{st}+1}{2} \right)^{\frac{\kappa_{st}-1}{\kappa_{st}}} \right\}$$

$$\phi_{cr} = \frac{1}{\pi_T} \left\{ 1 - \left(\frac{\kappa_{st}-1}{\kappa_{st}+1} \right) \left(\frac{\kappa+1}{\kappa-1} \right) \left(1 - \pi_T \right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} \right\}^{\frac{\kappa_{st}}{1-\kappa_{st}}}$$

ただし、添字 st は基準状態を示す。

なお、断熱効率 η_t はこれら修正値を用いて表わせれば

$$\eta_t = \frac{\Delta H_T / \theta_{cr}}{c_{p,st} T_{t,st} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{\phi_{cr} \pi_T} \right)^{\frac{\kappa_{st}-1}{\kappa_{st}}} \right\}}$$

となる。

本報では基準状態として次の値を採用した。

$$\left. \begin{aligned} T_{t,st} &= 288.2 \text{ K} \\ P_{t,st} &= 10332 \text{ kg/m}^2 \\ R_{st} &= 29.27 \text{ kg}\cdot\text{m} / \text{K}\cdot\text{kg} \\ \kappa_{st} &= 1.401 \end{aligned} \right\}$$

この場合、実験値に対しては実験の範囲で常に $\epsilon_{cr} = \phi_{cr} = 1.0$ としてよく、一方設計値に対しては $\kappa_{des} = 1.31$ ゆえ $\epsilon_{cr} = 1.038, \phi_{cr} = 1.037$ となる。表2には主な設計値をこの方法により修正した修正値を示した。

表2 設計値とその修正値 ($\kappa_{des} = 1.31$)

設計項目	設計値	修正値
入口全温 T_{t1} (K)	1423.2	288.2
入口全圧 P_{t1} (kg/m ²)	25000	10332
比出力 ΔH_T (kcal/kg)	53.8	11.2
流量 G (kg/sec)	3.95	3.71
回転数 N (rpm)	13300	6071
膨張比 π_T	2.02	2.09

4 実験結果とその考察

4.1 全体性能

(a) タービン入口流量特性

図11はタービンの入口流量特性に及ぼす動翼先端すきまの影響を示す。各回転数とも動翼先端すきまが大きくなると同膨張比における流量は増大することがわかる。流量特性に及ぼす動翼先端すきまのちがいはおおむね、

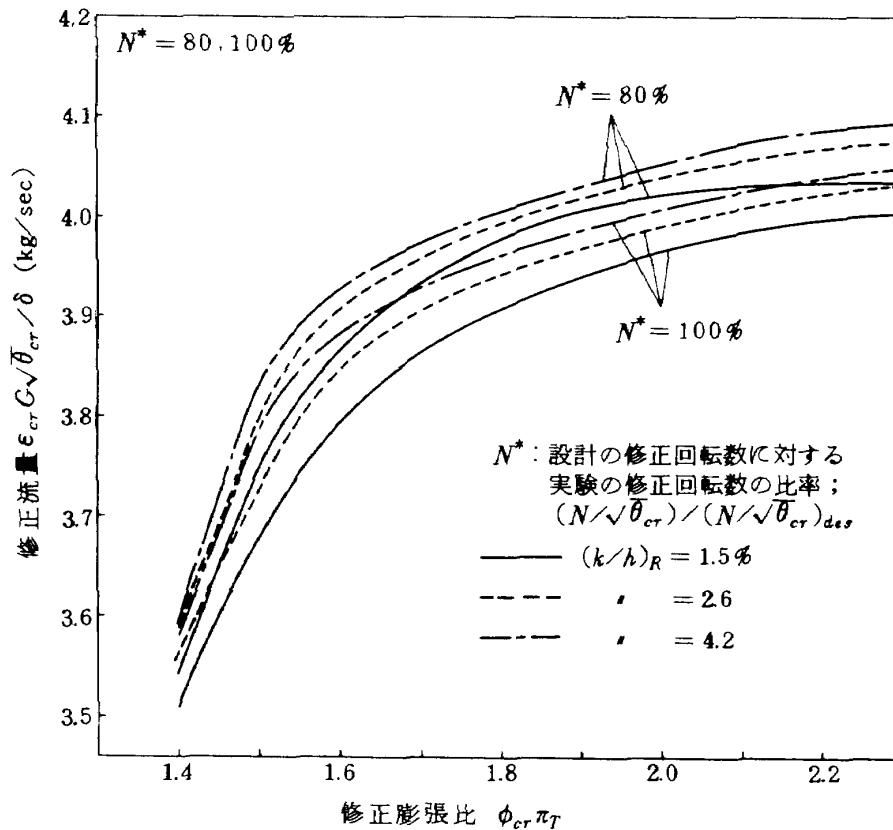
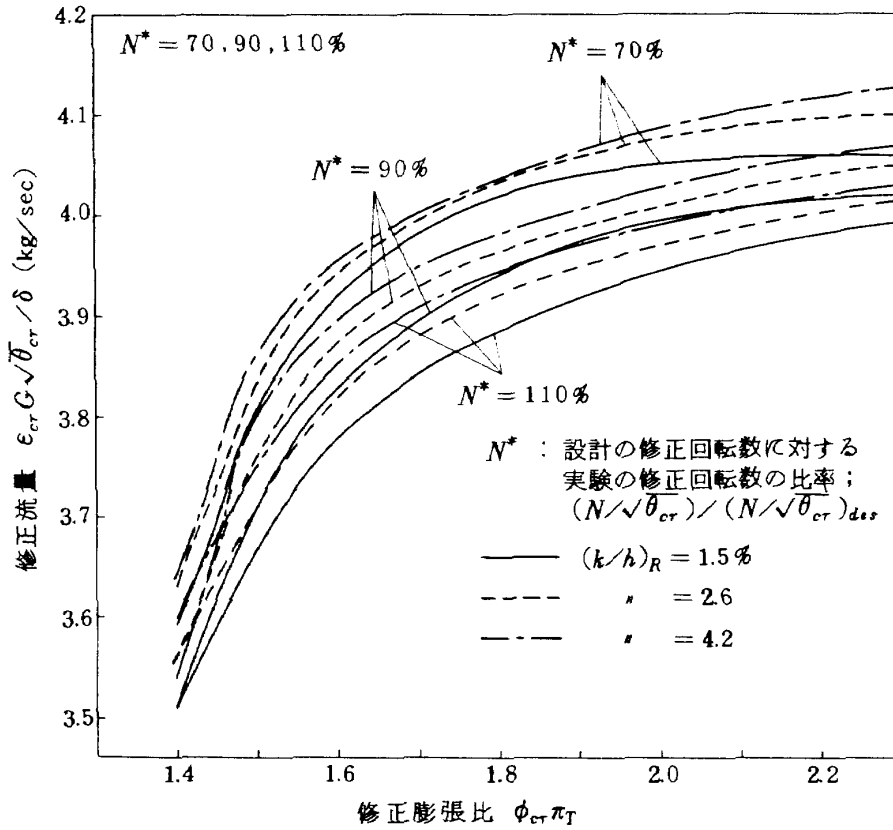


図 11 タービン入口流量特性

各回転数における流量特性曲線を上下方向に平行移動させる影響をもつ。設計回転数 ($N^* = 100\%$) および設計膨張比 ($\phi_{cr} \pi_T = 2.09$) における流量は動翼先端すきま $(k/h)_R = 4.2\%$ の場合、 $(k/h)_R = 1.5\%$ の場合に対し、1.0%ほど大きい。

このように動翼先端すきまが増大するとタービン流量は増大する。これはシュラウドリングの内径を増したことによる動翼スロート面積の増大によるためと考えられる。いま、単にシュラウドリングの内径の増大分だけ動翼出口の環面積が増大したと仮定し、タービンの部分負荷性能を一次元計算した。この計算では動翼の相対流出角度は部分負荷においても常にMEAN位置での設計値に等しいとして計算した。計算の結果、図12に示したように $(k/h)_R = 1.5\%$ の場合に対し、 $(k/h)_R = 4.2\%$ では入口流量は約1.3%の増大が予想された。これは実験値の1.0%にほぼ一致する。

また、単段タービンにおける静翼および動翼のスロート面積 ($A_{iA_T,N}$ および $A_{iA_T,R}$) の変化によるタービン入口修正流量の変化は微小変動 (Small Deviation) 法⁴⁾によると、タービン膨張比一定 ($\delta \pi_T = 0$) の場合、次式で表わされる。

$$\delta(\epsilon_{cr} G \sqrt{\theta_{cr}} / \delta) = a_1 \delta A_{iA_T,N} + (1 - a_1) \delta A_{iA_T,R}$$

ここで、 a_1 は静翼のスロート面積の変化 $\delta A_{iA_T,N}$ の入口修正流量 $\epsilon_{cr} G \sqrt{\theta_{cr}} / \delta$ に及ぼす影響を表わす係数を示す。 $(k/h)_R = 1.5\%$ の場合の設計回転数および設計膨張比における実験の速度三角形¹⁾を用いて a_1 を文献4)の方法で計算すると本タービンの場合、 $a_1 = 0.70$ を得る。ゆえに、

$$\delta(\epsilon_{cr} G \sqrt{\theta_{cr}} / \delta) = 0.7 \delta(A_{iA_T,N}) + 0.3 \delta(A_{iA_T,R})$$

となり、動翼スロート面積増加率 $\delta(A_{iA_T,R})$ の3割がタービン入口流量の増加率となる。この結果も図12に示したが、 $(k/h)_R = 4.2\%$ の場合には $(k/h)_R = 1.5\%$ の場合にくらべ、1.5%のタービン入口修正流量の増加と計算された。^{註)}

実験における流量の増大分はいずれの計算のそれよりも小さい。これは計算では翼先端付近の流れも主流の平均速度に等しい速度をもっていると仮定しているのに対し、実際の翼先端付近の流れは流路外壁上に発達した境界層またはそれを含む流れであるため、その付近の軸流速度は主流の平均軸流速度よりは遅いためであろう。

(b) タービントルク特性

図13にタービントルクに及ぼす動翼先端すきまの影響を示す。各回転数毎にみると、実験の全膨張比の範囲では、必ずしも $(k/h)_R$ による影響を一様に議論できないが、高膨張比の領域、したがってトルクの大きい

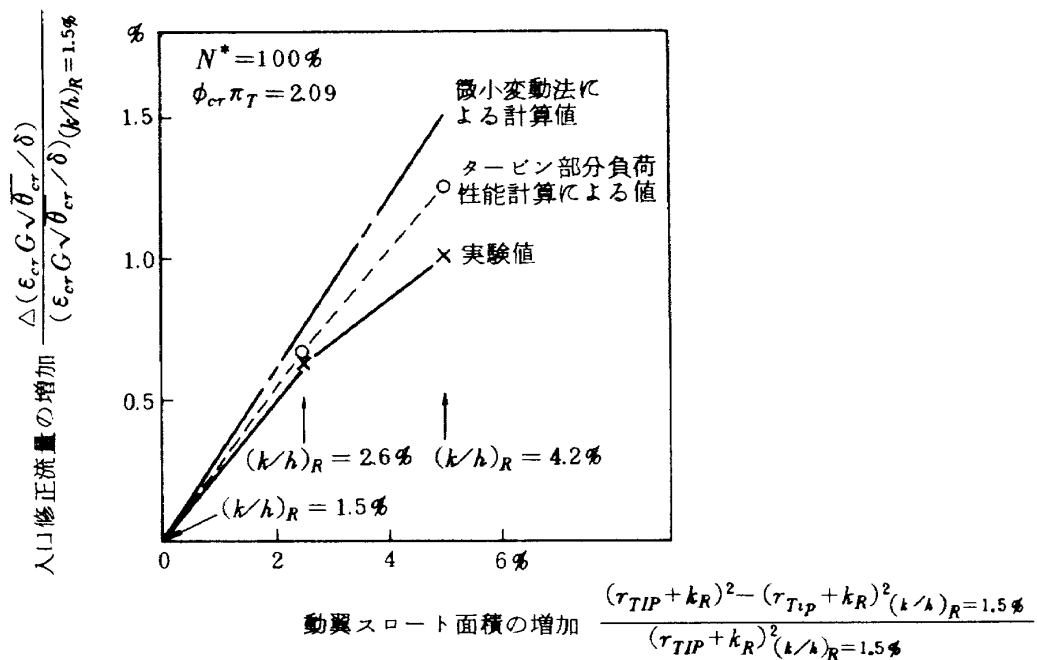


図 12 翼先端すきまの変化と入口修正流量の変化との関係

註) なお、翼先端すきまを通過するガス流量の計算に言及している翼先端すきまに関する文献には8), 10), 11), 14), 20), 22), 23), 29), 39), 40), などがある。

領域では各回転数とも、一般に $(k/h)_R$ が増大するにつれトルクはわずかに減少する傾向がみられる。

動翼先端すき間の、タービン入口修正流量および修正トルクに及ぼす影響を、図14に文献(5),(6)の結果と共に示す。

動翼先端すきまを動翼先端を削り落とすことにより増大させた従来のいくつかの実験^{(5)~(7)}と異なり、本実験では動翼のシュラウドリング内径を増大させることによりその先端すきまを増大させた。したがって、それらの文献にみられるほどの翼負荷の減少、したがってタービントルクの減少はなかった。図14(b)にみられるように、本実験では、トルクの減少分は翼先端すきまの増大分よりはるかに小さいことがわかる。

(c) 動力計によるタービン断熱効率 η_t

図15は前述のタービン入口流量およびタービントルクより算出したタービンの断熱効率を示す。低膨張比では各回転数とも動翼先端すきまの影響は明確ではないが、高膨張比では $N^*=110\%$ を除き一般に $(k/h)_R$ が大きくなるにつれて断熱効率 η_t が減少するのが明確に示されている。図中に *des. pt.* と示した点は設計回転数および設計膨張比の点を示す。この点における η_t は、翼先端すきまが $(k/h)_R=1.5\%$ から $(k/h)_R=4.2\%$ に増大した場合2%ほど減少した。

図16は $(k/h)_R=1.5\%$ 、 2.6% および 4.2% の各場合の実験の断熱効率を速度比 U_M/V_{ad} に対してプロットしたもので、実験の点は $N^*=70\% \sim 110\%$ での η_t を含む。 k/h の影響を明らかに示すために、同一の $(k/h)_R$ で

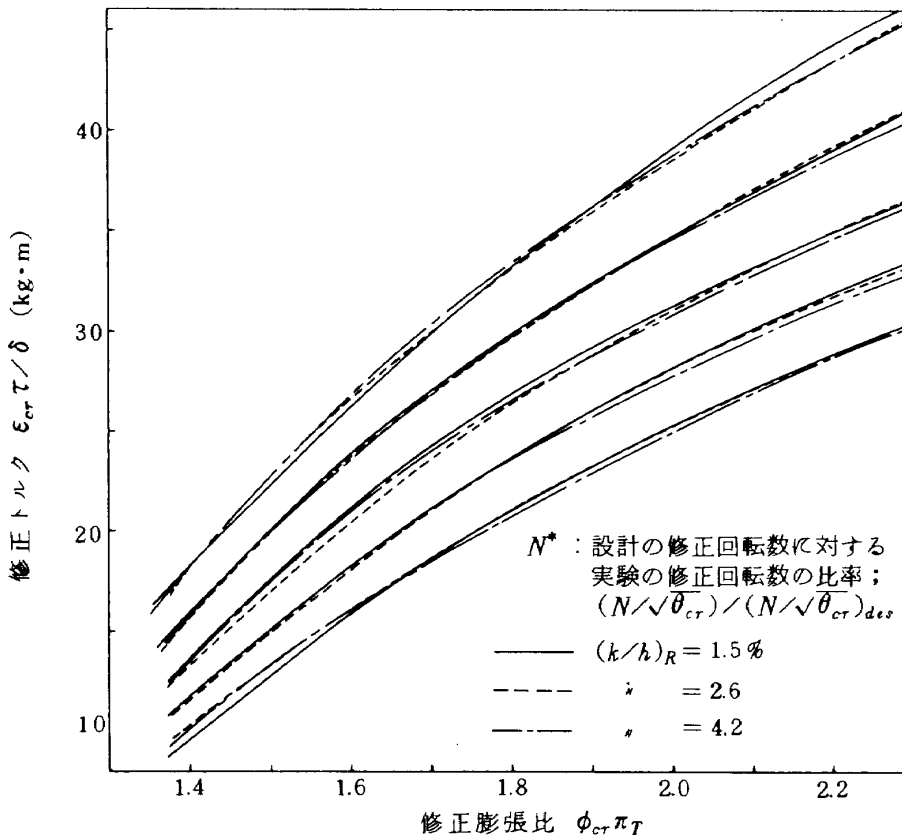


図13 タービントルク特性

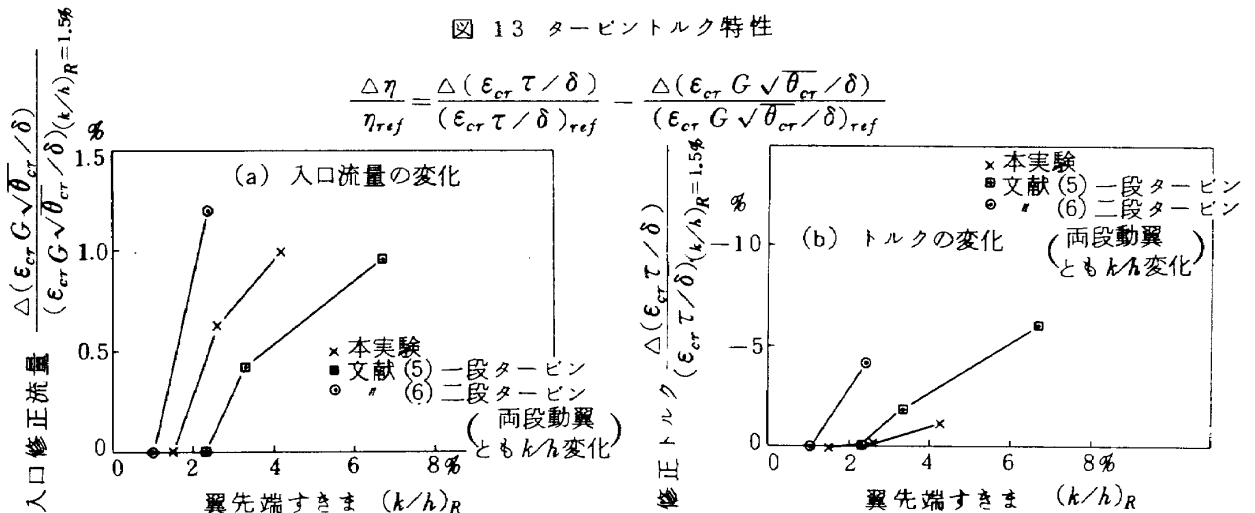


図14 翼先端すきまによるタービンの入口流量，トルクの変化

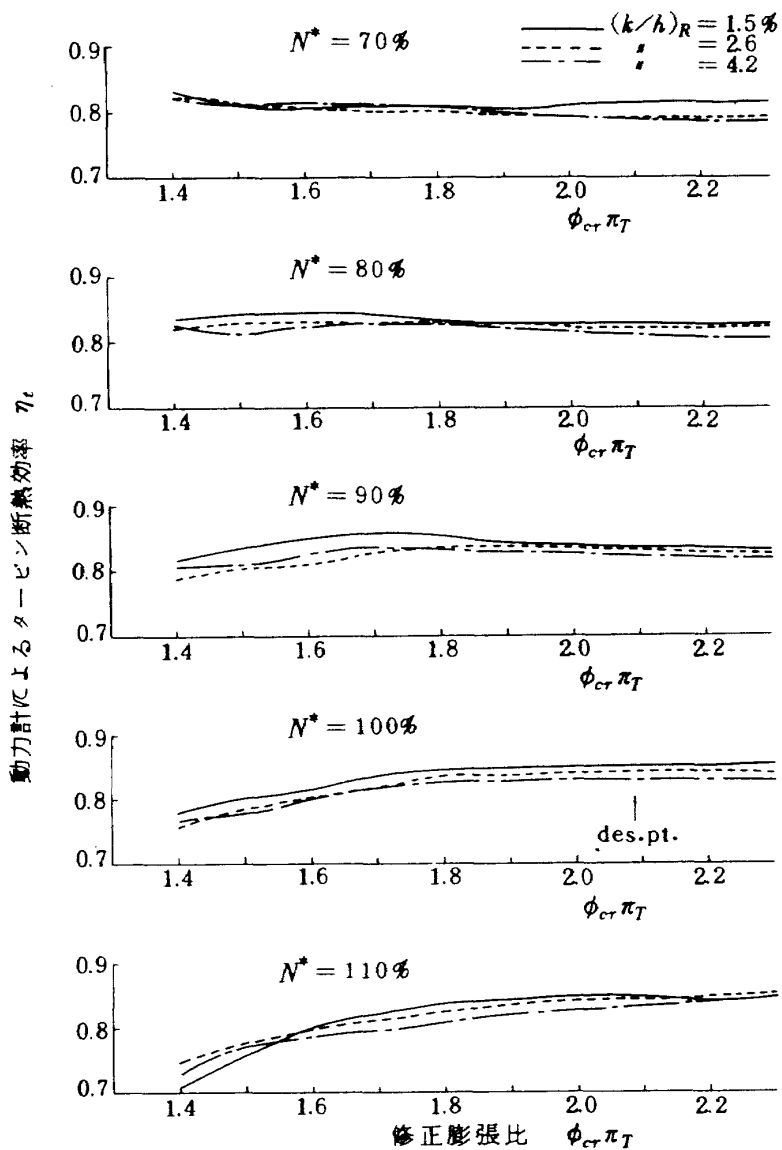


図 15 断熱効率特性

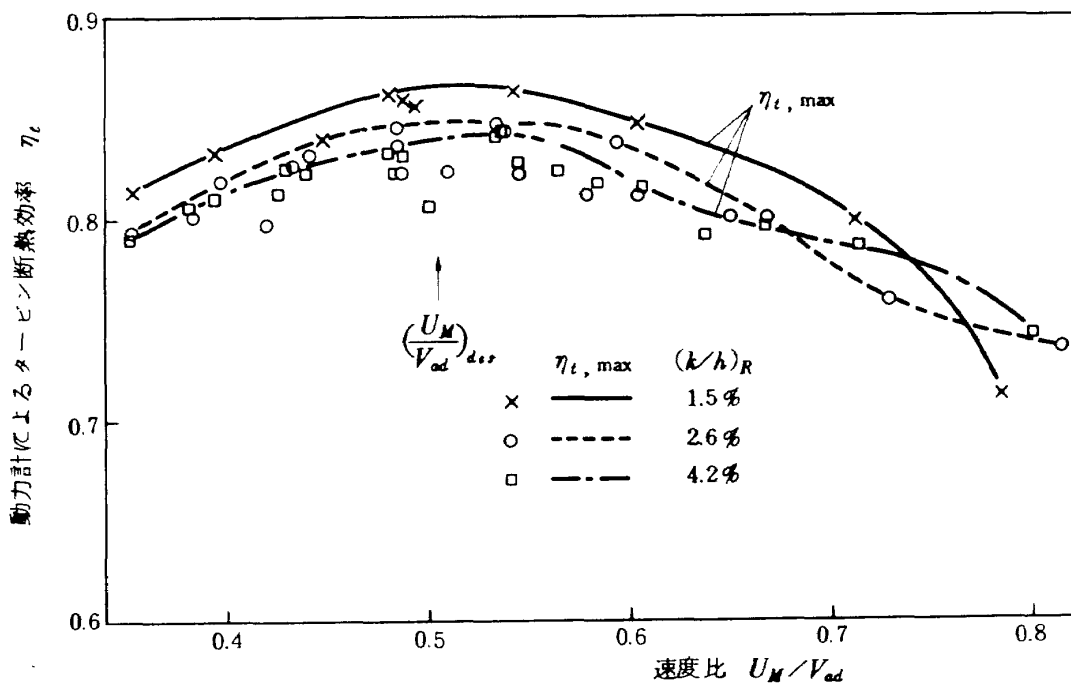


図 16 断熱効率～速度比 特性

の実験の η_t は N^* にかかわらず同一の記号で示した。実線、破線および一点鎖線はそれぞれ $(k/h)_R=1.5\%$ 、 2.6% および 4.2% の η_t の最高効率 $\eta_{t, \max}$ の点を包絡する線である。この包絡線が示すように k/h の影響はかなり明白である。例えば、設計の速度比 ($U_M/V_{ad}=0.504$) で $(k/h)_R=1.5\%$ にくらべ $(k/h)_R=4.2\%$ では $\eta_{t, \max}$ は約 2% 低下していることがわかる。

4.2 内部流動

(a) 断熱温度効率の翼高さ方向分布

図17(a)~(c)はそれぞれ $(k/h)_R=1.5\%$ 、 2.6% 、 4.2% の各実験に対する動翼高さ方向の局所断熱温度効率の分布を示す。パラメータとしてはタービン膨張比および回転数をとった。

各膨張比、各回転数とも動翼先端すきまが大きくなるにつれ、全般的に特に *TIP* 付近の効率は低くなっている。そして、その先端すきまの影響は *TIP* 付近に限らず、*MEAN* 近くまで及んでいる。しかし、*ROOT* 近くになるとその影響は殆んどないようである。

(b) 動翼出口ガス相対流出角度の翼高さ方向分布

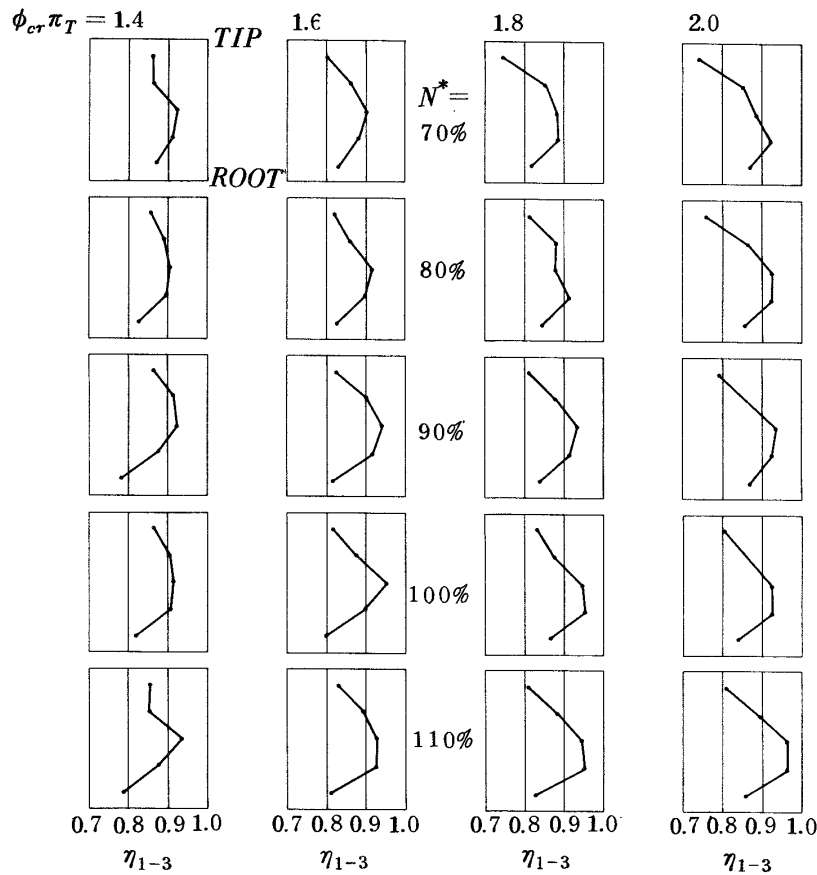
内部流動の内、興味あるものの一つに動翼出口での相対流出角度 β_3 がある。これは動翼でのガス流れの転向の結果であるから、直接タービン仕事に関与するもので

ある。図18に動翼出口での2本のピトー管により測定した実験値をもとに得た動翼出口のガス相対流出角度の翼高さ方向分布を示す。(計算方法は3.4参照)。2本のピトー管に対する β_3 の間に差がみられ、測定位置により流れに差のあることがわかる。同じピトー管の間で動翼先端すきまの大きさにする β_3 への影響をみれば、 $(k/h)_R$ が大きいほどとくに *TIP* 近傍での β_3 は小さいことが明確に示されている。これは動翼の先端すきまを通り翼正圧側から負圧側へのガスの吹き抜けの結果と考えられる。このように、 k/h が大きくなると *TIP* 近傍での動翼転向角はかなり減少するため、*TIP* 近傍での動翼の仕事量が減り、かつ翼先端すきまからのもれガスと主流との混合による全圧損失などもあって結果として前述のようにタービン断熱効率 η_t (動力計) や、タービン断熱温度効率 η_{1-3} の低下をもたらすものと考えられる。

5 動翼先端すきまのタービン効率への影響の種々の計算方法と本実験結果との比較

5.1 計算方法の整理

タービン(または圧縮機)における静翼や動翼の先端すきまがタービン(または圧縮機)の性能、とくに断熱効率に及ぼす影響を計算する方法は古くから種々提案され



(a) $(k/h)_R = 1.5\%$

図 17 断熱温度効率の翼高さ方向分布

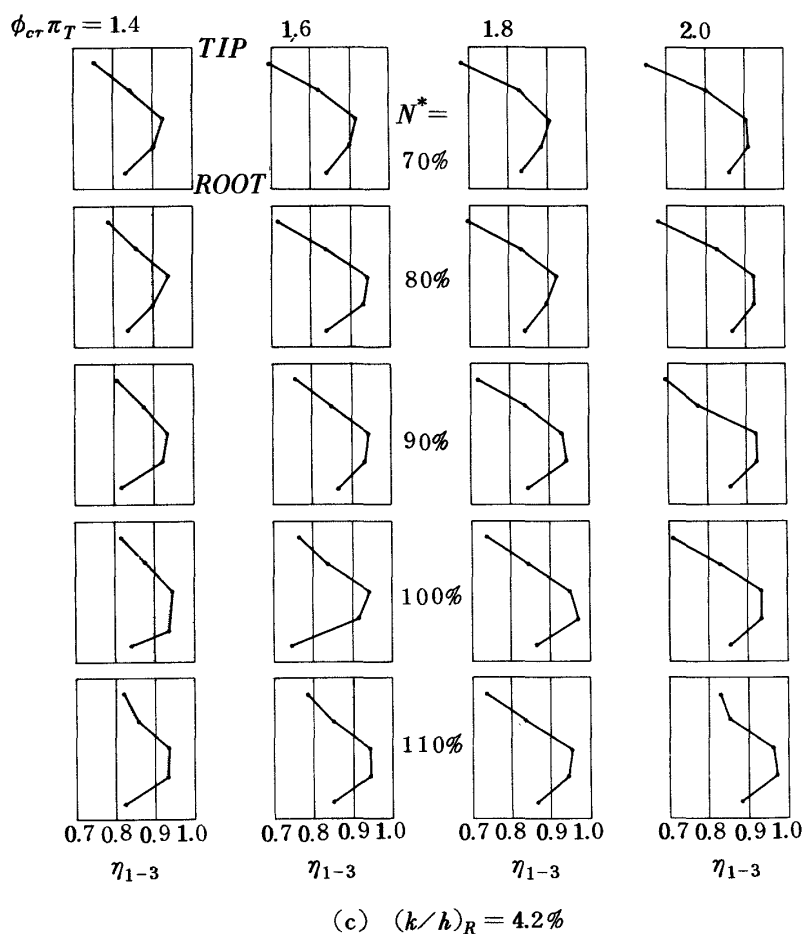
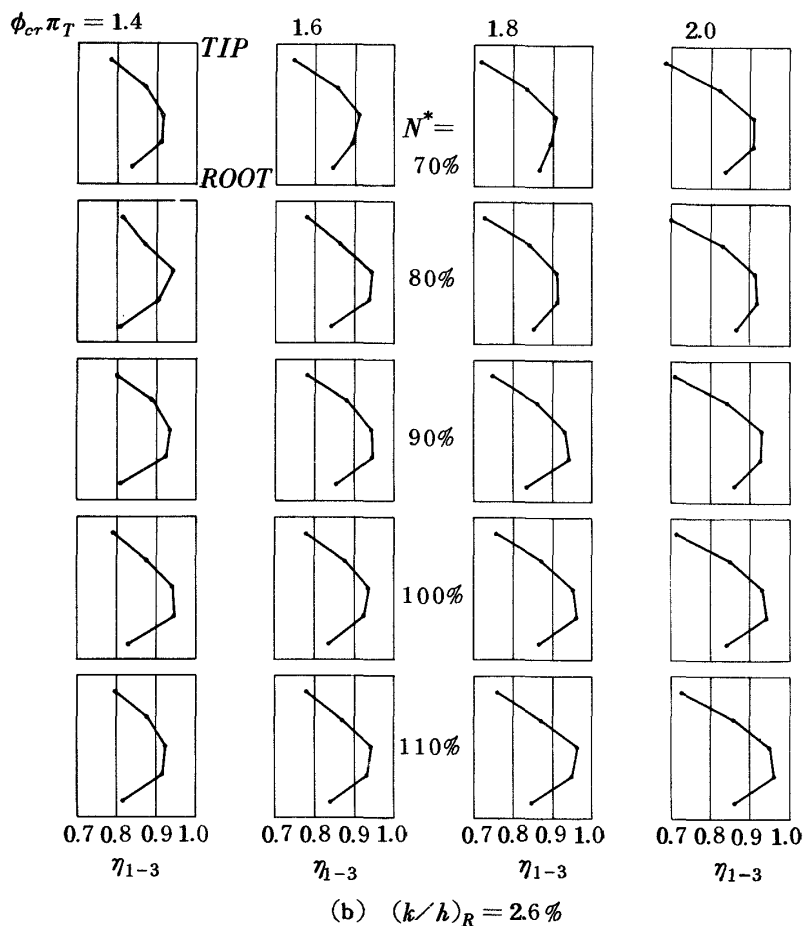


図 17 (続) 断熱温度効率の翼高さ方向分布

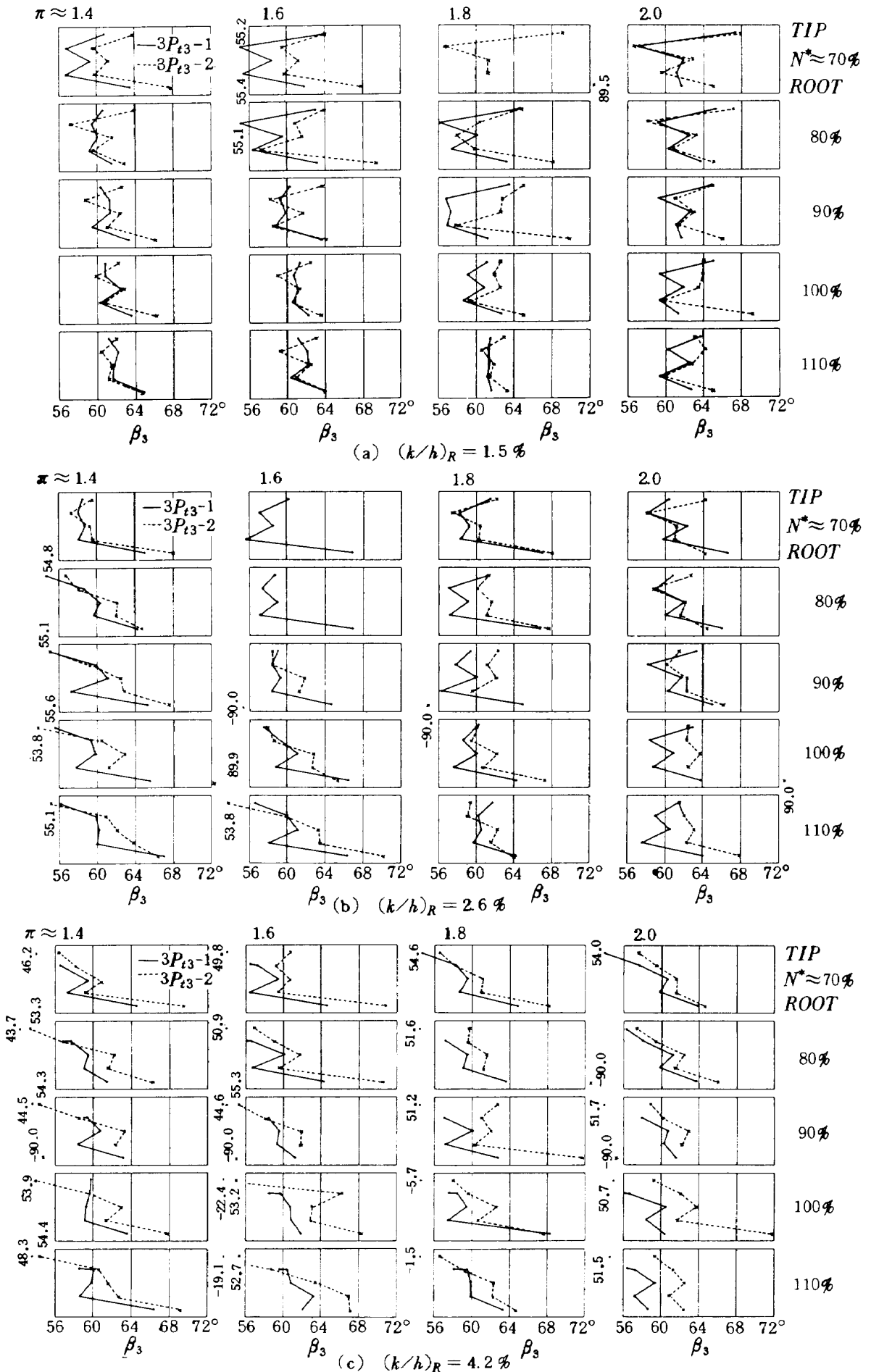


図 18 動翼出口のガス相対流出角度の翼高さ方向分布

ている。ここではそれらの方法を分類、整理してみた。計算式は全て $\Delta \eta_T = -\lambda_R \left(\frac{k}{h}\right)_R$ と表わせるが、方法を大別すると、次の三種類になる。

A) 断熱効率の低下分 $\Delta \eta_T$ が動翼先端すきま比のみに比例するとして、その比例定数 λ_R を実験的に決める経験的な計算方法。 λ_R の値により種々の経験式がある。

B) 翼先端すきまによる翼抗力係数式と断熱効率式から理論的に導いた計算方法。この場合、比例定数 λ_R はタービン又は圧縮機の性能を示す種々のパラメータ及び経験値 B を含む。B は翼抗力係数の提示式により種々の定数又はいくつかのパラメータを含む関数で表わされる。B の値により種々の式が導ける(理論式 I)。

C) 断熱効率の低下分 $\Delta \eta_T$ が、(翼先端すきまの面積/翼の全スロート面積) に比例すると考える理論的方法。それにかかる補正係数によりいくつかの提示式がある(理論式 II)。

これら A) B) C) の詳細は付録 A および B に示した。

以上の方法を整理し、それによる計算値と共に表 3 に示す。右端の欄が本タービンの設計値を用いて種々の提示式により計算した λ_R の値である。この値は A の場合、

大略 $\Delta \eta_T \approx -1.5 \left(\frac{k}{h}\right)_R$ である。B の場合、およそ A の場合の λ_R と同値かわずかに大きい程度の λ_R 値をもつ。C の場合、非常に簡単な理論だが他と較べて妥当な λ_R 値が得られている。この内、B の方法が最も合理的な方法と考えられる。

5.2 種々の計算値と本報の実験値との比較

本タービンの断熱効率をその設計値を基準に前述の方法で計算した結果を図 19 に示す。図 19 にはまた比較のため本報の実験値を示した。実験値の内、○印は設計修正回転数、設計膨張比における断熱効率 η_t (図 15) を示し、△印は図 16 に示した最高効率線 $\eta_{t,max}$ の設計速度比における値を示した。計算式によりその計算結果の間にはかなりの差がみられる。本実験の結果は、 $\lambda_R \approx 1.30$ であり、これは勾配の小さな (λ_R の値の小さな) 計算値、すなわち A 項の経験式では (A3) の Ainley の式および (A5) の Szanca の式に、理論式 I, II の内では (C2) の Craig の方法に比較的よく一致している。翼の揚力係数 C_L などのタービンパラメータを含む理論式 II の内では式 (24) と Ainley の B の値 (B=0.5) を組合せた Ainley II の方法、すなわち

表3 種々の文献の式または種々の文献の C_{Dk} を用いて予想した動翼先端すきま比のタービン断熱効率への影響 ($\Delta \eta_T = -\lambda_R (k/h)_R$)

分類	式	引用文献名	λ_R の値または λ_R の計算式	備考	本タービンに相当する λ_R
経験式 (λ_R は定数)	A1	Stodola (1925) ⁸⁾	1.55*	Reaction Turbine " " " " 二段 Reaction " Reaction Turbine	左欄の λ_R に同じ
	A2	Meldahl (1941) ⁸⁾	1.75*		
	A3	Ainley (1955) ⁸⁾	1.30*		
	A4	Kofskey (1967) ⁶⁾	1.67*		
	A5	Szanca (1974) ⁵⁾	1.39		
理論式 I (C_{Dk} の表示式のちがいはによる)	B1	Carter I (1948) ^{8,22)}	$B = 0.5$, 式 (20)	50% の反動度	2.29
		" II "	" , 式 (22)	任意 "	2.02
	B2	Ainley I (1955) ⁹⁾	" , "	シュラウド付は $B=0.25$	"
		" II "	" , 式 (24)		1.72
	B3	Meldahl (1941) ¹⁰⁾	$B = \frac{1}{4 \cos \beta_3}$, 式 (22)		2.26
	B4	Vavra I (1960) ¹¹⁾	$B = f \sqrt{C_L} (s/c)$, 式 (22)	$f = 0.29$ とした ¹¹⁾	0.42
		" II "	" , 式 (24)	"	0.35
B5	Lakshminarayana I (1963) ^{14,15)}	$B = 0.7$, 式 (22)		2.83	
B6	" II (1970) ¹⁵⁾	$B = 0.7 + B_w$, 式 (32)	$\left(\frac{k}{h}\right)_R = 1.5\%$ での $\lambda_R \rightarrow$	4.89	
B7	" III "	$B = 0.7 \eta_T^2$, 式 (22)		2.04	
理論式 II	C1	Soderberg (1953) ¹⁶⁾ Amann (1963) ¹⁷⁾ Rogo (1968) ¹⁸⁾ (1968) ¹⁹⁾	$\left. \begin{aligned} &\frac{\pi D_{Tsp} h}{A_{thr}} \eta_{TD} \\ &1.5 F_k \frac{\pi D_{Tsp} h}{A_{thr}} \eta_{TD}, F_k: \text{付図2} \end{aligned} \right\}$	重なり ΔL 考慮	2.12
	C2	Craig (1970) ²⁰⁾			1.59

6 結 論

$$\Delta \eta_T = -B \frac{\eta_T [C_L / (s/c)]_R^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left(\frac{k}{h}\right)_R}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2 \left(\frac{U_m}{V_{a3}}\right)^2} \quad (24) \left. \vphantom{\Delta \eta_T} \right\} B \cdot 5(II)$$

ここで、
 $B = 0.5$

が最もよい計算式であった。(付録Aの註5も参照)

以上の式を任意の段をもつ軸流ターボ機械について一般的な形で書けば、次の形で表わされる。

$$\Delta \eta_T = \frac{-\eta_T}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2} \sum_{i=1}^z \left\{ \frac{B_N [C_L / (s/c)]_N^2 \sec^3 \alpha_{m,N} \left(\frac{k}{h}\right)_N}{\left(\frac{U_m}{V_{a2}}\right)^2} + \frac{B_R [C_L / (s/c)]_R^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left(\frac{k}{h}\right)_R}{\left(\frac{U_m}{V_{a3}}\right)^2} \right\}_i$$

ここで、 z は段数を示す。これは任意の反動度をもつ場合についても成立つものである。

空冷式高温タービン用に設計した単段高負荷軸流タービンについて、動翼の先端すきまを動翼シュラウドリングの寸法をかえることにより変化させた実験を行なった。おもな結果は次のとおりである。

1) 修正回転数比 $N^* \approx 70\% \sim 110\%$ 、修正膨張比 $\phi_{cr} \pi_T \approx 1.4 \sim 2.2$ の範囲で実験を行なったが、タービン入口修正流量、タービン断熱効率等の全体性能は動翼先端すきまの大きさにより影響を受けた。

同一修正回転数、同一修正膨張比におけるタービン入口流量は動翼の先端すきま比が増大するにつれ増加した。そのタービン入口流量の特性を、縦軸に入口修正流量、横軸に修正膨張比をとり、タービンの修正回転数をパラメータとして示した場合、同回転数における特性曲線は翼先端すきま比の変化に従ってほぼ平行に移動する形となった。

タービンの断熱効率は動翼先端すきまが大きくなるにつれ、減少した。設計修正回転数および設計修正膨張比における断熱効率 η_i (動力計の測定荷重より得た効率) は動翼先端すきま比 $(k/h)_R$ が1.5%、2.6%および4.2%のとき、それぞれ85.5%、84.2%および83.0%であった。また、設計の理論速度比におけるその効率の最高値はそれぞれ86.5%、84.7%および83.8%であった。

2) 全実験の範囲にわたりタービン出口における内部

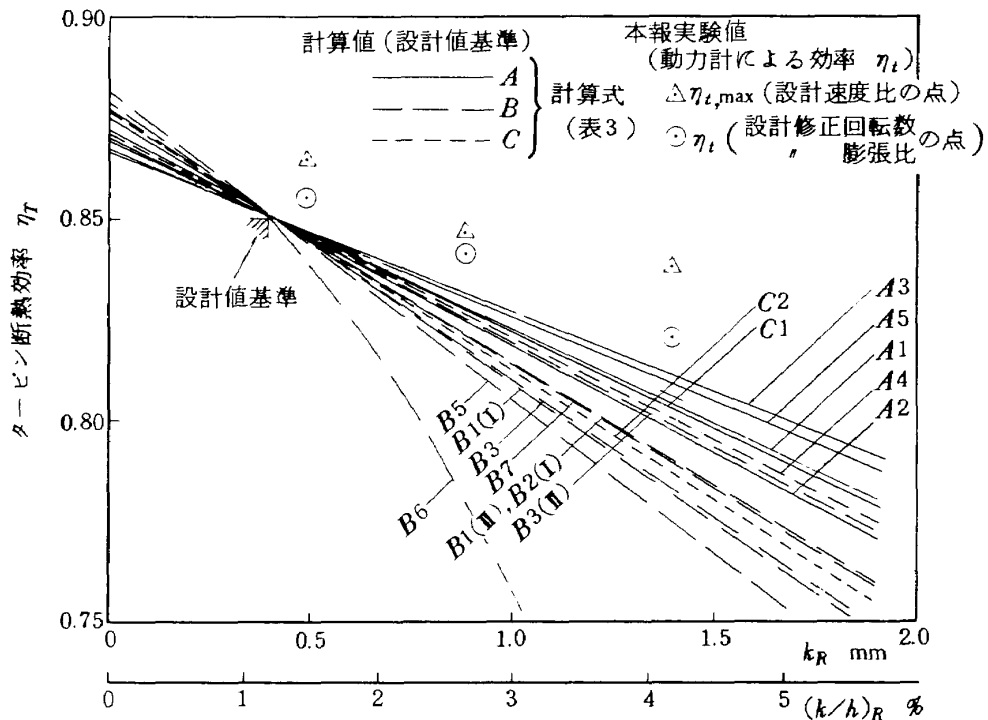


図 19 種々の式による計算値と本報実験結果との比較

流動を求めた。断熱温度効率の半径方向の分布から、動翼先端すきまが大きくなるにつれ、動翼 *TIP* 近傍の効率は低下し、その影響は動翼 *MEAN* 径付近にまで及ぶことがわかった。また、動翼出口の相対流出角度の半径方向分布からは、動翼先端すきまが大きくなるにつれ動翼の相対流出角は減少し、動翼 *TIP* 近傍ではガスの転向は著しく減少することがわかった。このことは動翼での *TIP* 近傍でのタービン仕事量をへらし、効率低下の原因となる。

3) 翼の先端すきまがタービンの断熱効率に及ぼす影響を計算する種々の方法を系統的に分類、整理した結果、それらの方法は、A) 経験式、B) 理論式 I、および C) 理論式 II の三種に分けることができた。計算の結果と本実験の結果とを比較した結果、理論式 I の内最適のものとしては次の形で表わせることがわかった。

$$\Delta \eta_T = \eta - \eta_{T0} = -B \frac{\eta_T [C_L / (s/c)]_R^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left(\frac{k}{h}\right)_R}{\left(\frac{V_{m1}}{U_m}\right)^2 \left(\frac{U_m}{V_{a3}}\right)^2}$$

ここで、

$$B = 0.5$$

また、多段の軸流ターボ機械において動翼かつ(または)静翼に翼先端すきまがある一般的な場合についても成立つ $\Delta \eta_T$ の式をも示した。すなわち、

$$\Delta \eta_T = \frac{-\eta_T}{\left(\frac{V_{m1}}{U_m}\right)^2} \sum_{i=1}^i \left\{ \frac{B_N [C_L / (s/c)]_N^2 \sec^3 \alpha_{m,N} \left(\frac{k}{h}\right)_N}{\left(\frac{U_m}{V_{a2}}\right)^2} + \frac{B_R [C_L / (s/c)]_R^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left(\frac{k}{h}\right)_R}{\left(\frac{U_m}{V_{a3}}\right)^2} \right\}_i$$

ここで、 i は段数を示す。

7 あとがき

本研究にあたり以下の方々に御協力いただいた。末筆ながらお礼申し上げます。

松木原動機部長；鳥崎航空機公害研究グループ総合研究官；西尾室長，越沼技官（計測関係）；小倉，下平および山田各技官（空気源関係）；石川島播磨重工業航空エンジン事業部技術開発室（設計製作関係）。

参 考 文 献

- 1) 山本孝正，高原北雄，能瀬弘幸，井上重雄，白井弘，三村富嗣雄：空冷軸流タービンの空力性能に関する研究（第一報 空冷タービンの設計および冷却空気を流さない場合の全体性能に関する実験的研究），航空宇宙技術研究所報告 NAL TR-321，又は NASA TT F-16083 (1973)。
- 2) 同上：ファン駆動用四段低圧タービン (LT-10C) の空力性能実験，航空宇宙技術研究所資料 NAL TM-286 (1975)。
- 3) 藤井昭一，西脇英夫，吉田晃，五味光男，武田克己，菅原昇：高速単段軸流圧縮機の研究（二重円弧翼の性能），航空宇宙技術研究所報告 NAL TR-134 (1967) p. 24。
- 4) 山本孝正，高原北雄，白井弘：空冷タービンの空力性能に及ぼす冷却空気の影響，第14回航空原動機に関する講演会講演集 (1974)，又は
同上：Small Deviation法による空冷タービンの空力性能に及ぼす冷却空気の影響の解析法，航空宇宙技術研究所報告 NAL TM出版予定，又は
A. Ya. Cherkez: Engineering Calculations for Gas Turbine Engines by Methods of Small Deviations, FTD-HT-23-573-68 (1965)。
- 5) E. M. Szanca, F. P. Behning and H. J. Schum: Research Turbine for High-Temperature Core Engine Application (II-Effect of Rotor Tip Clearance on Overall Performance, NASA TN D-7639 (1974)。
- 6) M. G. Kofskey and W. J. Nusbaum: Performance Evaluation of a Two-Stage Axial-Flow Turbine for Two Values of Tip Clearance, NASA TN D-4388 (1967)。
- 7) M. G. Kofskey: Experimental Investigation of Three Tip-Clearance Configurations Over a Range of Tip-Clearance Using a Single-Stage Turbine of High Hub-to Tip-Radius Ratios, NASA TM X-472 (1961)。
- 8) D. G. Ainley and G. C. R. Mathieson: An Examination of the Flow and Pressure Losses in Blade Rows of Axial-Flow Turbines, ARC R & M. No. 2891 (1955)。
- 9) 同上: A Method of Performance Estimation for Axial Flow Turbines, ARC R. & M. No. 2974 (1951)。
- 10) B. Lakshminarayana and J. H. Horlock:

- Secondary Flows and Losses in Cascades and Axial-Flow Turbomachines, *Int. J. Mech. Sci.*, Pergamon Press Ltd., Vol. 5, p. 287~ (1963).
- 11) M. H. Vavra: *Aero-Thermodynamics and Flow in Turbomachinery*, John Wiley, New York, p. 383~ (1960).
 - 12) A. J. Glassman (Editor): *Turbine Design and Application*, Volume One, NASA SP-290 (1972).
 - 13) B. Lakshminarayana and J. H. Horlock: Tip-Clearance Flow and Losses for a Isolated Compressor Blade, *ARC R. & M. No. 3316* (1962).
 - 14) 同上: Leakage and Secondary Flows in Compressor Cascade, *ARC R. & M. No. 3483* (1965).
 - 15) B. Lakshminarayana: Method of Predicting the Tip Clearance Effects in Axial Flow Turbomachinery, *Trans. of ASME, Series B (J. of Basic Engineering)*, p. 467~ (1970).
 - 16) J. H. Horlock: *Axial Flow Turbines*, Butterworth & Co. (Publishers) Ltd. (1966).
 - 17) C. A. Amann, D. W. Dawson and K. Yu Mason: Consideration in the Design and Development of Turbines for Automotive Gas Turbine Engines, *SAE paper 653* (1963).
 - 18) C. Rogo: Experimental Aspect Ratio and Tip Clearance Investigation on Small Turbines, *SAE paper No. 680448* (1968).
 - 19) R. Marshall and C. Rogo: Experimental Investigation of Low Aspect Ratio and Tip Clearance on Turbine Performance and Aerodynamic Design, *USAAVLAB Tech. Rep. 67-80* (1968).
 - 20) H. R. M. Craig and H. J. A. Cox: Performance Estimation of Axial Flow Turbines, *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, 1970-71, Vol. 185 32/71 (1971).
 - 21) J. H. Horlock: Losses and Efficiencies in Axial-Flow Turbines, *Int. J. Mech. Sci.*, Pergamon Press Ltd., Vol. 2, p. 48~ (1960).
 - 22) A. D. S. Carter: Three-dimensional-flow Theories for Axial Compressor and Turbines, Internal Combustion Turbines, *Proc. I. M. E.*, Vol. 159, p. 255~ (1948).
 - 23) S. P. Hutton: Three-Dimensional Motion in Axial-Flow Impellers, Internal Combustion Turbines, p. 863~ (1955).
 - 24) A. D. S. Carter and E. M. Cohen: Preliminary Investigation into the Three-dimensional Flow through a Cascade of Aerofoils, *ARC R. & M. No. 2339* (1946).
 - 25) W. J. Whitney, W. L. Stewart and J. M. Miser: Experimental Investigation of Turbine Stator-Blade-Outlet Boundary-Layer Characteristics and Comparison with Theoretical Results, *NACA RM E55K24* (1955).
 - 26) W. L. Stewart, W. J. Whitney and R. Y. Wong: Use of Mean-Section Boundary-Layer Parameters in Predicting Three-Dimensional Turbine Stator Losses, *NACA RM E55L12a* (1955).
 - 27) 同上: A Study of Boundary-Layer Characteristics of Turbomachine Blade Rows and Their Relation to Over-All Blade Loss, *Trans. of the ASME, Vol. 82, J. of Basic Engng.* p. 588~ (1960).
 - 28) H. W. Prust, Jr., H. J. Schum and F. P. Behning: Cold-Air Investigation of a Turbine for High-Temperature Engine Application II. Detailed Analytical and Experimental Investigation of Stator Performance, *NASA TN D-4418* (1967).
 - 29) S. F. Smith: A Simple Correlation of Turbine Efficiency, *J. of the Royal Aeronautical Society*, Vol. 69, p. 467~ (1965).
 - 30) G. O. Ohlsson: Low Aspect Ratio Turbine, *Trans. of the ASME (J. of Engng. for Power)*, Vol. 86, p. 13~ (1964).
 - 31) B. Lakshminarayana and J. H. Horlock: Effect of Shear Flows on the Outlet Angle in Axial Compressor Cascades—Methods of Predicting and Correlation With Experiments, *Trans. of the ASME (J. of Basic Engng.)*, Vol. 89, p. 191~ (1967).
 - 32) A. Klein: Untersuchungen Über den Einfluß der Zuströmungsgrenzschicht auf die Sekundärströmungen in der Beschaufelungen von Axialturbinen, *Forsch. Ing. Wes.* Vol. 32, Nr. 6 (1966).
 - 33) H. E. Rohlik and M. G. Kofskey: Secondary-Flow Phenomena in Stator and Rotor-Blade Rows and Their Effect on Turbine Performance, *ASME Paper 63-AHGT-72* (1963).

- 34) D. Mehmel: Die Spalströmung an geraden Schaufelgittern, Ingenieur-Archiv, XXXI. Band (1962).
- 35) B. Lakshminarayana: Extension of Lifting-Line Theory to a Cascade of Split Aerofoils, AIAA Journal, Vol. 2, No. 5, p. 938~ (1964).
- 36) 杉山善幸: 非一様流中において翼端すきまをもつ翼の空力的性能, 日本機械学会講演論文集 No.740-6, p. 207~ (1974).
- 37) 同上: 翼端すきまのある翼の性能について (第4報, アスペクト比の影響), 日本機械学会講演論文集, No.216, p. 175~ (1969).
- 38) 同上: 同上 (第5報, 側壁面境界層の影響に関する実験的研究), 日本機械学会論文集, 41巻341号 (昭50-1).
- 39) E. N. Bogomolov: A. Study of the Effect on the Operation of a Gas-Turbine Stage from the Discharge into a Radial Clearance of the Cooling Air from the Blades, Soviet Aeronautics, Vol. 10, No. 4, p. 56~ (1967).
- 40) Г. М. Ключников, В. А. Стрункин: О влиянии радиального зазора на эффективность турбинной ступени, известия высших учебных заведений, серия авиационная техника No.1 p. 90~ (1966).
- 41) M. G. Kofskey: Experimental Investigation of Three Tip-Clearance Configurations over a Range of Tip Clearance using a Single-Stage Turbine of High Hub-to Tip-Radius Ratio, NASA TM X-472 (1961).

付録A 翼先端すきまの断熱効率に及ぼす影響の計算方法

動翼または静翼の翼先端すきまによる流体機械の性能、ことに効率への影響を定量的に見積るための計算式は古くから種々提示されている。ここでは、種々の計算式を著者なりに整理した。計算式は(A), (B), (C)の3つに分類した。この内、(A)は経験則によるもの、(B), (C)は理論的ないしは理論式にある経験定数(関数の場合もある)をとり入れたものである。

断熱効率 η_T としては流体機械の入口と出口での全温、全圧により定義した、いわゆる Total to Total 状態で定義した効率を用い、その断熱効率 η_T への動翼先端すきま比 $(k/h)_R$ (k : 翼先端すきま, h : 翼高さ) への影響は次の形で表わす。

$$\Delta \eta_T = - \lambda_R \left(\frac{k}{h} \right)_R \tag{1}$$

ここで、 $\Delta \eta_T = \eta_T - \eta_{T0}$ (η_{T0} : $k=0$ のときの η_T) すなわち、種々の研究者により、 λ_R の値または λ_R の表示式が異なる。

(A) 経験式 (λ_R = 定数)

Stodola⁸⁾ は動翼と静翼ともに翼先端すきまがある Reaction Steam Turbine の実験から、

$$\Delta \eta_T \approx - 3.1 \frac{k}{h} \quad (\text{静翼, 動翼ともすきまあり}) \tag{2}$$

後述の式(21)の形から考えて、動翼のみにすきまがある場合は上記の係数3.1を1/2倍できると仮定すれば、

$$\Delta \eta_T \approx - \underbrace{1.55}_{\lambda_R} \left(\frac{k}{h} \right)_R \tag{A.1}$$

Stodola

を得る。

同様に、Meldahl は単段の Reaction Turbine で、

$$\Delta \eta \approx - 3.5 \frac{k}{h} \quad (\text{静翼, 動翼ともすきまあり}) \tag{3}$$

を与えており、したがって動翼のみのすきまに対しては式(A.1)と同様にして、

$$\Delta \eta_T \approx - \underbrace{1.75}_{\lambda_R} \left(\frac{k}{h} \right)_R \tag{A.2}$$

Meldahl

となる。

上記の Stodola, Meldahl の式は Ainley⁸⁾ によりまとめられているが、Ainley は50%の反動度をもつタービンの実験結果から、

$$\Delta \eta_T \approx - 2.6 \frac{k}{h} \quad (\text{静翼, 動翼ともすきまあり}) \tag{4}$$

を得ており、したがって動翼先端すきまに対して

$$\Delta \eta_T \approx - \underbrace{1.3}_{\lambda_R} \left(\frac{k}{h} \right)_R \tag{A.3}$$

Ainley

を得る。

一方、Kofskey⁶⁾ の二段 Reaction Turbine で両段の動翼の先端すきまを共に同じく変化させた実験では

$$\Delta \eta_T \approx - 3.20 \left(\frac{k}{h} \right) \quad (\text{両段動翼共すきまあり}) \tag{5}$$

を示している。したがって後述の式(21)から推察して動翼の先端すきまの各段あたりの効率の低下は

$$\Delta \eta_T \approx - \underbrace{1.67}_{\lambda_R} \left(\frac{k}{h} \right)_R \tag{A.4}$$

註1)
Kofskey

と表わされるものとする。

また、Szanca⁵⁾ の単段の高温タービンに設計された軸流タービン(TIPでの反動度は80.5%)における動翼先端すきまの実験結果から、

$$\Delta \eta_T = - \underbrace{1.39}_{\lambda_R} \left(\frac{k}{h} \right)_R \tag{A.5}$$

註1)
Szanca

を示している。

(B) 理論式 I

翼先端すきまを表わす翼列抵抗係数 C_{Dk} (または翼列全圧損失係数 Y_{tk}) の理論表示式または半理論表示式と断熱効率の理論式とから、翼先端すきまの断熱効率への計算式を導くものである。付図1参照。

断熱効率は次式で表わされる。¹⁶⁾

$$\frac{1}{\eta_T} = \frac{H_{t1} - H_{t3,ad}}{H_{t1} - H_{t3}} = \frac{\Delta H_{T,ad}}{\Delta H_T} \approx 1 + \frac{\left\{ C_{D,N} \left(\frac{c}{s} \right)_N \frac{V_{a2}^2}{\cos^3 \alpha_{m,N}} + C_{D,R} \left(\frac{c}{s} \right)_R \frac{V_{a3}^2}{\cos^3 \beta_{m,R}} \right\}}{2 \Delta H_T} \tag{6}$$

ここで、添字 N, R はそれぞれ静翼、動翼を示す。 C_D は翼列抗力係数、 c/s は(コード/ピッチ)比、 V_{a2} および V_{a3} はそれぞれ静翼および動翼の出口での流れの軸流速度である。また、 α_m および β_m は次式で表わされる静翼および動翼での平均流れ角度で、近似的に ($V_{a1} = V_{a2} = V_{a3}$ として) 次式で表示する。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{m,N} &= \tan^{-1} \left(\frac{\tan \alpha_2 - \tan \alpha_1}{2} \right) \\ \beta_{m,R} &= \tan^{-1} \left(\frac{\tan \beta_3 - \tan \beta_2}{2} \right) \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

一方、式(6)より翼先端すきまが0の効率を次式で表わす。翼先端すきまが0のときの ΔH_T を ΔH_{T0} として、^{註2)}

註1) Kofskey^{6),7)}, Szanca⁵⁾ は実験値を $\Delta \eta / \eta_{ref} = - \text{const.} \left(\frac{k}{h} \right)$ の形で表わしていることに注意。 η_{ref} は実験の最小の k に対する η を採用している。
註2) 翼先端すきまにより、 $V_{a2}, V_{a3}, \alpha_m, \beta_m$ の変化は無視できると仮定した。

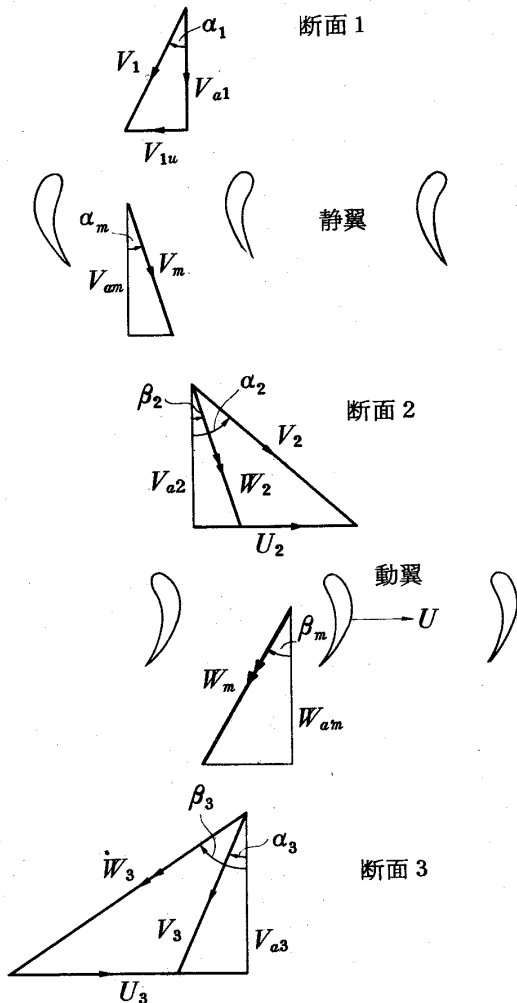
$$\frac{1}{\eta_{T0}} = 1 + \frac{C_{D0,N} \left(\frac{c}{s}\right)_N \frac{V_{a2}^2}{\cos^3 \alpha_{m,N}} + C_{D0,R} \left(\frac{c}{s}\right)_R \frac{V_{a3}^2}{\cos^3 \beta_{m,R}}}{2 \Delta H_{T0}} \quad (8)$$

ここで、 $C_{D,N} = C_{D0,N} + C_{Dk,N}$ 、 $C_{D,R} = C_{D0,R} + C_{Dk,R}$
 (ただし、 C_{D0} は翼先端すきま k が $k=0$ の場合の翼抵抗係数、 C_{Dk} は翼先端すきまによる付加的な翼抵抗係数) とする。式(6)、(8)より $\Delta H_T = \frac{1}{2} V_{ad}^2 \eta_T$ 、 $\Delta H_{T0} =$

$$\frac{1}{2} V_{ad}^2 \eta_{T0} \quad (V_{ad} = \sqrt{2gJ\Delta H_T, ad}) \quad \text{を考慮して、}$$

$$\Delta \eta_T = \eta_T - \eta_{T0} \quad \text{を計算すれば、}$$

$$\Delta \eta_T = - \left\{ \frac{C_{D,N} \left(\frac{c}{s}\right)_N}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2 \left(\frac{U_m}{V_{a2}}\right)^2 \cos^3 \alpha_{m,N}} + \frac{C_{D,R} \left(\frac{c}{s}\right)_R}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2 \left(\frac{U_m}{V_{a3}}\right)^2 \cos^3 \beta_{m,R}} \right\} \quad (9)$$



付図1 速度三角形と記号のとり方

とくに、静翼の先端すきまがなく、動翼のみの先端すきまがある場合は、

$$\Delta \eta_T = - \frac{C_{D,N} \left(\frac{c}{s}\right)_N}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2 \left(\frac{U_m}{V_{a3}}\right)^2 \cos^3 \beta_{m,R}} \quad \text{[動翼すきまのみ]} \quad (10)$$

となる。前述の式(9)(10)はいかなる反動度のタービンに対してもなりたつ。

任意の i 段タービンに対しては式(9)は一般に、

$$\Delta \eta_T = - \frac{1}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2} \sum_{i=1}^i \left\{ \frac{C_{D,N} \left(\frac{c}{s}\right)_N}{\left(\frac{U_m}{V_{a2}}\right)^2 \cos^3 \alpha_{m,N}} + \frac{C_{D,R} \left(\frac{c}{s}\right)_R}{\left(\frac{U_m}{V_{a3}}\right)^2 \cos^3 \beta_{m,R}} \right\}_i \quad (11)$$

と書ける。

50%の反動度の場合、式(6)の { } 内の二項は互いに等しく、 $\Delta H_T \approx U_m C_L V_a \sec \alpha_m / 2 (s/h)$ ゆえ¹⁶⁾

$$\frac{1}{\eta_T} = 1 + (2C_D/C_L) \operatorname{cosec} 2\alpha_m \quad (12)$$

$\eta_T \approx \eta_{T0}$ を考慮して

註3) 式(9)について。

式(8)において右辺第2項の分母の ΔH_{T0} を近似的に $\Delta H_T = \Delta H_{T0} (\eta_T = \eta_{T0})$ とおいた式を用いれば、式(6)とから、

$$\Delta \eta_T \approx - \eta_T \left\{ \frac{C_{D,N} \left(\frac{c}{s}\right)_N}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2 \left(\frac{U_m}{V_{a2}}\right)^2 \cos^3 \alpha_{m,N}} + \frac{C_{D,R} \left(\frac{c}{s}\right)_R}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2 \left(\frac{U_m}{V_{a3}}\right)^2 \cos^3 \beta_{m,R}} \right\} \quad (9a)$$

となる。式(9)の右辺にくらべて η_T 倍となる。この η_T 倍は一般の $\eta_T (=0.95 \sim 0.8)$ では無視できないもので、とくに $(\Delta \eta_T \sim \frac{k}{h})$ 線の勾配(λ)にはそのまま効くので重要である。すなわち、式(11)に相当する式としては次式となる。

$$\Delta \eta_T \approx - \frac{\eta_T}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2} \sum_{i=1}^i \left\{ \frac{B_N [C_L / (s/c)]_N^2 \sec^3 \alpha_{m,N}}{\left(\frac{U_m}{V_{a2}}\right)^2} \left(\frac{k}{h}\right)_N + \frac{B_R [C_L / (s/c)]_R^2 \sec^3 \beta_{m,R}}{\left(\frac{U_m}{V_{a3}}\right)^2} \left(\frac{k}{h}\right)_R \right\}_i \quad (21a)$$

式(21)は式(21a)より導かれるものである。

$$\therefore \Delta \eta_T \approx -2 \eta_T^2 (C_{Dk} / C_L) \operatorname{cosec} 2\alpha_m$$

〔動静翼ともすきまあり〕, ($\rho_R = 0.5$) (13)

なお、翼の抗力係数 C_D および揚力係数 C_L は次の式で定義するものである。

$$\left. \begin{aligned} C_{D,N} &= \frac{P_{t1} - P_{t2}}{\frac{1}{2} \rho_m V_m^2} \left(\frac{s}{c}\right)_N \cos \alpha_{m,N} \\ C_{D,R} &= \frac{P_{r2} - P_{r3}}{\frac{1}{2} \rho_m W_m^2} \left(\frac{s}{c}\right)_R \cos \beta_{m,R} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} C_{L,N} &= 2 \left(\frac{s}{c}\right)_N (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2) \cos \alpha_{m,N} + C_{D,N} \tan \alpha_{m,N} \\ C_{L,R} &= 2 \left(\frac{s}{c}\right)_R (\tan \beta_2 + \tan \beta_3) \cos \beta_{m,R} + C_{D,R} \tan \beta_{m,R} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

低マッハ流れの場合、 $\rho_2 = \rho_m$, $V_m \cos \alpha_m = V_2 \cos \alpha_2$ 等を考慮すれば、 C_D は Y_t と次の関係がある。

$$\left. \begin{aligned} C_{D,N} &= Y_{tN} \left(\frac{s}{c}\right)_N \frac{\cos^3 \alpha_{m,N}}{\cos^2 \alpha_2} \\ C_{D,R} &= Y_{tR} \left(\frac{s}{c}\right)_R \frac{\cos^3 \beta_{m,R}}{\cos^2 \beta_3} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

また、 C_L は一般には次式が近似的に用いられる。⁸⁾

$$\left. \begin{aligned} C_{L,N} &\approx 2 \left(\frac{s}{c}\right)_N (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2) \\ C_{L,R} &\approx 2 \left(\frac{s}{c}\right)_R (\tan \beta_2 + \tan \beta_3) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

C_{Dk} の表示式

以下、翼先端すきまによる抵抗係数 C_{Dk} を

$$C_{Dk} = B C_L^2 \left(\frac{k}{h}\right) / (s/c) \quad (18)$$

の形で表わす。ここで、 C_L は翼の揚力係数とし動翼では $V_0^2 (= \eta_T V_{ad}^2)$ をもとに定義する。 B は定数またはある関数である。

一方、翼先端すきまによる効率低下分 $\Delta \eta_T$ の式としては、反動度 50% の機械に対し、式(13)と(18)より

$$\Delta \eta_T \approx -2 \eta_T^2 B [C_L / (s/c)] \operatorname{cosec} 2\alpha_m \left(\frac{k}{h}\right)$$

(但し、 $\rho_R = 0.5$) (19)

これは静翼と動翼とも同じ大きさの先端すきま比を考慮しているので、動翼のみの先端すきまによる影響はその 1/2 倍として、

$$\Delta \eta_T \approx -\eta_T^2 B [C_L / (s/c)]_R \operatorname{cosec} 2\beta_{m,R} \left(\frac{k}{h}\right)_R \quad (20)$$

また、任意の反動度をもつ多段(段数 i) の場合は式(18)、(19)より、

$$\Delta \eta_T = \frac{-1}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2} \sum_{i=1}^i \left\{ \frac{B_N [C_L / (s/c)]_N^2 \sec^3 \alpha_{m,N} \left(\frac{k}{h}\right)_N}{\left(\frac{U_m}{V_{a2}}\right)^2} + \frac{B_R [C_L / (s/c)]_R^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left(\frac{k}{h}\right)_R}{\left(\frac{U_m}{V_{a3}}\right)^2} \right\}_i \quad (21)$$

ここで B_N, B_R は静翼、動翼に対する B の値を示す。 B の値がわかれば上式で n 段の機械について動翼および静翼が任意の先端すきまをもつ場合の $\Delta \eta_T$ が計算できる。

とく π 、一段で動翼のみにすきまがある場合、式(21)から ($i = 1, (\frac{k}{h})_N = 0$),

$$\Delta \eta_T = - \underbrace{\frac{B_R [C_L / (s/c)]_R^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left(\frac{k}{h}\right)_R}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2 \left(\frac{U_m}{V_{a3}}\right)^2}}_{\lambda_R} \quad (22)$$

以下、 B についての種々の表示式を示す。

(i) Carter²²⁾ は C_{Dk} の理論式として、

$$C_{Dk} = \frac{1}{2} C_L^2 \left(\frac{k}{h}\right) / (s/c) \quad (23)$$

この場合

$$B = 0.5 \quad (B-1)$$

に相当する

Carter

(ii) Ainley⁹⁾ は B の値として式(18)において

$$\left. \begin{aligned} \text{シュラウド無} & B = 0.5 \\ \text{" 有} & B = 0.25 \end{aligned} \right\} \quad (B-2)$$

Ainley

を与えている。この B の値を式(18)に代入して $\Delta \eta_T$ が計算できる。しかし、Ainley⁸⁾ は、シュラウド無しに対して、

$$\Delta \eta_T = -B \frac{\eta_T [C_L / (s/c)]_R^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left(\frac{k}{h}\right)_R}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2 \left(\frac{U_m}{V_a}\right)^2} \quad (24)$$

を与えている。これは式(22)と $B = 0.5$ とから得られるものに対して、右辺が η_T 倍となっている。これは、 $\Delta H_0 = \Delta H (\eta_{T0} \approx \eta_T)$, $V_{a3} = V_a$ と仮定して得られる。^{註3)}

(iii) Meldahl¹⁰⁾ は

$$C_{Dk} = \frac{1}{4 \cos \beta_3} C_L^2 \left(\frac{k}{h}\right) / (s/c) \quad (25)$$

これは、 $B = 1 / (4 \cos \beta_3)$

Meldahl

に相当する。

(IV) Vavra¹¹⁾は翼端すきまを通過する流量とそのもつ運動エネルギーとから理論的に、

$$C_{Dk} = f\left(\frac{t}{c}, \frac{k}{c}\right) C_L^{3/2} \left(\frac{k}{h}\right) \quad (26)$$

を導いている。ここで、 $f\left(\frac{t}{c}, \frac{k}{c}\right)$ は翼厚みと翼端すきまとの関数で理論的に $f\left(\frac{t}{c}, \frac{k}{c}\right) = \frac{4\sqrt{2}}{5} K \cdot R^3$ (K はすきま内を通る流れの流量係数、 R はすきま内の流れの抵抗を考慮に入れた因子)を導いている。この場合、

$$B = \frac{4\sqrt{2}}{5} K \cdot R^3 (s/c) / \sqrt{C_L} \quad (B \cdot 4) \quad \text{Vavra}$$

に相当する。Vavra¹¹⁾は例として $f = 0.29$ ($K = 0.5$, $R = 0.8$)を与えている。

(M) 一方、Lakshminarayana¹⁰⁾は理論的に次式を導いている。

$$C_{Dk} = C_L^2 (1-K) f\left(\frac{s}{c}, \frac{k}{s}, 1-K\right) / (h/c) \quad (27)$$

$$f = \frac{1}{4\pi} \ln \frac{(e^{\frac{2\pi k}{s}} - 1)(2.03 + 0.03 \coth \frac{2\pi k}{s})}{0.03[(1 - \coth \frac{2\pi k}{s}) + (1 + \coth \frac{2\pi k}{s})e^{\frac{2\pi k}{s}}]}$$

そして、理論的に $f/(k/s) \approx 1.4$ 、実験的に $K = 0.5$ を与え¹⁴⁾、結局

$$C_{Dk} = 0.7 C_L^2 \left(\frac{k}{h}\right) / (s/c) \quad (28)$$

註4) Lakshminarayana¹⁵⁾は効率低下を圧力損失(ΔP)_Lを用いて $\Delta \eta = (\Delta P)_L / (\Delta P_t)_{ad}$ と定義しているが、これは本報の $\Delta \eta_T$ と全く同じものである。したがって、文献15)の式15は本報の方法でも導くことができる。

文献15)の式15は

$$\Delta \eta_T = -(0.7 + B'_*) \frac{[C_{L,ad} / (s/c)]^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left(\frac{k}{h}\right)_R}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2 \left(\frac{U_m}{V_a}\right)^2} \quad (32a)$$

と変形できる。ここで、 B'_* は式30)の B_* 内の C_L に

$$C_{L,ad} = \left[\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2 / \left(\frac{V_a}{U_m}\right) \right] \frac{s}{c} \cos \beta_{m,R} = \eta_T C_L$$

を代入したものである。

$$B'_* = \frac{\delta_s^* + \delta_p^*}{s} \sqrt{\left(\frac{h}{c}\right) \left(\frac{k}{h}\right) / [C_{L,ad} / (s/c)]} \quad (30a)$$

式(32)と比較するために、式(32a)は $C_L = \eta_T C_{L,ad}$ より

$$\Delta \eta_T = - \left(0.7 + \frac{B_*}{\sqrt{\eta_T}}\right) \eta_T^2 \frac{[C_L / (s/c)]^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left(\frac{k}{h}\right)_R}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2 \left(\frac{U_m}{V_a}\right)^2} \quad (32b)$$

を導いている。

この場合明らかで、

$$B = 0.7 \quad (B \cdot 5)$$

Lakshminarayana

に相当する。

Lakshminarayana¹⁵⁾はさらに式16)で示される翼先端すきまによりひきおこされる誘引抗力(induced drag)に加えて、翼先端すきまにより生ずる翼高さ方向の流れのもつ運動エネルギーを圧力損失の形で追加した考え方により、動翼先端すきまによるターボ機械の効率低下の式を与えている。ここでは文献15)とは別の手順で文献15)と同じ式を導く。翼高さ方向の流れによる全圧損失係数 $Y_{t,*}$ をLakshminarayanaは次の式で与えている¹⁵⁾。

$$Y_{t,*} \approx \frac{\delta_s^* + \delta_p^*}{s} \frac{h}{c} \frac{C_L^{3/2} \left(\frac{k}{s}\right)^{3/2} V_m^2}{W_a W_1} \quad (29)$$

これは式16)を用いて C_D で表わすと、

$$C_{D,*} \approx B_* C_L^2 \left(\frac{k}{h}\right) / (s/c) \quad (30)$$

ここで、

$$B_* = \frac{\delta_s^* + \delta_p^*}{s} \sqrt{\left(\frac{h}{c}\right) \left(\frac{k}{h}\right) / [C_L / (s/c)]}$$

ゆえに、

$$C'_{Dk} = \text{式(28)の } C_{Dk} + \text{式(30)の } C_{D,*} = (B + B_*) C_L^2 \left(\frac{k}{h}\right) / (s/c) \quad (31)$$

と書ける。式(32)と式(32b)は $B_* / \sqrt{\eta_T}$, η_T^2 , $V_a (=V_{a3})$ と仮定)の点が異なる。

式(32b)の $(0.7 + \frac{B_*}{\sqrt{\eta_T}}) \eta_T^2$ は $B_* = 0$ のとき、 $0.7 \eta_T^2$ となり、式16)で B に相当するものは

$$B = 0.7 \eta_T^2 \quad (B \cdot 7)$$

となっている。

一般に、 $\eta_T = 0.95 \sim 0.8$ であるから

$$B = 0.63 \sim 0.45$$

となる。 $\eta_T = 0.85$ の場合、 $B = 0.7 \eta_T^2 \approx 0.5$ となり、これはAinleyの係数0.5と一致する。すなわち、式16)と式(B・2)の $B = 0.5$ から計算した値と式(32a)で $B'_* = 0$ とした計算値とは同じになる。

なお、式(32a)は一段あたりの動翼の先端すきまに対する式である。(文献15)では二段タービンの両段動翼に先端すきまがある実験との比較において、式(32a)をそのまま用いているのは誤りであろう(註5参照。)

ここで、

$$B = 0.7 \tag{B-5}$$

したがって、前述と同様に式(2)のBのかわりに、

$$B = (0.7 + B_w) \tag{B-6}$$

を代入すればよい。すなわち

動翼のみの翼先端すきまによる効率低下式は、

$$\Delta \eta_T = -(B + B_w) \frac{[C_L / (s/c)]_R^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left(\frac{k}{h}\right)_R}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2 \left(\frac{U_m}{V_{a3}}\right)^2} \tag{32}$$

となる。^{註4)}

さて、式(3)においてLakshminarayanaは¹⁵⁾ $\frac{\delta_s^* + \delta_p^*}{s} = 7$ (const.) においてあり、したがって式(3)は

$$\Delta \eta_T = - \underbrace{\left\{ 0.7 + 7 \sqrt{\left(\frac{h}{c}\right) \left(\frac{k}{h}\right) / [C_L / (s/c)]} \right\}}_{B_w} \frac{[C_L / (s/c)]_R^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left(\frac{k}{h}\right)_R}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2 \left(\frac{U_m}{V_{a3}}\right)^2} \tag{33}$$

λ_R

註5) Kofskeyの二段タービン実験⁶⁾と B_w の検討

Kofskeyの二段タービンの両段動翼のTipの速度三角形より

$$\begin{aligned} \left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2 &= \frac{gJ \Delta H_{ad}}{(\pi D_m N)^2} \\ &= \frac{2 \times 9.8 \times 426.9 \times 0.24 \times 288.2 \times \left\{ 1 - \left(\frac{1}{1.225}\right)^{0.286} \right\}}{(3.14 \times 0.232 \times 12000 / 60)^2} \\ &= 1.54 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{V_{a3}}{U_m}\right)_{1段} = \left(\frac{V_{a3}}{U_m}\right)_{2段} = 0.291$$

$$\beta_{m,R}(1段) = \beta_{m,R}(2段) \approx 64.9^\circ$$

$$\begin{aligned} [C_L / (s/c)]_{1段} &= [C_L / (s/c)]_{2段} = 2.07 \\ (s/c) &= 1.16 \end{aligned}$$

ゆえに式(2)は($i=2, B_N=0$)

$$\begin{aligned} \Delta \eta_T &= -2B \times \frac{(2.07)^2 \sec^3 64.9^\circ}{1.54 / (0.291)^2} \left(\frac{k}{h}\right)_R \\ &= -6.18B \left(\frac{k}{h}\right)_R \tag{21}' \end{aligned}$$

いま、上式において式(B-6)で示されるB、すなわち

$$\begin{aligned} B &= 0.7 + B_w = 0.7 + 7 \sqrt{1.2 \left(\frac{k}{h}\right)_R} / 2.07 \\ &= 0.7 + 5.33 \sqrt{\left(\frac{k}{h}\right)_R} \end{aligned}$$

に用いれば、次式を得る。

と書ける。

式(3)において、右辺 { } 内の第2項は1に比べて無視できない大きさである¹⁵⁾。しかし、タービンの場合は $\frac{\delta_s^* + \delta_p^*}{s}$ は数%の大きさであるから^{25)~28)}、 { } 内第2項は無視した方がよいと思われる^{註5)}。この場合、式(3)+式(B-5)の計算の場合と同値である。

(C) 理論式 II

Soderberg¹⁶⁾, Amannら¹⁷⁾, Rogo¹⁸⁾等はいくつかの簡単な仮定のもとで、動翼先端すきまの効率への影響を次の式で表わしている。

$$\Delta \eta_T = - \left\{ 4.32 + 32.9 \sqrt{\left(\frac{k}{h}\right)_R} \right\} \left(\frac{k}{h}\right)_R \tag{32}'$$

ここで $B_w = 0$ とすれば

$$\Delta \eta_T = -4.32 \left(\frac{k}{h}\right)_R \tag{32}''$$

式(32b)を用いれば、 $B_w = 0$ として ($\eta_T = 0.845$)

$$\Delta \eta_T = -4.32 \eta_T^2 \left(\frac{k}{h}\right)_R = -3.08 \left(\frac{k}{h}\right)_R \tag{32b}'$$

また、式(21a)を用いれば

$$\Delta \eta_T = -4.32 \eta_T \left(\frac{k}{h}\right)_R = -3.65 \left(\frac{k}{h}\right)_R \tag{21a}'$$

となる。

付図3に式(32)'の計算結果と $B_w = 0$ とした式(32)''(32b)'および(21a)'の計算結果を示す。 $B_w = 0$ とした計算結果はいずれもよく合っている。中でも式(32b)'がすぐれている。これは $0.7 \eta_T^2 = 0.7 \times (0.845)^2 = 0.50$ ゆえ、式(2)にCarterまたはAinleyの $B = 0.5$ を用いた結果と同じである。 B_w として $\frac{\delta_s^* + \delta_p^*}{s} = 7$ と仮定した文献16)の方法はタービンにおいては極端に大きな $\Delta \eta_T$ を示す。タービンにおいては $B_w = 0$ とした方がよいと考えられる。

$$\eta_T = \eta_{T0} \frac{A_{tkr}}{A_{tkr} + A_k} \quad (34)$$

ここで、 A_k は翼先端すきまの面積 ($A_k = \pi D_{Tip} k$, D_{Tip} は動翼先端直径) で、 A_{tkr} は (A_k を含まない) 翼スロート面積。ゆえに、

$$\Delta \eta_T = - \underbrace{\frac{\pi D_{Tip} h}{A_{tkr}}}_{\lambda_R} \eta_{T0} \left(\frac{k}{h}\right)_R \quad (C.1)$$

一方、Craigら²⁰⁾は前述の式 (C.1) に修正係数 F_k を導入した次式を提案した。

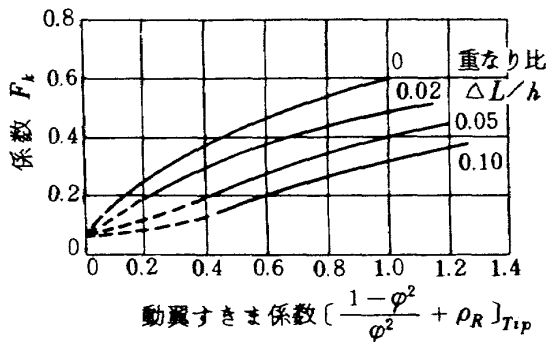
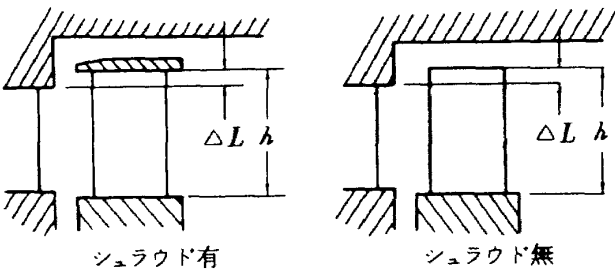
$$\Delta \eta_T = - F_k \frac{A'_k}{A_{tkr} + A'_k} \eta_{T0} \quad [\text{シュラウド有}] \quad (35)$$

$$\Delta \eta_T = - 1.5 F_k \frac{A'_k}{A_{tkr} + A'_k} \eta_{T0} \quad [\text{シュラウド無}] \quad (36)$$

ここで F_k は付図 2 で示されるように重なり比 $\Delta L/h$ 動翼速度係数 ψ および反動度 $\rho_R (\equiv 1 - \frac{W_2^2}{W_1^2})$ の関数である。 A'_k は動翼先端すきまの有効面積である。とくに、シュラウド無しの場合、式より近似的に次式になる。

$$\Delta \eta \approx - 1.5 F_k \underbrace{\frac{\pi D_{Tip} h}{A_{tkr}}}_{\lambda_R} \eta_{T0} \left(\frac{k}{h}\right)_R \quad (C.2)$$

この式は重なり比を考慮できる点に特長がある。



付図 2²⁰⁾

付録 B 本報タービンの場合の $\Delta \eta_T \sim (k/h)_R$ の計算

(付録 A の B 項の計算のための条件)

本報では *MEAN* 径の値を用いることにする。

$$\beta_1 = 43.6^\circ, \beta_3 = 63.5^\circ, s/c = 1/1.48 = 0.676$$

$$\frac{h}{c} = 1.86$$

$$\text{式(7)より } \beta_{m,R} = \tan^{-1} \left(\frac{\tan 63.5^\circ - \tan 43.6^\circ}{2} \right) = 27.8^\circ$$

$$\text{式(11)より } C_{L,R} = 2 \times 0.676 \times (\tan 43.6^\circ + \tan 63.5^\circ) = 3.54$$

$$\eta_T = 0.85 \quad (\text{設計値})$$

設計の理論速度比 $U_m/V_{ad} = U_m/V_{ad} = 0.504$ より

$$\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2 = 3.94$$

$$(\text{翼負荷係数 } \psi = \frac{1}{2} \left(\frac{V_0}{U_m}\right)^2 = \frac{1}{2} \times 0.85 \times 3.94 = 1.67)$$

$$\text{軸流速度比 } \phi = (V_{a3}/U_m) = (232.44/366.72) = 0.634$$

(付録 A の C 項の計算のための条件)

$$TIP \text{ 径 } D_{Tip} = 0.556 \text{ m (実測値)}, h = 0.0334 \text{ m,}$$

$$A_{tkr} = 0 \times h \times n = 0.00515 \times 0.0334 \times 136 = 0.0234 \text{ m}^2$$

$$\Delta L/h = 0.0007/0.0334 = 0.021,$$

$$\varphi_{Tip}^2 = 1 - \left(\frac{Y_{tR}}{1 + \frac{KM^2}{2}} \right)_{Tip} = 1 - 0.23 / \left(1 + \frac{1.31 \times 0.7916^2}{2} \right)$$

$$= 0.84,$$

$$\rho_{R,Tip} = 1 - \left(\frac{W_2}{W_1} \right)_{Tip}^2 = 1 - \left(\frac{199.87}{533.76} \right)^2 = 0.86$$

(計算結果)

式(2)の λ_R は

$$\Delta \eta_T = \frac{-B}{3.94} \frac{(3.54/0.676)^2 \sec^3 27.8^\circ}{\left(\frac{1}{0.634}\right)^2} \left(\frac{k}{h}\right)_R$$

$$= -4.04 B \left(\frac{k}{h}\right)_R \quad (22)'$$

式(2)より反動度 50% のものに対して、

$$\Delta \eta_T \approx -0.85^2 B [3.54/0.676] \operatorname{cosec}(2 \times 27.8^\circ) \left(\frac{k}{h}\right)_R$$

$$= -4.59 B \left(\frac{k}{h}\right)_R \quad (\text{但し, } \rho_R = 0.5) \quad (20)'$$

(B.1) Carter : $B = 0.5$

$$\text{式(2)より } \Delta \eta_T = -2.29 \left(\frac{k}{h}\right)_R \quad \dots \dots \text{Carter I}$$

$$\text{式(2)より } \Delta \eta_T = -2.02 \left(\frac{k}{h}\right)_R \quad \dots \dots \text{I}$$

(B・2) Ainley : $B = 0.5$

式(23)より $\Delta \eta_T = -2.02 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots$ Ainley I

式(24)より $\Delta \eta_T = -1.72 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots$ II

(B・3) Meldahl : $B = 1 / (4 \cos 63.5^\circ) = 0.56$

式(23)より $\Delta \eta_T = -2.26 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots$ Meldahl

(B・4) Vavra :

$K = 0.5, R = 0.8$ ($f = 0.29$) のとき $B = 0.10$,

ゆえに, 式(23)より $\Delta \eta_T = -0.42 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots$ Vavra I

また, 式(24)を用いるならば

$\Delta \eta_T = -0.42 \eta_T \left(\frac{k}{h}\right)_R = -0.35 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots$ Vavra II

(B・5) Lakshminarayana : ($B = 0.7$)

式(B・5) : $B = 0.7$ のとき式(23)より

$\Delta \eta_T = -2.83 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots$ Lakshminarayana I

(B・6) Lakshminarayana : ($\frac{\delta_s^* + \delta_p^*}{s} = 7$)

式(30) $B_w = 7 \times \left\{ 1.86 \times \left(\frac{k}{h}\right)_R / (3.54 / 0.676) \right\}^{1/2}$
 $= 4.17 \left(\frac{k}{h}\right)_R^{1/2}$

ゆえに, 式(32)より

$\Delta \eta_T = - \left\{ 0.7 + 4.17 \left(\frac{k}{h}\right)_R^{1/2} \right\} \left(\frac{k}{h}\right)_R$

$= -2.83 \left\{ 1 + 5.95 \left(\frac{k}{h}\right)_R^{1/2} \right\} \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots$ Lakshminarayana II

(B・7) Lakshminarayana : ($B = 0.7 \eta_T^2, B_w = 0$)

式(23)より

$\Delta \eta_T = -2.04 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots$ Lakshminarayana III

(C・1) Soderberg, Amann, Rogo :

式(C・1)より, $\Delta \eta_T = -2.12 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots$ Soderberg, Amann, Rogo

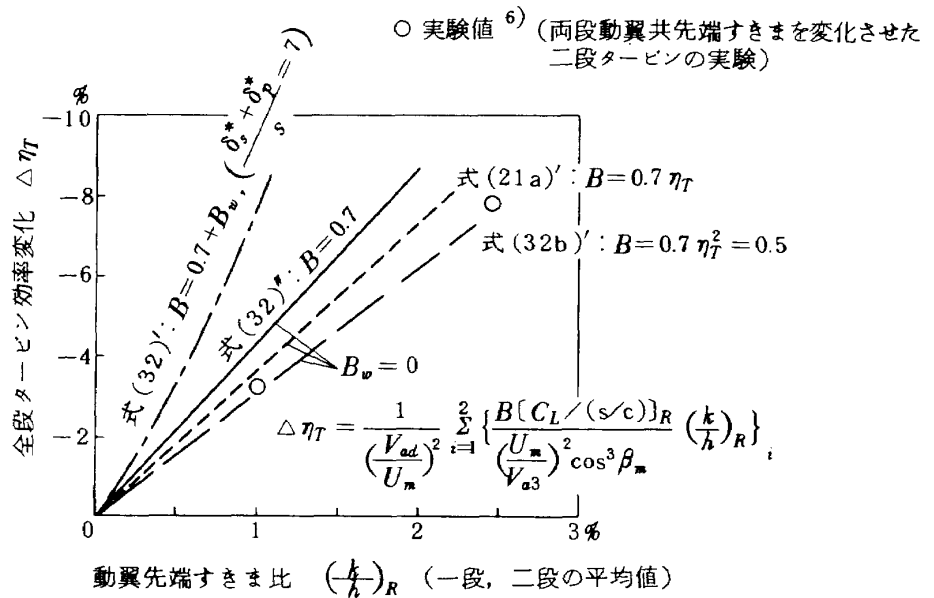
(C・2) Craig :

$\left(\frac{1 - \phi^2}{\phi^2} + \rho_R \right)_{TIP} = 1.05, \Delta L/h = 0.021$

ゆえに付図2より $F_k = 0.5$ よって, 式(36)より

$\Delta \eta_T = -1.59 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots$ Craig

以上の計算結果は本文表3および図19に示した。



付図3 二段タービンの実験および B_w の検討

航空宇宙技術研究所報告466号

昭和51年8月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)☎182

印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川2-27-12
