UDC 531.23: 534: 533.6: 629.76.

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-477

衛星打上げ用ロケットの大気中飛しょ時における 動的荷重と応答の計算

田寺木一・峯岸正勝・伊藤誠一

1976年11月

航空宇宙技術研究所 NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

衛星打上げロケットの大気中飛しょう時における 動的荷重と応答の計算*

田寺木一**峯岸正勝**伊藤誠一**

Calculation of Dynamic Load and Response for a Flexible Launch Vehicle Ascending through the Atmosphere

By Kiichi TATERA, Masakatsu MINEGISHI and Sejichi ITO

A computation procedure has been developed for the calculation of pitch or yaw plane motions, bending moments and shearing forces experienced by flexible launch vehicles with slosh during ascent through atmospheric winds. Utilizing expressions with minimum acceleration coupling terms and determining the value of all time and Mach numbers—dependent arameters in the course of simulation, nonlinear equations of motion are integrated by the Runge-Kutta-Gill's method. As an illustrative example, the computing program is applied to a model vehicle SS-3 for a detailed wind speed profile, with the responses computed numerically. Another application of this program examination of the influence of vehicle flexibility and propellant sloshing on motions and load with the synthetic wind speed profile providing maximum loads. Maximum flight loads for the model-vehicle were also examined by simulations of the combined loads.

The computation method does not employ the simplification procedures assumed in other reports, therefore, solution accuracy is excellant. Consequently, the method serves as the standard for evaluating the accuracy of the simplified methods. The shortcoming of this program is that it is time-consuming. However, it is applicable in determining the design loads using synthetic wind speed profile, to verify the loads or the control system by pre- and postflight response evaluation. According to preliminary study, a flexible body with sloshing exhibits the largest response and load, on the other hand, a rigid body with sloshing shows the least for the model vehicle. It was recognized that the effect of flexibility and sloshing is considerably different with vehicles such as the Saturn I and V. Maximum flight load examinations were carried out and they showed the usefulness of unit compression and tension load indicator simulations.

1 緒 言

打上げ用ロケットの風による荷重算定方法には,風のモデルと設計段階によって種々の方法が行われている。風のモデルとしては,(1)風の分布の統計量を用いる方法(statistical distributions),(2)実際に測定された数多くの風のプロフィールのサンブルを用いる方法(samples of measured wind profiles),(3)合成プロフィールを用いる方法(synthetic wind profiles)等があり、3)それぞれに長所と短所を有している

が、実際の設計解析には(2)または(3)の方法が用いられ、1) 8)、最近では画然とした区別はないが、(2)は詳細および最終設計段階時に、(3)は予備設計段階時に用いられる傾向にある。(1)は風に関するデータ不足と解析時における仮定が問題であることのために、実用されていなく研究段階にある。解析技術については、(1)に対しては非定常ランダム過定として当然統計的な処理法が用いられるが、(2)または(3)に対しては所謂deterministic な解析で、機体運動のシュミレーションを必要とし、この報告ではこれに関係した解析計算をとりあつかう。

予備設計時の荷重解析では、平面内の剛体機体による飛しょう応答による荷重と、弾性機体による寄与分として或る特定飛しょう時刻(荷重算定に重要と考えられる)におけるgust あるいは turbulance による荷重を加算するという方法とが¹⁾¹⁹⁾²⁰⁾、 perturbation 法による弾性機体解析等の方法が単純な機体と制御系モデルとを用いて行われている。更に詳細設計時においては、確定的あるいは信頼性のあるロケットの特性値と軌道データを用いて、

^{*} 昭和51年7月23日受付

^{**} 機体为一部

予備設計時と同様な解析技術を用いるとか,詳細な三次元剛体機体運動解析を,実際の制御系特性を考慮して行うとか,また多自由度弾性機体として時変数係数の詳細な非線型運動方程式のシュミレーションによる直接解析などが用いられる1。特に,最終設計における設計荷重や制御系の検証のためとか,発射待期時に測定風によって機体荷重および制御系の応答計算を行なって"go"を決定するときとか,飛しょう後の機体,荷重および制御系等の評価に対しては,最後に述べた詳細な運動方程式による解析が用いられる傾向にある。

これらの詳細な弾性機体解析としては、R.Goldmann³)、B. E. Clingan⁴)、H. C. Lester et al.⁵) および C. R. Wells et al.⁶) 等の報告がみられる。いずれ もピッチ面あるいはヨー面内の運動に限定し、文献³)は運動方程式の線型化とperturbation equationsを用い、4)は時変数係数の非線型運動方程式を、慣性すなわち加速度による相互カップリング項を無視し、かつ曲げ振動に関係する一般空気力係数として規準軌道に関係する値を用いている。5)は加速度カップリングを考慮しているが、やはり空気力係数は規準軌道にもとづいて算出し、加速度カップリングの項は逆マトリックス法で得て、ルンゲ・クッタ法の処理を行っている。最後に 6)については、5)と同様の解析法であるが加速度カップリング項に対しては、ルンゲ・クッタ法の時間刻みの現時点の直前時点値から、外挿によって得ている。

この報告では上述の詳細な弾性機体荷重解析を、時変数係数の非線型微分方程式として扱うが、解析の忠実性を期して、上記諸報告の簡略化計算をさけるように試みた。これらの報告と異った解析技術上の点は、(1)エンジンと機体を含めた全機体曲げ振動モードの採用と機体全体の真の重心に対する運動式を用いたため、式中で2次的な項が可成り消失している。機体の平衡状態の重心を用いると、⁸⁾⁵⁾の角をば並進運動方程式中にスロッシングやエンジン等の煩雑な項を含むことになる。ここでは従って並進とそれ以外の方程式群が加速度項に関して分離するため、ルンゲ・クッタ・ギル法による積分遂行上簡単になっている、(2)加速度によるカップリングは掃出し法により解いた、(3)運動と荷重解析に必要な係数は、すべてシュミレーションの内部で直接求め、規準規道のデータは用いない、等の点が挙げられる。

以下では、開発した解析法について、運動方程式と荷重式を概括し、入力データと積分の処理ならびに荷重計算の手法に言及する。計算適用例として、モデル機体は当研究所宇宙グループで検討したSS-3を採用し、米国で観測された詳細な風速プロフィールに対する運動と荷重のシュ

ミレーションを行い結果を検討する。さらに同一機体を例にとり、機体の曲げとスロッシングの有無に対する解析結果の差異を比較する。この際、荷重設計に使用されることが多いNASAの99%合成風プロフィールを用いて比較の目安とした。最後にSS-3の最大飛しょう荷重が一関心事であったので、これに対し吟味を行い、荷重設計の二三の有意義を結果を得た。上述の後の二者の結果は、ロケットにより可成り異り、一般的な結果とはならないが、一例として参考になると思われる。

2 記 号

ロケット内の位置 テ点の慣性空間加速度ベクトル

 \overline{a}' (3)式

 a_x, a_z それぞれ \overline{a} のx, z 成分

 $a_z'(x), a_z'$ 座標xにおける \overline{a}' のz成分

 a_{cx}, a_{cz} 重心の \overline{a} のそれぞれx, z 成分

A 有効アクチュエータ・ピストン断面積

 A_c 、 A_f それぞれコントロールおよび固定エンジン出口断面積

 A_1^n A_a^n $x=x_n$ における軸荷重の係数。(20)式

bo, b1, bao, ba1 アクチェータ運動方程式の係数。 23式

B 作動油の体積弾性率

 $\left.B_{1}^{n},B_{2}^{n},B_{bi}^{n},B_{a}^{n}\right\}$ $x=x_{n}$ における曲げモーメントの係

 B_{i}^{n} B_{ai}^{n} B_{ai}^{n} B_{ai}^{n} B_{ai}^{n}

 $c_d(x.M)$, c_d 局所軸空気力係数

 $c_{na}(x,M)$, c_{na} 局所法線力係数傾斜

C₁ 軸空気力係数

¯cf ジンパル摩擦に対する等価アドミッタンス

Cna 法線力係数傾斜

Cma 縦揺モーメント係数傾斜

Cni, Cnqi, Cnqi (的式で定義された法線力およびモーメ

Cni, Cnqi, Cnqi ントの係数

 $d_n x = x_n$ におけるロケット機体の直径

 F_{Ax} , F_{Az} それぞれ空気力のx, z 成分

 F_{an} $x=x_n$ における軸圧縮力

 F_{sn} $x=x_n$ における剪断力

 F_{Tx} , F_{Tz} 総推力のそれぞれx, z 成分

F。 積分ジィイロ・フィードバック補償

 F_i ν ート ジャイロ・フィードバック補償

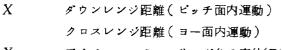
 F_a 加速度計フィードバック補償

 $rac{F_{\delta}^{\prime},F_{\alpha}^{\prime},F_{\delta}^{\prime},F_{qi}^{\prime}}{F_{\delta i}^{\prime},F_{\delta i}^{\prime},F_{zk}^{\prime}}\}$ 剪断力係数。(D. 1),(D. 2)式

g 重力の加速度ベクトル

g 地上における重力加速度

g_{e}	(5)式	$P_{\mathcal{S}}$	バルブへの供給圧
g_x, g_z	それぞれ \overline{g} の x , z 成分	q	動圧
h	CG^{\prime} の地表よりの高度。($\mathrm{Fig.}\ 1$)	$q_i(t), q_i$	第 i 次曲げ振動モードの一般座標
I_c	ロケット重心周りの慣性能率	Q_{Ai}	空気力の第 i 次曲げ振動モードに対する一般
I_{ϵ}	ジンバル点周りのエンジン慣性能率		カ
I_n	ピッチ面またはヨー面内運動を区別する表示	Q_{Ti}	推力の第 i 次曲げ振動モードに対する一般力
	係数。ピッチ面のとき $I_n=0$, ヨー面のと	Q_{ν}	アクチュエータ・シリンダへの作動油流量
	$\stackrel{*}{=} I_n = 1_o$	\overline{r}	ロケット機体の任意点の機体軸系原点に対す
K_{θ}	積分ジャイロ・フィードバック・ゲイン		る位置ベクトル
$K_{\hat{\theta}}$	レートジャイロ・フィ <i>ー</i> ドバック・ゲイン	\overline{r}_c	重心に対する \overline{r}
K_g	加速度計フィードバック・ゲイン	\boldsymbol{R}	ジンバル点周りのアクチュエータのモーメン
K_c	アクチュエータ開ループ速度ゲイン		ト・アーム
K_{mp}	アクチュエータ・シリンダ台のばね定数	S	代表機体断面積
K_{mc}	アクチュエータ・ピストンロッドのばね定数	S_{ϵ}	ジンバルエンジンのジンバル点に関する質量
K_m	20式		静アンバランス
K_a'	サーポアンプのゲイン	S_1^n, S_2^n, S_b^n	$\left\{egin{array}{ll} x_n^{S_a^n} & x = x_n \end{array} \right\} x = x_n $ における剪断力の係数(3)式
K_F	フィードバック・トランスジュ ーサのゲイン	$S_{\theta}^{n}, S_{qi}^{n}, S$	
K_{V}	(21)式	t	初段ロケット点火後の時間
K_1	バルプ入力変位のゲイン	T	総推力
K_2	比例定数	T_c	ジンバルエンジンによる推力
l_a , l_V	それぞれスプールおよびオリフィスの漏洩係	T_f	固定エンジンによる推力
	数	T_d	ジンバル点の摩擦によるトルク
l_1 , l_2	それぞれエンジン末端,ノーズ端の x 座標	T_L	機体の運動にともなうエンジン・アクチュエ
m	ロケットの全質量		ータ系への負荷トルク
m(x)	ロケットの全質量分布。200式	T_{0c}	大気圧 P_0 におけるジンバルエンジン推力
$m_s(x)$	ロケットの固体部分の質量分布	T_{0f}	大気圧 P_0 における固定エンジン推力
$m_{\ell}(x)$	ロケットの液体推進薬質量分布	u(x,t)	ロケット機体の曲げ変位
$m'_{\ell}(x)$	ロケットのスロッシング質量を除いた液体推	U(x)	単位ステップ関数。 $U(x) = 0$ for $x < 0$
	進薬質量分布		$U(x) = 1$ for $x \ge 0$
m_{ℓ_λ}	第 λタンク内の液体推進薬質量	V_a	CG' の対気速度。($\mathtt{Fig.3}$)
m_i	第 i 次曲げ振動の一般質量	\overline{V}_c	ロケット重心 CG の速度ベクトル
m_{sk}	第 k スロッシング質量 (考慮の対象とするス	V_{cx} , V_{cz}	\overline{V}_c のそれぞれ $_{oldsymbol{x}$, $_{oldsymbol{z}}$ 成分
	ロッシング質量に番号を付した)		CG の速度ベクトル
M_{Ay}	空気力による重心周りのモーメント	V_{cx}^{\prime} , V_{cz}^{\prime}	それぞれ \overline{V}_c' の x , z 成分
M_{bn}	$x=x_n$ における曲げモーメント	V_S	高度んにおける音速
M_{Ty}	推力による重心周りのモーメント	V_T	アクチュエータ系の圧縮される作動油全体積
$M_{\delta}', M_{\alpha}', M_{\alpha}$	'gi,M'zk 曲げモーメント係数(D.3)式	V_{W}	水平風速の x 成分
	法線力分布	w(x,t), w	局所空力的 do wnwas h
	$x=x_n$ における全単位圧縮荷重	\boldsymbol{x}	機体軸系來座標
N_{tn}	$x=x_n$ における全単位引張荷重	$x_c(t), x_c$	重心の $oldsymbol{x}$ 座標
p	高度んの大気圧	\widetilde{x}_k	第 k スロッシング質量の x 座標
p_0	エンジンの推力推定時の大気圧	x_n	第れ荷重計算点の水座標
P_L	アクチュエータ・ピストン前後圧力差	$oldsymbol{x}_{ heta}$	積分ジャイロ取付位置のx 座標
P_n	x=x _n における(内圧—外部大気圧)	$oldsymbol{x}_{ heta}^{.}$	レートジャイロ取付位置のx 座標
P_{R}	油だめの圧力	x_g	加速度計取付位置の x 座標



- X_c アクチュエータ・シリンダ台の変位(Fig. 4)
- Xp アクチュエータ・ピストンの変位(Fig. 4)
- *Xv* パルプ・スプールの変位
- y 機体軸系 y 座標
- Y クロスレンジ距離(ピッチ面内運動)
 ダウンレンジ距離(ヨー面内運動)
- z 機体軸系 z 座標
- z。 重心のz 座標
- zk 第 k スロッシング質量の変位
- (\cdot) d/dt
- (') $\partial/\partial x$
- α 迎角(Fig. 3)
- $lpha_{
 u}$ 機体x軸に対する \overline{V}_c' による迎角 (= heta- au)
- α_{W} V_{W} による迎角(Fig. 3)
- 7 径路角
- δ ジンパルエンジンのふれ角
- δ_a アクチュエータ出力等価回転角
- δ_c エンジン指令ふれ角
- $\Delta(x)$ デルタ関数
- く。 第 i 次曲げ振動モートの減衰比
- くsk 第 k スロッシング減衰比
- θ 姿勢角
- θ_c 姿勢指令角(それぞれの面内運動に対する)
- $heta_p$ ピッチ姿勢指令角

- 第 人番タンク(エンジン側から)下方鏡板と 円筒とのつぎ目のx座標
- ρ 大気密度

 $\phi_i(x,t), \phi_i(x), \phi_i$ 第 i 次曲げ振動モード形 $\phi_i(0,t), \phi_i(0)$ ジンバル点 (x=0) の $\phi_i(x,t)$

- ω 機体軸系の回転角速度ベクトル
- ω エンジン・アクチュエータ系の固有円振動数
- ω, 第 ι 次曲げ振動モードの固有円振動数
- ω_{sk} 第 k スロッシング円振動数
- $Q_k(t)$, Q_k 地上1 g における第k スロッシング円振動数

3 運動方程式

3.1 座標軸系

座標軸系はすべて右手系の直交座標軸系をとり、角およびモーメントは軸の正方向をみて、時計まわりを正とする。たいし、エンジンの推力回転角は軸方向に正のモーメントを与える方向を正とする。慣性座標軸系としては地面上に固定した座標軸系と仮定する。風によるロケットの動的荷重は、せいぜい地上20㎞あたりまでが主な対象となるので地球の丸みの影響と、重力加速度の変化は無視する。運動座標軸系として機体軸系O-xyzを用い、Fig.1に示すように機体が弾性変形をうけないと仮想したときの機体に固定する。なお、Fig.1 はピッチ面およびヨー面内の運動の両者に対して説明を与えており、前者に対しては O_I-X 、Z は共に慣性軸を与えるが、後者の場合にはョー面内のある規準座標軸とする。

3.2 運動方程式の導入

運動方程式は文献7) の結果をピッチ面ないしヨー面に

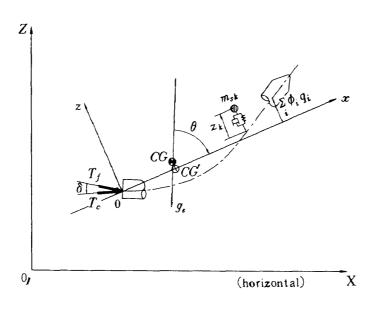


Fig. 1 Coordinate Systems

適用する。微小量については、文献 7)に仮定した曲げ振動変位、スロッシング変位、エンジンふれ角、機体軸回転角速度 および これらの時間微分を微小量として、 3 次以上の微小量を無視する。更に \hat{x}_i , \hat{x}_c とこれらの時間微分、 \hat{n} , \hat{I}_c とその時間微分を無視(たゞし推力に表われる項は除く)し、機体はx軸に対して対称とする。

機体は単純な棒状構造と考え曲げ振動変位は微小として、 その自由振動モード形 $\phi_*(x,t)$ を用いて、

$$u(x,t) = \sum \phi_i(x,t) q_i(t)$$
 (1)

で表わされると仮定し、 $\phi_i(x,t)$ としてはロケットの内部流体はfrozenし、ジンパル・エンジンは初期設定位置で固定された仮想的な束縛下におけるモードを用い、また軸力の影響を無視する。スロッシングに対しては質量ーばねーダッシュポット系として取扱う。スロッシング固有振動数 ω_{ik} はタンク底からの液深にも関係するが、タンクの加速度場によっても変化する。機体上任意の点をにおける慣性加速度ベクトルは、

$$\overline{a} = \overline{\dot{V}}_c + \overline{\omega} \times \overline{\dot{V}}_c + \overline{\dot{\omega}} \times (\overline{\tau} - \overline{\tau}_c) + 2\overline{\omega} \times (\overline{\tau} - \overline{\tau}_c)
+ \overline{\omega} \times \{\overline{\omega} \times (\overline{\tau} - \overline{\tau}_c)\} + \overline{\tau} - \overline{\tau}_c$$
(2)

で表わされるから、重力加速度ベクトル gを考慮して、機体上任意の等価重力加速度場は次式で表わされる。

$$\overline{a}' = \overline{a} - \overline{q} \tag{3}$$

 ω_{sk} の重力場に対する依存性は、すべてのスロッシング質量について同一とし、重心位置の加速度場の軸方向成分 a'_{cx} で代表させて次式を用いる 8 。

$$\omega_{sk}(t) = \mathcal{Q}_k(t) \sqrt{a'_{cx}/g} \tag{4}$$

ここに、 $Q_k(t)$ は 地上静止時の重力加速度場 g における スロッシング円振動数とする。

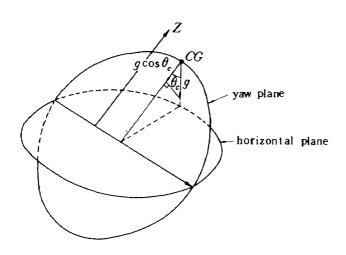


Fig.2 Gravity Acceleration (yaw plane)

3.3 カとモーメント

運動方程式に関連した力とモーメントは次のように分けて表わすことが出来る。

3.3.1 重 力

重力加速度はFig.1 およびFig.2 に示すように、z 軸の負の方向に次式で表わされる。

$$g_{\star} = g \cos(I_{n} \cdot \theta_{p}) \tag{5}$$

とこに、 I_n はピッチ面またはヨー面内運動を区別する表示係数で、前者のときは $I_n=0$ 後者のときは $I_n=1$ を表わすものとする。従って機体軸にそって分解した重力加速度の成分は、次式で示される。

推力について、固定エンジンによるものを T_f 、ジンバル・エンジンによるものを T_c 、総推力をTとおくと、重心の並進運動に寄与する機体軸成分は次式で与えられる。

また、重心まわりの回転運動に対するモーメントは、・

$$M_{Ty} = T\left[\sum_{i} \left\{ \phi_{i}(0)q_{i} + x_{c}\phi'_{i}(0)q_{i} \right\} - z_{c} \right] + T_{c}x_{c}\delta$$
(8)

となり、さらに第i次曲が振動モードに対する一般力は、 次式で示される。

$$Q_{T_i} = \left[T \sum_{i} \phi_i'(0) q_i + T_c \delta \right] \phi_i(0)$$
3.3.3 空気力

空気力による力とモーメントに対しては、準定常空気力理論を用いる。この方法は低い振動数の場合に適用出来、従って大型ロケットなどに用いられる 9 。この理論では、ロケット機体の局所に作用する空気力は瞬間的な局所迎角のみに依存し、従って法線力分布は局所法線力傾斜係数 $c_{\text{MC}}(x,M)$ と局所迎角とから決定出来ると仮定している 10 。以下では線形空気力を仮定し、機体全体は突風などに対し瞬間的に immersion するとし、いわゆる pene tration 効果は無視する 11 。従って機体上の風の分布は一定とし、一般には重心CGが占める高度における風を代表させるのが普通である。ここでは $CG(x_c,z_c)$ の代りに、 $CG'(x_c,0)$ を代表点とし、この高度における風速を用いる(Fig.1)。

ロケットにそった単位長当りの法線力分布 N(x,M) は,w(x,t) を局所空力的 downwash とすると,Fig.3 を参照して次式で表わすことが出来る。

$$N(x,M) = qSc_{na}(x,M)w(x,t)/V_a$$

$$w(x,t)/V_a = -\alpha + (x - x_c)\dot{\theta}/V_a$$

$$-\Sigma \{\phi_i \dot{q}_i/V_a - \phi_i' q_i\}$$
(11)

従って法線空気力分布による力,モーメントおよび曲げ振動の一般力の成分は次式で示される。

$$F_{Az} = qS \int_{\ell_{1}}^{\ell_{2}} c_{na} \frac{w}{V_{a}} dx = -qS[C_{na}\alpha - C_{ni}\dot{\theta}/V_{a}]$$

$$+ \sum_{i} \left\{ C_{n\dot{q}i}\dot{q}_{i}/V_{a} - C_{nqi}q_{i} \right\}$$

$$M_{Ay} = -qS \int_{\ell_{1}}^{\ell_{2}} (x - x_{c})C_{na} \frac{w}{V_{a}} dx = qS[C_{na} - C_{ni}\dot{\theta}/V_{a}]$$

$$+ \sum_{i} \left\{ C_{n\dot{q}i}\dot{q}_{i} - C_{nqi}q_{i} \right\}$$

$$Q_{Ai} = qS \int_{\ell_{1}}^{\ell_{2}} \phi_{i}c_{na} \frac{w}{V_{a}} dx = -qS[C_{ia} - C_{ii}\dot{\theta}/V_{a}]$$

$$+ \sum_{i} \left\{ C_{i\dot{q}i}\dot{q}_{j}/V_{a} - C_{iqj}q_{j} \right\}$$

$$(14)$$

ととに、 C_{na} , C_{no} , \cdots , C_{iqj} 等は一般的な安定徴係数で、以下の諸式で示される。

$$C_{na} = \int_{l_{1}}^{l_{2}} c_{na} dx , \quad C_{n\dot{\theta}} = \int_{l_{1}}^{l_{2}} (x - x_{c}) c_{na} dx$$

$$C_{nqi} = \int_{l_{1}}^{l_{2}} \phi'_{i} c_{na} dx , \quad C_{n\dot{q}i} = \int_{l_{1}}^{l_{2}} \phi_{i} c_{na} dx$$

$$C_{m\dot{\theta}} = \int_{l_{1}}^{l_{2}} (x - x_{c})^{2} c_{na} dx , \quad C_{mqi} = \int_{l_{1}}^{l_{2}} (x - x_{c}) \phi'_{i} c_{na} dx$$

$$C_{m\dot{q}i} = \int_{l_{1}}^{l_{2}} (x - x_{c}) \phi_{i} c_{na} dx , \quad C_{iqj} = \int_{l_{1}}^{l_{2}} \phi_{i} \phi'_{j} c_{na} dx$$

$$C_{i\dot{q}j} = \int_{l_{1}}^{l_{2}} \phi_{i} \phi_{j} c_{na} dx , \quad C_{i\dot{\theta}} = C_{m\dot{q}i}$$

$$C_{ma} = C_{n\dot{\theta}} , \quad C_{ia} = C_{n\dot{q}i} , \quad C_{i\dot{\theta}} = C_{m\dot{q}i}$$
(15)

軸空気力あるいは空気抵抗については、その迎角に対する依存性を無視し、局所軸空気係数を $C_d(x,M)$ とすると、次式で示される。

$$F_{Ax} = -qS \int_{l_1}^{l_2} c_d dx = -qSC_A \tag{16}$$

これらの力とモーメントを用いたロケットの動力学方程式 は付録Aに概括してからげた。

4 制 御 系

4.1 ジンバル・エンジンとアクチュエータのモデル ジンバル・エンジンの運動と油圧アクチュエータの作動 のモデルは、文献12)に示されたものを用いる。エンジン ふれ角 δ について 3 階の 微分方程式が、エンジンとアクチュエーターの精密を総合動作として一般に用いられるが、 ロード・トルク T_L の時間微分を含むので、重心の並進加 速度 および回転角加速度などの時間微分を含むことになり、 ルンゲ・クッタ・ギル法による計算上の複雑さを増す。これを避けるため、δ の 2 階とアクチュエータ出力角 δ_a の 1 階の 2 つの微分方程式で表わして用いる。

Fig.4 のモデルから以下の関係式が導入出来る。エンジンの運動方程式は次式で表わされる。

 $I_{\bullet}\ddot{\delta} + T_{L} + T_{d} = RAP_{L}$

一方アクチュエータの出力変位については次式が成立つ。
$$X_p-X_c=R\delta_a=(1/K_{mp}+1/K_{mc})AP_1+R\delta$$
 (18) サーボ・バルプからアクチュエータの片側シリンダへの流量 Q_V は、

$$Q_{\nu} = K_{2}X_{\nu}\sqrt{P_{S}-P_{R}} - \ell_{\nu}P_{L}$$

$$= K_{1}K_{2}K_{a}K_{F}R(\delta_{c}-\delta_{a})\sqrt{P_{S}-P_{R}} - \ell_{\nu}P_{L}$$
(19)

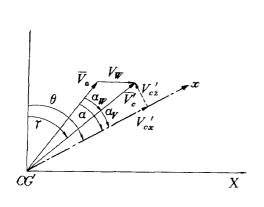


Fig. 3 Attitude and Aerodynamic Geometry

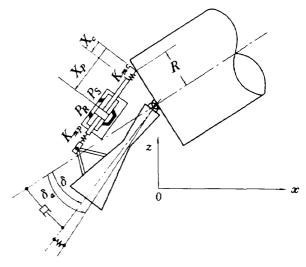


Fig. 4 Gimbal Engine Model

(17)

で示され,一方流量体積面による考察から Q_V は, $Q_V = A(\dot{X}_P - \dot{X}_c) + l_a P_L + (V_T / 4B) \dot{P}_L$ $= AR \dot{\delta}_a + l_a P_L + (V_T / 4B) \dot{P}_L$ (20) の如く表現出来る。そこで新たに以下の記号を導入する。

$$T_{d} = \overline{c}_{f} \dot{\delta} \qquad , \qquad \omega_{\epsilon}^{2} = K_{m}R^{2}/I_{\epsilon}$$

$$2 \xi_{\epsilon} \omega_{\epsilon} = \overline{c}_{f}/I_{\epsilon} , \qquad 1/K_{m} = 1/K_{mp} + 1/K_{mc}$$

$$K_{V} = K_{1}K_{2} \qquad , \qquad K_{c} = K'_{a}K_{V}K_{F}\sqrt{P_{S} - P_{R}}/A$$

$$b_{a1} = 1 + K_{m}V_{T}/(4BA^{2}) , \quad b_{a0} = K_{c} + K_{m}(l_{a} + l_{V})A^{2}$$

$$b_{1} = -K_{m}V_{T}/(4BA^{2}) , \quad b_{0} = -K_{m}(l_{a} + l_{V})/A^{2}$$
(21)

これらの記号を用い、(17)、(18)式から、

$$\ddot{\delta} + 2 \, \xi_{\,\epsilon} \, \omega_{\,\epsilon} \, \dot{\delta} + \omega_{\,\epsilon}^2 \, \delta = \omega_{\,\epsilon}^2 \, \delta_{\,\alpha} - T_{\,\nu} / I_{\,\epsilon} \tag{22}$$

を得, さらに(19), (20)式から次式を得る。

$$b_{a1}\dot{\delta}_a + b_{a0}\delta_a + b_1\dot{\delta} + b_0\delta = K_c\delta_c \tag{23}$$

Fig.5 は(2), (2)式をブロック図で表わしたものである。 T_L は文献 7)から微小仮定を用いて得ることが出来る。 アクチュエータ構造のコンプライアンスと流体の圧縮性エンジン慣性力,負荷トルク等を無視すると,(8)式から δ_a = δ を得る。これを用いて(9), (20)式による P_L と(1)式から 01 階微分方程式が近似式として得られる。

$$\dot{\delta} + K_c \, \delta = K_c \, \delta_c \tag{24}$$

今回の計算プログラムでは、200,000式の代りに200式を用いてでも計算出来るようにした。

4.2 御制フィードバック系

衛星打上げ用ロケットでは姿勢制御フィードバックのループは、一般にFig.6 のように表わされると考えられる。 実際のロケットでは機軸に対して横方向の加速度計を用い

$$\delta_{c} = K_{\bullet} \{ \theta_{c} - \theta + \sum_{i} \phi'_{i}(x_{\bullet}) q_{i} \}$$

$$- K_{\bullet} \{ \dot{\theta} - \sum_{i} \phi'_{i}(x_{\bullet}) \dot{q}_{i} \} + K_{g} a'_{z}(x_{g})$$
 (25)

5 荷 重 式

機体軸にそった各点の主要構造の荷重を、荷重総和法¹³⁾ によって求める。荷重総和をノーズ端から行うとき、分布荷重は便宜的に慣性力、重力、スロッシング力、空気力、推力および内圧等に分けて考えられる。

5.1 軸荷重

ロケットの中心軸にそった単位長当りの全質量分布 m(x) を,固体部分 $m_{\star}(x)$ スロッシング質量を除いた液体推進薬部分 $m_{\star}'(x)$ およびスロッシング質量 $m_{\star \star}$ の3つの質量分布の和として表わす。

$$m(x) = m_s(x) + m'_t(x) + \sum_{k} \Delta(x - \widetilde{x}_k) m_{sk} m_t(x) = m'_t(x) + \sum_{k} \Delta(x - \widetilde{x}_k) m_{sk}$$
 (26)

ここに,スロッシンク質量は集中質量として質量分布への寄与を,便宜的に delta 関数で表現した。つぎに,機体中心軸上x 点における加速度のx 軸成分は(2)式を用いて,次式で表わされる。

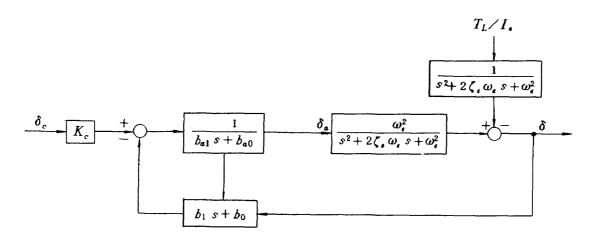


Fig. 5 Gimbal Engine Block Diagram

従って, $x=x_n(x_n>0)$ における軸荷重 F_{an} は圧縮荷重を負記号で表わして,次式を得る。

$$F_{an} = -\int_{-x_n}^{t_2} m_s(x) a_x dx - \sum_{l} U(\xi_l - x_n) \int_{-lth \ tank} m_l(x)$$

$$\cdot a_x dx - g_s \cos \theta \int_{-x_n}^{t_2} m_s(x) dx - \sum_{l} U(\xi_l - x_n)$$

$$\cdot g_s \cos \theta \int_{-lth \ tank} m_l(x) dx - q \int_{-x_n}^{t_2} c_d dx + \pi d_n^2 P_n / 4$$
(28)

$$A_{1}^{n} = \int_{x_{n}}^{\ell_{2}} m_{s}(x) dx , A_{a}^{n} = \int_{x_{n}}^{\ell_{2}} c_{d} dx$$

$$m_{l,l} = \int_{\lambda th \ tank} m_{l}(x) dx$$

$$(29)$$

結局次式が得られる。

$$F_{an} = -\left[\dot{V}_{cx} + \dot{\theta}V_{cz} - \ddot{\theta}z_{c} - 2\dot{\theta}\dot{z}_{c} + g_{e}\cos\theta\right]A_{1}^{n} + \dot{\theta}^{2}\int_{x_{n}}^{t_{2}}(x - x_{c})m_{s}(x)dx - \sum_{i}(\ddot{\theta}q_{i} + 2\dot{\theta}\dot{q}_{i})$$

$$\cdot \int_{x_{n}}^{t_{2}}\phi_{i}m_{s}(x)dx - \sum_{i}U(\xi_{i} - x_{n})[m_{l,i}\{\dot{V}_{cx} + \dot{\theta}V_{cz} - \ddot{\theta}z_{c} - 2\dot{\theta}\dot{z}_{c} + g_{e}\cos\theta\} - \dot{\theta}^{2}\int_{x_{n}}^{t_{2}}(x - x_{c})m_{l}(x)dx$$

$$+ \sum_{i}(\ddot{\theta}q_{i} + 2\dot{\theta}\dot{q}_{i})\int_{x_{n}}^{t_{2}}m_{l}(x)\phi_{i}dx$$

$$+ \sum_{i}m_{sk}\{\ddot{\theta}z_{k} + 2\dot{\theta}z_{k}\} - qSA_{a}^{n} + \pi d_{n}^{2}P_{n}/4$$

$$(30)$$

軸荷重は $\dot{V}_{cx}+\dot{\theta}V_{cz}+g_{\star}\cos\theta$ が準定常値として、一般に他に比して大きく、空気抗力を除いて、他の項は 3. 2 でのべたように $\dot{\theta}$ \dot{z}_c 、 g_i およびこれらの時間微分の微小項の 2 乗を含むのですべて省略して、結局付録 B. の式を用いる。

5.2 剪断力

Ø式と同様に、 \overline{a} のz 成分は次式で表わされる。

$$a_{z} = \dot{V}_{cz} - \dot{\theta}V_{cx} - \ddot{\theta}(x - x_{c}) - \dot{\theta}^{2} \left\{ \sum_{i} \phi_{i} q_{i} - z_{c} \right\}$$

$$+ \sum_{i} \phi_{i} \ddot{q}_{i} - \ddot{z}_{c} \quad \text{for } m_{s}(x) , m'_{t}(x)$$

$$a_{z} = \dot{V}_{cz} - \dot{\theta}V_{cx} - \ddot{\theta}(x - x_{c}) - \dot{\theta}^{2} \left\{ \sum_{i} \phi_{i} q_{i} + z_{k} - z_{c} \right\}$$

$$+ \sum_{i} \phi_{i} \ddot{q}_{i} + \ddot{z}_{k} - \ddot{z}_{c} \quad \text{for } m_{sk}$$

$$(31)$$

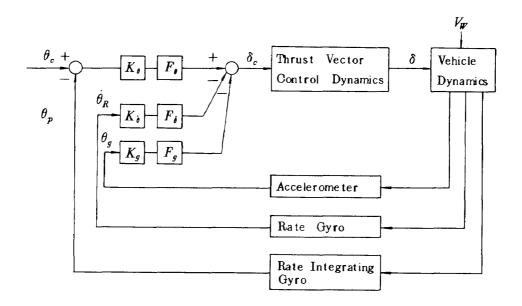


Fig. 6 Control System Block Diagram

剪断力は z方向を正とし,重力による寄与を a_z に加えて a_z' として次式で表わせる。

$$F_{sn} = -\int_{x_{n}}^{L_{2}} (m_{s}(x) + m'_{\ell}(x)) a'_{2} dx$$

$$+ \sum_{k} U(\widetilde{x}_{k} - x_{n}) m_{sk} (2\zeta_{sk} \omega_{sk} \dot{z}_{k} + \omega_{sk}^{2} z_{k})$$

$$- qS[\alpha \int_{x_{n}}^{L_{2}} c_{n\alpha} dx - \sum_{i} q_{i} \int_{x_{n}}^{L_{2}} \phi'_{i} c_{n\alpha} dx$$

$$+ \sum_{i} \frac{\dot{q}_{i}}{V_{n}} \int_{x_{n}}^{L_{2}} \phi_{i} c_{n\alpha} dx - \frac{\dot{\theta}}{V_{n}} \int_{x_{n}}^{L_{2}} (x - x_{c}) c_{n\alpha} dx] (32)$$

剪断力と曲げモーメントは準定常値を示す軸荷重と異なり, 風のない理想的な飛しょう径路では,むしろ0に近いこと を期待するものであるから,微小量について2乗の項まで 考慮する。最終結果は以下の記号を用いて付録B.に示す。

$$S_{1}^{n} = \int_{x_{n}}^{t_{2}} m(x) dx \cdot S_{2}^{n} = \int_{x_{n}}^{t_{2}} (x - x_{c}) m(x) dx$$

$$S_{bi}^{n} = \int_{x_{n}}^{t_{2}} \phi_{i} m(x) dx \cdot S_{a}^{n} = \int_{x_{n}}^{t_{2}} c_{na} dx$$

$$S_{b}^{n} = \int_{x_{n}}^{t_{2}} (x - x_{c}) c_{na} dx \cdot S_{qi}^{n} = \int_{x_{n}}^{t_{2}} \phi'_{i} c_{na} dx$$

$$S_{qi}^{n} = \int_{x_{n}}^{t_{2}} \phi_{i} c_{na} dx$$

$$(33)$$

5.3 曲げモーメント曲げモーメントは y 軸方向を正として,

$$M_{bn} = \int_{-x_{n}}^{t_{2}} [m_{s}(x) + m'_{t}(x)](x - x_{n}) a'_{z} dx$$

$$- \sum_{k} U(\widetilde{x}_{k} - x_{n}) m_{sk} \left[2 \zeta_{sk} \omega_{sk} \dot{z}_{k} + \omega_{sk}^{2} z_{k} \right]$$

$$+ q S \left[\alpha \int_{-x_{n}}^{t_{2}} (x - x_{n}) c_{n\alpha} dx - \frac{\dot{\theta}}{V_{a}} \int_{-x_{n}}^{t_{2}} (x - x_{n})^{2} c_{n\alpha} dx \right]$$

$$- \sum_{i} q_{i} \int_{-x_{n}}^{t_{2}} (x - x_{n}) \phi'_{i} c_{n\alpha} dx$$

$$+ \sum_{i} \frac{q_{i}}{V_{a}} \int_{-x_{n}}^{t_{2}} (x - x_{n}) \phi_{i} c_{n\alpha} dx \qquad (34)$$

で表わされ、5.2 と同様に像小項の処理の後、以下の記号を用いて、結果は付録 B. に示す。

$$B_{1}^{n} = \int_{x_{n}}^{t_{2}} (x - x_{n}) m(x) dx.$$

$$B_{2}^{n} = \int_{x_{n}}^{t_{2}} (x - x_{c}) (x - x_{n}) m(x) dx$$

$$B_{bi}^{n} = \int_{x_{n}}^{t_{2}} (x - x_{n}) \phi_{i} m(x) dx$$

$$B_{a}^{n} = \int_{x_{n}}^{2} (x - x_{n}) c_{na} dx,$$

$$B_{i}^{n} = \int_{x_{n}}^{2} (x - x_{c}) (x - x_{n}) c_{na} dx$$

$$B_{qi}^{n} = \int_{x_{n}}^{2} (x - x_{n}) \phi'_{i} c_{na} dx$$

$$B_{qi}^{n} = \int_{x_{n}}^{2} (x - x_{n}) \phi'_{i} c_{na} dx$$

$$A_{qi}^{n} = \int_{x_{n}}^{2} (x - x_{n}) \phi_{i} c_{na} dx$$

$$A_{qi}^{n} = \int_{x_{n}}^{2} (x - x_{n}) \phi_{i} c_{na} dx$$

6 電子計算機プログラム

動的応答と荷重シュミレーションの電子計算機プログラムは、付録A・およびB・の式を用いて作成し、その結果は指定によりラインプリンタまたは磁気テープのいずれか、もしくは両者に出力される。磁気テープに出力されたシュミレーション結果は、別にプログラムを用意して、機体と荷重の応答および入力データ(誤りのチェックが容易)をXYプロッタに図形化出来るようにした。特に荷重に対しては、各機体位置でその絶対値の最大値と最大値を示す時刻をプリントさせた。

プログラムの適用範囲は曲げ振動モード数3以下,スロッシング・モード数4以下とし,これらのモード数は任意に指定出来るが,両モード数を0にすると剛体運動解析の場合となる。エンジンとアクチュエータの運動に対しては,(A・6),(A・7)式,もしくは24式のいずれかゞ用いられ,更に制御フィードバ系の機体横方向加速度計の使用を選択出来るようにした。

6.1 ロケット・パラメータのデータ

シュミレーションによって荷重を求める場合は、ロケッ トの運動だけを問題とする場合と異なり、各データは互に 整合するように与える。特に質量分布と空気力分布が対象 となる。例えば法線空気力について、運動方程式の積分に 用いる C_{na} と荷重計算に用いる $c_{na}(x\cdot M)$ とは,後 者の機体全体にわたる積分が前者に等しくならないと(例 えば Cna と cn との推定出所が異るようなとき)剪断力 や曲げモーメント計算は機体末尾端で誤差が大きくなる。 同様に、曲げ振動モードの計算に用いる質量分布も整合し ていなければ、33,83式の Si, Bi, は機体末端で0と なることは期待出来ない。その理由は(B・1), (B・ 2) および(B・3)の $x_n = l_1$ 機体末端(たゞしこれら の式は $x_n > 0$ で成立)では、それぞれ($A \cdot 1$), (A• 2) および(A・3) 式の運動方程式そのものを表わし、 また $x_n = l_1$ における S_{bi}^n . B_{bi}^n は曲げ振動モードの 直交関係を表わしているからである。

時間またはマッハ数に依存するロケット・バラメータは表化してデータを与え、すべて線型補間によって計算され入力される。表で与えるデータの最大数は、時間またはマッハ数に対する変化率を予想して、時間点数はほぶ10~50とし、マッハ点数はほぶ25以下とした。質量分布がよび曲げ振動モード形は機体上にほぶ60点以下で与え、空気力分布のそれは80以下にとった。また詳細な風速分布は、高度点1200点以下で表データを与える。高度によって風速データの高度間隔は異っても、20㎞高度までの詳細風速分布は、少くとも20㎜間隔では与えることが出来る。大気圧、空気密度および音速については、標準大気を表で与えるのが普通のようであるが、たまたま高精度の多項式表現が入手出来たのでこれを用いた。

離散的な点で与えられたデータの補間は、殆んどの場合、図形的にいえば折線的な直線補間を用いたが、データ内容によってはステップ状のものもあり、指令ピッチレート $\dot{\theta}_c$ 制御系ゲイン K_{ℓ} 、答は時刻に対しステップ状が普通であるのでこの方法を用い、質量分布も簡単のため区間でステップ状のデータとした。

補助プースタがあるときは、軸空気力分布については補助プースタ燃焼中、燃焼終了後の補助プースタ装着中および切離し後の3つの状態、法線空気力分布については補助プースタ装着中および切離し後の2つの状態に対してそれぞれデータ表を与えた。指定された補助プースタ燃焼終了時刻および切離し時刻によって、これらの状態を判別してデータが使いわけられる。

6.2 微分方程式の積分

連立微分方程式の解法はまるめの誤差を少くした倍精度 Runge-Kutta-Gill法の4次の公式を用いた。全飛しょう時刻経過を適当に6区分以下に分割し,各時刻区分に対して積分時間刻み,印刷および磁気テーブ出力時間刻みを与える。時間刻みは付録1.の各式の時定数および振動数を参考にして,先ず適当な小さい刻みで計算し,次に刻みを2倍にする手順を用いて積分結果に誤差の少ない出来るだけ大きい時間刻みを採用する方法をとった。

1変数の線型補間は自明のことであるから省略して、2

変数の場合,例えば C_{ni} , C_{nqi} , C_{nqi} , \cdots 等は $c_n(x\cdot M)$ と $x_c(t)$, $\phi_i(x\cdot t)$, $\phi_i(x\cdot t)$, $\phi_i(x\cdot t)$ 等のデータ表から,シュミレーションの実行が始まる前に予めサブルーチンにより,協式を用いて時間とマッハ数の2変数に対して表を作成し,積分の実行に際して時刻とマッハ数が定まれば,この表から付録($C \cdot 1$)式の補間法を用いてその時点の関数値が決定される。この方法は $\phi_i(x_i,t)$, $\phi_i'(x_i,t)$, $\phi_i'(x_i,t)$, 等に対しても同様に遂行される。

Runge-Kutta-Gill法は連立1階常微分方程式の形式で適用される。従って付録A・の(A・3)~(A・7)式において,加速度による相互カップリング項があるので,連立1次方程式を解く必要がある。解法はGausの消去法により倍精度計算で行った。

6.3 荷重の計算

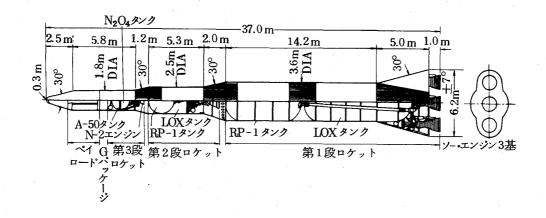
運動方程式に関する係数は、Runge-Kutta-Gill法 の時間刻み互に決定しなければならないので、出来るだけ 時間的に速く求めるため、シュミレーションに入る前に、 時間とマッハ数に対してプログラム内で表化して線型補間 によってその都度係数を決める。しかし荷重計算は一般に 実行回数が少いことと、空気力に関する係数は時間とマッ ハ数以外に荷重計算位置が加わるため,予め表化しておく のはデータ記憶容量のために多くの領域を取りすぎるよう に思われるので、指定された荷重計算時刻互にその都度(3)、 四式等の積分を遂行する方法をとった。 実際上はこのため 荷重計算に時間がか」り過ぎるきらいがあったので、荷重 計算位置と時刻とマッハ数を指定すれば、補間により直ち に荷重が求められるようにすべきかも知れない。荷重計算 はすべて単精度で行った。(23)、(33)、(33式の積分は、(15)、(16) 式と同様に、被積分項の因子が1項ないし3項含まれる。 マッハ数, 時刻, x 座標等の離散的な点に対する各項の値 が表化されたデータとして与えられると、それらの離散的 な点の中間は直線近似するから,被積分項が1項のときは 台形公式で求積し、多項の時は付録C.Ⅱの如き方式で積 分計算を行う。付録C・Ⅱでは被積分因子が3項の場合の 例をあげたが、2項の場合もこれに準ずる。

7 解析プログラムの適用例と結果

シュミレーション計算適用例はSS-3 ロケットについて行った。CO ロケットの諸元と概略図はFig. 7^{14} に示した。

7.1 **質量**, 曲げ振動およびスロッシングモード特性値 発射時のロケット重量分布の推定値をFig.8 に示した。 Fig.7 の推進薬流量を時間に対して一定として, ロケッ

トの全質量,慣性モーメントおよび重心位置座標の時間に対する変化をFig.9 に示す。構造の中心線のたわみは自由一自由単純棒状モードの最初の3つの重ね合せによって表わされると仮定した。一般質量はFig.10に,固有振動数はFig.11に,モード形とモード・スロープはそれぞれFig.12、Fig.13に示す。モード形はジンバル点を常に1.0になるよう規準化した。すなわち $\phi_i(0,t)=1.0$ である。また,スロッシングに対しては1 段のLOX とR



全 体	第 1 段				
発射時重量	173.1 t	全 重 量	145.5 t	燃料 タンク 容 積	53 m ³
全 長	37.0 m	構造係数	0.073	エンジン	Thor 3基
最大直径	3.6 m	推楽重量	135t	推力(海面)	$77 \times 3 t = 231 t$
フレヤ部長径	6.2 m	0/F	2.15	推力(真空)	$88 \times 3t = 264t$
推力・重量比(初期)	1.34	酸化剤	LOX	比推力(海面)	248sec
ペイロード(アポジモータ含む)	0.974 t	酸化剤重量	92t	比推力(真空)	285sec
グロウス・ファクタ	178	酸化剤タンク容積	83 m³	全力積(海面)	33.489 t/sec
長さ・直径比	10.3	燃料	RP - 1	全推薬流量	1.02t/sec
		燃料重量	43 t	燃焼時間	133sec
第 2 段		第 3 段			段
全 重 量 22.92t 燃料タ 容	積 8.2m	全 重 量	3.78 t	燃料 タンク 容 積	1.2 m ³
構造係数 0.090 エンシ	ン ポンプ式一基	構造係数	0.11	エンジン	N-2 1基
推 薬 重 量 280t 推力(真	空) 30t	推薬重量	3.36 t	推力(真空)	5.6 t
O/F 2.15 比推力(j	空) 285sec	O/F	2.0	比推力(真空)	290sec
酸化剤LOX全力積(真	空) 5,930 t/sec	酸化剤	N ₂ O ₄	全力積(真空)	974t/sec
酸化剤重量 14.2t 全推薬	元量 0.105 t∕sec	酸化剤重量	2.2 t	全推薬流量	19.3kg/sec
酸化剤タ 12.5 m³ 燃焼 民ンク容積 12.5 m³	;間 197sec	酸化剤タンク容積	1.53 m ³	燃焼時間	174sec
燃 料 RP-1		燃 料	A 50		
燃料重量 6.6t		燃料重量	1.1 t		

Fig.7 SS-3型ロケット諸元と概略図 (ref.14) section 2)

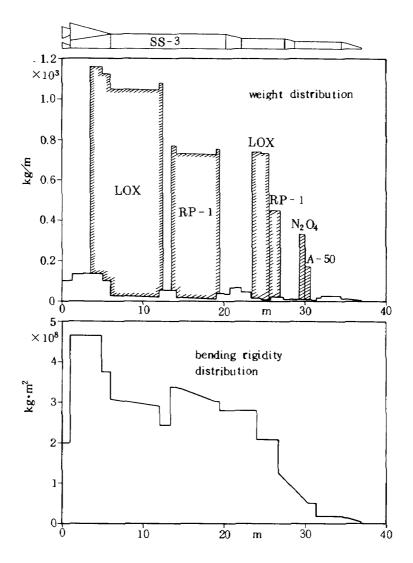


Fig. 8 Weight and bending rigidity distributions

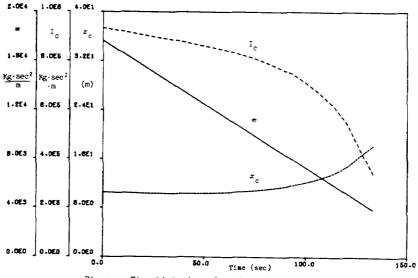
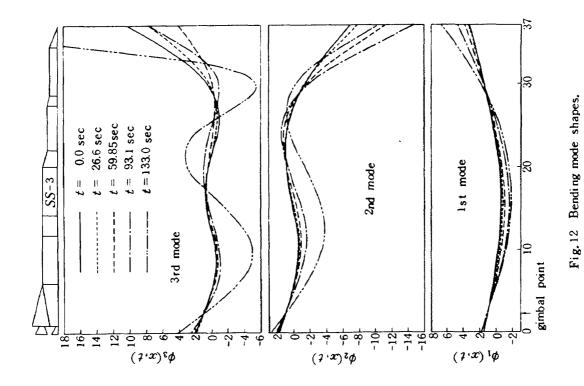
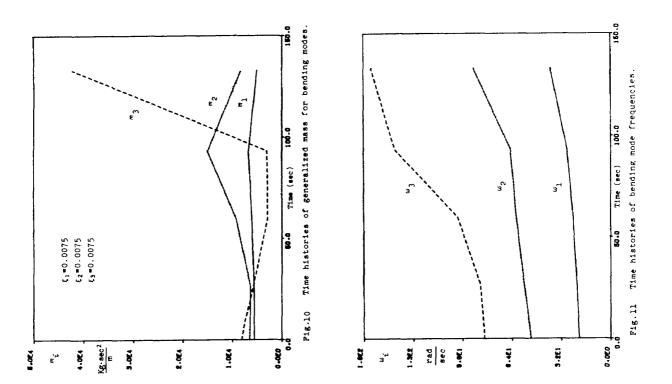


Fig. 9 Time histories of center of mass location, mass moment of inertia, and total vehicle mass.





P-1タンクの1次モードだけを考慮に入れた。Fig.14にはスロッシング質量、Fig.15にはその固有振動数、さらにFig.16にはスロッシング質量の位置をx座標で示し、これらの時刻に対する変化を図示した。スロッシング振動

数は地上1gの状態の値と,飛しょう中に機体軸加速度を 受けた場合のシュミレーション結果も同時に示した。以上 の曲げ振動,スロッシングおよび全質量のデータは,離散 的な時刻点で計算されて用いるので,図中の線図が折線的

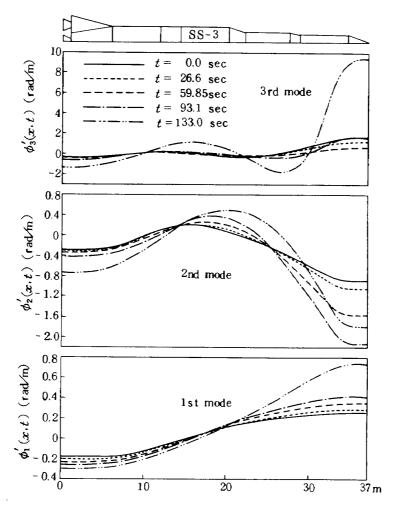
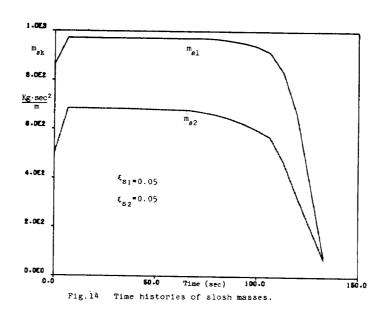


Fig. 13 Bending mode slopes.

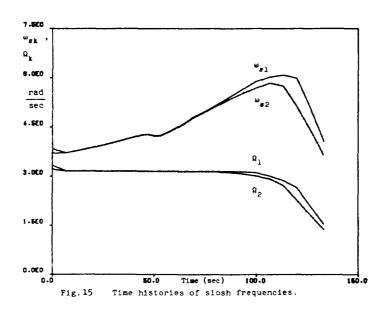


になっているのは、折点でデータが計算されたためである。 質量分布とスロッシング・パラメータは20, 曲げ振動特 性値は 5 時刻点で初段飛しょう中を代表させた。たゞし滅 衰比は両者とも時刻に対して不変とした。

4.0E1

7.2 空気力学的データ

空気力関係のデータは文献14)の圧力分布と法線空力荷 重分布の推定計算値を基にして, $c_{a}(x \cdot M)$ と $c_{na}(x \cdot M)$ M) を算出した。 Fig.17, Fig.18 に圧力分布と空力荷



 $\tilde{x}_{\mathbf{k}}$ 3.261 (m)

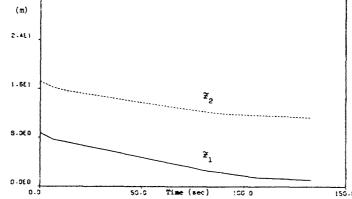
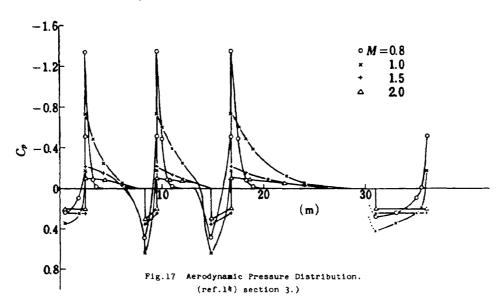


Fig. 16 Time histories of slosh mass locations.



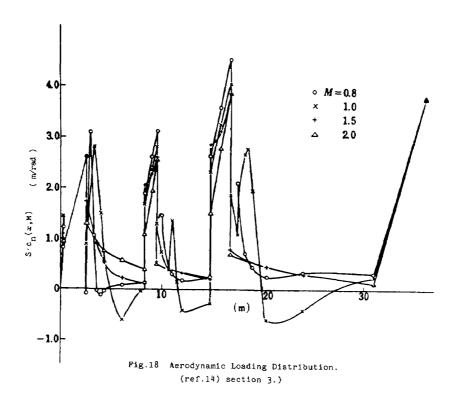
7.3 制御関係データ

制御関係のデータは文献14)の第5,6章および文献15)を全面的に採用した。たゞしエンジン・アクチュエータ特性値には多少の相異がある。Table 1には,エンジン・アクチュエータ関係の特性値(付録F.参照)を,Table 2にはフィードバック・ゲインと検出器位置を示す。また

Table 1. Engine and Actuator Characteristics

A_c (m ²)	1.116×2	b_{a1}	1.25
A_f (m ²)	1.116	b _{a0} (1/sec)	1 6 .0
S_e (kg·sec²)	63.1×2	b_1	-0.25
$I_{\epsilon}(\text{kg·m·sec}^2)$	86.34×2	b ₀ (1/sec)	-5 .0
$\omega_e(\text{rad/sec})$	59.45	$K_c(1/\text{sec})$	11.0
ζe	0.089		

Combined equation of motion for engine and actuator $\ddot{\delta} + 23.43 \, \ddot{\delta} + 2964.0 \, \dot{\delta} + 31049.7 \, \delta$ $= 31106.2 \, \delta_c - 0.0116 \, (\dot{T}_L + 12.8 \, T_L)$



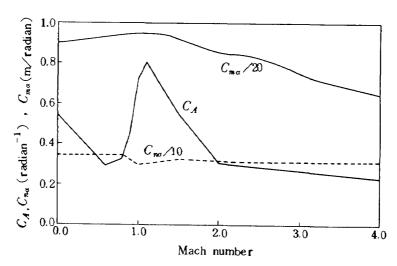
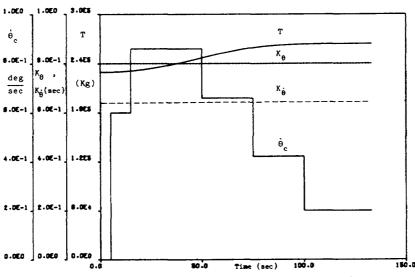


Fig. 19 Aerodynamic data

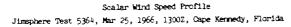
Fig.20には総推力、ピッチレート、 K_{\bullet} 、 K_{\bullet} の時刻に対する変化を図示する。文献 15) には制御方式について種々検討されているが、これらのうち $K_{\bullet}=0.8$, $K_{\bullet}=0.6$ 4 sec を採用した。

Table 2. Control Feedback Gains and Sensor Positions

Κ,	0.8	x_{i} (m)	29.2
K; (sec)	0.64	x; (m)	1 0.6 8



Pig.20 Thrust, gyro feedback gains, and pitch command rate versus flight time.



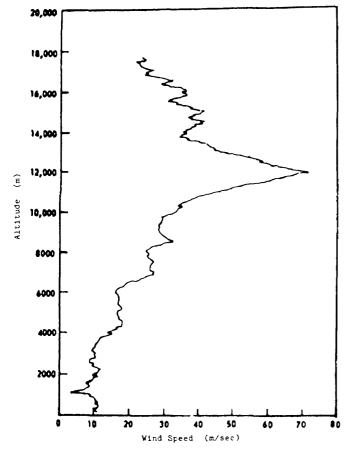


Fig.21 Wind Speed Profile (I) ((ref.16) figure 5.3.17)

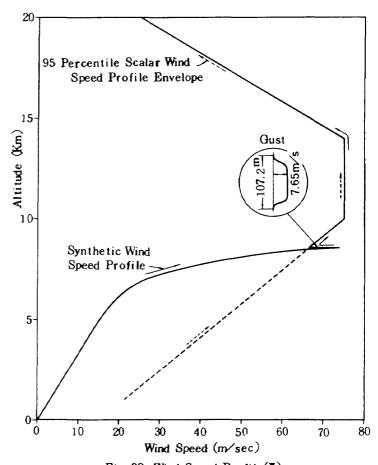


Fig. 22 Wind Speed Profile(II)

(Synthetic Wind Speed Profile)

7.4 風速プロフィール

風速プロフィールとして、文献16)に示されている詳細なプロフィールの一例を採用し、これをFig.21 (Wind Speed Profile(I))と名づけることにする)に示す。この風速分布は分解能のすぐれた FPS-16R adar/Jimsphereによって測定されたものである。この装置では風速ベクトルが測定出来るが、この場合スカラー量のみが線図化されている。測定日付が3月であることから、簡単のため水平西風として採用する。打上げを真東とするとこれは追風となる。風速分布のシュミレーションへの入力は、磁気テープも使用されるが、ここでは、Fig.21より任意に細かく分割した高度点の風速を読み取って、データとして入力した。分割した高度点間の風速は直線補間される。

7.5 動的応答シュミレーションと結果

使用した電子計算機はFACOM230-75である。曲 げ振動等を考慮すると計算機のCPU時間が多くかよる難 点があり、従ってCPU時間が常に問題となっているので、最初に今回の計算に対するCPU時間についてつけ加える。曲 げ振動モード3個、スロッシングモード2個を考慮して付録 A・式を用いた時、Runge-Kutta-Gill法の時間刻み 10⁴ 回の運動方程式の積分だけでほご210秒、一荷重点について荷重だけの計算では平均して 10⁴ 回でほご550秒(機体の部分によって所要時間は異るが平均して)、つぎに運動の多くの状態量と荷重値を10⁴ 回磁気テーブに出力するのにほご30秒要した。スロッシングのない剛体機体では10⁴ 回の計算として、運動方程式の計

Table 3. A Example of Time Intervals for Runge-Kutta-Gill's Method and Total CPU Time

Flight Time	Integration Interval	Loads Calculation Interval	Total (OPU Ti	me
(sec)	(sec)	(sec)	(min)		
0.0~2 5.0	0.008	0.0 2 4	Number of		
25.0~60.0	0.008	0.0 1 6	Load Calculating Points		
6 0.0~9 0.0	0.006	0.006	0	5	20
9 0.0~133.0	0.0 0 5	0.5	7 .7	4 5.8	1 5 8.0

number of bending modes = 3number of slosh masses = 2 wind speed profile(I)

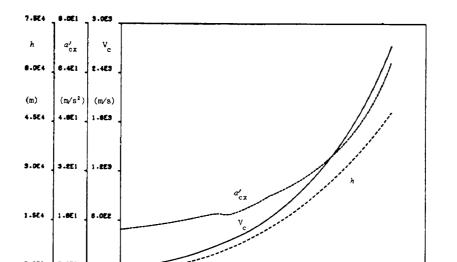


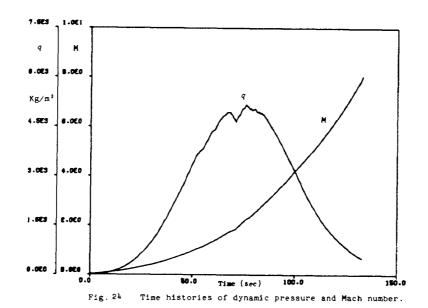
Fig.23 Time histories of altitude, axial acceleration, and velocity.

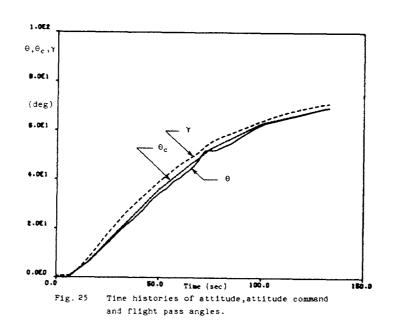
100.0

算だけでほぶ70秒,荷重だけの計算でほぶ150秒要した。CPU時間を短縮するために,6・2節で述べたように飛しょう時刻を区分して,積分刻みと荷重計算時間間隔をそれぞれ独立に租密にとるようにした。すなわち荷重計算が重要でない時刻では,その間隔を粗くとり,最大荷重だけが必要な時は他のすべての出力を行はないようにした。積分刻み,荷重計算刻みおよび全CPU時間の例をTable 3.にかいげる。

軌道 高度,重心速度,機軸方向等価重心加速度はFig. 23 K, マッパ数と動圧の時間変化はFig. 24K元す。t = 7 0 秒当りで qが不規則な変化を示すのは,もし風がなければq はこの附近でなだらかな極大値をとるが, V_W の急激な変化とそれによって生ずる V_{cz} の変化とによって

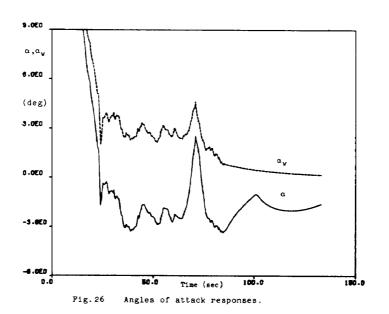
生ずる。Fig.25には、姿勢角 θ ・ピッチ指令角 θ 。および径路角Tの比較を行う。風のため θ と θ 。は最大2.5°程度の差異を示しても、燃焼終了時には殆んど一致する。しかしTと θ 。の差はこの燃焼終了時点でも残っている。つぎに、迎角 α と α をFig.26に示す。 α $-\alpha$ は近似的に機軸に垂直方向の速度成分による迎角であるから、この速度成分は常に負であり、大きいシャー層のためこの値は正方向に急速に増大し、シャー層の反転で急速に減少している。角加速度 θ と重力加速度も含めたz方向の等価加速度 α'_{cz} は、Fig.27に見られるような応答を示す。 α'_{cz} は、Fig.27に見られるような応答を示す。 α'_{cz} ともに、 α'_{cz} 、 θ の変化は、並進運動と回転運動の慣性力による荷重と重力を含めた荷重の推移を推測するためにかゝげた。 θ の変動は激しいが値としては微小で





ある。この激しい変動は、主にタービュランスの影響と考えられる。このロケットの場合、ビッチ・プログラムは無風時の重力ターンの実現を目ざしているので、これが実現されていると $a'_{cz} \approx 0$ となるが、この条件は風のために可成り乱されている。

ジンバルエンジン,曲げ振動,スロッシンクの応答 ジンバルエンジンふれ角 & は Fig. 28 に示すように,と の風速プロフィールでは最大ほご 1.4° に達している。こ れは高度 1 2 km 附近の風のピーク層を通過する以前に,ほ は t = 6 0 秒で実現している。鋭いシャー層のために負の 方向に & が急速に増大しても,結果として絶対値は 1.4° を越さないで,ほご t = 7 0 秒において 1.2° で極値をと っている。ピッチプログラムのピッチレート変化時刻 t =



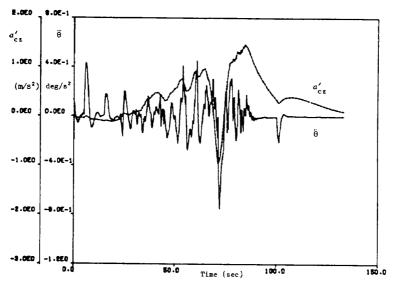
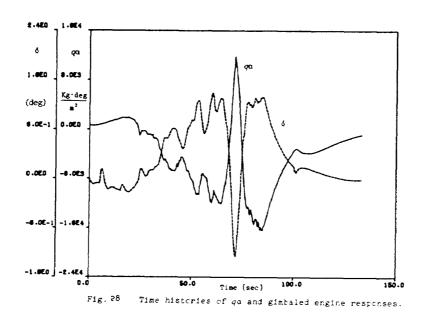


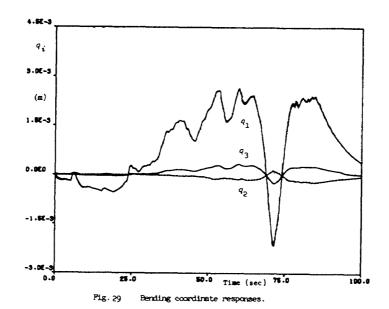
Fig. 27 Transverse and angular acceleration responses.

この理由は,($A \cdot 5$)式右辺の $-\dot{V}_{cz} + \dot{\theta}V_{cx} - g_s$ $\sin \theta$ が他の項に比してはるかに大きいためで,ほ st=100 秒までの間 $x_1-x_c<0$, $x_2-x_c>0$ であるが, $\ddot{\theta}$ が小さい値のためこの $\ddot{\theta}$ の項は殆んど影響していない。 荷重応答

荷重計算点はFig.44の上部ロケット外観図に矢印で示した番号点で計算した。たゞし,軸荷重については,各推進薬タンクの下方鏡板部と円筒外板の結合部($x_n=x_2$, x_6 , x_{10} , x_{11} , x_{14}) では,結合点に接した上方 x_n^* と下方 x_n^* の両者を計算した。推進薬による軸力の急変が結合点で予想されるからである。Fig.31の軸荷重推移では,($B \cdot 1$)式で内圧による項を考えないで計算し,また, F_{a2} , F_{a6} はそれぞれ x_2^* , x_6^* を示した。準

定常的な軸加速度変化のために、軸荷重は機体のいずれの点でも準定常変化を示している。たゞし各機体点における軸荷重増加の様子は可成り異る。例えば、t=0の軸荷重に対する t=1 3 3 秒の荷重比は、 x_2 , x_4 , x_6 , x_9 , x_{12} , x_{15} でそれぞれ1.03 , 2.18 , 2.11 , 5.22 5.23 , 5.38 となり、 x_6 以下の機体点では推進業重量の減少が大きく影響していることを示している。荷重の増加比ばかりでなく、増加の状態も機体点により異る様子がみられる。 $|F_{a15}|$ では t=4 5 秒当りから急増し、その後殆んど不変であるのは、この当りから空気抗力の急増とその後の減少が a'_{cx} の緩やかな増加を補い、空気抗力の大きい寄与を示している。また $|F_{a2}|$ は a'_{cx} 増加と推進薬の減少が拮抗し、ほゞ t=5 0 秒当りの a'_{cx} の平





担(Fig.23)による軸荷重の減少を、空気抗力の増加が補い切れなくて極小値を示しており、なお t=95秒当りで $|F_{a2}|$ が最大値を示すことは注目される。

曲げモーメント応答はFig.32に示す。機体の場所による曲げモーメント応答の傾向は類似している。 t=70 sec において,(B・3)式の各項の係数の大きさをしらべると,例えば $x=x_6$ の機体部分で, B_1^6 , B_2^6 , B_{b1}^6 , B_{b2}^6 , B_{b3}^6 , $U(\widetilde{x}_1-x_6)m_{*1}(\widetilde{x}_1-x_6)$, $U(\widetilde{x}_2-x_7)m_{*2}(\widetilde{x}_2-x_6)$, SB_a^6 の値は,それぞれ,ほ、 3.6×10^4 , 4.5×10^5 , 1.6×10^4 , 4.0×10^3 , -1.0×10^3 , 6.8×10^2 , 2.5×10^2 で時間的にゆっくり変化する。Fig.27,Fig.28,Fig.D-7,Fig.D-8の a_{c2}' 、 $\ddot{\theta}$, $q\alpha$ 、 \ddot{q}_i 、 \ddot{z}_i の応答を考慮すると,(B・3)の右辺第一項と $qSaB_a^6$ とが主に寄与し,t=70 secの前後では後者の

絶対値の方が大きいので結局曲げモーメント応答の有様は、Fig.28の $q\alpha$ の変化に酷似しているのが見られる。一方、曲げモーメント係数(付録D.)から考察すると、 M_a 、 M_a を含む項が卓越するから、曲げモーメントは $M_a\delta$ + $M_a'\alpha$ と近似的に表わされ、Fig.28の $q\alpha$ と δ の応答が符号を除いて酷似していることにより、結局曲げモーメント応答が $q\alpha$ のそれに似たものとなる。

つぎに、剪断力応答をFig.33に示す。曲げモーメントは機体の中央部近くに最大モーメントが作用するが、Fig 32 に見られるように剪断力は中央部で小さく、機体両端部で大きくて(Fig.45も参照)符号は反転している。応答の状態は曲げモーメントと同じく、 qa あるいは、符号は別にして、δ の応答に似ている。

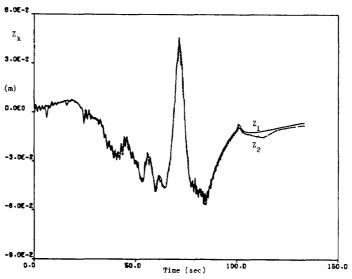
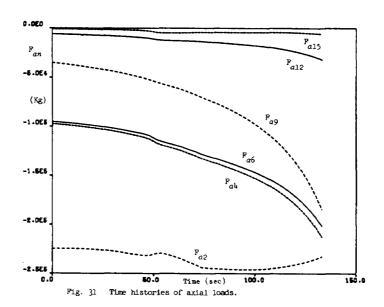
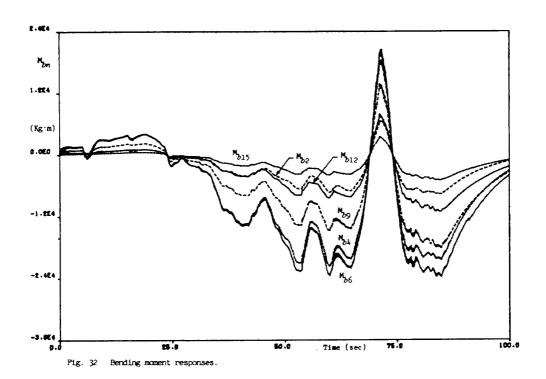


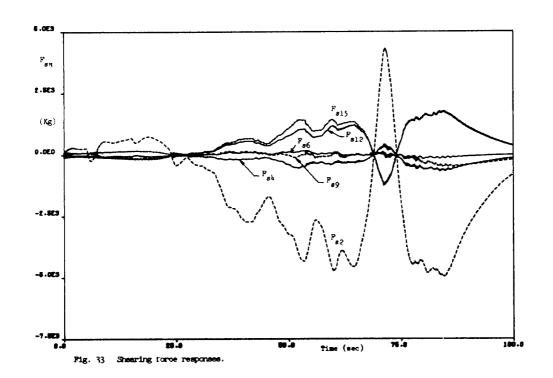
Fig. 30 Slosh coordinate responses.



8 機体曲げおよびスロッシングの動的 荷重におよぼす影響の一考察例

機体の横曲げとスロッシングの考慮の有無によって生ずる, 荷重と応答解析の定量的な差異は、機体の形状,空力的特性,軌道要素,質量と剛性分布および制御系特性等の多く の要因により複雑で,一般的な論議はまだ不充分なように 思われる。この節では、機体の一例としてSS-3に対し て、これらの影響の比較をピッチ面内の運動に対して行ってみた。この際外乱として風をどのように選ぶから問題となる。風の重要な特質としては、風速とその高度による変化であり、これを定常風とタービュランスあるいは突風に分けて通常考えられる¹⁶。機体曲げとスロッシングは、制御系を考え合わせるとタービュランスあるいは突風によって、その特質が具現されると考えられるが、今回はdcterministicな解析を扱うので、入力風として最大荷重を





与える合成プロフィール 18) を用いる。すなわち,予備設計の荷重推定に使用される合風成プロフィールに対して比較を行う。

風速プロフィールと風速変化の両エンベロープの我が国における測定は未だ不充分のため、米国Cape Kennedyの95%スカラ風速と射場によらない99%風速変化のエンベロープ、および突風を用いる。この際シャー風と突風の相関が考慮された値を用いる¹⁶⁾。いま打上げ方位を特定しないとし、追い風よりも荷重の大きい向い風とする。合成風プロフィールは、reference height を高度 0.8 km から11.5 km まで 0.5 km ごとにとり、最大シャー点に突風を加えて作成し、これらのうち最大荷重を与えた 8.5 km の reference height のプロフィール(Wind Speed Profile(II) と名づける)を採用し、Fig.22に示す。文献

16) では高度に対して平担な風速エンベロープ上に refesence heightをとり、"worst on worst" ケースとして最大風速で最大シャー点に突風を加える事情が示されており、他の reference height では不分明であるが、ここでは高度に対して風速が平担でない点では最大シャー点で突風を加えた。

このようなクリティカルな合成風を用いて、機体曲げと スロッシングの影響が、文献8)、19)においてもなされているが、ロケット互に諸項目が異なり一般的な結果とは考えられないので、ここでも検討して参考に供する。

Fig.34~36 には、 a'_{cx} 、h, V_c , q, M, θ , γ 等の 軌道要素の比較を示した。これらには計算法または機体の 剛体あるいは弾性体およびスロッシングの有無による相互 の差異は、当然のことながら、見出せない。たゞ同図に、

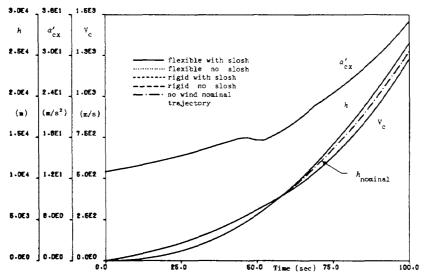
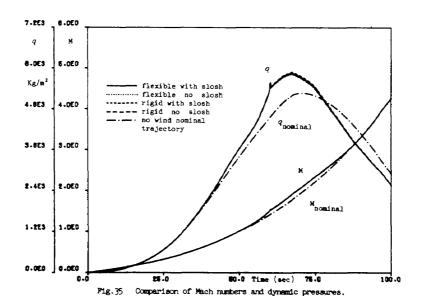


Fig. 34 Comparison of altitudes, axial accelerations, and velosities.



無風時の規準軌道の動圧、マッへ数および高度の値を併記 して比較したが、perturbation法による解においては、 応答と荷重に誤差を与えることが予想される。 Fig.37~40 には α , θ , a'_{cz} , δ , 等の応答を,機体の剛体あるいは弾性体に対してスロッシングの有無を考慮した 4 つの場合について比較した。 9+-層に続くgust

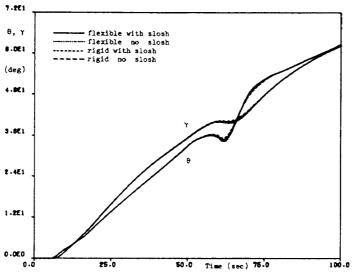


Fig. 36 Comparison of attitude and flight angles.

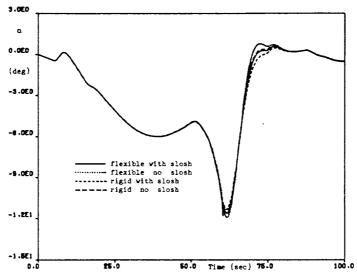


Fig. 37 Comparison of angles of attack.

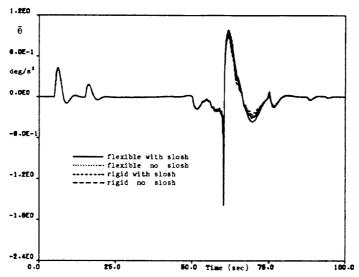


Fig. 38 Comparison of angular accelerations.

の通過時とその後の反転応答を比較すると、これらの量の 応答のいずれの場合も、スロッシングのない弾性体の応答 量が最も大きく、スロッシングのある剛体の応答量が最も 小さいという傾向が見られる。これらの中間に, スロッシングのある弾性体とスロッシングのない剛体応答量がこの順についくと見られる。この応答の傾向は必ずしも一般的

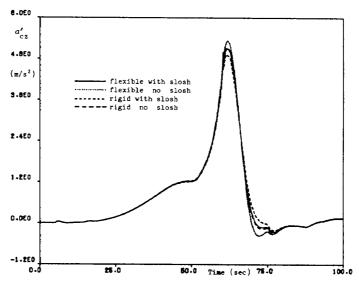


Fig. 39 Comparison of transverse accelerations.

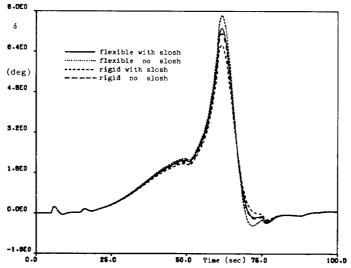


Fig. 40 Comparison of engin deflection angles.

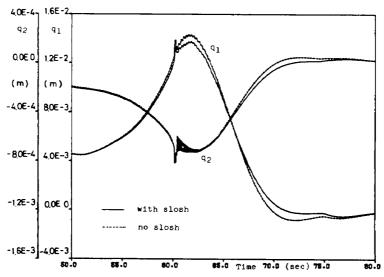


Fig. 41 Bending displacement.

ではなく、ロケット機体の特性や制御法則および制御定数等によって異るように思われる。例えば文献 19) ではスロッシングのない剛体機体でエンジンのふれ角が最大であるとか示され(Saturn I)でいる。スロッシングがあるときは剛体、弾性体機体のいずれの場合でも、スロッシングのないときに比べて、応答量が小さく表われているのは、スロッシング減衰比は可成り大きくとってあり、かつスロッシングに対して系は安定であるため、一種の動制振器のような役割を果たしているのかも知れない。尚、δについては最大8°近くに達することは、制限ふれ角±5°とすると過大となる。この最大の原因は空力的圧力中心から重心までの距離が大きすぎることである。また Fig. 37, 40をみると αとδに対して、弾性体と剛体で差異がみとめられることは、モーメント係数で考えるとき留意すべきことである。

Fig.41と42にはスロッシングの有無に対する曲げ変位と、剛体と弾性体に対するスロッシング変位の応答の比較を行う。曲げ変位はスロッシングのない場合の応答量の方が大きく、スロッシング変位は弾性体の場合は剛体より大きい応答を示している。

Fig. 43には、ロケット機体の中央部と両端近傍の剪断力 および曲げモーメント応答を比較した。これらの場所における剪断力 および曲げモーメントについて4つの計算ケース相互間を比較すると、 α 、 δ 、 a'_{cz} によく類似している。これは風速が定常的であり、過渡応答が現われにくいことに起因するように思われる。たゞ F_{s6} は剪断力として非常に小さい機体位置であるから可成り異った様相を示す。 Fig. 44、45に wind speed profile (II) による最大荷重を各機体位置に対して、前述の4つの場合について比較した。これらの図には、図の上方のロケット概略

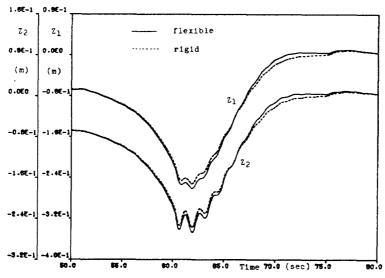


Fig. 42 Sloshing displacement.

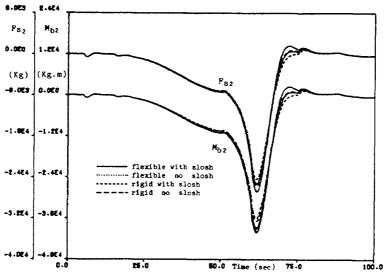
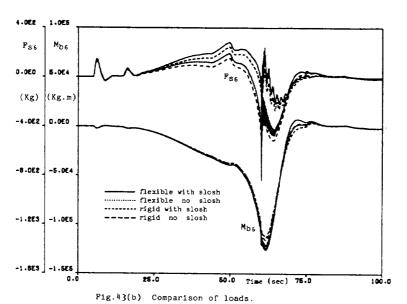
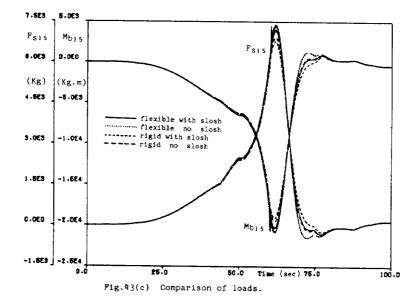


Fig. 43(a) Comparison of loads.

図の矢印番号点で計算した荷重を折線でつないだ。曲げモーメントでは、スロッシングの有無の影響は小さく、機体が剛体であるか弾性体であるかによる差異が機体各場所で現われている。 $x=x_0$ では、この附近で曲げモーメントが最大となるが、スロッシングのない剛体機体に対して、スロッシングのある弾性機体の曲げモーメントは、ほご10多大きい。この差異は機体の位置によって殆んど変らない。文献18)によれば、解析法は我々の場合とは異るが、機体曲げの曲げモーメントへの影響をSaturn V について計算した結果によると、ノーズ側に単調に著しく影響は増大し、剛体機体に対してノーズ端でほご100多にも達する。今回の傾向と異る理由は、特にSaturn V は最大動圧近くで空力中心が重心に近く、可成り剛体荷重が小さいこと、曲げ振動数が低くタービュランスに励振されやすいこと、

まよびノーズ部が細くて、振動モード変位がこの部分で大きいこと等によるものと思われる。Wind Speed Profile (II)による機体位置に対する曲げモーメントの最大は機体中央のやゝ後方の一点であるが、剪断力は機体前後部と中央部の三個所で見出される(Fig.45)。曲げモーメントや剪断力が飛しょう中に最大に達する時刻は、機体の位置によって多少異るが、Fig.44と45の機体位置による変化を一見するとき、 $d\left[\max|M_{bn}|\right]/dx_n$ はほゞ $\max|F_{sn}|$ の機体位置による変化と符合しているのが見られる。Fig.45 の剪断力については、尾部と剪断力の小さい所を除いて、スロッシングの有無にからわらずほゞ弾性体では剛体に対して75程大きい値を与えている。しかし尾部近くでは、スロッシングのある弾性体はスロッシングのない剛体より大きい剪断力となっているが、この理由は分らない。





9 SS-3の最大飛しょう荷重 についての二三の結果

動力飛しょう中に機体構造には、軸力、曲げモーメント 剪断力、捩りモーメント、内圧その他熱等の荷重をうける。 構造設計には、これらの荷重の組合わせを考慮するのが普通で、飛しょう中の重要と考えられるいくつかの時刻点で検討される。ここでは、この報告の標題に多少もとるかも知れないが、合成風によって得られるSS-3の最大荷重(ビッチ面内運動とヨー面内運動の両者を計算したが、ピ

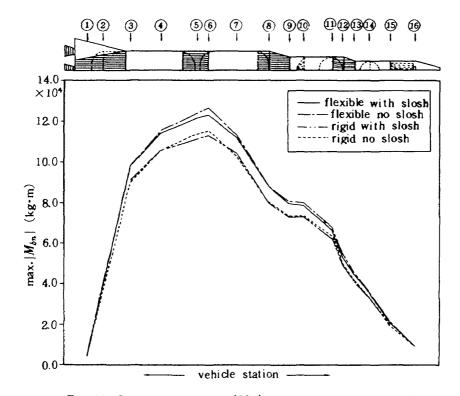


Fig. 44 Comparison of max- $|M_{bn}|$ for synthetic wind profile,

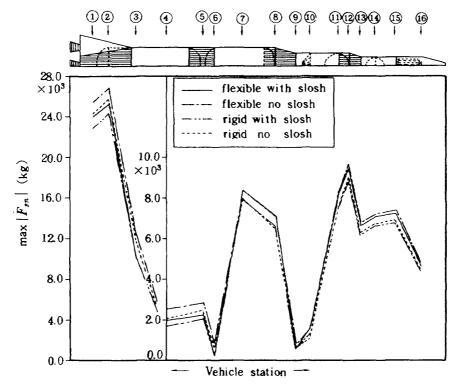


Fig. 45 Comparison of max. $|F_{*n}|$ for synthetic wind profile.

ッチ面内運動の場合の方がや \ 大きい最大荷重を得た)に ついて二三の結果を付記する。

Fig.44, 45 には合成風による曲げモーメントと剪断 力の最大値の機体に対する分布を示したが、これらの荷重 の最大値に達する時刻を示すとFig.50のようになる。通 常大気中の飛しょう時におけるcritical condition として, 発射時と分離時以外では, 最大空力荷重時, 最大 軸加速度時および空力加熱の最大時刻等の特定時刻が考慮 の対象となる。空力加熱は考察の対象外としてFig.50は ほゞこの事情に合致しているが、軸圧縮荷重は機体の末端 部近くで,最大動圧時と燃焼終了時の中間近くで最大とな っている。この理由は、軸加速度の増大とLOXおよびR P-1の減少が見合って、この時刻で最大値を示すものと 思われる。しかしLOXタンク底部鏡板よりノーズ側では、 最大加速度時に軸荷重は最大となっている。曲げモーメン トと剪断力は,ほゞ最大 qα 時に最大値に達しており.機 体の部分によっては、 gα の最大時の寸前に最大値をとる 部分もあるが、定量的にも無視出来る。尚、最大 qa はS S-3の場合最大動圧よりほゞ5秒以前に表われている。 従って最大動圧,最大軸加速度以外の時刻点においても. critical な荷重条件の存在を暗示している。このこと は次にのべる全単位圧縮荷重についてもいえる。

ロケット機体の主要構造については、先ず圧縮荷重による座屈強度が第一に重要な考慮の対象となる。従って、文献 18) に示されている全単位圧縮荷重あるいは全単位引張荷重(付録E.)は、とのような目的には簡単で有用な荷

重指標を示すものと思われる。Fig.51にはシュミレーションによって得た $|N_{cn}|$, N_{tn} の最大値を機体軸位置に対して図示したものである。たゞし内圧による P_n を含む項は除外した。また, N_{tn} は正値をとる場合のみを記入した。LOX, RP-1のタンク側壁部は内圧のために, $|N_{cn}|$ は図の値よりはるかに小さく, N_{tn} ははるかに大となるが内圧については不明のため考慮しなかった。

に大となるが内圧については不明のため考慮しなかった。 |Non| は機体軸にそって数個所で極大値が存在すると いう特徴がみられる。殊化、 $x_9 \sim x_{10}$ の機体部分(与田 されていない)はLOXタンク底部鏡板下方とほゞ同一の $|N_{cn}|$ 値になっているのは注目される。また、 N_{tn} は機体先端に近い x13あたりで最大の値を示し、 x4 から 末端に向っては負値にとどまっている。機体のノーズに近 い部分では、曲げモーメントのために軸圧縮力を打消して 大きい引張力が作用しているのが注目される。 N_{tn} の最大値を示す飛しょう時刻は、Fig.50に示した。 殆んどの機体部分では qlpha の最大時刻で $|N_{cn}|$, N_{tn} が最大となるが、 $|N_{cn}|$ については x_1, x_2, x_7, x_8 部分でほゞ95秒あるいは燃焼終了時刻に最も苛酷となっ ている。 x_2 ではLOXタンク下方鏡板と円筒とのつぎ目 のすぐ上方では,燃焼終了時刻に $|N_{cn}|$ が最大となっ ているのに反して、下方部では qα の最大時に最大値を示 している。これらの事情から、機体の部分によって critical な荷重を示す飛しょう時刻が異ることが汲み取れ る。以上の如く, M_{bn} ばかりでなく N_{cn} N_{tn} 等のシ ュミレーションの効果的なことが認識される。

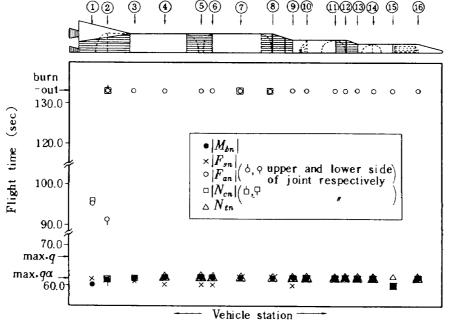


Fig. 46 The flight time at maximum $|M_{bn}|$, $|F_{sn}|$, $|F_{an}|$, $|N_{cn}|$, N_{tn} . (At stations 2.6.10.11 and 14. some loads were calculated on both just upper and lower side of joint between bulkhead and cylinder.)

10 結 び

大気中を飛しょりするロケットの運動とそれによって生ずる曲げモーメントと剪断力シュミレーション・プログラムを開発した。運動方程式としては機体曲げとスロッシングを考慮した時変数係数の非線型方程式を用いた。電子計算機プログラムによる解析手法に言及した後, 先ず計算適用例としてモデル機体につき, 詳細な実測風速プロフィールに対する運動と荷重シュミレーションを行い, その結果と考察を行った。

またこの解析法を用い荷重最大の合成風によって,機体曲げとスロッシングの考慮の有無に対する動的荷重の影響例を検討し,更にシステム・スタディの対象となったSS-3の最大飛しょう荷重について得られた二三の結果を付記した。

本研究によって得られた結果を概括すると以下の通りで ある。

(1) 従来の解析手法に比して、簡略化の仮定をさけるよう試みたので、計算精度はよいものと考えられる。従って種々の簡略化解析法とその改良に対する評価基準(この研究開発の目標の一つでもある)に役立つと思われる。この改良は今後の課題である。

- (2) 曲げ弾性を考慮した非線型運動方程式による動的応答と荷重シュミレーションの最大の難点は、Table 3の如く、計算時間が多くかよるととであり、今回の解析プログラムも、このまとでは風のプロフィールの多くのサンプルを用いる荷重算定解析法には適さないであろう。併し合成風プロフィールを用いた設計荷重や制御系の検証、発射待期時の測定風を用いた機体荷重(曲げ振動の次数を減らしたり、クリティカルを機体点を数点にしぼれば)および制御系の応答計算による"go"の決定、および飛しょう後の詳細な風速プロフィールを用いたこれらの評価には利用出来る。
- (3) 機体の曲げとスロッシングの考慮の有無による解析結果の差異を、合成風プロフィールを用いて、モデル機体 SS-3について比較を行った。その結果によれば、(i)迎え角、重心横加速度、エンジンふれ角いずれも、スロッシングを考慮しない弾性機体で最大の応答量を示し、スロッシングを考慮した剛体機体で最小であった。(ii)曲げモーメント、剪断力のスロッシングに対する影響は小さい。(iii)機体の曲げの荷重に対する影響はほど機体の場所によって変らず7~10多大きい。(V)剛体と弾性体解析に対して、迎角、エンジンふれ角に差異が生ずることは留意すべきである。特にモーメント係数等を用いて曲げモーメントを推定

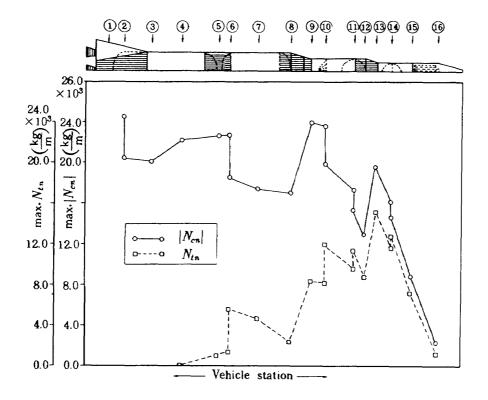


Fig. 47 Maximum $|N_{cn}|$, N_{tn} for synthetic wind profile.

するとき。(V)(i),(ii)等はロケット(例サターン I,V)に 種荷重に対しても機体の部分によって,異った時刻でクリ

射時,最大動圧,最大加速度時以外にも存在し、また同一 考えられる。

よって異るが、(ii)、(v)等は一般的のように思われる。 ティカルになることを留意する必要がある。これらの判断 (4) クリティカルな荷重はSS-3の例から考えて,発 に M_{bn} 以外に N_{cn} , N_{tn} のシュミレーションが有効と

付録A ロケット運動方程式の総括

並進運動

$$\begin{split} m(\dot{V}_{cx} + \dot{\theta}V_{cz}) &= T - qSC_A - mg_* \cos\theta & \text{(A·1)} \\ m(\dot{V}_{cz} - \dot{\theta}V_{cx}) &= T\sum_i \phi_i'(0,t)q_i + T_c \delta - qS(C_{na}\alpha) \\ &- C_{n\dot{\theta}} \dot{\theta} / V_a - \sum_i \left\{ C_{nq_i} q_i - C_{n\dot{q}i} \dot{q}_i / V_a \right\} \\ &- mg_* \sin\theta & \text{(A·2)} \end{split}$$

回転運動

$$\begin{split} I_c \ddot{\theta} &= \sum_{k} m_{sk} (\widetilde{x}_k - x_c) \ddot{z}_k + (S_o x_c + I_e) \ddot{\delta} \\ &+ T (\sum_{i} \left\{ \phi_i(0, t) q_i + x_c \phi_i'(0, t) q_i \right\} - z_c) \\ &+ T_c x_c \delta + q S (C_{m_a} \alpha - C_{m_b} \dot{\theta} / V_a) \\ &- \sum_{i} \left\{ C_{mqi} q_i - C_{m\dot{q}i} \dot{q}_i / V_a \right\} \end{split} \tag{A-3}$$

曲げ振動

$$m_{i} \ddot{q}_{i} + 2 m_{i} \zeta_{i} \omega_{i} \dot{q}_{i} + m_{i} \omega_{i}^{2} q_{i} = -\sum_{k} m_{sk} \ddot{z}_{k} \phi_{i} (\widetilde{x}_{k}, t)$$

$$+ \left[S_{\epsilon} \phi_{i}(0, t) - I_{\epsilon} \phi_{i}'(0, t) \right] \ddot{\delta} + \left[T \sum_{j} \phi_{j}'(0, t) q_{j} \right]$$

$$+ T_{c} \delta \left[\phi_{i}(0, t) - q S \left[C_{i\alpha} \alpha - C_{i\dot{\theta}} \dot{\theta} / V_{\dot{\theta}} \right] \right]$$

$$- \sum_{j} \left\{ C_{iqj} q_{j} - C_{i\dot{q}j} \dot{q}_{j} / V_{\dot{\theta}} \right\} \right]$$
(A·4)

スロッシンク

$$\ddot{z}_{k} + 2\zeta_{sk}\omega_{sk}\dot{z}_{k} + \omega_{sk}^{2}z_{k} = -\dot{V}_{cz} + \dot{\theta}V_{cx} + \ddot{\theta}(\tilde{x}_{k} - x_{c})$$
$$- \Sigma\phi_{i}(\tilde{x}_{k}, t)\ddot{q}_{i} + \ddot{z}_{c} - g_{s}\sin\theta \qquad (A.5)$$

シンバル・エンジン運動

$$\ddot{\delta} + 2\zeta_{i}\omega_{i}\dot{\delta} + \omega_{i}^{2}(\delta - \delta_{a}) = -T_{L}/I_{i}$$

$$T_{L} = S_{i}(\delta + \sum_{i} \phi_{i}'(0, t)q_{i})(\dot{V}_{cx} + \dot{\theta}V_{cz} + g_{i}\cos\theta)$$

$$-S_{i}(\dot{V}_{cz} - \dot{\theta}V_{cx} + g_{i}\sin\theta - \ddot{z}_{c} + \ddot{\theta}x_{c} + \sum_{i} \phi_{i}(0, t)\ddot{q}_{i})$$

$$-I_{i}(\ddot{\theta} - \sum_{i} \phi_{i}'(0, t)\ddot{q}_{i})$$
(A·6)

アクチュエータ変位

$$b_{a1}\dot{\delta}_a + b_{a0}\delta_a + b_1\dot{\delta} + b_0\delta = K_c\delta_c \tag{A-7}$$

制御方程式

$$\delta_{c} = K_{\theta} [\theta_{c} - \theta + \sum_{i} \phi'_{i}(x_{\theta,i}t)q_{i}] - K_{\theta} [\dot{\theta} - \sum_{i} \phi'_{i}(x_{\theta,i}t)\dot{q}_{i}] + K_{\alpha}a'_{z}(x_{\alpha})$$
(A·8)

その他の関係式

$$\dot{\mathbf{k}} = [V'_{cx}\cos\theta + V'_{cz}\sin\theta]\cos(I_n\theta_p)
\dot{\mathbf{X}} = V'_{cx}\sin\theta - V'_{cz}\cos\theta
\dot{\mathbf{Y}} = [V'_{cx}\cos\theta + V'_{cz}\sin\theta]\sin(I_n\theta_p)$$
(A.9)

$$z_{c} = \left[\sum_{k} m_{\sigma k} z_{k} - S_{c} \delta\right] / m \tag{A-10}$$

$$\begin{cases} V'_{cx} = V_{cx} - \dot{\theta} z_c \\ V'_{cz} = V_{cz} - \dot{z}_c \end{cases}$$
(A·11)

$$V_a^2 = (V_{cx}' - V_{w} \sin \theta)^2 + (V_{cz}' + V_{w} \cos \theta)^2$$
 (A·12)

$$\alpha = \tan^{-1} [(V'_{cz} + V_{w} \cos \theta) / (V'_{cx} - V_{w} \sin \theta)]$$

$$\alpha_{V} = \tan^{-1} (V'_{cz} / V'_{cx})$$
(A·13)

$$\gamma = \theta - \alpha_V \tag{A.14}$$

$$q_{\epsilon} = g\cos(I_{\pi}\theta_{p}) \tag{A.15}$$

$$a_z'(x_a) = \dot{V}_{cz} - \dot{\theta}V_{cx} - \ddot{\theta}(x_a - x_c)$$

$$+ \sum \phi_i(x_{\bullet,i}t)\ddot{q}_i - \ddot{z}_c + g_{\bullet}\sin\theta \qquad (A\cdot 16)$$

$$\omega_{ck} = \mathcal{Q}_k \sqrt{(\dot{V}_{cx} + \dot{\theta} V_{cz} + q_s \cos \theta)/q}$$
 (A·17)

$$q = 1/2 \rho V_a^2 \tag{A.18}$$

$$M = V_a / V_s \tag{A-19}$$

$$p = p(h)$$

$$\rho = \rho(h)$$

$$V_s = V_s(h)$$
(A-20)

$$T_c = T_{0c} + (P_0 - P)A_c$$

 $T_f = T_{0f} + (P_0 - P)A_f$
(A·21)

付録B 荷重式の総括

 $x=x_n(x_n>0)$ における荷重を以下に概括する。

軸荷重

$$F_{an} = -\left(\dot{V}_{cx} + \dot{\theta}V_z + g_z\cos\theta\right)\left(A_1^n + \sum_{\lambda}U(\xi_{\lambda} - x_n)m_{\ell\lambda}\right) - qSA_a^n + \pi d_n^2 P_n / 4$$
(B·1)

剪断力

$$F_{sn} = -\left[\dot{V}_{cz} - \dot{\theta}V_{cx} - \ddot{z}_c + g_s \sin\theta\right] S_1^n$$

$$+ \ddot{\theta} S_2^n - \sum_i S_{bi}^n \ddot{q}_i - \sum_k U(\widetilde{x}_k - x_n) m_{sk} \ddot{z}_k$$

$$- q S\{\alpha S_a^n - \dot{\theta} S_b^n / V_a - \sum_i \left\{\dot{q}_i S_{qi}^n - \dot{q}_i S_{\dot{q}i}^n / V_a\right\}\right\}$$

$$(B \cdot 2)$$

曲げモーメント

$$\begin{split} M_{bn} &= (\dot{V}_{cz} - \dot{\theta}V_{cx} - \ddot{z}_c + g_e \sin\theta) B_1^n - \ddot{\theta}B_2^n \\ &+ \sum_i \ddot{q}_i B_{bi}^n + \sum_k U \left(\widetilde{x}_k - x_n \right) m_{sk} (\widetilde{x}_k - x_n) \ddot{z}_k \\ &+ q S \left(a B_a^n - B_i^n \dot{\theta} / V_a - \sum_i \left\{ q_i B_{qi}^n - B_{qi}^n \dot{q}_i / V_a \right\} \right] \end{split}$$

付録C

(I) 2変数 x, y の関数 f(x, y) が (x_{i-1}, y_{j-1}) , (x_i, y_{j-1}) , (x_{i-1}, y_j) , (x_i, y_j) の 4 点で与えられるとき, $x_{i-1} \le x < x_i$, $y_{j-1} \le y < y_j$ の区間にある x および y に対して, f(x, y) として次の 2 変数線型補間値を用いる。 Fig. C-1に示した A, B, C, Dをその点の f(x, y) の値とすると,

$$H = (A(x_i - x) + D(x - x_{i-1})) / (x_i - x_{i-1})$$

$$F = (B(x_i - x) + C(x - x_{i-1})) / (x_i - x_{i-1})$$

を得る。つぎに、H、F から f(x,y) として次式を得る。

$$f(x,y) = [f(x_{i-1}, y_{j-1})(x_i - x)(y_j - y) + f(x_{i-1}, y_j)(x_i - x)(y - y_{j-1}) + f(x_i, y_{j-1})(x - x_{i-1})(y_j - y) + f(x_i, y_j)(x - x_{i-1})(y - y_{j-1})]$$

$$/(x_i - x_{i-1})(y_j - y_{j-1})$$
 (C-1)

いまは $f(x \cdot y)$ はF とH 点の値から内分によって求めたが,E とG 点の値から $f(x \cdot y)$ を求めても同一値を得る。

(II) x_{i-1} , x_i 点でデータを与えられた従属変数 X(x), Y(x), Z(x)を,区間 $[x_{i-1},x_i]$ 内でFig.C-2 に示すように,直線近似をすると区間内積分値 $\triangle I_i$ を

$$\triangle I_i = \int_{x_{i-1}}^{x_i} X \cdot Y \cdot Z dx \qquad (C \cdot 2)$$

とすると、計算結果を整理して次式を得る。

$$\begin{split} & \Delta I_i = \{ \left\{ X(x_{i-1}) + X(x_i) \right\} \left\{ Y(x_{i-1}) Z(x_{i-1}) \right. \\ & \left. + Y(x_i) Z(x_i) \right\} + \left\{ Y(x_{i-1}) + Y(x_i) \right\} \\ & \left. \cdot \left\{ Z(x_{i-1}) X(x_{i-1}) + Z(x_i) X(x_i) \right\} \right. \\ & \left. + \left\{ Z(x_{i-1}) + Z(x_i) \right\} \left\{ X(x_{i-1}) Y(x_{i-1}) \right. \\ & \left. + X(x_i) Y(x_i) \right\} \right\} (C \cdot 3) \end{split}$$

我々がいま関与する積分式では被積分項の因子は 3 項以下であり, 2 因子のときは $Z(x_{i-1})=Z(x_i)=1$ とおけば結果が得られる。結局x に関する全区間にわたる積分は次式で近似出来る。

$$I = \int_{a}^{b} X \cdot Y \cdot Z dx = \sum_{i} \triangle I_{i}$$
 (C·4)

付録 D 荷 重 係 数

荷重の傾向を見る簡略な表現として,文献17)に曲げモーメント係数が導入され,文献18),19),20)にもこれに基づく計算がなされている。 $x=x_n(x_n>0)$ における剪断力 F_m は,($B\cdot 2$)式の右辺第一項の $\dot{V}_{cz}-\dot{\theta}V_{cx}+g_e\sin\theta$ を($A\cdot 2$)式を用いて表わし,また第二項の $\ddot{\theta}$ を($A\cdot 3$)式で表わすと,

$$F_{sn} = F'_{a} + F'_{b} + F'_{b} \ddot{b} + \sum_{i} F'_{\dot{q}i} q_{i} + \sum_{i} F'_{\dot{q}i} \dot{q}_{i} + \sum_{i} F'_{\ddot{q}i} \ddot{q}_{i} + \sum_{i} F'_{\ddot{q}i} \ddot{q}_{i} + \sum_{i} F'_{\ddot{q}i} \ddot{q}_{i}$$

$$+ \sum_{i} F'_{zk} z_{k} + \sum_{i} F'_{zk} \ddot{z}_{k} \qquad (D-1)$$

となる。 $\ddot{\delta}$, q_i , \dot{q}_i , z_i を含む項を微小とすると次式を得る。

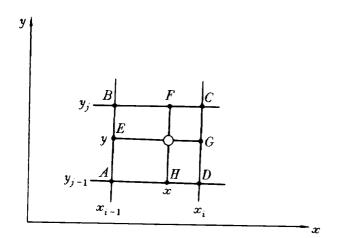


Fig.C-1 Interpolation of Two Independent Variable Function f(x,y)

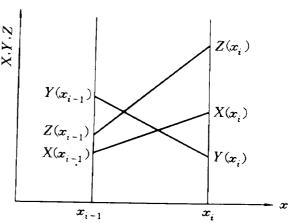


Fig.C-2 Integration of $X(x) \cdot Y(x) \cdot Z(x)$ with Respect to x

$$\begin{split} F_{sn} &= F_a' \alpha + F_b' \delta + \sum_i F_{qi}' \ddot{q}_i + \sum_k F_{zk}' \ddot{z}_k \\ F_a' &= q S \left(\frac{C_{na} S_1^n}{m} + \frac{C_{ma} S_2^n}{I_c} - S_a^n \right) \\ F_b' &= \frac{x_c T_c S_2^n}{I_c} - \frac{T_c S_1^n}{m} \\ F_{qi}' &= -S_{b1}^n \\ F_{zk}' &= \frac{m_{sk} S_1^n}{m} + \frac{m_{sk} (\widetilde{x}_k - x_c) S_2^n}{I_c} - U(\widetilde{x}_k - x_n) m_{rk} \\ (D \cdot 2) \end{split}$$

$$\begin{split} M_{bn} &= M_a' \alpha + M_b' \delta + \sum_{i} M_{qi} \ddot{q}_i + \sum_{k} M_{zk}' \ddot{z}_k \\ M_a &= q S (B_a^n - \frac{C_{na} B_1^n}{m} - \frac{C_{ma} B_2^n}{I_c}) \\ M_b' &= \frac{T_c B_1^n}{m} - \frac{x_c T_c B_2^n}{I_c} \\ M_{qi}' &= B_{bi}^n \\ M_{zk}' &= -\frac{m_{zk} B_1^n}{m} - \frac{m_{zk} (\widetilde{x}_k - x_c) B_2^n}{I_c} \\ &+ U (\widetilde{x}_k - x_n) m_{zk} (\widetilde{x}_k - x_n) \end{split}$$

同様に M_{in} に対しては,次式が得られる。

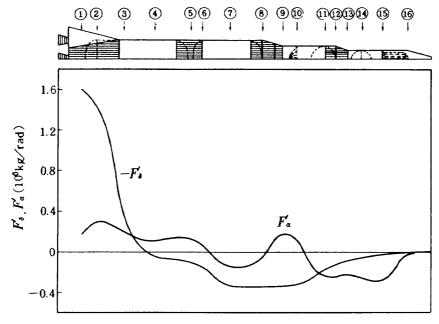


Fig. D-1 F'_{δ} , F'_{α} vs. vehicle station

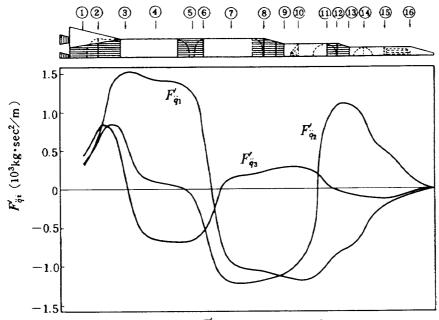


Fig.D-2 F_{qi}' vs. vehicle station

 F_a' , …… 等は剪断力係数, M_a' , …… 等はモーメント係数といわれる。($D \cdot 1$)から($D \cdot 2$)および($D \cdot 3$)を導く際,微小項を無視したがこれらは \ddot{q}_i および \ddot{z}_k の項に比して必ずしも微小とは限らないが,頭書の文献の流儀に従った。($B \cdot 2$),($B \cdot 3$),($D \cdot 2$)および($D \cdot 3$)式はともに $x_n > 0$ の場合であるが, $x_n \leq 0$ の機体主構造(エンジンは除く)の荷重については,($D \cdot 2$)式の F_a' に $U(-x_n)T_c$ を,($D \cdot 3$)式の M_a' に $U(-x_n)x_nT_c$ をそれぞれ加算する必要がある。

t=70 secにおける剪断力係数と曲げモーメント係数を $Fig.D-1\sim D-6$ に参考のためにかゝげる。棒状構造としてロケットを考えているから, ∂ (曲げモーメント係数) $/\partial x_n=$ (剪断力係数)となっている。曲げ振動とスロッシングの荷重に対する寄与を見るために,Fig.D-7,D-8には \ddot{q}_i と \ddot{z}_k (wind speed profile(I)) の応答を示す。

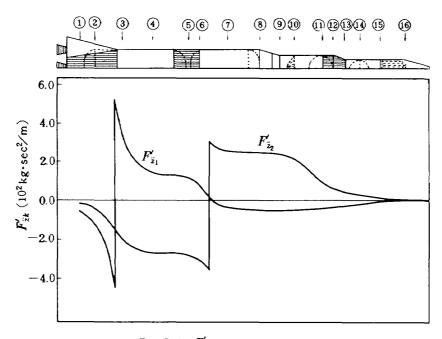


Fig. D-3 F'_{ik} vs. vehicle station

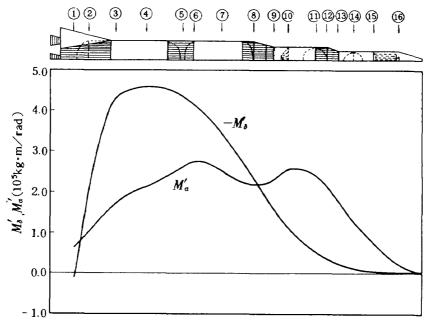


Fig.D-4 M'_{δ} M'_{α} vs. vehicle station

付録E

 $x=x_n$ における円筒状構造の単位円周長当りについて,曲げモーメントに対して圧縮側の軸方向力を N_{cn} ,引張 傾の力を N_{tn} とすると,

$$N_{cn} = \frac{F_{an}}{\pi d_n} - \left| \frac{4M_{bn}}{\pi d_n^2} \right| + \frac{d_n P_n}{4}$$

$$N_{tn} = \frac{F_{an}}{\pi d_n} + \left| \frac{4M_{bn}}{\pi d_n^2} \right| + \frac{d_n P_n}{4}$$
(E·1)

を得る。ここに d_n は $x=x_n$ における円筒の直径とする。

付録F

文献 15) の P.3 6 の δ に関する 3 次の伝達関数に適合するように、エンジンおよびアクチュエータ定数を決定する。まず、(2)、(3)式から δ 。を消去し、(3)の関係式を用いると、 δ の 3 階数分方程式が得られる。すなわち、

$$\ddot{\delta} + (2\zeta_{\epsilon}\omega_{\epsilon} + b_{a0}/b_{a1})\ddot{\delta} + (2\zeta_{\epsilon}\omega_{\epsilon} + \omega_{\epsilon}^{2}/b_{a1})\dot{\delta}$$

$$+ (\omega_{\epsilon}^{2}K_{c}/b_{a1})\delta = (\omega_{\epsilon}^{2}K_{c}/b_{a1})\delta_{c}$$

$$- (\dot{T}_{L} + (b_{a0}/b_{a1})T_{L})/I_{\epsilon} \qquad (F\cdot 1)$$

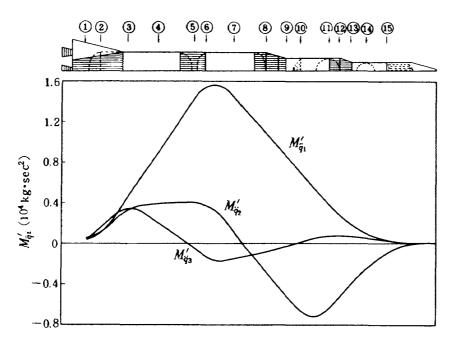


Fig.D-5 M'_{qi} vs. vehicle station

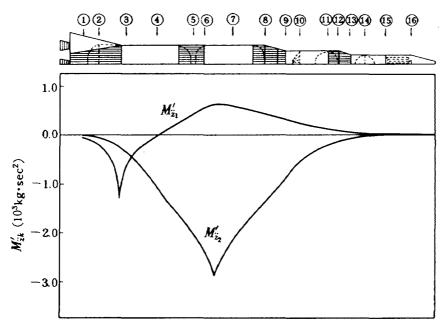
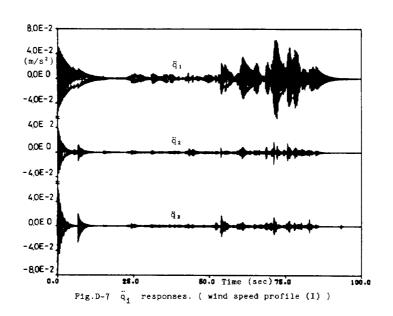
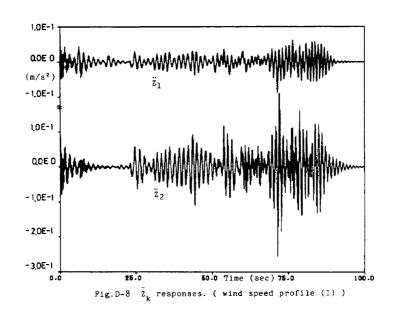


Fig. D-6 M_{zk}^{\prime} vs. vehicle station

ここで b_1 , b_0 はそれぞれ b_{a1} , b_{a0} で表わした。先ず 例式から $b_{a1} \approx 1.0$ と考え,従って $\omega^2/b_{a1} > 2\zeta_{\iota}\omega_{\iota}$ が仮定出来るので, δ と δ の係数の比から K_c を決定する。 つぎに, b_{a1} は K_m , V_T , B, A についての文献14) のデータからほご $1.1 \sim 1.2$,また ζ_{ι} はほご $0.1 \sim 0.2$ 当り

と考え、 δ と δ の係数から試行により ω_{ϵ}^2 , $2\zeta_{\epsilon}\omega_{\epsilon}$, b_{a1} , b_{a0} を決定する。このさい物理的に無意味な値にならぬように(例えば、 $\zeta_{\epsilon}>0$, $b_{a0}>K_c$ これらの値を決めた。たゞし最終的には他のアクチュエータ資料も考慮して K_c としては1 1.0 を用いた。





文 献

- Anon.: Wind Loads during Ascent.
 NASA Space Vehicle Design Criteria (Structures),
 NASA SP-8035, 1970.
- 2) J.R. Scoggins and W.W. Vaughan: Problems of Atmospheric Wind Inputs for Missile and Space Vehicle Design. J. Spacecraft and Rockets, Vol. 1, No. 2, 1964, pp. 181-184.
- 3) R.Goldmann: A Method for Predicting

 Dynamic Response of Missile to

 Atmospheric Disturbances, IAS

 Paper No.62-40, 1962.
- 4) B.E.Clingan: Dynamic Loads Due to Wind Shear, AIAA Journal, 1964, PP.76-83.
- 5) H.C.Lester and D.F.Collins: Determination of Loads on a Flexible
 Launch Vehicle during Ascent
 through Winds, NASA TND-2590,
 1965.
- 6) C.R.Wells and H.P.Mitchell: A Mathematical Model for Flexible
 Response of Uprated Saturn Ito
 In-Flight Winds, J.Spacecraft
 and Rockets, Vol.5, No.3, 1968,
 pp.313-320.
- 7) 田寺: 質量が変化する弾性飛しょう体の運動方程式, 日本航空宇宙学会誌, Vol.21, No.237, 1973, pp.580-592, § 4.
- 8) H.N.Abramson: The Dynantic Behavior of Liquids in Moving Containers with Applications to Space Vehicle Technology, NASA SP-106, 1966, chapter 6, 7.
- 9) A.L.Greensite: Analysis and Design of Space Vehicle Flight Control Systems, Vol. I-Short Period Dynamics, NASA CR-820, 1967.
- 10) D.R. Lukens, A.F. Schmitt and G.T. George
 : Approximate Transfer Functions for Flexible-Booster-and-Autopilot Analysis, WADD TR-61

-93, 1961,

- 11) J.Papadopoulos: Wind Penetration

 Effects on Flight Simulation,

 AIAA Paper no.67-609, 1967.
- 12) J.G.R. Collette: Analysis and Design of Space Vehicle Flight Control Systems, Volume XI
 Component Dynamics, NASA CR-830, 1967, pp.65~73.
- 13) R.L.Bisplinghoff, H.Ashley and R.L. Halfmann: Aeroelasticity, Addison-Wesley Pub.Co., Inc. 1955.
- 14) 宇宙研究グループ:人工衛星打上げ用ロケット・システムについての検討, NAL TM-249,, 1973.
- 15) 森英彦, 奥石肇: 液体燃料ロケットを用いた衛星打上 げ用飛しょう体の初段に関する制御系構成, NAL TR-264, 1972.
- 16) G.E.Daniel: Terrestrial Environment (Climatic) Criteria Guidelines for Use in Space Vehicle Development, 1971 Revision, NASA TMX-64589, 1971, section V.
- 17) D.Townsent: A Method for the Determination of Control Law Effect on Vehicee Bending Moment,

 NASA TM X-53077, 1964.
- 18) R.S.Ryan and A.W.King: The Influential Aspect of Atmospheric
 Disturbances on Space Vehicle
 Design Using Statistical
 Approaches for Analysis, NASA
 TM X-53565, 1967.
- 19) E.D.Geissler, ed.: Wind Effects on Launch Vehicle, AGARDograph No.115, 1970, chapter 7, 4.
- 20) 森英彦: 風によって衛星打上げ用飛しょう体に生する 曲げモーメントおよび振動加速度, 航技研 TR-355, 1974.

航空宇宙技術研究所報告477号

昭和51年11月発行

発 行 所 航 空 宇 宙 技 術 研 究 所 東京都調布市深大寺町 1880

電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表) 182

印 刷 所 株式会社 東 京 プ レ ス 東京都板橋区桜川2~27~12